

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи



Попова Мария Михайловна

**Когерентный контроль при ионизации атомов
электромагнитными полями кратных частот**

Специальность:
1.3.6. Оптика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА — 2024

Работа выполнена на кафедре общей ядерной физики физического факультета и в отделе электромагнитных процессов и взаимодействия атомных ядер Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Научный
руководитель: **Грызлова Елена Владимировна**,
кандидат физико-математических наук

Официальные
оппоненты: **Попов Александр Михайлович**,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры атомной физики, физики плазмы
и микроэлектроники физического факультета
Московского государственного университета
имени М. В. Ломоносова

Попруженко Сергей Васильевич,
доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой теоретической ядерной физики
Института лазерных и плазменных технологий
Национального исследовательского ядерного
университета «МИФИ»

Саранцева Татьяна Сергеевна,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры теоретической физики физического
факультета Воронежского государственного университета

Защита состоится «10» октября 2024 года в 15:00 на заседании диссертационного совета МГУ.013.6 на физическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, северная физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (119192, г. Москва, Ломоносовский проспект, д. 27) и в сети Интернет: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/2984>.

Автореферат разослан « ____ » июля 2024 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета МГУ.013.6,
доктор физико-математических наук, доцент
kosareva@physics.msu.ru



О.Г. Косарева

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Изучение динамики малых квантовых систем: атомов и/или небольших молекул, — в сверхбыстром масштабе активно развивается в связи с появлением интенсивных ($10^{11} - 10^{13}$ Вт/см²) источников когерентного излучения в вакуумном ультрафиолетовом (ВУФ) и рентгеновском диапазонах (порядка 10–20 эВ), как ультракоротких, так и с импульсами большой длительности (с FWHM от нескольких до сотни фемтосекунд). Существующие источники можно разделить на два типа: это лазеры на свободных электронах (ЛСЭ или FEL, free electron laser) со схемой затравки (seeding) [1] и установки, основанные на генерации гармоник высокого порядка (ГТВП или HHG, high harmonic generation) [2; 3]. Так как энергии фотонов достаточно для ионизации валентных оболочек атомов, доминирующим процессом является фотоэмиссия. Нередко в экспериментах с такими источниками на систему действуют поля, представляющее собой сумму нескольких кратных частот.

Отдельной задачей является исследование возможности управления динамикой протекающих при этом процессов с помощью независимо регулируемых *контролирующих параметров*. Оба направления: изучение динамики и управление ею — предполагают существенную нелинейность наблюдаемых явлений и с теоретической точки зрения представляют единую задачу, так как описание взаимодействия автоматически означает нахождение таких параметров, и поэтому эти направления нередко объединяют в единой концепции *квантового когерентного контроля и мониторинга*. Когерентный контроль является мощным инструментом для демонстрации фундаментальных принципов квантовой механики и используется в атомной и молекулярной физике [A3; 4–13], физике твердого тела [14], а также химии и биологии [15]. Об эффективности его осуществления можно судить, используя понятие *степени когерентного контроля*, которое может быть сформулировано как наибольшее относительное изменение той или иной наблюдаемой при вариации контролирующих параметров.

Диссертация посвящена решению общей задачи об однократной ионизации атома A когерентным многочастотным электромагнитным полем “ $\omega + m\omega + n\omega + \dots$ ”

$$A + \left\{ \begin{array}{c} \hbar\omega + \dots + \hbar\omega \\ \hbar(m\omega) + \dots + \hbar\omega \\ \hbar(n\omega) \end{array} \right\} \rightarrow A^+ + e^- .$$

в рамках нестационарной теории возмущений (ТВ) в дипольном приближении и исследованию чувствительности дифференциальных и интегральных фотоэлектронных спектров к изменению относительных фаз и интенсивностей спектральных компонент импульса излучения.

Простейшая реализация многочастотной ионизации — это ионизация бихроматическим полем, состоящим из двух компонент: основной гармоники

частоты ω и второй гармоники частоты 2ω (в дальнейшем обозначаемая как схема “ $\omega + 2\omega$ ”). В такой системе контролируемыми параметрами являются фазы, интенсивности и поляризации гармоник. Зависимость от относительной фазы гармоник ϕ — основного контролирующего параметра — вследствие сохранения четности проявляется только в дифференциальных по углу характеристиках фотоэлектронного спектра. Поэтому степень когерентного контроля $C(\vartheta, \varphi)$ можно ввести либо как максимальную степень наблюдаемой асимметрии в угловых распределениях фотоэлектронов $W(\vartheta, \varphi)$ (PAD, photoelectron angular distribution) [A1; 16; 17], либо как наибольшее относительное изменение величины фотоэлектронного сигнала под фиксированным углом при изменении относительной фазы [A6]:

$$C(\vartheta, \varphi) = \left| \frac{W(\vartheta, \varphi)_{\phi=\phi_{\max}} - W(\vartheta, \varphi)_{\phi=\phi_{\max}+\pi}}{W(\vartheta, \varphi)_{\phi=\phi_{\max}} + W(\vartheta, \varphi)_{\phi=\phi_{\max}+\pi}} \right| \cdot 100\% .$$

Аналогично степени когерентного контроля для фотоэлектронного сигнала можно ввести степень когерентного контроля для величины поляризации спина фотоэлектронов. В оптическом диапазоне подобные эксперименты уже давно известны [18; 19], но в ВУФ-диапазоне впервые осуществить когерентный контроль по этой схеме удалось на ЛСЭ FERMI в 2016 году [9]. В силу того, что процесс является базовым для изучения интерференционных эффектов в полихроматической ионизации, и того, что эксперименты в этом направлении активно продолжаются [A3; 7; 11; 20], в диссертации выполнено доскональное исследование наиболее важных его аспектов и проведен анализ возможностей когерентного контроля над угловыми распределениями и поляризацией спина фотоэлектронов. Как сам сформулированный подход, так и непосредственно полученные результаты, во-первых, будут полезны для анализа проведенных и подготовки новых экспериментов на ЛСЭ, а во-вторых, определяют направления дальнейшего теоретического изучения поведения атомов и молекул в интенсивных полихроматических полях. Актуальность проведенного исследования дополнительно подтверждается возросшим в последнее время интересом к задаче “ $\omega + 2\omega$ ” со стороны теоретиков [21–25].

В настоящий момент лишь ЛСЭ FERMI обладает требуемым временем пространственной и временной когерентности, поэтому наиболее широко используемыми в экспериментах, связанных с изучением динамики электронов на (суб)-фемтосекундной шкале, остаются ГВВП-источники. Само появление *аттосекундной метрологии* связано с созданием источников, основанных на генерации гармоник. Один из основных методов аттосекундной спектроскопии — это RABBITT (Reconstruction of Attosecond Beating By Interference of Two-photon Transitions) [4–6; 8], основанный на применении последовательности ВУФ импульсов для ионизации мишени совместно с затравочным ИК или оптическим импульсом ω [26]. Варьирование времени задержки ИК-импульса относительно ВУФ-компонент τ , являющегося в данном случае контролирующим параметром,

приводит к осцилляции интенсивности фотоэлектронных спектров $W(\vartheta, \varphi)$:

$$dW(\vartheta, \varphi) \sim \cos(2\omega\tau - \phi).$$

Для достаточно длинных импульсов, содержащих 10 оптических циклов и более, время задержки эквивалентно изменению фазы ИК-поля ($\omega\tau = \phi_{\text{ir}}$), и эти осцилляции могут быть использованы для извлечения информации об относительных фазах амплитуд переходов. Во втором порядке теории возмущений эти осцилляции могут быть объяснены интерференцией между переходами, вызванными поглощением и испусканием инфракрасного фотона, приводящими к появлению фотоэлектронов с одной энергией. Для описания и интерпретации RABBITT использовались подходы, основанные на различных вариациях теории возмущений [27—29], приближении сильного поля [13], решении нестационарного уравнения Шредингера [30—34], и наконец, нестационарной версии R-матрицы [35]. Два последних метода, несомненно, эффективны для моделирования, но практически не позволяют анализировать вклады различных процессов, то есть являются, по сути, разновидностью численного эксперимента. В развитом автором настоящей диссертации подходе RABBITT-спектроскопия может быть описана как несколько более сложный по сравнению с “ $\omega + 2\omega$ ” процесс “ $\omega + n\omega + (n + 2)\omega + \dots, n \in \text{odd}$ ” и является еще одним частным случаем общей задачи. Подход позволяет до проведения численных расчетов предсказывать основные особенности фотоэлектронных спектров и поэтому может быть использован для валидации других методов. Например, он был использован для проверки метода, основанного на решении скоростных уравнений (PCU), который сочетает в себе преимущества аналитических и численных подходов, и, насколько известно, ранее для решения этой задачи не применялся.

Цель и задачи работы

Целью данной работы является исследование возможностей когерентного контроля над ионизацией атомов электромагнитными полями кратных частот и ее мониторинга.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Создать математическую модель на основе алгебры углового момента [36] и метода статистических тензоров [37] для описания процесса взаимодействия атома с электромагнитными полями кратных частот в рамках нестационарной теории возмущений.
2. Разработать программное обеспечение для расчетов по этой модели на языке MATLAB.
3. Создать спектроскопические модели, адекватные для описания интересующих эффектов с помощью программных пакетов MCHF [38] и BSR [39].
4. Описать в рамках созданной модели процесс “ $\omega + 2\omega$ ” бихроматической ионизаций атомов и, пользуясь данными расчетов, исследовать возможность осуществления когерентного контроля над ним.

5. Описать в рамках созданной модели процесс “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ”, исследовать границы применимости сделанных приближений и возможности определения относительных фаз гармоник.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются атомы инертных газов неона и гелия, взаимодействующих с электромагнитным полем двух различных сочетаний частот: “ $\omega + 2\omega$ ” для описания общих особенностей когерентного контроля и “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ” для применения развитого подхода к описанию задач аттосекундной интерферометрии. Предметом исследования являются возникающие в результате взаимодействия спектры и угловые распределения фотоэлектронов и их чувствительность к структуре поля.

Методология и методы исследования

Теоретическая модель была получена в рамках нестационарной теории возмущений в дипольном приближении на основе алгебры углового момента [36] и метода статистических тензоров [37]. Были выведены выражения для статистических тензоров электромагнитного поля и электрона после акта ионизации в предположении, что остаточный ион не детектируется, для различных схем связи угловых моментов: LS , LSJ и jK , а также в одноэлектронном приближении. На основе этих выражений получены формулы, позволяющие сконструировать различные наблюдаемые в рассматриваемых процессах: спектры фотоэлектронов, их угловые распределения и поляризацию спина, — в виде, приспособленном для численных расчетов на современных компьютерах. Численные расчеты проводились с помощью программного обеспечения, написанного на языке программирования MATLAB. Спектроскопические данные, необходимые в качестве входных параметров, были взяты из базы данных NIST [40] и/или получены с помощью программных пакетов MCHF [38], RADIAL [41] и BSR [39], в том числе с использованием вычислительных ресурсов ЦКП “Центр данных ДВО РАН”. При нахождении амплитуд переходов было сделано приближение, что они факторизируются на часть, зависящую от свойств мишени, и часть, зависящую от характеристик электромагнитного поля.

Экспериментальные данные в работах, опубликованных в соавторе с диссертантом, были получены на лазере на свободных электронах FERMI и установках генерации гармоник высокого порядка в лаборатории аттосекундой спектроскопии в Фрайбургском университете имени Альберта и Людвига.

Научная новизна

Научная новизна связана как с применением оригинального подхода статистических тензоров, так и с уникальностью выбранных мишеней.

1. Был создан оригинальный аппарат для работы с электромагнитными полями кратных частот [A6]. Он позволяет делать аналитические выводы о некоторых ключевых особенностях процесса до выполнения численного расчета.

2. Впервые для “ $\omega + 2\omega$ ”-процесса были изучены геометрии, в которых вектора напряженностей полей не лежат в одной плоскости, в частности, геометрии, создаваемые совместным действием полей линейной и круговой поляризации.
3. Впервые была описана поляризация спина фотоэлектронов в “ $\omega + 2\omega$ ”-процессе в инертных газах [A2] и объяснен механизм ее появления. Ранее считалось, что в неоне в силу слабого спин-орбитального расщепления получить высокую степень поляризации не представляется возможным.
4. Впервые для количественного описания RABBITT-спектроскопии вблизи порога (задача “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ”) [A8] был включен в рассмотрение третий порядок теории возмущений и учтены дискретные состояния в приближении jK -связи. Показана стабильность процедуры многократного интегрирования по состояниям континуума.
5. Впервые полученные теоретические результаты были использованы для описания экспериментальных данных на сложной мишени, которую из себя представляет атом неона [A3; A5].

Практическая значимость

Помимо фундаментального теоретического интереса к изучению особенностей когерентного контроля как проявления интерференции — ключевого квантомеханического феномена, — методы, развитые в диссертации, позволяют решать и некоторые практические задачи. В частности, когерентный контроль в RABBITT-спектроскопии позволяет проводить диагностику пучка на ЛСЭ [13], а в экспериментах с бихроматическим полем наподобие “ $\omega + 2\omega$ ” — оценивать характеристики излучения, такие как интенсивность и степень когерентности гармоник, и получать информацию об относительных фазах различных парциальных волн [A5; 11], а при подходящих условиях проводить и *полные эксперименты* [A23].

Положения, выносимые на защиту:

Для бихроматической ионизации полем двух частот “ $\omega + 2\omega$ ” в ВУФ-диапазоне:

1. Обнаружены две выделенные геометрии: (а) обе компоненты обладают круговой поляризацией в одной плоскости и (б) одна поляризованная циркулярно, а вторая линейно в перпендикулярном направлении, — для которых симметрия приводит к вырождению понятия фазы, и когерентный контроль сводится к вращению углового распределения и поляризации спина.
2. Эффективность когерентного контроля над угловыми распределениями фотоэлектронов максимальная для линейно и циркулярно поляризованных полей и при определенных условиях достигает 100%.
3. Степень спиновой поляризации в дифференциальных по углу спектрах при энергиях основной гармоники, вызывающей резонансные переходы

в расщепленные по полному моменту атомные состояния, может достигать 80%.

4. За счет интерференции между одно- и двухфотонной ионизацией возможны как изменение абсолютной величины вектора поляризации, так и его переориентация вплоть до появления новых компонент.
5. Степень когерентного контроля над абсолютной величиной вектора спиновой поляризации может превышать 50%.

Для полихроматической ионизации полем нескольких частот “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ” при интенсивности ИК-поля до $\sim 10^{12}$ Вт/см²:

6. Теория возмущений применима для описания спектров и угловых распределений фотоэмиссии вблизи порога ионизации.
7. В низкоэнергетической области спектра, в которой энергия фотоэлектрона по порядку величины равна энергии ИК-фотона $\varepsilon_e \approx \omega_{ir}$, величина осцилляций вероятности фотоэмиссии от фазы ИК-поля увеличивается с ростом энергии.
8. Зависимость параметров угловой анизотропии от фазы ИК-поля является периодической функцией, и амплитуда ее изменений в первой боковой линии у порога уменьшается за счет влияния переходов через дискретные состояния.

Достоверность

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием классических, апробированных многолетней практикой методов квантовой физики и подтверждается согласием с экспериментальными данными при максимальной интенсивности ВУФ-полей порядка 10^{13} Вт/см²: [A3; A5; A14] (для процесса “ $\omega + 2\omega$ ”), и интенсивности ИК-поля 10^{12} Вт/см² [A25; A28] (для “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ”). Эти сочетания частот и интенсивностей находятся в пределах области применимости дипольного приближения, т.н. “Дипольного оазиса” [42], а параметр Келдыша [43] $\gamma \gg 1$, что позволяет считать режим многофотонным и использовать теорию возмущений. Результаты находятся в согласии с результатами, полученными другими авторами методами решения нестационарного уравнения Шредингера, вариационным методом ([A1; 16] для процесса “ $\omega + 2\omega$ ”), а также методом нестационарной R-матрицы и решения системы скоростных уравнений [A28] (для “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ”).

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на множестве международных конференций, из которых стоит отметить International Conference on Photonic, Electronic and Atomic Collisions (ICPEAC) [A22; A25], International Symposium on Correlation, Polarization and Ionization in Atomic and Molecular Collisions (COPIAMC) [A14; A17; A18], и International Symposium on Intense Short Wavelength Processes in Atoms and Molecules (ISWAMP) [A16].

Также автор неоднократно докладывал о своих результатах на научном семинаре ОЭПВАЯ, конференции “Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине” [A13; A26] и на “Ломоносовских чтениях” [A24], проводимых в НИИЯФ МГУ им. Д. В. Скобельцына, и международной научной конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов” [A21; A23; A27], проводимой в МГУ им. М. В. Ломоносова.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 31 печатной работе, в том числе в 10 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, 1 статье в рецензируемом научном журнале из перечня ВАК РФ и 20 публикациях в сборниках тезисов конференций. Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

Личный вклад

Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично либо при его определяющем участии. Диссертант лично создал математическую модель на основе алгебры углового момента [36] и метода статистических тензоров [37] и разработал необходимое программное обеспечение на языке MATLAB для всех расчетов в теории возмущений, представленных в настоящей диссертации. Автор лично создал спектроскопические модели в программных пакетах MCHF [38] для расчетов в нестационарной теории возмущений, RADIAL [41] для расчетов в стационарной теории возмущений с помощью вариационного метода [44] и принимал активное участие в спектроскопических расчетах в пакете BSR [39] для использования в нестационарной теории возмущений и решении скоростных уравнений. Вклад автора в исследования был высоко оценен соавторами, что подтверждается тем, что из 9 чисто теоретических публикаций в рецензируемых научных журналах она является первым автором в 5 публикациях и вторым — в 4.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Общий объем работы составляет 120 страниц, включая 27 рисунков и 7 таблиц. Список литературы состоит из 147 источников.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, описывается объект исследования, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы. Отмечается личный вклад автора. Приводятся основные положения, выносимые на защиту.

Появление источников интенсивного когерентного излучения в ВУФ-диапазоне (а именно ЛСЭ и ГГВП) потребовало создания методов его

диагностики, необходимых для практического применения этих источников в количественных исследованиях. Множество способов осуществления последних также было предложено за относительно короткое время [3; 45]. В первой главе приводится обзор современного состояния исследований, относящихся к *аттосекундной интерферометрии*. Основное внимание уделено двум направлениям, которым посвящена диссертация: когерентному контролю в бихроматической ионизации и методу RABBIT аттосекундной метрологии. Названы подходы, используемые для описания поведения атомов в электромагнитных полях при различных условиях. Для сочетания “низкая энергия + высокая интенсивность” часто применяют теорию Келдыша-Файзала-Райса. Для сочетания “высокая энергия + высокая интенсивность” были развиты методы численного решения уравнения Шредингера и теория Флоке. Сочетание “низкая энергия + низкая интенсивность” не приводит к ионизации атомов и поэтому не рассматривается. Теория возмущений, используемая в качестве основного метода автором диссертации, подходит для промежуточных параметров электромагнитного поля, для которых вклад многофотонных процессов невелик.

Во второй главе описываются используемые методы. В разделе 2.1 рассматривается описание атомной фотоионизации полем, состоящим из n компонент:

$$\mathbf{E}(t) = \sum_n \mathbf{e}_n E_n(t) e^{-i(\omega_n t + \phi_n)},$$

где $E_n(t)$ — медленно меняющаяся огибающая n -ного импульса, \mathbf{e}_n — единичный вектор поляризации, а ϕ_n — фаза, в формализме амплитуд перехода. Описаны необходимые приближения и показан переход от решения нестационарного уравнения Шредингера, в котором взаимодействие с электромагнитным полем рассматривается в качестве возмущения $\hat{H}_{\text{int}}(t)$, к решению системы скоростных уравнений и далее к нестационарной и стационарной теории возмущений. В РСУ численно решается система уравнений на коэффициенты разложения $a_k(t)$ состояния системы по собственным функциям невозмущенного гамильтониана ψ_n :

$$\frac{da_f(t)}{dt} = -i \sum_i \int e^{i(\varepsilon_f - \varepsilon_i)t} \langle \psi_f | \hat{H}_{\text{int}}(t) | \psi_i \rangle a_i(t),$$

а в ТВ эти коэффициенты дальше раскладываются в ряд:

$$a_f(t) = a_f^{(0)}(t) + a_f^{(1)}(t) + a_f^{(2)}(t) + \dots,$$

где номер последнего учтенного члена ряда определяет порядок ТВ. С физической точки зрения это приводит к тому, что в ТВ не учитываются эффекты сильного поля.

В разделе 2.2 сделан переход к формализму статистических тензоров углового момента, обладающим рядом преимуществ по сравнению с формализмом

амплитуд перехода: он позволяет (а) исключить зависимость от проекций моментов и (б) факторизовать динамическую (спектроскопическую) и геометрическую части. Обсуждены различные схемы связи в многоэлектронном атоме и для них записаны выражения компонент статистического тензора спина фотоэлектрона ρ_{kq} , из которых можно получить наблюдаемые: спектр σ , угловое распределение $W = W(\vartheta, \varphi)$ и спиновую поляризацию фотоэлектронов $P_{x,y,z} = P_{x,y,z}(\vartheta, \varphi)$:

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{2}\rho_{00}, \\ P_z &= \rho_{10}/\rho_{00}, \\ P_x &= -(\rho_{11} - \rho_{1-1})/(\sqrt{2}\rho_{00}), \\ P_y &= -i(\rho_{11} + \rho_{1-1})/(\sqrt{2}\rho_{00}). \end{aligned}$$

Предложен способ построения статистического тензора нескольких фотонов произвольной поляризации $\rho_{k_\gamma q_\gamma}(J_\gamma, J'_\gamma)$ с суммарным моментом $J_\gamma(J'_\gamma)$, пригодного для описания интерференционных явлений, вызванных поглощением/испусканием разного их числа. Например, для процесса “ $\omega + 2\omega$ ” при поглощении правополяризованных фотонов с использованием коэффициентов Клебша—Гордана он выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_{k_\gamma q_\gamma}(J_\gamma, J'_\gamma) &= \rho_{k_\gamma 0}^{2\omega+2\omega} + \rho_{k_\gamma 0}^{\omega+\omega} + (\rho_{k_\gamma-1}^{\omega+2\omega} + \rho_{k_\gamma+1}^{2\omega+\omega}), \\ \rho_{k_\gamma 0}^{2\omega+2\omega} &= (11, 1-1 | k_\gamma 0), \\ \rho_{k_\gamma 0}^{\omega+\omega} &= (22, 2-2 | k_\gamma 0)(11, 11 | 22)(11, 11 | 22), \\ \rho_{k_\gamma-1}^{\omega+2\omega} &= (11, 2-2 | k_\gamma-1)(11, 11 | 22), \\ \rho_{k_\gamma+1}^{2\omega+\omega} &= (22, 1-1 | k_\gamma 1)(11, 11 | 22). \end{aligned}$$

Предложен способ записи многофотонных амплитуд перехода, позволяющий использовать их единым образом вне зависимости от числа поглощенных фотонов.

В **третьей главе** представлены используемые спектроскопические данные. Для однофотонных дипольных переходов между различными состояниями дискретного спектра и состояниями дискретного спектра и состояниями континуума были произведены расчеты в программных пакетах MCHF [38] и BSR [39] в приближениях jK - и LS -связи, исследована сходимость методов при увеличении числа конфигураций и термов [A7]. Для нахождения дипольных матричных элементов перехода между состояниями континуума использовался метод устранения расходимости [46]. Двухфотонные амплитуды переходов в одноэлектронном приближении были получены методом устойчивой вариации [44]. Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

В **четвертой главе** изложены результаты исследований, посвященных двум задачам аттосекундной метрологии: когерентного контроля в процессе “ $\omega + 2\omega$ ” и RABBIT-спектроскопии при участии дискретных состояний. Обе

задачи были решены в рамках единого подхода, так как являются, по сути, частными случаями модели, описанной во **второй главе**.

В разделе **2.1** для задачи когерентного контроля в процессе “ $\omega + 2\omega$ ” (см. рис. 1) рассмотрены различные геометрии полей, и для них получены угловые распределения фотоэлектронов $W(\vartheta, \varphi)$. Типичные PAD для двухфотонной ионизации и при эффективной интерференции с однофотонной представлены на рис. 2 для атома неона для энергии первой гармоники, настроенной в резонанс с $4s$ -состоянием (19.78 эВ).

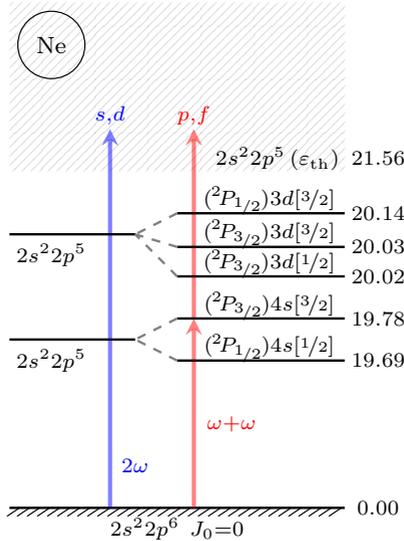


Рис. 1 — схема “ $\omega + 2\omega$ ” ионизации атома Ne в диапазоне энергий фундаментальной гармоники 10.8–20.2 эВ.

Для некоторых из представленных геометрий исследована зависимость эффективности когерентного контроля над ионизацией в зависимости от длины импульса, относительной напряженности, разности фаз и энергии гармоник, а так же показано, как будет меняться PAD при перестройке поляризации одной из них [A1; A6; A11].

Для полей линейной поляризации результаты моделирования были сопоставлены с экспериментальными данными [A5], полученными на ЛСЭ FERMI для максимального значения интегральной по полусфере асимметрии $A^{(n)}$, т.е. разницы между количеством фотоэлектронов, вылетающих в верхнюю или нижнюю полуплоскость в системе координат $z \parallel e_\omega$. Асимметрия является гармонической функций фазы между гармониками $\phi = \phi_\omega - \phi_{2\omega} = 2\omega\tau$ (τ — время задержки второй гармоники относительно первой):

$$A^{(n)}(\phi) = A^{(n)} \cos(2\omega\tau - \alpha),$$

нормированной на аналогичную величину $A^{(h)}$ для гелия, использовавшегося в качестве монитора.

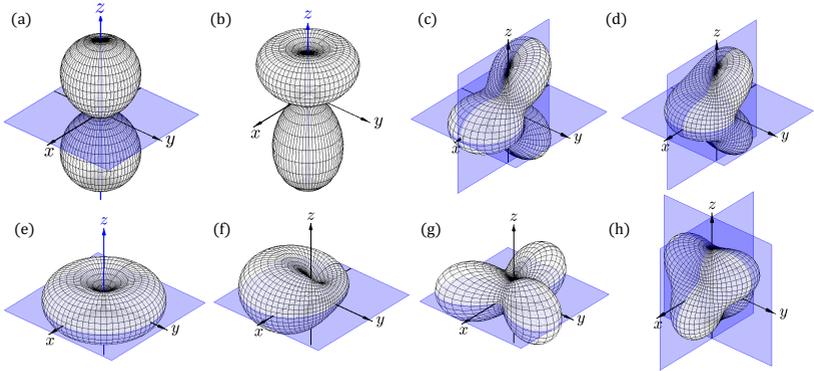


Рис. 2 — (а) PAD при двухфотонной ионизации линейно поляризованным вдоль оси z излучением. (b)-(d) модификация PAD “а” при добавлении небольшой примеси когерентного излучения второй гармоник: (b) линейно поляризованного вдоль оси z ; (c) линейно поляризованного вдоль оси x ; (d) Циркулярно поляризованного в плоскости xy . (е) PAD при двухфотонной ионизации циркулярно поляризованным в плоскости xy излучением. (f)-(h) модификация PAD “е” при добавлении небольшой примеси когерентного излучения на второй гармонике: (f) циркулярно поляризованного той же спиральности в плоскости xy ; (g) циркулярно поляризованного противоположной спиральности в плоскости xy ; (h) линейно поляризованного вдоль оси z .

На рис. 3a,b представлены полученные результаты для максимальной асимметрии A совместно с фазой между гармониками $\phi = \alpha$, при которых она достигается. Заметно влияние резонансного возбуждения $4s$ дискретных состояний на величину асимметрии, что объясняется увеличением двухфотонного сечения в этой области. Отсутствие подобного увеличения для $3d$ состояний объясняется наличием минимума в сечениях ионизации с этих состояний при энергии фундаментальной гармоники ω , необходимой для их возбуждения. Наличие этих минимумов предсказывает ТВ в форме длины.

На рис. 3c,d представлена зависимость асимметрии “вперед-назад” $A_{\max}(0)$, то есть разницы между числом фотоэлектронов, вылетающих под углами 0° и 180° в области возбуждения $3s$ дискретных состояний, от числа оптических циклов N и относительной напряженности гармоник $\eta = E_{2\omega}/E_\omega$ при пиковой интенсивности импульса $I = 10^{12}$ Вт/см². Немонотонная зависимость $A_{\max}(0)$ от η объясняется необходимостью соблюдения условия сравнимости амплитуд однофотонной и двухфотонной ионизации для осуществления эффективной интерференции. Появление провала в центре резонанса для длинного импульса объясняется тем, что с увеличением длительности импульса сечение

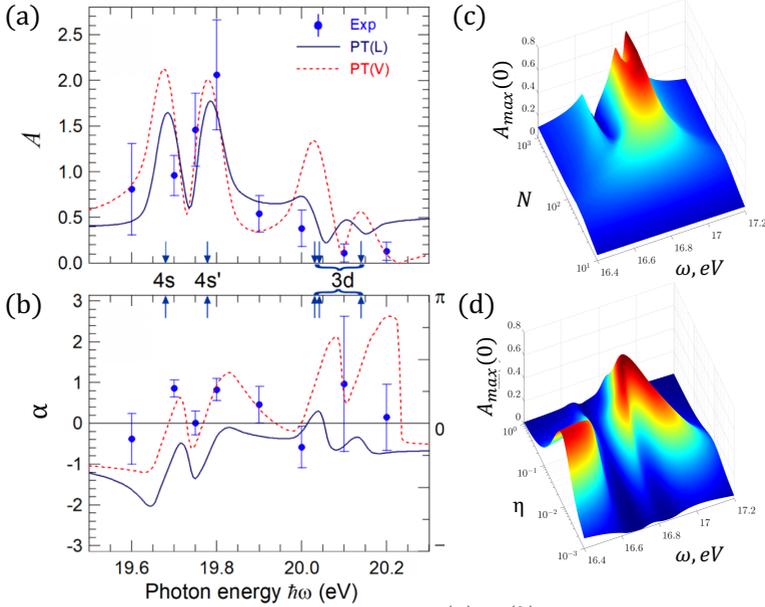


Рис. 3 — (a) Отношение амплитуд $A = A^{(n)}/A^{(h)}$ и (b) разности фаз $\alpha = \alpha^{(n)} - \alpha^{(h)}$ в зависимости от энергии фотона. Сплошные темно-синие и пунктирные красные линии соответствуют расчетам ПТ в формах длины (L) и скорости (V), а синие кружки представляют собой экспериментальные данные. (c), (d) Асимметрия $A_{\max}(0)$ как функция энергии основной гармоники ω и числа оптических циклов N при $\eta = 0.1$ и отношения относительных напряженностей η при $N = 500$, соответственно.

двухфотонной ионизации увеличивается быстрее, чем сечение однофотонной, и условие эффективной интерференции смещается в сторону больших η .

Схему “ $\omega+2\omega$ ” можно принять для задач аттосекундной метрологии. Так, в эксперименте [A3], также выполненном на ЛСЭ FERMI, была измерена разность фаз Δ между волновыми пакетами фотоэлектронов, возникающих в результате одно- и двухфотонной ионизации при энергиях ω , лежащих в нерезонансной области ниже и выше первого возбужденного состояния неона (рис. 4b–d).

В рамках ТВ можно показать, что разность фаз Δ зависит от угла вылета фотоэлектрона и выражается через параметры угловой анизотропии $\beta_{1,3}$ при соответствующих полиномах Лежандра $P_{1,3}(\cos\theta)$, входящих в формулу для углового распределения $W(\vartheta, \varphi) = \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{k=1, -1, -3} (1 + \beta_k P_k(\cos\theta))$:

$$\Delta = \arg[(\beta_1(\phi = 0) + i\beta_1(\phi = \pi/2))P_1(\cos\theta) + i(\beta_3(\phi = 0) + \beta_3(\phi = \pi/2))P_3(\cos\theta)],$$

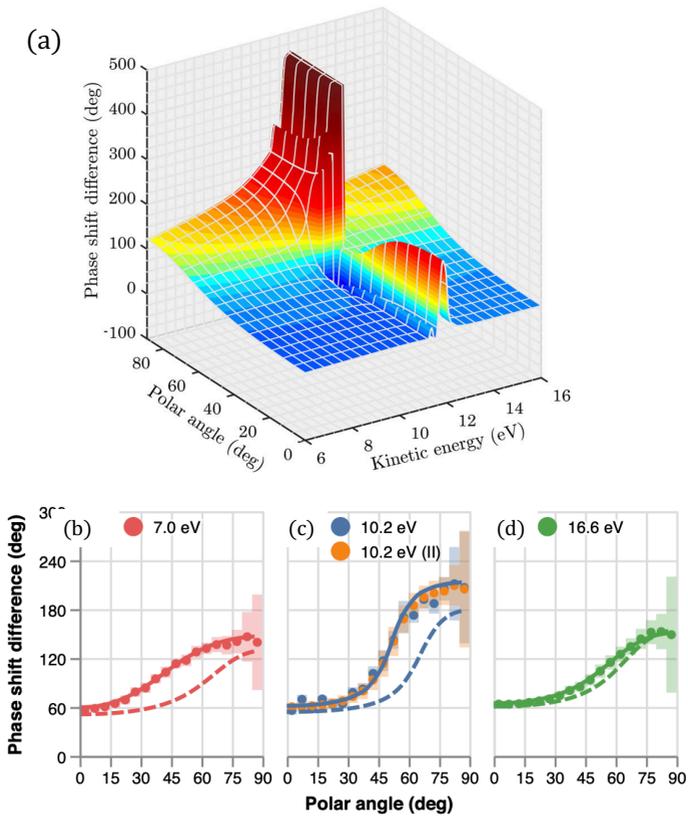


Рис. 4 — (a) Разности фазовых сдвигов Δ двухфотонной ионизации по сравнению с однофотонной ионизацией, рассчитанные по теории возмущений, в зависимости от полярного угла ϑ и кинетической энергии фотоэлектронов. (b)–(d) Извлеченные разности сдвига фаз в зависимости от полярных углов для четырех наборов данных и трех кинетических энергий фотоэлектронов: (c) 7.0 эВ; (d) 10,2 эВ; (e), 16,6 эВ. Кружки — экспериментальные результаты; заштрихованные области показывают их погрешности. Штриховые линии — теория возмущений; сплошные линии — TDSE.

и при энергии основной гармоники ω , близкой к энергии возбуждения $3s$ -состояния в неоне, испытывает резкие изменения, что говорит о доминировании переходов через это состояние (рис. 4a). В области резонанса Δ также сильно зависит и от угла вылета фотоэлектронов. Этот эксперимент показал, что ТВ может успешно описывать процесс “ $\omega + 2\omega$ ” не только вблизи резонансных переходов, но и в нерезонансной области, где доминируют переходы через континуум. Из

основного состояния неона эти переходы преимущественно происходят в конечную f -волну [16], являющуюся достаточно гладкой для возможности ее учета в рамках ТВ.

Один из недостатков схемы “ $\omega + 2\omega$ ” с полями линейной поляризации состоит в том, что невозможно выделить вклады одно- и двухфотонной ионизации. Соответственно, анализ экспериментальных результатов требует привлечения большого числа теоретических спектроскопических данных. Преодолеть эту проблему можно изменением геометрии полей, например, если использовать вместо линейно поляризованной основной гармоники циркулярно поляризованную [A10]. Тогда при ионизации s -оболочек атомов становится возможным определить как относительные амплитуды, так и фазы гармоник, пользуясь лишь знанием относительной фазы между парциальными волнами, и наоборот.

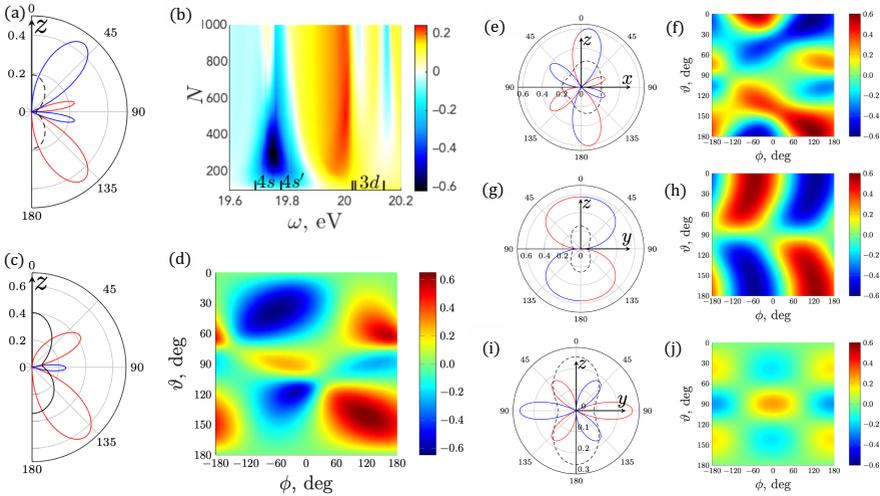


Рис. 5 — Результаты для энергии фотона ω , соответствующей резонансу $4s'$ (19.78 эВ), $I = 10^{12}$ Вт/см², $\eta = \sqrt{0.001}$ и $N = 500$, если не указано иное. Черная пунктирная линия показывает PAD (в произвольных единицах), сплошная красная (синяя) линия показывает положительные (отрицательные) значения спиновой поляризации. (a) $P_n(\vartheta)$; (b) Зависимость $P_n(\vartheta_m)$ от числа оптических циклов N ; (c,d) $P_n^{\parallel}(\vartheta)$ при $\phi = 120^\circ$; (e,f) $P_n^{\perp}(\vartheta)$ для электронов, испускаемых в плоскость zx при $\phi = 120^\circ$; (g,h) $P_{\tau}^{\perp}(\vartheta)$ для электронов, вылетевших в плоскости zy при $\phi = 120^\circ$; (i,j) $P_z^{\perp}(\vartheta)$ при $\phi = 0^\circ$ для электронов, вылетающих в плоскости zy при $\phi = 0^\circ$.

Исследовано влияние вклада второй гармоники на поляризацию спина фотоэлектронов [A2; A4; A6]. Фотоэлектроны приобретают поляризацию из-за спин-орбитального взаимодействия [47]. При ионизации линейно поляризованным полем поляризация может наблюдаться только в дифференциальном по углу

сигнале, так как в этом случае существует только компонента $P_n(\vartheta)$, перпендикулярная вектору поляризации e_ω и углу вылета электрона (рис. 5a), исчезающая при интегрировании по телесному углу вследствие наличия вращательной симметрии относительно e_ω . Зависимость $P_n(\vartheta)$ под магическим углом от числа оптических циклов для двухфотонной ионизации показана на рис. 5b. Максимумы ее величины соответствуют энергиям ω , находящимся между энергиями возбуждения дискретных состояний. Это связано с тем, что (A) в неоне основной вклад в формирование поляризации спина вносит спин-орбитальное расщепление промежуточных состояний, а расщепление состояний континуума не разрешается в современном эксперименте, и (B) степень поляризации есть отношение числа поляризованных фотоэлектронов к полному сечению, и оптимум достигается при не очень больших значениях знаменателя.

Добавление поляризованной в одном с ω направлении второй гармоники не приводит к появлению новых компонент в поляризации спина $P_n(\vartheta) \rightarrow P_n^{\parallel}(\vartheta)$, однако существенно влияет на ее величину, а изменение относительной фазы между гармониками ϕ может даже инвертировать направление ее вектора (рис. 5c,d). Если 2ω поляризована перпендикулярно, то новые компоненты $P_n(\vartheta) \rightarrow P_n^{\perp}(\vartheta)$ возникают (рис. 5e–j) естественным образом, так как появляется новое “разрешенное” направление, перпендикулярное углу вылета и вектору поляризации $e_{2\omega}$. Этим компоненты исчезают при интегрировании по полному телесному углу так же, как и все интерференционные эффекты в угловых распределениях $W(\vartheta, \varphi)$.

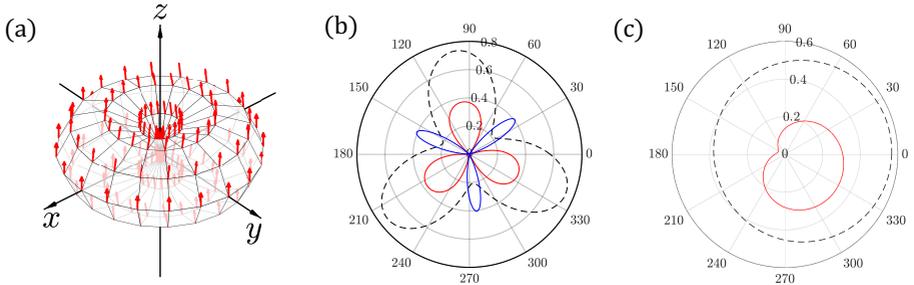


Рис. 6 — Результаты для энергии фотона ω , соответствующей резонансу $4s'$ (19.78 эВ), $I = 10^{12}$ Вт/см², $\eta = 0.1$ и $N = 500$: (a) PAD, направление и относительная величина спиновой поляризации фотоэлектронов при двухфотонной ионизации циркулярно поляризованным полем. (b,c) PAD и величина спиновой поляризации P_z в плоскости xy при ионизации циркулярно поляризованными гармониками противоположных и одинаковых спиральностей, соответственно. Черная пунктирная линия показывает PAD, сплошные линии — значения спиновой поляризации: красная для $P_z > 0$ и синяя — для $P_z < 0$.

Для полей циркулярной поляризации существует компонента $P_z = P_z(\vartheta, \varphi)$, сильная в двухфотонной ионизации и не пропадающая при интегрировании по телесному углу (см. рис 6а). Добавление гармоники 2ω такой же или противоположной спиральности преобразует $P_z(\vartheta, \varphi)$ так же, как и угловые распределения $W(\vartheta, \varphi)$ (см. рис 6b,c).

В разделе 2.2 было выполнено моделирование в традиционной постановке задачи аттосекундной метрологии — схемы RABBITT (см. рис. 7).

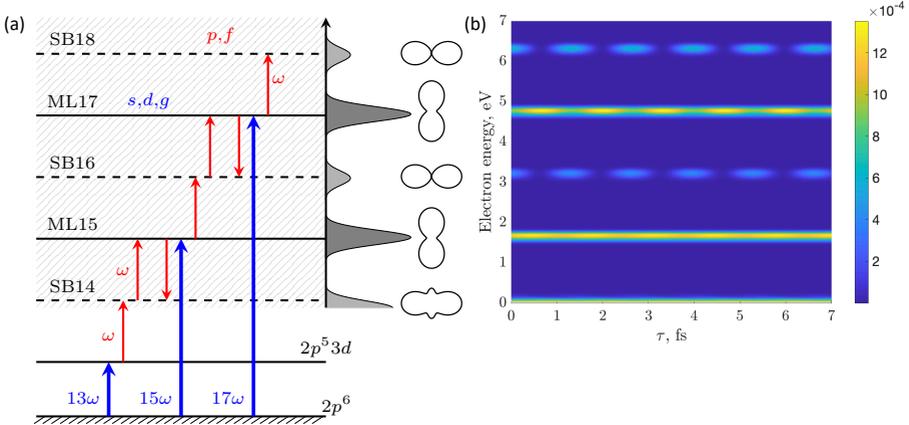


Рис. 7 — Схема ионизации неона в околопороговой RABBITT-спектроскопии. Длина волны инфракрасного фотона 800 нм. Справа схематично изображен вид интегрального спектра и угловых распределений в областях фотоэлектронного сигнала — основных (ML) и боковых (SB) линиях. (b) Стандартное представление экспериментальных данных: по горизонтальной оси отложено время задержки ИК-импульса, а по вертикальной — энергия фотоэлектрона. Цветом обозначена интенсивность линии.

Для нее было развито два подхода: основанный на нестационарной теории возмущений (ТВ) и на решении скоростных уравнений (PCY) [A6; A9]. Были рассчитаны спектры для нескольких интенсивностей инфракрасного поля, прослежена зависимость величины динамического штарковского сдвига (для $E_{ir} = 5 \cdot 10^{-3}$ а.е она оказалась равной 0.05 эВ, рис. 8а, в дальнейшем результаты PCY смещены на эту величину вправо для сравнения с ТВ). Для этой интенсивности получены как осцилляции интегральных по телесному углу спектров при изменении фазы инфракрасного поля $\phi_{ir} = 2\omega\tau$ относительно ВУФ-компонент (рис. 8с), так и угловые распределения фотоэлектронов (рис. 9).

Изучены вклады отдельных переходов в различные области спектров: предсказуемо, что интерференция первого и третьего порядков (сиреневая штрих-пунктирная линия в области основных линий) имеет тот же порядок малости, что и боковые линии, рис. 8b). Переходы между состояниями непрерывного спектра, происходящие с испусканием ИК-фотона (красная штрих-пунктирная

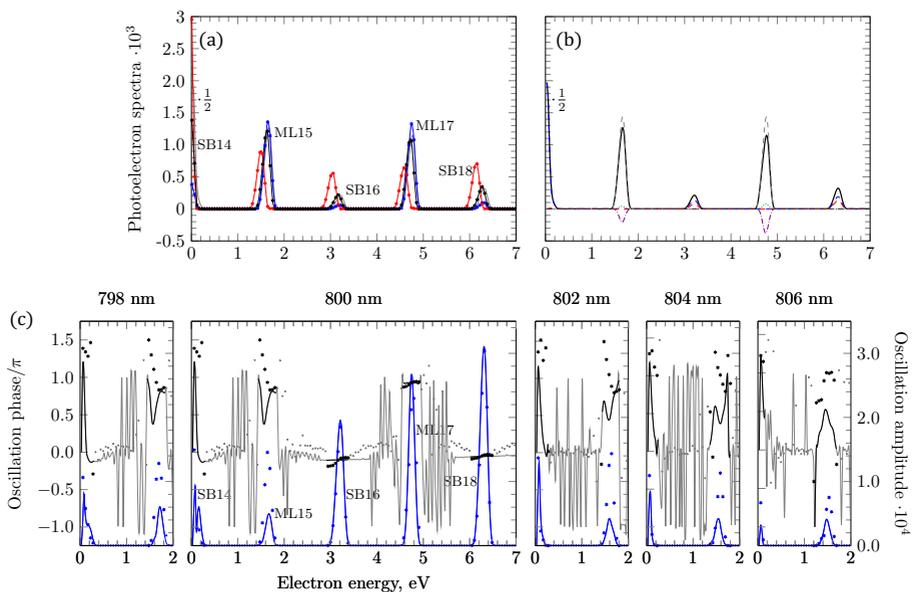


Рис. 8 — (а) Усредненный по фазе спектр фотоэлектронов при длине волны затравочного поля 800 нм, полученный РСУ для напряженности ИК-поля $E_{\text{ir}} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ а.е., $E_{\text{ir}} = 5 \cdot 10^{-3}$ а.е. и $E_{\text{ir}} = 10^{-2}$ а.е. — синяя, черная и красная линия, соответственно. Тонкая серая линия — результат ТВ для $E_{\text{ir}} = 5 \cdot 10^{-3}$ а.е.; (б) Усредненный по фазе ИК-поля спектр при 800 нм и $E_{\text{ir}} = 5 \cdot 10^{-3}$ а.е., полученный по теории возмущений. Жирная черная линия обозначает итоговый спектр; серая пунктирная — первый порядок ТВ; красная штрих-пунктирная — второй порядок ТВ, происходящий с испусканием ИК-фотона; синяя пунктирная — второй порядок ТВ с поглощением ИК-фотона; сиреневая штрих-пунктирная — вклад интерференции первого и третьего порядка; голубыми точками отмечен вклад от третьего порядка ТВ. (с) Величина осцилляций (синие линии и точки) и их фаза (черные линии и точки), рассчитанные по ТВ и РСУ для $E_{\text{ir}} = 5 \cdot 10^{-3}$ а.е. Для различных длин волн затравочного ИК-поля. Результаты ТВ представлены сплошными кривыми, результаты РСУ — точками.

линия) оказываются систематически ниже, чем переходы, происходящие с поглощением ИК-фотона (синяя штриховая линия). В связи с этим и величина боковых линий растет с ростом энергии.

Рассмотрены особенности формирования спектров близи порога, где существенно влияние переходов через дискретные состояния. Как интегральные спектры, так и амплитуда их осцилляций, за исключением ближайших к порогу линий, полученные двумя методами, совпадают, что дает основание считать, что разница в предсказаниях двух теорий является результатом эффектов высшего порядка.

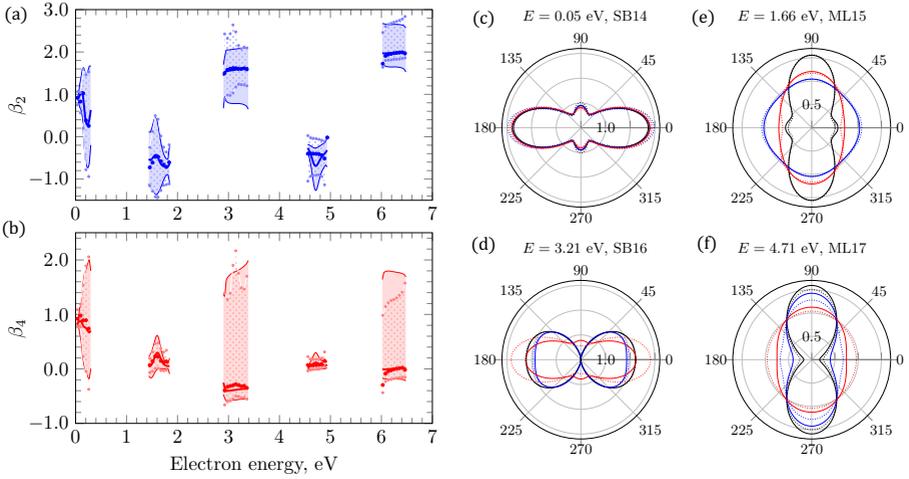


Рис. 9 — Усредненные по фазе инфракрасного поля параметр угловой анизотропии фотоэлектронов β_2 (а) и β_4 (б), полученные методом РСУ (точки) и по теории возмущений (линии); тонкие линии и светлые точки, ограничивающие заштрихованные области на панелях отмечают область изменения параметров в соответствующем методе; (б) Сечение углового распределения фотоэлектронов плоскостью, проходящей через ось симметрии, для трех фаз инфракрасного поля $\phi = 0$ — черная линия, $\phi = \pi/4$ — синяя, $\phi = \pi/2$ — красная; сплошные линии показывают результаты ТВ, пунктирные — РСУ. Угловые распределения являются безразмерными величинами, масштаб для SB (а и с) и для ML (б и д) отличается в два раза

Для угловых распределений $W(\vartheta, \varphi) = \frac{\sigma}{4\pi} \sum_{k=2,4} (1 + \beta_k P_k(\cos \theta))$ интегральные по задержке ИК импульса величины параметров угловой анизотропии $\beta_{2,4}$ совпадают, а их крайние значения — только для переходов вблизи порога. Совпадение объясняется тем, что в формировании первой боковой линии доминируют переходы в f -волну из возбужденных $3d$ -состояний неона, что делает параметры угловой анизотропии в этой области спектра более стабильными за счет эффективного уменьшения числа важных каналов. При более высоких энергиях наибольшие отличия наблюдаются только для боковых линий, так как крайние значения достигаются в минимуме вероятности фотоэмиссии, которая для боковых линий обращается в ноль, делая безразмерные параметры угловой анизотропии бессмысленными.

В **заключении** изложены выводы и перспективы исследований. Была создана теоретическая модель, описывающая многофотонную полихроматическую ионизацию на языке статистических тензоров в дипольном приближении. На основе этой модели исследовано два процесса — бихроматической ионизации полем двух частот “ $\omega + 2\omega$ ” и полихроматической ионизации полем нескольких частот “ $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ ”, — как частные случаи общей задачи.

Для них получены аналитические выражения для дифференциальной по направлению вылета и ориентации спина и интегральной вероятности фотоэмиссии. Разработано программное обеспечение на языке MATLAB, позволившее изучить поведение атомов в таких полях при большом наборе начальных параметров. Сформулирован критерий когерентного контроля $C(\vartheta, \varphi)$ над наблюдаемой величиной как величина ее модуляции при изменении фазы между гармониками. Для иллюстративных и практических расчетов были созданы спектроскопические модели атома неона методами MCHF и R -матрицы и атома гелия методами Хартри-Фока и устойчивой вариации. На основе исследования были сделаны следующие выводы:

1. Для процесса " $\omega + 2\omega$ " эффективность когерентного контроля над дифференциальными характеристиками фотоэлектронных спектров зависит от электромагнитного поля: энергий и относительных интенсивностей гармоник, а также длины импульса. Предельные ($C(\vartheta, \varphi) \rightarrow 1$) величины эффективности когерентного контроля достигаются для линейно и циркулярно поляризованных полей. Объяснен механизм появления поляризации спина фотоэлектронов.
2. Для процесса " $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ " показано, что влияние переходов через дискретные состояния на спектр и дифференциальные характеристики фотоэлектронов носит локальный характер при умеренных интенсивностях ИК-поля. Переходы через дискретные состояния проявляются в появлении доминирующих каналов, что приводит к уменьшению величины осцилляций интегральной вероятности и постоянной форме углового распределения в припороговой линии.

Благодаря разделению динамической и геометрической части, сформулированный в диссертации метод может быть применен к другим атомным и ионным мишеням. Представление наблюдаемых величин в терминах статистических тензоров углового момента позволяет применять метод и к поляризованным мишеням. Полученные в его рамках результаты позволяют планировать эксперименты по когерентному контролю в бихроматической " $\omega + 2\omega$ " ионизации, например, давать рекомендации по выбору поляризации излучения, диапазону интенсивностей и энергий фотонов, отбору мишени с нетривиальными свойствами и оптимальной постановке детекторов. Анализ результатов позволяет отфильтровать неудачные постановки экспериментов, в которых детекторы, аккумулирующие сигнал в определенном направлении, неприменимы.

Для процесса бихроматической ионизации " $\omega + 2\omega$ " дальнейшей перспективной развития может быть переход к системам без сферической симметрии, учет недипольных эффектов и эффектов закрученности света. Для процесса полихроматической ионизации в постановке RABBITT " $\omega + 13\omega + 15\omega + \dots$ " первоочередной задачей является применение метода к другим наборам поляризаций затравочных и высоких гармоник и анализу спиновой поляризации фотоэлектронов.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М. В. Ломоносова

- A1. Gryzlova E. V., **Popova M. M.**, Grum-Grzhimailo A. N., Staroselskaya E. I., Douguet N., Bartschat K. *Coherent control of the photoelectron angular distribution in ionization of neon by a circularly polarized bichromatic field in the resonance region* // Physical Review A — Atomic, Molecular, and Optical Physics. — 2019. — Vol. 100, issue 6. — P. 063417. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.063417>. — **JIF = 2.97 (WoS)**. Общий объем статьи = 1.25 п.л., личный вклад = 0.83 п.л.
- A2. Gryzlova E. V., **Popova M. M.**, Grum-Grzhimailo A. N. *Spin polarization of photoelectrons in bichromatic extreme-ultraviolet atomic ionization* // Physical Review A — Atomic, Molecular, and Optical Physics. — 2020. — Vol. 102, issue 5. — P. 053116. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.102.053116>. — **JIF = 2.97 (WoS)**. Общий объем статьи = 1.06 п.л., личный вклад = 0.64 п.л.
- A3. You D., Ueda K., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., **Popova M. M.**, Staroselskaya E. I., Tugs O., Orimo Y., Sato T., Ishikawa K. L., Carpeggiani P. A., Csizmadia T., Füle M., Sansone G., Maroju P. K., D'Elia A., Mazza T., Meyer M., Callegari C., Di Fraia M., Plekan O., Richter R., Giannessi L., Allaria E., De Ninno G., Trovò M., Badano L., Diviacco B., Gaio G., Gauthier D., Mirian N., Penco G., Ribi Ć P. R., Spampinati S., Spezzani C., Prince K. C. *New Method for Measuring Angle-Resolved Phases in Photoemission* // Physical Review X. — 2020. — Vol. 10, issue 3. — P. 031070. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.031070>. — **JIF = 14.42 (WoS)**. Общий объем статьи = 1.63 п.л., личный вклад = 0.68 п.л.
- A4. **Popova M. M.**, Gryzlova E. V., Kiselev M. D., Grum-Grzhimailo A. N. *Symmetry Violation in Bichromatic Ionization by a Free-Electron Laser: Photoelectron Angular Distribution and Spin Polarization* // Symmetry. — 2021. — Vol. 13, issue 6. — P. 1015. — URL: <https://doi.org/10.3390/sym13061015>. — **JIF = 2.94 (WoS)**. Общий объем статьи = 1.41 п.л., личный вклад = 1.13 п.л.
- A5. Gryzlova E. V., Carpeggiani P., **Popova M. M.**, Kiselev M. D., Douguet N., Reduzzi M., Negro M., Comby A., Ahmadi H., Wanie V., Castrovilli M. C., Fischer A., Eng-Johnsson P., Meyer M., Bartschat K., Burkov S. M., Csizmadia T., Dumergue M., Kühn S., Harshitha N. G., Fule M., Aeenehvand F., Stienkemeier F., Iablonskyi D., Ueda K., Finetti P., Zangrando M., Mahne N., Ishikawa K. L., Plekan O., Prince K. C., Allaria E., Giannessi L., Callegari C., Grum-Grzhimailo A. N., Sansone G. *Influence of an atomic resonance on the coherent control of the photoionization process* // Physical Review Research. —

2022. — Vol. 4, issue 3. — P. 033231. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.4.033231>. — JIF = 4.23 (WoS). Общий объем статьи = 1.13 п.л., личный вклад = 0.43 п.л.

- A6. **Попова М. М.**, Грызлова Е. В., Киселев М. Д., Грум-Гржимайло А. Н. *Ионизация атомов бихроматическим полем кратных $\omega + 2\omega$ частот произвольной поляризации* // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2022. — Т. 162, вып. 1. — С. 72—86. — URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/162/1/p72?a=list>. — IF = 0.79 (РИНЦ). Общий объем статьи = 1.75 п.л., личный вклад = 1.40 п.л.
- A7. **Popova M. M.**, Kiselev M. D., Burkov S. M., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N. *Spectroscopic Peculiarities at Ionization of Excited $2p^5(2PJ_f)3s[K]_{0,1,2}$ States of Ne: Cooper Minima and Autoionizing Resonances* // Atoms. — 2022. — Vol. 10, issue 4. — URL: <https://doi.org/10.3390/atoms10040102>. — JIF = 1.80 (WoS). Общий объем статьи = 1.13 п.л., личный вклад = 0.98 п.л.
- A8. **Попова М. М.**, Юдин С. Н., Грызлова Е. В., Киселев М. Д., Грум-Гржимайло А. Н. *Атмосекундная интерферометрия при участии дискретных состояний* // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2023. — Т. 163, вып. 3. — С. 297—308. — URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/163/3/p297?a=list>. — IF = 0.79 (РИНЦ). Общий объем статьи = 1.31 п.л., личный вклад = 1.08 п.л.
- A9. Юдин С. Н., **Попова М. М.**, Киселев М. Д., Бурков С. М., Грызлова Е. В., Грум-Гржимайло А. Н. *Атмосекундная интерферометрия атома неона: угловые распределения фотоэлектронов* // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2023. — Т. 78, вып. 3. — С. 2330401. — URL: <http://vmu.phys.msu.ru/abstract/2023/3/2330401/>. — IF = 0.52 (РИНЦ). Общий объем статьи = 0.63 п.л., личный вклад = 0.50 п.л.
- A10. **Popova M. M.**, Grum-Grzhimailo A. N., Gryzlova E. V. *On Phase and Amplitude Extraction in Bichromatic Ionization: A Proposal* // Photonics. — 2023. — Vol. 10, issue 10. — P. 1069. — URL: <https://doi.org/10.3390/photonics10101069>. — JIF = 2.54 (WoS). Общий объем статьи = 1.22 п.л., личный вклад = 0.98 п.л.

Публикации в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК РФ

- A11. Грызлова Е. В., **Попова М. М.** *Управление угловым распределением фотоэлектронов при ионизации неона циркулярно поляризованными основной и второй гармониками высокочастотного лазера* // Ученые записки физического факультета Московского Университета. — 2019. — Вып. 2. — С. 1920102. — URL: <http://uzmu.phys.msu.ru/abstract/2019/2/1920102/>. — IF = 0.06 (РИНЦ). Общий объем статьи = 0.43 п.л., личный вклад = 0.38 п.л.

Публикации в сборниках трудов конференций и тезисы докладов

- A12. Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Popova M. M., Staroselskaya E. I., Douguet N., Bartschat K. *Correlation and polarization phenomena in bichromatic atomic ionization and their coherent control* // Programme and Book of abstract of International Conference on Many Particle Spectroscopy of atoms, molecules, clusters and surfaces. — Budapest, Hungary, 2018. — P. 83—83.
- A13. Грызлова Е. В., Попова М. М. *Управление угловым распределением фотоэлектронов при ионизации неона циркулярно поляризованными основной и второй гармониками высокочастотного лазера* // Труды XIX Межвузовской научной школы молодых специалистов “Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине” (Москва, Россия, 26–27 ноября 2018). — КДУ, “Университетская книга”, Москва, 2018. — С. 7—10.
- A14. You D., Ueda K., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Popova M. M., Staroselskaya E. I., Tugs O., Orimo Y., Sato T., Ishikawa K. L., Carpegiani P. A., Csizmadia T., Füle M., Harshitha N. G., Sansone G., Maroju P. K., Meyer M., Mazza T., D’Elia A., Callegari C., Fraia M. D., Plekan O., Giannesi L., Allaria E. M., De Ninno G., Trovò M., Badano L., Diviacco B., Gauthier D., Mirian N. S., Penco G. M., Rebernik P. R., Spampinati S., Spezzani C., Gaio G., Prince K. C. *Attosecond-precision coherent control experiment at FERMI* // 20th International Symposium on Correlation, Polarization and Ionization in Atomic and Molecular Collisions (COPIAMC). — CNRS-Université de Lorraine Metz, France, 2019. — P. 32—32.
- A15. Grum-Grzhimailo A. N., Gryzlova E. V., Popova M. M., Staroselskaya E. I. *Elementary processes in atoms and ions in the field of x-ray free electron lasers* // 17th International Workshop “Complex Systems of Charged Particles and Their Interactions with Electromagnetic Radiation”, Book of Abstracts. — Типография Онлайн Копи г.Москва, 2019. — P. 74.
- A16. Gryzlova E. V., Popova M. M., Grum-Grzhimailo A. N. *Nonlinear Emphasizing of Electron Spin Polarization Caused by Two-pathway Interference in VUV Photoionization* // ABSTRACTS BOOKLET and Summary of The 5th International Symposium on Intense Short Wavelength Processes in Atoms and Molecules (ISWAMP). — Paris, France, 2019. — IT-12—IT-12.
- A17. Popova M. M., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N. *On a possibility to observe and control spin polarization of photoelectrons produced by bi-chromatic coherent XUV radiation* // 20th International Symposium on Correlation, Polarization and Ionization in Atomic and Molecular Collisions (COPIAMC). — CNRS-Université de Lorraine Metz, France, 2019. — P. 54—54.

- A18. Gryzlova E. V., Popova M. M., Grum-Grzhimailo A. N. *Photoelectron spin polarization in bichromatic-field ionization of atoms* // 20th International Symposium on Correlation, Polarization and Ionization in Atomic and Molecular Collisions (COPIAMC). — CNRS-Université de Lorraine Metz, France, 2019. — P. 18—18.
- A19. Grum-Grzhimailo A. N., Gryzlova E. V., Popova M. M. *Polarization phenomena in bichromatic ionization of Ne and Ar induced by circularly polarized VUV femtosecond pulses* // Book of Abstracts “XXXI International Conference On Photonic, Electronic, And Atomic Collisions”, 23-30.07.2019. — Deauville, France, 2019. — P. 96—96.
- A20. Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Popova M. M., Staroselskaya E. I., Douguet N., Bartschat K. *Symmetry breaking atomic ionization by coherent circularly polarized bichromatic radiation* // 13th European Conference on Atoms, Molecules, and Photons Abstract Book. — Florence, 2019. — P. 314.
- A21. Грызлова Е. В., Попова М. М. *Когерентный контроль над угловым распределением электронов при ионизации неона бихроматическим циркулярно поляризованным лазерным излучением* // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2019” / под ред. И. А. Алешковский, А. В. л. Андриянов, Е. А. Антипов. — Москва : Москва, 2019. — С. 95—97.
- A22. Grum-Grzhimailo A. N., Gryzlova E. V., Popova M. M. *Polarization phenomena in bichromatic ionization of Ne and Ar induced by circularly polarized VUV femtosecond pulses* // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1412, issue 11. — P. 112004.
- A23. Попова М. М., Грызлова Е. В., Киселев М. Д. *Моделирование угловых распределений электронов при ионизации атомов бихроматическим линейно поляризованным лазерным излучением с одновременным возбуждением дискретных и автоионизационных состояний* // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2020”. Т. 2 / под ред. И. А. Алешковский, А. В. Андриянов, Е. А. Антипов. — Москва : Москва, 2020. — С. 45.
- A24. Грызлова Е. В., Попова М. М., Киселев М. Д., Грум-Гржимайло А. Н. *Управление угловыми распределениями электронной эмиссии в бихроматической ионизации атомов в область структурированного непрерывного спектра* // Научная конференция “Ломоносовские Чтения”. Секция физики. Октябрь 2020. Сборник тезисов докладов / Под ред. Н.Н. Сысоева. — М., Физический факультет МГУ, 2020 г. 252 с. — Москва : Москва, 2020. — С. 247—251.

- A25. Moioli M., Hamilton K. R., Ahmadi H., Ertel D., Schmoll M., Popova M. M., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Kiselev M. D., Atri-Schuller D., Menning G. P., Bartschat K., Schröter C. D., Moshhammer R., Pfeifer T., Sansone G. *Attosecond electron dynamics near the ionization threshold in Ne* // Book of abstracts of 32nd International Conference on Photonic, Electronic and Atomic Collisions (VICPEAC2021). — 2021. — P. 391—391.
- A26. Грызлова Е. В., Попова М. М., Киселев М. Д., Юдин С. Н., Грум-Гржимайло А. Н. *Исследование эволюции состояния квантовых систем в поле синхротронного излучения методами численного моделирования* // Сборник тезисов докладов ххii межвузовской молодежной научной школы-конференции имени Б. С. Ишханова “Концентрированные потоки энергии в космической технике электронике, экологии и медицине” 22–23 ноября 2021 г. — 2021. — С. 140—141.
- A27. Попова М. М., Грызлова Е. В., Киселев М. Д. *Поляризация спина электронов при ионизации легких атомов инертных газов линейно поляризованным бихроматическом полем* // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2021”. Т. 1 / под ред. И. А. Алешковский, А. В. Андриянов, Е. А. Антипов, Е. И. Зимакова. — Москва : Москва, 2021. — С. 39.
- A28. Hamilton K. R., Bartschat K., Moioli M., Ahmadi H., Busto D., Ertel D., Makos I., Schmoll M., Popova M. M., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Kiselev M. D., Yudin S. N., Schröter C. D., Moshhammer R., Pfeifer T., Sansone G. *Observing attosecond dynamics near the ionization threshold in Ne* // International Conference on Many Particle Spectroscopy of Atoms, Molecules, Clusters and Surfaces June 15-17, 2022, Turku, Finland, Book of Abstracts. — 2022. — P. 13—13.
- A29. Попова М. М., Юдин С. Н., Грызлова Е. В., Киселев М. Д., Грум-Гржимайло А. Н. *О двух подходах к описанию RABBIT-спектроскопии* // Сборник тезисов докладов научной конференции «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2023». Секция физики. — 2023. — С. 14—17.
- A30. Грызлова Е. В., Попова М. М., Юдин С. Н., Киселев М. Д., Грум-Гржимайло А. Н. *RABBIT-спектроскопия при участии дискретных состояний: фотоэлектронные спектры и угловые распределения* // Сборник научных трудов IX Международной конференции «Лазерные, плазменные исследования и технологии» ЛаПлаз-2023. — 2023. — С. 78.
- A31. Popova M. M., Yudin S. N., Gryzlova E. V., Kiselev M. D., Grum-Grzhimailo A. N. *Approbation of the rate equations method for studying the rabbit spectroscopy* // Book of abstracts of 19th International Workshop Complex Systems of Charged Particles and Their Interactions with Electromagnetic Radiation. — 2023. — P. 81.

Список литературы

1. Allaria E., Appio R., Badano L., Barletta *et al* W. A. *Highly coherent and stable pulses from the FERMI seeded free-electron laser in the extreme ultraviolet* // Nature Photonics. — 2012. — Vol. 6. — P. 699. — URL: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2012.233>.
2. Lewenstein M., Balcou P., Ivanov M. Y., L’Huillier A., Corkum P. B. *Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields* // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 49, issue 3. — P. 2117–2132. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.49.2117>.
3. Стрелков В. В., Платоненко В. Т., Стержантов А. Ф., Рябкин М. Ю. *Аттосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение. Генерация высоких гармоник интенсивного лазерного излучения для получения аттосекундных импульсов* // УФН. — 2016. — Т. 186, вып. 5. — С. 449–470. — URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2015.12.037670>.
4. Paul P. M., Toma E. S., Breger P., Mullot G., Augé F., Balcou P., Muller H. G., Agostini P. *Observation of a Train of Attosecond Pulses from High Harmonic Generation* // Science. — 2001. — Vol. 292, issue 5522. — P. 1689–1692. — URL: <https://doi.org/10.1126/science.1059413>.
5. Mairesse Y., Bohan A. de, Frasinski L. J., Merdji H., Dinu L. C., Monchicourt P., Breger P., Kovačev M., Taïeb R., Carré B., Muller H. G., Agostini P., Salières P. *Attosecond Synchronization of High-Harmonic Soft X-rays* // Science. — 2003. — Vol. 302, issue 5650. — P. 1540–1543. — URL: <https://doi.org/10.1126/science.1090277>.
6. Klünder K., Dahlström J. M., Gisselbrecht M., Fordell T., Swoboda M., Guénot D., Johnsson P., Caillat J., Mauritsson J., Maquet A., Taïeb R., L’Huillier A. *Probing Single-Photon Ionization on the Attosecond Time Scale* // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106, issue 14. — P. 143002. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.143002>.
7. Ranitovic P., Hogle C. W., Rivière P., Palacios A., Tong X.-M., Toshima N., González-Castrillo A., Martín L., Martín F., Murnane M. M., Kapteyn H. *Attosecond vacuum UV coherent control of molecular dynamics* // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2014. — Vol. 111, issue 3. — P. 912–917. — URL: <https://doi.org/10.1073/pnas.1321999111>.
8. Cattaneo L., Vos J., Lucchini M., Gallmann L., Cirelli C., Keller U. *Comparison of attosecond streaking and RABBITT* // Opt. Express. — 2016. — Vol. 24, issue 25. — P. 29060–29076. — URL: <https://doi.org/10.1364/OE.24.029060>.
9. Prince K. C., Allaria E., Callegari C., Cucini *et al* R. *Coherent control with a short-wavelength free-electron laser* // Nature Photonics. — 2016. — Vol. 10. — P. 176. — URL: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.13>.

10. Vos J., Cattaneo L., Patchkovskii S., Zimmermann T., Cirelli C., Lucchini M., Kheifets A., Landsman A. S., Keller U. *Orientation-dependent stereo Wigner time delay and electron localization in a small molecule* // Science. — 2018. — Vol. 360, issue 6395. — P. 1326—1330. — URL: <https://doi.org/10.1126/science.aao4731>.
11. Di Fraia M., Plekan O., Callegari C., Prince K. C., Giannessi L., Allaria E., Badano L., De Ninno G., Trovò M., Diviacco B., Gauthier D., Mirian N., Penco G., Ribi ě P. R., Spampinati S., Spezzani C., Gaio G., Orimo Y., Tugs O., Sato T., Ishikawa K. L., Carpeggiani P. A., Csizmadia T., Füle M., Sansone G., Kumar Maroju P., D'Elia A., Mazza T., Meyer M., Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., You D., Ueda K. *Complete Characterization of Phase and Amplitude of Bichromatic Extreme Ultraviolet Light* // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 123, issue 21. — P. 213904. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.213904>.
12. Ossiander M., Riemensberger J., Neppel S., Mittermair M., Schaffer M., Duensing A., Wagner M. S., Heider R., Wurzer M., Gerl M., al et. *Absolute timing of the photoelectric effect* // Nature. — 2018. — Vol. 561. — P. 374. — URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0503-6>.
13. Maroju P. K., Grazioli C., Di Fraia M., Muioli M., Ertel D., Ahmadi H., Plekan O., Finetti P., Allaria E., Giannessi L. *Attosecond pulse shaping using a seeded free-electron laser* // Nature. — 2020. — Vol. 578, issue 7795. — P. 386—391. — URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2005-6>.
14. Stevens M. J., Smirl A. L., Bhat R. D. R., Najmaie A., Sipe J. E., Driel H. M. van. *Quantum Interference Control of Ballistic Pure Spin Currents in Semiconductors* // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 90, issue 13. — P. 136603. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.136603>.
15. Zewail A. H. *Femtochemistry: Atomic-scale dynamics of the chemical bond* // The Journal of Physical Chemistry A. — 2000. — Vol. 104, issue 24. — P. 5660—5694. — URL: <https://doi.org/10.1021/jp001460h>.
16. Gryzlova E. V., Grum-Grzhimailo A. N., Staroselskaya E. I., Douguet N., Bartschat K. *Quantum coherent control of the photoelectron angular distribution in bichromatic-field ionization of atomic neon* // Phys. Rev. A. — 2018. — Vol. 97, issue 1. — P. 013420. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.013420>.
17. Goetz R. E., Koch C. P., Greenman L. *Perfect control of photoelectron anisotropy for randomly oriented ensembles of molecules by XUV REMPI and polarization shaping* // The Journal of Chemical Physics. — 2019. — Vol. 151, issue 7. — P. 074106. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.5111362>.
18. Chen C., Yin Y.-Y., Elliott D. S. *Interference between optical transitions* // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64, issue 5. — P. 507—510. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.507>.

19. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я., Чудинов А. Н., Шульгинов А. А. *Теория и наблюдение полярной асимметрии фотоионизации в поле с $E^3 \neq 0$* // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1990. — Т. 98, № 6. — С. 1857. — URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/98/6/p1857?a=list>.
20. Callegari C., Grum-Grzhimailo A. N., Ishikawa K. L., Prince K. C., Sansone G., Ueda K. *Atomic, molecular and optical physics applications of longitudinally coherent and narrow bandwidth Free-Electron Lasers* // Physics Reports. — 2021. — Vol. 904. — P. 1–59. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.12.002>.
21. Wang Y., Greene C. H. *Resonant control of photoelectron directionality by interfering one- and two-photon pathways* // Phys. Rev. A. — 2021. — Vol. 103, issue 5. — P. 053118. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.053118>.
22. Hofbrucker J., Böning B., Volotka A. V., Fritzsche S. *Elliptical dichroism in bi-harmonic ionization of atoms* // Phys. Rev. A. — 2021. — Vol. 104, issue 1. — P. 013102. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.104.013102>.
23. Cao C., Li M., Liang J., Yan J., Guo K., Li Z., Liu Y., Zhou Y., Lu P. *Angular distribution of near-threshold photoelectrons from resonance-enhanced multi-photon ionization of argon* // Phys. Rev. A. — 2022. — Vol. 106, issue 3. — P. 033112. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.106.033112>.
24. Bello R. Y., Borràs V. J., González-Vázquez J., Martín F. *Electronic coherences in argon through interfering one- and two-photon ionization processes in the vicinity of Feshbach resonances* // Phys. Rev. Res. — 2022. — Vol. 4, issue 4. — P. 043028. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.4.043028>.
25. Mayer N., Patchkovskii S., Morales F., Ivanov M., Smirnova O. *Imprinting Chirality on Atoms Using Synthetic Chiral Light Fields* // Phys. Rev. Lett. — 2022. — Vol. 129, issue 24. — P. 243201. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.129.243201>.
26. Vénier V., Taièb R., Maquet A. *Phase dependence of $(N+1)$ -color $(N>1)$ ir-uv photoionization of atoms with higher harmonics* // Phys. Rev. A. — 1996. — Vol. 54, issue 1. — P. 721–728. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.721>.
27. Benda J., Mařin Z., Gorfinkiel J. D. *Analysis of RABITT time delays using the stationary multiphoton molecular R-matrix approach* // Phys. Rev. A. — 2022. — Vol. 105, issue 5. — P. 053101. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.105.053101>.
28. Lindroth E., Dahlström J. M. *Attosecond delays in laser-assisted photodetachment from closed-shell negative ions* // Phys. Rev. A. — 2017. — Vol. 96, issue 1. — P. 013420. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.013420>.

29. Vinbladh J., Dahlström J. M., Lindroth E. *Many-body calculations of two-photon, two-color matrix elements for attosecond delays* // Phys. Rev. A. — 2019. — Vol. 100, issue 4. — P. 043424. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.043424>.
30. Harth A., Douguet N., Bartschat K., Moshhammer R., Pfeifer T. *Extracting phase information on continuum-continuum couplings* // Phys. Rev. A. — 2019. — Vol. 99, issue 2. — P. 023410. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.023410>.
31. Kheifets A. S., Bray A. W. *RABBITT phase transition across the ionization threshold* // Phys. Rev. A. — 2021. — Vol. 103, issue 1. — P. L011101. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.L011101>.
32. Bharti D., Atri-Schuller D., Menning G., Hamilton K. R., Moshhammer R., Pfeifer T., Douguet N., Bartschat K., Harth A. *Decomposition of the transition phase in multi-sideband schemes for reconstruction of attosecond beating by interference of two-photon transitions* // Phys. Rev. A. — 2021. — Vol. 103, issue 2. — P. 022834. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.022834>.
33. Kheifets A. *Revealing the Target Electronic Structure with Under-Threshold RABBITT* // Atoms. — 2021. — Vol. 9, issue 3. — URL: <https://doi.org/10.3390/atoms9030066>.
34. Dahlström J. M., L'Huillier A., Mauritsson J. *Quantum mechanical approach to probing the birth of attosecond pulses using a two-colour field* // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2011. — Vol. 44, issue 9. — P. 095602. — URL: <https://doi.org/10.1088/0953-4075/44/9/095602>.
35. Schneider B. I., Hamilton K. R., Bartschat K. *Generalizations of the R-Matrix Method to the Treatment of the Interaction of Short-Pulse Electromagnetic Radiation with Atoms* // Atoms. — 2022. — Vol. 10, issue 1. — URL: <https://doi.org/10.3390/atoms10010026>.
36. Варшалович Д. А., Херсонский В. К., Орленко Е. В., Москалев А. Н. *Квантовая теория углового момента и ее приложения*. Т. 1. — Москва, 2017.
37. Balashov V. V., Grum-Grzhimailo A. N., Kabachnik N. M. *Polarization and Correlation Phenomena in Atomic Collisions: A Practical Theory Course*. — New York : Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2000. — 250 p.
38. Froese Fischer C., Brage T., Jönsson P. *Computational Atomic Structure. An MCHF Approach*. — Bristol, Institute of Physics Publishing, 1997.
39. Zatsarinny O. *BSR: B-spline atomic R-matrix codes* // Computer Physics Communications. — 2006. — Vol. 174, issue 4. — P. 273–356. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2005.10.006>.

40. A. Kramida, Yu. Ralchenko, J. Reader, and NIST ASD Team. — 2022. — NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.10), [Online]. Available: <https://physics.nist.gov/asd> [2023, February 14]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
41. Salvat F., Fernández-Varea J. M. *radial: A Fortran subroutine package for the solution of the radial Schrödinger and Dirac wave equations* // Computer Physics Communications. — 2019. — Vol. 240. — P. 165—177. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2019.02.011>.
42. Reiss H. R. *The tunnelling model of laser-induced ionization and its failure at low frequencies* // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2014. — Vol. 47, issue 20. — P. 204006. — URL: <https://doi.org/10.1088/0953-4075/47/20/204006>.
43. Келдыш Л. В. *Ионизация в поле сильной электромагнитной волны* // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1964. — Т. 47, № 5. — С. 1945—1958. — URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/r/47/5/p1945?a=list>.
44. Gao B., Starace A. F. *Variational Calculation of Multiphoton Ionization Processes for the H Atom* // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Vol. 61, issue 4. — P. 404—407. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.404>.
45. Рябикин М. Ю., Емелин М. Ю., Стрелков В. В. *Амтосекундные электромагнитные импульсы: генерация, измерение и применение. Амтосекундная метрология и спектроскопия* // УФН. — 2023. — Т. 193, вып. 5. — С. 382—405. — URL: <https://ufn.ru/ru/articles/2023/4/b/>.
46. Mercouris T., Komninos Y., Dionissopoulou S., Nicolaidis C. A. *Computation of strong-field multiphoton processes in polyelectronic atoms: State-specific method and applications to H and Li⁻* // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 50, issue 5. — P. 4109—4121. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.50.4109>.
47. Cherepkov N. A. *Spin polarisation of photoelectrons ejected from unpolarised atoms* // Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics. — 1979. — Vol. 12, issue 8. — P. 1279—1296. — URL: <https://doi.org/10.1088/0022-3700/12/8/005>.