

Заключение диссертационного совета МГУ.011.3
по диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Решение диссертационного совета от «28» июня 2023 г. Протокол №2
О присуждении Дорофеевой Александре Владимировне, гражданке Российской
Федерации, ученой степени кандидата физико-математических наук

Диссертация «Оценки скорости сходимости в центральной предельной теореме и ее обобщениях при ослабленных моментных условиях» по специальности 1.1.4 – «Теория вероятностей и математическая статистика» принята к защите диссертационным советом 19 мая 2023 г., протокол №1.

Соискатель **Дорофеева Александра Владимировна**, 1991 года рождения, в 2015 году с отличием окончила специалитет факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и получила диплом по специальности «Прикладная математика и информатика». В 2019 году окончила очную аспирантуру того же факультета по направлению 01.06.01 – «Математика и механика» и получила квалификацию «Преподаватель-исследователь». В период обучения в аспирантуре Дорофеева Александра Владимировна сдала все экзамены кандидатского минимума.

В настоящее время Дорофеева Александра Владимировна работает в ООО «КОМБИТСТАР» в должности Руководитель направления. Также с 27.03.2023 г. и по настоящее время соискатель работает по совместительству на кафедре математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова в должности Математик.

Диссертация выполнена на кафедре математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель – Королев Виктор Юрьевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова».

Официальные оппоненты:

- **Булинский Александр Вадимович**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теории вероятностей механико-математического факультета ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»;
- **Сипин Александр Степанович**, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет»;
- **Коссова Елена Владимировна**, кандидат физико-математических наук, доцент факультета экономических наук департамента прикладной экономики ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».

Все оппоненты дали положительные отзывы на диссертацию.

Соискатель имеет 9 опубликованных работ по теме диссертации, из них 5 статей (одна из которых имеет версии на двух языках) опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.4 – «Теория вероятностей и математическая статистика».

Основные публикации по теме диссертации:

1. Korolev V., Dorofeeva A. Bounds of the accuracy of the normal approximation to the distributions of random sums under relaxed moment conditions // Lithuanian Mathematical Journal. — 2017. — Vol. 57. — № 1. — P. 38–58 / 1.31 п. л. (Scopus, Web of Science, IF WoS = 0.78).

В.Ю. Королеву принадлежит постановка задач и общий подход к их решению. Все остальные результаты и численные расчеты принадлежат А.В. Дорофеевой.

2. Королев В.Ю., Дорофеева А.В. Оценки функций концентрации случайных сумм при ослабленных моментных условиях // Теория вероятностей и ее применения. — Москва. — 2017. — Т. 62. — № 1. — С. 104–121 / 1.13 п. л. (RSCI, ВАК, РИНЦ, IF РИНЦ = 0.210).

Версия на английском языке: Korolev V., Dorofeeva A. Bounds for the concentration functions of random sums under relaxed moment conditions // Theory of Probability and its Applications. — 2018. — Vol. 62. — № 1. — P. 84–97 / 0.88 п. л. (Scopus, Web of Science, IF WoS = 0.56).

В.Ю. Королеву принадлежит постановка задач и общий подход к их решению. Все остальные результаты принадлежат А.В. Дорофеевой.

3. Королев В.Ю., Дорофеева А.В. О неравномерных оценках точности нормальной аппроксимации для распределений некоторых случайных сумм при ослабленных моментных условиях // Информатика и ее применения, издательство ИПИ РАН. — Москва. — 2018. — Т. 12. — № 4. — С. 86–91 / 0.38 п. л. (Scopus, RSCI, ВАК, РИНЦ, IF Scopus = 0.604).

В.Ю. Королеву принадлежит постановка задач и общий подход к их решению. Все остальные результаты и численные расчеты принадлежат А.В. Дорофеевой.

4. Королев В.Ю., Дорофеева А.В. О точности нормальной аппроксимации при отсутствии нормальной сходимости // Информатика и ее применения, издательство ИПИ РАН. — Москва. — 2021. — Т. 15. — № 1. — С. 116–121 / 0.38 п. л. (Scopus, RSCI, ВАК, РИНЦ, IF Scopus = 0.604).

В.Ю. Королеву принадлежит постановка задач и общий подход к их решению. Все остальные результаты и численные расчеты принадлежат А.В. Дорофеевой.

5. Dorofeeva A., Korolev V., Zeifman A. Bounds for the accuracy of invalid normal approximation // Colloquium Mathematicum. — 2022. — Vol. 169. — P. 243–253 / 0.69 п. л. (Scopus, Web of Science, IF WoS = 0.633).

В.Ю. Королеву принадлежит постановка задач и общий подход к их решению. А.И. Зейфману принадлежит идея рассмотрения функций распределения, принадлежащих области притяжения устойчивого закона с характеристическим показателем $\alpha \in (0, 2)$. Все остальные результаты доказаны А.В. Дорофеевой.

На автореферат поступил один дополнительный положительный отзыв.

Выбор официальных оппонентов обосновывался компетентностью в соответствующей отрасли науки, наличием публикаций в соответствующей сфере исследования.

Диссертационный совет отмечает, что представленная диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой, на основании выполненных автором исследований, получены следующие результаты:

Первая глава посвящена уточнению равномерных оценок скорости сходимости в предельных теоремах для сумм независимых случайных величин при ослабленных моментных условиях. Первыми рассматриваются оценки точности нормальной аппроксимации. Сначала излагаются вспомогательные утверждения, необходимые для

доказательства основных результатов. Затем приводятся основные результаты для неслучайных сумм независимых случайных величин и рассматриваются частные случаи: независимые одинаково распределенные случайные величины, независимые симметричные случайные величины, независимые симметричные одинаково распределенные случайные величины. Оценки констант для каждого случая представляются в явном виде. Далее описываются равномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для пуассон-биномиальных, биномиальных и пуассоновских случайных сумм. Затем излагаются равномерные оценки скорости сходимости распределений смешанных пуассоновских случайных сумм к соответствующим предельным законам. Рассматривается как общий случай, так и случаи геометрических, отрицательных биномиальных и зихелевых случайных сумм.

Вторая глава посвящена неравномерным оценкам скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. В начале главы так же представлены вспомогательные утверждения, а затем приводятся основные результаты. Верхняя оценка константы выписана в явном виде. Также в данной главе описаны неравномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для биномиальных и пуассоновских случайных сумм.

В третьей главе представлены оценки точности аппроксимации функций концентрации сумм независимых случайных величин при ослабленных моментных условиях. Сначала рассматриваются оценки отклонений функций концентрации сумм независимых случайных величин от функции распределения полунармального закона. Далее представлены оценки точности аппроксимации функций концентрации пуассон-биномиальных, биномиальных и пуассоновских случайных сумм от функции распределения полунармального закона. Затем рассматриваются оценки точности аппроксимации функций концентрации смешанных пуассоновских случайных сумм соответствующими предельными законами. Рассмотрен не только общий случай, но и случаи геометрических, отрицательных биномиальных и зихелевых случайных сумм.

В четвертой главе рассмотрены оценки точности нормальной аппроксимации в случае, когда данная аппроксимация, вообще говоря, не применима. Традиционно основные результаты представлены после необходимых для их доказательства вспомогательных

утверждений. Сначала рассматривается общий случай, а затем случай независимых одинаково распределенных случайных величин.

Диссертация представляет собой самостоятельное законченное исследование, обладающее внутренним единством. Положения, выносимые на защиту, содержат новые научные результаты и свидетельствуют о личном вкладе автора в науку:

1. Уточнены равномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ для сумм независимых случайных величин при ослабленных моментных условиях. Показано, что данные оценки справедливы с константами: $C \leq 1.8627$ в общем случае; $C \leq 1.8546$ в случае независимых одинаково распределенных случайных величин; $C \leq 1.5769$ в случае независимых симметричных случайных величин; $C \leq 1.5645$ в случае независимых симметричных одинаково распределенных случайных величин.
2. Получены равномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для некоторых случайных сумм: пуассон-биномиальных, биномиальных и пуассоновских случайных сумм.
3. Получены равномерные оценки скорости сходимости распределений смешанных пуассоновских случайных сумм к соответствующим предельным законам при ослабленных моментных условиях: общий случай, случай сходимости распределений геометрических случайных сумм к распределению Лапласа, случай сходимости распределений отрицательных биномиальных случайных сумм к дисперсионному гамма-распределению, случай сходимости распределений зихлевых случайных сумм к распределению Стьюдента.
4. Уточнены неравномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. Показано, что константы в данных оценках не превосходят 37.9.
5. Получены неравномерные оценки скорости сходимости в ЦПТ при ослабленных моментных условиях для некоторых случайных сумм: биномиальных и пуассоновских случайных сумм.
6. Получены равномерные оценки точности аппроксимации функций концентрации сумм независимых случайных величин функцией распределения полунармального закона при ослабленных моментных условиях.

7. Получены равномерные оценки точности аппроксимации функций концентрации некоторых случайных сумм функцией распределения полуnormalного закона при ослабленных моментных условиях: пуассон-биномиальных, биномиальных и пуассоновских случайных сумм.

8. Получены равномерные оценки скорости сходимости функций концентрации смешанных пуассоновских случайных сумм к соответствующим предельным законам при ослабленных моментных условиях: общий случай, случай сходимости функций концентрации геометрических случайных сумм к экспоненциальному распределению, случай сходимости функций концентрации отрицательных биномиальных случайных сумм к функции распределения модуля случайной величины, имеющей симметричное дисперсионное гамма-распределение, случай сходимости функций концентрации зихлевых случайных сумм к функции распределения модуля случайной величины, имеющей распределение Стьюдента.

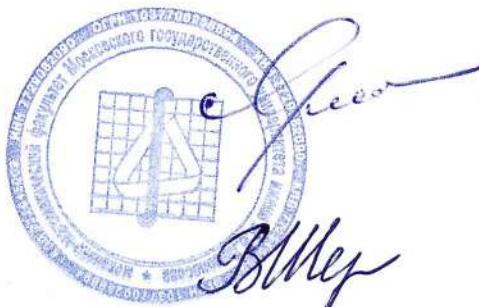
9. Рассмотрены оценки точности нормальной аппроксимации в случае, когда данная аппроксимация, вообще говоря, не применима.

На заседании 28.06.2023 диссертационный совет принял решение присудить Дорофеевой Александре Владимировне ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 20 человек, из них 10 докторов наук по специальности 1.1.4 – «Теория вероятностей и математическая статистика», из 24 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за – 20 человек, против – 0 человек, недействительных бюллетеней – 0.

Заместитель председателя
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук



Яровая Е.Б.

Шерстюков В.Б.

28.06.2023