МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Корольков Сергей Дмитриевич

Влияние межзвёздных атомов и магнитных полей на течение плазмы в астросферах

Специальность 1.1.9 —
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор РАН
Измоденов Владислав Валерьевич

Москва — 2025

Оглавление

Стр.

Введение

Солнечный ветер (СВ) – поток полностью ионизованной плазмы, возникающий вследствие непрерывного расширения верхней атмосферы Солнца – горячей солнечной короны с температурой $\sim 10^6$ К. На орбите Земли поток солнечного ветра является сверхзвуковым со средней скоростью ~ 420 км/с и газодинамическим числом Маха в диапазоне от 5 до 10 единиц, что было подтверждено прямыми измерениями [1]. В настоящее время большое количество космических аппаратов обеспечивают ежесекундный мониторинг параметров солнечного ветра на орбите Земли и за её пределами.

Солнечная система движется со скоростью ~ 26 км/с относительно локальной межзвёздной среды (ЛМЗС), которая её окружает [2]. Локальная межзвёздная среда является частично ионизованной плазмой с температурой порядка 6000 К. Помимо протонов и электронов, межзвёздная среда содержит атомы различных элементов (H, He, O, Ne и др.), однако основной составляющей являются атомы водорода ($\gtrsim 90$ % по концентрации). Здесь и далее плазмой будем называть только заряженные частицы – протоны и электроны. Таким образом, межзвёздная среда – это смесь плазмы и нейтрального водорода. В системе координат, связанной с Солнцем, поток межзвёздной среды является сверхзвуковым (число Маха ≈ 2). При взаимодействии солнечного ветра с локальной межзвёздной средой образуется структура, которая носит название гелиосферного ударного слоя. Эта структура состоит из тангенциального разрыва (гелиопаузы), и двух ударных волн (внутренней и внешней), схематично изображённых на **Рисунке 1**. Тангенциальный разрыв отделяет плазму солнечного ветра от плазмы межзвёздной среды. На внутренней ударной волне происходит торможение солнечного ветра до дозвуковых скоростей, а на внешней – торможение потока межзвёздной среды. Область пространства, заполненная солнечным ветром (внутри тангенциального разрыва) называется гелиосферой.

Атомы водорода межзвёздной среды могут проникать в гелиосферу из-за относительного движения Солнца и межзвёздной среды, так как их длина свободного пробега сравнима с характерным размером гелиосферы (≈ 120 а.е.). Основным процессом взаимодействия межзвёздных атомов водорода с протонами солнечного ветра и межзвёздной среды является резонансная перезарядка

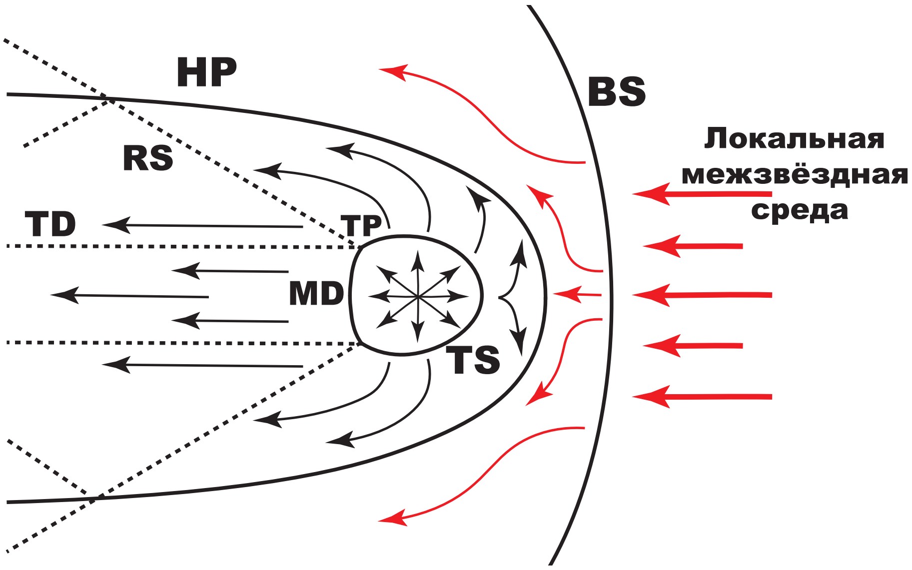


Рисунок 1 — Схематическая картина течения в задаче взаимодействия СВ с ЛМЗС. На рисунке отмечены основные поверхности разрыва: внутренняя ударная волна (TS), внешняя ударная волна (BS), астропауза/тангенциальный разрыв (HP), диск Маха (MD), тройная точка (TP), тангенциальный разрыв от тройной точки (TD), слабая ударная волна (RS)

[3] ($H^+ + H \rightleftarrows H + H^+$). Процесс перезарядки приводит к обмену импульсом и энергией между плазмой и нейтральным газом и оказывает существенное влияние на течение плазмы, структуру области взаимодействия, и, в частности, на расстояния от Солнца до поверхностей разрыва [4; 5].

Гелиосфера является лишь наиболее доступным примером астросфер – околозвёздных оболочек, в которых звёздные ветра взаимодействуют с окружающей межзвёздной средой. С появлением большого количества астрофизических наблюдений внимание исследователей привлекли и другие звёзды. В настоящее время существует множество изображений различных астросфер в инфракрасном диапазоне, а также в линии Балмер-альфа ($H\alpha$) [6—11]. Большинство из них показывают структуру течения, аналогичную гелиосферной, представленной на **Рисунке 1**. Однако размеры звёздных астросфер могут находиться в диапазоне от нескольких астрономических единиц (расстояние от Земли до Солнца $\approx 1.5 \cdot 10^8$ км) до десятков или сотен тысяч, поэтому эффективность процесса резонансной перезарядки может существенно отличаться в различных астросферах. В главе 2 настоящей диссертации и работах автора [12; 13] решается задача о взаимодействии сверхзвукового звёздного ветра с частично-ионизованным сверхзвуковым потоком межзвёздной среды с учётом процесса резонансной перезарядки атомов водорода с протонами. Задача решалась в широком диапазоне числа Кнудсена ($0.0001 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 100$), равного отношению длины свободного пробега атома водорода до перезарядки к характерному размеру астросферы. Обнаруженные особенности течения плазмы и водорода в зависимости от числа Кнудсена являются новым результатом, так как ранее решения были получены лишь для отдельных значений данного параметра.

Ещё одним важным аспектом, способным качественно изменить структуру течения звёздного ветра, является наличие у звезды собственного магнитного поля. У вращающихся звёзд в сверхзвуковом звёздном ветре магнитное поле имеет преимущественно азимутальную компоненту (по отношению к оси вращения звезды) [14]. Магнитное поле способно изменить форму тангенциального разрыва в астросфере с классической параболоидальной на трубчатую (**Рисунок 2**). Хотя магнитное поле у звёзд солнечного типа является достаточно слабым ($B^2 \ll \rho V^2$) и в сверхзвуковом звёздном ветре не оказывает влияния на течение плазмы, после перехода через ударную волну, оно начинает возрастать с увеличением расстояния до оси вращения звезды. В конечном счёте магнитное давление становится больше газодинамического, и магнитная сила разворачивает поток плазмы, направляя его вдоль оси вращения звезды и формируя трубчатую форму тангенциального разрыва. Такое удержание звёздного ветра внутри трубы (тангенциального разрыва) подобно удержанию плазмы азимутальным магнитным полем в токамаках (Z-пинч).

В главе 3 настоящей диссертации и работах автора [15; 16; 97] решается задача о взаимодействии сверхзвукового звёздного ветра с набегающим потоком межзвёздной среды. При этом впервые учитывалось влияние азимутальной компоненты звёздного ветра. Задача решалась в широком диапазоне определяющих решение безразмерных параметров - газодинамического числа Маха в набегающем потоке межзвёздной среды и альфвеновского числа Маха в звёздном ветре.

Актуальность темы

Актуальность исследования глобальной структуры области взаимодействия звёздных ветров с межзвёздной средой, а также течения плазмы и нейтрального газа в ней, обусловлена не только теоретическим интересом, но и необходимостью анализа наблюдательных данных. В частности, существует необходимость в интерпретации спектров поглощения в линии Лайман-альфа в направлении ближних (к Солнцу) звёзд, которые были получены на космическом телескопе им. Хаббла, и изображений астросфер в инфракрасном

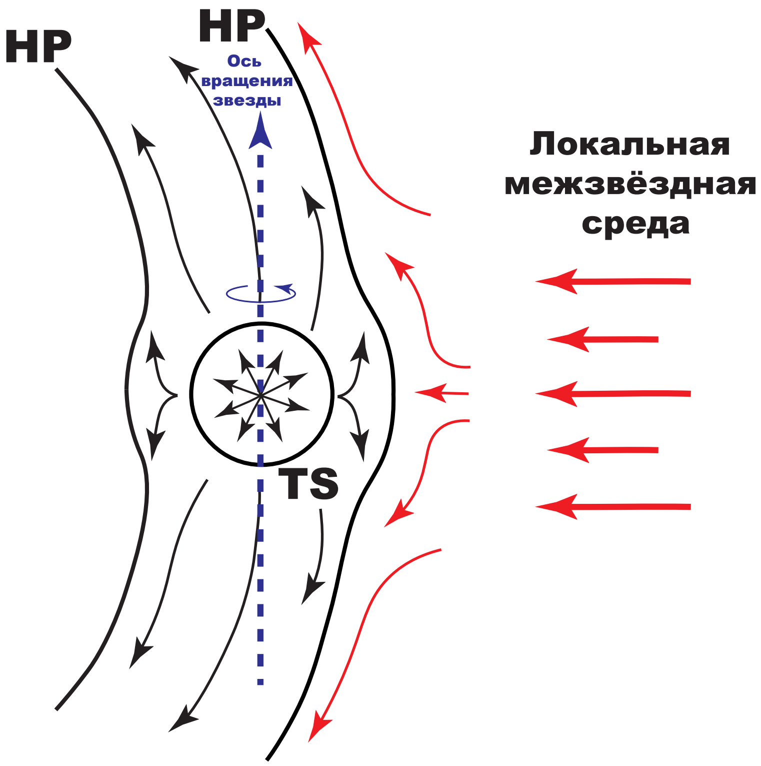


Рисунок 2 — Схематическая картина течения в задаче взаимодействия СВ с ЛМЗС в случае трубчатой астропаузы. На рисунке отмечены основные поверхности разрыва: астросферная ударная волна (TS), головная ударная волна (BS), астропауза/тангенциальный разрыв (HP)

диапазоне, а также в линии Балмер-альфа (Hα), которые получены на космическом телескопе им. Спитцера и «инфракрасном» космическом телескопе (Wide Field Infrared Explorer).

Кроме того, актуальность тематики моделирования гелиосферы, как частного случая астросферы, обуславливается растущим в научном сообществе интересом, вызванным ожидаемым в 2025 г. запуском нового космического аппарата IMAP (Interstellar Mapping and Acceleration Probe, NASA, США), а также планированием космических миссий Interstellar Probe (NASA, США), Interstellar Express (CNSA, Китай) и Нуклон (Роскосмос, Россия).

Цели и задачи работы

1. Исследование влияния перезарядки атомов водорода с протонами плазмы на структуру астросферы. Определение зависимости положений поверхностей разрыва от числа Кнудсена. Исследование особенностей течения плазмы и атомов в астросферных ударных слоях.
2. Исследование влияния величины звёздного магнитного поля (альфвеновского числа Маха звёздного ветра) на форму тангенциального

разрыва для различных газодинамических чисел Маха набегающего потока. Определение критических значений параметров, при которых форма астропаузы меняет свою топологию.

3. Разработка численных алгоритмов и тестирование комплекса компьютерных программ, позволяющих решить задачу о взаимодействии звёздного ветра с набегающим потоком межзвёздной среды в широком диапазоне чисел Кнудсена. Разработка специальных вычислительных сеток, способных выделять основные поверхности разрыва.
4. Разработка численных алгоритмов и комплекса компьютерных программ для решения трёхмерных уравнений идеальной МГД на адаптивных декартовых сетках.

Научная новизна

1. Впервые в широком диапазоне чисел Кнудсена ($0.0001 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 100$) в рамках кинетико-газодинамического подхода решена задача о взаимодействии звёздного ветра с частично-ионизованной межзвёздной средой. До настоящего момента проводились только единичные расчёты в рамках кинетико-газодинамической постановки.
2. Впервые обнаружен эффект нагрева внешнего ударного слоя астросферы энергичными атомами, рождёнными во внутреннем ударном слое и области сверхзвукового звёздного ветра. Этот нагрев приводит к качественному изменению течения плазмы во внешнем ударном слое: вблизи тангенциального разрыва образуется область горячей разреженной плазмы, вблизи внешней ударной волны формируется слой плотной плазмы.
3. Впервые изучено влияние звёздных магнитных полей на область взаимодействия звёздного ветра с набегающим потоком межзвёздной среды в рамках двухпараметрического исследования.
4. Впервые обнаружена смена режима течения при достижении критических параметров потока. Определены критические параметры: значения газодинамического числа Маха набегающего потока в зависимости от значений альфвеновского числа Маха звёздного ветра.
5. Впервые показано возникновение зоны возвратного течения в хвостовой области трубчатой астросферы и образование вторичной точки торможения. До настоящего момента такие решения в литературе представлены не были.

Теоретическая и практическая значимость результатов

Теоретическая значимость результатов проведённых численных исследований обусловлена обнаружением новых особенностей гидродинамических/магнитогидродинамических течений.

Разработанная кинетико-газодинамическая модель позволяет учитывать кинетические эффекты в астросферах практически произвольного размера. В частности, проведённое исследование охватывает астросферы с размерами, отличающимися друг от друга на 12 порядков величины. Разработанная модель является инструментом, с помощью которого можно проводить корректный анализ экспериментальных данных. Кроме того, обнаруженный эффект локального нагрева плазмы вблизи тангенциального разрыва во внешнем ударном слое способен частично объяснить наблюдаемые на Вояджере-2 концентрации протонов.

Проведённое исследование взаимодействия звёздного ветра с межзвёздной средой (с учётом магнитного поля звезды) дает ответ на актуальный вопрос о форме гелиопаузы (трубчатая, или классическая-параболоидальная), который широко обсуждается в научной литературе последних лет [17—19].

Методы исследования

Для решения газодинамических или МГД уравнений используются методы конечных объёмов с решением задачи о распаде произвольного разрыва на границах ячеек (методы Годуновского типа). Для газодинамических уравнений реализованы как метод Годунова [20], так и HLL, HLLC методы решения. Для уравнений идеальной МГД используются методы HLLD, HLLD-type [22]. Для решения кинетического уравнения используются методы Монте-Карло с расщеплением по физическим процессам и геометрическим расщеплением для достижения лучшей статистики на близких к звезде расстояниях [23; 24].

Решение проводилось как на декартовых сетках с возможностью мельчения в заданных областях (аналог adaptive mesh refinement), так и на специально разработанных сетках, выделяющих основные поверхности разрыва.

Программы адаптированы для расчёта течений на графических процессорах (GPU) с использованием технологии параллельного программирования CUDA, а также на многопроцессорных системах (OpenMP, MPI).

Основные положения, выносимые на защиту

1. Определена зависимость положений основных поверхностей разрыва в области взаимодействия звёздного ветра с частично ионизованным

потоком межзвёздной среды от числа Кнудсена в широком диапазоне изменения параметра ($0.0001 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 100$). Положения поверхностей разрыва достигают плазмо-газодинамического предела при значениях числа Кнудсена $\gtrsim 100$. С другой стороны, из-за влияния вторичной популяции атомов водорода значение $\mathrm{Kn} = 0.0001$ не достаточно мало для достижения решением предела эффективного газа во внешнем ударном слое. Во внутреннем ударном слое решение (в том числе и положения внутренней ударной волны и тангенциального разрыва) достигает предела эффективного газа для значений числа Кнудсена $\lesssim 0.01$.

2. Для звёзд с протяжёнными астросферами, расстояние от звезды до внешней ударной волны у которых превышает 600 астрономических единиц (что соответствует числам Кнудсена $\lesssim 0.15$), решение во внешнем ударном слое качественно отличается от газодинамического (без учёта влияния атомов): вблизи тангенциального разрыва формируется область горячей разреженной плазмы, а максимум плотности плазмы достигается вблизи внешней ударной волны. Перестройка течения происходит из-за локального нагрева плазмы внешнего ударного слоя энергичными нейтральными атомами, которые в результате перезарядки рождаются в горячем внутреннем ударном слое, вылетают во внешний ударный слой и снова испытывают перезарядку. В результате происходит обмен энергией между астросферными ударными слоями.
3. Влияние магнитного поля звезды приводит к появлению двух качественно отличающихся друг от друга режимов течения в астросферах: 1) режим с трубчатой формой тангенциального разрыва, и 2) режим с классической параболоидальной формой тангенциального разрыва. Определены критические значения газодинамического числа Маха межзвёздной среды в зависимости от альфвеновского числа Маха в звёздном ветре, при которых меняется структура течения и форма тангенциального разрыва от трубчатой к классической параболоидальной. Для гелиосферы форма тангенциального разрыва является классической, так как газодинамическое число Маха локальной межзвёздной среды (≈ 2) значительно больше найденного критического значения газодинамического числа Маха набегающего потока для параметров солнечной системы (≈ 0.35).

4. В результате обтекания астросферы с трубчатой формой тангенциального разрыва дозвуковым набегающим потоком, в хвостовой области формируется зона возвратного течения и дополнительная точка торможения межзвёздного потока. Этот эффект связан с формированием зоны пониженного давления с подветренной стороны трубки, в которую вовлекается дозвуковое течение межзвёздной среды.

Достоверность полученных результатов

Достоверность полученных результатов обоснована применением различных методов решения задачи и использованием расчётных сеток различной конфигурации и разрешения.

Полученные решения совпадают с известными в литературе решениями. Результаты расчётов для параметров гелиосферы имеют хорошее совпадение с работой [4] . Численные МГД расчёты астросферы находятся в соответствии с результатами работ, в которых было получено предельное решение в случае неподвижной межзвёздной среды [26].

Апробация работы

Результаты исследований, вошедших в диссертационную работу, докладывались и обсуждались на научно-исследовательских семинарах кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ (зав. кафедрой – д. ф.-м. н., проф. Краснобаев К.В.), семинарах лаборатории физической газовой динамики ИПМех РАН (рук. – д. ф.-м. н., проф. Баранов В.Б.), семинарах лаборатории межпланетной среды ИКИ РАН (рук. – д. ф.-м. н., проф. Измоденов В.В.), семинаре имени А.Г. Куликовского и А.А. Бармина в НИИ Механики МГУ, а также семинаре кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ (зав. кафедрой – академик РАН, д. ф.-м. н. Нигматулин Р.И.).

Основные положения и результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на российских и международных конференциях, в том числе на:

– международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов” (МГУ, Москва, 2020, 2022 - 2024);
– международной конференции “Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность” (Звенигород, 2024);
– научной конференции “Ломоносовские чтения” (МГУ, Москва, 2020, 2021, 2023, 2024);
– международной конференции “COSPAR” (Республика Корея, 2024);

– всероссийской конференции с международным участием: “Физика плазмы в Солнечной системе” (ИКИ РАН, Москва, 2020, 2022 - 2024);
– международной научной Конференции “Second Workshop on Numerical Modeling in MHD and Plasma Physics: Methods, Tools, and Outcomes” (Москва/Новосибирск, 2019 - 2020, 2024);
– международной конференции “Актуальные проблемы математики и механики” (МГУ, Москва, 2024);
– конференции памяти С.С. Моисеева “Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность” (ИКИ РАН, Москва, 2024);
– конференции с международным участием “Космическая газовая динамика” памяти В.Б. Баранова и приуроченная к 90-летию со дня его рождения (ИКИ РАН, Москва, 2024);
– всероссийском съезде по теоретической механике (Санкт-Петербург, 2023);
– всероссийской конференции молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования” (ИКИ РАН, Москва, 2022);
– конференции международных математических центров (Сочи, 2021);
– конференции-конкурсе молодых учёных НИИ механики МГУ (НИИ Механики МГУ, Москва, 2019 - 2021);
– конференции “Interstellar Probe Study Exploration Workshop” (США, онлайн, 2020).

Личный вклад

Все результаты, выносимые на защиту, были получены лично соискателем. Постановки задач, рассмотренных в диссертационной работе, принадлежат научному руководителю. Соискателем осуществлялись: разработка и тестирование всех численных программ (численные коды и пакеты других авторов не использовались), проведение расчетов, анализ полученных результатов, подготовка и написание текстов публикаций, а также переписка с редакциями журналов и рецензентами.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 печатных изданиях, 5 из которых изданы в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

Структура и объём работы

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы и пяти приложений. Полный объём диссертации составляет 143 страницы, включая 32 рисунка и 1 таблицу. Список литературы содержит 101 наименование.

Глава 1. Обзор литературы и некоторых классических решений

Солнечный ветер

Первое упоминание о солнечном ветре было сделано в середине 19 века Кэррингтоном [27]. Наблюдая за Солнцем, он обнаружил явление, которое в современной науке называется солнечная вспышка. Через некоторое время на Земле были зарегистрированы полярные сияния и геомагнитные возмущения. Кэррингтон предположил наличие связи между своим наблюдением и последующими событиями. В дальнейшем Фитцджеральд высказал предположение [28]: «Материя, стартующая с Солнца со взрывными скоростями и подвергнутая ускорению, в несколько раз превышающему солнечную гравитацию, могла бы достичь Земли за пару дней». Так зарождалось понимание такого важнейшего астрофизического явления, как солнечный ветер. Подробный исторический обзор можно найти в работе [29]. Первые измерения на борту космического аппарата окончательно подтвердили существование солнечного ветра [1; 30].

Модель Паркера солнечного ветра

В 1958 г. Паркер [14] предложил первую газодинамическую модель солнечного ветра – точечного сферического источника, течение из которого имеет изначально дозвуковую скорость и постепенно ускоряется до сверхзвуковых скоростей, переходя через особую точку уравнений. В этом решении на орбите Земли поток солнечного ветра является сверхзвуковым, что впоследствии было подтверждено прямыми измерениями [1].

Рассмотрим более подробно модель Паркера, основанную на одномерных уравнениях газовой динамики:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r^2}\dfrac{d(\rho v r^2)}{dr} = 0, \\ \rho v \dfrac{dv}{dr} + \dfrac{dp}{dr} = -\dfrac{\rho M_\star G}{r^2}, \\ \dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{p}{\rho^\gamma}\right) = 0, \end{cases} \tag{1.1}$$

где $M_\star$ - масса звезды, G - гравитационная постоянная.
Преобразуем систему уравнений (штрих обозначает производную по r):

$$\begin{cases} \rho' = -\rho\left(\dfrac{1}{v}v' + \dfrac{2}{r}\right), \\ \left(v - \dfrac{a^2}{v}\right) v' = \dfrac{2a^2}{r} - \dfrac{M_\star G}{r^2}, \\ p' = a^2 \rho'. \end{cases} \tag{1.2}$$

Здесь $a = a(r) = \sqrt{\gamma p/\rho}$ - скорость звука.

Изотермическое течение ($a = \mathrm{const}$)

Можно легко получить единственное уравнение на скорость ветра в предположении Паркера об изотермическом течении ($a = \mathrm{const}$):

$$v' = \frac{\dfrac{2}{r} - \dfrac{M_c G}{a^2 r^2}}{\dfrac{1}{v}\left(\dfrac{v^2}{a^2} - 1\right)}.$$

На **Рисунке 1.1** изображены интегральные кривые данного уравнения, которые образуют особую точку типа седло и четыре семейства решений, отмеченных цифрами на рисунке. Первое и третье семейства не имеют физического смысла в силу неоднозначности решения, а второе семейство предполагает гиперзвуковую скорость истечения ветра из звезды, что не выполняется. Физическому смыслу удовлетворяет лишь четвёртое семейство дозвуковых линий и особая кривая (отмечена красным цветом), входящая в критическую точку (с координатами $\{\frac{M_c G}{2a^2}, a\}$) из дозвуковой области и выходящая в сверхзвуковую. Такое особое решение и было названо солнечным ветром.

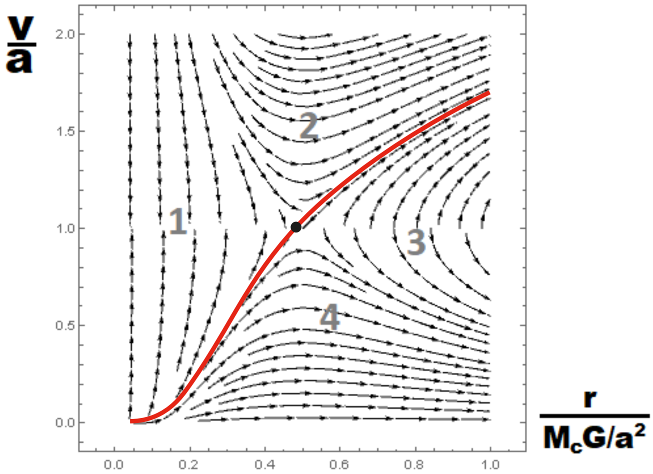


Рисунок 1.1 — Фазовый портрет величины скорости течения от источника в зависимости от расстояния до звезды.

Общий случай ($a \neq \text{const}$)

Для качественного анализа течения в общем случае ($a \neq \text{const}$) воспользуемся системой (1.2). Продифференцируем определение скорости звука и преобразуем третье уравнение:

$$\begin{cases} \rho' = -\rho\left(\dfrac{1}{v}v' + \dfrac{2}{r}\right), \\ v' = \dfrac{\dfrac{2}{r} - \dfrac{M_c G}{a^2 r^2}}{\dfrac{1}{v}\left(\dfrac{v^2}{a^2} - 1\right)}, \\ \dfrac{a'}{a} = \dfrac{\gamma - 1}{2}\dfrac{\rho'}{\rho}. \end{cases} \tag{1.3}$$

Из первого и третьего уравнения найдём связь между скоростью и скоростью звука:

$$a^2 = \frac{const}{r^{2(\gamma-1)}v^{\gamma-1}} = \frac{C}{r^{2(\gamma-1)}v^{\gamma-1}}.$$

Заметим, что течению с постоянной скоростью звука соответствует $\gamma = 1$ (т.е. изотермическое течение). Теперь подставим квадрат скорости звука во второе уравнение системы 1.3, получим уравнение на скорость ветра:

$$v' = \frac{\dfrac{2C}{r^{2\gamma-1}v^{\gamma-1}} - \dfrac{M_cG}{r^2}}{v - \dfrac{C}{r^{2(\gamma-1)}v^{\gamma}}}. \tag{1.4}$$

Дальнейший анализ решения будет опираться на особые кривые, на которых числитель и знаменатель обращается в ноль:

$v = \dfrac{C^{\frac{1}{\gamma+1}}}{r^{\frac{2\gamma-2}{\gamma+1}}}$ - звуковая линия (знаменатель обращается в ноль, скорость равна местной скорости звука).

$v = \left(\dfrac{2C}{M_cG}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \dfrac{1}{r^{\frac{2\gamma-3}{\gamma-1}}}$ - линия, на которой числитель обращается в ноль.

Интегральные кривые (решения) уравнения (1.4) могут «перейти» через звуковую линию (ноль знаменателя) только в том случае, если числитель тоже обратится в ноль – в точке пересечения особых кривых, являющейся особой точкой дифференциального уравнения.

При $\gamma > 1$ звуковая линия имеет вид $\sim 1/r^a$, где $a > 0$. А вторая особая кривая меняет свой вид при $\gamma = 3/2$. Ниже будут отдельно рассмотрены случаи для: 1) $1 < \gamma < 3/2$; 2) $\gamma > 3/2$ ($\neq 5/3$); и 3) особый случай $\gamma = 5/3$.

Случай 1). $\gamma < 3/2$

При $\gamma < 3/2$ интегральные кривые пересекаются в особой точке типа седло, координаты которой:

$$r_* = C^{\frac{2}{5-3\gamma}} \cdot \left(\frac{2}{M_cG}\right)^{\frac{\gamma+1}{5-3\gamma}}, \quad v_* = a.$$

В этом случае существует решение типа солнечного ветра, начинающееся в дозвуковой области и через особую точку переходящее в сверхзвуковую. На **Рисунке 1.2 а)** изображён пример интегральных кривых для $\gamma = 4/3$ ($C = 1$, $M_\star G = 2$). Решение типа солнечного ветра отмечено красной кривой.

Случай 2). $\gamma > 3/2$ ($\neq 5/3$)

В этом случае обе особые кривые имеют вид $1/r^a$ ($a > 0$), и решение типа солнечного ветра отсутствует. На **Рисунке 1.2 б), в)** изображены примеры интегральных кривых для $\boldsymbol{\gamma} = 1.9$ и $\boldsymbol{\gamma} = 1.52$, соответственно ($C = 1$, $M_\star G = 2$). Эти два решения отличаются взаимным расположением особых кривых. Заметим, что во втором случае (и во всех других решениях при $3/2 < \boldsymbol{\gamma} < 5/3$) существует решение, начинающееся в дозвуковой области и переходящее в сверхзвуковую. Однако в этом решение течение должно начинаться с ненулевой скорости.

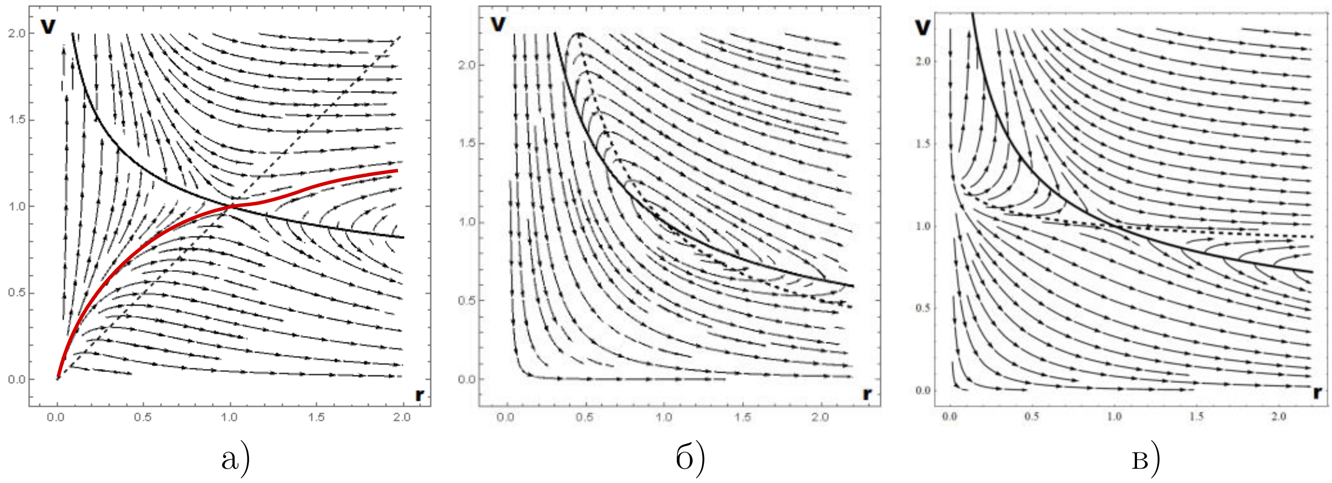


Рисунок 1.2 — Интегральные кривые уравнения 1.4 (при $C = 1$, $M_\star G = 2$) для различных параметров $\boldsymbol{\gamma}$: а) $\boldsymbol{\gamma} = 4/3$, б) $\boldsymbol{\gamma} = 1.9$, в) $\boldsymbol{\gamma} = 1.52$. Сплошной кривой показана звуковая линия (ноль знаменателя в выражении 1.4); пунктирной линией показана линия, на которой числитель в выражении 1.4 обращается в ноль.

Случай 3). $\gamma = 5/3$

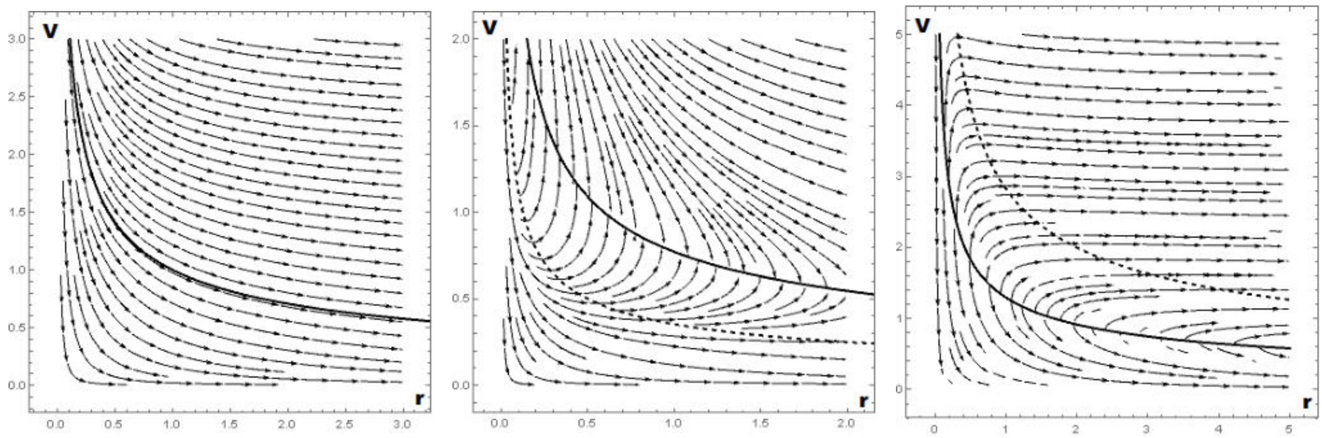
Особое решение получается при $\boldsymbol{\gamma} = 5/3$, тогда особые кривые выглядят следующим образом:

$$v = \frac{C^{\frac{3}{8}}}{r^{\frac{1}{2}}},$$

$$v = \left(\frac{2C}{M_c G}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{r^{\frac{1}{2}}}.$$

В этом случае кривые не пересекаются (либо совпадают). При $2C = M_\star G$ (для визуализации здесь выбрано $C = 1$, $M_\star G = 2$) – эти кривые совпадают, картина течения представлена на **Рисунке 1.3.а**. Такое решение подобно адиабатическому течению в отсутствии сил (см. подраздел 1.1.1), оно начинается с некоторого радиуса и остаётся в своей звуковой области (то есть существуют решения в которых течения либо всюду сверхзвуковые, либо всюду дозвуковые).

Подбором параметров (C и $M_\star G$) можно добиться двух различных типов решения в зависимости от взаимного расположения особых кривых (**Рисунки 1.3 б, в**). Все эти случаи не содержат решения типа солнечного ветра, которое было получено Паркером, так как интегральные кривые не способны преодолеть звуковую линию (сплошная кривая).



а) б) в)

Рисунок 1.3 — Интегральные кривые уравнения 1.4 (при $C = 1$, $M_\star G = 2$) для $\gamma = \frac{5}{3}$. Сплошная линия - звуковая линия (M = 1, ноль знаменателя), прерывистая - линия постоянной скорости($v' = 0$, ноль числителя).

Межзвёздная среда

Решение Паркера для сверхзвукового солнечного ветра, описанное в предыдущем разделе, имеет один существенный недостаток: в асимптотическом решении ($r \to \infty$) скорость солнечного ветра либо выходит на постоянное значение, либо растёт с расстоянием (как, например, в изотермическом решении), а плотность и давление стремятся к нулю.

Однако Солнце и другие звёзды не находятся в пустоте, их окружает межзвёздная среда (МЗС). Межзвёздная среда - это вещество и поля, заполняющие пространство внутри галактик. Основной компонентой межзвёздной среды является межзвёздный газ, давление которого хоть и мало, но не равно нулю. Поэтому необходимо связать решение для солнечного ветра с условиями в межзвёздной среде. Так возникает задача о взаимодействии солнечного ветра с межзвёздной средой.

Структура межзвёздной среды крайне неоднородна [31]. Она состоит из молекулярных облаков, протопланетных туманностей, планетарных туманностей, глобул и т.д. В настоящей работе будет использован термин локальная межзвёздная среда (ЛМЗС), подразумевающий межзвёздную среду, находящуюся в непосредственной близости с Солнцем или другой рассматриваемой звездой.

До настоящего времени предполагалось, что Солнце движется через небольшое межзвёздное облако, называемое локальным межзвёздным облаком (ЛМО). Ожидалось, что Солнце останется заключённым в нём ещё несколько тысяч лет. Однако авторы работы [32] впервые выдвинули гипотезу о том, что Солнце находится в переходной зоне между локальным межзвёздным облаком и G-облаком. Авторы проанализировали линии поглощения в направлении большого количества звёзд и обнаружили 15 тёплых облаков, расположенных на расстояниях от Солнца, не превышающих 15 парсек (пк). В работе [33] развивается идея о промежуточном положении Солнца между двумя облаками и показывается, что локально наблюдаемая скорость межзвёздного нейтрального гелия согласуется с линейной комбинацией скоростей местного межзвёздного облака и G-облака, но не с любой из этих скоростей по отдельности. В любом случае вопрос о положении Солнца в межзвёздной среде пока остаётся открытым. Несмотря на это, параметры локальной межзвёздной среды определены исходя из многих независимых наблюдений, а движение Солнца в межзвёздной среде происходит по космическим масштабам достаточно медленно (~ 26 км/с), поэтому изменение этих параметров со временем можно считать несущественным для рассматриваемых в настоящей работе задач, даже если Солнце находится в переходной области между двумя облаками. То же самое предположение распространяется на другие рассматриваемые в данной работе звёзды.

Ранние модели взаимодействия солнечного ветра с межзвёздной средой

Впервые задача о взаимодействии солнечного ветра с локальной межзвёздной средой была сформулирована в работе [34]. Авторы предположили образование окружающей Солнце полости (см. **Рисунок 1.4**), созданной корпускулярным излучением (потоком частиц) звезды. Размер полости оценивался из баланса потока импульса и магнитного давления локальной межзвёздной среды и составлял приблизительно 200 астрономических единиц (а.е.). Эта полость улавливала межзвёздные космические лучи низких энергий и могла объяснить четырёх-процентную флуктуацию их интенсивности в течении цикла солнечных пятен.

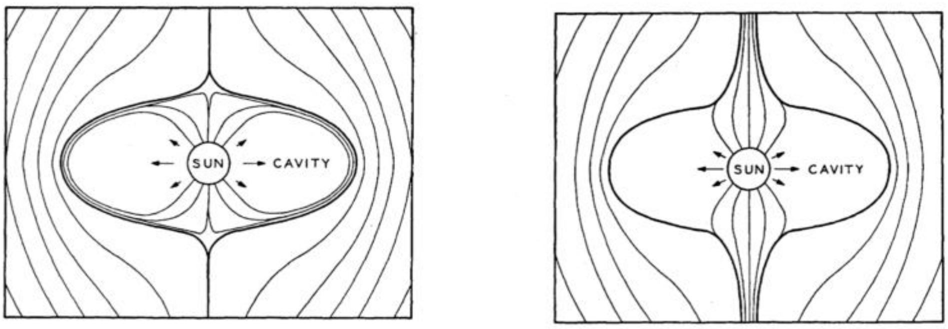


Fig. 1. A possible disposition of a solar magnetic field inside the cavity in the galactic field. The arrows represent the solar corpuscular radiation.

Fig. 2. Another possible disposition of a solar magnetic field.

Рисунок 1.4 — Схема взаимодействия солнечного ветра с межзвёздной средой. Рисунки из работы [34].

Немного позже Ю. Паркер в работе [35] впервые предложил газодинамическую модель взаимодействия солнечного ветра с локальной межзвёздной средой. Паркер исследовал три возможных случая: (1) истечение сверхзвукового СВ в покоящийся межзвёздный газ, (2) взаимодействие сверхзвукового СВ с несжимаемым плоскопараллельным потоком межзвёздной среды, и (3) истечение сверхзвукового СВ в однородное межзвёздное магнитное поле (в предположении, что газодинамическое давление межзвёздного газа пренебрежимо мало).

В первом случае на расстоянии $R_{TS} = R_E \left(\frac{\gamma + 3}{2(\gamma + 1)} \frac{\rho_E V_E^2}{p_\infty} \right)^{\frac{1}{2}}$ (нижний индекс «E» обозначает параметры на орбите Земли) возникает ударная волна, отделяющая сверхзвуковой звёздный ветер от дозвукового (**Рисунок 1.5, A**). Это решение можно рассматривать как предельный случай ($t \to \infty$) нестационарного расширения звёздного ветра в межзвёздное пространство, рассмотренный в работе [36].

Во втором случае картина течения состоит из ударной волны (R_{TS}) и тангенциального разрыва (R_{HP}), отделяющего звёздный ветер от межзвёздной среды. Ударная волна является сферически симметричной из-за предположения: $M_\infty \ll 1$. При этом она находится на близких к звезде расстояниях ($R_{TS} \ll R_{HP}$). Дозвуковые звёздный ветер (после прохождения ударной волны) и межзвёздную среду можно считать сжимаемыми потенциальными потоками ($\mathbf{V} = -\rho^{-\frac{1}{2}} \nabla \varphi$) и решать уравнение Лапласа на потенциал φ. Линии тока полученного решения изображены на **Рисунке 1.5, B**.

В третьем случае рассматривается возможность торможения звёздного ветра только межзвёздным магнитным полем. Из-за вмороженности магнитного поля, плазма звёздного ветра вытесняет его из некоторой области, вытянутой вдоль линий магнитного поля (см. **Рисунок 1.5, C**).

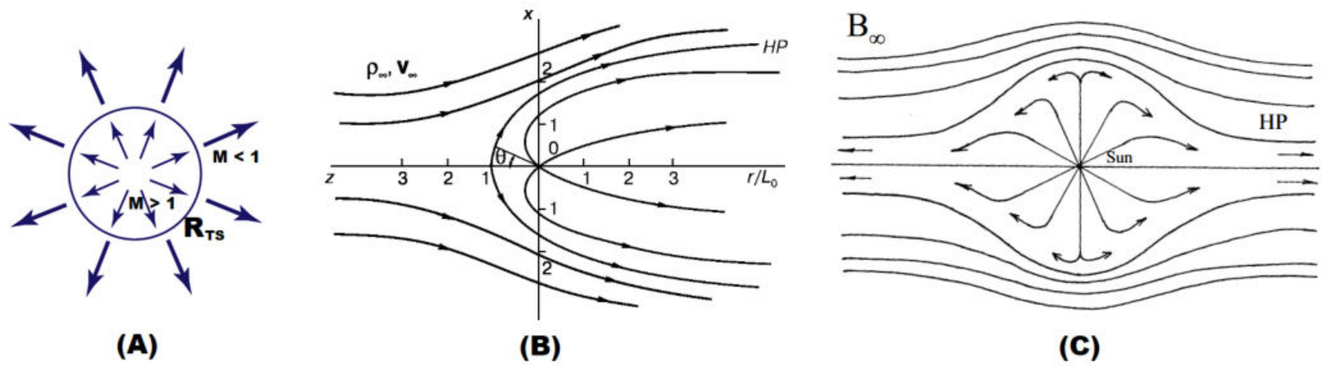


Рисунок 1.5 — (A) схема течения в задаче о взаимодействии звёздного ветра с покоящейся межзвёздной средой; (B) линии тока в задаче о взаимодействии сверхзвукового звёздного ветра с несжимаемым плоскопараллельным потоком межзвёздной среды (изображение из работы [37]); (C) схема течения в задаче об истечении сверхзвукового звёздного ветра в однородное межзвёздное магнитное поле (изображение из работы [37]).

Взаимодействие сверхзвукового солнечного ветра со сверхзвуковым потоком межзвёздной среды: полностью ионизованная плазма

Модель взаимодействия сверхзвукового солнечного ветра со **сверхзвуковым** плоскопараллельным потоком локальной межзвёздной среды была разработана В.Б. Барановым, К.В. Краснобаевым и А.Г. Куликовским в работе [38] в приближении тонкого ньютоновского слоя (см. **Рисунок 1.6**). В этой модели предполагается существование трёх поверхностей разрыва: двух ударных волн и тангенциального разрыва. Однако область, между ударными волнами, которая сейчас называется гелиосферным интерфейсом считается бесконечно тонкой. В работе [37] приведён подробный обзор данной модели и более ранних моделей Паркера. В работе [39] приведено аналитическое выражение для формы тонкого ударного слоя из работы [38]: $R(\theta) = R_0 \cdot \csc(\theta) \cdot \sqrt{3(1 - \theta \cot(\theta))}$.

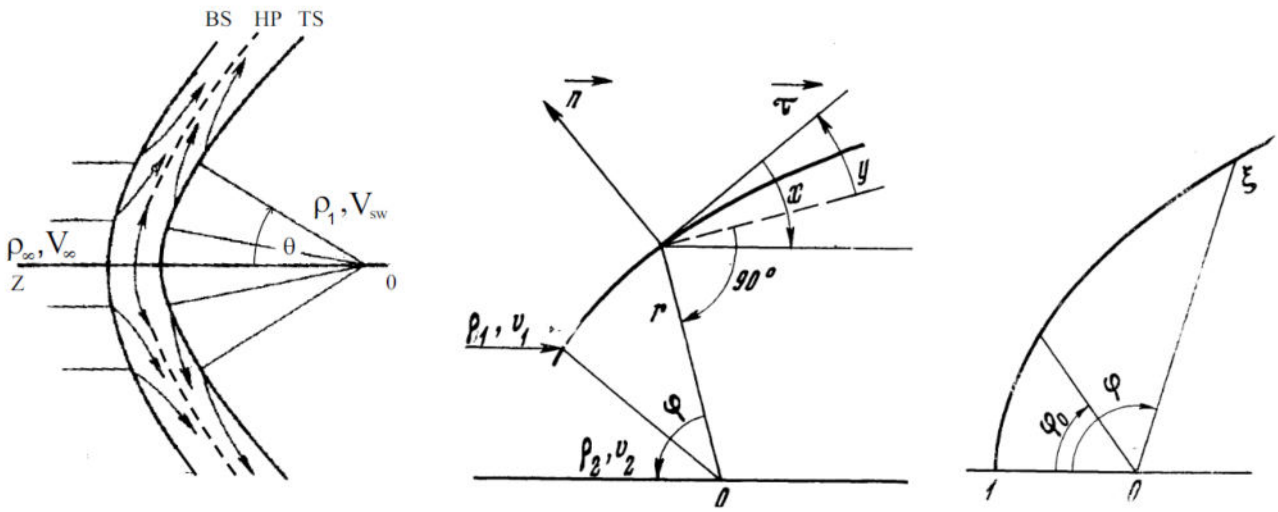


Рисунок 1.6 — Схематическая структура течения в приближении тонкого ньютонского слоя (изображение из работы [38]).

Аналитическая модель взаимодействия солнечного ветра с локальной межзвёздной средой с двумя ударными волнами (без предположения о тонком гелиосферном интерфейсе) была впервые построена в работах [40; 41]. Численная модель была предложена немного позже в работе [42]. Эти модели рассматривали решение только в головной области течения. Однако в это же время иностранными учёными развивались газодинамические модели взаимодействия звёздного ветра с кометными ионосферами [43], которые имеют схожую картину течения. Авторы показали структуру течения в хвостовой области, включающую в себя диск Маха, тройную точку, слабую ударную волну. Значительно позже появились работы, демонстрирующие полное численное газодинамическое решение, в том числе и работы автора настоящей диссертации [44; 45].

На **Рисунке 1** изображена схематичная картина течения в области взаимодействия сверхзвукового солнечного ветра со сверхзвуковым потоком локальной межзвёздной среды. Область течения состоит из трёх основных разрывов: внутренней ударной волны (TS), на которой гиперзвуковой звёздный ветер становится дозвуковым; внешней ударной волны (BS), на которой тормозится параллельный сверхзвуковой поток локальной межзвёздной среды, и тангенциального разрыва (HP), который разделяет два потока. Тангенциальный разрыв принято называть **гелиопаузой** для Солнца или **астропаузой** для другой звезды. Область, заполненную звёздным ветром (внутри тангенциального разрыва), называют **гелиосферой** или **астросферой**. Иногда эти понятия расширяют на всю область взаимодействия, так будет сделано и в настоящей работе. Области между ударными волнами и астропаузой называют **ударными слоями**. Различают **внутренний**, между TS и HP, и **внешний**, между HP и BS, ударные слои. В хвостовой области течения, при взаимодействии внутренней ударной волны с осью симметрии, происходит образование диска Маха (MD) и тройной точки (TP), из которой исходит ещё один тангенциальный разрыв (TD) и слабая ударная волна (RS), которая может взаимодействовать с астропаузой, преломляясь и отражаясь от неё (см. работу автора [44]).

Существование такой структуры течения было частично подтверждено прямыми измерениями: внутренняя ударная волна была обнаружена космическими аппаратами Voyager-1 и Voyager-2, которые пересекли её на расстояниях 94 и 85 а.е. от Солнца в 2004 и 2007 году, соответственно. Гелиопауза была пересечена позже, в 2012 и 2018 году на расстояниях в 122 и 118 а.е., соответственно.

Влияние межзвёздных атомов

В 1970-х годах интерес исследователей к солнечному ветру вызывали эксперименты по рассеянному Лайман-альфа излучению в околосолнечном пространстве, которые показали проникновение потоков атомов водорода из межзвёздной среды в гиперзвуковой солнечный ветер [46; 47]. В этот же период были запущены такие космические аппараты, как Voyager-1, Voyager-2, Pioneer-10 и Pioneer-11, предоставившие значительный объем экспериментальных данных о параметрах солнечного ветра не только на околоземной орбите, но и в далеком космосе.

Наличие атомов водорода в солнечном ветре показало, что локальная межзвёздная среда находится в частично ионизованном состоянии. В ней содержится нейтральная компонента, в частности, водород. Последующие исследования показали, что нейтральные атомы оказывают существенное влияние на течение плазмы за счёт процесса резонансной перезарядки [3] ($\mathrm{H}^+ + \mathrm{H} \rightleftarrows \mathrm{H} + \mathrm{H}^+$), приводящей к обмену импульсом и энергией между нейтральной и заряженной компонентами. Первые теоретические работы подтвердили этот эффект [42; 48; 49]. Однако они предполагали газодинамическое описание нейтральной компоненты, что является неверным в силу того, что длины свободного пробега атомов водорода сравнимы с характерным размером гелиосферы. Это означает, что водород должен описываться кинетически с помощью решения кинетического уравнения (с интегралом столкновений в форме Больцмана) на функцию распределения атомов по скоростям. В работе [50] предложена самосогласованная модель с решением кинетического уравнения для атомов водорода и газодинамических уравнений для плазмы, обеспечивающая согласованность методом глобальных итераций. Однако в работе был выполнен только первый шаг итерационного алгоритма. Полностью самосогласованное решение было получено позже в работе [4].

Самосогласованный учёт влияния нейтральной компоненты на область взаимодействия приводит к значительному уменьшению расстояний от звезды до основных разрывов (TS, HP, BS) [5] (см. **Рисунок 1.7**). Из-за проникновения атомов на близкие к Солнцу расстояния сверхзвуковой солнечный ветер замедляется и в хвостовой области течения исчезает тройная точка и отражённая ударная волна. Подробное моделирование хвостовой части гелиосферы вплоть до расстояний в 10000 а.е. от звезды было проведено в работе [51]. Авторы показали, что разрыв параметров плазмы на тангенциальном разрыве сохраняется вплоть до расстояний в 3000 а.е. от Солнца.

В работе [50] было предсказано ещё одно важное явление в астросферах – водородная стенка. Внешние ударные слои астросфер являются областями,

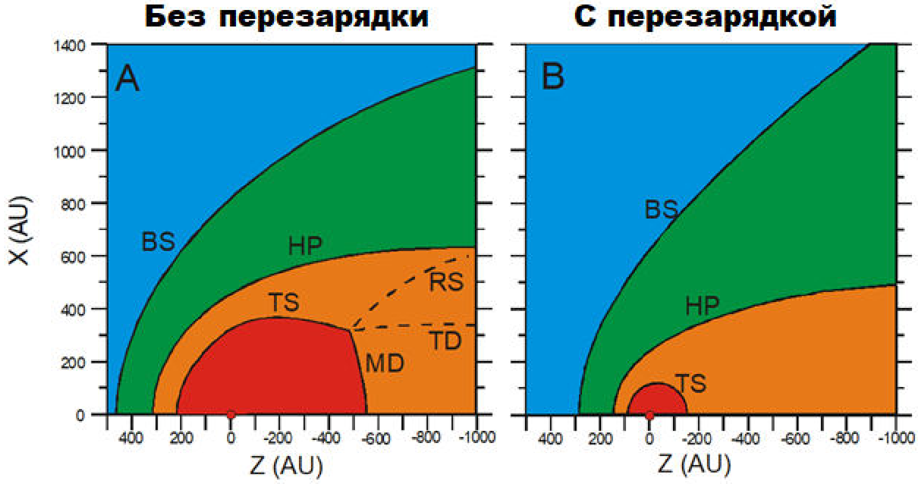


Рисунок 1.7 — Изображение положения поверхностей разрывов в численном решении без учёта эффекта резонансной перезарядки (слева) и с учётом (справа). Рисунок из работы [5].

заполненными медленной и горячей плазмой. Из-за перезарядки с протонами межзвёздный водород тормозится и нагревается в этой зоне, образуя область повышенной концентрации, называемую водородной стенкой. Существование водородной стенки в гелиосфере было впервые обнаружено при спектроскопических наблюдениях линии Лайман-альфа космическим телескопом Hubble Space Telescope [52]. Величина поглощения в данной линии зависит от параметров водородной стенки, которые в свою очередь определяются плотностью и скоростью плазмы, как продемонстрировано в работе [53] для М-карлика GJ 436. Исходя из этого, данные спектров поглощения можно было бы использовать для удалённой диагностики параметров звёздных ветров и их локальной межзвёздной среды в рамках решения обратной задачи. Такие исследования уже проводились для некоторых конкретных звёзд [54; 55] с использованием жидкостных моделей динамики атомов водорода, обоснованность которых находится под вопросом. Однако подобный анализ требует большого объёма данных о связи параметров водородных стенок с параметрами звёздного ветра и межзвёздной среды, поэтому в последнее время наблюдения Лайман-альфа спектров используются, главным образом, для изучения структуры и эволюции атмосфер экзопланет [56—59].

Дополнительным источником информации о течении плазмы в астросферах могут являться изображения астросфер в инфракрасных или Н-альфа диапазонах, на которых заметно положение основных поверхностей разрыва. Таким образом, необходимость удалённой диагностики параметров плазмы и нейтрального газа в астросферах показывает актуальность и востребованность моделей взаимодействия звёздных ветров с межзвёздной средой.

В настоящей диссертации и работах автора [12; 13] продолжается развитие классической модели [4] и исследуется влияние процесса резонансной перезарядки на течение плазмы и атомов водорода в астросфере. Эффективность процесса резонансной перезарядки определяется числом Кнудсена – равным отношению двух масштабов задачи: длины свободного пробега атомов и размера астросферы. Для различных астросфер эффективность перезарядки может отличаться на несколько порядков. В главе 2 проведено параметрическое исследование задачи по числу Кнудсена в крайне широком диапазоне параметров ($0.0001 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 100$), чтобы охватить астросферы совершенно разных размеров.

Влияние межзвёздных магнитных полей

Другим аспектом, влияющим на область взаимодействия звёздных ветров с межзвёздной средой, является наличие в межзвёздной среде магнитного поля. Его воздействие на гелиосферу было впервые изучено в работе [60] в осесимметричном случае, когда магнитное поле предполагалось параллельным вектору скорости набегающего потока. В этом случае магнитное поле создаёт дополнительное давление на гелиопаузу со стороны межзвёздной среды, перемещая поверхности разрыва ближе к звезде. Позже в работах [61; 62] было выполнено трёхмерное магнитогидродинамическое (МГД) моделирование и показано, что наклонное (по отношению к направлению межзвёздного газового потока) межзвёздное магнитное поле приводит к асимметрии глобальной гелиосферы. Такие же расчёты были выполнены в рамках самосогласованной кинетической МГД-модели в работе [63], где показана асимметрия внутренней ударной волны и тангенциального разрыва. На **Рисунке 1.8** показано положение поверхностей разрыва с учётом межзвёздного магнитного поля (сплошные линии) и без его учёта (пунктирные линии).

Асимметрия в потоке плазмы вокруг гелиопаузы вызывает отклонение межзвёздных атомов водорода в гелиосферном интерфейсе. Это отклонение было обнаружено при анализе данных H-ячеек космического аппарата SOHO/SWAN [64]. Большое количество более поздних исследований было по-

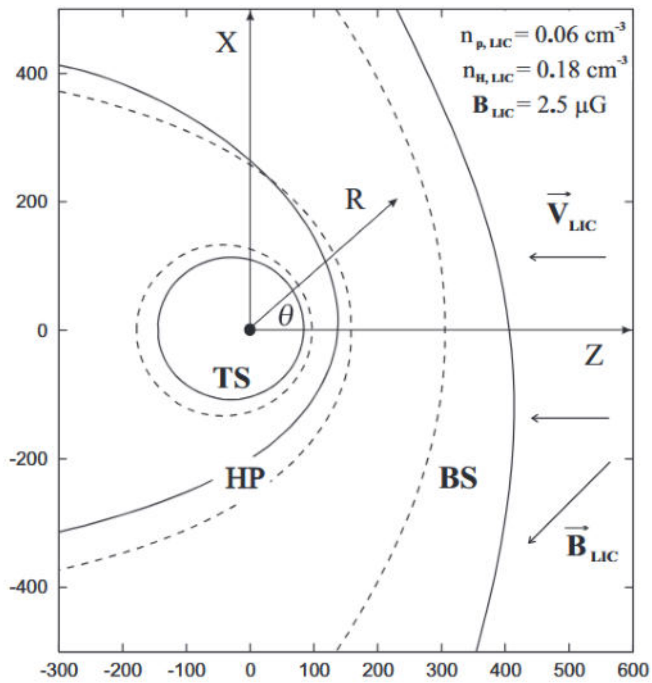


Рисунок 1.8 — Структура гелиосферного интерфейса с учётом межзвёздного магнитного поля (сплошные линии) и без учёта (пунктирные линии). Рисунок из работы [63].

священо данной проблеме (см., например, [65—67] и серию работ [68—72]). Однако параметры межзвёздного магнитного поля совершенно неизвестны ни для какой из астросфер и даже для гелиосферы являются достаточно неопределёнными, поэтому для уменьшения числа параметров задачи в настоящей работе влиянием межзвёздных магнитных полей пренебрегается.

Влияние магнитного поля звезды

Как было отмечено во введении, ещё одним важным аспектом, качественно влияющим на течение звёздного ветра, является наличие у звезды собственного магнитного поля. Даже слабое магнитное поле звёзд солнечного типа при некоторых условиях способно изменить форму астропаузы с классической параболоидальной на трубчатую. Этот эффект впервые обсуждался в 1974 году в работе [73], но позже был забыт. Исследователи вновь вернулись к обсуждению этого эффекта лишь в 2015 году [17; 18], подчёркивая, что он может быть крайне важен для гелиосферы. В частности авторы данных работ предполагают, что магнитное поле Солнца приводит к формированию трубчатой формы гелиопаузы (**Рисунок 2**) , вместо классической, обоснованной в работе [4] и более поздних работах [65; 74]. Это привело к оживлённой научной дискуссии, основные положения которой отмечены в обзоре [19, секция 8]. На настоящий момент вопрос о форме гелиопаузы остаётся всё ещё актуальным. Следующий важный шаг к его разрешению сделан в главе 3 настоящей работы.

В работах [25; 26] исследуется влияние звёздного магнитного поля в задаче истечения звёздного ветра в **неподвижную** межзвёздную среду и проводится параметрическое исследование по величине магнитного поля звезды. В главе 3 настоящей диссертации и работах автора [15; 16] предложено развитие данной задачи и проводится двух-параметрическое исследование взаимодействия намагниченного звёздного ветра и набегающего потока межзвёздной среды для различных скорости набегающего потока (газодинамического числа Маха) и величины магнитного поля звёздного ветра (альфвеновского числа Маха).

1.1 О некоторых простейших решениях, которые используются при постановке задач

На расстояниях от Солнца порядка нескольких радиусов звезды солнечный ветер можно считать сверхзвуковым. На этих же расстояниях можно пренебречь гравитацией звезды. Так, при скорости ветра в 400 км/с на расстояниях 12 солнечных радиусов сила гравитации более чем в 10 раз меньше инерционных членов в уравнении движения солнечного ветра. Поэтому, начиная с некоторого расстояния от звезды, можно пренебречь силами гравитации и рассмотреть задачу об истечении газа из сферически-симметричного источника в отсутствии сил. Подробное решение данной задачи рассматривается в подразделе 1.1.1. Это решение хорошо известно в литературе (см., например, [75], стр. 89), но представлено здесь в несколько более подробном виде. Рассмотрены два типа решения: с дозвуковым и сверхзвуковым звёздными ветрами. Показано существование «ядра» источника – сферы вокруг центра источника, внутри которой течение невозможно.

В подразделе 1.1.2 рассматривается асимптотическое решение ($M \gg 1,\ r \to \infty$) задачи об истечении сверхзвукового потока из сферически-симметричного источника, которое будет использовано при постановке задач во второй и третьей главах диссертации в качестве граничных условий на звёздный ветер.

1.1.1 Сферический источник: адиабатическое течение в отсутствии сил

Рассмотрим стационарное адиабатическое течение от сферически-симметричного источника (**Рисунок 1.9**).

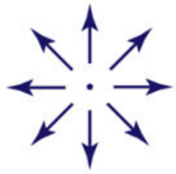


Рисунок 1.9 — Схема течения от сферически-симметричного источника.

Запишем стационарные одномерные уравнения Эйлера в сферической системе координат, используя условие изоэнтропичности:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r^2}\dfrac{d(\rho v r^2)}{dr} = 0, \\ \dfrac{1}{r^2}\dfrac{d\Big((\rho v^2 + p)r^2\Big)}{dr} = \dfrac{2p}{r}, \\ \dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{p}{\rho^\gamma}\right) = 0. \end{cases} \tag{1.5}$$

Найдём первые интегралы:

$$\begin{cases} \rho v r^2 = \mathrm{const} = \dfrac{\dot{M}_\star}{4\pi}, \\ \dfrac{2\gamma p}{(\gamma-1)\rho} + v^2 = \mathrm{const} = C_1, \\ \dfrac{p}{\rho^\gamma} = \mathrm{const} = C_2, \end{cases} \tag{1.6}$$

где $\dot{M}_\star$ - постоянный массовый расход источника.

Выразив давление из третьего уравнения системы (1.6) и подставив во второе, получим: $\dfrac{2\gamma \cdot C_2}{(\gamma-1)}\rho^{\gamma-1} + v^2 = C_1$. Из неотрицательности обоих слагаемых (и констант C_1, C_2) следует ограниченность плотности и скорости, а значит и ограниченность функции ρv. Тогда, в силу первого уравнения системы, течение возможно лишь вне сферы радиуса $r_{\min}$ - **ядра источника**:

$$r_{\min}^2 = \frac{\dot{M}_\odot}{4\pi\rho_{\max}v_{\max}}. \tag{1.7}$$

Далее будем называть параметры течения при $r = r_{\min}$ критическими и использовать звёздочку в их обозначениях: ρ^*, p^*, v^* и $r_{\min} = r^*$.

Обезразмерим систему уравнений на критические параметры (безразмерные переменные будут помечаться "шляпкой"):

$$\begin{cases} \hat{\rho}\hat{v}\hat{r}^2 = 1, \\ \dfrac{2\hat{p}}{(\gamma-1)\hat{\rho}} \cdot \dfrac{1}{M^{*2}} + \hat{v}^2 = \dfrac{2}{(\gamma-1)M^{*2}} + 1, \\ \dfrac{\hat{p}}{\hat{\rho}^\gamma} = 1, \end{cases} \tag{1.8}$$

где $M^* = \dfrac{v^*}{\sqrt{\gamma p^*/\rho^*}}$. Можно показать (см. приложение А), что $M^* = 1$.

Найдём отношение r^*/r, которое не может превышать единицу по определению r^*. Из первого уравнения системы (1.8) получим: $(r^*/r)^2 = \hat{\rho}\hat{v}$. Далее из второго и третьего уравнения системы (1.8) : $\hat{v}^2 = \frac{(\gamma+1)M^2}{2+(\gamma-1)M^2}$ и $\hat{\rho} = \left[\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} - \hat{v}^2\right) \cdot \frac{\gamma-1}{2}\right]^{1/(\gamma-1)}$ (здесь учтено, что $M^* = 1$ и $M^2 = \rho v^2/(\gamma p) = \hat{\rho}\hat{v}^2/(\gamma\hat{p}^*)$).

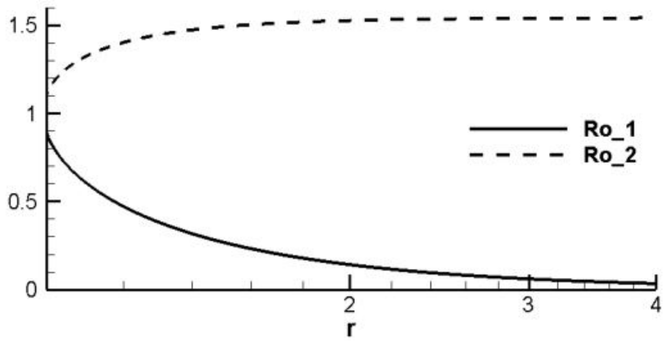
Таким образом можно получить зависимость числа Маха от радиуса:

$$\left(\frac{r^*}{r}\right)^2 = M\left(\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}. \tag{1.9}$$

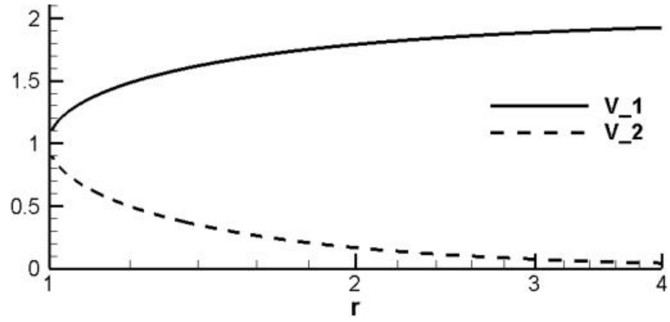
Зная число Маха на каком-то расстоянии от звезды, можно найти её критический радиус по формуле (1.9). Система 1.8 полностью определяет течение от сферического источника в безразмерных переменных (если учесть, что $M^* = 1$). Однако размерное решение зависит от трёх физических параметров (констант интегрирования системы 1.6): скорости потери массы звездой, терминальной скорости звезды и значения энтропии звёздного ветра.

Методом Ньютона решив систему уравнений 1.5, получим два решения. Результаты расчётов приведены на **Рисунке 1.10**.

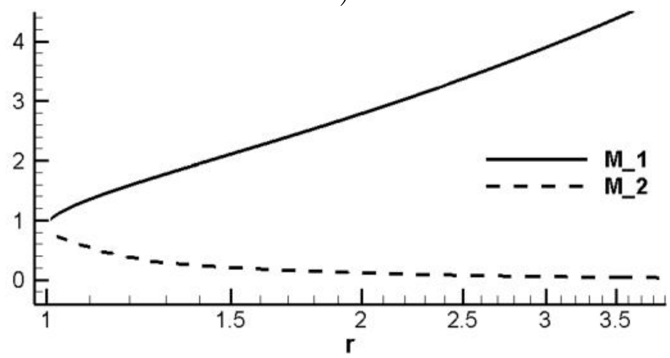
Течение в первом решении является сверхзвуковым (отмечено сплошной линией), во втором – дозвуковым (отмечено пунктирной линией). В первом



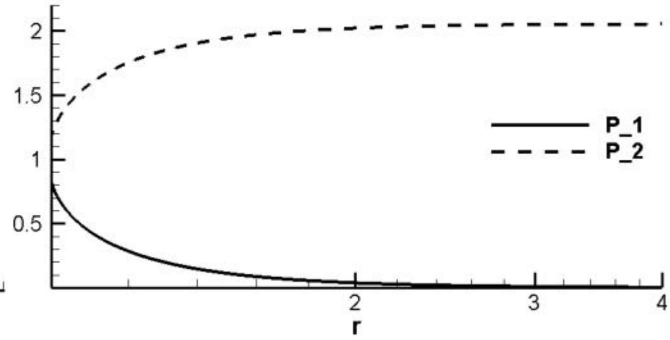
a)



b)



c)



d)

Рисунок 1.10 — Зависимость безразмерных a) плотности, b) скорости, c) числа Маха, d) давления в сферическом источнике от логарифма безразмерного расстояния. Сплошной кривой показано сверхзвуковое решение, пунктирной - дозвуковое; $\gamma = \frac{5}{3}$.

решении давление и плотность газа уменьшаются с расстоянием ($p \propto \dfrac{1}{r^{2\gamma}}$, $\rho \propto \dfrac{1}{r^2}$), скорость же стремится к постоянному значению – **терминальной скорости** источника, число Маха растёт от 1 (на расстоянии критического радиуса) до бесконечности.
Во втором решении давление растёт до давления торможения p_0, плотность также растёт до конечного значения, скорость газа уменьшается до 0, а число Маха падает от 1 до 0.

Анализируя результаты расчётов для сверхзвукового течения, можно заключить, что на расстояниях, превышающих ~ 5 критических радиусов, можно с хорошей точностью считать течение гиперзвуковым ($M \gg 1$) и использовать асимптотическое решение, описанное в следующем разделе.

Интересно отметить, что в решении настоящего раздела возможны либо всюду сверхзвуковое, либо всюду дозвуковое течения. В то время как учёт гравитации (в работе [14]) приводит к возникновению течений, сначала имеющих дозвуковые скорости и постепенно ускоряющихся до сверхзвуковых скоростей, проходя через особую точку уравнений.

1.1.2 Гиперзвуковой предел

Основываясь на решении для сверхзвукового сферически-симметричного источника, показанном в предыдущем разделе, можно заключить, что, начиная с 5 критических радиусов, течение можно считать гиперзвуковым. В этом случае решение близко к асимптотическому, которое можно получить из системы 1.6, пренебрегая первым слагаемым во втором уравнении ($M \gg 1 \Rightarrow \dfrac{\gamma p}{\rho} \ll v^2$):

$$\begin{cases} \rho v r^2 = \mathrm{const} = \dfrac{\dot{M}_\star}{4\pi}, \\ v^2 = \mathrm{const} = C_1, \\ \dfrac{p}{\rho^\gamma} = \mathrm{const} = C_2, \end{cases} \tag{1.10}$$

Решение этой системы можно записать следующим образом:

$$\rho = \frac{\dot{M}_\star}{4\pi r^2 v_0}, \ \mathbf{v} = v_0 \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}, \ p \sim \rho^\gamma, \tag{1.11}$$

где v_0 - терминальная скорость сверхзвукового источника, $\dot{M}_\star$ - полный массовый расход в единицу времени (или скорость потери массы звездой). Для Солнца, скорость потери массы приблизительно равна $1.5 \cdot 10^{12}$ г/сек.

Глава 2. Влияние межзвёздных атомов на структуру астросферы: параметрическое исследование по числу Кнудсена[1]

2.1 Введение к главе 2

В данной главе проводится параметрическое исследование течения плазмы и атомов в астросфере в зависимости от числа Кнудсена Kn_∞, равного отношению длины свободного пробега атомов водорода по процессу резонансной перезарядки атомов с протонами (в невозмущённой межзвёздной среде) к характерному размеру астросферы. Чем меньше число Кнудсена, тем эффективнее процесс перезарядки. С физической точки зрения изменение числа Кнудсена означает изменение характерного размера астросферы.

Диапазон возможных чисел Кнудсена для разных звёзд может быть достаточно широк. В **таблице 1** приведены оценки скорости потери массы звездой ($\dot{M}_\star$), характерного расстояния от звёзды до тангенциального разрыва (L_{HP}) и числа Кнудсена для данной астросферы (Kn_∞). Следует обратить внимание, что некоторые параметры известны с достаточно сильной погрешностью, а некоторые неизвестны совсем. В последнем случае, они предполагаются равными гелиосферным для оценки числа Кнудсена. В таблице указаны ссылки на первоисточники. Из таблицы видно, что размеры астросфер могут сильно варьироваться от одной звезды к другой, что определяет ширину исследуемого диапазона числа Кнудсена в шесть порядков величины.

Отдельно отметим, что в работе пренебрегается упругими столкновениями атомов водорода между собой. Это предположение не является критическим, так как эффективная частота таких столкновений в ~ 8 раз меньше частоты процесса резонансной перезарядки. Это связано с тем, что при упругих столкновениях рассеивание атомов происходит преимущественно на малые углы (в среднем на 2°), в результате чего обмен импульсом между атомами является достаточно слабым. В то же время процесс перезарядки можно понимать, как

[1] При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [12; 13]

Таблица 1 — Оценки скорости потери массы $\dot{M}_\star$ (относительно солнечной величины), размеров астросферы L_{HP} и значений числа Кнудсена Kn_∞ для различных звёзд.

Звезда	$\dot{M}_\star, \dot{M}_\odot$	L_{HP}, а.е.	Kn_∞
LHS 1140[a]	0.0025	11	9.1
GJ205[b]	0.3	20	5.3
Солнце	1	120	0.43
GJ 15AB[c]	10	400	0.37
YZ CMi[d]	30	880	0.15
70 Oph[e]	100	1000	0.033
V374 Pegasi[f]	20000	8500	0.0003

Примечание:
$\dot{M}_\odot \approx 3.9 \cdot 10^{19}$ г/год - расход массы Солнцем. Для оценки примерных размеров астросферы L_{HP} везде взято из моделирования; все источники данных указаны ниже; для неуказанных параметров использовались гелиосферные значения:
[a] $T_\infty = 9000$ K, $V_\infty = 40 \cdot 10^5$ см/с, $n_{p,\infty} = 0.1$ см$^{-3}$. Источник: [76],
[b] $V_\infty = 70 \cdot 10^5$ см/с, вместо тепловой скорости (c_∞) для оценок использовалась газодинамическая (V_∞). Источник: [55],
[c] $V_\infty = 28 \cdot 10^5$ см/с, вместо тепловой скорости (c_∞) для оценок использовалась газодинамическая (V_∞). Источник: [55],
[d] $T_\infty = 8000$ K, $V_\infty = 20 \cdot 10^5$ см/с. Источник: [55],
[e] $T_\infty = 4300$ K, $V_\infty = 37 \cdot 10^5$ см/с. Источник: [54],
[f] $T_\infty = 9000$ K, $V_\infty = 30 \cdot 10^5$ см/с, $n_{p,\infty} = 11$ см$^{-3}$. Источник: [76; 77].

столкновение с рассеиванием на 180°, приводящее к сильному обмену импульсом и энергией между компонентами.

При конечном значении числа Кнудсена динамика атомов водорода должна описываться кинетически. Если число Кнудсена стремится к бесконечности, то влиянием атомов на течение плазмы можно пренебречь. В этом случае атомы не взаимодействуют с протонами, и течение атомов можно считать свободно-молекулярным. Плазма в этом случае описывается уравнениями газовой динамики для идеального газа без каких-либо источниковых членов. Этот предел называется в диссертации **плазмо-газодинамическим пределом**. Другой предельный случай возникает при стремлении числа Кнудсена к нулю. В этом случае естественно описывать плазму и нейтральный газ как смесь, называемую **эффективным газом**. Математическое описание этих предельных случаев, которые в астрофизике часто называются «одножидкостными подходами», обсуждается в подразделе 2.2.4.

Отдельный интерес представляет вопрос, для каких значений чисел Кнудсена в астросфере можно использовать тот или иной предел. На этот вопрос нельзя ответить, не проводя численного моделирования. Основная трудность заключается в том, что длина свободного пробега атома – это локальная характеристика, зависящая от локальных параметров межзвёздной среды; поэтому в каждой точке астросферы длина свободного пробега может быть разной. Таким образом, данная задача имеет множество внутренних масштабов. Использование для оценки средних параметров плазмы в основных областях течения (сверхзвуковых областях и ударных слоях) даёт лишь приближённую картину, так как даже в пределах одной области параметры плазмы меняются существенно. Кроме того, длина свободного пробега зависит от скорости летящего атома. Оценки по средней скорости атомов могут давать большие ошибки в вычислении длины свободного пробега.

Ещё одним подводным камнем в оценке влияния атомов на течение плазмы является то, что в источник импульса (правую часть уравнения движения) величина скорости летящего атома входит линейно, а в источник энергии – квадратично. Это приводит к тому, что даже зная функцию распределения атомов по скоростям (которая внутри астросферы не является максвелловской), сложно оценить, какая именно её часть будет вносить основной вклад в передачу энергии плазме. Часто возникают ситуации, когда разряженные, но энергичные «хвосты» функции распределения передают даже бо́льшую энергию плазме, чем основная часть функции распределения. Кроме того, с этим же эффектом связаны трудности в предсказании влияния на плазму вторичных популяций атомов, которые были рождены внутри астросферы и могут иметь достаточно широкую функцию распределения (быть «горячими»). Одна из таких популяций, наблюдаемая в гелиосфере, называется энергичные нейтральные атомы (ЭНА). Для гелиосферы их влияние на плазму невелико (но заметно), а для других астросфер, как будет показано в данной главе, они способны качественно изменить структуру течения во внешнем ударном слое.

Помимо теоретического интереса, данная работа позволяет оценить пределы применимости «одножидкостных подходов» для моделирования астросфер, которые, как будет показано, довольно узки. Несмотря на это «одножидкостные подходы», в силу своей простоты, являются в настоящее время довольно популярным инструментом моделирования среди астрофизиков. Данная работа является ещё одним аргументом в пользу отказа от таких подходов и использования полного кинетического моделирования.

Альтернативными подходами к описанию частично ионизованного потока плазмы, которые применялись для гелиосферы и нескольких других астросфер, являются многожидкостные модели (см., например, [78—83]). В этом подходе нейтральная компонента рассматривается как смесь нескольких идеальных газов. Уравнения Эйлера для этих газов решаются вместе с уравнениями Эйлера или уравнениями идеальной МГД для плазмы. Многожидкостный подход иногда рассматривается как «промежуточный» подход между одножидкостными гидродинамическими и кинетическими моделями. Главным аргументом в пользу использования многожидкостных моделей являются их малые вычислительные затраты по сравнению с кинетическим подходом. Кроме того, для некоторого набора параметров задачи многожидкостные подходы дают распределения плазмы и атомов весьма близкие к полученным в кинетических моделях (см. [67; 84; 85]). Тем не менее, многожидкостный подход не имеет никакого теоретического обоснования и существуют примеры (см. [84; 86; 87]), когда использование многожидкостных подходов дает физически необоснованные результаты. Настоящая работа не будет рассматривать многожидкостные подходы и сосредоточится на кинетическом описании динамики атомов водорода.

В работе автора [12] исследовалось влияние процесса резонансной перезарядки на течение плазмы в ударном слое астросферы в максимально простой постановке. Параметры атомов водорода предполагались постоянными во всей области течения, а форма тангенциального разрыва (астропаузы) полагалась плоской. Сделанные ограничения позволили в рамках простой постановки исследовать (в широком диапазоне определяющих параметров) влияние атомов водорода на течение плазмы в ударном слое. Было показано, что атомы водорода, в зависимости от их скорости и температуры, могут нагревать или охлаждать слой вследствие обмена энергией, а также тормозить или ускорять плазму вследствие обмена импульсом. В работе [12] был впервые обнаружен и объяснён эффект образования «горячей разреженной области» плазмы во внешнем ударном слое, речь о которой пойдёт в разделе 2.3.3. В данной главе влияние перезарядки исследуется в более сложном течении: во всей области взаимодействия звёздного ветра с межзвёздной средой. Исследование проводится в широком диапазоне чисел Кнудсена (от 10^{-4} до 10^{2}). В отличие от работы [12], в настоящей главе учитывается обратное влияние плазмы на динамику атомов водорода, то есть решается самосогласованная задача. Результаты данной главы опубликованы в работе автора [13].

В настоящей главе пренебрегается влиянием как собственного магнитного поля звезды, так и магнитного поля в межзвёздной среде. Это упрощение позволяет сократить пространство параметров задачи и сделать возможной количественную оценку кинетических эффектов и крупномасштабных свойств астросферы. Кроме того, в этом случае течение плазмы является осесимметричным, что позволяет сократить размерность задачи. В качестве обоснования такого упрощения отметим, что магнитные поля звёзд и их окружающей среды в значительной степени неизвестны, а их оценки варьируются в очень широких диапазонах.

Структура главы следующая: в разделе 2.2 описываются модель и численный подход, а также формулируется задача в безразмерном виде, в разделе 2.3 представлены результаты и обсуждения, в разделе 2.4 подведены итоги и обсуждаются планы дальнейшей работы.

2.2 Модель

В работе предполагается, что межзвёздная среда состоит из двух компонент: плазмы и атомов водорода. Плазма рассматривается как идеальный газ – смесь протонов и электронов с предположением о квазинейтральности ($n_p \approx n_e$) и уравнением состояния: $p_p = 2n_p k_B T_p$, где k_B - постоянная Больцмана (нижний индекс «p» обозначает параметры плазмы). Движение такой смеси описывается системой уравнений Эйлера для одноатомного идеального совершенного газа с постоянными теплоёмкостями ($\gamma = 5/3$):

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \rho_p}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho_p \mathbf{V}_p) = 0, \\
\dfrac{\partial (\rho_p \mathbf{V}_p)}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho_p \mathbf{V}_p \mathbf{V}_p + p_p \hat{\mathbf{I}}) = \mathbf{Q_2}, \\
\dfrac{\partial E_p}{\partial t} + \mathbf{div}((E_p + p_p)\mathbf{V}_p) = \mathrm{Q}_3,
\end{cases}
\tag{2.1}
$$

где ρ_p, p_p, $\mathbf{V}_p$ – плотность, давление и скорость плазмы, соответственно; $E_p = \frac{p_p}{\gamma-1} + \frac{\rho_p V_p^2}{2}$ – плотность полной энергии. За взаимодействие плазмы и атомов водорода отвечают источники импульса $\mathbf{Q_2}$ и энергии Q_3, находящиеся в правых частях уравнений.

Динамика межзвёздного водорода описывается в рамках кинетического подхода. Решается кинетическое уравнение с интегралом столкновений в форме Больцмана для функции распределения атомов водорода f_{H} по скоростям:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial f_{\mathrm{H}}}{\partial t} + \mathbf{V}_{\mathrm{H}} \cdot \frac{\partial f_{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m_{\mathrm{H}}} \cdot \frac{\partial f_{\mathrm{H}}}{\partial \mathbf{V}_{\mathrm{H}}} = \\
&= -f_{\mathrm{H}}\, n_p \int u\ \sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(u)\ f_p(\mathbf{V}_p)\ d\mathbf{V}_p + \\
&+ f_p(\mathbf{V}_{\mathrm{H}})\, n_p \int |\mathbf{V}_{\mathrm{H}}^* - \mathbf{V}_{\mathrm{H}}| \sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(|\mathbf{V}_{\mathrm{H}}^* - \mathbf{V}_{\mathrm{H}}|) f_{\mathrm{H}}(\mathbf{V}_{\mathrm{H}}^*) d\mathbf{V}_{\mathrm{H}}^*,
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

здесь и далее $\mathbf{u} = \mathbf{V}_{\mathrm{H}} - \mathbf{V}_p$, $u = |\mathbf{u}|$. $\mathbf{V}_p$, $\mathbf{V}_{\mathrm{H}}$ - индивидуальные скорости протона и водорода, соответственно. $\mathbf{F}$ - суммарная сила гравитации и радиационного давления звезды. $\sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(u) = (2{,}2835 \cdot 10^{-7} - 1{,}062 \cdot 10^{-8} \ln(u))^2$ - (см^2) сечение перезарядки (u в см/с, см. [88]). f_p - локально-максвелловская функция распределения протонов. Упругими столкновениями между атомами водорода пренебрегается, ввиду (1) малой концентрации водорода и (2) слабому обмену импульсом в случае столкновения, потому что рассеивание происходит преимущественно на малые углы (эффективность такого процесса в ≈ 8 раз меньше, чем резонансной перезарядки).

В работе для простоты считается, что $\mathbf{F} = 0$. Это означает, что атомы водорода летят по прямолинейным траекториям до момента перезарядки с протонами. В действительности влияние силы на глобальную картину течения незначительно. В случае гелиосферы отклонение траекторий от прямых линий существенно только на близких к звезде расстояниях (несколько а.е., см. [65]). В рамках исследования динамического влияния перезарядки на структуру глобальной астросферы этим эффектом можно пренебречь.

Предполагается, что функция распределения протонов плазмы по скоростям f_p является локально максвелловской:

$$f_p(\mathbf{V}_p) = (\sqrt{\pi}c_p)^{-3}\exp\left(-\frac{(\mathbf{V}_p - \mathbf{U}_p)^2}{c_p^2}\right), \tag{2.3}$$

$$c_p = \sqrt{\frac{2k_B T_p}{m_p}},$$

где $\mathbf{U}_p$, T_p - массовая скорость и температура плазмы соответственно; k_B - постоянная Больцмана.

Выражения для источников импульса и энергии в плазме (см. систему 2.1) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_2 & = n_\mathrm{H} \cdot \rho_p \cdot \iint u \cdot \sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(u) \cdot \ \mathbf{u} \ \cdot f_\mathrm{H}(\mathbf{V}_\mathrm{H}) \cdot f_p(\mathbf{V}_p) \cdot d\mathbf{V}_\mathrm{H} d\mathbf{V}_p, \\ Q_3 & = n_\mathrm{H} \cdot \rho_p \cdot \iint u \cdot \sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(u) \cdot \dfrac{\mathbf{V}_\mathrm{H}^2 - \mathbf{V}_p^2}{2} \cdot f_\mathrm{H}(\mathbf{V}_\mathrm{H}) \cdot f_p(\mathbf{V}_p) \cdot d\mathbf{V}_\mathrm{H} d\mathbf{V}_p, \end{cases} \tag{2.4}$$

где $n_H = n_{H,\infty} \int f_H d\mathbf{V}_H$.

Граничные условия

В данном подразделе описаны граничные условия для плазмы и нейтрального газа. Начало системы координат связано со звездой, ось x направлена навстречу набегающему потоку межзвёздной среды. Звезда рассматривается как гиперзвуковой источник полностью ионизованной водородной плазмы (число Маха $M \gg 1$, см. подраздел 1.1.2) с заданной скоростью потери массы $\dot{M}_\star = 4\pi\rho V_0 R^2$ и терминальной скоростью V_0.

Межзвёздная среда рассматривается как двухкомпонентная среда: поток полностью ионизованной плазмы с заданными значениями плотности $\rho_{p,\infty}$, скорости V_∞ и давления $p_{p,\infty}$, и поток нейтрального газа, для которого задана функция распределения атомов по скоростям и концентрация $n_{\mathrm{H},\infty}$. Функции распределения считаются нормированными на 1 $\left(\int f_\mathrm{H}(\mathbf{V}_\mathrm{H})d\mathbf{V}_\mathrm{H} = 1\right)$, как в работе [24], поэтому необходимо дополнительно задавать концентрацию. Две компоненты в набегающем потоке находятся в термодинамическом равновесии и имеют одинаковые среднюю скорость и температуру.

Предполагается, что функция распределения атомов по скоростям на границе при $R \to \infty$ является максвелловской:

$$f_{\mathrm{H},\infty}(\mathbf{V}_\mathrm{H}) = (\sqrt{\pi}c_\infty)^{-3}\mathrm{exp}\left(-\frac{(\mathbf{V}_\mathrm{H} - \mathbf{V}_\infty)^2}{c_\infty^2}\right), \qquad (2.5)$$

$$c_\infty = \sqrt{\frac{2k_B T_\infty}{m_p}},$$

где T_∞, $\mathbf{V}_\infty$ - температура и скорость набегающего потока, соответственно.

2.2.1 Безразмерная формулировка задачи

Сформулированная выше задача зависит от семи размерных параметров (здесь γ не считается параметром задачи): $\dot{M}_\star$, V_0, $\rho_{p,\infty}$, c_∞, V_∞, $n_{\mathrm{H},\infty}$, $\sigma_{ex,\infty}^{\mathrm{HP}} = \sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(c_\infty)$. Последний параметр – сечение перезарядки, задаёт характерный масштаб процесса перезарядки в набегающем потоке. Значение этого параметра известно из выражения для сечения, приведенного выше (см. раздел 2.2).

Сформулируем задачу в безразмерном виде, сократив число параметров до четырёх. Обезразмерим длину на $L = \sqrt{\dfrac{0.78 \cdot \dot{M}_\star V_0}{4\pi\rho_{\mathrm{p},\infty} c_\infty^2}}$, скорость на тепловую скорость c_∞, плотность плазмы на $\rho_{p,\infty}$, плотность атомов на $(n_{\mathrm{H},\infty} \cdot m_p)$.

Константа 0.78 в определении L является численным результатом, используемым здесь для удобства, так как в этом случае безразмерное расстояние до внешней ударной волны в чисто газодинамическом случае (для гелиосферного числа Маха ≈ 2) приблизительно равно 1 ($L \approx L_{BS}$). В целом, выбор характерной длины основан на аналогии с аналитически полученным расстоянием до поверхности разрыва в приближении тонкого слоя, когда число Маха межзвездной среды много больше 1, как описано в работах [38] и [89]: $L_0 = \sqrt{\dfrac{\dot{M}_\star V_0}{4\pi\rho_{\mathrm{p},\infty} V_\infty^2}}$. Однако сейчас хорошо известно, что ударный слой не является тонким, поэтому эта формула не дает точного расстояния ни до одной из поверхностей разрыва, что вынуждает использовать дополнительную константу. Эта константа не является существенной и введена для удобства.

Система (2.1) в безразмерной форме имеет следующий вид:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \hat{\rho}_p}{\partial \hat{t}} + \mathbf{div}(\hat{\rho}_p \hat{\mathbf{V}}_p) = 0, \\
\dfrac{\partial (\hat{\rho}_p \hat{\mathbf{V}}_p)}{\partial \hat{t}} + \mathbf{div}(\hat{\rho}_p \hat{\mathbf{V}}_p \hat{\mathbf{V}}_p + \hat{p}_p \hat{\mathbf{I}}) = \dfrac{\eta}{\mathrm{Kn}_\infty} \cdot \hat{\mathbf{Q}}_2, \\
\dfrac{\partial \hat{E}_p}{\partial \hat{t}} + \mathbf{div}((\hat{E}_p + \hat{p}_p) \hat{\mathbf{V}}_p) = \dfrac{\eta}{\mathrm{Kn}_\infty} \cdot \hat{Q}_3,
\end{cases}
\tag{2.6}
$$

Кинетическое уравнение (2.2) выглядит следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{f}_\mathrm{H}}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H} \cdot \frac{\partial \hat{f}_\mathrm{H}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} = \\
&= -\frac{\hat{f}_\mathrm{H}}{\mathrm{Kn}_\infty} \int |\hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H} - \hat{\mathbf{V}}_p| \hat{\sigma}_{ex}^{\mathrm{HP}}(|\hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H} - \hat{\mathbf{V}}_p|) \hat{f}_p(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{V}}_p) d\hat{\mathbf{V}}_p + \\
&+ \frac{\hat{f}_p(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H})}{\mathrm{Kn}_\infty} \int |\hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}^* - \hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}| \hat{\sigma}_{ex}^{\mathrm{HP}}(|\hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}^* - \hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}|) \hat{f}_\mathrm{H}(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}^*) d\hat{\mathbf{V}}_\mathrm{H}^*.
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

Безразмерные граничные условия записываются следующим образом:

$$
\hat{V}_0 = \chi,\ \hat{\dot{M}}_\star = 4\pi/\chi,\ \hat{\rho}_{p,\infty} = 1,\ \hat{c}_\infty = 1,
$$

$$
\hat{V}_\infty = M_\infty \sqrt{\gamma},\ \hat{n}_{\mathrm{H},\infty} = \eta.
$$

Безразмерное сечение перезарядки:

$$
\begin{aligned}
&\hat{\sigma}_\mathrm{ex}(\hat{U}) = \left(1 - \hat{a}_2 \cdot \ln(\hat{U})\right)^2, \\
&\hat{a}_2 = \frac{1.062 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{\sigma_\mathrm{ex}^{\mathrm{HP}}(c_\infty)}}.
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

В результате задача зависит от четырёх безразмерных параметров:

$$
\chi,\ \eta,\ M_\infty,\ \mathrm{Kn}_\infty.
$$

Ниже приводится описание каждого из этих параметров по отдельности: (1) $\chi = \dfrac{V_0}{c_\infty}$ — отношение терминальной скорости звезды к тепловой скорости набегающего потока. Этот параметр входит в безразмерную формулировку внутреннего граничного условия на скорость ветра в источнике и не влияет на геометрическую картину течения в чисто газодинамическом случае (подробное доказательство приводится в подразделе 3.2.3 и в работах автора [15; 44]). Изменение числа χ не влияет на динамическое давление звёздного ветра (ρV^2), но перераспределяет его в плотность или скорость, получая плотный медленный ветер, или разреженный быстрый, соответственно. Другими словами, в звёздном ветре $V \sim \chi, \quad \rho \sim 1/\chi^2$. Так как уменьшение этого параметра приводит к увеличению плотности плазмы внутри астросферы и, как следствие, к эффективному увеличению частоты перезарядки (зависимость которой от плотности линейна), χ существенно влияет на динамику атомов водорода, а значит, и на глобальную структуру области взаимодействия в целом. Параметрическое исследование влияния данного параметра на течение плазмы в астросферах ещё не проводилось, но планируется в рамках дальнейшей работы автора диссертации.

(2) $\eta = \dfrac{m_p n_{\mathrm{H},\infty}}{\rho_{p,\infty}}$ — отношение плотности водорода к плотности протонов в набегающем потоке. Этот параметр линейно влияет на величину импульса и источников энергии (см. систему 2.6), но кинетическое уравнение 2.7 не зависит от этого параметра. Хотя η и является существенным параметром, диапазоны его изменения не могут быть большими в рамках данной постановки задачи, так как при увеличении плотности водорода станет необходимо учитывать не только перезарядку атомов с протонами, но и упругие столкновения атомов водорода между собой.

(3) M_∞ — число Маха в набегающем потоке. В работе автора [44] изучено влияние этого параметра на течение плазмы в астросфере в чисто газодинамическом случае. Параметрическое исследование влияния M_∞ на область взаимодействия звёздного и межзвёздного ветров с учётом процесса резонансной перезарядки до настоящего времени не проводилось.

(4) $\mathrm{Kn}_\infty = \dfrac{l_{ex,\infty}}{L}$ — число Кнудсена, отношение длины свободного пробега атома к характерному размеру задачи. Длина свободного пробега оценивается по параметрам невозмущённой межзвёздной среды следующим образом:

$$l_{ex,\infty} = \frac{m_p}{\rho_{p,\infty}\ \sigma_{\mathrm{ex}}^{\mathrm{HP}}(c_\infty)}. \tag{2.9}$$

Из системы (2.6) и уравнения (2.7) очевидно, что чем меньше число Кнудсена, тем больше величина источников в правой части уравнений, и тем значительнее влияние перезарядки на течение. Это предложение понятно, так как уменьшение числа Кнудсена уменьшает длину свободного пробега атомов, делая процесс резонансной перезарядки более эффективным.

Так как полное четырёх-параметрическое исследование задачи потребовало бы очень больших вычислительных ресурсов, в данной работе основное внимание уделяется исследованию зависимости решения от числа Кнудсена в достаточно широком диапазоне значений Kn_∞: от 10^{-4} до 10^2. Такой широкий диапазон покрывает большое количество звёздных астросфер, некоторые из которых приведены в **Таблице 1**.

Остальные три параметра в данной главе фиксированы, и их значения выбраны близкими к значениям в гелиосфере: $\chi = 36{,}2$, $\eta = 3$, $M_\infty = 1{,}97$. Для гелиосферных параметров: $\mathrm{Kn}_\infty = 0{,}43$ ($n_{p,\infty} = 0{,}073$ см$^{-3}$, $V_\infty = 26{,}4 \cdot 10^5$ см/с, $T_\infty = 6500$ K, $n_{p,E} = 7{,}3$ см$^{-3}$, $V_E = 375 \cdot 10^5$ см/с), L = 320 а.е.

2.2.2 Численный метод

В этом подразделе кратко описывается численный метод решения задачи. Численный алгоритм состоит из двух принципиально разных этапов, которые выполняются попеременно в рамках метода глобальных итераций. Первый этап включает в себя численное решение системы уравнений (2.1), в предположении, что источники импульса и энергии в правых частях уравнений известны. Эти источники вычислены с использованием численного решения кинетического уравнения, полученного в результате выполнения второго этапа алгоритма на предыдущей итерации (для первой итерации источники предполагаются равными нулю). Затем используются распределения плазмы, полученные на первом этапе, и с помощью статистического метода Монте-Карло решается кинетическое уравнение (2.2). В результате решения вычисляются новые источники импульса и энергии, и итерационный процесс повторяется до тех пор, пока распределение плазмы и атомов не будет полностью установлено. Некоторые детали метода Монте-Карло можно найти в книге [23], а алгоритм, адаптированный для моделирования гелиосферы описан в работе [24]. Усовершенствованный алгоритм Монте-Карло (основанный на алгоритме [24]), используемый в данной работе, описан в приложении Г.

Для решения системы (2.1) используется метод контрольных объемов, подробно описанный в [20]. Система уравнений решается методом установления по времени. Задача о распаде произвольного разрыва на границах расчётных ячеек решается с использованием как приближенного метода HLLC [22], так и точного метода Годунова [20]. Для получения линейной интерполяции параметров газа внутри ячейки и обеспечения второго порядка пространственной аппроксимации на гладких решениях используется ограничитель minmod (см. [90], формула 21.3.23 а), обладающий свойствами TVD (Total Variation Diminishing).

Для значений $\mathrm{Kn}_\infty > 0.05$ в процессе решения кинетического уравнения в программе Монте-Карло сразу вычисляются источники импульса и энергии ($\mathbf{Q}_2$, Q_3). При $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.05$ метод Монте-Карло может дать недостаточную статистику для источников импульса и энергии, поэтому с помощью метода Монте-Карло вычисляются средние значения плотности, скорости и температуры атомов в расчётных ячейках, а затем используются формулы для источников, полученные в работе [79].

Все расчеты были выполнены с использованием двумерной расчётной сетки с выделением основных поверхностей разрыва: внутренней ударной волны (TS), тангенциального разрыва (AP) и внешней ударной волны (BS). Сетка состоит из ≈ 15.000 ячеек, а её головная область напоминает сферическую сетку. Пример сетки показан на **Рисунке 2.1**, жирными чёрными линиями на правой панели отмечены выделяемые поверхности разрыва. Во внутреннем ударном слое число ячеек вдоль радиального направления составляет 30, в то время как внешний ударный слой и область сверхзвукового звёздного ветра состоят из 40 ячеек (в каждой зоне) вдоль радиального направления. В межзвёздной среде число ячеек в этом направлении равно 35, со сгущением ячеек к внешней ударной волне. Число ячеек в угловом направлении (от 0 до π) составляет 100. Дополнительные тестовые расчеты для верификации результатов были выполнены также на более мелкой (в 2 раза в каждом направлении) сетке.

Кинетическое уравнение 2.2 решалось с использованием этой же сетки. Однако, поскольку атомы движутся в трёхмерном пространстве координат, ячейки для них формируются путем вращения двумерных ячеек вокруг оси x. Таким образом, источники импульса и энергии были усреднены по азимутальному направлению. Пространственная протяженность сетки в безразмерных переменных составляет 5.5 в направлении против потока, 4 в направлении по потоку и 5.5 в перпендикулярном направлении. Следует отметить, что статистика метода Монте-Карло линейно зависит от объёма ячеек, поэтому при расчетах необходимо соблюдать баланс в разрешении сетки между газодинамическими и кинетическим уравнениями.

На входных границах для параметров плазмы выбираются, так называемые, «жёсткие» граничные условия, то есть все параметры (плотность, скорость

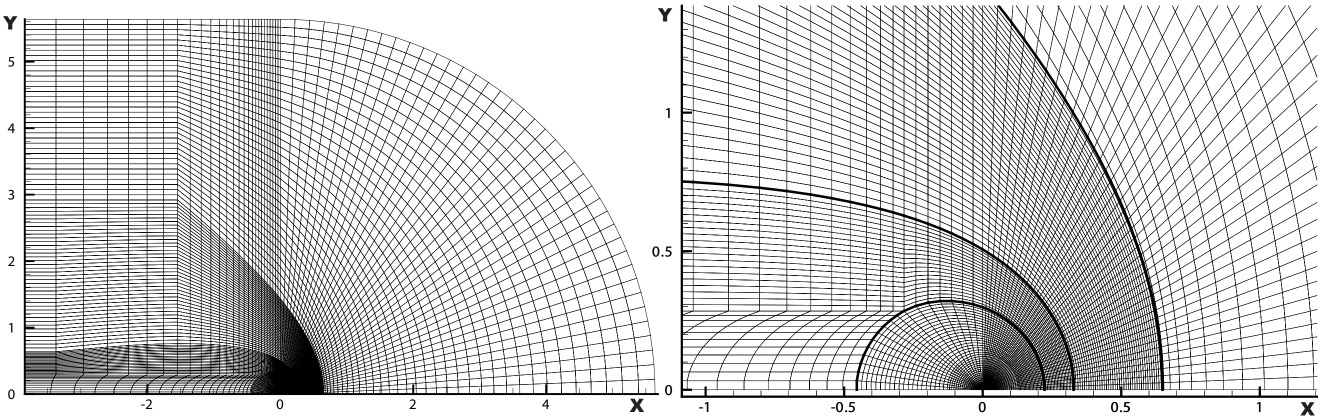


Рисунок 2.1 — Пример используемых расчётных сеток с возможностью выделения основных разрывов. Слева изображена вся область течения, справа головная область. Поверхности разрыва отмечены чёрными линиями на правой панели.

и давление) фиксируются. На выходных границах использовались «мягкие» граничные условия, то есть производные всех параметров по нормали к границе предполагаются равными нулю. В численных тестах было проверено, что граничные условия не накладывают дополнительных возмущений на поток.

2.2.3 Локальное число Кнудсена

Наряду с числом Кнудсена Kn_∞, определённым в подразделе 2.2.1, можно ввести понятие локального числа Кнудсена:

$$\mathrm{Kn} = \frac{l_{ex}}{L}, \quad l_{ex} = \frac{V_{\mathrm{H}}}{\nu_{ex}},$$
$$\nu_{ex} = n_p \int u \cdot \sigma_{\mathrm{ex}}^{\mathrm{HP}}(u) \cdot f_p(\mathbf{r}, V_p) d\mathbf{V}_p, \tag{2.10}$$

где ν_{ex} — частота перезарядки, V_H — скорость атома водорода.
Локальное число Кнудсена зависит, как от скорости рассматриваемого атома, так и от локальных свойств плазмы. Отметим ещё раз, что зависимость частоты перезарядки от локальной плотности плазмы линейна.

Приведём некоторые оценки локального числа Кнудсена в гелиосфере (или аналогичной астросфере) для межзвёздного нейтрального атома, движущегося со скоростью межзвёздной среды. Пусть рассматриваемый атом летит вдоль оси симметрии из межзвёздной среды по направлению к звезде. Можно проследить изменение средней длины свободного пробега (локального числа Кнудсена) вдоль его траектории. В невозмущенной межзвёздной среде локальное число Кнудсена равно Kn_∞ (≈ 0.43 для гелиосферы). Из-за нагрева и увеличения плотности плазмы во внешнем ударном слое после прохождения головной ударной волны длина свободного пробега межзвездного атома уменьшается примерно в четыре раза ($\mathrm{Kn} \approx 0.1$). Когда атом попадает во внутренний ударный слой (переходит через тангенциальный разрыв), локальное число Кнудсена сразу увеличивается примерно в десять раз из-за малой плотности плазмы ($\mathrm{Kn} \approx 1$). Затем он попадает в область сверхзвукового звёздного ветра, длина свободного пробега при переходе через внутреннюю ударную волну увеличивается ещё примерно в два раза ($\mathrm{Kn} \approx 2$), так как плотность плазмы перед внутренней ударной волной меньше, чем за ней. По мере приближения атома к звезде плотность солнечного ветра увеличивается пропорционально квадрату расстояния до звезды, достигая больши́х значений. Длина свободного пробега на расстоянии 1 а.е. уменьшается в 10000 раз по сравнению с таковой вблизи ударной волны ($\mathrm{Kn} \approx 0.0002$). На самом деле атомы не достигают столь близких расстояний, а испытывают перезарядку раньше, образуя свободную от атомов зону вокруг звезды. Характерный размер такой зоны составляет несколько астрономических единиц для гелиосферы, но может составлять сотни астрономических единиц для других астросфер.

Стоит отметить, что локальные длины свободного пробега (локальные числа Кнудсена) для вновь созданных после перезарядки вторичных атомов могут существенно отличаться от описанных выше из-за разницы скоростей «умерших» и «рождённых» атомов. Например, длина свободного пробега атома третьей популяции (рождённого во внешнем ударном слое, см. подраздел 2.3.2 для получения дополнительной информации о популяциях) во внутреннем ударном слое может быть в $\approx$ пять раз меньше, чем для межзвёздных атомов. С другой стороны, атомы первой популяции (рождённые в сверхзвуковом звёздном ветре) имеют во внутреннем ударном слое в $\approx$ восемь раз большую длину свободного пробега по сравнению с межзвёздными атомами в этой области. Эти соображения подчеркивают сложность задачи и важность кинетического описания для учёта всех популяций атомов (более строго – всей функции распределения, которая может быть существенно не максвелловской) и их влияния на конкретную область течения.

2.2.4 Предельные решения

Сформулированная выше задача имеет два предельных случая: $\mathrm{Kn}_\infty \to \infty$ и $\mathrm{Kn}_\infty \to 0$. В этих случаях решение задачи упрощается. При $\mathrm{Kn}_\infty \to \infty$, длина свободного пробега атомов становиться большой и процесса перезарядки атомов с заряженной компонентой не происходит. Источники импульса ($\mathbf{Q}_2$) и энергии (Q3) для плазмы становятся равными нулю (см. систему 2.6). В результате получается чисто газодинамическое решение для заряженной компоненты. Этот случай в диссертации называется **плазмо-газодинамический предел**.

В случае, когда $\mathrm{Kn}_\infty \to 0$ длина свободного пробега атома намного меньше характерного размера задачи, поэтому в любом малом объёме плазма и атомы обмениваются импульсом и энергией очень эффективно. Это приводит к тому, что скорости и температуры компонент становятся локально одинаковыми во всей области взаимодействия. В этом случае можно использовать **предел эффективного газа**. В этом приближении решается система уравнений 2.6 для смеси плазмы и атомов со следующими граничными условиями: $\rho_\infty = \rho_{p,\infty} + \rho_{\mathrm{H},\infty}$, $p_\infty = (2n_{p,\infty} + n_{\mathrm{H},\infty})k_B T_\infty$. Параметры для звёздного ветра не изменяются. В итоговом решении сохраняется отношение плотностей плазмы и атомов, поэтому легко отделить протоны от водорода: $\rho_p = \rho_{\text{effective gas}} \cdot \rho_{p,\infty}/\rho_\infty$.

2.3 Результаты и обсуждение

2.3.1 Параметры плазмы

В этом разделе представлены результаты расчётов и показаны особенности течения плазмы, полученные в рамках кинетико-газодинамической модели. На **Рисунке 2.2** показаны расстояния от звезды до трёх поверхностей разрыва вдоль оси x (в направлении навстречу набегающему потоку межзвёздной среды) как функции числа Кнудсена Kn_∞. Точки представляют результаты

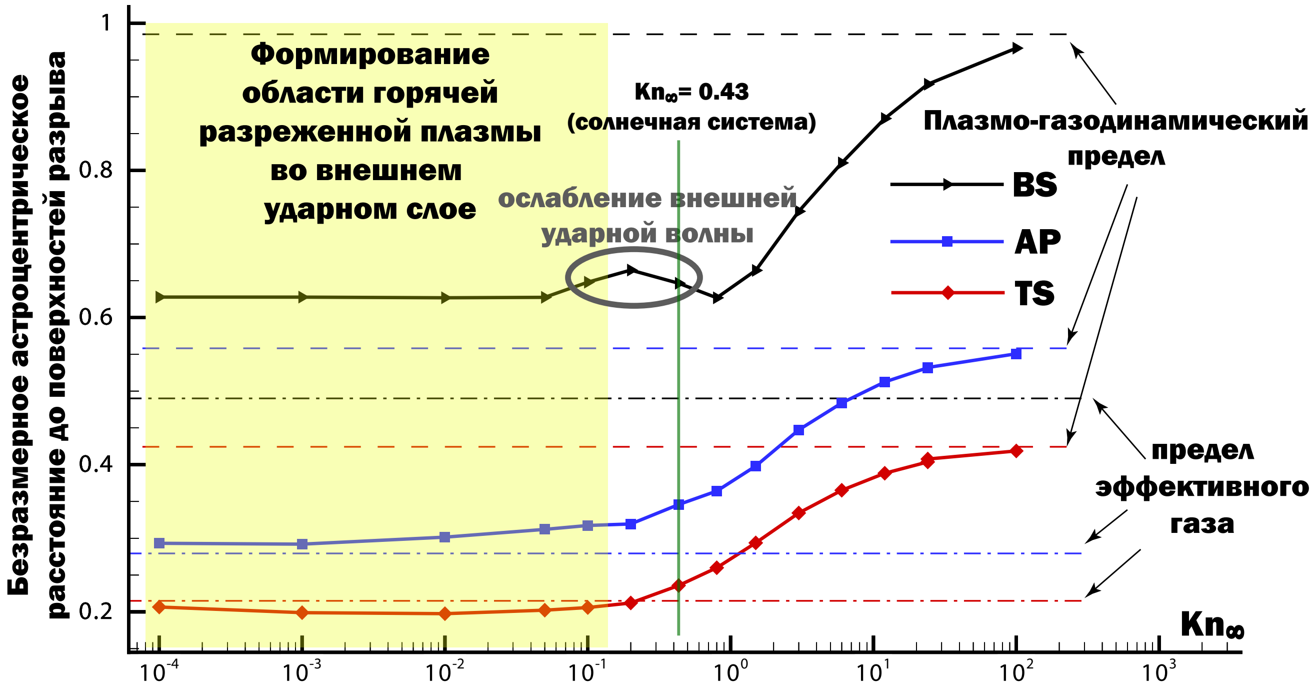


Рисунок 2.2 — Безразмерное расстояние от звезды до поверхностей разрыва по оси x (навстречу набегающему потоку) для различных значений числа Кнудсена. Внутренняя ударная волна (TS) обозначена красным цветом, астропауза (AP) — синим, а внешняя ударная волна (BS) — чёрным. Горизонтальные пунктирные линии показывают положения поверхностей разрыва для плазмо-газодинамического предела, штрихпунктирные - для предела эффективного газа.

расчётов. Значение $\mathrm{Kn}_\infty \approx 0.43$ соответствует случаю гелиосферы и отмечено вертикальной зелёной линией.

Горизонтальными штриховыми и штрихпунктирными линиями показаны положения поверхностей для плазмо-газодинамического предела и предела эффективного газа, соответственно. На основе данных результатов можно выписать формулу положений поверхностей разрыва в плазмо-газодинамическом пределе для $M_\infty = 1.97$:

$$L_S = k \cdot \sqrt{\frac{0.78 \cdot \dot{M}_\star V_0}{4\pi\rho_{\mathrm{p},\infty} c_\infty^2}}, \qquad (2.11)$$

где $k = 0.42, 0.56, 0.98$ для $L_S = L_{\mathrm{TS}}$, L_{AP}, и L_{BS} соответственно.

Естественно предположить, что положения поверхностей будут стремиться к предельным значениям для больши́х и малых значений чисел Кнудсена. Как видно на **Рисунке 2.2**, плазмо-газодинамический предел достигается при

$\mathrm{Kn}_\infty \approx 100$. Плазмо-газодинамический предел достигается не только для положений поверхностей разрыва на оси симметрии, но и для параметров плазмы во всей области течения. Таким образом, для значений числа Кнудсена бо́льших 100 влияние процесса перезарядки становится пренебрежимо малым, и можно использовать плазмо-газодинамический предел.

Для малых значений числа Кнудсена ($\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.2$) положения внутренней ударной волны и тангенциального разрыва приближаются к полученным в пределе эффективного газа. Для областей сверхзвукового звёздного ветра и внутреннего ударного слоя решение также близко к предельному. Однако положение внешней ударной волны остаётся достаточно далёким от звезды, а решение для течения во внешнем ударном слое далёким от предельного. Даже для значений $\mathrm{Kn}_\infty \sim 10^{-4}$ предел эффективного газа в области внешнего ударного слоя не достигается. Более того, при малых числах Кнудсена во внешнем ударном слое формируется «горячая разреженная область плазмы», которая подробно описывается в подразделе 2.3.3. Картина течения при малых значениях числа Кнудсена отдельно обсуждается в приложении Б.

В рамках используемого численного метода невозможно получить решение при $\mathrm{Kn}_\infty < 10^{-4}$. Метод Монте-Карло имеет вычислительные ограничения и не может обрабатывать длины свободных пробегов, близкие к нулю. Поэтому провести расчёты при ещё меньших значениях числа Кнудсена в данной работе не удалось.

Необходимо отметить, что безразмерные расстояния до ударных волн и астропаузы почти монотонно увеличиваются с ростом значения числа Кнудсена. Заметным исключением является расстояние до головной ударной волны в диапазоне $0.1 \leqslant \mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.43$, которое отмечено серым эллипсом на **Рисунке 2.2**. Такое положение ударной волны связано с тем, что при данных значениях Kn_∞ интенсивность ударной волны крайне мала. Данный эффект будет обсуждаться отдельно в подразделе 2.3.4.

На **Рисунке 2.3** показаны плотность (панель A), давление (панель B), модуль скорости (панель C) и температура (панель D) плазмы вдоль положительного направления оси x (против набегающего потока) для различных значений числа Кнудсена. Чёрная кривая соответствует плазмо-газодинамическому пределу. Для этого предела положения поверхностей разрыва отмечены на панели A. Для плазмо-газодинамического предела максимумы плотности плазмы (панель A, чёрная кривая) находятся на тангенциальном разрыве как для внешнего, так и для внутреннего ударных слоёв (для внешнего ударного слоя это известный результат, наблюдаемый при обтекании осесимметричных затупленных тел [91]). Однако по мере уменьшения числа Кнудсена максимум плотности во внешнем ударном слое перемещается от тангенциального разрыва к внешней ударной волне. Для $\mathrm{Kn}_\infty = 0.1$ (оранжевая кривая) плотность плазмы уменьшается по направлению к тангенциальному разрыву почти во всём внешнем ударном слое, достигая своего минимума на тангенциальном разрыве. Такое поведение справедливо для всех $\mathrm{Kn}_\infty \lesssim 0.15$. При этом температура плазмы во внешнем ударном слое для малых значений числа Кнудсена начинает сильно возрастать к тангенциальному разрыву (панель D). Таким образом, для малых чисел Кнудсена во внешнем ударном слое вблизи астропаузы формируется область горячей разреженной плазмы. Такая область наблюдается в результатах численных расчётов для чисел Кнудсена в диапазоне: $10^{-4} \leqslant \mathrm{Kn}_\infty \lesssim 0.15$, который отмечен жёлтым на **Рисунке 2.2**. Физические причины качественной перестройки течения во внешнем ударном слое и образования области горячей разреженной плазмы связаны с влиянием нейтрального водорода и подробно обсуждаются в подразделе 2.3.3 (см. также схему данного эффекта на **Рисунке 2.4**). Отношение максимальной и минимальной плотности плазмы во внешнем ударном слое (перепад высот) также увеличивается с уменьшением числа Кнудсена и для $\mathrm{Kn}_\infty = 0.01$ (панель A, красная кривая) приблизительно равно 3.8.

Во внутреннем ударном слое наблюдается противоположенный эффект: плотность увеличивается к тангенциальному разрыву при уменьшении числа Кнудсена. Однако это увеличение сконцентрировано в достаточно узкой области вблизи тангенциального разрыва. Физическая причина увеличения плотности к тангенциальному разрыву также связана с влиянием атомов и будет обсуждаться в подразделе 2.3.3.

Подобно плотности, давление достигает своего максимального значения на тангенциальном разрыве в плазмо-газодинамическом пределе (см. **Рисунок 2.3, B**, черная кривая). Тангенциальный разрыв не виден в распределениях давления, поскольку не нём достигается равенство давлений с обеих сторон. Во внешнем ударном слое максимум давления остается на тангенциальном разрыве для всех чисел Кнудсена. Во внутреннем ударном слое максимум давления перемещается к внутренней ударной волне при $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.2$ (зеленая, оранжевая и красная кривые). Нужно отметить, что при $\mathrm{Kn}_\infty = 0.01$ давление

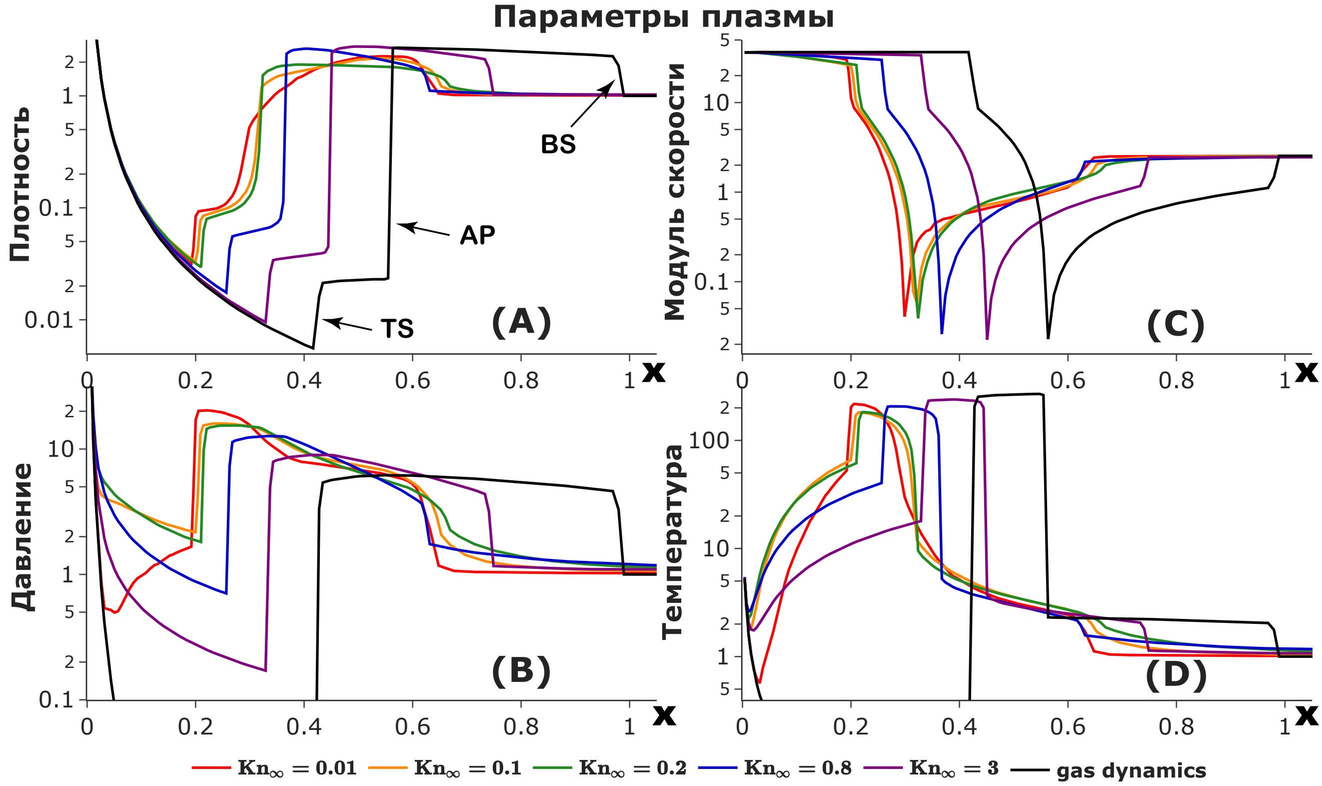


Рисунок 2.3 — Безразмерные распределения плотности (A), давления (B), модуля скорости (C) и температуры (D) вдоль положительного направления оси x (против ветра) для различных значений числа Кнудсена.

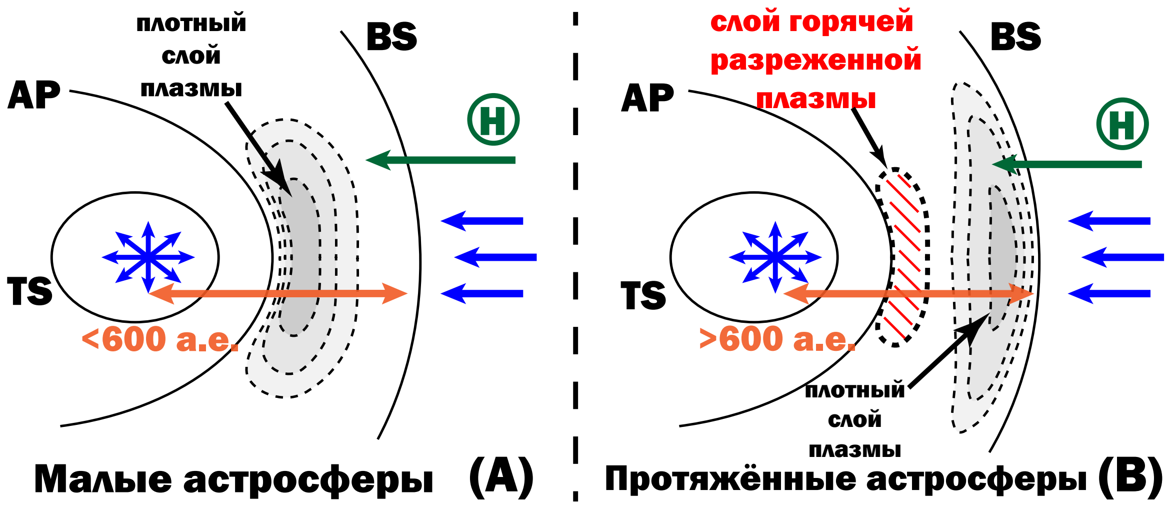


Рисунок 2.4 — Схематическое изображение взаимодействия звёздного ветра с частично ионизованным сверхзвуковым потоком для (А) малых и (Б) протяжённых астросфер. Демонстрация эффекта образования области горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое для протяжённых астросфер. TS - внутренняя ударная волна, AP - тангенциальный разрыв, BS - внешняя ударная волна.

начинает расти с расстоянием в области сверхзвукового звёздного ветра, при $r \gtrsim 0.05$ (красная кривая, панель B). Причина такого поведения давления заключается в увеличении эффективности процесса перезарядки при $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.01$, в результате которого почти весь межзвёздный водород, проникающий в область сверхзвукового звёздного ветра, перезаряжается и сильно «нагревает» плазму.

Из **Рисунка 2.3 (панель C)** видно, что скорость сверхзвукового звёздного ветра уменьшается с увеличением расстояния. Для солнечного ветра этот эффект давно известен в литературе (см., например, [92], Рисунок 4.3). Причиной замедления ветра является эффективная потеря импульса в результате перезарядки. Наибольшее замедление происходит при $\mathrm{Kn}_\infty \sim 0.1 - 0.2$ (оранжевые и зеленые кривые, панель C). При $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.01$ замедление ветра происходит только в непосредственной близости от внутренней ударной волны, так как в этом случае на более близкие к звезде расстояния атомы не проникают из-за перезарядки (см. подробности распределения атомов в подразделе 2.3.2).

Распределения температуры на **Рисунке 2.3 (панель D)** согласуются с плотностью, давлением и уравнением состояния плазмы ($p_p = 2n_p k_B T_p$). В сверхзвуковом звёздном ветре из-за процесса перезарядки температура сильно возрастает по направлению к внутренней ударной волне. Этот эффект хорошо известен для гелиосферы (см., например, [93; 94]). Отметим, что для плазмо-газодинамического случая (чёрная кривая) температура в сверхзвуковом звёздном ветре адиабатически убывает с расстоянием (частично выходит за границы рисунка из-за выбранного масштаба).

2.3.2 Параметры атомов

В этом разделе представлены распределения плотности атомов вдоль оси x – оси симметрии задачи. Чтобы лучше понять процесс резонансной перезарядки, все атомы условно разделены на четыре популяции согласно работе [5]. Популяция 4 представляет собой межзвёздный водород или атомы, рождённые в сверхзвуковой межзвёздной среде. Популяция 3 – это атомы, рождённые во внешнем ударном слое. Популяция 2 – это атомы, рождённые во внутреннем ударном слое, которые в данной главе также называются «энергичные нейтральные атомы», чтобы подчеркнуть их высокие энергии (так как плазма во внутреннем ударном слое является достаточно горячей с температурой порядка 10^6 К для гелиосферы). Популяция 1 или «нейтральный звёздный ветер» – это атомы, рождённые в сверхзвуковом звёздном ветре. Необходимо отметить, что такое деление условно и необходимо только для простой интерпретации полученных результатов, которые никак не зависят от выбранного деления атомов на популяции. Программа Монте-Карло обрабатывает все атомы по одинаковому алгоритму, а деление на популяции определяет только вывод результатов. В пользу такого деления выступает аргумент, что рождённые после перезарядки атомы имеют параметры (температуру и скорость) локальной родительской плазмы, поэтому оно помогает приблизительно оценить характеристики тех или иных атомов, даже несмотря на то, что в пределах одной области параметры плазмы сильно варьируются.

На **Рисунке 2.5** показаны распределения плотности атомов каждой популяции для различных значений числа Кнудсена на оси x в положительном направлении (против потока межзвёздной среды). Прежде всего, обратим внимание на распределение атомов в случае гелиосферы ($\mathrm{Kn}_\infty = 0.43$, жёлтые кривые). В этом случае внешняя ударная волна расположена на расстоянии $x \approx 0.65$. Плотность популяции 4 (панель D) остается практически постоянной на больши́х расстояниях ($x > 0.9$) и немного увеличивается перед ударной волной в области $0.65 \leqslant x \leqslant 0.9$. Это слабое увеличение плотности в небольшой области, длина которой порядка длины свободного пробега атома, в первую очередь обусловлено атомами популяции 3, которые вылетают в межзвёздную среду из внешнего ударного слоя. Энергичные нейтральные атомы (популяция 2) и нейтральный звёздный ветер (популяция 1) также проникают в эту область, но, как будет показано ниже, их плотность крайне мала на этих расстояниях, поэтому их вклад в увеличение плотности популяции 4 пренебрежимо мал, чего нельзя сказать об их вкладе в источник импульса и энергии для плазмы из-за их высоких скоростей. В работе [95] оценено влияние энергичных нейтральных атомов на плазму в сверхзвуковой межзвёздной среде, которое может приводить к безударному переходу плазмы через внешнюю ударную волну. В контексте настоящей работы этот эффект обсуждается в подразделе 2.3.4.

После прохождения атомов популяции 4 через внешнюю ударную волну, их плотность начинает эффективно уменьшаться во внешнем ударном слое ($0.35 \leqslant x \leqslant 0.65$, панель D, жёлтая кривая) из-за перезарядки, в результате

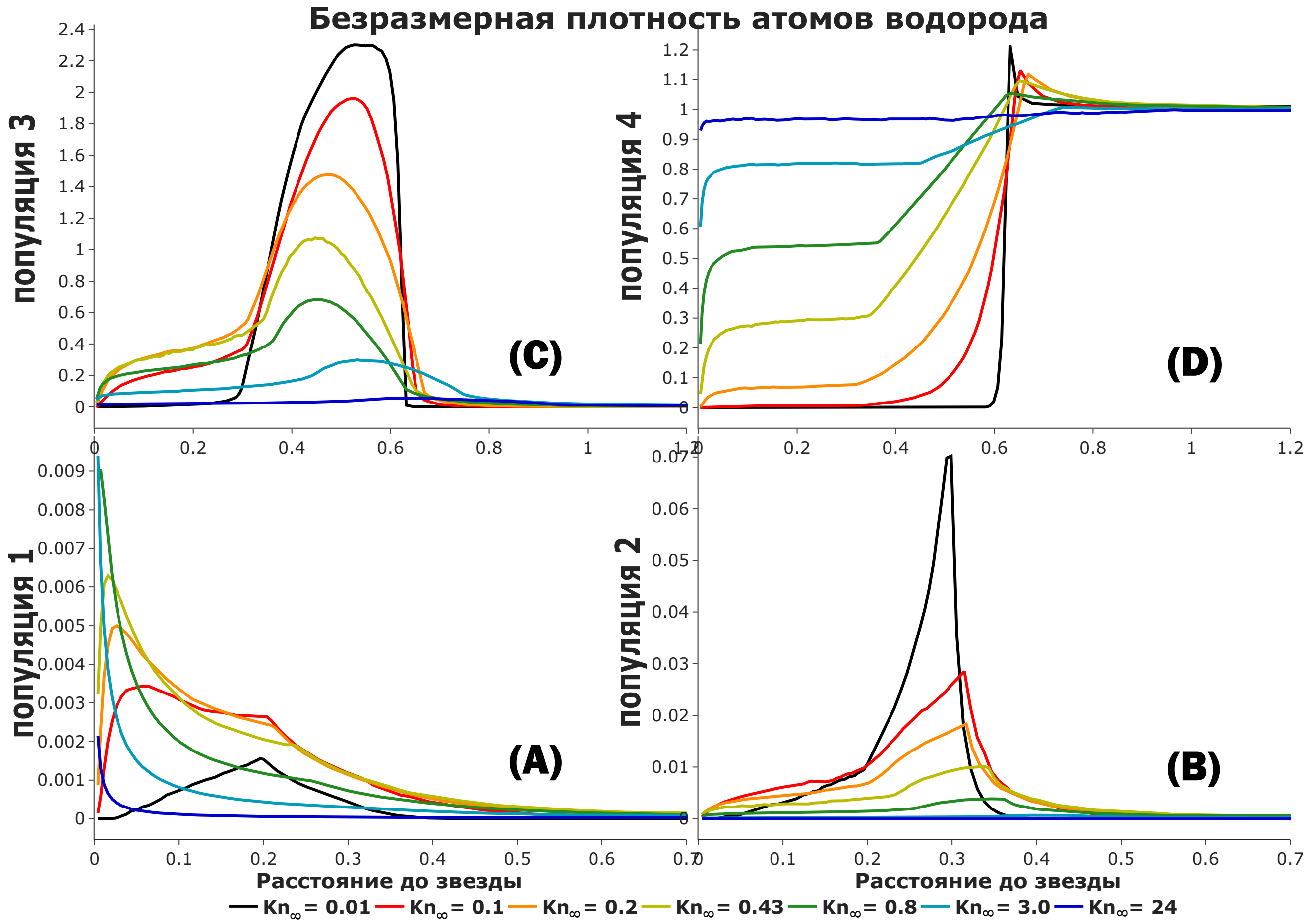


Рисунок 2.5 — Безразмерная плотность каждой популяции атомов водорода для различных значений числа Кнудсона на оси X (против потока). Значения безразмерны для концентрации водорода в LISM

которой в этой области рождаются атомы популяции 3 (панель C). Эти атомы образуют водородную стенку, предсказанную в работе [50] и обнаруженную в направлении α Cen на космическом телескопе Хаббл [52] .

После пересечения тангенциального разрыва атомы популяций 3 и 4 попадают во внутренний ударный слой ($0.23 \leqslant x \leqslant 0.35$). При перезарядке в этой области образуются атомы популяции 2 (**Рисунок 2.5, B**). Перезарядка во внутреннем ударном слое происходит менее эффективно, чем во внешнем (это видно, например, по наклону жёлтой кривой на панели D). Это означает, что локальное число Кнудсена (см. подраздел 2.2.3) во внешнем ударном слое существенно ниже, чем во внутреннем. Это связано с низкой плотностью плазмы во внутреннем ударном слое.

Атомы популяции 1 рождаются в сверхзвуковом звёздном ветре ($x \lesssim 0.23$, панель A). Максимум плотности этой популяции достигается в области сверхзвукового солнечного ветра. Например, для $\mathrm{Kn}_\infty = 0.43$ максимум находится на расстоянии $x \approx 0.03$. Возникновение локального максимума объясняется следующим. Число атомов первой популяции, которые рождаются в единичном объёме в единицу времени, пропорционально $n_H n_p u \sigma_{ex}(u)$, где n_{p} - концентрация протонов плазмы, u - относительная скорость протонов и атома, $\sigma_{ex}(u)$ - дифференциальное сечение перезарядки, n_{H} - суммарная концентрация атомов популяций 2-4. По мере приближения к звезде концентрация плазмы увеличивается пропорционально квадрату расстояния ($n_{\mathrm{p}} \sim 1/r^2$), а n_{H} - уменьшается, так как атомы популяций 2-4 гибнут (вследствие той же перезарядки). $n_{\mathrm{H}} n_{\mathrm{p}}$ имеет максимум на некотором расстоянии (величина $u\sigma_{ex}(u)$ примерно постоянна). На этом расстоянии атомы популяции 1 рождаются наиболее интенсивно. Так как все атомы популяции 1 имеют скорости, мало отличающиеся от скорости солнечного ветра, и движутся радиально от звезды, их число накапливается, и концентрация растёт с расстоянием до некоторого момента. Однако когда источник атомов популяции 1 становится мал, концентрация начинает уменьшаться с расстоянием вследствие уравнения неразрывности $d\rho/dt = -\rho div\mathbf{V}$ (дивергенция поля скорости радиально расходящегося потока является положительной).

Теперь изучим, как распределения плотности введенных популяций зависят от числа Кнудсена. Плотность атомов популяции 4 (панель D) в областях внутреннего ударного слоя и сверхзвукового звёздного ветра уменьшается по мере уменьшения числа Кнудсена. Их плотность также уменьшается во внешнем ударном слое. Рост плотности перед внешней ударной волной в сверхзвуковой области межзвёздного газа ($x \approx 0.62$) становится значительно больше с уменьшением числа Кнудсена. Например, для $\mathrm{Kn}_\infty = 0.01$ (чёрная кривая) увеличение плотности составляет более 20 % от межзвёздного значения. Ширина этой области становится у́же, что вполне ожидаемо, поскольку она связана со средней длинной свободного пробега атома, которая уменьшается с уменьшением числа Кнудсена. Заметим также, что для $\mathrm{Kn}_\infty = 0.01$ почти вся популяция 4 подвергается перезарядке и исчезает сразу после прохождения через внешнюю ударную волну.

С уменьшением числа Кнудсена перезарядка становится более эффективной, в результате чего: высота водородной стенки (плотность атомов популяции 3 во внешнем ударном слое, панель C) увеличивается; плотность атомов популяции 3 во внутреннем ударном слое (при $x < 0.35$), уменьшается.

Плотность атомов популяции 2 (панель B) становится больше во внутреннем ударном слое. В сверхзвуковом звёздном ветре при $\mathrm{Kn}_\infty \geqslant 0.1$ плотность атомов популяции 2 увеличивается с уменьшением числа Кнудсена. Однако при дальнейшем уменьшении числа Кнудсена, она начинает уменьшаться на близких к звезде расстояниях (см., например, $\mathrm{Kn}_\infty = 0{,}01$, панель В, чёрная кривая), что ожидаемо, так как свободная от атомов область расширяется.

Из-за расширения свободной от атомов зоны вблизи звезды, зависимость плотности атомов популяции 1 в сверхзвуковом звёздном ветре (панель А) от числа Кнудсена существенно нелинейна. При $\mathrm{Kn}_\infty \geqslant 0.8$ плотность атомов популяции 1 увеличивается почти во всей области сверхзвукового звёздного ветра с уменьшением числа Кнудсена, так как увеличивается эффективность перезарядки; при меньших числах Кнудсена она начинает уменьшаться вблизи звезды, так как большинство атомов третьей и четвёртой популяции, в результате перезарядки которых и рождаются атомы популяции 1, просто не достигает сверхзвукового звёздного ветра, испытывая перезарядку ещё в ударных слоях.

В приложении Б подробно обсуждаются распределения плотности атомов для малых значений чисел Кнудсена, включая $\mathrm{Kn}_\infty = 10^{-4}$ – минимального значения, которого удалось достичь в настоящей работе.

2.3.3 Область горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое

В настоящем подразделе обсуждается эффект образования области горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое с уменьшением числа Кнудсена (см. **Рисунок 2.3, А**, красная кривая, и схему эффекта на **Рисунке 2.4**). Данный эффект приводит к качественному изменению распределений плотности и температуры во внешнем ударном слое.

Как и в предыдущем разделе, для простоты изложения здесь применяется подход, основанный на разделении атомов водорода на четыре популяции, которые обладают различными свойствами. Оценка роли каждой популяции водорода в динамике плазмы представляет собой сложную задачу. Для её решения было проведено отдельное исследование в рамках максимально простой модели, представленной в работе [12], в ходе которого было изучено влияние различных источников импульса и энергии (различных параметров популяции водорода) на структуру течения в отдельном ударном слое. Результаты исследования подтвердили выводы, полученные с использованием глобальной модели, что нагрев ударного слоя приводит к смещению максимума плотности плазмы от тангенциального разрыва в сторону ударной волны. Напротив, охлаждение слоя увеличивает плотность вблизи тангенциального разрыва. Кроме того, источники импульса оказывают влияние на распределение давления и ширину ударного слоя, но практически не сказываются на плотности плазмы.

На основе результатов, полученных в ходе вышеупомянутого исследования, можно прийти к следующему выводу: для $\mathrm{Kn}_\infty \lesssim 0.15$ эффект формирования области горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое связан с «горячими» атомами популяции 2. Функция распределения этих атомов довольно широкая, что обусловлено высокой температурой плазмы во внутреннем ударном слое, которая для гелиосферы составляет $\approx\ 10^6$ градусов по Кельвину. Эти атомы проникают во внешний ударный слой и перезаряжаются с протонами, что приводит к значительному притоку тепла. Наибольший нагрев происходит непосредственно за тангенциальным разрывом, что, в свою очередь, вызывает локальный нагрев и перераспределение плазмы во внешнем ударном слое. В результате вблизи тангенциального разрыва образуется область горячей разреженной плазмы.

Результаты моделирования показывают, что хотя область горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое является наиболее выраженной при значениях числа $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.15$, она не исчезает полностью даже при более высоких числах Кнудсена, а локализуется в тонком слое вблизи тангенциального разрыва. Этот эффект можно увидеть на примере синей кривой на **Рисунке 2.3, А** ($\mathrm{Kn}_\infty = 0.8$). Здесь наблюдается небольшое снижение плотности вблизи астропаузы при $x \approx 0.36$. Аналогичное уменьшение плотности, известное как «слой истощения плазмы» («Plasma Depletion layer»), было зафиксировано зондами «Вояджер» (см. Рисунок 36, [96]). Хотя физическая природа этого слоя до сих пор остаётся неясной, настоящая работа показывает, что энергичные нейтральные атомы частично ответственны за возникновение данного эффекта.

Небольшие числа Кнудсена ($\mathrm{Kn}_\infty \lesssim 0.15$), при которых возникает область горячей разреженной плазмы, соответствуют астросферам, примерно в три раза превышающим размер гелиосферы. Если остальные параметры модели аналогичны наблюдаемым в гелиосфере то скорость потери массы звездой должна быть как минимум в девять раз больше, чем у Солнца. В таком случае горячий разреженный слой плазмы будет сильно заметен и, возможно, будет обнаружен в ходе наблюдений.

Важно отметить, что обсуждаемый в этом подразделе горячий разреженный слой плазмы не является одномерным. Смещение максимума плотности во внешнем ударном слое происходит по всему слою, даже вдали от оси симметрии. Этот вывод наглядно представлен на **рисунке В.1** в приложении В.

Во внутреннем ударном слое происходит обратный процесс. Из-за охлаждения слоя (так как атомы переносят энергию из внутреннего ударного слоя во внешний) плотность плазмы резко увеличивается вблизи тангенциального разрыва. Кроме того, атомы популяции 3 переносят импульс из внешнего ударного слоя во внутренний, создавая эффективную силу против направления оси x, что во внутреннем ударном слое приводит к изменению распределения давления, перемещая его максимум к внутренней ударной волне.

2.3.4 Ослабление ударной волны

В этом подразделе исследуется положение внешней ударной волны при числах Кнудсена в диапазоне 0.1 – 0.43 (**Рисунок 2.2**, серый эллипс). Расстояние от звезды до внешней ударной волны для этого диапазона больше аналогичного расстояния при $\mathrm{Kn}_\infty = 0.8$, хотя вне данного диапазона чисел Кнудсена оно монотонно уменьшается с уменьшением Kn_∞.

На **Рисунке 2.6** показаны распределения плотности плазмы в окрестностях внешней ударной волны для различных значений числа Кнудсена, которые находятся в диапазоне от 0.05 до 0.8. Положения ударных волн дополнительно отмечены вертикальными пунктирными линиями. Коэффициенты сжатия, то есть отношения плотностей за и перед ударной волной, отмечены цветными надписями для каждой ударной волны. Стоит отметить, что интенсивность внешней ударной волны в этом диапазоне довольно слабая. При $\mathrm{Kn}_\infty = 0.2$ коэффициент сжатия составляет 1.08, что соответствует минимальному значению, обнаруженному в ходе численного моделирования. Этот параметр близок к случаю безударного перехода, когда коэффициент сжатия равен 1. Для значений $\mathrm{Kn}_\infty = 0.1$ и 0.43 интенсивность ударной волны немного выше, а её положение ближе к звезде по сравнению со случаем $\mathrm{Kn}_\infty = 0.2$. За пределами этого диапа-

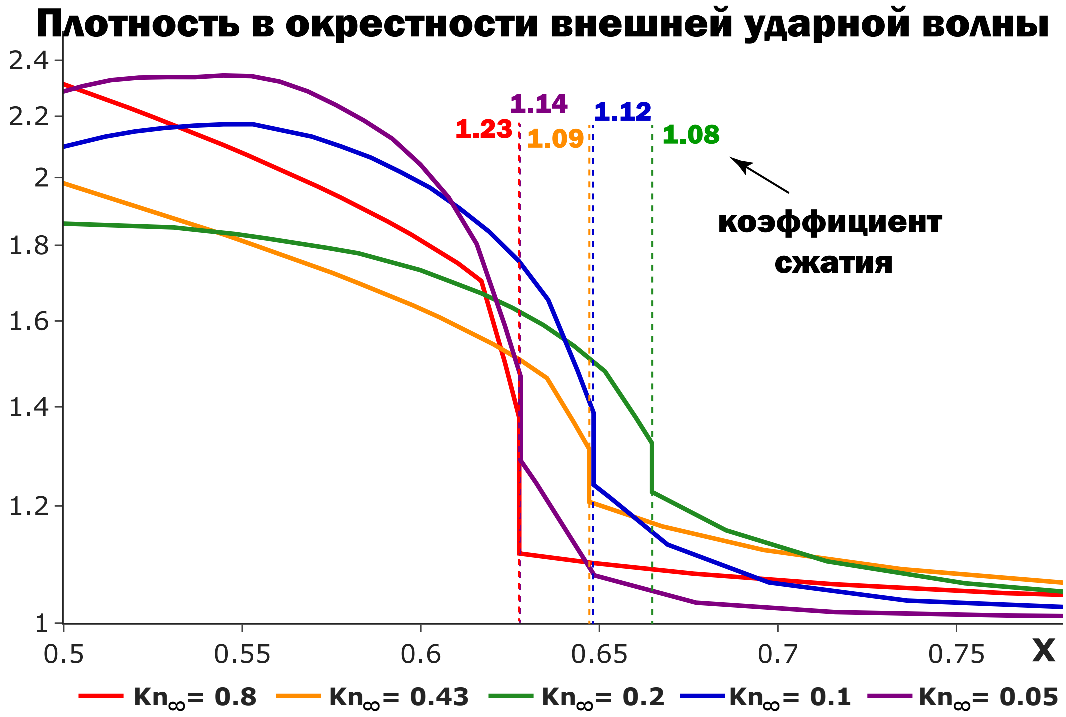


Рисунок 2.6 — Безразмерные распределения плотности в окрестности головных ударных волн для различных значений числа Кнудсена. Для каждой ударной волны отмечено ее положение (вертикальные линии), а также коэффициент сжатия — отношение числовой плотности ниже и выше ударной волны

зона интенсивность ударных волн снова возрастает (см. **Рисунок 2.3**). Таким образом, в результате ослабления внешней ударной волны в диапазоне чисел Kn_∞ от 0.1 до 0.43 происходит небольшое смещение ударной волны от звезды. Это ослабление, известное как эффект Грунтмана [95], происходит из-за влияния трёх популяций атомов (1-3), которые проникают обратно в межзвёздную среду и «нагружают» набегающий поток. Следует отметить, что значение Kn_∞ в гелиосфере, равное 0.43, как раз соответствует диапазону слабой интенсивности внешней ударной волны.

2.4 Заключение к главе 2

В главе проведено параметрическое исследование взаимодействия звёздного ветра с частично ионизированной межзвёздной средой с учётом процесса перезарядки протонов на межзвёздных атомах водорода. Моделирование проводилось в широком диапазоне чисел Кнудсена ($10^{-4} - 10^{2}$). Кратко результаты главы можно резюмировать следующим образом:

(1) Без учета влияния атомов ($\mathrm{Kn}_\infty \to \infty$, плазмо-газодинамический предел) расстояния от звезды до поверхностей разрыва для $M_\infty = 1.97$ ($\gamma = 5/3$) можно рассчитать с помощью формулы (2.11). Однако, чем меньше число Кнудсена, тем эффективнее процесс перезарядки, что приводит к уменьшению безразмерных расстояний от звезды до поверхностей разрыва. На **рисунке 2.2** показаны астроцентрические безразмерные расстояния до трёх поверхностей разрыва для различных значений числа Кнудсена. Можно сделать вывод, что максимальные уменьшения расстояний до внешней ударной волны, тангенциального разрыва и внутренней ударной волны по сравнению с плазмо-газодинамическим пределом составляют ≈ 36 %, ≈ 47 % и ≈ 52 % соответственно.

(2) Для астросфер с $\mathrm{Kn}_\infty \gtrsim 100$ течение плазмы (включая положения поверхностей разрыва) близко к решению, полученному в плазмо-газодинамическом переделе. Это означает, что для таких чисел Кнудсена можно пренебречь влиянием процесса перезарядки.

(3) Предел эффективного газа не достигнут в работе даже для чисел $\mathrm{Kn}_\infty = 0.0001$. Положения внутренней ударной волны и тангенциального разрыва, а также решение в сверхзвуковом звёздном ветре и внутреннем ударном слое близки к полученным в пределе эффективного газа. Однако положение внешней ударной волны и решение во внешнем ударном слое не соответствуют предельному решению.

(4) При $\mathrm{Kn}_\infty \lesssim 0.15$ во внешнем ударном слое астросферы происходит интенсивный нагрев плазмы в результате перезарядки с атомами водорода, рождёнными во внутреннем ударном слое и вылетевшими во внешний ударный слой (популяция 2). Таким образом, атомы водорода обеспечивают эффективный перенос энергии из внутреннего ударного слоя во внешний, что приводит к образованию области горячей разреженной плазмы во внешнем ударном слое (см. **Рисунок 2.4, B**). Этот процесс будет происходить в звёздах с астросферами в три и более раз крупнее гелиосферы.

(5) Для чисел Кнудсена в диапазоне $0.1 - 0.5$ обнаружено ослабление интенсивности внешней ударной волны, которое происходит в результате «нагружения» межзвёздного потока атомами, рождёнными во внутренних слоях астросферы. Ударные волны слабой интенсивности немного отдаляются от звез-

ды, что видно на **Рисунке 2.2**. Максимальное значение отдаления достигает 6 % от астроцентрического расстояния внешней ударной волны при $\mathrm{Kn}_\infty = 0.8$. Внешняя ударная волна в гелиосфере также является волной слабой интенсивности, так как гелиосферное значение числа Кнудсена лежит в диапазоне $0.1 - 0.5$.

Дальнейшие исследования будут направлены на оценку параметров звёздных ветров различных наблюдаемых астросфер на основе видимых положений поверхностей разрыва и/или анализа профиля поглощения излучения в линии Лайман-альфа.

Глава 3. Влияние азимутального магнитного поля звезды на астросферу[1]

3.1 Введение к главе 3

В данной главе исследуется влияние азимутального магнитного поля звезды на область взаимодействия звёздного ветра с межзвёздной средой.

Как было отмечено в главе 1, закрученное из-за вращения звезды магнитное поле может приводить к возникновению магнитной силы, направляющей плазму по оси вращения звезды и формирующей две плазменные струи (вдоль северного и южного полюсов звезды). В результате образуется трубчатая форма тангенциального разрыва, которая отделяет плазму звёздного ветра от межзвёздной среды. Однако для того, чтобы магнитное поле оказывало существенное влияние на течение плазмы, оно должно быть достаточно сильным не только вблизи звезды, но и на некотором расстоянии от неё. То есть, отношения магнитного давления к статическому $\frac{B^2}{p}$ и динамическому $\frac{B^2}{\rho V^2}$ давлениям звёздного ветра должны быть больше или порядка единицы. Данное условие может быть выполнено для некоторых типов звёзд с сильными магнитными полями, например, нейтронных звёзд. Однако для Солнца и звёзд солнечного типа, которые представляют наибольший интерес для исследований в рамках поиска потенциально обитаемых планет, это условие не выполняется. На орбите Земли динамическое давление гиперзвукового солнечного ветра является определяющим ($\rho V^2 \gg p, \;\; \rho V^2 \gg B^2$). Это означает, что газодинамическое (M) и альфвеновское (M_A) числа Маха много больше единицы. В частности, из-за этого влияние магнитных полей на структуру гелиосферы/астросферы не рассматривалось в классических работах. Однако недавно было обнаружено, что влияние слабого магнитного поля звезды становится значительным в области ударного слоя, после того как звёздный ветер проходит через гелиосферную ударную волну. В следующем разделе приводятся простые оценки этого эффекта.

[1]При подготовке данной главы диссертации использовались следующие публикации автора, в которых, согласно «Положению о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», отражены основные результаты, положения и выводы исследования: [15; 16; 97]

3.1.1 Качественные оценки

Чтобы дать простую качественную иллюстрацию влияния азимутального магнитного поля, в области за ударной волной можно оценить силу $\mathbf{F}_{mag}$, с которой магнитное поле действует на плазму солнечного ветра. В рамках уравнений идеальной магнитогидродинамики эта сила определяется следующим выражением $\mathbf{F}_{mag} = ([\nabla \times \mathbf{B}] \times \mathbf{B})/(4\pi)$. Рассмотрим классическую задачу, в которой сверхзвуковой поток от точечного источника взаимодействует с окружающим **покоящимся** межзвёздным газом (см., например, [41], стр. 175). В этом стационарном сферически-симметричном решении на расстоянии R_{TS} от Солнца образуется ударная волна. Гелиоцентрическое расстояние до этой волны определяется формулой: $R_{TS} = \sqrt{\frac{\dot{M}_\star V_0}{4\pi p_\infty} \cdot \frac{\gamma+3}{2(\gamma+1)}}$, где $\dot{M}_\star$ - скорость потери массы звездой, V_0 - терминальная скорость сверхзвукового звёздного ветра, p_∞ - давление межзвёздного газа.

В сверхзвуковом звёздном ветре, на расстояниях от звезды меньших, чем R_{TS}, решение выглядит следующим образом: $V \sim V_0$, $\rho \sim 1/R^2$ и $p \sim 1/R^{2\gamma}$ (см. приближение гиперзвукового источника в разделе 1.1.2), где R - расстояние до звезды. В дозвуковой области, то есть при $R > R_{TS}$, газ можно считать несжимаемым, тогда решение принимает следующий вид: $V \sim 1/R^2$, $\rho \sim \rho_\infty$ и $p \sim p_\infty$.

Это решение может быть использовано для вычисления вмороженного магнитного поля в рамках кинематического приближения. Для этого необходимо решить уравнение $\nabla \times [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] = 0$. В результате получим:

$$R < R_{TS} : B_R \sim 1/R^2, \quad B_\varphi \sim (1/R)\sin\theta, \quad B_\theta = 0. \tag{3.1}$$

Приведенное выше решение для $R < R_{TS}$ было получено в работе [14].

Для $R > R_{TS}$, используя соотношения Рэнкина-Гюгонио (для идеальной МГД) на ударной волне, можно получить следующее решение:

$$R > R_{TS} : \quad B_R \sim 1/R^2, \; B_\varphi \sim R\sin\theta, \quad B_\theta = 0. \tag{3.2}$$

Здесь θ - зенитный угол, отсчитываемый от оси вращения звезды, φ - азимутальный угол.

Как следует из приведенной выше формулы, отношение магнитного давления к статическому увеличивается с расстоянием $\left(\dfrac{B^2}{p} \sim R^2\right)$. Начиная с некоторых расстояний магнитное поле будет оказывать заметное динамическое влияние на течение плазмы звёздного ветра. Магнитная сила $\mathbf{F}_{\text{mag}}$ имеет единственную составляющую в r-направлении (в цилиндрической z, r, φ системе координат, где ось z - ось вращения звезды): $F_{\text{mag, r}} = -2r$ для магнитного поля, описываемого уравнением 3.2. Таким образом, магнитная сила притягивает звёздный ветер к оси z, отклоняя его от исходного радиального направления движения. В результате поток звёздного ветра разворачивается и начинает двигаться вдоль оси вращения звезды. При этом форма тангенциального разрыва становится похожей на трубу (**Рисунок 3.1, C**). На основе представленных оценок можно сделать вывод, что даже крайне слабое магнитное поле звезды будет усиливаться в области ударного слоя с увеличением расстояния до оси вращения звезды. Это может привести к образованию тангенциального разрыва трубчатой формы.

В работах [25; 26] в рамках уравнений идеальной магнитогидродинамики была исследована задача о взаимодействии звёздного ветра (с учётом магнитного поля звезды) с межзвёздной средой, которая находится в состоянии покоя относительно звезды. Было показано, что в безразмерном виде решение зависит только от одного параметра — альфвеновского числа Маха звёздного ветра M_A. Параметрическое исследование проводилось как аналитически (в некоторой области пространства), так и численно, что позволяет сделать заключение о достоверности полученных результатов. В ходе численных расчётов было установлено формирование трубчатой формы тангенциального разрыва, а также оценен диаметр его сечения плоскостью, содержащей звезду и перпендикулярной оси вращения. Для достаточно больших значений M_A ($M_A > 10$) этот диаметр пропорционален $M_A^{1/3}$.

В данной главе диссертации рассматривается обобщение описанной выше задачи на случай, когда межзвёздная среда движется относительно звезды. В этой ситуации на тангенциальный разрыв действует дополнительное давление, создаваемое набегающим потоком межзвёздной среды. Это приводит к формированию трёхмерного течения. При небольших скоростях набегающего потока трубчатая форма тангенциального разрыва начинает изгибаться в подветренном направлении. В научной литературе такой изогнутый тангенциальный разрыв получил неофициальное название «круассан» из-за своей характерной формы. По мере увеличения скорости набегающего потока форма тангенциального разрыва изменяется с трубчатой на классическую параболоидальную.

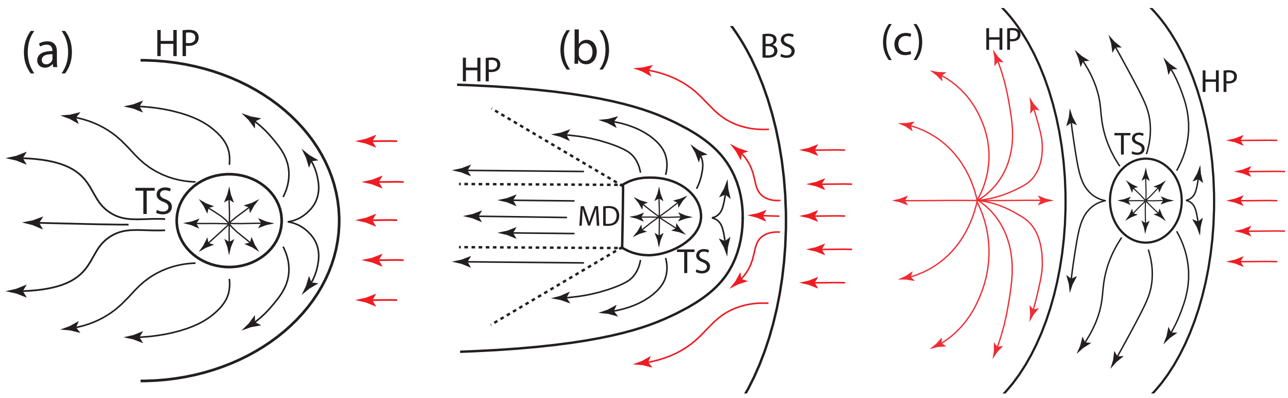


Рисунок 3.1 — Схематическое изображение структуры астросферы с классической параболоидальной формой тангенциального разрыва (HP) (для малых (a) и больших (b) чисел Маха межзвездного потока) и трубчатой формой тангенциального разрыва (c).

В настоящей главе подробно изучаются детали, связанные со сменой режима течения.

Особое внимание в главе уделяется форме тангенциального разрыва в гелиосфере. До недавнего времени, форма гелиопаузы считалась классической параболоидальной (**Рисунок 3.1 a, b**), как это было показано в работе [38]. Однако в последнее время взгляд на глобальную структуру гелиопаузы существенно изменился. В работах [17; 18] было показано, что гелиопауза может иметь форму «круассана» (**Рисунок 3.1 c**) благодаря влиянию азимутальной составляющей гелиосферного магнитного поля. Однако эта форма оспаривается в работе [98]. Авторы утверждают, что изогнутая трубчатая форма тангенциального разрыва исчезает из-за эффектов солнечного цикла, особенно из-за изменения угла между солнечной магнитной осью и осью вращения. Кроме того, утверждается, что процесс резонансной перезарядки протонов с межвёздными атомами водорода, а также неустойчивость Кельвина-Гельмгольца могут разрушить трубчатую форму гелиопаузы. В работе [99] продемонстрировано, что в рамках нестационарной модели, учитывающей солнечный цикл, не наблюдается формирование трубчатой формы тангенциального разрыва.

В работе [65] в рамках 3D-кинетической МГД-модели было показано, что гелиопауза имеет классическую параболоидальную форму, которая, однако, существенно искривляется магнитным полем Солнца. Также в исследовании было отмечено увеличение потока солнечного ветра на высоких широтах в хвостовой области гелиосферы, обусловленное динамическим влиянием гелиосферного магнитного поля.

Интересно, что трубчатая форма гелиопаузы не была обнаружена в численных моделях, опубликованных до работы [17]. В работе [99] также было указано, что гелиосферный токовый слой (даже если он плоский, как показано на Рисунке 11 в работе [99]) способен разрушить трубчатую форму тангенциального разрыва. Еще одним аргументом против изогнутой трубчатой формы гелиопаузы является винтовая неустойчивость («kink instability»), о которой говорится в разделе 5.4 работы [99].

Таким образом, вопрос о форме гелиопаузы привлекает внимание множества исследователей, и число работ по этой теме растёт с каждым годом. Однако, несмотря на его значимость, до сих пор нет единого мнения по этому поводу, и спор остаётся открытым. В этой главе будут предприняты попытки прояснить ситуацию и, хотя окончательное решение так и не будет предложено, будет сделан ещё один шаг в направлении к разрешению данного вопроса.

Структура главы следующая. В разделе 2 представлена постановка задачи, сформулированы принятые предположения, выписаны уравнения идеальной МГД и использованные граничные условия. В подразделе 2.1 задача формулируется в безразмерном виде. В разделе 3 обсуждается численный подход, описаны пространственная сетка и методы решения задачи о распаде произвольного разрыва. В разделе 4 представлены результаты численного моделирования и обсуждения, связанные с ними. В разделе 5 резюмируется проделанная работа и формулируются направления дальнейших исследований.

3.2 Модель

3.2.1 Предположения

В работе приняты следующие предположения:

– как звёздный ветер, так и межзвёздная среда рассматриваются в рамках однокомпонентного подхода. Используется приближение идеальной МГД. Предполагается, что оба газа представляют собой полностью ионизованную водородную плазму, поэтому давление и температура связаны следующим образом: $p = 2n_p k_B T$, где n_p - концентрация протонов,

k_B - постоянная Больцмана, T - температура плазмы. Отношение удельных теплоёмкостей γ принимается равным $5/3$;

– межзвёздное магнитное поле предполагается равным нулю;

– звёздный ветер на внутренней границе расчетной области предполагается сферически-симметричным и сверхзвуковым, используется решение гиперзвукового источника (см. секцию 1.1.2);

– азимутальная составляющая магнитного поля звезды на внутренней границе предполагается решением паркеровской спирали 3.1:

$$B_\varphi = B_{\varphi,E} \left(\frac{R_E}{R} \right) \sin\theta, \tag{3.3}$$

где $B_{\varphi,E}$ - величина азимутального магнитного поля на расстоянии R_E от звезды;

– радиальная составляющая B_R принимается равной нулю. Это предположение не является критическим, поскольку $B_R \sim 1/R^2$ мала по сравнению с B_φ на бóльших астроцентрических расстояниях.

Данная задача является симметричной относительно плоскостей $z = 0$ и $y = 0$ декартовой системы координат с осью x, направленной против набегающего потока межзвёздной среды, осью z, направленной по оси вращения звезды, осью y, ориентированной для получения правой системы координат. (R, θ, φ) - сферические координаты, связанные с экваториальной плоскостью звезды: θ - широта звезды, отсчитываемая от северного полюса ($0°$) к южному ($180°$). В силу симметрии, задача решается только в четверти пространства $z > 0$, $y > 0$.

3.2.2 Математическая постановка задачи

Задача решается методом установления. Нестационарные уравнения идеальной МГД в векторном виде (в дивергентной форме) выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \mathrm{div}\left[\rho \mathbf{V}\mathbf{V} + (p + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi}) \cdot \widehat{\mathbf{I}} - \frac{\mathbf{B}\mathbf{B}}{4\pi}\right] = \mathbf{0}, \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathrm{div}\left[(e + p + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi})\mathbf{V} - \frac{(\mathbf{V}\cdot\mathbf{B})}{4\pi}\mathbf{B}\right] = 0, \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{B}\mathbf{V} - \mathbf{V}\mathbf{B}) = 0, \qquad \mathrm{div}(\mathbf{B}) = 0. \tag{3.7}$$

где:

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1)} + \rho\frac{\mathbf{V}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \tag{3.8}$$

– полная энергия единицы объёма газа, $\mathbf{B}$ – вектор индукции магнитного поля, $\mathbf{ab}$ тензорное произведение двух векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, $\mathbf{I}$ единичный тензор, '$\cdot$' – скалярное произведение.

Чтобы завершить постановку задачи, необходимо сформулировать внутренние граничные условия в звёздном ветре и внешние граничные условия в локальной межзвёздной среде. На внешней границе в набегающем потоке предполагаются известными плотность ρ_∞, скорость $\mathbf{V}_\infty$ и давление p_∞ плазмы. Для внутренних граничных условий на некотором (достаточно малом по сравнению с характерным размером задачи) расстоянии от звезды используется гиперзвуковое решение звездного ветра (см. подраздел 1.1.2), которое определяется скоростью потери звездной массы $\dot{M}_\star$ и терминальной скоростью звездного ветра V_0. Для магнитного поля задаётся константа $F_B = B_{\varphi,E} R_E$, где $B_{\varphi,E}$ – напряженность азимутального магнитного поля на расстоянии R_E. В силу известного решения Паркера (см. решение 3.1), F_B остаётся постоянной в области сверхзвукового звёздного ветра.

3.2.3 Безразмерная формулировка задачи

Решение сформулированной выше задачи зависит от следующих семи параметров:

$$V_0,\ K = \rho_E R_E^2 V_0^2,\ F_B = B_{\varphi,E} R_E,\ \rho_\infty,\ p_\infty,\ V_\infty,\ \gamma. \tag{3.9}$$

Здесь V_∞ - величина скорости в невозмущённом набегающем потоке; ρ_E и $B_{\varphi,E}$ - плотность и магнитное поле звёздного ветра на расстоянии R_E, которое может быть выбрано произвольно с ограничением, что звёздный ветер уже является гиперзвуковым (см. подраздел 1.1.2). Параметры K и F_B не зависят от выбора R_E, потому что $K = V_0\dot{M}_\odot/(4\pi)$ и $B_\varphi R$ остаются постоянными в сверхзвуковом ветре в решении (3.3).

Для формулировки задачи в безразмерном виде выбираются следующие три характерных параметра: 1) ρ_∞ в качестве характерной плотности, 2) скорость звука межзвёздной среды – $a_\infty = \sqrt{\gamma p_\infty/\rho_\infty}$ в качестве характерной скорости; 3) $R_* = \sqrt{\frac{K}{\gamma p_\infty}}$ в качестве характерного расстояния. Это расстояние пропорционально расстоянию до внешней ударной волны, полученному из аналитического решения стационарной задачи о взаимодействии сферически-симметричного звёздного ветра с покоящейся межзвёздной средой (в отсутствии магнитных полей) в работе [35].

Семь размерных параметров (3.9) преобразуются в следующие безразмерные параметры:

$$\frac{V_0}{a_\infty},\ 1,\ \frac{\sqrt{4\pi}}{M_A},\ 1,\ \frac{1}{\gamma},\ M_\infty,\ \gamma, \tag{3.10}$$

соответственно. $M_A = V_0\sqrt{4\pi\rho_E}/B_E$ – альфвеновское число Маха в звёздном ветре, M_∞ – газодинамическое число Маха. Далее отношение $\frac{V_0}{a_\infty}$ обозначается параметром χ.

Параметр χ несущественен для рассматриваемой здесь стационарной задачи. Действительно, пусть $\rho_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{V}_1(\mathbf{r})$, $p_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{B}_1(\mathbf{r})$ - решение системы 3.4 - 3.7 для некоторого значения $\chi = \chi_1$. Затем для $\chi = \chi_2$ (и для остальных безразмерных параметров, оставшихся прежними) построим функции $\rho_2(\mathbf{r})$, $\mathbf{V}_2(\mathbf{r})$, $p_2(\mathbf{r})$, $\mathbf{B}_2(\mathbf{r})$ таким образом, чтобы вне тангенциального разрыва (в межзвёздном газе) они совпадали с $\rho_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{V}_1(\mathbf{r})$, $p_1(\mathbf{r})$, т.е. чтобы решение осталось таким же, как и для χ_1. В звёздном ветре построим решение:

$$\rho_2(\mathbf{r}) = \frac{\chi_1^2}{\chi_2^2}\rho_1(\mathbf{r}),\ \mathbf{V}_2(\mathbf{r}) = \frac{\chi_2}{\chi_1}\mathbf{V}_1(\mathbf{r}),$$
$$p_2(\mathbf{r}) = p_1(\mathbf{r}),\ \mathbf{B}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_1(\mathbf{r}). \tag{3.11}$$

Функции $\rho_2(\mathbf{r})$, $\mathbf{V}_2(\mathbf{r})$, $p_2(\mathbf{r})$, $\mathbf{B}_2(\mathbf{r})$ удовлетворяют: 1) дифференциальным уравнениям 3.4 - 3.7; 2) условиям Ренкина-Гюгонио на разрывах; 3) балансу давления и условиям $(\mathbf{V}\cdot\mathbf{n}) = 0$, $(\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}) = 0$ на тангенциальном разрыве, где **n** - нормаль к поверхности разрыва; 4) внутреннему граничному условию $V_0 = \chi_2 a_\infty$. Таким образом с помощью решения для параметров $\chi_1, M_A, M_\infty, \gamma$, получено решение для параметров $\chi_2, M_A, M_\infty, \gamma$. Тем самым показано, что геометрическая картина течения не зависит от χ, и решение может быть получено для разных χ простой перенормировкой. Следовательно, для стационарных решений параметр χ несущественен.

Таким образом, задача зависит только от трёх безразмерных параметров: 1) газодинамического числа Маха в набегающем потоке (M_∞), 2) альфвеновского числа Маха в звездном ветре (M_A) и 3) параметра γ. В разделе 3.4 представлено решение рассматриваемой задачи для различных значений безразмерных параметров M_∞ и M_A. Параметр γ не варьируется в задаче и остаётся равным 5/3, что соответствует одноатомному газу, частицы которого имеют три степени свободы.

Важно отметить, что в численных расчётах необходимо задать внутренние граничные условия на некотором безразмерном расстоянии $\hat{R}_{\rm in}$ от звезды. В проведенных расчётах использовалось $\hat{R}_{\rm in} = 0.07$. В безразмерном виде граничными условиями на $\hat{R}_{\rm in}$ являются:

$$V_{\rm in} = V_0/a_\infty = \chi, \rho_{\rm in} = \frac{K}{V_0^2 R_{\rm in}^2 R_*^2 \rho_\infty} = \frac{1}{\chi^2 \hat{R}_{\rm in}^2}, B_{\rm in} = \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{R}_{\rm in} M_A},$$

Для вычисления безразмерных параметров для гелиосферы приняты следующие значения при $R_E = 1$ а.е.: $V_E = 432$ км/c, n $_{p,E} = 6$ см$^{-3}$, $B_E = 37{,}5$ μG, V $_\infty = 26{,}4$ км/с, T$_\infty = 6530$ K, n$_\infty = 0{,}04$ см$^{-3}$. Безразмерные параметры в этом случае: $M_\infty = 1.968$, $M_A = 12.937$, $\chi = 32.2$, Характерное расстояние $R_* = 394.5$ а.е.

3.3 Численный метод

Решение уравнений 3.4-3.7 находится методом установления по времени со стационарными граничными условиями, сформулированными выше. Нестационарные уравнения идеальной МГД можно записать в следующей консервативной форме в декартовых координатах, удобной для численного решения:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0, \tag{3.12}$$

где введены следующие обозначения для векторов-столбцов:
$\mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, B_x, B_y, B_z]^T$,
$\mathbf{E} = [\rho u,\ \rho u^2 + p_* - \frac{B_x^2}{4\pi},\ \rho uv - \frac{B_x B_y}{4\pi},\ \rho uw - \frac{B_x B_z}{4\pi},\ (e + p_*)u - \frac{B_x}{4\pi}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}),\ 0,\ uB_y - vB_x,\ uB_z - wB_x]^T$,
$\mathbf{F} = [\rho v,\ \rho uv - \frac{B_x B_y}{4\pi},\ \rho v^2 + p_* - \frac{B_y^2}{4\pi},\ \rho vw - \frac{B_y B_z}{4\pi},\ (e + p_*)v - \frac{B_y}{4\pi}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}),\ vB_x - uB_y,\ 0,\ vB_z - wB_y]^T$,
$\mathbf{G} = [\rho w,\ \rho uw - \frac{B_x B_z}{4\pi},\ \rho vw - \frac{B_y B_z}{4\pi},\ \rho w^2 + p_* - \frac{B_z^2}{4\pi},\ (e + p_*)w - \frac{B_z}{4\pi}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}),\ wB_x - uB_z,\ wB_y - vB_z,\ 0]^T$,
где $p_* = p + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi}$ полное давление.

Отметим, что в численных расчётах может появиться ненулевая дивергенция магнитного поля. Это известная проблема, которая происходит по двум причинам: (1) ошибки численной схемы, особенно в областях с высокими градиентами или на разрывах, (2) неправильные начальные условия для магнитного поля. В работе [100] предложен метод очистки численной дивергенции. Согласно предложенному методу, в правую часть основной системы уравнений необходимо добавить дополнительный вектор $\mathbf{P}$, пропорциональный $\mathrm{div}\mathbf{B}$. Модернизированная система 3.12 выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = -\mathbf{P}, \tag{3.13}$$

где $\mathbf{P} = \mathrm{div}\mathbf{B} \cdot [0,\ \frac{B_x}{4\pi},\ \frac{B_y}{4\pi},\ \frac{B_z}{4\pi},\ \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})}{4\pi},\ u,\ v,\ w]^T$.
Применяя дивергенцию к уравнению Фарадея (то есть к последним трём уравнениям 3.13, записанным в векторной форме), получим:

$$\frac{\partial(\mathrm{div}\mathbf{B})}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{v}\,\mathrm{div}\mathbf{B}) = 0.$$

Это уравнение переноса дивергенции магнитного поля, означающее, что изначально ненулевая дивергенция магнитного поля со временем выводится из расчётной области.

Вместе с системой 3.13 решается линейное уравнение переноса:

$$\frac{\partial \rho Q}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{v}\rho Q) = 0,$$

где Q - индикатор, который пассивно переносится вместе с газом (см. например, [101]). Этот приём используется для определения положения тангенциального разрыва: если задать, например, $\mathrm{Q(r)} = 1$ для звёздного ветра и $\mathrm{Q(r)} = 100$ для набегающего потока, то решение уравнения переноса позволяет с некоторой степенью точности определить форму гелиопаузы, которая будет иметь промежуточное значение индикатора (из-за численной диссипации вблизи разрывов).

Расчётная область разбивается на регулярную декартову сетку, состоящую из параллелепипедов. Вычислительная сетка, используемая в этой главе, насчитывает около 10 миллионов ячеек. Специально разработанный автором диссертации численный код позволяет выполнять уточнение сетки в ячейках, указанных пользователем. В работе используются четыре уровня уточнения сетки. На каждом уровне каждая ячейка делится на восемь меньших ячеек-параллелепипедов. Таким образом, после одного уровня детализации сетки разрешение сетки становится вдвое лучше вдоль всех пространственных направлений. На **Рисунке 3.2** показан пример сетки (срез пространственной сетки в плоскости, содержащей направление набегающего потока и ось вращения звезды), использованной в расчётах, представленных в данной главе. Точки показывают центры ячеек. Линии тока и изолинии плотности плазмы показаны на этом рисунке только для демонстрации местоположения разрывов. Некоторые численные артефакты, в том числе и артефакты визуализации, могут появляться на стыках ячеек сетки с разным разрешением. Чтобы минимизировать численные эффекты, необходимо следовать следующим правилам: 1) стыки численных подобластей не должны находиться в области течения с большими градиентами газодинамических параметров, 2) пространственное разрешение двух подобластей на стыках не должно отличаться более чем в два раза.

Для численного решения системы уравнений 3.13 использовалось приближённое решение задачи о распаде произвольного разрыва в идеальном МГД течении, полученное с помощью решателя HLLC-type (см. например, [21]). Решатель построен в предположении, что нормальная составляющая скорости постоянна на волне разрежения Римана. Решатель HLLC-type не может моделировать структуры, связанные с альфвеновскими и медленными волнами, с достаточно высоким разрешением, хотя отдельные контактные разрывы, а также изолированные быстрые ударные волны могут быть разрешены точно.

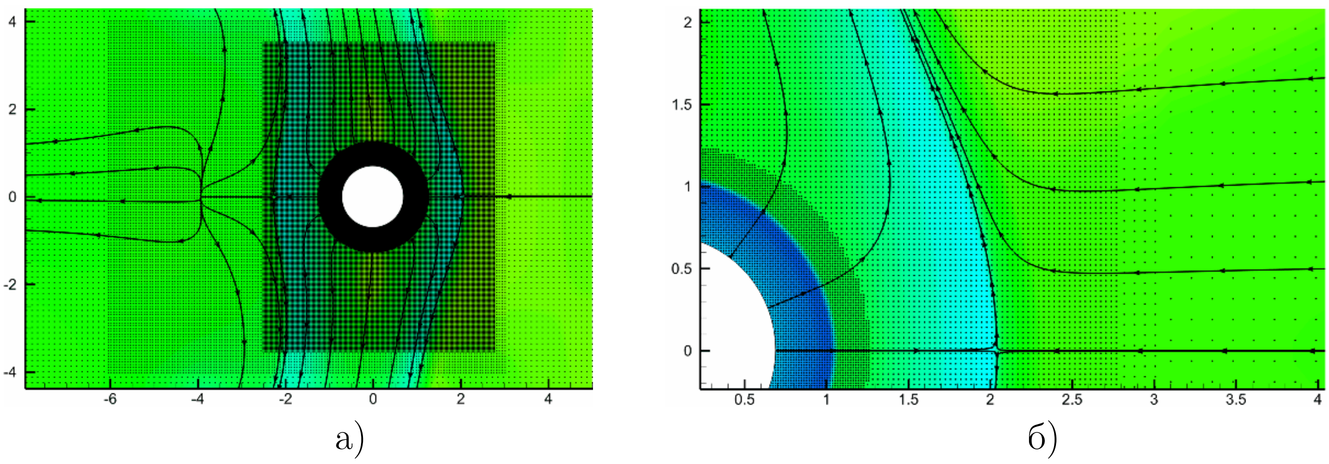


Рисунок 3.2 — Пример сгущения сетки, использованный для расчётов. Точками отмечены центры декартовых ячеек.

Для результатов, представленных в этой главе, использовался первый порядок точности по пространству и времени, то есть параметры плазмы предполагались постоянными в каждой из расчетных ячеек. Дополнительно была использована схема «второго» порядка с ограничителями потока (minmod), однако схемы первого и второго порядков дали схожие результаты. Единственным отличием схем первого и второго порядков является то, что в результатах со вторым порядком виден искусственный шум в изолиниях параметров плазмы на границах областей с различным пространственным разрешением. Чтобы не запутать читателей, приведены результаты только схемы первого порядка.

На выходных границах используются мягкие граничные условия, в которых производные всех величин по нормали к границе предполагаются равными нулю. Известно, что такие условия могут приводить к образованию возвратного течения от границы или вихревого течения. Чтобы избежать этих проблем, искусственно вводится небольшой выходной поток на границе. Это условие работает только на начальных этапах временной релаксации, а на заключительных этапах оно заменяется мягкими граничными условиями, таким образом окончательное стационарное решение удовлетворяет мягким граничным условиям, как заявлено выше.

Наконец, на всех входных границах фиксируются значения параметров потока в соответствии с граничными условиями (жёсткие граничные условия). Математически такой подход не является строго обоснованным, поскольку в дозвуковом потоке в этом случае одна из газодинамических характеристик приходит на границу изнутри расчетной области. Чтобы избежать влияния таких характеристик, были проведены отдельные численные расчёты со значительно увеличенной расчётной областью. Для большой области возмущения, приходящие изнутри, будут рассеиваться (из-за диссипации численной схемы) и не будут влиять на параметры на внешних границах. Такие расчеты дают дополнительное подтверждение полученных численных результатов для малых чисел Маха набегающего потока.

Расчеты проводились с использованием графического процессора: GeForce GTX 1080 Ti и компилятора Nvidia CUDA (nvcc). Это позволило ускорить вычисления примерно в пять раз по сравнению с решением на 16 потоках процессора (см. сравнение производительности в работе [44]).

3.4 Результаты

В данном разделе представлены результаты двух-параметрического исследования по числам альфвеновского Маха (M_A) и газодинамического Маха (M_∞). Результаты представлены в декартовой системе координат: ось x направлена навстречу набегающему потоку межзвездного газа, ось z совпадает с осью вращения звезды, ось y - ось завершает правую систему координат.

На **Рисунках 3.3, 3.4, 3.5** представлены результаты расчётов для $M_A = 12$, 8, 4, соответственно. Каждый рисунок состоит из пяти столбцов и семи строк. В каждой строке (отмечены буквами от A до G) представлены результаты расчёта с определённым значением числа M_∞. Значение M_∞ варьируется от 0.1 для результатов в строке (A) до 2.2 в строке (G). Последнее значение близко к гелиосферному ≈ 2.

Для каждого набора параметров модели результаты представлены в трёх плоскостях: 1) $y = 0$ (столбцы 1 и 2), которая представляет собой меридиональную плоскость, содержащую ось вращения звезды и ось направления набегающего потока межзвёздной среды, 2) $z = 0$ (столбцы 3 и 4), которая является экваториальной плоскостью, и 3) $x = \text{const}$ (столбец 5), которая является плоскостью, перпендикулярной направлению межзвездного потока. Значение константы отдельно отмечено на каждом рисунке. Отметим, что первые две плоскости ($y = 0$ и $z = 0$) являются плоскостями симметрии, что обусловлено выбранными граничными условиями.

Численные результаты представлены следующим образом: (1) плотность плазмы показана в верхней части каждой панели (в верхней полуплоскости) в столбцах 1 и 3; (2) полное давление, которое представляет собой сумму давления плазмы и давления магнитного поля, представлено в нижней части каждой панели в тех же столбцах; (3) абсолютное значение скорости плазмы показано в верхней части каждой панели в столбцах 2 и 4; (4) число газодинамического Маха показано в нижней части каждой панели в тех же столбцах; (5) в столбце 5 показаны изолинии плотности. Сплошная чёрная линия представляет собой тангенциальный разрыв. Он определён таким образом, чтобы значение маркера Q, введённого в предыдущем разделе, было равно 30. Следует отметить, что разрешение сетки в хвостовой части потока меньше, чем в головной, что приводит к некоторому «размазыванию» тангенциального разрыва. Таким образом, определение астропаузы как $Q = 30$ не является точным, но всё же позволяет качественно описать общую картину. Каждая панель включает в себя линии тока. Чёрными кривыми изображены линии тока межзвёздной среды, а белыми — звёздного ветра. Благодаря такому изображению можно увидеть форму астропаузы, которая в столбцах 1-4 определяется как место соприкосновения белых и чёрных линий.

Ниже обсуждаются результаты расчетов. Следует отметить, что численный код, используемый в данной главе, воспроизводит результаты, полученные в работах [25; 26] для случая, когда $M_\infty = 0$. В этой ситуации астропауза имеет трубчатую форму, симметричную относительно оси z (оси вращения звезды). Результаты для $M_\infty = 0$ можно найти на рисунках 6-9 работы [26], и в настоящей диссертации они не повторяются.

В строке A на **Рисунке 3.3** показаны результаты, полученные для случая, когда межзвёздный газ движется относительно звезды с малой скоростью. Число Маха $M_\infty = 0.1$. Глобальная структура области взаимодействия несколько изменилась по сравнению со случаем неподвижной межзвёздной среды. Форма тангенциального разрыва стала несимметричной относительно оси z, что видно на панелях A1 и A2 на **Рисунке 3.3**. Трубчатая форма тангенциального разрыва изгибается в подветренную сторону. Сечение тангенциального разрыва плоскостью $z = 0$ (панели A3, A4) остаётся почти круговым, как и в случае неподвижной межзвёздной среды.

Отдельный интерес представляет течение межзвёздной плазмы в хвостовой области. Тангенциальный разрыв образует тупое препятствие для межзвёздной среды. В результате относительного движения межзвёздной среды и тангенциального разрыва создаётся область пониженного давления с подветренной стороны вблизи тангенциального разрыва. Дозвуковое течение плазмы втягивается в эту область, разворачивается и образует зону возвратного течения с крайне низкими скоростями. Помимо точки торможения на тангенциальном разрыве, которая находится на оси x, с подветренной стороны появляется ещё одна точка торможения, обусловленная разворотом потока (точнее, это даже не точка, а целая линия в пространстве). Она расположена на оси x около точки с координатой $x = -5$. Такая структура течения напоминает образование вихрей при обтекании затупленных тел. Однако в данном случае вихрь не возникает. Плазма движется вдоль тангенциального разрыва в северном и южном направлениях (видно по линиям тока на панелях A1, A2). Поскольку скорости возвратного течения крайне малы, эту область можно считать зоной застоя.

В строке B (панели B1 - B5) **Рисунка 3.3** представлены результаты расчетов с числом Маха набегающего потока, равным 0.25. Это значение соответствует бо́льшей межзвёздной скорости по сравнению со случаем $M_\infty = 0.1$. Как видно на **Рисунке 3.3**, межзвёздный поток сильнее искривляет тангенциальный разрыв. Трубчатая форма тангенциального разрыва ещё больше деформируется по направлению к хвосту. Противоветренная точка торможения на тангенциальном разрыве переместилась ближе к звезде из-за дополнительного динамического давления набегающего потока. Точка торможения с подветренной стороны на астропаузе почти не изменила своего положения, а вторичная точка торможения заметно сместилась в направлении от звезды. Область возвратного течения в хвостовой зоне стала менее протяжённой по оси z, теперь вторичная точка торможения действительно является точкой, а не линией, как на панели (A).

Несмотря на все эти различия, глобальная структура потока качественно совпадает с решением при $M_\infty = 0.1$. Таким образом, можно сделать вывод, что при малых числах Маха набегающего потока ($M_\infty < 0.3$) структуру области взаимодействия намагниченного звёздного ветра с межзвёздной средой можно охарактеризовать следующим образом: 1) форма тангенциального разрыва является трубчатой, 2) тангенциальный разрыв наклонён в направлении хвоста астросферы, 3) в хвостовой области формируется зона возвратного течения, плазма в которой движется по направлению к подветренной точке торможения на тангенциальном разрыве, а затем уходит вдоль астропаузы в северном и южном направлениях; 4) в хвостовой области из-за разворота потока образуется вторичная точка торможения. Такая структура потока при взаимодействии звёздного ветра с межзвёздной средой не была представлена в литературе.

В строках C и D на **Рисунке 3.3** представлены результаты, полученные для $M_\infty = 0.325$ и $M_\infty = 0.5$, соответственно. Хорошо видно (особенно для $M_\infty = 0.5$), что структура течения в хвосте полностью отличается от той, которая была получена при малых значениях M_∞. На панелях в первом и втором столбцах продемонстрирован открытый тангенциальный разрыв с подветренной стороны – теперь хвостовая область течения полностью заполнена белыми линиями тока, маркирующими течение звёздного ветра. В данной плоскости астропауза имеет классическую параболоидальную форму. Однако, как видно в плоскости $z = 0$ (панели C3, C4), ширина астропаузы в хвосте в направлении оси y практически нулевая. Панель C5 демонстрирует, что тангенциальный разрыв имеет узкое соединение между двумя «концами» трубы. Таким образом, «отпечаток» звёздного магнитного поля на глобальной форме астропаузы все еще сильно заметен, несмотря на то, что она больше не имеет трубчатой топологии.

Значение $M_\infty = 0.325$ (строка C на **Рисунке 3.3**) близко к критическому числу Маха, при котором происходят перестройка течения и изменение топологии астропаузы. Причина перестройки течения заключается в следующем: при увеличении скорости набегающего потока, всё меньшая его часть разворачивается и, в результате, возвратный поток становится слабее. Чем слабее возвратный поток, тем меньшее давление действует на тангенциальный разрыв с подветренной стороны. При этом давление звёздного ветра на тангенциальный разрыв (изнутри) только увеличивается, так как набегающий поток межзвёздной среды сильнее давит на астропаузу с противоветренной стороны, в результате чего, она сжимается и часть давления передаётся в противоветренную сторону (так как течение в ударном слое астросферы дозвуковое). При определенном значении числа Маха набегающего потока межзвёздное давление в хвостовой области не может уравновесить давление звёздного ветра. В результате точка торможения с подветренной стороны астропаузы перемещается по направлению хвосту, и вместе с вторичной точкой торможения уходит на бесконечность (за пределы расчётной области). Происходит, своего рода, “прорыв” астропаузы – звёздный ветер выталкивает межзвёздный газ в хвостовом направлении. Это происходит в узкой области вблизи плоскости симметрии $y = 0$.

Дополнительные расчёты со значением M_∞ в окрестности критического показали, что смена режима течения происходит довольно быстро – при изменении параметра M_∞ с 0.3 на 0.325. При вычислениях с $M_A = 12$ не удалось подобрать значения M_∞, при которых описанный процесс бифуркации режима течения выглядел бы более наглядно. Однако для расчетов с $M_A = 4$, представленных на **Рисунке 3.5**, можно заметить, как первичная точка застоя приближается к вторичной. Это можно увидеть, сравнивая панели C1 и D1.

Возвращаясь к результатам для $M_A = 12$ (**Рисунок 3.3**), отметим, что строки D и E представляют результаты для бóльших, но дозвуковых значений M_∞. Астропауза в этих случаях открыта с подветренной стороны. Перешеек между “концами” трубы (тангенциального разрыва) становится шире при $M_\infty = 0.5$. При $M_\infty = 0.9$ он практически исчезает, и сечение астропаузы в плоскости, перпендикулярной направлению x (панель E5), имеет эллиптическую форму. Ширина астропаузы в направлении y вдвое меньше, чем в направлении z, поэтому влияние звёздного магнитного поля по-прежнему остаётся существенным.

В строках F и G представлены результаты расчётов со сверхзвуковыми значениями $M_\infty = 1.6$ и 2.2, соответственно. Картина течения в этом случае классическая, содержащая головную ударную волну и диск Маха в хвостовой области течения (см. схему на **Рисунке 3.1, b**). Тем не менее, даже в этих случаях астропауза вытянута по направлению оси z примерно на 30%, так что “отпечаток” звёздного магнитного поля на глобальной форме тангенциального разрыва всё ещё заметен.

На **Рисунках 3.4, 3.5** представлены результаты, полученные численно для меньших значений альфвеновского числа Маха M_A, т.е. для более сильного магнитного поля звезды. В целом, схема течения аналогичная той, которая обсуждалась для $M_A = 12$, поэтому описание результатов здесь не повторяется. Главный вывод состоит в том, что чем сильнее звёздное магнитное поле, тем меньше влияние набегающего потока межзвёздной среды на форму астропаузы. Межзвёздному потоку сложнее искривить тангенциальный разрыв, поддерживаемым более сильным звёздным магнитным полем, как это видно из сравнения решений на панелях A1, A2 и B1, B2 на **Рисунках 3.3 - 3.5**.

Таким образом, в настоящей главе диссертации определены критические значения числа Маха набегающего потока M_∞^*, при которых происходит смена режима течения, и форма астропаузы меняется с трубчатой на классическую параболоидальную: $M_\infty^* \approx 0.3$ для $M_A = 12$; $M_\infty^* \approx 0.45$ для $M_A = 8$ и $M_\infty^* \approx 0.95$ для $M_A = 4$.

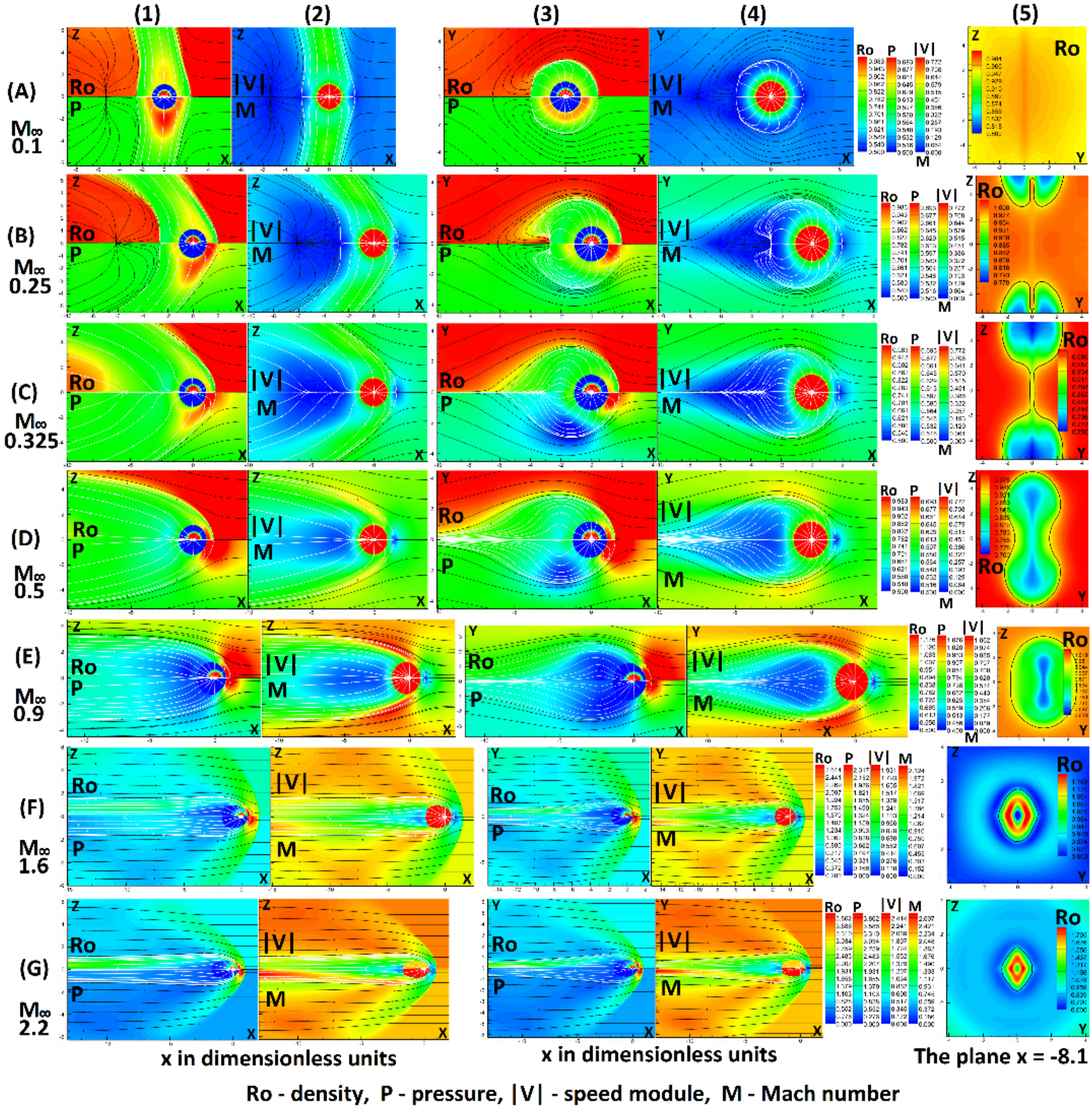


Рисунок 3.3 — Изолинии плотности, давления, модуля скорости и числа Маха в трёх плоскостях: $y = 0$, $z = 0$, $x = -8.1$ для $M_A = 12$ и различных значений M_∞. Линии тока звёздного ветра обозначены белым цветом, линии тока межзвёздной среды - чёрным. В столбце (5) тангенциальный разрыв помечен чёрной линией. HLLC-type метод.

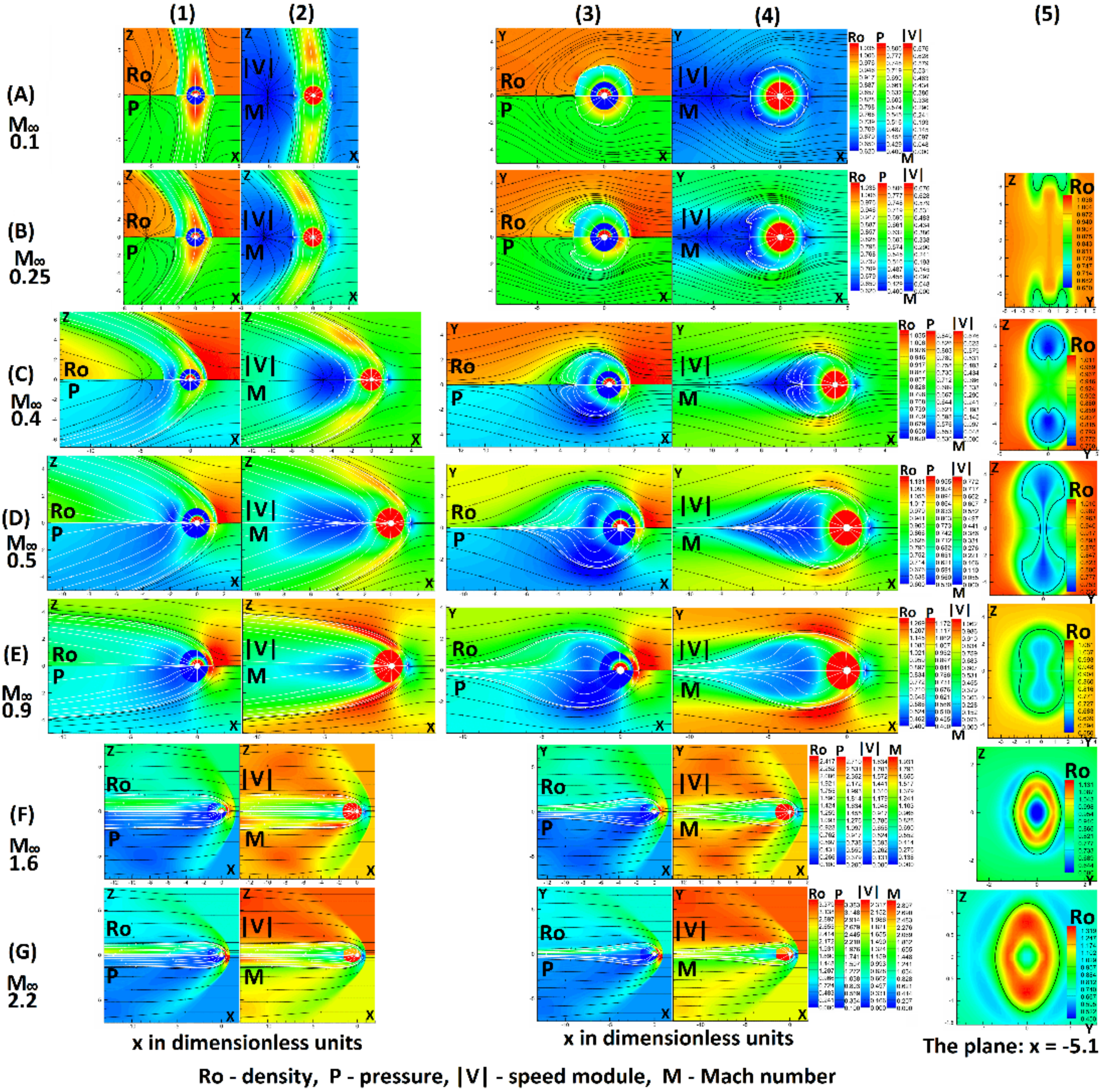


Рисунок 3.4 — Изолинии плотности, давления, модуля скорости и числа Маха в трёх плоскостях: $y = 0$, $z = 0$, $x = -5.1$ для $M_A = 8$, $\chi = 2$ и различных значений M_∞. Линии тока звёздного ветра обозначены белым цветом, линии тока межзвёздной среды - чёрным. В столбце (5) тангенциальный разрыв помечен чёрной линией. HLLC-type метод.

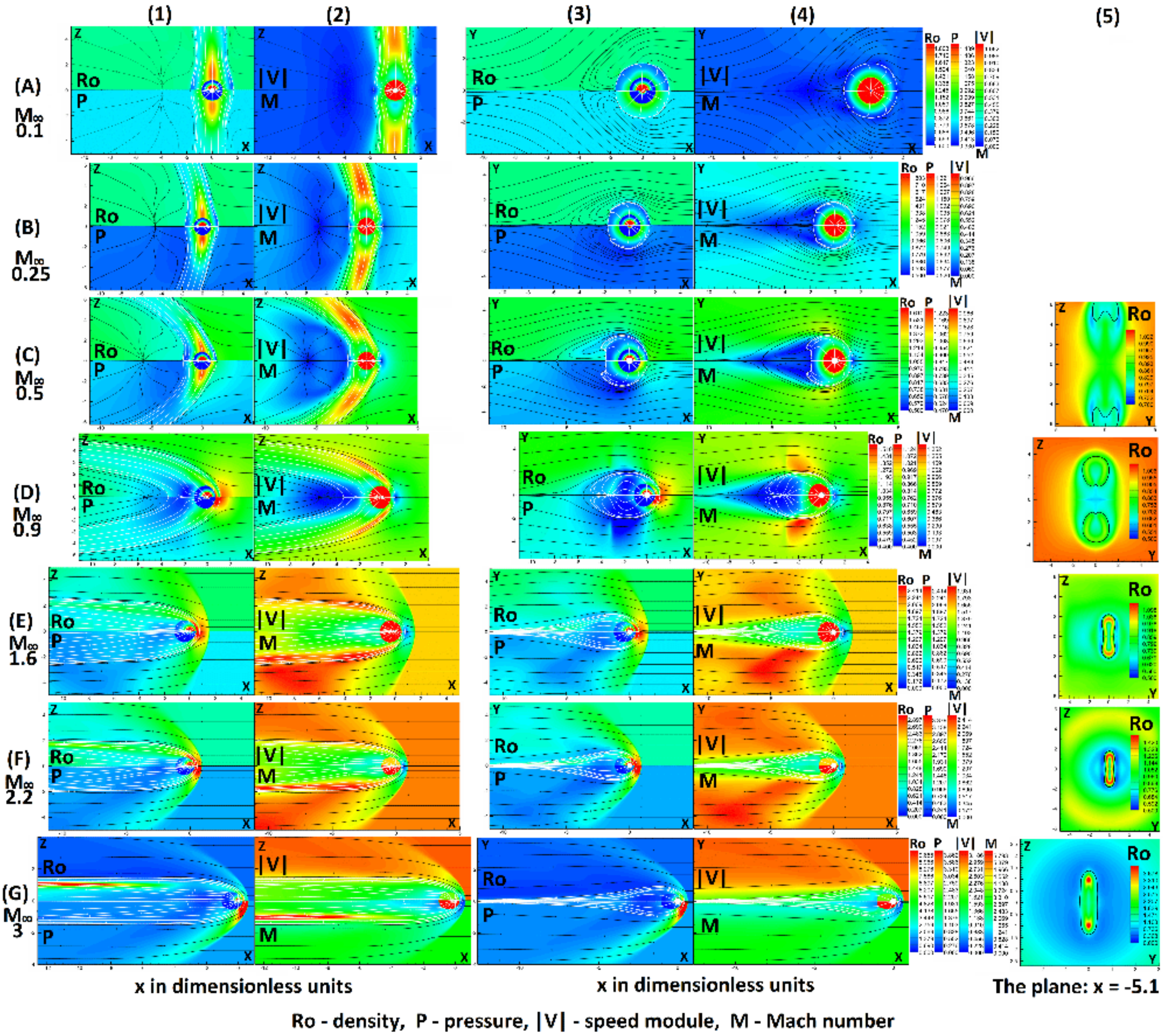


Рисунок 3.5 — Изолинии плотности, давления, модуля скорости и числа Маха в трёх плоскостях: $y = 0$, $z = 0$, $x = -5.1$ для $M_A = 4$, $\chi = 2$ и различных значений M_∞. Линии тока звёздного ветра обозначены белым цветом, линии тока межзвёздной среды - чёрным. В столбце (5) тангенциальный разрыв помечен чёрной линией. HLLC-type метод.

3.5 Заключение к главе 3

В данной главе исследовано влияние магнитного поля звезды на течение плазмы в задаче взаимодействия сверхзвукового намагниченного звёздного ветра с набегающим потоком межзвёздной среды. Результаты можно резюмировать следующим образом:

1. Задача зависит от двух безразмерных параметров: 1) газодинамического числа Маха межзвёздного потока M_∞ и 2) альфвеновского числа Маха звёздного ветра M_A.

2. Для малых значений M_∞ форма тангенциального разрыва является трубчатой (**Рисунок 3.1, с**), аналогичной предложенной в работе [17] и исследованной в работах [18; 25; 26] для неподвижной (относительно звезды) межзвёздной среды. В работе показано, что картина течения межзвёздной плазмы с подветренной стороны тангенциального разрыва включает в себя возвратное течение и дополнительную точку торможения, на которой происходит разворот потока.

3. При увеличении числа M_∞ обнаружено, что для любого заданного M_A (в рамках исследованного диапазона) существует критическое значение M_∞^*, при котором форма тангенциального разрыва меняется с трубчатой на классическую параболоидальную. Для $M_\infty < M_\infty^*$ астропауза имеет трубчатую форму. Для $M_\infty > M_\infty^*$ астропауза имеет классическую-параболоидальную форму, как это показано на **Рисунке 3.1, а**. Для чисел Маха, слегка превышающих M_∞^*, астросфера имеет очень узкую область в хвосте, которая соединяет два “конца” трубки. При увеличении M_∞ эта область расширяется. В конечном итоге для бо́льших чисел M_∞ форма тангенциального разрыва стремится к классической, однако влияние звёздного магнитного поля остаётся заметным и проявляется в увеличении ширины тангенциального разрыва в плоскости, содержащей ось вращения звезды. Для параметров, близких к гелиосфере, астропауза вытянута в этой плоскости на ≈ 30 %, по сравнению с перпендикулярной плоскостью.

4. Критическое значение M_∞^* увеличивается с уменьшением M_A, что объясняется увеличением магнитной силы, поддерживающей трубчатую форму тангенциального разрыва.

5. При $M_\infty = 1$ возникает еще одна смена режима течения. В головной области потока образуется внешняя ударная волна, а в хвостовой области –

диск Маха. Качественное изображение "классической" картины течения в хвосте, состоящей из диска Маха, тройной точки и вторичного тангенциального разрыва, можно найти на **Рисунке 1**.

Что касается гелиосферы, результаты данной главы показывают, что глобальная форма гелиопаузы открыта в хвостовой области течения и больше соответствует классической картине, чем трубчатой форме гелиопаузы, предложенной в работе [17]. Однако влияние магнитного поле Солнца на структуру течения заметно и проявляется в асимметрии тангенциального разрыва.

Модель, использованная в данной главе, имеет несколько упрощений. В частности, в работе пренебрегается эффектами межзвёздного магнитного поля и межзвёздных атомов водорода. Несмотря на то, что эти эффекты чрезвычайно важны для глобальной структуры гелиосферы (см., например, [63; 65]), эти упрощения сделаны для того, чтобы изолировано изучить влияние звёздного магнитного поля, не смешивая его с другими эффектами. Параметрические исследования совместных эффектов на астросферу будут выполнены в будущем. Однако трёхмерная кинетико-МГД модель гелиосферы, представленная в работе [65], учитывает данные эффекты и подтверждает выводы настоящей главы об открытой форме гелиопаузы.

Заключение

Основные результаты и выводы

В диссертационной работе было исследовано влияние межзвёздных атомов и азимутальной компоненты звёздного магнитного поля на область взаимодействия сферически-симметричного гиперзвукового источника с плоскопараллельным набегающим потоком в рамках двух отдельных задач. Автором была разработана кинетико-газодинамическая модель астросферы для решения поставленных задач.

1. В результате исследования влияния процесса перезарядки на структуру астросферы в широком диапазоне чисел Кнудсена ($0.0001 \leqslant \mathrm{Kn} \leqslant 100$) определена зависимость положения двух ударных волн и тангенциального разрыва от безразмерного параметра. Выяснилось, что процесс перезарядки может приближать поверхности разрыва к звезде до 50% по сравнению с чисто газодинамическим решением.

2. При числах Кнудсена больших 100 решение задачи выходит на плазмо-газодинамический предел (в этом случае процессом перезарядки можно пренебречь). Предел эффективного газа не достигается для решения во внешнем ударном слое даже при числах Кнудсена, равных 0.0001. Однако во внутреннем ударном слое и области сверхзвукового течения от источника предел эффективного газа достигается.

3. Отсутствие выхода решения на предел эффективного газа при числах Кнудсена, равных 0.0001, связано с влиянием вторичной популяции нейтральных атомов, рождённых во внутреннем ударном слое, вылетевших во внешний ударный слой и снова испытавших перезарядку. С этим же эффектом при числах Кнудсена меньших 0.15 связано качественное изменение течения во внешнем ударном слое, заключающееся в образовании области горячей разреженной плазмы и качественного изменения профиля плазмы с достижением своего максимума на ударной волне, а не на тангенциальном разрыве, как в плазмо-газодинамическом решении.

4. Двухпараметрическое исследование влияния азимутального магнитного поля на область взаимодействия звёздного ветра и потока межзвёздной среды показало, что существует два качественно различных решения. При малых числах газодинамического Маха набегающего потока реализуется течение с трубчатой формой тангенциального разрыва, при больших числах Маха - течение с классической-параболоидальной формой. Определены критические значения числа газодинамического Маха, при которых происходит переход от одного режима течения к другому, в зависимости от числа альфвеновского Маха звёздного ветра, характеризующего величину его магнитного поля. Подробно исследован процесс перестройки течения.

5. Для режима течения с трубчатой формой тангенциального разрыва обнаружено возникновение зоны обратного течения и вторичной точки торможения межзвёздной среды с подветренной стороны трубки. Такое течение не было представлено в литературе ранее.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Измоденову В. В. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Отдельную благодарность автор выражает Сударикову С. Н. за финансирование работы соискателя в рамках аспирантской стипендии. Также автор благодарит Фонд развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (грант 22-8-3-42-1).

Список единиц измерения

а.е. : астрономическая единица - среднее расстояния от Земли до Солнца, $\approx$ 149.597.870.700 м.

пк : парсек - расстояние до объекта, годичный тригонометрический параллакс которого равен одной угловой секунде, $\approx$ 206265 а.е. или $3.086 \cdot 10^{16}$ м.

Список сокращений

СВ : солнечный ветер

ЛМЗС : локальная межзвёздная среда

TS : внутренняя ударная волна астросферы

HP : тангенциальная разрыв в астросфере (астропауза)

BS : внешняя ударная волна астросферы

MD : диск Маха, образующийся при взаимодействии внутренней ударной волны с осью симметрии

TP : тройная точка (точка преломления внутренней ударной волны)

TD : тангенциальный разрыв от тройной точки

RS : слабая ударная волны от тройной точки

МГД : магнитная гидродинамика

ЛМО : локальное межзвёздное облако

ЭНА : энергичные нейтральные атомы

Словарь терминов

Звёздный ветер : поток ионизованных частиц (приемущественно водородной плазмы), возникающий в результате непрерывного расширения звёздной короны

Солнечный ветер : звёздный ветер Солнца

Межзвёздная среда : вещество и поля, заполняющие межзвёздное пространство внутри галактик

Астросфера : область взаимодействия звёздного ветра с межзвёздной средой

Гелиосфера : астросфера Солнца

Космические лучи : элементарные частицы, фотоны и ядра атомов, движущиеся с высокими энергиями в космическом пространстве

Список литературы

1. Neugebauer M., Snyder C. W. Solar Plasma Experiment // Science. — 1962. — Vol. 138, no. 3545. — P. 1095—1097. — DOI: 10.1126/science.138.3545.1095.a.

2. Witte M. Kinetic parameters of interstellar neutral helium. Review of results obtained during one solar cycle with the Ulysses/GAS-instrument // AAP. — 2004. — Nov. — Vol. 426. — P. 835—844. — DOI: 10.1051/0004-6361:20035956.

3. Wallis M. K. Local interstellar medium // Nature. — 1975. — Vol. 254, no. 5497. — P. 202—203. — DOI: 10.1038/254202a0.

4. Baranov V. B., Malama Y. G. Model of the solar wind interaction with the local interstellar medium numerical solution of self-consistent problem // Journal of Geophysical Research. — 1993. — Vol. 98, A9. — P. 15157—15164. — DOI: 10.1029/93JA01171.

5. Izmodenov V. V. Physics and Gasdynamics of the Heliospheric Interface // Astrophysics and Space Science. — 2000. — Vol. 274. — P. 55—69. — DOI: 10.1023/A:1026579418955.

6. van Buren D., McCray R. Bow Shocks and Bubbles Are Seen around Hot Stars by IRAS // Astrophysical Journal Letters. — 1988. — Vol. 329. — P. L93. — DOI: 10.1086/185184.

7. van Buren D., Noriega-Crespo A., Dgani R. An IRAS/ISSA Survey of Bow Shocks Around Runaway Stars // Astronomical Journal. — 1995. — Vol. 110. — P. 2914. — DOI: 10.1086/117739.

8. Dgani R., van Buren D., Noriega-Crespo A. Stability Analysis of Bow Shocks // Astrophysical Journal. — 1996. — Vol. 461. — P. 927. — DOI: 10.1086/177114.

9. The enigmatic nature of the circumstellar envelope and bow shock surrounding Betelgeuse as revealed by Herschel. I. Evidence of clumps, multiple arcs, and a linear bar-like structure / L. Decin [et al.] // Astronomy & Astrophysics. — 2012. — Vol. 548. — A113. — DOI: 10.1051/0004-6361/201219792.

10. A Comprehensive Search for Stellar Bowshock Nebulae in the Milky Way: A Catalog of 709 Mid-infrared Selected Candidates / H. A. Kobulnicky [et al.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2016. — Vol. 227, no. 2. — P. 18. — DOI: 10.3847/0067-0049/227/2/18.

11. Infrared Photometric Properties of 709 Candidate Stellar Bowshock Nebulae / H. A. Kobulnicky [et al.] // The Astronomical Journal. — 2017. — Vol. 154, no. 5. — P. 201. — DOI: 10.3847/1538-3881/aa90ba.

12. Korolkov S., Izmodenov V. Effects of charge exchange on plasma flow in the heliosheath and astrosheathes // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2024. — Т. 528, № 2. — С. 2812—2821. — DOI: 10.1093/mnras/stae187.

13. Korolkov S., Izmodenov V. The global structure of astrospheres: Effect of Knudsen number // Publications of the Astronomical Society of Australia. — 2024. — Т. 41. — e074. — DOI: 10.1017/pasa.2024.44.

14. Parker E. Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields // Ap.J. — 1958. — Vol. 128. — P. 664. — DOI: 10.1086/146579.

15. Korolkov S., Izmodenov V. New unexpected flow patterns in the problem of the stellar wind interaction with the interstellar medium: stationary ideal-MHD solutions // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2021. — Т. 504, № 3. — С. 4589—4598. — DOI: 10.1093/mnras/stab1071.

16. Корольков С., Измоденов В. Взаимодействие сверхзвукового звездного ветра с набегающим потоком межзвездной среды: влияние азимутального магнитного поля звезды // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2023. — № 1. — С. 31—40. — DOI: 10.31857/S056852812260076X.

17. Magnetized Jets Driven By the Sun: the Structure of the Heliosphere Revisited / M. Opher [et al.] // The Astrophysical Journal Letters. — 2015. — Vol. 800, no. 2. — P. L28. — DOI: 10.1088/2041-8205/800/2/L28.

18. Drake J. F., Swisdak M., Opher M. A Model of the Heliosphere with Jets // The Astrophysical Journal Letters. — 2015. — Vol. 808, no. 2. — P. L44. — DOI: 10.1088/2041-8205/808/2/L44.

19. The Structure of the Large-Scale Heliosphere as Seen by Current Models / J. Kleimann [et al.] // Space Science Reviews. — 2022. — Vol. 218, no. 4. — P. 36. — DOI: 10.1007/s11214-022-00902-6.

20. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов [и др.]. — “'Наука', 1976.

21. Gurski K. F. An HLLC-Type Approximate Riemann Solver for Ideal Magnetohydrodynamics // SIAM Journal on Scientific Computing. — 2004. — Vol. 25, no. 6. — P. 2165—2187. — DOI: 10.1137/S1064827502407962.

22. Miyoshi T., Kusano K. A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics // Journal of Computational Physics. — 2005. — Vol. 208, no. 1. — P. 315—344. — DOI: 10.1016/j.jcp.2005.02.017.

23. Соболь И. М. Численные методы монте-карло. — “'Наука', 1973.

24. Malama Y. G. Monte-Carlo Simulation of Neutral Atoms Trajectories in the Solar System // Astrophysics and Space Science. — 1991. — Vol. 176, no. 1. — P. 21—46. — DOI: 10.1007/BF00643074.

25. Golikov E. A., Izmodenov V. V., Alexashov D. B. Two-jet structure of the flow produced by magnetized hypersonic spherical source into the steady unmagnetized medium // Journal of Physics Conference Series. Vol. 815. — IOP, 2017. — P. 012035. — (Journal of Physics Conference Series). — DOI: 10.1088/1742-6596/815/1/012035.

26. Two-jet astrosphere model: effect of azimuthal magnetic field / E. A. Golikov [et al.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2017. — Vol. 464, no. 1. — P. 1065—1076. — DOI: 10.1093/mnras/stw2402.

27. Carrington R. C. Description of a Singular Appearance seen in the Sun on September 1, 1859 // MNRAS. — 1859. — Vol. 20. — P. 13—15. — DOI: 10.1093/mnras/20.1.13.

28. Fitzgerald G. F. Sunspots and magnetic storms // Electrician. — 1892. — Vol. 30.

29. Meyer-Vernet N. Basics of the solar wind. — 1st ed. — Cambridge University Press, 2007. — (Cambridge atmospheric and space science series).

30. Изучение межпланетного ионизованного газа, энергичных электронов и корпускулярного излучения Солнца при помощи трехэлектродных ловушек заряженных частиц на второй советской космической ракете / К. И. Грингауз [и др.] // Докл. АН СССР. — 1960. — Т. 131. — С. 1301—1304.

31. Ferrière K. M. The interstellar environment of our galaxy // Reviews of Modern Physics. — 2001. — Vol. 73, no. 4. — P. 1031—1066. — DOI: 10.1103/RevModPhys.73.1031.

32. Redfield S., Linsky J. L. The Structure of the Local Interstellar Medium. IV. Dynamics, Morphology, Physical Properties, and Implications of Cloud-Cloud Interactions // The Astrophysical Journal. — 2008. — Vol. 673, no. 1. — P. 283—314. — DOI: 10.1086/524002.

33. Mixing Interstellar Clouds Surrounding the Sun / P. Swaczyna [et al.] // The Astrophysical Journal Letters. — 2022. — Vol. 937, no. 2. — P. L32. — DOI: 10.3847/2041-8213/ac9120.

34. Davis L. Interplanetary Magnetic Fields and Cosmic Rays // Physical Review. — 1955. — Vol. 100, no. 5. — P. 1440—1444. — DOI: 10.1103/PhysRev.100.1440.

35. Parker E. N. The Stellar-Wind Regions // Astrophysical Journal. — 1961. — Vol. 20. — P. 134. — DOI: 10.1086/147124.

36. Interstellar bubbles. II. Structure and evolution. / R. Weaver [et al.] // APJ. — 1977. — Dec. — Vol. 218. — P. 377—395. — DOI: 10.1086/155692.

37. Baranov V. B. Early Concepts of the Heliospheric Interface: Plasma // The Physics of the Heliospheric Boundaries / ed. by V. V. Izmodenov, R. Kallenbach. — 2006. — P. 27.

38. В. Б. Баранов К. В. Краснобаев А. Г. К. Модель взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой // Докл. АН СССР. — 1970. — Т. 194. — С. 41—44.

39. Wilkin F. P. Exact Analytic Solutions for Stellar Wind Bow Shocks // Astrophysical Journal Letters. — 1996. — Vol. 459. — P. L31. — DOI: 10.1086/309939.

40. Baranov V. B., Krasnobaev K. V., Ruderman M. S. On the Model of the Solar Wind-Interstellar Medium Interaction with Two Shock Waves // Astrophysics and Space Science. — 1976. — Vol. 41, no. 2. — P. 481—490. — DOI: 10.1007/BF00646195.

41. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. — "'Наука', 1977.

42. Baranov V. B., Lebedev M. G., Ruderman M. S. Structure of the region of solar wind—Interstellar medium interaction and its influence on H atoms penetrating the solar wind // Astrophysics and Space Science. — 1979. — Vol. 66, no. 2. — P. 441—451. — DOI: 10.1007/BF00650016.

43. Wallis M. K., Dryer M. Sun and comets as sources in an external flow. // Astrophysical Journal. — 1976. — Vol. 205. — P. 895—899. — DOI: 10.1086/154345.

44. Korolkov S., Izmodenov V., Alexashov D. Numerical modeling of the convective Kelvin-Helmholtz instabilities of astropauses // Journal of Physics Conference Series. — 2020. — T. 1640. — DOI: 10.1088/1742-6596/1640/1/012012.

45. Korolkov S., Izmodenov V. Stabilization of the astropause by periodic fluctuations of the stellar wind // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2023. — T. 518, № 3. — C. 4422—4427. — DOI: 10.1093/mnras/stac3434.

46. Bertaux J. L., Blamont J. E. Evidence for a Source of an Extraterrestrial Hydrogen Lyman-alpha Emission // Astronomy and Astrophysics. — 1971. — Vol. 11. — P. 200.

47. Thomas G. E., Krassa R. F. OGO 5 Measurements of the Lyman Alpha Sky Background // Astronomy and Astrophysics. — 1971. — Vol. 11. — P. 218.

48. В. Б. Баранов М. К. Ермаков М. Г. Л. Трехкомпонентная газодинамическая модель взаимодействия солнечного ветра с межзвёздной средой // Известия РАН: Механика жидкости и газа. — 1982. — Т. 5.

49. Baranov V. B. Gas Dynamics of the Solar Wind Interaction with the Interstellar Medium // Space Science Reviews. — 1990. — Vol. 52, no. 1/2. — P. 89—120. — DOI: 10.1007/BF00704240.

50. Baranov V. B., Lebedev M. G., Malama I. G. The Influence of the Interface between the Heliosphere and the Local Interstellar Medium on the Penetration of the H Atoms to the Solar System // Astrophysical Journal. — 1991. — Vol. 375. — P. 347. — DOI: 10.1086/170194.

51. Alexashov D., Izmodenov V. Modeling of the tail region of the heliospheric interface // Solar Wind Ten. Vol. 679 / ed. by M. Velli [et al.]. — AIP, 2003. — P. 218—221. — (American Institute of Physics Conference Series). — DOI: 10.1063/1.1618581.

52. Linsky J. L., Wood B. E. The α Centauri line of sight: D/H ratio, physical properties of local interstellar gas, and measurement of heated hydrogen (the "hydrogen wall") near the heliopause. // Astrophysical Journal. — 1996. — Vol. 463. — P. 254—270. — DOI: 10.1086/177238.

53. Vidotto A. A., Bourrier V. Exoplanets as probes of the winds of host stars: the case of the M dwarf GJ 436 // MNRAS. — 2017. — Vol. 470, no. 4. — P. 4026—4033. — DOI: 10.1093/mnras/stx1543.

54. New Mass-Loss Measurements from Astrospheric Lyα Absorption / B. E. Wood [et al.] // The Astrophysical Journal. — 2005. — Vol. 628, no. 2. — P. L143—L146. — DOI: 10.1086/432716.

55. New Observational Constraints on the Winds of M dwarf Stars / B. E. Wood [et al.] // The Astrophysical Journal. — 2021. — July. — Vol. 915, no. 1. — P. 37. — DOI: 10.3847/1538-4357/abfda5.

56. Energetic Neutral Atoms Around HD 209458b: Estimations of Magnetospheric Properties / A. Ekenbäck [et al.] // The Astrophysical Journal. — 2010. — Vol. 709, no. 2. — P. 670—679. — DOI: 10.1088/0004-637X/709/2/670.

57. Magnetic moment and plasma environment of HD 209458b as determined from Lyα observations / K. G. Kislyakova [et al.] // Science. — 2014. — Vol. 346, no. 6212. — P. 981—984. — DOI: 10.1126/science.1257829.

58. Photoionization of planetary winds: case study HD 209458b / E. M. Schneiter [et al.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2016. — Vol. 457, no. 2. — P. 1666—1674. — DOI: 10.1093/mnras/stw076.

59. Gas envelopes of exoplanets - hot Jupiters / D. V. Bisikalo [et al.] // Physics Uspekhi. — 2021. — Aug. — Vol. 64, no. 8. — P. 747—800. — DOI: 10.3367/UFNe.2020.11.038879.

60. Baranov V. B., Zaitsev N. A. On the problem of the solar wind interaction with magnetized interstellar plasma. // Astronomy and Astrophysics. — 1995. — Vol. 304. — P. 631.

61. Pogorelov N. V., Matsuda T. Influence of the interstellar magnetic field direction on the shape of the global heliopause // Journal of Geophysical Research. — 1998. — Vol. 103, A1. — P. 237—246. — DOI: 10.1029/97JA02446.

62. Heliosphere in the magnetized local interstellar medium: Results of a three--dimensional MHD simulation / T. J. Linde [et al.] // Journal of Geophysical Research. — 1998. — Vol. 103, A2. — P. 1889—1904. — DOI: 10.1029/97JA02144.

63. Izmodenov V., Alexashov D., Myasnikov A. Direction of the interstellar H atom inflow in the heliosphere: Role of the interstellar magnetic field // Astronomy and Astrophysics. — 2005. — Vol. 437, no. 3. — P. L35—L38. — DOI: 10.1051/0004-6361:200500132.

64. Deflection of the Interstellar Neutral Hydrogen Flow Across the Heliospheric Interface / R. Lallement [et al.] // Science. — 2005. — Vol. 307, no. 5714. — P. 1447—1449. — DOI: 10.1126/science.1107953.

65. Izmodenov V. V., Alexashov D. B. Three-dimensional Kinetic-MHD Model of the Global Heliosphere with the Heliopause-surface Fitting // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2015. — Vol. 220, no. 2. — P. 32. — DOI: 10.1088/0067-0049/220/2/32.

66. Heliospheric asymmetries due to the action of the interstellar magnetic field / N. V. Pogorelov [et al.] // Advances in Space Research. — 2009. — Vol. 44, no. 11. — P. 1337—1344. — DOI: 10.1016/j.asr.2009.07.019.

67. Kinetic versus Multi-fluid Approach for Interstellar Neutrals in the Heliosphere: Exploration of the Interstellar Magnetic Field Effects / F. Alouani-Bibi [et al.] // APJ. — 2011. — Vol. 734, no. 1. — P. 45. — DOI: 10.1088/0004-637X/734/1/45.

68. Pogorelov N. V., Zank G. P., Ogino T. Three-dimensional Features of the Outer Heliosphere Due to Coupling between the Interstellar and Interplanetary Magnetic Fields. I. Magnetohydrodynamic Model: Interstellar Perspective // APJ. — 2004. — Vol. 614, no. 2. — P. 1007—1021. — DOI: 10.1086/423798.

69. Pogorelov N. V., Zank G. P., Ogino T. Three-dimensional Features of the Outer Heliosphere due to Coupling between the Interstellar and Interplanetary Magnetic Fields. II. The Presence of Neutral Hydrogen Atoms // APJ. — 2006. — Vol. 644, no. 2. — P. 1299—1316. — DOI: 10.1086/503703.

70. Three-Dimensional Features of the Outer Heliosphere Due to Coupling Between the Interstellar and Interplanetary Magnetic Fields. III. The Effects of Solar Rotation and Activity Cycle / N. V. Pogorelov [et al.] // APJ. — 2009. — Vol. 696, no. 2. — P. 1478—1490. — DOI: 10.1088/0004-637X/696/2/1478.

71. Three-dimensional Features of the Outer Heliosphere due to Coupling between the Interstellar and Interplanetary Magnetic Fields. IV. Solar Cycle Model Based on Ulysses Observations / N. V. Pogorelov [et al.] // APJ. — 2013. — Vol. 772, no. 1. — P. 2. — DOI: 10.1088/0004-637X/772/1/2.

72. Three-dimensional Features of the Outer Heliosphere Due to Coupling between the Interstellar and Heliospheric Magnetic Field. V. The Bow Wave, Heliospheric Boundary Layer, Instabilities, and Magnetic Reconnection / N. V. Pogorelov [et al.] // APJ. — 2017. — Vol. 845, no. 1. — P. 9. — DOI: 10.3847/1538-4357/aa7d4f.

73. Yu G. The interstellar wake of the solar wind. // The Astrophysical Journal. — 1974. — Vol. 194. — P. 187—202. — DOI: 10.1086/153235.

74. Izmodenov V. V., Alexashov D. B. Magnitude and direction of the local interstellar magnetic field inferred from Voyager 1 and 2 interstellar data and global heliospheric model // Astronomy & Astrophysics. — 2020. — Vol. 633. — P. L12. — DOI: 10.1051/0004-6361/201937058.

75. Черный Г. Г. Газовая динамика : Учебник для вузов. — Москва : Наука, 1988. — 424 с.

76. On the Diversity of M-star Astrospheres and the Role of Galactic Cosmic Rays Within / K. Herbst [et al.] // ApJL. — 2020. — July. — Vol. 897, no. 2. — P. L27. — DOI: 10.3847/2041-8213/ab9df3.

77. Powerful winds from low-mass stars: V374 Peg / A. A. Vidotto [et al.] // MNRAS. — 2011. — Mar. — Vol. 412, no. 1. — P. 351—362. — DOI: 10.1111/j.1365-2966.2010.17908.x.

78. Pauls H. L., Zank G. P., Williams L. L. Interaction of the solar wind with the local interstellar medium // JGR. — 1995. — Vol. 100, A11. — P. 21595—21604. — DOI: 10.1029/95JA02023.

79. McNutt R. L., Lyon J., Godrich C. C. Simulation of the heliosphere: Model // JGR. — 1998. — Vol. 103. — DOI: 10.1029/97JA02143.

80. Wang C., Belcher J. W. Numerical investigation of hydrodynamic instabilities of the heliopause // JGR. — 1998. — Vol. 103, A1. — P. 247—276. — DOI: 10.1029/97JA02773.

81. Fahr H. J. The Multifluid Character of the 'Baranov' Interface // APSS. — 2000. — Vol. 274. — P. 35—54. — DOI: 10.1023/A:1026571202117.

82. On the Possibility of a Strong Magnetic Field in the Local Interstellar Medium / V. Florinski [et al.] // APJ. — 2004. — Vol. 604, no. 2. — P. 700—706. — DOI: 10.1086/382017.

83. Bera R. K., Fraternale F., Pogorelov N. V. Three-dimensional Modeling of the Solar Wind and Local Interstellar Medium Interaction with Pickup Ions in the Presence of Heliospheric Current Sheet // Journal of Physics Conference Series. Vol. 2742. — IOP, 2024. — P. 012010. — (Journal of Physics Conference Series). — DOI: 10.1088/1742-6596/2742/1/012010.

84. Alexashov D., Izmodenov V. Kinetic vs. multi-fluid models of H atoms in the heliospheric interface: a comparison // AAP. — 2005. — Vol. 439, no. 3. — P. 1171—1181. — DOI: 10.1051/0004-6361:20052821.

85. Heerikhuisen J., Florinski V., Zank G. P. Interaction between the solar wind and interstellar gas: A comparison between Monte Carlo and fluid approaches // Journal of Geophysical Research (Space Physics). — 2006. — Vol. 111, A6. — A06110. — DOI: 10.1029/2006JA011604.

86. Baranov V. B., Izmodenov V. V., Malama Y. G. On the distribution function of H atoms in the problem of the solar wind interaction with the local interstellar medium // JGR. — 1998. — Vol. 103, A5. — P. 9575—9586. — DOI: 10.1029/97JA03662.

87. Comparing various multi-component global heliosphere models / H. .-. Müller [et al.] // AAP. — 2008. — Vol. 491, no. 1. — P. 43—51. — DOI: 10.1051/0004-6361:20078708.

88. Lindsay B. G., Stebbings R. F. Charge transfer cross sections for energetic neutral atom data analysis // JGR. — 2005. — Vol. 110, A12. — A12213. — DOI: 10.1029/2005JA011298.

89. Baranov V. B., Krasnobaev K. V. Model for the Interaction of the Solar Wind with the Interstellar Medium // Cosmic Research. — 1971. — Vol. 9. — P. 568.

90. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2 - Computational methods for inviscid and viscous flows. — 1990.

91. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел (в двух частях). — Наука, 1970.

92. Izmodenov V. V., Baranov V. B. Modern Multi-component Models of the Heliospheric Interface // ISSI Scientific Reports Series. — 2006. — Vol. 5. — P. 67—136.

93. Solar wind velocity and temperature in the outer heliosphere / P. R. Gazis [et al.] // JGR. — 1994. — Vol. 99, A4. — P. 6561—6574. — DOI: 10.1029/93JA03144.

94. Recent observations of the solar wind in the outer heliosphere / A. J. Lazarus [et al.] // Advances in Space Research. — 1995. — Vol. 16, no. 9. — P. 77—84. — DOI: 10.1016/0273-1177(95)00317-8.

95. Gruntman M. A. The Effect of the Neutral Solar Wind Component upon the Interaction of the Solar System with the Interstellar Gas Stream // Soviet Astronomy Letters. — 1982. — Vol. 8. — P. 24—26.

96. Observations of the Outer Heliosphere, Heliosheath, and Interstellar Medium / J. D. Richardson [et al.] // SSR. — 2022. — Vol. 218, no. 4. — P. 35. — DOI: 10.1007/s11214-022-00899-y.

97. Astrospheres of Planet-Hosting Cool Stars and Beyond · When Modeling Meets Observations / K. Herbst [и др.] // Space Science Reviews. — 2022. — Т. 218, № 4. — С. 29. — DOI: 10.1007/s11214-022-00894-3.

98. The Heliotail / N. V. Pogorelov [et al.] // APJL. — 2015. — Vol. 812, no. 1. — P. L6. — DOI: 10.1088/2041-8205/812/1/L6.

99. Heliosheath Processes and the Structure of the Heliopause: Modeling Energetic Particles, Cosmic Rays, and Magnetic Fields / N. V. Pogorelov [et al.] // SSR. — 2017. — Vol. 212, no. 1/2. — P. 193—248. — DOI: 10.1007/s11214-017-0354-8.

100. A Solution-Adaptive Upwind Scheme for Ideal Magnetohydrodynamics / K. G. Powell [et al.] // Journal of Computational Physics. — 1999. — Vol. 154, no. 2. — P. 284—309. — DOI: 10.1006/jcph.1999.6299.

101. Osher S., Fedkiw R., Piechor K. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces // Applied Mechanics Reviews. — 2004. — Vol. 57, no. 3. — B15. — DOI: 10.1115/1.1760520.

Список рисунков

Список таблиц

Приложение А

Число Маха в ядре сферического источника

Данное приложение относится к подразделу 1.1.1 настоящей диссертации. В приложении показано, что число Маха M^* на расстоянии критического радиуса источника равно единице. Напомним, что критический радиус - это минимальный радиус сферы, внутри которой течение невозможно. Он определяется формулой 1.7. Параметры среды (плотность, скорость, давление) при данном радиусе называются критическими. Уравнение 1.9 получено в результате обезразмеривания системы 1.8 на критические параметры в предположении, что $M^* = 1$ (что пока не доказано).

Выберем другие характерные величины – плотность, давление и скорость на расстоянии $\tilde{R}$, для которого скорость газа равна местной скорости звука, то есть $\tilde{M} = 1$. Тогда можно получить зависимость числа Маха от расстояния, аналогичную формуле 1.7:

$$\left(\frac{\tilde{R}}{r}\right)^2 = M\left(\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)M^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{A.1}$$

Так как $\tilde{M} = 1$, то это уравнение справедливо. Рассмотрим правую часть уравнения, как функцию от M при постоянном γ. Можно показать, что максимальное значение функции равняется 1 и достигается в точке M = 1 (пример для $\gamma = 1.6$ см. на **Рисунке А.1**, для других значений γ график имеет аналогичный вид). Так как $\tilde{R}/r \leqslant 1$, то $r = \tilde{R}$ является минимальным расстоянием, при котором возможно решение, а значит $\tilde{R}$ является критическим радиусом течения. Таким образом $M^* = \tilde{M} = 1$. Что и требовалось доказать.

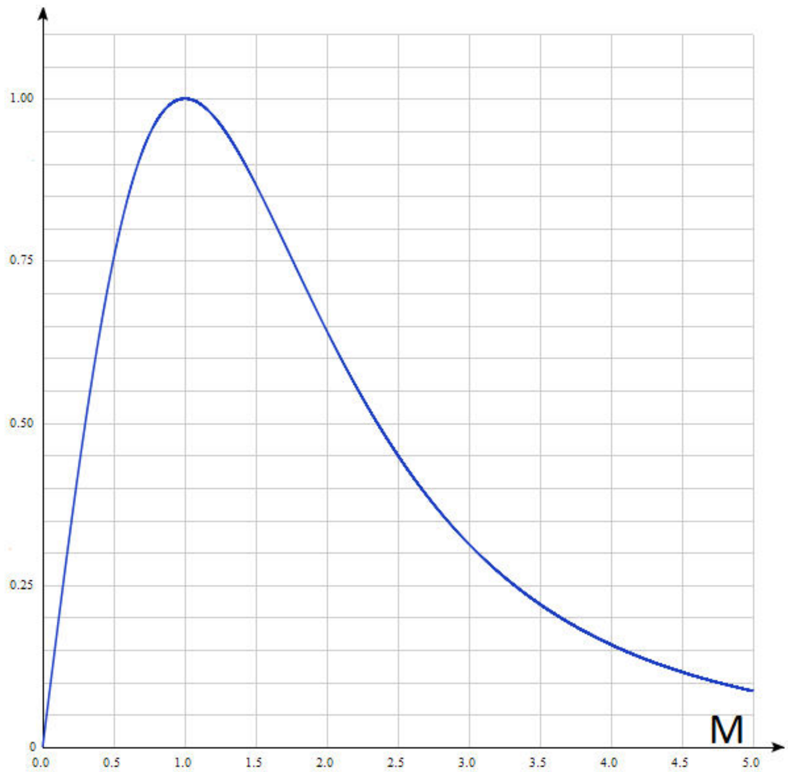


Рисунок А.1 — Значение правой части уравнения А.1 от числа Маха при $\gamma = 1.6$.

Приложение Б

Как далеко до предела эффективного газа?

Данное приложение дополняет главу 2 настоящей диссертации. В приложении обсуждаются результаты численного моделирования для $\mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.2$, включая самые низкие значения числа Кнудсена, при которых удалось получить решение ($\mathrm{Kn}_\infty = 10^{-4}$).

На **Рисунке Б.1** показаны распределения плотности различных популяций атомов водорода вдоль оси x (против направления набегающего потока) в диапазоне значений: $10^{-4} \leqslant \mathrm{Kn}_\infty \leqslant 0.2$.

Решение для $\mathrm{Kn}_\infty = 10^{-4}$ (**Рисунок Б.1**, красная кривая) представляет наибольший интерес для исследования. В этом случае атомы популяции 1 отсутствуют (панель A, красная кривая). Более того, длина свободного пробега настолько мала, что атомы популяции 2 наблюдаются только в узком слое вблизи тангенциального разрыва (панель B, красная кривая, $x \approx 0.3$). Этот слой состоит из атомов, которые рождаются в результате перезарядки атомов популяции 3, попавших во внутренний ударный слой из области во внешнем ударном слое, расположенной в непосредственной близости от тангенциального разрыва (вблизи точки торможения). Атомы популяции 3 (панель C, красная кривая) находятся в локальном термодинамическом равновесии с протонами плазмы: средняя скорость и температура одинаковы, а плотность атомов в три раза выше, так как $\eta = 3$ для выбранных параметров. В распределениях популяции 4 (панель D, красная кривая) наблюдается тонкий слой повышенной плотности вблизи головной ударной волны. Это результат проникновения атомов популяции 3 в сверхзвуковую межзвёздную среду и их последующей перезарядки.

Несмотря на то, что визуально кажется (**Рисунок Б.1**, панель B, красная кривая), что во внешнем ударном слое ($0.3 \lesssim x \lesssim 0.6$) нет атомов популяции 2 (на самом деле их плотность очень маленькая, но не нулевая), источники импульса и энергии ($\mathbf{Q}_2$, Q_3) в системе 2.6 умножаются на $1/\mathrm{Kn}_\infty$ и поэтому остаются значимыми. Их влияние заключается в нагреве внешнего ударного слоя вблизи тангенциального разрыва (см. подраздел 2.3.3).

В работе остался нераскрытым вопрос, при каких значениях числа Кнудсена достигается предел эффективного газа, и достигается ли вообще. Основное

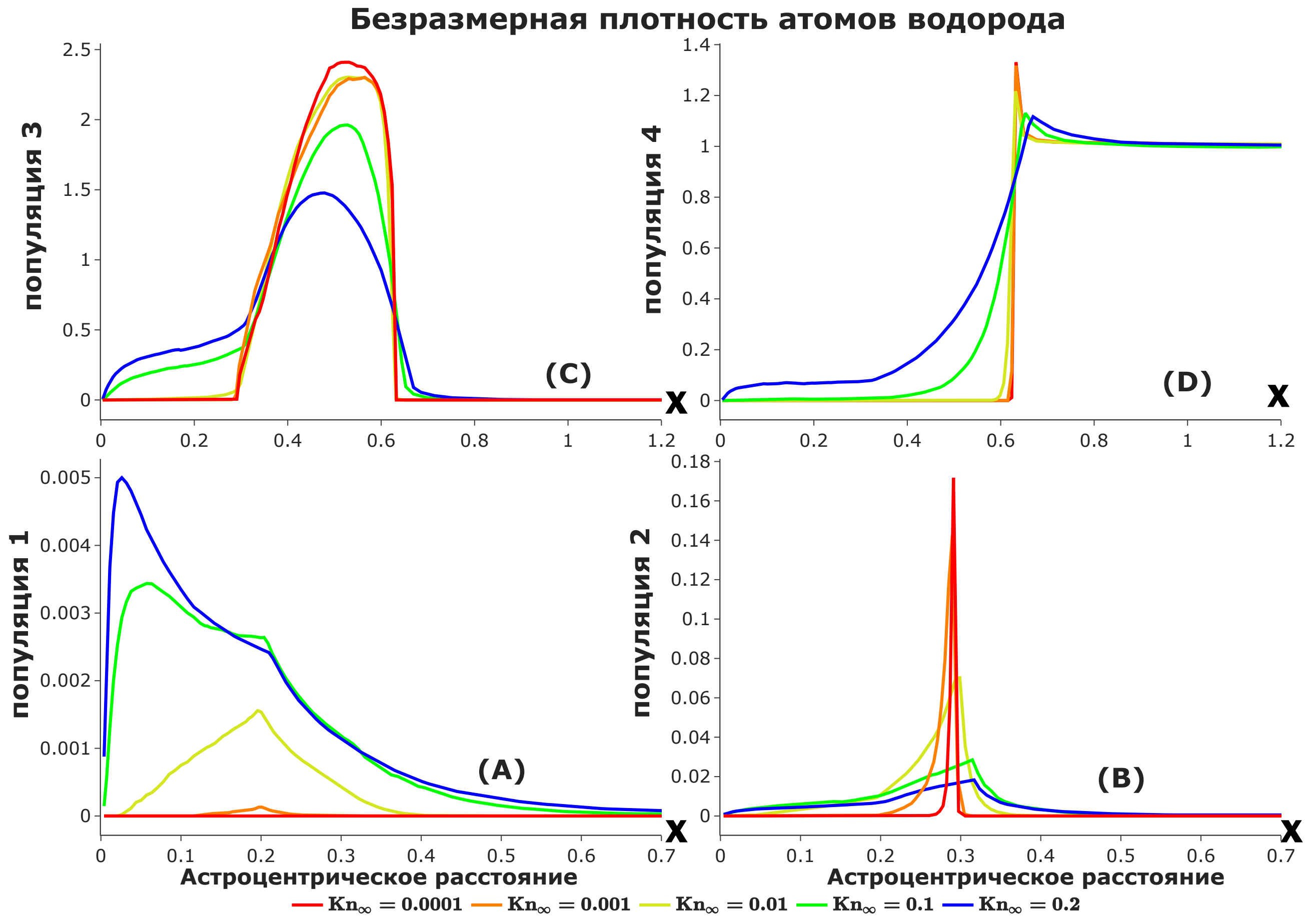


Рисунок Б.1 — Зависимость плотности каждой популяции атомов водорода от астроцентрического расстояния по оси x (против потока межзвёздной среды) для различных значений числа Кнудсена. Значения обезразмерены на плотность водорода в невозмущённой межзвёздной среде.

отличие распределения атомов на **Рисунке Б.1** от распределений протонов в пределе эффективного газа заключается в поведении водорода вблизи поверхностей разрыва. При значениях $\mathrm{Kn}_\infty = 10^{-4}$ длины свободного пробега атомов всё ещё достаточно велики, чтобы атомы могли проникать из одной области в другую. Именно этим обосновано, например, появление второй популяции атомов, которой в пределе эффективного газа не должно быть. В конечном итоге проникновение атомов популяции 3 во внутренний ударный слой и последующая их перезарядка ведёт к переносу импульса и энергии из одной области в другую. Исходя из этих соображений, можно заключить, что предельное решение должно достигаться, когда длина свободного пробега атомов будет меньше, чем толщина фронта разрыва (внешней ударной волны и тангенциального разрыва). Однако в используемой модели разрывы являются идеальными с нулевой толщиной, поэтому предел эффективного газа математически недостижим. Атомы «не чувствуют» разрыва и беспрепятственно пересекают его. Чтобы получить плавный предельный переход необходимо либо учитывать диссипативные процессы и разрешать фронт разрывов, либо дополнять уравнения (как для атомов, так и для плазмы на тангенциальном разрыве) условиями на разрывах (неявно подразумевая определённую ширину разрыва и поведение атомов, попавших внутрь его фронта).

Приложение В

Двумерные параметры плазмы для различных значений числа Кнудсена

Данное приложение дополняет главу 2 настоящей диссертации. В приложении показаны двумерные распределения плотности, давления и числа Маха плазмы в задаче о взаимодействии звёздного ветра с частично ионизованным сверхзвуковым набегающим потоком, представленной в главе 2. Рассматривается течение плазмы в головной области.

На **Рисунке В.1** в каждом столбце представлены изолинии плотности, давления и числа Маха плазмы, а также линии тока. В каждой строке показаны результаты моделирования для различных значений числа Кнудсена. В строке (А) представлено решение в плазмо-газодинамическом пределе. Для всех панелей выбраны одинаковые цветовые шкалы и пространственные масштабы, что упрощает сравнение результатов. Цветовые шкалы однородны, что может немного снизить уровень детализации, но облегчает восприятие и определение параметров потока. Чёрными линиями дополнительно отмечены положения основных поверхностей разрыва.

Основные выводы, которые можно сделать из анализа **Рисунка В.1**, повторяют выводы главы 2. Они будут кратко повторены ниже:

1. Размер области взаимодействия (в безразмерных переменных) уменьшается с уменьшением числа Кнудсена. Это следует из изменения положений чёрных кривых, показывающих поверхности разрыва.
2. Для малых чисел Кнудсена (панели D1 и E1) во внешнем ударном слое образуется слой горячей разряженной плазмы вблизи тангенциального разрыва. Максимум плотности плазмы смещается к головной ударной волне.
3. Градиент давления во внутреннем ударном слое при уменьшения числа Кнудсена становится более выраженным (столбец 2). Максимум давления смещается к внутренней ударной волне.
4. Ослабление ударной волны (см. подраздел 2.3.4) хорошо заметно на изолиниях числа Маха для гелиосферного случая ($\mathrm{Kn}_\infty = 0.43$, панель C3). Влияние атомов популяций 1-3 приводит к сильным «возмуще-

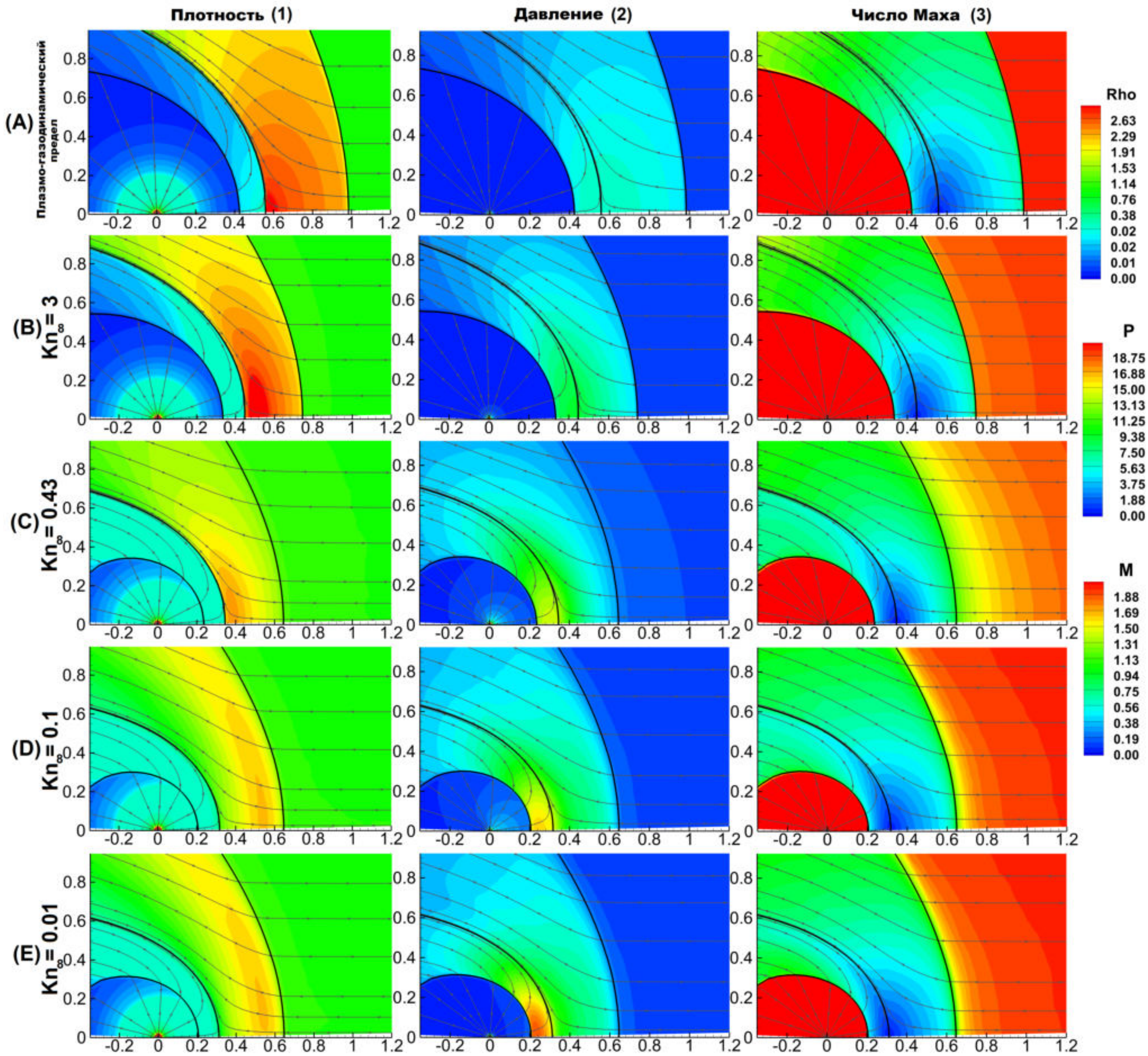


Рисунок В.1 — Линии тока и изолинии плотности (первый столбец), давления (второй столбец) и числа Маха (третий столбец) плазмы для различных значений числа Кнудсена. Плотность и давление обезразмерены на значения в невозмущённой межзвёздной среде.

ниям» сверхзвуковой межзвёздной среды, которые простираются до значений $x \approx 1.2$.

Приложение Г

Особенности реализации численного метода Монте-Карло для моделирования астросфер

Настоящее приложение дополняет главу 2 настоящей диссертации. В приложении описан метод Монте-Карло решения кинетического уравнения 2.2 на функцию распределения атомов водорода по скоростям. Адаптация данного метода к моделированию гелиосферы была предложена в работе [24]. Здесь лишь описываются некоторые дополнения и модификации данного алгоритма. Термин «розыгрыш» в данной главе означает выбор конкретной реализации случайной величины на основе её функции распределения/плотности вероятности.

Опишем кратко основные идеи метода. Будем полагать, что параметры плазмы во всей области течения известны из решения газодинамической задачи. Алгоритм Монте-Карло применяется для статистического моделирования прохождения межзвёздных атомов водорода через область взаимодействия звёздного ветра с межзвёздной средой. Для этого расчётная область разбивается на ячейки (можно использовать вычислительную сетку, построенную для решения газодинамической задачи). Источником потока атомов является граница расчётной области, на которой задана максвелловская функция распределения атомов по скоростям. В данной работе граница вычислительной сетки состоит из трёх частей. В головной области течения граничная поверхность является полусферой; боковая граница является цилиндром; а задняя граница является диском, ориентированным перпендикулярно направлению скорости межзвёздной среды. Основная часть потока атомов приходится на переднюю границу – полусферу, однако поток атомов через остальные границы тоже необходимо учитывать. Алгоритм вычисления траектории движения каждой частицы состоит из нескольких этапов:

- Розыгрыш начального положения атома на границе расчётной области и его скорости (направленной внутрь области: $(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) < 0$, где $\mathbf{n}$ - внешняя нормаль). Алгоритм описан в разделах Г.2 и Г.3.
- Розыгрыш длины свободного пробега атома (до его перезарядки с протоном). Алгоритм описан в работах [23; 24] и здесь не повторяется. Между

актами перезарядки атом движется по прямолинейной траектории (так как отсутствуют силы, действующие на атом).

– Обработка процесса резонансной перезарядки: розыгрыш скорости протона – партнёра по столкновению. Эта скорость также является скоростью нового «рождённого» атома. Алгоритм описан в разделе Г.4. После акта перезарядки один атом «умирает», а другой – «рождается» с новой скоростью. С точки зрения численного алгоритма, при перезарядке частица просто изменяет свою скорость. Далее снова повторяется второй пункт алгоритма.

Второй и третий пункт алгоритма повторяются до тех пор, пока атом не вылетит за пределы расчётной области.

Наиболее общий результат моделирования траекторий по описанному алгоритму Монте-Карло заключается в расчёте (в каждой или некоторых ячейках сетки) пятимерной функции распределения атомов. На практике наиболее целесообразно вычислять необходимые моменты функции распределения или функционалы, в частности, источники импульса и энергии, передающиеся плазме при перезарядке, и используемые в дальнейшем при решении уравнений Эйлера для плазмы. Это вычисление заключается в «накапливании» в каждой ячейке необходимых величин в момент движения частицы через ячейку. Детали такого подхода подробно излагаются в работе [24] и здесь не повторяются. Однако в процессе «накапливания» необходимых величин приходится вычислять различные интегралы от максвелловской функции распределения протонов. В силу того, что в работе [24] такие вычисления не приводятся, они изложены в разделе Г.1.

Преимущество алгоритма, описанного в работе [24], состоит в механизме расщепления атомов, позволяющем добиться хорошей статистики для функции распределения атомов или её моментов на расстояниях от звезды в несколько астрономических единиц. При этом используется «метод весов», а именно каждому атому присваивается действительное число – «вес» атома. Основная идея метода расщепления состоит в том, что при любом случайном процессе, например, перезарядке, можно разыгрывать не всю плотность вероятности целиком, а делить её на несколько частей, дающих в сумме исходную плотность вероятности, и считать, что некоторая часть атома подвергается действию случайного процесса с одной плотностью вероятности, а другая часть атома – с другой. При этом нужно только правильно разделить «вес» исходного атома на части. Это делается в соответствии с нормами новых плотностей вероятности, которые в сумме дают норму исходной плотности вероятности. Деление плотности вероятности на части можно проводить в соответствии с любыми интересующими условиями, например, при перезарядке можно отщеплять от атома часть, которая дальше будет двигаться по направлению к звезде. Такой подход, предложенный в работе [24], называется геометрическое расщепление.

Кроме того, для вычисления источников импульса и энергии, передающихся плазме, с хорошей статистикой нужно, чтобы в каждой расчётной ячейке происходило достаточное количество актов перезарядки. Если ячейка маленькая (много меньше длины свободного пробега атома), то это потребовало бы запуска большого числа атомов, так как большинство из них просто пролетали бы ячейку без перезарядки. В этом случае можно также делить атом на две части: часть, перезарядившуюся в данной ячейке, и часть, пролетевшую сквозь неё, не испытывая перезарядки. Такой подход называется расщепление по физическим процессам.

В работе [24] авторы продвинулись несколько дальше данной идеи и ввели несколько уровней расщепления. Разделяя атомы на сорта 1, 2, ..., I таким образом, что атомы сорта 1 направляются на близкие к звезде расстояния ($R \leqslant R_1$), атомы сорта 2 на расстояния $R_1 < R \leqslant R_2$ и т.д. Кажущаяся простота метода усложняется одним неприятным фактом, что веса атомов разных сортов сильно отличаются (в некоторых случаях на порядки величины). Поэтому, если в область, которая предназначается для атомов с маленьким весом, попадёт атом другого сорта с большим весом, то он испортит всю накопленную статистику. То есть алгоритм расщепления нужно продумывать таким образом, чтобы исключить попадания атомов с большими весами в область для атомов с меньшими весами. Например, это означает, что геометрическое расщепление нужно проводить при каждом акте перезарядки. В противном случае рождённый атом может полететь в область для атомов с меньшими весами и испортить там статистику.

Отдельная сложность алгоритма состоит в том, что из-за расщепления количество атомов растёт в геометрической прогрессии. Однако многие атомы имеют практически нулевой вес и не дают вклад в статистику. Такие атомы необходимо «отключать». Но простое отключение малых атомов могло бы сказаться на результате в силу их большого количества. Поэтому используется описанный в работе [23] алгоритм случайного отключения одних атомов и увеличения веса других. Для использования данного алгоритма приходится вводить некоторые критические веса (различные для каждого сорта атомов и геометрической зоны), которые будут являться критерием малости атома.

Таким образом, алгоритм Монте-Карло с геометрическим расщеплением и расщеплением по физическим процессам содержит достаточно много параметров «настройки», влияющих на получаемую в результате статистику для функции распределения атомов по скоростям. Данные параметры являются уникальными для каждой рассчитываемой астросферы (для каждого числа Кнудсена), и их «подбор» может занимать долгое время.

Структура данного приложения следующая: в разделе Г.1 приведены вычисления некоторых интегралов от максвелловской функции распределения, которые используются в методе Монте-Карло; в разделах Г.2 и Г.3 предложены алгоритмы моделирования начальных положений и скоростей атомов на полусфере и диске, соответственно; в разделе Г.4 описан алгоритм моделирования скорости рождённого при перезарядке атома.

Г.1 Различные интегралы от максвелловской функции распределения

В данном разделе приводятся вычисления интегралов от максвелловской функции распределения, необходимых для вычисления частоты перезарядки и источников импульса и энергии, которые передаются плазме в результате перезарядки. В подынтегральных выражениях данных интегралов присутствует дифференциальное сечение перезарядки ($\sigma_{ex}^{\mathrm{HP}}(u) = (2{,}2835 \cdot 10^{-7} - 1{,}062 \cdot 10^{-8}\ln(u))^2$), поэтому эти выражения являются неинтегрируемыми в квадратурах. В работе [24] предложен метод вынесения сечения перезарядки из интеграла по теореме о среднем значении. Данный метод хорошо себя зарекомендовал. Небольшая ошибка в данном случае может проявляться для малых относительных скоростей атома и протона и составляет не более 3 %. Поэтому в данном разделе при вычислении интегралов дополнительно вычисляется средняя относительная скорость, которая дальше подставляется в сечение перезарядки.

Отметим, что в последних версиях алгоритма соискателя данные интегралы вычисляются численно с учётом сечения перезарядки. Это происходит в рамках предварительных вычислений (до работы основного алгоритма Монте-Карло). Результаты интегрирования сохраняются в виде «таблиц». Хотя такой подход является наиболее точным, первая версия алгоритма используется для верификации результатов, поэтому данный раздел является актуальным.

Г.1.1 Интеграл для нахождения частоты перезарядки атомов

В этом подразделе показано, как посчитать интеграл 2.10 (сечение перезарядки выносится из под знака интеграла по среднему значению), необходимый для вычисления частоты перезарядки атома (интеграл берётся по всему пространству скоростей):

$$\int |\vec{V}_H - \vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p - \vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V}_p = \int |\vec{V}| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V} + \vec{V}_H - \vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V} =$$

$$= \int |\vec{V}| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V} - \vec{U}|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V} \;=\; P_1,$$

Где $\vec{U} = \vec{U}_p - \vec{V}_H$.

Для вычисления последнего интеграла удобно найти в пространстве скоростей геометрическое место точек, на котором подынтегральная функция постоянна. Учитывая, что экспонента зависит только от расстояния от точки $\vec{V}$ до точки $\vec{U}$, искомым геометрическим местом точек является пересечение двух сфер. Одна из них является сферой с центром в начале координат, другая – с центром в точке $\vec{U}$. Эти сферы пересекаются по окружности. Будем интегрировать функцию по таким окружностям. Тогда подынтегральное выражение постоянно, и его можно выносить из под знака интеграла. Схематично сказанное выше изображено на **Рисунке Г.1**.

Таким образом получим следующий интеграл:

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\pi} 2\pi R_0^2 \sin(\alpha) R \cdot \exp\left(-\frac{R_0^2}{c_p^2}\right)\, d\alpha\, dR_0$$

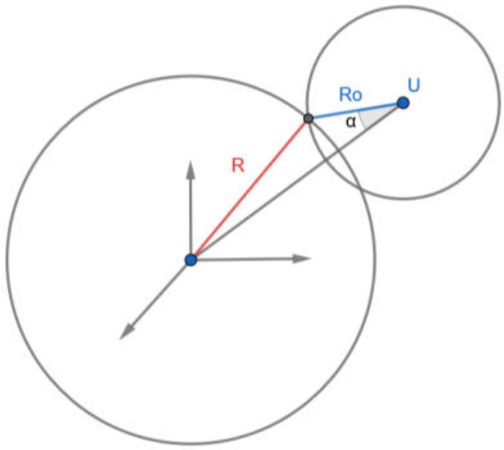


Рисунок Г.1 — Схема интегрирования

Здесь $R = \sqrt{R_0^2 \sin^2(\alpha) + (|\vec{U}| - R_0 \cos(\alpha))^2}$. В интеграле выражение $2\pi R_0 \sin(\alpha)$ является длинной окружности, полученной при пересечении двух сфер, R_0 - якобиан перехода к интегрированию по углу. Обозначим $|\vec{U}|$ за u. После интегрирования, получим:

$$\frac{1}{2}c_p^3\pi \cdot \left(2c_p \exp\left(-\frac{u^2}{c_p^2}\right) + \sqrt{\pi}\left(\frac{c_p^2}{u} + 2u\right) \cdot \mathrm{erf}\left[\frac{u}{c_p}\right]\right)$$

Соответственно, по теореме о среднем значении, можно представить это выражение, как:

$$u^* \cdot c_p^3 \pi^{3/2},$$

где $u^* = \frac{c_p}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{c_p^2}\right) + \left(\frac{c_p^2}{2u} + u\right) \cdot \mathrm{erf}\left[\frac{u}{c_p}\right]$ - средняя скорость.

Для верификации полученного результата приведём выражение для средней скорости из работы [24] (оно выписано для скорости, обезразмеренной на c_p):

$$u^* = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-u^2\right) + \left(\frac{1}{2u} + u\right) \cdot \mathrm{erf}\left[u\right]$$

Замечание 1. *В окрестности нуля у функции имеется особенность при численном моделировании, хотя математически существует конечный предел. Поэтому при стремлении u к нулю можно использовать следующее разложение функции:*

$$u^*|_{u=0} = \frac{2c_p}{\sqrt{\pi}} + \frac{2u^2}{3c_p\sqrt{\pi}} - \frac{u^4}{15c_p^3\sqrt{\pi}}$$

Таким образом: $P_1 = u^* \cdot c_p^3 \pi^{3/2}$.

Г.1.2 Интеграл для нахождения источника импульса

Для нахождения источника импульса в программе необходимо вычислять следующий интеграл:

$$\int (\vec{V}_H - \vec{V}_p)|\vec{V}_H - \vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p - \vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right) \, d\vec{V}_p =$$

$$-\int \vec{V} \cdot |V| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V} - \vec{U}|^2}{c_p^2}\right) \, d\vec{V} \;=\; \mathbf{P}_2,$$

Где $\vec{U} = \vec{U}_p - \vec{V}_H$.

Для простоты опустим знак перед интегралом, то есть вычислим $-\mathbf{P}_2$. Под интегралом стоит векторное выражение, соответственно, необходимо посчитать три его компоненты. Для вычисления любой из компонент применим метод, описанный в предыдущем подразделе, предварительно перейдя в новую систему координат. Направим новую ось x по вектору $\vec{U}$. Две остальные оси выберем произвольно (чтобы получить правую систему координат). Для этого сначала повернём систему относительно оси V_z на угол прецессии α, потом относительно оси V_y на угол β (**Рисунок Г.2**). Отметим, что угол α отсчитывается от положительного направления оси V_x к положительному направлению оси V_y и изменяется от 0 до 2π; угол β изменяется от $-\pi$ до π и является положительным для полупространства, где $V_z > 0$.

Запишем матрицу преобразования координат:

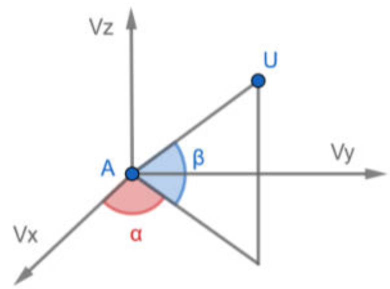


Рисунок Г.2 — Обозначение углов поворота

$$\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & -\sin(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\beta) \\ \cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |\vec{U}| \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

После замены координат:

$$V_x = \cos(\alpha)\cos(\beta)V_x' - \sin(\alpha)V_y' - \cos(\alpha)\sin(\beta)V_z',$$

$$V_y = \cos(\beta)\sin(\alpha)V_x' + \cos(\alpha)V_y' - \sin(\alpha)\sin(\beta)V_z',$$

$$V_z = \sin(\beta)V_x' + \cos(\beta)V_z'.$$

Штрихами обозначены соответствующие координаты после поворота. Якобиан такого преобразования равен единице. Интегралы по компонентам V_y' и V_z' равны нулю в силу симметрии относительно V_x'. Таким образом, нужно вычислить только следующий интеграл:

$$\int \vec{V}_x' \cdot |V| \cdot \exp(-\frac{|\vec{V} - \vec{U}|^2}{c_p^2})\ d\vec{V}', \tag{Г.1}$$

Штрихи в модулях скоростей отсутствуют, так как длины векторов не меняются при поворотах. Применив подход предыдущего подраздела, заметим, что остаётся вычислить следующий интеграл ($u = |\vec{U}|$):

$$\int_0^\infty \int_0^\pi 2\pi R_0^2 \sin(\alpha) R \cdot (u - R_0\cos(\alpha)) \cdot \exp(-\frac{R_0^2}{c_p^2})\ d\alpha\ dR_0.$$

Отличие от предыдущего случая заключается в появлении множителя $(u - R_0\cos(\alpha))$. Этот интеграл распадается на два, один из которых взят в предыдущем подразделе, а второй интегрируется в квадратурах. Здесь запишем только ответ:

$$\frac{\pi c_p^3}{4u^2} \cdot \left(2c_p u\left(c_p^2 + 2u^2\right)\exp\left(-\frac{u^2}{c^2}\right) + \sqrt{\pi}\left(4u^4 + 4c_p^2u^2 - c_p^4\right)\operatorname{erf}\left[\frac{u}{c_p}\right]\right) = I_2$$

Значение данного интеграла для $c_p = 1$ представлено на **Рисунке Г.3**. Нужно быть аккуратным в нахождении данного интеграла в программе для $u \to 0$, так как несмотря на то, что полное значение интеграла равно нулю, слагаемые стремятся к бесконечности по модулю, но имеют противоположные знаки (см. замечание 2).

Обозначим:

$$U_M^* = \frac{I_2}{u^* c_p^3 \pi\sqrt{\pi}}$$

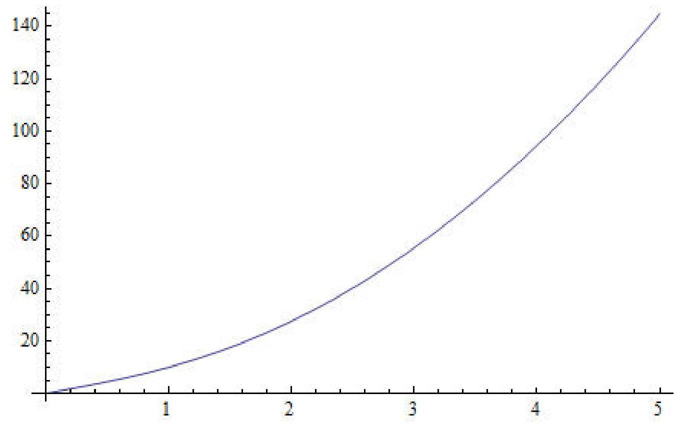


Рисунок Г.3 — Значение интеграла (Г.1) в зависимости от u при $c_p = 1$.

Замечание 2. *В окрестности нуля у функции имеется особенность при численном моделировании, хотя математически существует конечный предел. Поэтому при стремлении к нулю можно использовать следующее разложение для I_2:*

$$I_2|_{u=0} = \frac{8}{3}c_p^4\pi u + \frac{8}{15}c_p^2\pi u^3 - \frac{4}{105}\pi u^5$$

Вспомним про замену координат и знак минус перед исходным интегралом и получим решение для каждой компоненты импульса:

$$P_{2,x} = -\cos(\alpha)\cos(\beta)\cdot U_M^* u^* c_p^3\pi\sqrt{\pi},$$

$$P_{2,y} = -\sin(\alpha)\cos(\beta)\cdot U_M^* u^* c_p^3\pi\sqrt{\pi},$$

$$P_{2,z} = -\sin(\beta)\cdot U_M^* u^* c_p^3\pi\sqrt{\pi}.$$

Можно заменить $[\cos(\alpha)\cos(\beta),\ \sin(\alpha)\cos(\beta),\ \sin(\beta)]$ на $[U_x, U_y, U_z]/u$. Таким образом, получим:

$$\mathbf{P}_2 = -\frac{U_M^* u^* c_p^3\pi\sqrt{\pi}}{u}\cdot(\vec{U}_p - \vec{V}_H)$$

Г.1.3 Интеграл для нахождения источника энергии.

Сначала вычислим значение следующего вспомогательного интеграла:

$$\int |V|^3\cdot\exp\left(-\frac{|\vec{V}-\vec{U}|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V} \;=\; Q_3,$$

Где $\vec{U} = \vec{U}_p - \vec{V}_H$.

Аналогично подразделу Г.1.1, преобразуем Q_3 в следующий интеграл:

$$\int_0^\infty \int_0^\pi 2\pi R_0^2 \sin(\alpha) R^3 \cdot \exp\left(-\frac{R_0^2}{c_p^2}\right)\, d\alpha\, dR_0.$$

Вычислим значение промежуточного интеграла:

$$\int_0^\pi \sin(\alpha) R^3 \cdot \exp\left(-\frac{R_0^2}{c_p^2}\right)\, d\alpha \;= \frac{1}{5R_0 u} \cdot \left((R_0+u)^5 - |R_0-u|^5\right).$$

Получим выражение для Q_3:

$$\frac{c_p^3\pi}{4}\left(2c_p\left(5c_p^2+2u^2\right)\exp\left(-\frac{u^2}{c_p^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi}}{u}\cdot\left(3c_p^4+12c_p^2u^2+4u^4\right)\operatorname{erf}\left[\frac{u}{c}\right]\right).$$

Для применения теоремы о среднем значении интеграла и нахождения средней скорости, вычислим:

$$\int |V|^2 \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}-\vec{U}|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V},$$

Преобразуем этот интеграл:

$$\int_0^\infty \int_0^\pi 2\pi R_0^2 \sin(\alpha) R^2 \cdot \exp\left(-\frac{R_0^2}{c_p^2}\right)\, d\alpha\, dR_0 = \frac{1}{2}c_p^3\pi\sqrt{\pi}\left(3c_p^2+2u^2\right).$$

Тогда среднее значение скорости для интеграла Q_3 равно:

$$U_E^* = \frac{c_p(5c_p^2+2u^2)\ \exp\left(-\dfrac{u^2}{c_p^2}\right)}{\sqrt{\pi}(3c_p^2+2u^2)} + \frac{(3c_p^4+12c_p^2u^2+4u^4)\operatorname{erf}\left[\dfrac{u}{c}\right]}{2u(3c_p^2+2u^2)}.$$

$$U_E^*|_{u=0} = \frac{8c_p}{3\sqrt{\pi}} + \frac{8u^2}{9c_p\sqrt{\pi}} - \frac{44u^4}{135c_p^3\sqrt{\pi}}.$$

Таким образом $Q_3 = \dfrac{1}{2}c_p^3\pi\sqrt{\pi}(3c_p^2+2u^2)\cdot U_E^*$.

Теперь вычислим интеграл, соответствующий источнику энергии (без сечения перезарядки):

$$\frac{1}{2}\int (\vec{V}_H^2 - \vec{V}_p^2)|\vec{V}_H-\vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p-\vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V}_p = \frac{\vec{V}_H^2}{2}\int |\vec{V}_H-\vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p-\vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V}_p - \frac{1}{2}\int (\vec{V}_p^2)|\vec{V}_H-\vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p-\vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V}_p =$$

$\frac{\vec{V}_H^2}{2}P_1 - \frac{1}{2}\int (\vec{V}_p^2)|\vec{V}_H - \vec{V}_p| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V}_p - \vec{U}_p|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V}_p = \frac{\vec{V}_H^2}{2}P_1 - \frac{1}{2}\int |\vec{V} + \vec{V}_H|^2 |\vec{V}| \cdot$ $\exp\left(-\frac{|\vec{V} - \vec{U}|^2}{c_p^2}\right)\, d\vec{V},$

Распишем модуль $|\vec{V} + \vec{V}_H|$ по координатам и раскроем сумму квадратов. Для простоты обозначим $|\vec{V}| \cdot \exp\left(-\frac{|\vec{V} - \vec{U}|^2}{c_p^2}\right) d\vec{V} = I$:

$\frac{\vec{V}_H^2}{2}P_1 - \frac{1}{2}\Bigg(\int V_x^2 \cdot I + \int V_y^2 \cdot I + \int V_z^2 \cdot I + 2V_{H,x}\int V_x \cdot I + 2V_{H,y}\int V_y \cdot I + 2V_{H,z}\int V_z \cdot$ $I + V_{H,x}^2 \int I + V_{H,y}^2 \int I + V_{H,z}^2 \int I\Bigg) = \frac{\vec{V}_H^2}{2}P_1 - \frac{1}{2}\Bigg(\int |\vec{V}|^2 \cdot I - 2 \cdot (V_{H,x}, V_{H,y}, V_{H,z}) \times$ $(P_{2,x}, P_{2,y}, P_{2,z}) + |\vec{V}_H|^2 \cdot P1\Bigg) = \frac{\vec{V}_H^2}{2}P_1 - \frac{1}{2}\Bigg(Q_3 - 2 \cdot (V_{H,x}, V_{H,y}, V_{H,z}) \times (P_{2,x}, P_{2,y}, P_{2,z}) +$ $|\vec{V}_H|^2 \cdot P1\Bigg) = -\frac{1}{2}\Bigg(Q_3 - 2 \cdot (V_{H,x}, V_{H,y}, V_{H,z}) \times (P_{2,x}, P_{2,y}, P_{2,z})\Bigg) = P3.$

Символ $\times$ здесь обозначает скалярное произведение векторов.

Г.2 Алгоритм моделирования начальных положений и скорости атомов на полусфере с расщеплением

В настоящем разделе представлен алгоритм моделирования начальных положений и скорости атомов на полусфере, с которой будут «запускаться» частицы в алгоритме Монте-Карло. Считаем, что данная полусфера имеет радиус R_{max} и полностью располагается в невозмущённой межзвёздной среде, в которой в качестве граничных условий заданы параметры протонов и атомов. Считаем, что скорость обезразмерена на c_∞, чтобы исключить данный параметр из функции распределения.

Плотность распределения атомов на сфере радиуса R_{max} имеет следующий вид:

$$\rho_0(X, W_r, W_\theta, W_\varphi) = \frac{4}{\pi\sqrt{\pi}A_0}|W_r|\, e^{-(W_r - U_r)^2 - (W_\theta - U_\theta)^2 - W_\varphi^2}. \qquad (\text{Г.2})$$

Здесь $X = \cos\theta$, θ - зенитный угол сферической системы координат, W_r, W_θ, W_φ - компоненты скорости атома в сферической системе координат. Константа A_0 вводится для нормировки функции распределения (её значение приведено ниже).

Область значений переменных соответствует полусфере:

$$0 < X < 1, \quad -\infty < W_r < 0, \quad -\infty < W_\theta, W_\varphi < \infty.$$

Скорости плазмы запишем следующим образом:

$$Y_r = -Y \cdot X, \quad Y_\theta = Y \cdot \sqrt{1 - X^2},$$

где Y - модуль скорости плазмы на полусфере, заданный в граничных условиях невозмущённой межзвёздной среде.

Интеграл от плотности распределения по всей области определяет значений константы A_0:

$$A_0 = \left(Y + \frac{1}{2Y}\right)\operatorname{erf}(Y) + \frac{e^{-Y^2}}{\sqrt{\pi}} + Y.$$

Для нахождения потока частиц (S) через границу расчётной области в программе необходимо вычислять интеграл от плотности вероятности по всей полусфере радиуса R_{max}. Выпишем его значение для удобства:

$$S = \frac{\pi R_{max}^2 A_0}{2} = \frac{\pi}{4} R_{max}^2 \left(\left(2Y + \frac{1}{Y}\right)\operatorname{erf}(Y) + \frac{2e^{-Y^2}}{\sqrt{\pi}} + 2V\right) \qquad (\text{Г.3})$$

Далее в этой главе переменной ξ обозначается равномерно распределённая на отрезке $[0,\ 1]$ случайная величина.

Г.2.1 Моделирование расщеплённых атомов

По аналогии с работой [24] введём расщепление траекторий согласно критерию:

$$\gamma_{i-1} \cdot W_r^2 < W_\theta^2 + W_\varphi^2 < \gamma_i \cdot W_r^2.$$

Здесь i - номер сорта атома. Такое расщепление обеспечивает выполнение для траектории атома сорта i условие: $R_{i-1} \leqslant r_0 \leqslant R_i$, где R_i - границы условных сферических зон, r_0 - точка перигелия траектории. Параметр $\gamma_i = \left(\frac{R_{max}^2}{R_i^2} - 1\right)^{-1}$.

Сделаем замену в плотности распределения: $W_\theta = W_\alpha \cdot \cos \mho, W_\varphi = W_\alpha \cdot \sin \mho$. Представим плотность распределения следующим образом (используя теорему о мажорирующей функции):

$$\rho_0(X,W_r,W_\alpha,\mho) = g_i(X,W_r,W_\alpha,\mho) \cdot \mu_i(X,W_r,W_\alpha,\mho), \tag{Г.4}$$

где μ_i - вес атома. Напишем выражения для сомножителей:

$$g_i = \frac{4\; e^{-Y_\theta^2}}{\pi\sqrt{\pi}\,(G_i - G_{i-1})} W_\alpha e^{-W_\alpha^2} \left|W_r\right| e^{-(W_r - Y_r)^2} \frac{1 + W_\alpha^2 Y_\theta^2}{S(W_\alpha,Y_\theta)} e^{2W_\alpha Y_\theta \cos(\mho)}, \tag{Г.5}$$

$$S(W_\alpha,Y_\theta) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{2W_\alpha Y_\theta \cos(\mho)} d\mho \quad - \text{функция Бесселя},$$

$$\mu_i = \frac{G_{i-1} - G_i}{A_0}\;\frac{S(W_\alpha,Y_\theta)}{1 + W_\alpha^2 Y_\theta^2}.$$

G_i - вычисляются из условия нормировки частичной плотности вероятности для каждого сорта атомов.

Для нахождения частичной плотности вероятности проинтегрируем g_i по $\mho$ от 0 до 2π (функция просто умножается на 2π, а $e^{2W_\alpha Y_\theta \cos(\mho)}$ и функция Бесселя сокращаются), затем по W_α от $\sqrt{\gamma_{i-1}} \cdot |W_r|$ до $\sqrt{\gamma_i} \cdot |W_r|$ (случай от 0 до $\sqrt{\gamma_1} \cdot |W_r|$ предлагается обрабатывать отдельно во избежания программной неопределённости при дальнейшем интегрировании). В итоге получим следующую частичную плотность вероятности (обозначение функции специально оставлено таким-же, однако она имеет меньшее число аргументов):

$$g_i(X,W_r) = \frac{(J_i(W_r, X) - J_{i-1}(W_r, X))}{(G_i - G_{i-1})}, \tag{Г.6}$$

где:

$$J_i(W_r, X) = \frac{4\left|W_r\right| \left(\left(\gamma_i W_r^2 + 1\right)\left(X^2 - 1\right) Y^2 - 1\right) e^{-\gamma_i W_r^2 - (W_r + XY)^2}}{\sqrt{\pi}}, \tag{Г.7}$$

$$J_0(W_r, X) = \frac{4\left|W_r\right| \left(\left(X^2 - 1\right) Y^2 - 1\right) e^{-(W_r + XY)^2}}{\sqrt{\pi}}.$$

Получим частичную плотность вероятности в зависимости от X, проинтегрировав $g_i(X, W_r)$ по W_r в пределах от $-\infty$ до 0:

$$g_i(X) = \frac{(K_i(X) - K_{i-1}(X))}{(G_i - G_{i-1})}, \tag{Г.8}$$

$$\begin{aligned} K_i(X) = \frac{e^{-X^2Y^2}}{\sqrt{\pi}\beta^7} \cdot \Bigg[& 2\beta\Big(- \beta^4 + \gamma X^2 \left(X^2 - 1\right) Y^4 + \beta^2(2\gamma + 1) \left(X^2 - 1\right) Y^2 \Big) + \\ & + \sqrt{\pi} XY e^{\frac{X^2Y^2}{\beta^2}} \Big(- 2\beta^4 + 2\gamma X^2 \left(X^2 - 1\right) Y^4 + \beta^2(5\gamma + 2) \left(X^2 - 1\right) Y^2 \Big) \cdot \\ & \cdot \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{XY}{\beta}\right)\right)\Bigg], \end{aligned} \tag{Г.9}$$

Здесь под γ подразумевается γ_i, а $\beta = \sqrt{1+\gamma}$.

$$K_0(X) = -\frac{2\left(\left(X^2 - 1\right) Y^2 - 1\right) \cdot \left(\sqrt{\pi} XY(\operatorname{erfc}(XY) - 2) - e^{-X^2Y^2}\right)}{\sqrt{\pi}}. \tag{Г.10}$$

Теперь можно проинтегрировать плотность вероятности $g_i(X)$ в пределах от 0 до некоторого X^* (ниже вместо X^* будет использоваться X):

$$\begin{aligned} F_i(X) = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}\beta^5\gamma^2 Y} \Bigg[& 2\beta\gamma XY e^{-X^2Y^2} \Big(\gamma \left(2\gamma + \left(X^2 - 1\right) Y^2 + 5\right) + 3\Big) + \\ & + \sqrt{\pi}\beta^2 \left(\gamma \left((5\gamma + 4)Y^2 - 3(\gamma + 3)\right) - 6\right) + 2\sqrt{\pi}\beta^5 \left(2\gamma Y^2 - 3\right) \operatorname{erf}(XY) + \\ & + \sqrt{\pi} e^{-\frac{\gamma X^2 Y^2}{\beta^2}} \left(\operatorname{erf}\left[\frac{XY}{\beta}\right] + 1\right) \cdot \\ & \cdot \Bigg(\gamma\Big(3(\gamma(\gamma + 4) + 5) + 2\gamma X^2 \left(X^2 - 1\right) Y^4 + \\ & + \beta^2 Y^2 \left(-5\gamma + (5\gamma + 6)X^2 - 4\right)\Big) + 6\Bigg)\Bigg], \end{aligned} \tag{Г.11}$$

$$\begin{aligned} F_0(X) = -\frac{1}{8\sqrt{\pi} Y} \cdot \Bigg[& 2XY e^{-X^2Y^2} \left(5 - 2\left(X^2 - 2\right) Y^2\right) + \\ & + \sqrt{\pi}\Big(\left(- 4X^4Y^4 + 8X^2 \left(Y^2 + 1\right) Y^2 + 4Y^2 + 3\right)\operatorname{erf}(XY) - \\ & - 4X^4Y^4 + 8X^2 \left(Y^2 + 1\right) Y^2\Big)\Bigg]. \end{aligned} \tag{Г.12}$$

Тогда норма исходной плотности вероятности вычисляется следующим образом:

$$G_i = F_i(1). \tag{Г.13}$$

Выпишем функцию распределения для X:

$$F(X) = \frac{F_i(X) - F_{i-1}(X)}{G_i - G_{i-1}}, \tag{Г.14}$$

Метод розыгрыша X

Для нахождения конкретной реализации переменной X методом хорд решается уравнение:

$$H(X) = F_i(X) - F_{i-1}(X) - \xi_i(G_i - G_{i-1})$$

Стандартный метод хорд:

$$X_{i+1} = X_{i-1} - \frac{(X_i - X_{i-1})H(X_{i-1})}{H(X_i) - H(X_{i-1})} \tag{Г.15}$$

Плотность вероятности W_r

Считая X известным (из предыдущей подсекции), найдём плотность вероятности для W_r (используя уравнения Г.6, Г.7):

$$g(W_r|X) \sim f_i(W_r) - f_{i-1}(W_r), \tag{Г.16}$$

$$f_i(W_r) = -\frac{4W_r e^{-\gamma W_r^2 - (W_r + XY)^2}\left(\left(X^2-1\right)Y^2\left(\gamma W_r^2+1\right)-1\right)}{\sqrt{\pi}}.$$

Проинтегрируем функцию $f_i(W_r)$ от $-\infty$ до Z для розыгрыша:

$$\Phi_i(Z) = \frac{e^{-(XY+Z)^2-\gamma Z^2}}{\sqrt{\pi}\beta^7} \cdot \Bigg[2\beta\Bigg(- \gamma^2 - 2\gamma +$$
$$+ \beta^2 \left(X^2-1\right) Y^2 + \gamma \left(X^2-1\right) Y^2 \left(X^2Y^2 + \beta^2(2-XYZ) + \beta^4 Z^2\right) - 1\Bigg) +$$
$$+ \sqrt{\pi} XY e^{\frac{(XY+\gamma Z+Z)^2}{\beta^2}} \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{XY+\gamma Z+Z}{\beta}\right)+1\right] \cdot$$
$$\Bigg(- 2\beta^4 + 2\gamma X^2 \left(X^2-1\right) Y^4 + \beta^2(5\gamma+2)\left(X^2-1\right) Y^2\Bigg)\Bigg] \quad (\text{Г}.17)$$

Способ розыгрыша W_r

Разыгрываем W_r методом деления отрезка пополам с функцией:

$$H(W_r) = \Phi_{i-1}(W_r) - \Phi_i(W_r) - \xi\left(\Phi_{i-1}(0) - \Phi_i(0)\right) = 0,$$

при использовании методов более высокого порядка алгоритм часто расходится для такой функции.

Способ розыгрыша W_α

$$g(W_\alpha|X,W_r) \sim W_\alpha(1 + Y_\theta^2 W_\alpha^2) e^{-W_\alpha^2}. \quad (\text{Г}.18)$$

Перепишем в виде (для использования метода отказов):

$$\begin{cases} g_\alpha(W_\alpha) = g_1(W_\alpha) H_1(W_\alpha), \\ g_1 \sim W_\alpha e^{-W_\alpha^2},\ (\gamma_{i-1} W_r^2 < W_\alpha^2 < \gamma_i W_r^2), \\ H_1(W_\alpha) = \dfrac{1 + Y_\theta^2 W_\alpha^2}{1 + Y_\theta^2 W_2^2}, \\ W_1^2 = \gamma_{i-1} W_r^2,\ W_2^2 = \gamma_i W_r^2, \end{cases}$$

$$W_\alpha = \sqrt{-ln\{e^{-W_1^2} - \xi_1[e^{-W_1^2} - e^{-W_2^2}]\}}. \quad (\text{Г}.19)$$

Данное значение принимается, если $H_1(W_\alpha) > \xi_2$, иначе «отказ» и вычисляется новый W_α по формуле Г.19.

Способ розыгрыша $\mho$

$$g_\mho(\mho|X,W_r,W_\alpha) \sim e^{2Y_\theta W_\alpha cos(\mho)}. \qquad (Г.20)$$

Предложим метод розыгрыша данной плотности вероятности. Заметим, что функция симметрична относительно π. Поэтому будем искать $\mho$ в интервале $(0,\pi)$ и с вероятностью 1/2 выбирать полученное значение $(\mho_*)$ или менять его на $(2\pi - \mho_*)$. Обозначим: $c = Y_\theta W_\alpha$. Предложим розыгрыш функции для $c > 0$, если $c < 0$, то разыгрываем со значением $|c|$ и используем симметрию (см. пункт алгоритма (5)):

Для розыгрыша плотности вероятности $\sim e^{2c\cos(\mho)}$ заметим ещё одно свойство: функция проходит через точку $(\pi/2, 1)$ при любых значениях c. Для части функции от 0 до $\pi/2$ будем использовать метод отказов, приближая исходную плотность вероятности функцией: $\exp(-\dfrac{8cx^2}{\pi^2} + 2c)$. Эта функция в каждой точке больше исходной, значит функция отказов – есть исходная плотность вероятности делённая на приближённую $\left(\exp(-\dfrac{8cx^2}{\pi^2} + 2c)\right)$.

При интегрировании этой функции от 0 до k получим:

$$f_1(k) = \frac{\pi^{3/2} e^{2c} \operatorname{erf}\left(\frac{2\sqrt{2}\sqrt{c}k}{\pi}\right)}{4\sqrt{2}\sqrt{c}}$$

Можно разыгрывать значение методом хорд с функцией:

$$H_1(x) = f_1(x) - \xi f_1(\pi/2) = 0$$

.

На участке от $\pi/2$ до π аналогично приблизим исходную функцию следующей: $\exp\left(-\dfrac{4c}{\pi} \cdot \left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)\right)$. Проинтегрировав её от $\pi/2$ до k, получим:

$$f_2(k) = -\frac{\pi\left(e^{c\left(2-\frac{4k}{\pi}\right)} - 1\right)}{4c}.$$

Можно разыгрывать значение методом хорд с функцией:

$$H_2(x) = f_2(x) - \xi f_2(\pi) = 0$$

.

Теперь необходимо определить, с какой вероятностью разыгрывать каждую из функций:

$$p_1 = \int_0^{\pi/2} \exp(2c\cos(x))\, dx,$$

$$p_2 = \int_{\pi/2}^{\pi} \exp(2c\cos(x))\, dx = \int_0^{\pi} \exp(2c\cos(x))\, dx - p_1 = p - p_1.$$

Эти интегралы представимы в виде рядов (см. функции Струве с соответствующими параметрами):

$$p = \pi \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{c^n}{n!}\right)^2,$$

$$p_1 = \frac{\pi}{2} \cdot \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{c^n}{n!}\right)^2 + \frac{1}{\pi} \sum_{0}^{\infty} \frac{4^{n+1} c^{2n+1}}{((2n+1)!!)^2}\right].$$

Запишем полностью алгоритм розыгрыша $\mho$ (напомним, что $c > 0$, иначе берётся модуль c):

1. разыгрываем ξ_1, при $\xi_1 < \frac{p_1}{p}$: переходим к пункту 2, иначе переходим к пункту 3,
2. Разыгрываем ξ_2 и методом хорд с H_1 находим x_*, переходим к пункту 4,
3. Разыгрываем ξ_2 и методом хорд с H_2 находим x_*, переходим к пункту 4,
4. при $h(x_*) > \xi_3$ (функция h своя для каждого из пунктов 2, 3) значение x_* «принимается» и переходим к пункту 5, иначе переходим к пункту 1,
5. Если изначально параметр c был отрицательный, то делаем замену $x_* \to \pi - x_*$, если сразу был положительный, переходим к пункту 6,
6. разыгрываем ξ_3, если $\xi_3 < 1/2$, $\mho = x_*$, иначе $\mho = (2\pi - x_*)$.

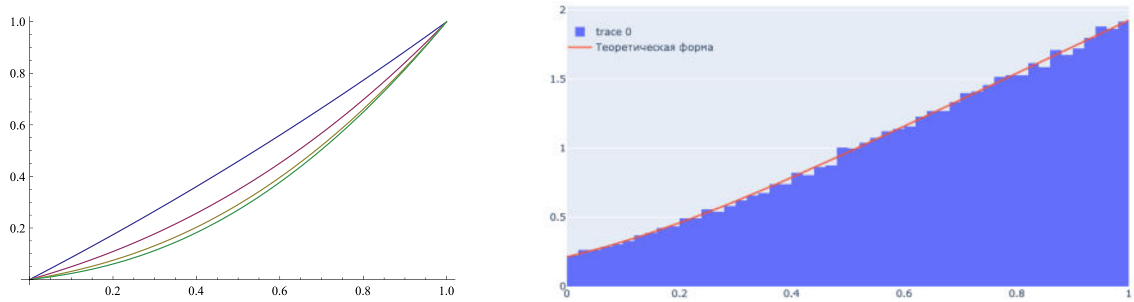
Г.2.2 Моделирование основного атома

Для розыгрыша основного атома вернёмся к плотности вероятности (Г.2). Проинтегрируем плотность вероятности по W_r, W_θ, W_φ по всей области их определения (уже без ограничений при расщеплении) и получим плотность вероятности для X:

$$\rho_0(X) = \frac{2}{A_0}\left(XY(\mathrm{erf}(XY)+1) + \frac{e^{-X^2Y^2}}{\sqrt{\pi}}\right). \tag{Г.21}$$

Интегральная функция:

$$\underbrace{R(X)}_{\text{см. график ниже}} = \frac{1}{A_0}\left(\left(X^2Y + \frac{1}{2Y}\right)\mathrm{erf}(XY) + X\left(\frac{e^{-X^2Y^2}}{\sqrt{\pi}} + XY\right)\right). \tag{Г.22}$$



(a) (b)

Рисунок Г.4 — (a) Пример функции $R(X)$ для различных значений Y (0.2, 1, 2, 3) - сверху вниз, соответственно, (b) её розыгрыш в программе (гистограмма).

Уравнение для розыгрыша методом хорд:

$$H(X) = R(X) - \xi = 0.$$

Способ розыгрыша W_r, W_φ, W_θ

W_r разыгрывается с плотностью вероятности:

$$g(W_r) \sim |W_r| \cdot e^{-(W_r - Y_r)^2}, \quad -\infty < W_r < 0. \tag{Г.23}$$

Соответствующий алгоритм розыгрыша см. на стр. 34-35 в работе [24].

$$\begin{cases} W_\theta = Y_\theta + \sqrt{-\ln \xi_3}\cos(2\pi\xi_4), \\ W_\varphi = \sqrt{-\ln \xi_3}\sin(2\pi\xi_4). \end{cases}$$

Вес основного атома полагается равным 1, если:

$$W_\alpha^2 = W_\varphi^2 + W_\theta^2 > \gamma_{i_{max}-1} \cdot W_r^2,$$

иначе вес атома равен 0 и он не запускается.

Способ розыгрыша атомов на вершине сферы

В области маленьких углов θ на полусфере (где $\cos\theta > 0.9$) частицы почти не запускаются (низкая вероятность попадания частицы на этот участок полусферы). В связи с этим для большого радиуса полусферы на оси x (против направления набегающего потока межзвёздной среды) будет наблюдаться провал концентрации атомов вплоть до расстояний 200 а.е. от оси симметрии. Поэтому был придуман алгоритм дополнительного запуска частиц только с вершины сферы. При этом геометрическое расщепление не производится (в силу того, что веса таких частиц будут на порядок меньше, чем веса остальных частиц на полусфере, поэтому уменьшать веса геометрическим расщеплением нецелесообразно).

Запишем ещё раз плотность вероятности:

$$\rho_0(X,W_r,W_\theta,W_\varphi) = \frac{4}{\pi\sqrt{\pi}B_0}\,|W_r|\,e^{-(W_r-U_r)^2-(W_\theta-U_\theta)^2-W_\varphi^2}. \qquad (\text{Г.24})$$

$k < X < 1$ - выберем участок полусферы таким образом.

$$B_0 = \left(k^2(-Y) - \frac{1}{2Y}\right)\mathrm{erf}(kY) + \left(Y + \frac{1}{2Y}\right)\mathrm{erf}(Y) - \frac{ke^{-k^2Y^2}}{\sqrt{\pi}} + k^2(-Y) + \frac{e^{-Y^2}}{\sqrt{\pi}} + Y \qquad (\text{Г.25})$$

Запишем поток на этом участке сферы:

$$S = \frac{\pi R^2}{2}B_0$$

Проинтегрировав плотность распределения по всем скоростям (без разбиения на геометрические зоны), получим частичную плотность вероятности по X:

$$\rho_X(X) = 2XY(\mathrm{erf}(XY)+1) + \frac{2e^{-X^2Y^2}}{\sqrt{\pi}}$$

Далее проинтегрируем от k до Z:

$$R(X) = \left(k^2(-Y) - \frac{1}{2Y}\right)\mathrm{erf}(kY) + \left(YZ^2 + \frac{1}{2Y}\right)\mathrm{erf}(YZ) - \\ - \frac{ke^{-k^2Y^2}}{\sqrt{\pi}} + k^2(-Y) + \frac{Ze^{-Y^2Z^2}}{\sqrt{\pi}} + YZ^2$$

Будем разыгрывать методом деления отрезка пополам функцию:

$$H(X) = R(X)/B_0 - \xi = 0$$

Дальнейший розыгрыш проводится аналогично алгоритму, описанному выше (для основного атома).

Г.3 Алгоритм моделирования начальных положений и скоростей на диске, перпендикулярном набегающему потоку

В этой секции представлен алгоритм моделирования начальных положение и скоростей атомов на диске, перпендикулярном набегающему потоку. Иногда удобнее запускать частицы не с полусферы, как это делалось в работе [24], а с диска (либо комбинируя эти методы). Плотность вероятности скорости и положения основного атома (для расщеплённых атомов алгоритм не использовался и поэтому здесь не приводится) на такой границе будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \rho_0(r,W_x,W_y,W_z) = \dfrac{1}{B_0} r\,|W_x|\,e^{-(W_x-V_\infty)^2-W_y^2-W_z^2}, \\ B_0 = \frac{1}{4}\pi\left(\mathrm{R}_1^2 - \mathrm{R}_2^2\right)e^{-V_\infty^2}\left(\sqrt{\pi}e^{V_\infty^2}V_\infty \mathrm{erfc}\left(V_\infty\right) - 1\right). \end{cases} \quad (Г.26)$$

Область значений переменных: $-\infty < W_x < 0$, $-\infty < W_y < \infty$, $-\infty < W_z < \infty$, $R_1 < r < R_2$. Поток атомов равен: $S = \frac{2B_0}{\sqrt{\pi}}$.

При этом частичная плотность вероятности для r запишется в виде:

$$\rho_r(r) = -\frac{2r}{\mathrm{R}_1^2 - \mathrm{R}_2^2} \qquad (\Gamma.27)$$

Проинтегрируем в диапазоне от R_1 до R и найдём функцию распределения:

$$F_r(R) = \frac{\mathrm{R}_1^2 - R^2}{\mathrm{R}_1^2 - \mathrm{R}_2^2}$$

Отсюда получим алгоритм розыгрыша r (φ разыгрывается равномерно):

$$\begin{cases} r = \sqrt{-\big(\xi_1(R_1^2 - R_2^2) - R_1^2\big)}, \\ \varphi = 2\pi\xi_2. \end{cases} \qquad (\Gamma.28)$$

Плотность распределения W_x выглядит следующим образом:

$$\rho_{w_x}(W_x) \sim |W_x| \cdot e^{(W_x - V_\infty)^2}, \qquad (\Gamma.29)$$

Её можно разыграть по алгоритму из работы [24].

Плотности распределения W_y, W_z выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \rho_{w_y}(W_y) = \frac{e^{W_y^2}}{\sqrt{\pi}}, \\ \rho_{w_z}(W_z) = \frac{e^{W_z^2}}{\sqrt{\pi}}. \end{cases} \qquad (\Gamma.30)$$

Соответствующий им алгоритм розыгрыша:

$$W_y = \sqrt{-\ln(1-\xi_2)}\cos(2\pi\xi_1),$$

$$W_z = \sqrt{-\ln(1-\xi_2)}\sin(2\pi\xi_1).$$

Г.4 Алгоритм моделирования скорости рождённого атома при перезарядке с расщеплением

Отметим, что для удобства вычисления интегралов при перезарядке все скорости предварительно нужно обезразмерить на значение c_p в ячейке (разделить на безразмерное c_p, а после розыгрыша не забыть умножить обратно). Однако сечение перезарядки обезразмерено на значение скорости в единицах

c_∞, поэтому перед подстановкой скорости в $\sigma(\cdot)$ необходимо умножать её на c_p в ячейке.

Запишем исходную плотность распределения атомов:

$$\rho_0(V_r,V_\theta,V_\varphi) = \frac{u\ \sigma(u)}{\pi\sqrt{\pi}u_*\sigma(u_*)} e^{-(V_r-u_{p,r})^2-(V_\theta-u_{p,\theta})^2-V_\varphi^2}, \tag{Г.31}$$

где $\vec{u} = \vec{V}_H - \vec{V}$, $\vec{V}_H$ - скорость старого атома до перезарядки, $\vec{V}$ - скорость нового атома, u_p - гидродинамическая скорость плазмы в точке. $u = |\vec{u}|$.

Значения u_* - вычислены в приложении Г.1:

$$\begin{cases} u_* = \frac{e^{-X^2}}{\sqrt{\pi}} + (X + \frac{1}{2X})\mathrm{erf}(X), \\ X = |\vec{V}_H - \vec{u}_p|. \end{cases}$$

Г.4.1 Моделирование расщеплённых атомов

Критерий распределения атомов по сортам проведём аналогично предыдущему разделу. Запишем новую плотность расщеплённых атомов:

$$\rho_i(\vec{V}) = g_i(\vec{V}) \cdot \mu_i(\vec{V}), \tag{Г.32}$$

где μ_i - вес атома. Выражения для сомножителей:

$$\begin{aligned} g_i(V_\alpha, V_r, \mho) = \frac{1}{\pi\sqrt{\pi}\,(Q_i - Q_{i-1})} \cdot V_\alpha e^{-V_\alpha^2} \cdot e^{-(V_r-u_{p,r})^2} \cdot \\ \cdot \frac{1 + V_\alpha^2 u_{p,\theta}^2}{S(V_\alpha,u_{p,\theta})} \cdot e^{2V_\alpha u_{p,\theta}\cos(\mho)}, \end{aligned} \tag{Г.33}$$

$$S(V_\alpha,u_{p,\theta}) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi e^{2V_\alpha u_{p,\theta}\cos(\mho)} d\mho,$$

$$\mu_i = \frac{u\ \sigma(u)}{u_*\ \sigma(u_*)}\,(Q_i - Q_{i-1})\ e^{-u_{p,\theta}^2}\ \frac{S(V_\alpha,u_{p,\theta})}{1 + V_\alpha^2 u_{p,\theta}^2}.$$

Q_i - вычисляются из условия нормировки частичной плотности вероятности для каждого сорта.

Области значений переменных:

$$\gamma_{i-1} \cdot V_r^2 < V_\alpha^2 < \gamma_i \cdot V_r^2, \quad -\infty < V_r < 0, \;\; 0 < \mho < 2\pi$$

В результате интегрирования (Г.33) по $\mho$ (от 0 до 2π), получим выражение:

$$g_i(V_\alpha, V_r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\,(Q_i - Q_{i-1})} \cdot V_\alpha e^{-V_\alpha^2} \cdot e^{-(V_r - u_{p,r})^2}(1 + V_\alpha^2 u_{p,\theta}^2), \qquad (\text{Г.34})$$

Далее предлагается разбить эту плотность вероятности на сумму плотностей (по последней скобке). Это ускорит алгоритм, так как с бо́льшими вероятностями будут разыгрываться более простые функции. Также такой подход позволит совершенствовать алгоритм, добавляя новые слагаемые, если это потребуется.

Сначала опишем алгоритм розыгрыша первой плотности вероятности:

$$\int_{\sqrt{\gamma_{i-1}}|V_r|}^{\sqrt{\gamma_i}|V_r|} \frac{2V_\alpha e^{-(V_r - u_{p,r})^2 - V_\alpha^2}}{\sqrt{\pi}}\, dV_\alpha = \Upsilon_I(\sqrt{\gamma_i}|V_r|) - \Upsilon_I(\sqrt{\gamma_{i-1}}|V_r|), \qquad (\text{Г.35})$$

$$\Upsilon_I(A) = -\frac{e^{-A^2 - (V_r - u_{p,r})^2}}{\sqrt{\pi}}.$$

Проинтегрируем по V_r:

$$\int_{-\infty}^{Z} \Upsilon_I(\sqrt{\gamma}|V_r|)\, dV_r = \Upsilon_{II}(Z, \gamma), \qquad (\text{Г.36})$$

$$\Upsilon_{II}(Z, \gamma) = -\frac{e^{-\frac{\gamma u_{p,r}^2}{\gamma+1}} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{-u_{p,r} + \gamma Z + Z}{\sqrt{\gamma+1}}\right) + 1\right)}{2\sqrt{\gamma+1}}.$$

Вероятность (не нормированная) реализации этой плотности вероятности равна:

$$p_1 = \Upsilon_{II}(0, \gamma_i) - \Upsilon_{II}(0, \gamma_{i-1}). \qquad (\text{Г.37})$$

Можно разыгрывать данную плотность вероятности методом хорд с функцией:

$$H_I(Z) = \Upsilon_{II}(Z, \gamma_i) - \Upsilon_{II}(Z, \gamma_{i-1}) - \xi \cdot p_1 = 0 \qquad (\text{Г.38})$$

Теперь опишем алгоритм розыгрыша второй плотности вероятности.

$$\int_{\sqrt{\gamma_{i-1}}|V_r|}^{\sqrt{\gamma_i}|V_r|} \frac{2V_\alpha e^{-(V_r-u_{p,r})^2-V_\alpha^2}}{\sqrt{\pi}} \cdot (u_{p,\theta}^2 V_\alpha^2)\, dV_\alpha = \Phi_I(\sqrt{\gamma_i}|V_r|) - \Phi_I(\sqrt{\gamma_{i-1}}|V_r|),$$

$$\Phi_I(B) = -\frac{\left(B^2+1\right) u_{p,\theta}^2 e^{-B^2-(u_{p,r}-V_r)^2}}{\sqrt{\pi}}. \tag{Г.39}$$

Проинтегрируем по V_r:

$$\int_{-\infty}^{Z} \Phi_I(\sqrt{\gamma}|V_r|)\, dV_r = \Phi_{II}(Z,\gamma), \tag{Г.40}$$

$$\begin{gathered}\Phi_{II}(Z,\gamma) = \frac{u_{p,\theta}^2 e^{-\left(\frac{\gamma}{\gamma+1}+1\right)u_{p,r}^2-(\gamma+1)Z^2}}{4\sqrt{\pi}(\gamma+1)^3} \cdot \Bigg(2\gamma(\gamma+1)e^{u_{p,r}\left(\frac{\gamma u_{p,r}}{\gamma+1}+2Z\right)}(u_{p,r}+\gamma Z+Z) - \\ -\sqrt{\pi}\sqrt{\gamma+1}\left(\gamma\left(3\gamma+2u_{p,r}^2+5\right)+2\right)e^{u_{p,r}^2+(\gamma+1)Z^2} \cdot \\ \cdot\left(\operatorname{erf}\left(\frac{-u_{p,r}+\gamma Z+Z}{\sqrt{\gamma+1}}\right)+1\right)\Bigg).\end{gathered} \tag{Г.41}$$

Вероятность (не нормированная) реализации этой плотности вероятности равна:

$$p_2 = \Phi_{II}(0,\gamma_i) - \Phi_{II}(0,\gamma_{i-1}). \tag{Г.42}$$

Можно разыгрывать данную плотность вероятности методом хорд с функцией:

$$H_{II}(Z) = \Phi_{II}(Z,\gamma_i) - \Phi_{II}(Z,\gamma_{i-1}) - \xi \cdot p_2 = 0. \tag{Г.43}$$

При этом:

$$Q_i - Q_{i-1} = p_1 + p_2 = p. \tag{Г.44}$$

Алгоритм розыгрыша V_r можно записать следующим образом:

1. разыгрываем случайную величину ξ_1, при $\xi_1 < \frac{p_1}{p}$, переходим к пункту (2), иначе к пункту (3),
2. разыгрываем случайную величину ξ_2 и, решая уравнение (Г.38) с $\xi = \xi_2$, находим $Z = V_r$.
3. разыгрываем случайную величину ξ_2 и, решая уравнение (Г.43) с $\xi = \xi_2$, находим $Z = V_r$.

После розыгрыша V_r условная плотность для V_α и $\mho$ полностью совпадает с соответствующей из подраздела (Г.2.1) и разыгрывается аналогично.

Г.4.2 Моделирование основного атома

Для атомов сорта $i = i_{max}$ вернёмся к исходной плотности (Г.31) и представим её в виде:

$$\begin{cases} \rho_0(\vec{Y}) = g(\vec{Y}) \cdot h(\vec{Y}), \\ g(\vec{Y}) = (X + |\vec{Y}|)e^{-\vec{Y}^2}, \quad -\infty < Y_r, Y_\theta, Y_\varphi < \infty, \\ h(\vec{Y}) = \dfrac{u\sigma(u)}{\sigma_m(X + |\vec{Y}|)}. \end{cases} \tag{Г.45}$$

Плотность $g(\vec{Y})$ совпадает с приложением В-2 работы [24], поэтому алгоритм розыгрыша компонент тот же. Вес основного атома полагаем 1, если $V_r > 0$, или $\left[V_r < 0 \;\&\; V_\alpha \geqslant \gamma_{i_{max}-1} V_r^2\right]$, иначе его вес равен 0 и атом не запускается.

Приложение Д

Достоверность результатов

Данное приложение обосновывает достоверность результатов, полученных в главе 2 настоящей диссертации. Используемая кинетико-газодинамическая модель состоит из двух независимых блоков, согласование решений между которыми достигается методом глобальных итераций. Для верификации построенной модели проводились сравнения с похожей моделью Баранова-Маламы [4], адаптированной для гелиосферы (результаты данной модели были предоставлены Д.Б. Алексашовым, ИПМех РАН). Для более детальной проверки каждый блок программы проверялся отдельно.

Для верификации газодинамического блока была решена задача о взаимодействии звёздного ветра с плоскопараллельным набегающим потоком межзвёздной среды в рамках газовой динамики. Результаты сравнивались не только с результатами, полученными с помощью модели Баранова-Маламы, но и с результатами, полученными с использованием независимых моделей автора: для сеток с выделением поверхностей разрыва [13] и декартовых сеток с высоким разрешением (расчёты проводились на GPU) [44]. На используемых разрешениях сеток ($\approx$ 15.000 ячеек и $\approx$ 4.000.000 ячеек для двух сеток, соответственно) отклонения результатов составили не более 0.1 %.

Для верификации результатов кинетического блока была придумана следующая тестовая задача: положения поверхностей разрыва и распределения параметров плазмы задавались аналитически (см. формулы ниже). На заданных плазменных полях решалось кинетическое уравнение для атомов водорода. Далее сравнивались распределения атомов водорода (для моментов функции распределения: концентрации, скорости, температуры).

Положения поверхностей были заданы близкими к реальным значениям так, чтобы в направлении против набегающего потока на оси симметрии расстояния до разрывов были 90, 130 и 245 а.е. для внутренней ударной волны, тангенциального разрыва и внешней ударной волны, соответственно. Аналитический вид поверхностей в полярных координатах задаётся соотношениями:

$$r_{TS} = 90, \tag{Д.1}$$

$$r_{HP} = 130 \cdot 0.8 \cdot \frac{\cos(\theta) + 1.5}{\cos(\theta) + 1}, \tag{Д.2}$$

$$r_{BS} = 245 \cdot 2 \cdot \frac{1}{\cos(\theta) + 1}. \tag{Д.3}$$

Положения поверхностей разрыва изображены на **Рисунке Д.1** (левая панель).

Значения параметров плазмы на 1 а.е. и в межзвёздной среде следующие:

В межзвёздной среде:

$$\begin{cases} n_p = 0.06\ cm^{-3}, \\ V_{LISM} = 26.4 \times 10^5\ cm/c, \\ T_{LISM} = 6527\ K, \\ n_H = 0.18\ cm^{-3}. \end{cases}$$

На 1 а.е.:

$$\begin{cases} n_{p,E} = 7cm^{-3}, \\ V_E = 375 \times 10^5\ cm/c, \\ T_E = 51109\ K. \end{cases}$$

Поверхности разрывов разбивают течение на 4 области. Пронумеруем их от 1 до 4 в следующем порядке: 1 – область гиперзвукового источника, 2 – внутренний ударный слой, 3 – внешний ударный слой, 4 – межзвёздная среда. Значения параметров плазмы в каждой из областей опишем по-очереди: 1) адиабатическое истечение из источника – скорость постоянна и направленна радиально, плотность убывает как r^2, давление убывает как $r^{2\gamma}$, 2) скорость во всей области составляет 10% от скорости сверхзвукового ветра: $0.1 \cdot V_E$ и направлена также радиально, концентрация составляет 5% от концентрации межзвёздной среды: $n_p/20$, давление в 10 раз больше давления в межзвёздной среде: $10 \cdot p_{LISM}$, 3) концентрация в два раза больше концентрации в межзвёздной среде: $2 \cdot n_p$, скорость в 4 раза меньше скорости межзвёздной среды: $0.25 \cdot V_{LISM}$ и направлена радиально от точки с координатами (1300 а.е., 0 а.е.), давление в 7 раз больше давления в межзвёздной среде: $7 \cdot p_{LISM}$ 4) параметры межзвёздного газа; скорость газа параллельна оси симметрии. Линии тока и изолинии плотности плазмы изображены на **Рисунке Д.1** (правая панель).

Сечение перезарядки: $\sigma(x) = (1.64 \cdot 10^{-7} - 0.06948712 \cdot 10^{-7} \cdot \ln[x])^2$ в $см^2$ (х в см/с);

Некоторые результаты сравнения двух моделей приведены на **Рисунке Д.2**. Так как распределения, полученные методом Монте-Карло являются вероятностной величиной, решение зависит от числа начальных траекторий (из-за ненулевой дисперсии). Для данного теста было запущено 1.000.000 частиц. Полученная статистика оказалась удовлетворительной для оценки достоверности метода (хотя для получения некоторых результатов диссертационной работы вычисления проводились на суперкомпьютере с числом частиц более 100.000.000). Итоговые различия двух моделей составляет не более 0.5 %, что показывает корректность написанной автором программы.

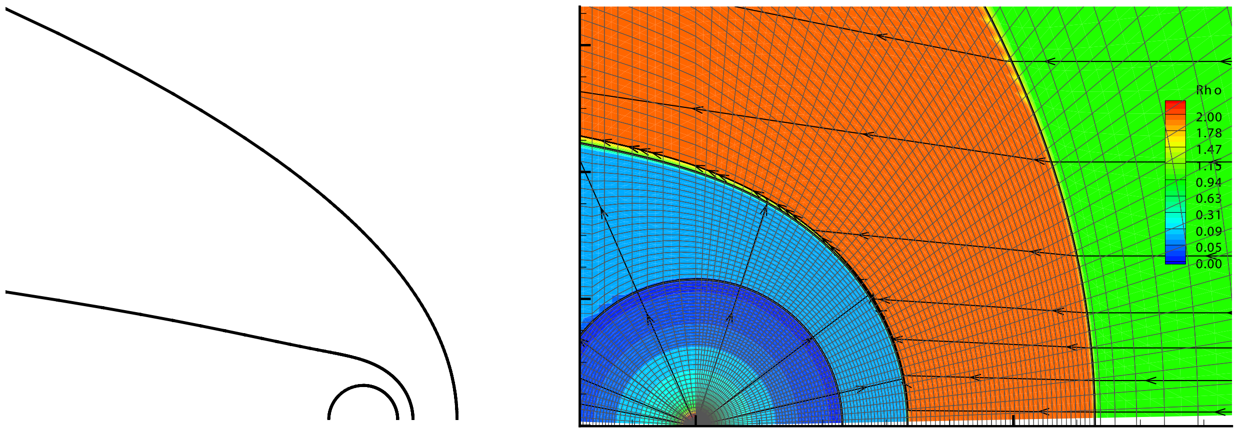


Рисунок Д.1 — Положения поверхностей разрыва и распределения параметров плазмы в тестовой задаче.

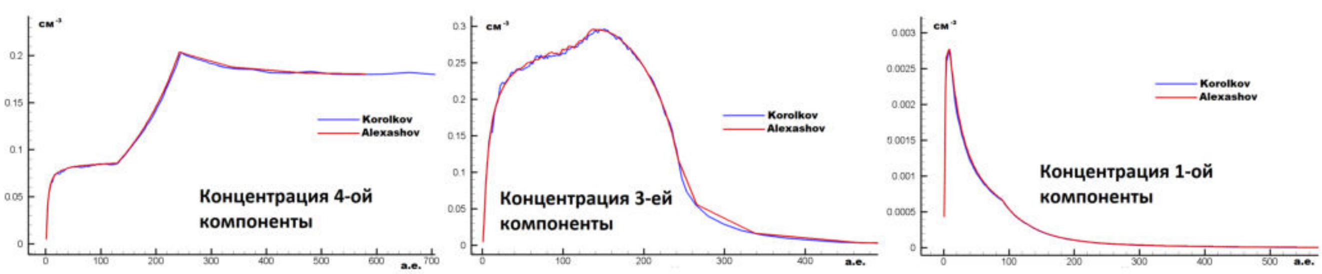


Рисунок Д.2 — Сравнение концентраций атомов водорода популяций 1, 3, 4 в тестовой задаче с результатами модели Баранова-Маламы, предоставленными автору Д.Б. Алексашовым.