

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»**

На правах рукописи

Лыкова Ксения Геннадьевна

**ФОРМИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ
СТАРШЕКЛАССНИКОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания
(математика, уровень общего образования)

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук, профессор
Сергей Викторович Щербатых

Елец – 2022

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Теоретико-методологическое обоснование проблемы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования	14
1.1. Стохастическое мировоззрение в системе философских и психолого-педагогических категорий.....	14
1.2. Этапы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении математике	33
1.3. Критерии и уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников в системе среднего общего образования.....	43
1.4. Влияние цифровизации на математическое образование и её роль в формировании стохастического мировоззрения старшеклассников	49
Выводы по первой главе	68
Глава 2. Методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования	70
2.1. Методические особенности обучения математике, направленного на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников	70
2.2. Методика формирования стохастического мировоззрения при изучении раздела «Случайные события. Вероятности»	78
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы по формированию стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации образования	106
Выводы по второй главе	118
Заключение	121
Библиография	123
Приложения	146
Приложения 1.....	146
Приложения 2	147
Приложения 3	154
Приложения 4.....	155
Приложения 5	156
Приложения 6	160

Введение

Актуальность исследования. Стремительность социально-экономических изменений современного общества обуславливает широкое внедрение цифровых технологий, системно воздействующих на все сферы жизни человека. Процесс цифровизации, постепенно проникающий в систему образования, требует кардинальных изменений в подходах к обучению. Цифровые образовательные технологии, применяемые в учебном процессе, направлены на повышение эффективности обучения, получение более высоких результатов в развитии интеллектуальных способностей учащихся.

Сопровождение и поддержка процесса обучения стохастике цифровыми технологиями позволяет не только наглядно демонстрировать вероятностно-статистический характер явлений и событий окружающей действительности, но и открыть доступ к новым источникам информации, подобрать нестандартные методы организации учебной деятельности. Работа учащихся с цифровыми технологиями непосредственно влияет на их сознание, расширяя когнитивные возможности, изменяя систему ценностных ориентаций к стохастической составляющей окружающего мира. В связи с этим становится крайне актуальной проблема формирования стохастического мировоззрения старших школьников, которое способствует их лучшей ориентации в современном информационном мире и адаптации к его регулярным изменениям.

Синтезирующий характер мировоззрения формирует обобщающе-объективный взгляд на целостную картину мира, позволяет сбалансировать результаты форм познания. К специфике стохастического мировоззрения следует отнести формирование у старшеклассников положительного отношения к случайностям, развитие умений устанавливать межпредметные связи стохастики и оценивать ситуации, наполненные вероятностными утверждениями и статистическими данными.

Изучение элементов стохастики в школе даёт возможность учащимся узнавать о случайных событиях, статистических закономерностях социальных

явлений. Знание и применение вероятностно-статистических методов способствует исследованию изменчивости и сложности политических, экономических, общественных процессов. Неповторимость стохастики сводится к процедуре понимания, пронизывающей все акты мышления путем восприятия и познания окружающего мира в системе сложных взаимосвязей, постижения и применения системообразующих отношений, инвариантных и вариантных под воздействием процессов реальности.

Разработке теории и методики обучения элементам стохастики (комбинаторики, теории вероятностей и статистики) посвящён ряд исследований отечественных и зарубежных учёных-методистов. Большинство из них ориентировано на рассмотрение общих вопросов, связанных с постановкой обучения стохастики в общеобразовательной школе (Е.А. Бунимович [17], Г.С. Евдокимова [40], И.В. Китаева [57], Д.В. Маневич [75], А. Плоцки [106], Т.А. Полякова [114], В.Д. Селютин [127-128], О.Н. Троицкая [145], Ю.Н. Тюрин [146], М.В. Шабанова [20], [162], [169], С.В. Щербатых [168-168], K. Krüger, H. D. Sill, C. Sikora [178] и др.). Вопрос стохастической подготовки учащихся с применением информационных технологий исследовался в работах таких ученых, как С.Н. Дворяткина [36], И.В. Китаева [57], С.А. Самсонова [125], Т.А. Чернецкая [160], С.В. Щербатых [168-168], [196-197] и др. В научных трудах отмечалось, что наличие элементов стохастики в образовательной системе является важным условием повышения когнитивных способностей учащихся. Наиболее полный и систематизированный набор знаний об окружающей действительности позволяет сформировать у учеников целостное представление о мире, применение информационных технологий при обучении стохастики способствует эффективности учебного процесса путем стимулирования сознательной познавательной деятельности школьников.

Роль и место цифровизации в образовании, её влияние на развитие личности учащегося представлено в исследованиях российских и зарубежных учёных последних лет: Е.П. Болдырева и Н.В. Горбунова [158], Е.Л. Варганова

[19], О.Л. Панченко [103], J. Bersin [171], M. Koole, L. Janice [177] и др. Перспективы развития цифровой образовательной среды в России предложены Е.А. Диденко [37], В.В. Гриншкунуном [32], Е.А. Завражной [46], С.Д. Каракозовым [53], В.И. Пановым [102], А.Л. Семёновым [101], [129], [180], И.Н. Теркуловой [142].

Процесс формирования мировоззрения есть сложная социально-педагогическая проблема, которая исследуется разными науками, что приводит к многообразию подходов и концепций понимания его природы. Ряд исследователей предпринимал попытки установления взаимосвязи мировоззрения с синергетикой (В.П. Бранский, Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов), с естествознанием (Г.В. Гивишвили, С.И. Бекетова), с техникой и технологиями (А.И. Наймушин, В.С. Степин, Л.Ф. Кузнецов, В.Г. Горохов, М.А. Розов), с научной картиной мира (Р.Ю. Рахматуллин, Б.С. Галимов, А.Ф. Кудряшев), с математикой (Б.В. Гнеденко, Н.П. Грицаенко, А.Л. Жохов, Г.М. Набиев, П.А. Некрасов, Л. К. Полянская, Л.А. Чекалова) и т.д. Педагогические аспекты формирования мировоззрения исследовали Н.Д. Андреева [4], С.Э. Берестовицкая [12], З.Г. Воинкова [22], Б.В. Гнеденко [28], [30], А.Л. Жохов [43-44], И.Е. Карелина [54], Э.И. Моносзон [154], И.Ф. Харламов [156], С.Л. Hull [175] и др.

Мы придерживаемся методологической концепции, согласно которой сформированное мировоззрение «в условиях неоднозначности и противоречивости современного мира может сыграть роль “точки опоры” в решении самых разных проблем» [4]. На наш взгляд, перспективной является идея формирования мировоззрения в исследовании возможностей математического образования в рамках стохастики для развития научных представлений о природе и характере случайных явлений. Решение данного вопроса добавит новые методологические и методические аспекты в содержание математического образования, что будет способствовать повышению качества подготовки школьников.

Из вышесказанного следует, что в настоящее время возникли некоторые противоречия между:

– необходимостью формирования стохастического мировоззрения учащихся 10-11 классов и недостаточной разработанностью критериев и уровней его сформированности, а также отсутствием диагностик данных уровней;

– высоким потенциалом цифровых образовательных технологий и недостаточным их применением в обучении стохастике в школе.

Сложившиеся обстоятельства в теории и методике обучения математике обусловили актуальность темы исследования, **проблема** которого состоит в поиске оптимальной теории и методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования.

Объект исследования – обучение математике в средней общеобразовательной школе.

Предмет исследования – методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников общеобразовательной школы при обучении математике с применением цифровых образовательных технологий.

Цель исследования состоит в теоретическом обосновании, разработке и экспериментальной проверке методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования.

В основу исследования положена следующая **гипотеза**. Если обучение элементам стохастики в средней общеобразовательной школе будет осуществляться согласно разработанному мировоззренчески значимому учебному материалу, сопровождающемуся поддержкой специально подобранных цифровых технологий и в соответствии с основными этапами формирования мировоззрения при обучении математике, то это позволит повысить уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников.

Для достижения цели в соответствии с объектом и предметом исследования поставлены следующие **задачи**:

1. Определить содержание стохастического мировоззрения старшеклассников, исследовать его специфику. Выявить этапы формирования стохастического мировоззрения при обучении математике, обосновать критерии и уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников в системе среднего общего образования

2. Проанализировать влияние цифровизации на систему математического образования, определить её роль в формировании стохастического мировоззрения, рассмотреть особенности цифровых технологий, применяемых при обучении стохастике.

3. Разработать методику формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации образования, спроектировать элективный курс «Знакомство с миром случайностей» для учащихся 10-11 классов общеобразовательной школы, проверить экспериментально его эффективность.

Теоретико-методологическую основу исследования составляют:

– фундаментальные работы в области философии (П.В. Алексеев [2], Л.Е. Балашов [9], Н.А. Бердяев [11], Г.В. Гегель [24-25], М.С. Каган [51], И. Кант [52], А.А. Касьян [55-56], А.Г. Спиркин [137], В.И. Шинкарук [163] и др.);

– фундаментальные работы в области педагогики и психологии (Б.Г. Ананьев [3], Л.С. Выготский [23], В.В. Давыдов [33], А.Л. Жохов [43-44], Д.А. Леонтьев [72], Б.Т. Лихачев [73], И.П. Подласый [108-109], В.А. Сластенин [119], И.Ф. Харламов [156] и др.);

– концепции системного, информационно-технологического, деятельностного, междисциплинарного и интегративного подходов (В.Г. Афанасьев [6], А.В. Боровских [16], Л.С. Выготский [23], В.И. Загвязинский [47], В.Н. Максимова [74], А.И. Ракитов [120], С.Л. Рубинштейн [123], К.Д. Ушинский [148] и др.);

– положения, определяющие развитие системы современного математического образования (С.Н. Дворяткина [35-36], Ю.М. Колягин [85], Н.Г. Подаева [107], Н.С. Подходова [110-111], О.А. Саввина [124], А.Л. Семёнов [101], [129], Т.Ф. Сергеева [130], И.М. Смирнова [26], [133-134], В.И. Снегурова [136], В.А. Тестов [143-144], М.В. Шабанова [20], [162], [169], С.В. Щербатых [167] и др.);

– исследования проблем преподавания стохастики в общеобразовательной школе (Е.А. Бунимович [17], Д.В. Маневич [75], А. Плоцки [106], Т.А. Полякова [114], В.Д. Селютин [127], [128], Л.А. Терехова [141], О.Н. Троицкая [145], Ю. Н. Тюрин [146], Т.А. Чернецкая [160], С.В. Щербатых [168-168], [196-197] и др.).

Методы исследования:

– теоретические – анализ философских, психолого-педагогических работ по теме исследования, нормативных документов, стандартов, рабочих программ, учебных планов;

– эмпирические – анкетирование, тестирование, наблюдение, индивидуальные беседы с учащимися 10-11 классов, обобщение педагогического опыта, педагогический эксперимент, качественный и количественный анализ экспериментальных данных;

– статистические – обработка данных, полученных в ходе опытно-экспериментальной работы средствами математической статистики.

Этапы исследования.

На первом этапе (2018 – 2019 гг.) изучалась психолого-педагогическая, методическая, философская, научная и специальная литература по проблеме исследования; анализировались образовательные стандарты, учебные планы и рабочие программы по математике; выстраивалась основа исследования (объект, предмет, цель, гипотеза, задачи); проводился констатирующий эксперимент (анкетирование, устные опросы, проверочные практические занятия); исследовалась специфика стохастического мировоззрения учащихся 10-11 классов в системе философских и психолого-педагогических категорий.

На втором этапе (2019 – 2020 гг.) были определены этапы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении математике, установлены критерии и уровни его сформированности, осуществлялся поиск методики обучения с использованием цифровых технологий, отбор методов и приёмов преподавания (элементов статистики, комбинаторики и теории вероятностей), разрабатывался элективный курс «Знакомство с миром случайностей», исследовалось влияние мировоззренчески значимого учебного материала на развитие ценностных ориентаций учащихся и интереса к стохастике, проводилась опытно-экспериментальная работа по формированию стохастического мировоззрения старшеклассников.

На третьем этапе (2020 – 2021 гг.) было исследовано влияние разработанной методики обучения стохастике на развитие мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников, осуществлялась проверка качества усвоенного материала, оценка эффективности мировоззренчески направленного обучения стохастике, был выявлен уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников, выполнен анализ, систематизация и обобщение результатов опытно-экспериментальной работы, проверка и уточнение выводов, оформление результатов исследования.

База исследования: МБОУ «Гимназия № 11 г. Ельца», МБОУ «Лицей № 5 г. Ельца», ГАУДПО ЛО «Институт развития образования», ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина».

Научная новизна исследования заключается в следующем:

– обоснована идея разработки теоретико-методологических основ, технологии и дидактических механизмов проектирования и реализации методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования;

– раскрыты сущностные характеристики стохастического мировоззрения, выявлены этапы его формирования при обучении математике: подготовительный, проблемно-поисковый, реализующий и оценочно-коррекционный; установлены критерии (мотивационно-ценностный,

когнитивный, деятельностный) и уровни (низкий, средний, высокий) сформированности стохастического мировоззрения у учащихся 10-11 классов.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нём:

– обоснована методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования;

– выявлены основные принципы формирования мировоззрения школьников;

– установлены содержательные характеристики мировоззрения в исследованиях учёных разных стран историко-философского, психологического и педагогического характера;

– выявлен мировоззренческий потенциал стохастики, направленный на развитие у учащихся полезных для них мировоззренческих ориентиров и качеств;

– проведён анализ функциональных возможностей различных средств цифровых технологий, применяемых при обучении стохастике.

Практическая значимость исследования заключается в том, что в нём:

– разработанные учебные пособия «Знакомство с миром случайностей», «Знакомство с миром статистических закономерностей» могут быть применены для преподавания элективных или обязательных курсов в школах;

– разработанный учебный курс в программе Websoft CourseLab, ряд интерактивных презентаций SMART Notebook будут способствовать эффективной подготовке учителя к проведению уроков;

– спроектированные кейс-задания будут полезны при составлении учебных пособий как основного, так и элективного курсов стохастики для средней школы;

– составленная программа элективного курса для учащихся 10-11 классов углубленного (базового) обучения, направленная на формирование стохастического мировоззрения, будет способствовать теоретическому и практическому усвоению математики;

– результаты исследования могут быть внедрены в систему общего и дополнительного образования.

Достоверность научных результатов исследования обеспечивается: использованием фундаментальных современных положений психологии, педагогики, теории и методики обучения математике; проверкой разработанной методики в ходе опытно-экспериментальной работы, репрезентативностью выборки её участников; использованием методов математической статистики для обработки результатов эксперимента.

Апробация результатов исследования осуществлялась:

– на международных научных конференциях «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования» (Елец, 2021; Елец, 2020), «Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании» (Красноярск, 2021; Красноярск, 2020), на международных научно-практических конференциях «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии» (Елец, 2021), «Информатизация образования – 2020» (Орёл, 2020), «Актуальные проблемы математики и информатики: теория, методика, практика» (Елец, 2019), на международных научно-методических конференциях «Развитие экспортного потенциала высшего образования: содержание, опыт, перспективы» (Чебоксары, 2019), «Современные проблемы обучения математике в школе и вузе» (Псков, 2018);

– на семинаре кабинета методики преподавания элементарной математики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова «Школьное математическое образование: содержание и аттестация» (Москва, 2021), на международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов «Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов» (Брянск, 2021), на межвузовском научно-методическом семинаре «Научное обеспечение процессов цифровизации общего математического образования» (Елец, 2020), на

областном профильном семинаре «Школа молодых учёных» по проблемам естественных наук (Липецк, 2020);

– на международном математическом научно-образовательном форуме «Владикавказская молодежная математическая школа» (Владикавказ, 2020);

– в научных проектах «Теория и практика формирования стохастической культуры учащихся общеобразовательной школы средствами новых инфокоммуникационных технологий (на примере Липецкой области)» (РГНФ, 2015 – 2016), «Теоретико-методические основы реализации непрерывности и преемственности в развитии стохастической линии школьного курса математики в русле идей системно-деятельностного подхода» № 17-36-01004-ОГН (РФФИ, 2017-2018), «Теоретико-методическое обеспечение фрактального формирования и развития вероятностного стиля мышления в условиях глобальной информатизации образования (на примере обучения математике)» №18-313-20002 (РФФИ, 2018-2020), «Формирование стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования» № 20-313-90019 (РФФИ, 2020 – 2022);

– на заседаниях кафедры математики и методики её преподавания ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина».

На защиту выносятся следующие положения:

1. Под стохастическим мировоззрением старшеклассников следует понимать знания, взгляды и убеждения, сформированные под влиянием вероятностно-статистических методов и находящие свое выражение в отношении учащихся к стохастической составляющей окружающего мира.

2. Реализация подготовительного, проблемно-поискового, реализующего и оценочно-коррекционного этапов при обучении математике способствует вовлечению учащихся в активную деятельность, позволяющую развить у них мировоззренческие ориентиры и качества, ценностные ориентации к стохастике.

3. Специально подобранные средства цифровых технологий (лаборатория «Теория вероятностей» программной среды «Математический конструктор»,

лаборатория методики вероятности и статистики МЦНМО «Вероятность в школе», WolframAlpha, SMART Notebook, Websoft CourseLab), применяемых в качестве инструментальной основы при обучении стохастике, позволяют достичь эффективности учебного процесса за счет развития устойчивого положительного отношения к стохастике.

4. Разработанная методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников, включающая поддержку и сопровождение цифровыми образовательными технологиями, эффективна на практике.

Публикации по теме диссертации. Основное содержание диссертации опубликовано в 27 работах [182-208].

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографии (208 наименований), 6 приложений; иллюстрирована 6 схемами, 2 диаграммами, 9 таблицами и 36 рисунками.

Благодарности. Автор искренне благодарен научному руководителю доктору педагогических наук, профессору Щербатых Сергею Викторовичу за помощь, внимание и поддержку в исследованиях.

Глава 1. Теоретико-методологическое обоснование проблемы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования

1.1. Стохастическое мировоззрение в системе философских и психолого-педагогических категорий

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [184], [187], [199], [200].

В современных социально-экономических условиях проблеме развития мировоззрения личности учащегося уделяется особое внимание. Согласно «Прогнозу долгосрочного социально-экономического развития РФ на период до 2030 года», важными задачами образования должны стать «обучение личности школьника критически самостоятельно мыслить, формирование внутренней культуры человека, его ценностных ориентиров и мировоззрения» [118]. В ФГОС среднего общего образования «к личностным результатам освоения основной образовательной программы следует отнести сформированное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики» [149].

Понятие *мировоззрение* относится к междисциплинарным, широко используется в различных областях науки. Синтезирующий характер мировоззрения порождает обобщающий взгляд на мир, позволяет упорядочить «хаос» бытия, устранить кризисы, сбалансировать результаты форм познания. Толкование термина – весьма разносторонне. В англоязычной литературе не существует понятийного различия между мировоззрением и картиной мира (World view). В немецком языке мировоззрение (Weltanschauung) переводится как «воззрение на мир», понятие вводится в противовес картине мира (Weltbild). Попытка противопоставления мировоззрения понятию «картина мира» принадлежит И. Фихте («Опыт критики всякого откровения», 1792 г.).

Впервые термин «мировоззрение» стал использоваться в немецкой философской литературе конца XVIII – начала XIX вв. По одним источникам [13, с. 136-137], первое упоминание понятия «мировоззрение» принадлежит И. Канту («Критика способностей суждения», 1790 г.). В работе отмечается, что «мировоззрение несет смысл чисто чувственного познания мира» [52].

По другим источникам, первооткрывателем мировоззрения следует считать Ф. Шлейермахера («Речь о религии», 1799 г.). «Мировоззрение есть мыслимая совокупность знаний, опыта и представлений о мире и человеческом бытии, основанная на мышлении, чувстве, воле и действии человека» [165, с.22].

Разработкой универсальной теории мировоззрения занимался Г. Гегель («Феноменология духа», 1807 г.). Им было выявлено противоречие между мировоззрением как неким непосредственным, чувственным «сознанием предмета» и мировоззрением в понимании – мир как «предмет знания». Принимая единство рефлексивного и нерефлексивного отражения мира индивидом за счет опыта, Г. Гегель определяет мировоззрение как «способ предметного бытия индивида в мире, который невозможен без деятельной реализации мировоззренческого сознания» [24, с.272].

Под влиянием идей Г. Гегеля мировоззрение рассматривалось как систематизированное рациональное представление о началах бытия природы и человека или как синоним философии. Однако уже во второй половине XIX в. синонимичность мировоззрения и философии приобрела дискуссионный характер. С одной стороны, научность философского знания отрицалась представителями позитивизма (О. Контом, Э. Литтре, Дж. С. Миллем, Г. Спенсером). Философское знание трактовалось как иллюзорное, не имеющее практического подтверждения. В связи с чем мировоззрение как способ осмысления и практического преобразования мира должно было основываться на знаниях, отвечающих критериям научности, принятым в позитивизме. С другой стороны, были широко распространены концепции, связывающие проблематику философского знания с человеком и его внутренним

(субъективным) миром. Представители различных направлений субъективно-идеалистической философии (С. Кьеркегор, Ф. Ницше, В. Дильтей, А. Бергсон, М. Шелер) мировоззрение исследовали как отображение внутреннего мира человека. В. Дильтей в процессе развития типологии мировоззрения отмечал, что «знание жизни, в корне отличается от научного знания, так как это та строго определенная система отношений, в которой наше Я связано с другими людьми и предметами внешнего мира» [38, с. 217-218]. «Жизненный опыт раскрывает противоречия, которые человеку, казалось бы, невозможно разрешить, но их разрешение составляет «закон образования мировоззрений»: мировоззрения развиваются на основе настроений, выражающих бесчисленное множество оттенков и отношений человека к миру» [38, с. 219-220].

Таким образом, в западной философской мысли выделилось два подхода к пониманию природы мировоззрения. Первый подход определялся поисками внешних, объективных, внесубъектных оснований мировоззрения. Второй – подразумевал выявление субъективно-личностных характеристик мировоззрения.

В русской философской мысли проблема мировоззрения не рассматривалась до конца XIX в. Косвенным доказательством этого факта может служить отсутствие термина в словаре В. Даля [34] второй половины XIX века. Анализ литературных источников позволил установить, что принятие значимости мировоззрения происходило постепенно как для отдельного человека, так и общества в целом, в том числе философов, исследователей, деятелей культуры.

Объектом научного исследования понятие «мировоззрение» было признано только в XX веке.

На рубеже веков философы С.Л. Франк, В.С. Соловьев, Н.А. Бердяев пытались исследовать понятие «русское мировоззрение», обусловленное неповторимыми особенностями «русской души» и «русской ментальности». Однако после революции 1917 г. их идеи были преданы забвению.

В середине XX века в толковом словаре С.И. Ожегова было дано короткое определение: «Мировоззрение – система взглядов, воззрений на природу и общество» [100]. В философском энциклопедическом словаре определение было расширено. «Мировоззрение – система представлений о мире, о месте в нём человека, об отношении человека к окружающей его действительности и к самому себе, а также обусловленные этими представлениями основные жизненные позиции и установки людей, их убеждения, идеалы, принципы познания и деятельности, ценностные ориентации» [153].

Позже во второй половине XX в. В. Ф. Черноволенко, А. Г. Спиркин, И. С. Кон, В. С. Овчинников, А. К. Уледов, А. Н. Чанышев занимались исследованием развития личностно-ориентированного направления в понимании мировоззрения. В связи с этим мировоззрение изучалось в единстве психологических, социальных, внутренних и внешних факторов жизни человека. Внимание акцентировалось на практическом отношении человека к миру, принципах, суждениях и воззрениях.

А. Г. Спиркиным было сформулировано наиболее распространённое определение мировоззрения: «Предельно обобщенный, упорядоченный взгляд на окружающий мир: на явления природы, общества и самого себя, а также вытекающие из общей картины мира основные жизненные позиции людей, убеждения, социально-политические идеалы, принципы познания и оценки материальных и духовных событий» [137, с. 115]. В. Ф. Черноволенко дает следующую трактовку. «Мировоззрение – система обобщенных знаний и представлений о действительности, система убеждений и идеалов, раскрывающих практическое и теоретическое отношение человека к миру, его способность видения, понимания и оценки окружающей действительности, способ познания себя как конкретного исторического субъекта познания и практики» [161, с. 122]. В его работе отмечается, что включение взглядов в структуру мировоззрения не вызывает сомнения, но ограничивать мировоззрение только обобщенными взглядами – небесспорно.

Украинский философ В. И. Шинкарук предлагал исследовать мировоззрение через категориальную связь «человек – мир» [163]. По его мнению, мировоззрение формируется всей системой понятий и представлений, сложившихся в обществе и определяющих способ жизни людей. «Категориальная связь «человек – мир» показывает отношение человека к миру и мира к человеку, она выступает в качестве оси, вокруг которой группируются определенные представления о мире и человеке, а уже на их основе выстраивается определенное видение мира» [163].

Достаточно интересно определяют мировоззрение П.В. Алексеев и А.В. Панин, говоря о взаимопроникновении мира и человека: «Более или менее сложная и систематизированная совокупность образов, представлений и понятий, в которой и через которую осознают мир в его целостности и единстве, а также положение в нём» [2, с.22].

В современной философии мировоззрение представлено в рамках форм сознания и самосознания личности. Мировоззрение является ядром общественного и индивидуального сознания. Сознание человека развивается в процессе овладения научными знаниями, передовыми достижениями науки, системой общих методов познания действительности. В.С. Степин пришел к выводу, что мировоззрение кроется в формировании убеждений, ориентиров к постоянно-изменяющимся социальным условиям. В этом аспекте исследование мировоззрения как формы самосознания включает эвристический потенциал.

Основу мировоззрения составляют взгляды и убеждения. Взгляды, принятые человеком в качестве достоверных, – идеи, знания, концепции, которые отражаются в представлениях и понятиях. Взгляды выступают ориентирами в поведении и деятельности человека. Убеждения есть качественно иное состояние взглядов, это знания, идеи, концепции, теории, гипотезы, в которых человек видит истину. Убеждения человек эмоционально отстаивает, предпринимает волевые усилия и практические действия для их реализации.

Таким образом, ученые-философы сходятся во мнении, что мировоззрение выражает целостное представление о мире и месте человека в нём, направление его деятельности, осознанное отношение к действительности.

Известные исследователи Б.Г. Ананьев [3], М.Г. Ашманис [7-8], Л.С. Выготский [23], Б.И. Додонов [39], В.И. Ковалев [59], Е.С. Королькова [66], Д. А. Леонтьев [69-72], Н.А. Менчинская [82] и др. отмечали необходимость раскрытия важных общетеоретических и психологических вопросов формирования основ мировоззрения.

В научной школе Л.С. Выготского мировоззрение рассматривалось как характеристика поведения человека в целом и его культурное отношение к миру. «Под мировоззрением не следует понимать какие-либо логические, продуманные, оформленные в осознанную систему взгляды на мир» [23, с. 374].

К.Г. Юнгу принадлежит заслуга установления взаимосвязи мировоззрения и персональных ориентиров человека. Мировоззрение охватывает все виды установок к миру, следовательно, оно есть абстрактно сформулированные установки. Под установкой К.Г. Юнг понимает «психологическое понятие, характеризующее ориентированное на цель или на высшее представление особое расположение психических содержаний» [170, с. 64]. По его мнению, обладать мировоззрением, значит создать образ мира и самого себя, знать, что есть мир и кто есть я. Особое внимание К.Г. Юнг уделял развитию «максимально возможного познания». «Такое познание, которое опирается только на факты и не принимает необоснованных предположений или произвольных утверждений. Оно накапливает обоснованные гипотезы, но при этом не забывает о том, что любое знание ограничено и подвержено заблуждениям» [170, с. 67].

В работах Н.А. Менчинской отмечено: «Развитие мировоззрения осуществляется за счет выявления двух основных закономерностей: устремленности к более широкому синтезу и органическому слиянию различных компонентов мировоззрения – знаний, отношений, готовности

действовать и причастности личности к движимым ею мотивам, потребностям, эмоциям, а также интеллекту и воле» [82].

Б.Г. Ананьев мировоззрение определил следующим образом: «Необходимый элемент в структуре личности, характеризующий поведение, познавательную и творческую деятельность, формирующий отношение личности к наиболее важным событиям мира» [3, с. 73].

Автор другой концепции Б.И. Додонов полагает, что мировоззрение есть проявление фундаментального образования зрелой психики, содержащее в себе знания о мире и отношение к нему.

В теории Д.А. Леонтьева: «Мировоззрение – составная часть, точнее, ядро индивидуального образа мира, содержащее как представления о наиболее общих свойствах, связях и закономерностях, присущих предметам и явлениям действительности, их взаимоотношениям, а также человеческой деятельности и взаимоотношениям людей, так и представления о характеристиках идеального, совершенного мира, общества и человека» [72, с. 215-216]. В качестве специфической черты мировоззрения личности Д.А. Леонтьев устанавливает квазиобъективность. «Будучи субъективной психологической реальностью, мировоззренческие генерализации воспринимаются самим субъектом как отражение реального мироустройства, как точная характеристика объективной действительности» [72, с. 128].

Подобная неоднозначность концепций вызвана многогранностью исследуемого понятия. Каждый ученый по-своему толковал понятие «мировоззрение» и присваивал специфические особенности, присущие только ему черты.

Большинство исследователей (М.Г. Ашманис, Д.А. Леонтьев и др.) придерживаются мнения, что мировоззрение по мере познания и накопления личного опыта будет углубляться и расширяться на протяжении всей жизни человека. «На каждом возрастном периоде жизни по-разному воспринимается и ощущается мир, осознается миропорядок, выстраивается индивидуальное мировидение и мироосвоение» [72]. Психологи [8], [70] отмечают, что в

подростковом возрасте за счет происходящих качественных изменений формируется эмпирическое и теоретическое мировоззрение, что обусловлено внутренними преобразованиями: развитием индивидуально-психологических качеств, формированием знаний, умений, взглядов и убеждений, ценностей и установок, рефлексии и самопознания.

Из всего сказанного выше следует, что исследование проблемы мировоззрения в психологии сводится к пониманию его как результата особой внутренней деятельности человека. Мировоззрение напрямую связано с возрастными и индивидуальными особенностями, с различными аспектами личности человека (знаниями, умениями, отношениями, мотивами, оценкой и идеалами). Осознание учащимися причин и целей стимулирует становление их мировоззрения. Создавая образ мира, мыслящий человек одновременно изменяет себя.

Педагогические аспекты формирования мировоззрения исследовали Н.Д. Андреева [4], С.Э. Берестовицкая [12], З.Г. Воинкова [22], Б.В. Гнеденко [28, 30], А.Л. Жохов [43, 44], И.Е. Карелина [54], Э.И. Монозон [154], И.Ф. Харламов [156], С.L. Hull [175] и др. Сложность и многогранность мировоззрения требует его различных педагогических определений. Советским педагогом Э. И. Монозоном в научный оборот было введено определение, ставшее методологической основой многих работ. «Мировоззрение – обобщенная система взглядов, убеждений и идеалов, в которых человек выражает свое отношение к окружающей его социальной и природной среде. Мировоззрение, являясь обобщением знаний, опыта и эмоциональных оценок, выражает определенную личностную позицию субъекта в исторически конкретной системе общественных отношений» [154]. И.Ф. Харламов под мировоззрением понимает «специфическую форму сознания человека, включающую в себя систему его знаний, взглядов, убеждений и идеалов, в которых выражается его отношение к развитию природы и общества, которые определяют его общественно-политическую и нравственно-эстетическую позицию, поведение в различных сферах жизни» [156, с. 246]. Подобное

отношение человека к миру характеризует специфику мировоззрения и отличие его от остальных систем знаний. По мнению Б.Т. Лихачева, «в условиях обучения» под мировоззрением следует рассматривать: «Устойчивое внутреннее состояние детского сознания, представляющее собой органическое единство научных взглядов и убеждений с процессом их познания, творческого применения, сопутствующими чувствами и эмоциональными переживаниями, а также волевыми устремлениями» [73, с. 265]. «Мировоззрение вооружает учащегося научной методологией и способами мышления, помогает понять мир с научных позиций, познавать его, опираясь на законы диалектики, и участвовать в его преобразении» [73, с. 266].

Мировоззрение каждого человека неповторимо, в его основу заложен уникальный индивидуальный опыт и специфические знания об окружающем мире. Мировоззренческому познанию свойственна специфическая незавершенность и динамичность, побуждение к внутренним обновлениям и совершенствованиям.

Обобщив различные представления о мировоззрении, его содержательном наполнении, следует заключить, что большинство ученых (В.П. Иванов [49], Б.Т. Лихачев [73], Н.А. Менчинская [82], Э.И. Монозон [154] и др.) указывают на тот факт, что в мировоззрении переплетены чувственная и интеллектуальная стороны личности.

Первая – напрямую связана с чувственно-образным восприятием мира, реализуется в мироощущении, мировосприятии и мирозерцании. Мироощущение есть выражение эмоционально-психологической стороны мировоззрения, проявляется в настроениях, чувствах и действиях человека. Мировосприятие – наглядно-образное отображение действительности. Познавая окружающий мир, человек воспринимает его в зрительных образах без установления логических взаимосвязей возникающих образов. Исследователи Я. Стюарт и В. Джойнс полагают, что мировосприятие предоставляет человеку «целостную систему для восприятия, обдумывания, чувственного реагирования и действия» [139, с. 170]. Восприятие следует

понимать как вид познавательной активности, результатом которого являются образы объектов, непосредственно воздействующие на органы чувств. Даже если у двух людей одинаковый запас знаний и опыта, то воспринимаемые образы объектов все равно будут различны, во многом из-за психического состояния человека. Адекватность создаваемых образов по отношению к реальному миру определяется интуитивно. Единой точки зрения относительно природы интуитивного познания нет. Интуиция есть проявление чувственной формы. В толковом словаре С. И. Ожегова «интуиция» определяется как «чутьё, тонкое понимание, проникновение в самую суть чего-либо» [100]. Мирозерцание, по мнению В. И. Александрова, есть промежуточное звено между чувственной и рациональной ступенью познания [1].

Вторая сторона личности (интеллектуальная) выражается в логико-понятийной форме, в миропонимании. Миропонимание – интеллектуальный аспект мировоззрения, он определяется накопленными знаниями и убеждениями личности, влияет на формирование потребностей и интересов человека, его представлений о нормах и ценностях. Применение логических действий обеспечивает более глубокое познание явлений и событий окружающего мира.

Ценности всегда связаны с субъектом, с человеком. Ценностей вне человека и общества не существует, они выступают в качестве ориентиров в сознании каждого человека для управления своими действиями. Н.И. Лапин рассматривает ценности как обобщенные представления людей о целях и нормах своего поведения, влияющие на интересы и мотивы действия людей. Д. А. Леонтьев личностные ценности по функциональному месту в структуре мотивации относит к классу устойчивых мотивационных образований [70]. Лишь та ценность способна стать мотивом, что ведет к росту и совершенствованию личности. Таким образом, ученые-педагоги приходят к выводу, что ценности исполняют роль фундаментальных норм и регуляторов активности и поведения человека.

Единство чувственной и интеллектуальной сторон обуславливается множеством объективных и субъективных причин: психологическими, общественными и другими аспектами. Развитие и совершенствование мироощущения, мировосприятия, мирозерцания и миропонимания укрепляет мировоззрение человека.

Чтобы выявить сущностные характеристики мировоззрения в процессе обучения школьников, рассмотрим подробнее понятие «научное мировоззрение». Научное мировоззрение существует как наиболее общая форма общественного сознания. Мировоззренческие идеи интегрируют в себе единую целостно-ориентированную систему. Отправным пунктом формирования мировоззрения личности учащегося является реализация взаимосвязи научной истины, взглядов и убеждений [156]. Базисом научного мировоззрения выступают научные знания. Наука устремлена к глубинному постижению устройства мира, функционированию природных систем, объяснению закономерностей и принципов всего живого. Согласно И.В. Мартынычеву, мировоззрение является научным, «если оно правильно отражает общие закономерности развития природы и общества, подтверждается практикой и способствует решению назревших социальных проблем» [76]. В.И. Вернадский отмечает, что «задачей научного мировоззрения является возможность дать картину исторического развития основных проблем современного точного описания Природы» [21, с. 33].

Научное мировоззрение позволяет выразить определенное отношение к миру явлений, в котором каждое явление научно изучено и не противоречит основным принципам научного искания. Такому типу мировоззрения присуща сознательная волевая устремленность человека к расширению и углублению границ знания, с последующим мыслительным охватом всего сущего. Отдельные явления, соединяясь вместе, образуют единую картину, исследующую и движение небесных светил, и строение микроорганизмов, и функционирование многочисленных математических законов, и т. д.

Для того чтобы иметь объективное отношение к явлениям мира, необходимо понимать сущность процессов, уметь их анализировать и оценивать, владеть фундаментальными знаниями, основами наук. Чем прочнее знания учащегося, тем лучше он осознает и понимает научные понятия, законы, теории, а, следовательно, и у учителя появляется больше педагогических возможностей для развития научного мировоззрения школьника.

В ходе анализа диссертационных исследований по педагогике, в частности теории и методики обучения математике, представленных в период с 80-х годов XX века по настоящее время, установлено, что ключевой доминантой научных работ выступают вопросы определения мировоззренческой направленности обучения школьников на факультативах по математике (Полянская Л.К., 1983 г.); совершенствования воспитания научного мировоззрения учащихся в процессе обучения математике в средней школе (Набиев Г.М., 1992 г.); демонстрации резервных возможностей процесса обучения математике для воспитания у учащихся мировоззренческих представлений (Грицаенко Н.П., 1993 г.); выявления научных основ мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе (Жохов А. Л., 1999 г.); разработки методических рекомендаций по формированию научного мировоззрения старшеклассников при изучении естественно-математических дисциплин (Чекалова Л.А., 2003 г.), определения критериев и уровней сформированности научного мировоззрения учащихся при изучении дисциплин естественно-географического цикла (Бекетова С.И., 2008 г.); создания методики интегрированного обучения математике с актуализацией межпредметных связей с естественными науками (Татаринев Д.А., 2013 г.). Несмотря на уже разработанные аспекты развития мировоззрения и мировоззренческих представлений в разных образовательных условиях, пути формирования стохастического мировоззрения являются недостаточно изученными.

Немалый вклад в выявление мировоззренческого потенциала элементов стохастики, в частности теории вероятностей и комбинаторики, внес российский математик П.А. Некрасов. Заслуга исследователя заключается том,

что он усмотрел возможность применения теории вероятностей к мировоззренческим проблемам и необходимость её введения в школу, причем не в формально-схоластическом аспекте, а в мировоззренческом. По его мнению, наука о случайном оказывает благотворное влияние на развитие мыслительных способностей и логических умений учащихся. «Это развивающееся значение кроется в том обстоятельстве, что теория вероятностей как интуитивная функция сознания, называемая здравым смыслом, неразрывно связана своими сомнениями и воззрениями с самим субъектом. Математическая теория вероятностей перебрасывает среди всех сомнений надлежащий мост от объекта через частный и общечеловеческий опыт к внешней реальности» [97, с. 132-133]. Кроме этого, П.А. Некрасов отмечал: «Математические основы комбинаторного анализа и статистического метода являются основой математико-статистического мировоззрения, на котором покоится обширная группа наук» [98]. Аналогичного подхода придерживался профессор В.Г. Алексеев, говоря о том, что образовательное значение курса теории вероятностей громадно, так как с его помощью открывается совсем новое мировоззрение.

Установление связи мировоззрения с предметной или профессиональной деятельностью подводит к такому феномену, как «частичное мировоззрение» – явление индивидуального сознания, источник происхождения которого связан с отдельной наукой. Феномен «частичного мировоззрения» характеризует отношение человека к миру через призму определенной науки, с присущей ему экстенсивной неполнотой и интенсивной ограниченностью [56]. В современных исследованиях [43], [54], [55], [56] одной из форм частичного мировоззрения выступает «математическое мировоззрение». А.А. Касьян под математическим мировоззрением понимает: «Мировоззренческие конструкции субъектов деятельности, реализуемой в сфере развития и функционирования математического знания, отражавшие специфику математики (влияние содержания математических знаний и методов их развития, способов обоснования) и претендующие на общемировоззренческий статус» [56, с. 16].

А.Л. Жохов уточнил, что «сформированное математическое мировоззрение учащихся способствует правильной ориентировке человека в мире, его стремлениям к истине и красоте, овладению им началами математической культуры, основами профессии, способами познания и разумного преобразования мира и себя в нем» [43, с. 6].

К числу механизмов математического мировоззрения относятся те способы освоения окружающей действительности, которые принадлежат научному мировоззрению.

Проанализировав содержание и специфику отдельных предметных областей математики, в феномен «частичного мировоззрения» мы вводим понятие «*стохастическое мировоззрение*».

В философии наряду с детерминированностью особое внимание отведено случайности (*стохастичности*), представленной в качестве философской категории, характеризующей специфическую форму проявления непознанной необходимости в природе, непознанных свойств мыслей. А.Н. Колмогоров, исследуя случайность, отмечал, что это «отсутствие регулярности», которая позволила бы точно предсказать результаты явлений [61]. Случай – параллель основному изучаемому процессу, в рамках которого протекают независимые и неуправляемые вызванные процессы, пути развития которых, пересекаясь, образуют всплески и выбросы случайных компонентов. Таким образом, наука о случайном важна для формирования мировоззрения учащихся.

В ряде научных работ Ж. Кудратова, Д.В. Маневича, А. Плоцки, Н.С. Седовой, В.Д. Селютина, С.В. Щербатых термином «стохастика» объединяются такие разделы математики, как комбинаторика, теория вероятностей, математическая статистика. Труды польского математика и методиста А. Плоцки оказали влияние на выявление роли и места стохастики в системе среднего общего образования. Понятие «стохастический» мы применяем к учебному материалу стохастической линии школьного курса математики.

Под *стохастическим мировоззрением старшеклассников* мы понимаем знания, взгляды и убеждения, сформированные под влиянием вероятностно-статистических методов и находящие свое выражение в отношении учащихся к стохастической составляющей окружающего мира.

В определении под термином «отношение» мы понимаем: «Эмоционально-волевые установки личности, выражение ее позиции» [15]. Согласно исследованию В.И. Ковалева [59], в состав отношений включаются такие психологические компоненты, как потребности, интересы, эмоции, оценки. Отношение старшеклассников к стохастической составляющей в окружающем мире формируется не только под воздействием внешних обстоятельств, но и под влиянием индивидуальных интересов, склонностей, в том числе ценностно-смысловых установок.

Прикладные возможности вероятностно-статистических методов, осваиваемые школьниками, способствуют формированию у них «нового мировоззрения». Б.В. Гнеденко ввел в научный оборот понятие «статистическое мышление», причислив к нему качества, характеризующие «новое мировоззрение». Так, к характерным чертам «нового мировоззрения» были отнесены «понимание того, что в мире случайного есть свои закономерности; умение, пользуясь простейшими из этих закономерностей, моделировать случайные явления и прогнозировать их исходы; умение и привычка за обобщающими вероятностными понятиями видеть их статистическую природу; умение анализировать большие совокупности с помощью вероятностно-статистических законов и содержательно интерпретировать полученные результаты» [30].

Широкое применение статистических методов в физике, биологии, инженерной практике повлияло на установление вероятностно-статистической концепции устройства мира, кардинально изменившей все научное мировоззрение.

Приведем примеры вероятностных ситуаций из различных областей науки, которые можно рассмотреть с учащимися на уроках или на дополнительных занятиях:

- **Астрономия:** расчет орбит комет, расчет параметров и типа орбиты, уравнение времени для Луны (Тихо Браге).

- **Биология:** неопределенная изменчивость живых организмов, частоты в популяциях отдельных генетических типов, теория наследственности Менделя. Биолог А.А. Любищев определил сходство растений и морозных узоров на окнах как неслучайное, аргументировав это тем, что в обоих случаях проявляются законы комбинирования частей в единое целое.

- **Криптография:** методы чтения забытых письменностей, сопоставление повторяемостей комбинаций слов и грамматических форм в сочетании с предположениями о назначении надписей, времен и условий их появления. Филолог Ж.Ф. Шампольон прочитал отдельные египетские иероглифы, изображенные на камнях и черепках в виде таинственных знаков, используя комбинаторный метод.

- **Медицина:** теория эпидемий (выявление средней заболеваемости по месяцам в зависимости от целого ряда обстоятельств, создание моделей больного для определения метода лечения, разработка диагностических правил распознавания болезней, исследования характеристики крови человека – резус-фактора, оценка искусственного кровообращения, эффективности антибиотиков, инсулина, анестезии и т.д. В 1931 году Гринвуд разработал вероятностную модель для изучения вспышки эпидемии кори, в которой на основании цепи биномиальных распределений, приводилось описание численностей инфицированных человек на определенном временном промежутке.

- **Физика:** броуновское движение частиц или случайное блуждание физических частиц, исследование свойств кристаллов, моделей ферромагнетизма, состояний разряженных систем, молекулярная

интерпретация необратимости, формула Больцмана для энтропии, ячейка Бенара, законы Максвелла, Гиббса, молекулярно-кинетической теории газов, статистическая механика и т.д. Л. Больцман дал вероятностную трактовку понятию «энтропия», показав, что энтропия системы может относиться к количеству возможных «микросостояний», согласующихся с их термодинамическими свойствами.

- Химия: термодинамическая вероятность протекания химических реакций, анализ связей между химическими элементами, столкновение частиц в протекании реакции пространственной ориентацией, реакция Белоусова-Жаботинского и т. д. Теория вероятностей объясняет, почему хаотическое, беспорядочное движение отдельных молекул приводит к четким, простым закономерностям движения.

- Экономика: сфера банковского дела, страхование, управление рыночными и кредитными рисками, инвестиции, бизнес-риски, развитие нефинансовых приложений, связанных с угрозами здоровья, окружающей среды, риски аварий и экологических катастроф, анализ теории ценообразования, индекс промышленного производства, объем валового регионального продукта и т.д.

Таким образом, вероятностные ситуации помогают в решении задач в различных сферах общества, являются универсальным инструментом в познании явлений и процессов окружающей действительности.

На уроках при изучении стохастического материала старшеклассники учатся осуществлять оценку вероятностной природы явлений с целью последующей нейтрализации возможно повторяемых проблем, тем самым приобретая мировоззренческий опыт. Вследствие планомерного изучения случайных событий и случайных величин с последующим установлением межпредметных связей, у учащихся выстраивается миропонимание и осуществляется переосмысление механизмов функционирования мира.

К сущностным характеристикам, раскрывающим стохастическое мировоззрение, относится:

1) «гибкость» мышления – способность видеть ситуацию в развитии за счет умения переключаться от одной мыслительной операции к другой, умения взглянуть на проблему под разным углом, умения выходить за рамки шаблонных действий при работе с вероятностно-статистическими методами;

2) восприимчивость к стохастике – умение выявлять и интерпретировать закономерности в окружающем мире;

3) адаптивность – умение выполнять вероятностную оценку, умение проводить статистический анализ данных, умение принимать решения в ситуациях неопределенности;

4) «стохастическая» память [178] – способность запоминать вероятностные модели, понятия, отношения, рассуждения, действия и воспроизводить их в необходимый момент.

Мировоззрение выполняет множество функций: развивающую, воспитывающую, организационную, просветительскую, прогностическую, регулятивную и др. [8], [112], [156]. Исследование стохастического мировоззрения через функции способствует лучшему представлению содержания исследуемого качества. К основным функциям стохастического мировоззрения, определяемого сущностью вероятностно-статистических методов, нами отнесены: *информационно-отражающая, оценочная, ориентационно-регулятивная* (схема 1).



Схема 1. Функции стохастического мировоззрения

Информационно-отражающая функция отвечает за восприятие учащимися статистической информации о событиях окружающего мира, пропустив её через призму своих взглядов, убеждений и идеалов. Мировоззрение помогает понимать мир и общество, применять вероятностные методы познания, развивать систему ценностных ориентаций к стохастике.

Оценочная функция направлена на личностное развитие учащегося, позволяет производить вероятностную оценку явлений окружающей действительности. Оценка есть результат процесса оценивания, являющегося ориентиром в принятии решения. Оценочной функции отводится особая роль, так как именно вероятностная оценка выступает в качестве механизма, благоприятствующего принятию решения на основании частной, порой неполной информации.

Ориентационно-регулятивная функция проявляется в поведении, поступках и деятельности. Учащийся пытается приспособить свои индивидуальные возможности и научиться применять вероятностно-статистические методы в повседневной действительности. В результате у учащегося расширяется поле видения вероятностно-статистических закономерностей, приобретает опыт, обогащается круг интересов, появляется

уверенность в своих действиях. Потребности, реализуемые в деятельности и преобразованные в интересы, в свою очередь превращаются в ценности.

Таким образом, стохастическое мировоззрение определяет личностную позицию человека к миру под воздействием вероятностно-статистических методов.

1.2. Этапы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении математике

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [183], [198].

Математическое образование наиболее сензитивно к развитию личностных качеств учащихся. По ходу изучения стохастической линии школьного курса математики 10-11 классов осуществляется стимулирование мыслительной деятельности старшеклассников за счёт развития умений расценивать явления случайной природы, воспринимать их статистические закономерности, выдвигать и проверять гипотезы, прогнозировать поведение наблюдаемых объектов. Регулярный разбор на уроках с учащимися ситуаций со случайными результатами или стохастических ситуаций, отбор и применение различных приемов и методов для нахождения оптимального способа их разрешения способствуют реализации целостности мотивационных, ценностных и мировоззренческих установок. Познавательная деятельность каждого человека характеризуется проявлением случайностей в разной их степени.

Качественно усвоенные стохастические знания должны быть результатом учебно-познавательной деятельности школьников. Стохастические знания – знания о закономерностях случайных явлений (исходы, которые нельзя определить заблаговременно ещё до наблюдения, однако важно уметь выполнять качественную и количественную оценку всевозможных исходов случайного явления) [167].

Профессор Д.И. Фельдштейн предложил гипотезу о сменяемости этапов развития мировоззрения, согласно которой развитие отдельных мировоззренческих качеств и мировоззрения в целом обусловлено тремя факторами:

1. «Осуществляемой человеком деятельности на момент вхождения в ситуацию и её разрешения. Выбранная деятельность влияет на уже сформировавшиеся мировоззренческие качества и на появление новых.

2. Изменения в мировоззренческих качествах и связях между ними прослеживаются в результате применения одних и тех же способов при разрешении однотипных ситуаций.

3. Смена ведущего типа деятельности обуславливает тенденцию к изменению целого комплекса личностных качеств» [152].

Разработанная Д.И. Фельдштейном гипотеза позволяет установить ориентиры в процессе формирования мировоззрения старшеклассников. По нашему мнению, разрешение учащимися стохастических проблемных ситуаций будет способствовать организации исследовательской и проблемно-творческой деятельности; развитию мировоззренческих ориентиров и качеств: устойчивые мотивы, способы вероятностного познания, предметные знания.

В работе Л.А. Тереховой под стохастической проблемной ситуацией понимается: «Реальная жизненная ситуация, связанная с анализом явлений, происходящих под воздействием случайностей» [141, с. 11].

Стохастические ситуации способствуют проявлению рационального поведения и осмысленных действий со стороны учащихся после выполнения вероятностной оценки. Тем самым они вносят особый вклад в развитие ценностных ориентаций и положительного отношения к случайностям окружающего мира.

Организовывая определенным образом учебную деятельность старшеклассников за счет мировоззренчески направленного обучения, мы формируем стохастическое мировоззрение. На основе анализа работ А.Л. Жохова [43], И.Е. Карелиной [54], М.И. Морозовой [89] и др. были

установлены этапы целостного процесса обучения стохастике учащихся 10-11 классов: подготовительный, проблемно-поисковый, реализующий и оценочно-коррекционный.

Каждый из этапов отличается друг от друга целевой установкой и обуславливается воспроизведением всех функций, характеризующих стохастическое мировоззрение. Целостность этапов реализуется как на 2-3 последовательно проведенных уроках, так и в серии уроков с учебным материалом различного рода. В результате учащиеся должны освоить основные понятия, формулы и способы, применяемые в разрешении стохастической ситуации. Реализация этапов будет способствовать переходу старшеклассников на более высокий уровень сформированности стохастического мировоззрения.

Первый этап – подготовительный, направлен на развитие простейших механизмов мировоззренческого осмысления старшеклассниками случайных событий и величин. Включение учащихся в деятельность осуществляется за счет активизации интереса и мотивации к стохастике, формирования потребности понимания, стимулирования ценностных ориентаций (способа организации учеником своего поведения в соответствии с осознанными мотивами).

На подготовительном этапе выполняются следующие действия: определяется случайное событие (случайная величина), устанавливаются свойства понятия, формируется доверительное отношение учащихся к стохастике, осуществляется оценка практической ценности задачи, решаются простейшие задачи с элементами случайности, т.е. *происходит соприкосновение со стохастической проблемной ситуацией (схема 2)*.

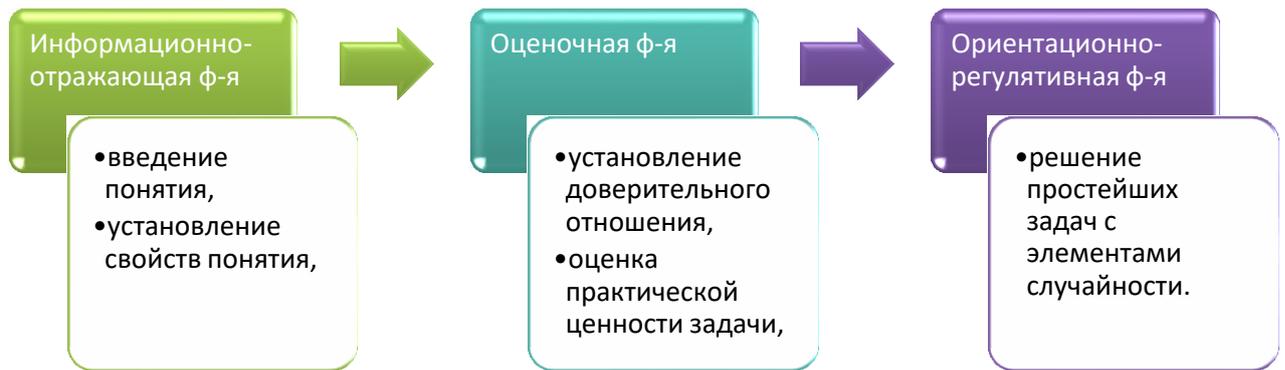


Схема 2. Подготовительный этап – соприкосновение со стохастической проблемной ситуацией.

Ориентировка в учебной ситуации и доверительное отношение к стохастической составляющей в повседневной жизни будут благоприятствовать формированию у учащихся 10-11 классов мировоззренческого опыта.

Этап считается завершенным, если учащиеся активно взаимодействуют с учителем при решении задач, проявляют способность самостоятельно решать задачи с элементами случайности.

Второй этап – проблемно-поисковый, направлен на развитие умений определять возможность или невозможность использования вероятностно-статистических методов в решении стохастической проблемной ситуации. Для достижения результативности на данном этапе применяются различные методические приемы (метод аналогий, метод комбинирования, структурирование учебного материала, эстетический подход к решению задачи и т.д.) и средства (цифровые образовательные технологии, цифровая образовательная среда).

На проблемно-поисковом этапе продолжается развитие целевых установок и формирование ценностных ориентаций учащихся. Главной особенностью является полное осознание цели, создание условий, подбор и применение средств для её достижения.

На данном этапе выполняются следующие действия: восприятие и обработка учебной информации, актуализация ранее приобретённых знаний

(выбор знаний как средств деятельности), активизация мыслительных действий и операций, выбор и оценка методов и средств, применение и закрепление формул, решение задач со случайностями, т.е. *создаются условия и средства для разрешения стохастической проблемной ситуации (схема 3).*

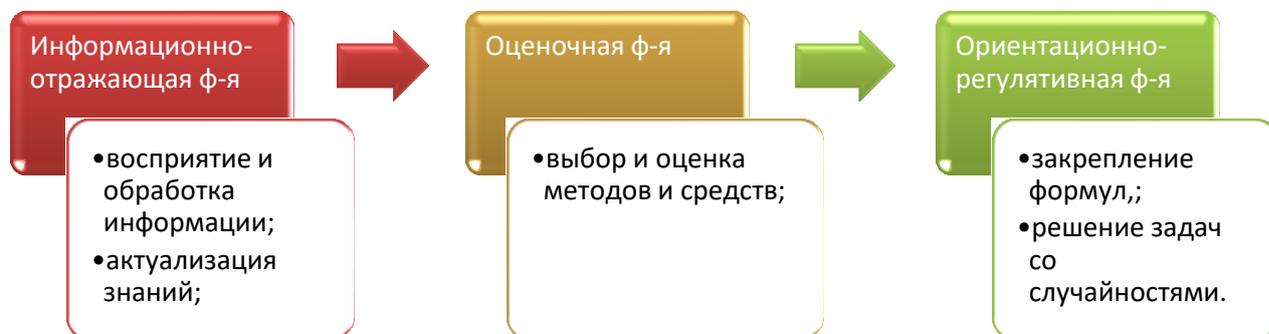


Схема 3. *Проблемно-поисковый этап – создание условий и средств для разрешения стохастической проблемной ситуации.*

У учащихся 10-11 классов продолжается формироваться волевая регуляция (самостоятельность, ответственность, инициативность, целеустремленность), доверительное отношение к стохастической составляющей в окружающем мире.

Этап считается завершенным, если старшеклассники успешно применяют вероятностно-статистические методы и средства для решения задач под руководством учителя.

Третий этап – реализующий, направлен на дальнейшее развитие мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников, осуществление исследовательской и проблемно-творческой деятельности. Важно, чтобы у учащихся развились умения анализа и оценки стохастических ситуаций, исследования возможных случаев их функционирования.

Особенностью данного этапа является преобразование предметов деятельности и способов деятельности. Осуществляемая познавательная деятельность учащихся способствует формированию представлений о закономерностях случайных явлений: случайных событий, случайных величин, их свойств и операций.

Реализация данного этапа включает выполнение следующих действий: распознавание стохастической ситуации, сбор данных, оценка эффективности вероятностно-статистических методов, преобразование исходной деятельности, интерпретация и проверка решения, т.е. *осуществляется разрешение стохастической проблемной ситуации (схема 4).*

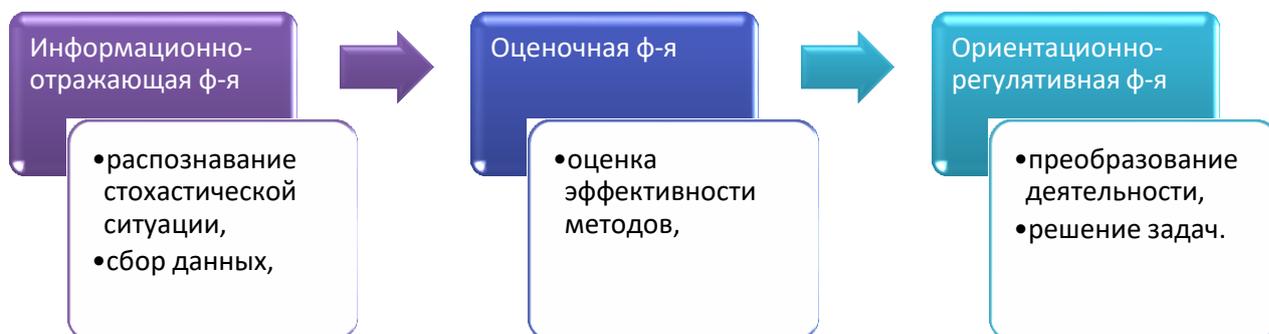


Схема 4. Реализующий этап – разрешение стохастической проблемной ситуации.

Разрешение стохастических ситуаций может быть сложным, потому что не всегда и не сразу понятно, какой метод нужно использовать в конкретной ситуации. Это связано с тем, что проблемные стохастические ситуации часто имеют сложный характер, а подходящие методы не всегда очевидны, но при этом должны быть осмыслены. Субъективные оценки, опыт учащихся влияют на процесс разрешения ситуации. Для помощи старшеклассникам предлагается исследовать ситуации не в статике, а в динамике. Изучать не только то, что произошло, но и процесс, благодаря которому были получены результаты. Например, при подбрасывании кубика - смотреть не только на количество выпавших очков, но и на процесс подбрасывания кубика. Для этого возможна организация экспериментов с целью установления того факта, что при увеличении числа подбрасываний кубика относительная частота рассматриваемого события «приближается» к некоторому числу, являющемуся вероятностью события. Такая работа поможет осознать и понятие элементарного события. Процесс стабилизации частоты можно будет иллюстрировать с помощью графика.

Подобный подход позволяет точнее интерпретировать результаты, отстраниться от субъективного опыта, посмотреть на процесс объективно. Разрешение ситуаций определяется выбором отдельной характеристики. После чего устанавливаются возможные результаты операции в отношении выбранной характеристики, одновременно происходит отстранение от фактического результата процесса. Особое внимание следует обратить на учет условий, которые влияют на процесс и, следовательно, на результаты. К примеру, при рассмотрении длины колосьев зерновых учащимся будут полезны знания из биологии: влияние условий солнечного света, воды и питательных веществ в почве и т.д.

Использование метода проблемного изложения, кейс-метода, эвристического метода, исследовательского метода при разрешении стохастических ситуаций позволяет не только выявлять уровень знаний учащихся, но и в процессе выполнения заданий развивать ценностные ориентации к стохастической составляющей в окружающей среде, обогащать мировоззренческий опыт.

Метод проблемного изложения ориентирован на знакомство учащихся с процессом поиска решения проблемы движением мысли от одного этапа научного познания к другому, определения логики этого движения и возникающих противоречий. При решении проблемы старшеклассники осуществляют мысленный эксперимент, проверку гипотез, констатацию выводов, исходя из различных предположений и результатов исследования. Регулярно в практической деятельности приходится мысленно воссоздавать уже произошедшие события, по отдельным, порой мельчайшим деталям выполнив реконструкцию исследуемого события.

Основными приемами деятельности учащихся на реализующем этапе являются: выполнение логических операций, применение знаний в новой ситуации, реализация исследовательской и творческой деятельности, осмысление учебного материала, накопление индивидуального опыта, составление плана действий. Разрешение проблемной ситуации позволяет

установить учащимся наличие или нехватку нужных знаний, формировать мотивы и потребности к учению.

Понимание проблемности направлено на развитие как интеллектуальной и мотивационной сфер деятельности, так и на формирование мыслительных способностей, познавательных потребностей и высокой самостоятельности учащихся, несет в себе закономерность, ведущую к осмыслению ранее полученного опыта, приобщению к знаниям и способам проблемно-творческой деятельности.

Кейс-метод основан на исследовании и решении проблемных ситуаций с элементами неопределенности. Метод позволяет осмыслить учащимся реальную жизненную ситуацию, описание которой актуализирует комплекс знаний, создает ценностные ориентации и установки старшеклассникам для решения проблемы, развивает интерес и устойчивую мотивацию к предмету. Принципиальным отличием данного метода является то, что многие кейсы ориентированы на многовариативность решений, обязательно должно существовать только одно, единственно верное решение. В связи с этим кейс-метод является наиболее эффективным средством формирования системы взглядов и убеждений учащихся, междисциплинарности знаний, способности принимать решения в условиях избыточности или недостаточности информации, а, следовательно, и развития мировоззрения.

Кейс-задания можно выполнять с учащимися на протяжении двух, трёх уроков. Методику проведения кейса для старшеклассников можно организовать по следующему алгоритму действий:

1. Объяснение проблемы (тема учащимся сообщается заранее).
2. Разделение учащихся на подгруппы (от 3 до 5 человек).
3. Распределение заданий, обсуждение цели и задач кейса.
4. Организация работы по кейсу.

Учащимся сначала необходимо разложить проблему на более мелкие подпроблемы, подумать, как их можно решить, сформулировать на их основе гипотезы. Далее следует осуществить сбор данных, выполнить их

экспериментальную проверку для определения достоверности выдвинутых гипотез. Затем учащиеся должны сформулировать рекомендации к решению проблемы, распределить между собой работу в подгруппе. Завершается работа представлением результатов выполнения кейса (в устной форме, письменный отчет, презентация).

5. Обобщение результатов, подведение итогов.

Применяя кейс-задания, мы руководствуемся в первую очередь тем, что они способствуют изменению отношения старшеклассников к стохастике, помогают выявить их субъективный опыт при разрешении стохастических проблемных ситуаций.

Кейс-метод способствует развитию механизмов самореализации и самоорганизации, формированию умений анализа и оценки альтернатив, способности принятия решения с элементами случайности.

Целесообразность организации исследовательской деятельности старшеклассников при изучении стохастике обусловлена возможностью проведения экспериментов и исследования объектов в различных аспектах. Учащиеся в процессе работы с данными, вероятностями достигают большей уверенности в собственных силах и возможностях. Использование эвристических процедур в процессе разбора задания поможет качественнее проанализировать полученные факты. Стохастические ситуации могут быть смоделированы после сбора соответствующих данных. Так, старшеклассники получают опыт работы со случайной изменчивостью эмпирических данных.

Организация проблемно-творческой деятельности учащихся выступает в качестве своеобразного иммунитета к преодолению трудностей, с которыми предстоит столкнуться в жизни и будущей профессии.

Этап считается завершенным, если учащиеся в результате решения задач получили продукт познавательной деятельности, проверили его на применимость, смогли аргументировать его вероятностную природу.

На данном этапе учащиеся 10-11 классов получают опыт исследовательской и проблемно-творческой деятельности, выражают

готовность применять полученные знания при изучении других предметов и углублять эти знания с помощью других дисциплин.

Четвертый этап – оценочно-коррекционный, необходим для осмысления и оценивания выполненных действий с начала реализованной деятельности, организации контрольно-диагностической и коррекционной деятельности (контроль, рефлексия, коррекция). Таким образом, осуществляется отслеживание цели деятельности, оценка методов, средств и способов её достижения.

Основными задачами данного этапа является: коррекция результата или условий, поиск альтернативных путей для решения ранее поставленных задач, постановка новой цели, определение новых возможных результатов.

Руководствуясь исследованием В. И. Слободчикова [132] о рассмотрении рефлексии в качестве направленного внимания на самого себя, целесообразна реализация таких мыслительных процессов, как самопознание, самовосприятие, самонаблюдение, самоанализ и самоосмысливание. По мнению М.С. Кагана, «способность выйти на уровень мировоззренческого осмысления действительности будет достигнута путем развития рефлексивных способностей личности, умений соотнести опыт и субъективные ценности» [51].

Реализация данного этапа включает выполнение следующих действий: сравнение предполагаемого и полученного результата, осознание действий, коррекция способов деятельности, обоснование результатов деятельности для использования в новой ситуации, т.е. *осуществляется анализ решения стохастической проблемной ситуации (схема 5)*.



Схема 5. Оценочно-коррекционный этап – анализ решения стохастической проблемной ситуации.

Этап считается завершенным, если был обоснован результат (усвоены основные понятия, фрагмент теории, успешно разрешена стохастическая ситуация, реализована исследовательская или проблемно-творческая деятельности и т.д.), прослеживается готовность перехода к новой ситуации.

На данном этапе учащиеся 10-11 классов получают опыт рефлексии, более ответственно относятся к собственной познавательной деятельности.

Выполнение перечисленных этапов при обучении стохастике способствует вовлечению учащихся в активную деятельность, позволяющую развивать у них мировоззренческие ориентиры и качества, ценностные ориентации к стохастической составляющей, формировать устойчивое положительное отношение к стохастике.

1.3. Критерии и уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников в системе среднего общего образования

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [182], [188], [207].

Стохастическое мировоззрение способствует познанию окружающих явлений, которые не всегда могут быть непосредственно восприняты. Умения анализировать статистическую информацию, находить сильные и слабые

стороны объекта, устанавливать взаимосвязи с другими объектами, вникать в причину событий, выявлять ошибки и их устранять, осуществлять оценку производимой деятельности помогут старшеклассникам адаптироваться к изменениям, происходящим в окружающем мире.

Для оценки уровня сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников были проанализированы представленные в психолого-педагогической литературе критерии, позволяющие установить более полное представление о качественном состоянии мировоззрения учащихся. Рассмотрим различные подходы исследователей к проблематике вопроса.

З.И. Моносзон и Р.М. Рогов полагают, что критерии сформированности научного мировоззрения должны включать следующие характеристики:

- оптимальное усвоение важнейших понятий, законов, теорий науки, которые оказывают определяющее значение в понимании сущности процессов развития природы, общества, мышления;

- устойчивое, осознанное личностное отношение к учебному материалу и его мировоззренческому содержанию;

- готовность отстаивать свои убеждения и идеалы;

- проявление убеждённости в повседневной деятельности и поведении [154].

Г.Е. Залесский устанавливает интегральный критерий к определению научного мировоззрения, который обуславливает степень готовности учащихся применять усвоенный научный материал (знания, оценки, нормы) с целью построения личного способа социальной ориентировки [48].

Т.К. Мухина к критериям сформированности мировоззрения относит:

- степень сформированности знаний;

- потребность в своих или заимствованных идеях и оценках, степень самостоятельности использованных оценок;

- внутреннюю личностную позицию школьника, характеризующуюся интеграцией и стабилизацией мотивов, идеалов, чувственных проявлений, интересов;

- стиль поведения личности и регулирующую роль мировоззрения за счет самокритичности, самовоспитания, саморегуляции поведения [94].

В исследовании С.В. Манецкой о формировании профессионального мировоззрения установлены следующие критерии: когнитивный, ценностно-мотивационный, эмоционально-оценочный, инструментальный, оценочно-рефлексивный.

В.Н. Жукова [45] устанавливает общий критерий, отображающий уровень развития трех сфер личности учащегося, который находит выражение в знаниях, отношениях и готовности личности школьника к деятельности.

Несмотря на большое количество работ по исследуемой проблеме, единой или общепризнанной системы критериев сформированности мировоззрения нет.

Для определения критериев сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников мы использовали научные подходы Г.Е. Залесского [48], В.Н. Жуковой [45], З.И. Моносзон [154]. Были установлены следующие критерии: мотивационно-ценностный, когнитивный, деятельностный (схема б).



Схема 6. Критерии сформированности стохастического мировоззрения старшекласников

Представленные критерии позволяют произвести диагностику процесса обучения стохастике на основании реализации основных этапов формирования стохастического мировоззрения старшекласников.

К перечисленным критериям целесообразно подойти с учётом трех уровней сформированности стохастического мировоззрения: низкого, среднего и высокого. Для каждого критерия выявлены показатели, которые позволяют судить о степени сформированности стохастического мировоззрения старшекласников. Полученные результаты представлены в следующей таблице (Таблица 1).

Критерии	Показатели	Уровни		
		Низкий	Средний	Высокий
<i>Мотивационно-ценностный</i>	<p>выявление интереса и мотивации к изучению стохастики; развитие положительного отношения к стохастическому материалу; формирование ценностных ориентаций к стохастической составляющей в окружающем мире;</p>	<p>отсутствие или слабая мотивация к изучению стохастики; неустойчивый интерес к изучению элементов стохастики; осознание учащимися ценностных ориентаций к стохастической составляющей в окружающем мире;</p>	<p>устойчивая, положительная мотивация к изучению стохастики; устойчивый интерес к изучению стохастики; принятие учащимися ценностных ориентаций к стохастической составляющей в окружающем мире;</p>	<p>самоорганизация, самомотивация, устойчивая мотивация к изучению стохастики независимо от изменяющихся конкретных условий; устойчивый интерес к изучению стохастики, который не ограничивается рамками учебного предмета; реализация ценностных ориентаций к стохастической составляющей в деятельности и актуализация учащимися ценности стохастики в жизненных ситуациях;</p>
<i>Когнитивный</i>	<p>глубина и прочность усвоения стохастических знаний; развитие мыслительных действий и операций (абстрагирование, анализ, аналогия, конкретизация, обобщение, синтез, систематизация, механизм комбинирования, механизм транспонирования и др.); установление направления действий учащихся по выявлению межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами;</p>	<p>отсутствие или фрагментарность стохастических знаний; активизация развития мыслительных действий и операций учащихся; односторонние действия по выявлению межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами;</p>	<p>усвоение значительного объема стохастических знаний, достаточных для применения в смежных естественнонаучных областях; совершенствование мыслительных действий и операций учащихся; двусторонние действия по выявлению межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами;</p>	<p>глубокие предметные знания, применяемые к решению проблем; развитие осознания процессов мышления и организации целенаправленной его работы; многосторонние действия по выявлению межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами;</p>

Деятельностный	<p>организация смены деятельности учащихся на различных этапах познавательного процесса при изучении элементов стохастики; развитие волевой регуляции (самостоятельность, ответственность, инициативность, целеустремленность и др.); коррекция учащимися собственных действий и поступков.</p>	<p>сочетание репродуктивной и продуктивной деятельности; произвольная регуляция; слабо выраженная коррекция действий и поступков.</p>	<p>осуществление продуктивной, познавательной деятельности; личностная произвольная саморегуляция; средне выраженная коррекция действий и поступков.</p>	<p>реализация исследовательской и проблемно-творческой деятельности; личностный уровень произвольной саморегуляции; самокоррекция деятельности; личностное самосовершенствование.</p>
----------------	---	---	--	---

Таблица 1. Критерии, показатели и уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников

1.4. Влияние цифровизации на математическое образование и её роль в формировании стохастического мировоззрения старшекласников

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [182-186], [190], [192], [195-197], [201], [203-206], [208].

Цифровизация системы образования запустила процесс социально-экономической трансформации, обуславливающей массовое внедрение и закрепление цифровых технологий, предназначенных для обеспечения оперативной связи и доступа к информационным ресурсам в любой отрасли знаний без ограничения по объему и скорости. Данный процесс повлек за собой кардинальные изменения в подходах к обучению, представлению учебного материала, принципам взаимодействия субъектов образовательных отношений.

Согласно Указу Президента РФ от 07.05.2018 г. № 204 «О национальных целях и стратегических задачах РФ до 2024 года» одной из важнейших задач в сфере образования является создание современной безопасной цифровой среды, обеспечивающей качество и доступность образования всех видов и уровней. На заседании президиума Совета при Президенте РФ был утвержден паспорт национального проекта «Образование», включающий такие федеральные проекты, как «Современная школа», «Цифровая образовательная среда», «Новые возможности для каждого». Одной из целей проектов является полномасштабная цифровизация школ. Как результат, система образования постепенно осуществляет переход в цифровую эпоху.

Цифровизация системы среднего общего образования определяет применение новейших методов и средств обучения, которые влияют на качественное изменение содержания обучения.

Проблема развития цифровизации – в центре разноотраслевых исследований последних лет зарубежных и российских учёных в сферах педагогики, информатизации, юриспруденции, экономики и т.д. Невзирая на

широкое распространение и внедрение цифровых технологий, у исследователей за рубежом (J. Bersin, L. Janice, M. Koole, K. Kuiper, C. McMurtrie, G. Ronald) нет однозначной точки зрения о результативности электронного обучения и возможностях улучшения качества, содержания и контроля такого обучения. Отечественные исследователи А.А. Андреев, С.А. Бешенков, И.П. Гладилина, В.В. Гриншкун, С.Д. Каракозов, Э.В. Миндзаева, А.В. Морозов, С.С. Неустроев, Т.Ш. Шихнабиева, М.И. Шутикова и др. придерживаются позиции, что внедрение цифровых технологий в разнообразные отрасли наук, в том числе в образование, способствует повышению качества обучения, становлению выпускников как высококонкурентных специалистов.

Согласно исследованиям (М.В. Воропаев, В.А. Плешаков, И.Н. Теркулова и др.) информационные технологии оказывают на развитие личности учащегося как положительное, так и отрицательное воздействие, их применение в учебном процессе осуществляется стихийно, а воспитательная функция информационных средств в обучении имеет латентный характер.

К положительным аспектам применения информационных технологий следует отнести: создание сетевых баз данных для осуществления коллективных форм работы и реализации обучающих курсов; разработка обучающих программ и компьютерных игр (как инструмента диагностики и реабилитации) для развития сенсорномоторных, перцептивных и когнитивных функций человека, изучения и улучшения мыслительных функций человека.

Понятие «цифровизация» является сложным. Его существующие трактовки можно свести к следующим определениям:

Цифровизация – процесс переноса информации в цифровую среду путем интеграции цифровых технологий, выполняющих её оцифровку (С. С. Хомякова [157]).

Цифровизация – процесс внедрения цифровых технологий генерации, обработки, передачи, хранения и визуализации данных для различных сфер человеческой деятельности (В.А. Плотников [105]).

Цифровизация – перевод информации в цифру, в то же время инфраструктурная, управленческая, поведенческая, культурная составляющие содержания образования (Е.Л. Вартанова, М.И. Максеенко, С.С. Смирнов [19]).

Цифровые технологии — «технологии, которые используются для сбора, хранения, обработки, поиска, передачи и представления информации в цифровом формате» [151]. В свою очередь, информационные технологии (ИТ) – это технологии учебно-воспитательного процесса с применением аппаратно-программных средств, базирующихся на использовании вычислительной техники (интернет-технологии, мультимедиа-технологии), способной хранить, обрабатывать, доставлять учебную информацию, обеспечивать интерактивное взаимодействие.

Цифровые технологии при изучении стохастики характеризуются тем, что предоставляют огромные образовательные возможности для организации эффективного обучения: мгновенный доступ к учебным приложениям и материалам, также к новым источникам информации (интерактивным таблицам, сайтам метеослужб, спортивной статистике и т.д.), работа с визуальными средствами обучения и электронными тренажерами, технология мобильного обучения, технология виртуальной реальности, реализация индивидуального подхода в обучении.

Разнообразие используемых при обучении учащихся 10-11 классов цифровых технологий: обучающих и моделирующих программ, информационных ресурсов, интерактивных модулей и т.д. - есть проявление их в виде частных отдельных сред. Поэтому исследование многофункциональной цифровой среды, включающей различные средства, характеризующие её функционирование как целостную модифицированную «образовательную конструкцию» с качественно изменённой инновационной структурой, является актуальным.

В педагогической литературе понятие «среда» стало активно применяться в начале XX века в исследованиях П. П. Блонского (общественная среда), А. С. Макаренко (окружающая среда), С. Т. Шацкого (педагогика среды),

В. А. Сухомлинского (образовательная среда). Образовательная среда школы – это образовательное пространство, в рамках которого осуществляется взаимодействие субъектов образовательного процесса с внешней средой для раскрытия личностных, творческих характеристик и качеств учащихся. В целом образовательная среда есть совершенствующаяся структура, единство которой воплощается в субъектных и содержательных элементах, развивающихся при помощи внутренних потенциалов и увеличения числа внешних связей.

Для успешной организации обучения стохастике с применением информационных технологий, направленных на активизацию учебно-познавательной деятельности учащихся, необходимо выявить специфику информационной образовательной среды (ИОС).

В Федеральном законе «Об образовании» от 29.12.2012 г. прописано, что функционирование электронной информационно-образовательной среды должно включать электронные информационные ресурсы, электронные образовательные ресурсы, совокупность информационных технологий, телекоммуникационных технологий, соответствующих технологических средств [150].

М.В. Лапенко ИОС определяет как совокупность средств, осуществляющих интерактивное взаимодействие между обучающим, обучаемым и электронно-образовательным ресурсом [68].

В общем смысле ИОС позволяет реализовать педагогическую систему нового уровня, качественные изменения которой обуславливаются цифровым форматом учебной информации, на основании чего важно установить свойства и особенности цифровой среды, изучив различные подходы к её толкованию.

Согласно «ГОСТ Р 52292-2004»: «Цифровая среда – среда логических объектов, используемая для описания и моделирования других сред (электронной, социальной) на основе математических законов» [31]. Цифровая среда функционирует постоянно, независимо от пользователя, не ограничена ни временными, ни географическими, ни какими бы то ни было другими рамками,

содержит огромные объемы данных, реализует разные формы коммуникации, в частности, интерактивное общение.

Группа французских ученых в структуру цифровой среды включает пространство с различными технологическими инструментами, направленными на получение доступа пользователя к ресурсам и сервисам в режиме online или offline, в частности, цифровое рабочее пространство, виртуальное рабочее место, образовательные платформы и разнообразные веб-пространства [176].

В других источниках [142] цифровая образовательная среда (ЦОС) определяется как открытая совокупность информационных систем, разработанных для выполнения разного рода задач образовательного процесса. Принципиальным отличием среды от системы является то, что в составе среды могут находиться как согласованные между собой элементы, так и конкурирующие или дублирующиеся, причем их взаимодействие и обеспечивает динамичный характер развития среды.

По мнению А.В. Морозова под цифровой образовательной средой следует понимать «совокупность цифровых образовательных ресурсов, средств и технологий, обеспечивающих образовательный процесс в условиях цифровизации» [88].

Многомерность цифровой образовательной среды, многообразие её аспектов проявляются в наличии базовых инструментов, необходимых для нормальной работы с информационными технологиями и их интерактивными составляющими.

Рассмотрим средства информационных и цифровых технологий, используемые в процессе обучения стохастике в урочной и внеурочной деятельности для развития мировоззренческих качеств и ориентиров старшеклассников:

- персональный компьютер, планшеты, смартфоны, интерактивные доски и другие устройства ввода-вывода информации;
- средства для преобразования текстовой, графической и других видов информации в цифровую форму и работы с ней (технология

мультимедиа, цифровые образовательные ресурсы, виртуальная реальность, виртуальная лаборатория и моделирующие программы, инструментальные программные средства познавательного характера, инструментарий для создания учебного материала);

- программные комплексы для дистанционного обучения.

Персональный компьютер, планшеты, смартфоны, интерактивные доски – это наиболее распространённые технологические устройства. *Интерактивная доска* (англ. *Interactive Whiteboard, IWB*) – сенсорная панель, которая может быть автономным компьютером либо частью системы, включающей компьютер и проектор. К преимуществам интерактивной доски относится: наглядный интерфейс, быстрый доступ к электронным средствам, расширение методической информационной базы по предметам, интегрирование и объединение создаваемых информационных ресурсов для творческого обучения, многочисленные манипуляции с объектами, возможность синхронизации со смартфонами или планшетами учеников. На уроке по теме «Нормальное распределение» мы используем интерактивную доску для демонстрации особенностей «Доски Гальтона» (Рисунок 1) или для совместной работы учащихся с интерактивной таблицей (лаборатория методики вероятности и статистики МЦНМО «Вероятность в школе») по построению нормального распределения случайной величины X по заданным параметрам и оценки параметров её распределения по выборке (Рисунок 2) [94].

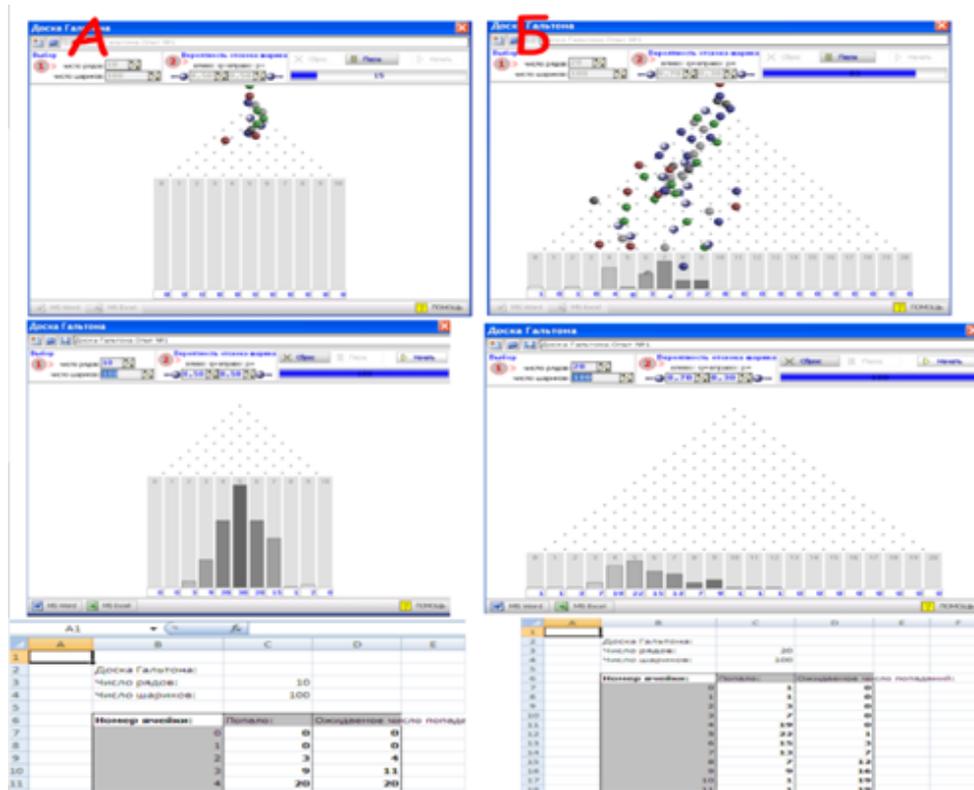


Рисунок 1. Возможности «Доски Гальтона», работа с моделью

Нормальное распределение

Математическое ожидание $\mu = 20$
 Стандартное отклонение $\sigma = 3$
 Дисперсия $\sigma^2 = 9$

Левая граница $a = 16$
 Правая граница $b = 23$
 Вероятность $P(a \leq X \leq b) = 0,750133526$

Показывать функцию распределения? да

Нормальное распределение

x	$\Phi(x)$	$\phi(x)$
8,00	0,000044610	0,000031671
8,30	0,000066218	0,000048096
8,60	0,000097316	0,000072348
8,90	0,000141593	0,000107800
9,20	0,000203967	0,000159109
9,50	0,000290894	0,000232629
9,80	0,000410740	0,000336929
10,10	0,000574190	0,000483424
10,40	0,000794696	0,000687138
10,70	0,001088940	0,000967603
11,00	0,001477283	0,001349898
11,30	0,001984177	0,001865813
11,60	0,002638484	0,002555130
11,90	0,003473645	0,003466974
12,20	0,004527656	0,004661188
12,50	0,005842767	0,006209665
12,80	0,007464843	0,008197536
13,10	0,009442346	0,010724110
13,40	0,011824864	0,013903448
13,70	0,014661199	0,017864421
14,00	0,017996989	0,022750132
14,30	0,021871938	0,028716560
14,60	0,026316719	0,035930319
14,90	0,031349692	0,044565463
15,20	0,036973612	0,054799292
15,50	0,043172532	0,066807201
15,80	0,049909155	0,080756659
16,10	0,057122864	0,095800485
16,40	0,064728685	0,115069670
16,70	0,072617392	0,135666061

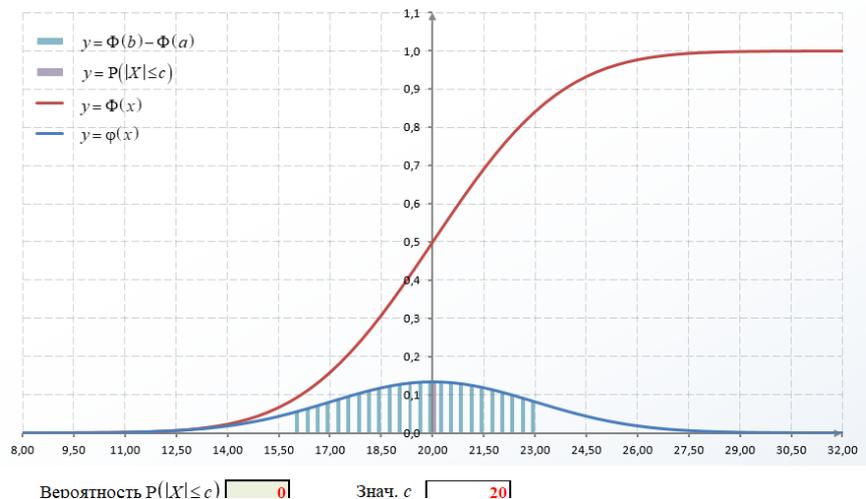


Рисунок 2. Интерактивная таблица «Нормальное распределение случайной величины X »

Использование интерактивной доской осуществляется на всех этапах формирования стохастического мировоззрения: подготовительном, проблемно-поисковом, реализующем, оценочно-коррекционном, способствуя развитию мировоззренческих ориентиров и качеств учащихся 10-11 классов.

Технология мультимедиа (от англ. Multimedia, M-media — многокомпонентная среда) – информационная среда для создания, хранения, воспроизведения различного рода информации. Мультимедиа позволяют объединять во время урока теоретические и демонстрационные материалы, представлять их наглядно. Интерактивные презентации поддерживают встраивание разнообразных объектов Macromedia Flash, способствуют увеличению практической направленности процесса обучения, обеспечивая представление различных видов информации (символьная, графическая, звуковая и др.) в виде готовой системы знаний с последующей демонстрацией её динамики.

Цифровые образовательные ресурсы (ЦОР) – обучающие материалы для осуществления образовательного процесса, представленные в цифровом формате. К ЦОР относятся: электронные учебники и пособия, электронные учебно-методические комплексы (УМК), электронные издания контроля.

Виртуальная реальность (англ. virtual reality – возможная реальность) – искусственная модельная трехмерная среда, созданная компьютерными средствами и реализующая взаимодействие с пользователем. Основой виртуальной реальности являются технологии моделирования и компьютерной имитации, которые в объединении с трехмерной визуализацией позволяют искусственному миру выглядеть реалистично. Пример, трехмерная модель – тема: «Функция распределения случайных величин» (Рисунок 3).

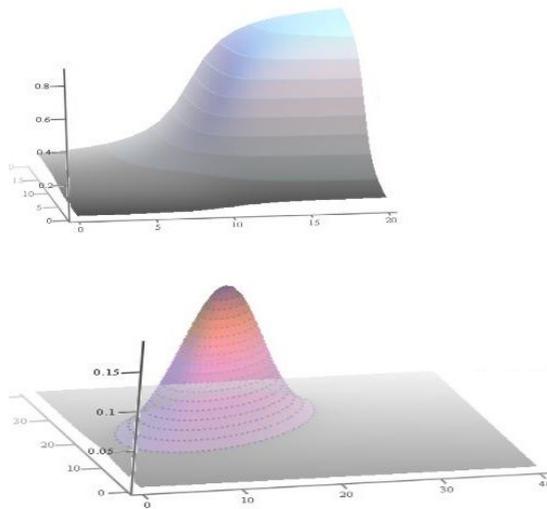


Рисунок 3. Трехмерная визуализация функции распределения и плотности распределения

Виртуальная лаборатория «Теория вероятностей» [67] разработана на основе динамической программной среды «Математический конструктор», включает в себя комплекс интерактивных учебных средств. На уроках часто используются различные модели данной среды для активизации познавательной деятельности учащихся при изучении стохастики (Рисунок 4).

Лаборатория «Теория вероятностей»

на основе динамической программной среды «Математический конструктор»



Интерактивная презентация

ПРЕЗЕНТАЦИЯ поможет быстро овладеть навыками работы с объектами виртуальной лаборатории.

Подробнее о применении инструментов лаборатории в учебном процессе вы можете прочитать в [МЕТОДИЧЕСКИХ РЕКОМЕНДАЦИЯХ](#)



Рисунок 4. Математический конструктор - виртуальная лаборатория «Теория вероятностей»

В рамках виртуальной лаборатории мы используем следующие средства.

- Интерактивные шаблоны построения моделей случайных опытов или модули, визуализирующие проведение случайных экспериментов и статистическую обработку данных. С помощью данных шаблонов мы можем

производить эксперименты с дискретными и геометрическими моделями (например, геометрическая модель - случайные точки на отрезке, окружности (Рисунок 5), кривой; в прямоугольнике, круге и т.д.), вычислять случайные величины, осуществлять статистический анализ данных, строить графики временных рядов, полигоны и гistogramмы частот.

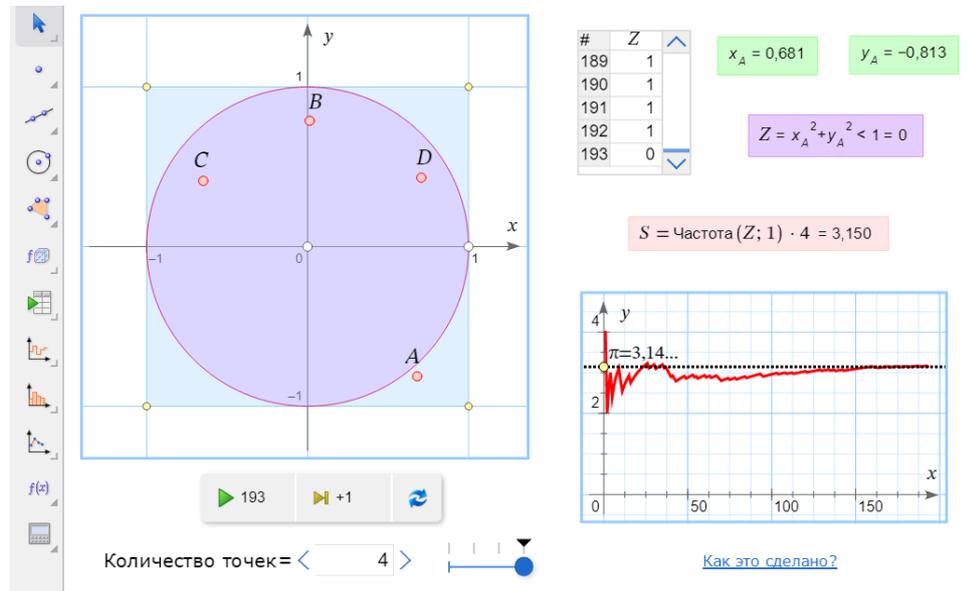


Рисунок 5. Шаблон для построения геометрической модели

• Интерактивные исследования основных вероятностно-статистических закономерностей школьного курса математики. Используются нами как для объяснения нового учебного материала, так и для организации коллективной работы учащихся в классе. Например, моделирование случайного выбора точек на отрезке, сводящееся к выбору одной случайной точки в квадрате (решение классической задачи о встрече (Рисунок 6)).

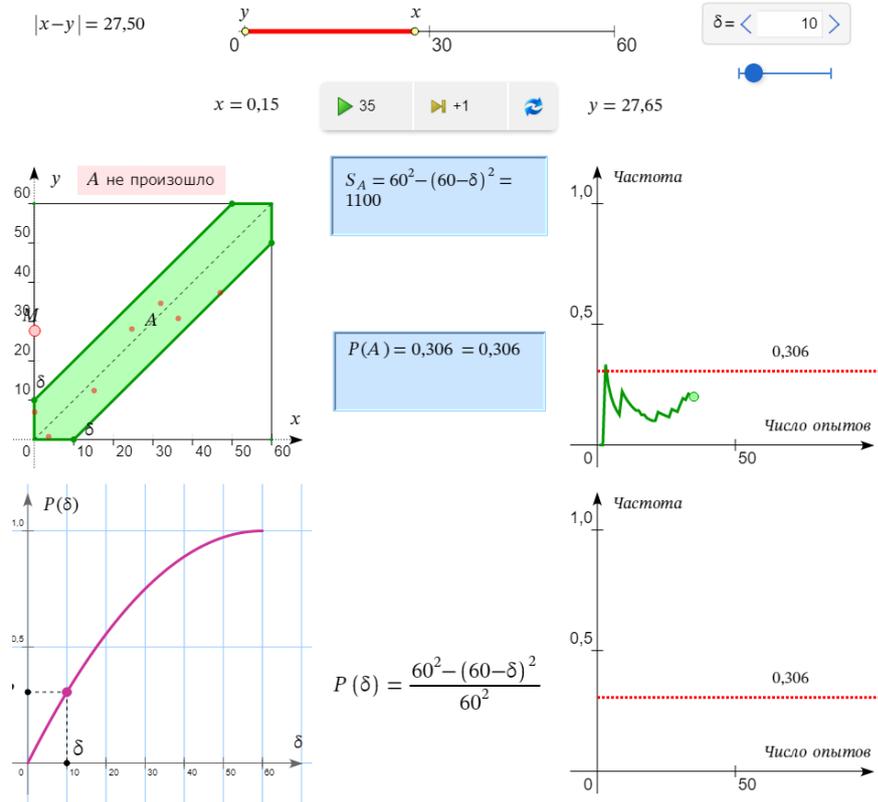


Рисунок 6. Интерпретация геометрической вероятности

• Тренажёры, предназначенные для индивидуального закрепления навыков решения основных типов задач на вычисление вероятностей. Каждый тренажёр представляет собой модель с серией задач, объединённых общим типом случайного испытания (опыты с монетами, кубиками, шарами и т.д.), задачи располагаются по нарастанию, количество задач варьируется от 5 до 10. Например, тренажёр для отработки решений типовых задач на случайный выбор без возвращения. Подготовка учащихся к подсчёту числа сочетаний и использованию его для вычисления вероятностей ($p = \frac{c_M^m \cdot c_{N-M}^{n-m}}{c_N^n}$, Рисунок 7).

Всего шаров в коробке: $N = 9$

Из них красных: $M = 6$

Вытаскиваем $n = 5$ шаров

Внимание
Всё верно. Молодец!
OK

297 +1

до благоприятного исхода

С какой вероятностью среди них окажется $m = 4$ красных?

ОТВЕТ: Подсказка

$P = \frac{5}{14} = 0,357$

Задание: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ПРОВЕРИТЬ

Частота

Число опытов

Рисунок 7. Тренажёр – модель случайного выбора

• Лабораторные работы, ориентированные на закрепление и углубление учебного материала с проведением компьютерного эксперимента. Данные работы – это модели с системой заданий. При проведении интегрированных лабораторных работ (традиционных, но с привлечением интерактивных моделей) проверяются как теоретические знания, так и результаты экспериментов. Например, выполнение лабораторной работы для исследования универсальности нормального закона распределения в природе, его моделирование (Рисунок 8).

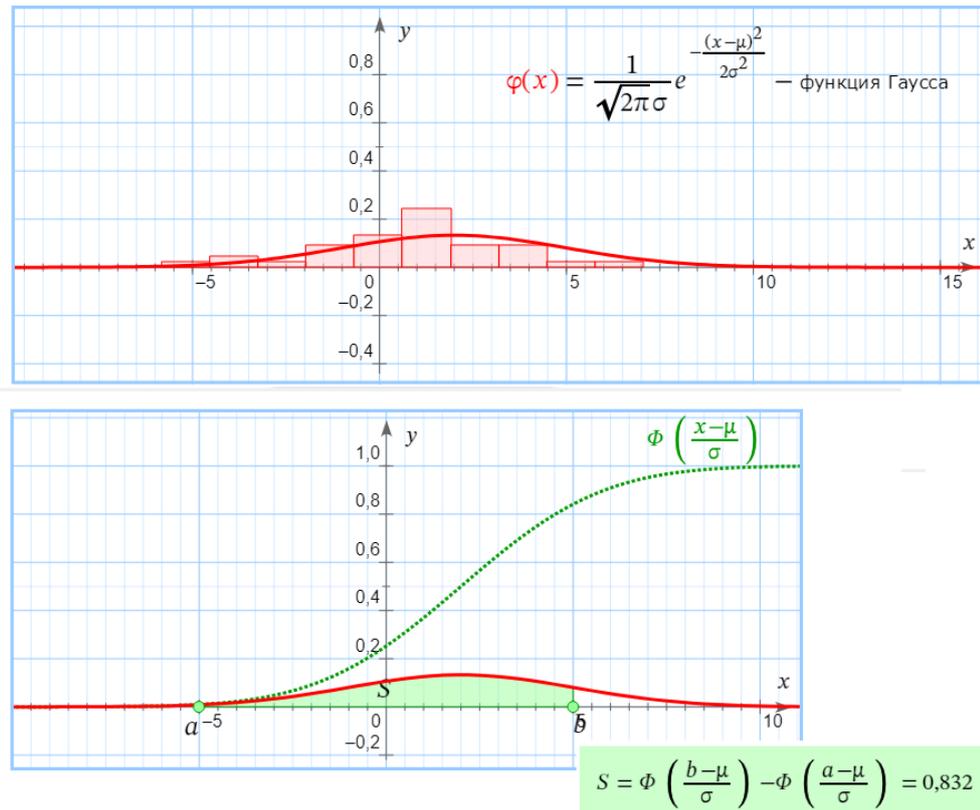


Рисунок 8. Лабораторная работа – нормальный закон распределения

• Вероятностные игры, направленные на поиск оптимальных стратегий и оценку шансов. Они выступают дополнением к основному материалу, используются для повышения интереса и мотивации учащихся к предмету. Игры способствуют развитию практических навыков и вероятностной интуиции. Данные игры используются как на уроках для закрепления стохастического материала, так и в качестве домашних заданий или небольших проектов учащихся. Так, поиск выигрышных стратегий можно провести коллективно, применяя метод «мозгового штурма». Учащиеся могут подготовить доклад о полученных результатах в ходе игры. Например, для проверки навыков решения основных типов задач по комбинаторике учащимися выполняется игра «До трёх решек». Прохождение игры направлено на закрепление умения находить оптимальную стратегию в игре за счет сравнения шансов (Рисунок 9).

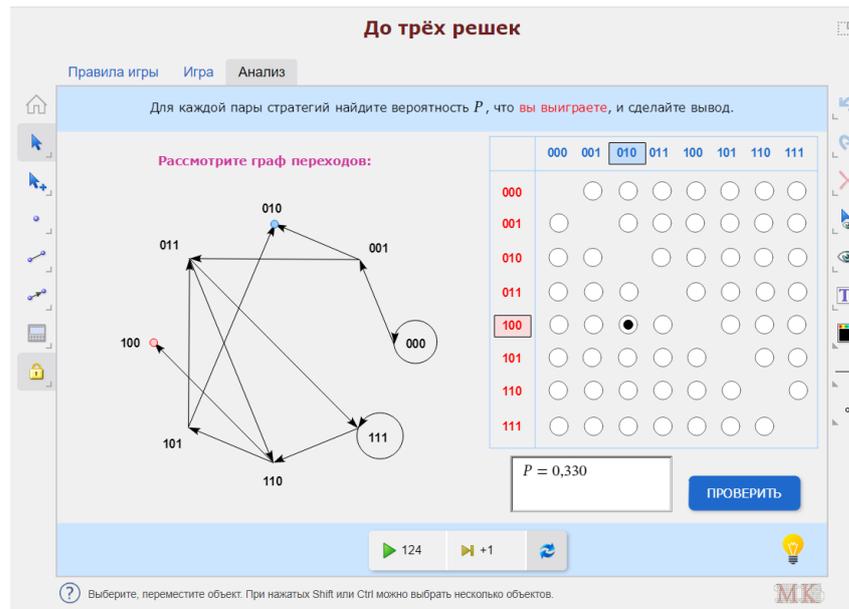


Рисунок 9. Игра «До трёх решек»

Представленные интерактивные средства позволяют многократно воспроизводить и моделировать результаты экспериментов, их целесообразно использовать на проблемно-поисковом и реализующем этапах формирования стохастического мировоззрения старшеклассников.

Для развития у учащихся когнитивных качеств важно уметь решать задачи, эвристического характера которых способствует выявлению взаимосвязей и закономерностей исследуемых объектов. В связи с этим *инструментальные программные средства познавательного характера*, базирующиеся на принципе конструктора, как нельзя лучше решают данную проблему. При помощи программ Matlab, Maple, Mathematica, WolframAlpha учащийся работает с системой символьной математики, преобразуя информацию, например, по теме «Независимые испытания. Формула Бернулли» (Рисунок 10). Данный инструментарий можно применять на реализующем этапе формирования стохастического мировоззрения старшеклассников.

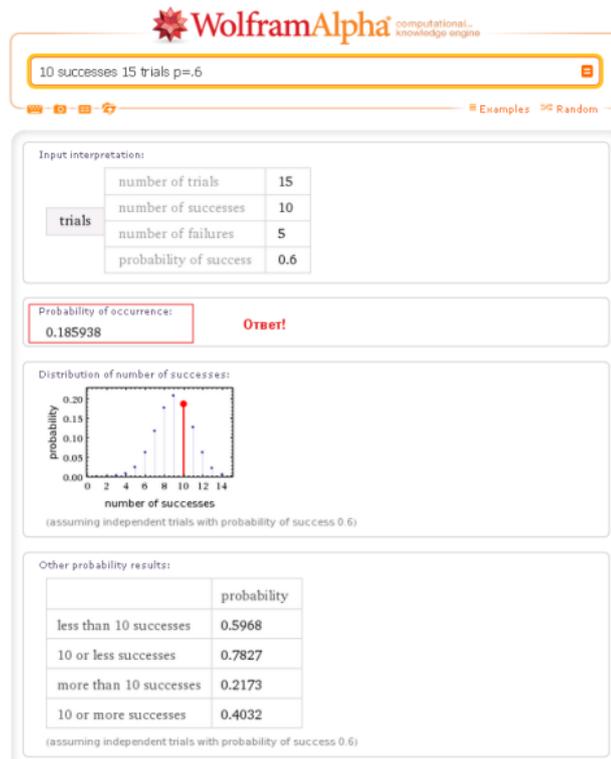


Рисунок 10. Wolfram Alpha – формула Бернулли

Функционал статистических пакетов прикладных программ (Statistica, Stadia, SyStat и др.) способствует быстрой и точной обработке статистической информации, графической интерпретации результатов в виде гистограмм, диаграмм, полигонов.

Инструментарием для создания учебного материала регулярно выступают программные комплексы. Программа SMART Notebook – инструмент для создания интерактивных презентаций с поддержкой разнообразных объектов, позволяет проектировать полноценные занятия. К основным функциям программного обеспечения относится: создание презентаций разного уровня сложности; добавление мультимедийных файлов на слайды (видео, изображения, кнопки, анимации и прочее); вставка элементов Adobe Flash; настройка автоматических переходов или управления жестами; интерактивное редактирование проекта в процессе работы с презентацией; вставка аудиодорожек, геометрических фигур, текстов, таблиц; создание шаблонов и закладок; поиск информации в интернете через встроенный веб-

браузер; создание интерактивных тестов и викторин и др. В данной программе нами были разработаны занятия по теме «Нормальное распределение. Гауссова кривая» (Рисунок 11).

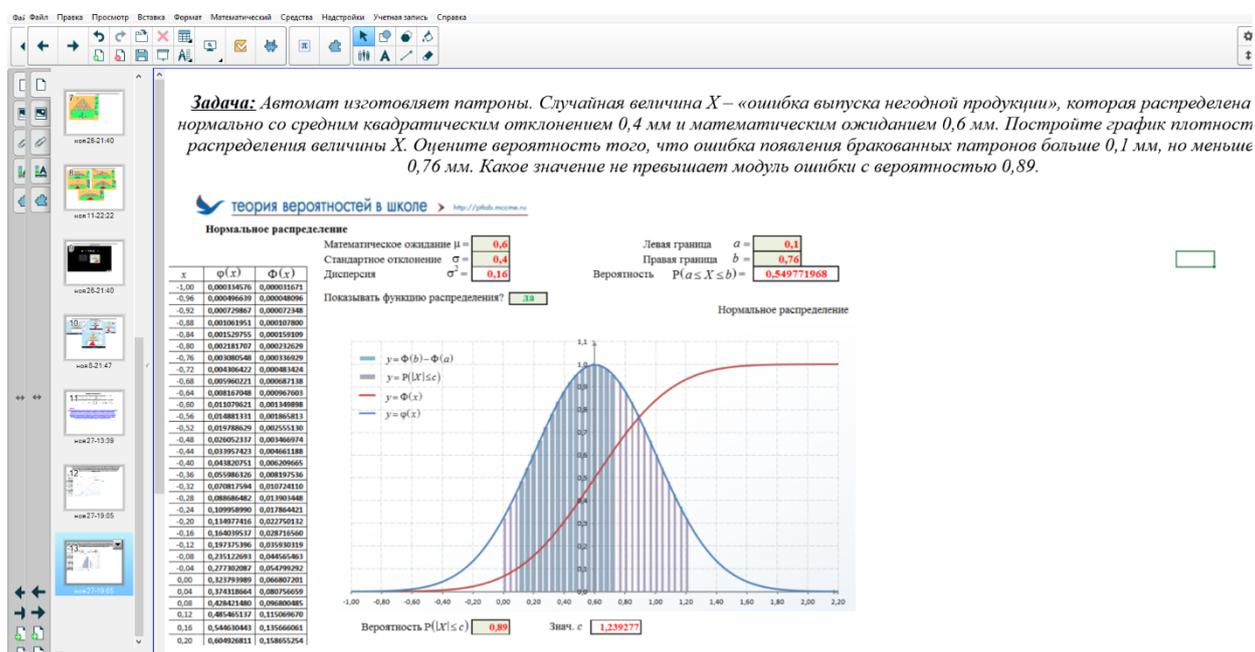


Рисунок 11. Фрагмент урока с интерактивной презентацией Notebook

На данный момент разработанных модулей презентации Notebook по теории вероятностей не так много, несмотря на это, программа позволяет встраивать в работу системы многие информационные ресурсы, что характеризует её как многофункциональную, гибкую и адаптивную среду.

Websoft CourseLab – программный продукт для разработки интерактивного учебного материала в графическом режиме [50]. С его помощью можно создавать учебные задания любого уровня сложности от самых простых до заданий повышенной трудности. Интерфейс помогает сохранять разработанные шаблоны, присутствует анимация объектов, вставка видео любых форматов: Macromedia Flash, Shockwave, Java. Подготовлена большая библиотека интерактивных объектов: галереи изображений, блоки с закладками, контрольные вопросы и тесты. Кроме этого, поддерживается звуковое сопровождение, реализована возможность создания симуляций работы с любым программным средством, за счет функции «захват экрана»,

есть функция настройки количества попыток и времени на прохождение задания, результаты тестирований сводятся в суммарную оценку.

При работе с программным комплексом Websoft CourseLab по подготовке учебного материала к занятиям нами была определена последовательность взаимопереходов таких «когнитивных сфер», как знаково-символическая, вербальная, графическая и практическая. Каждый новый объект учебного материала (разработка занятия по теме «Формулы Муавра – Лапласа») представлен учащимся согласно следующей структурно-функциональной модели (Рисунок 12):



Рисунок 12. Структурно-функциональная модель для представления учебного материала в Websoft CourseLab

1. знаково-символическая – оформление теоремы;
2. графическое представление;
3. вербальная – определение термина, на основании логико-речевых пояснений;

4. практическая – решение практико-ориентированных задач направлено на закрепление знаний.

В данной программе нами были подготовлены занятия по темам: «Локальная теорема Муавра-Лапласа», «Предельные теоремы теории вероятностей» (Рисунок 13).

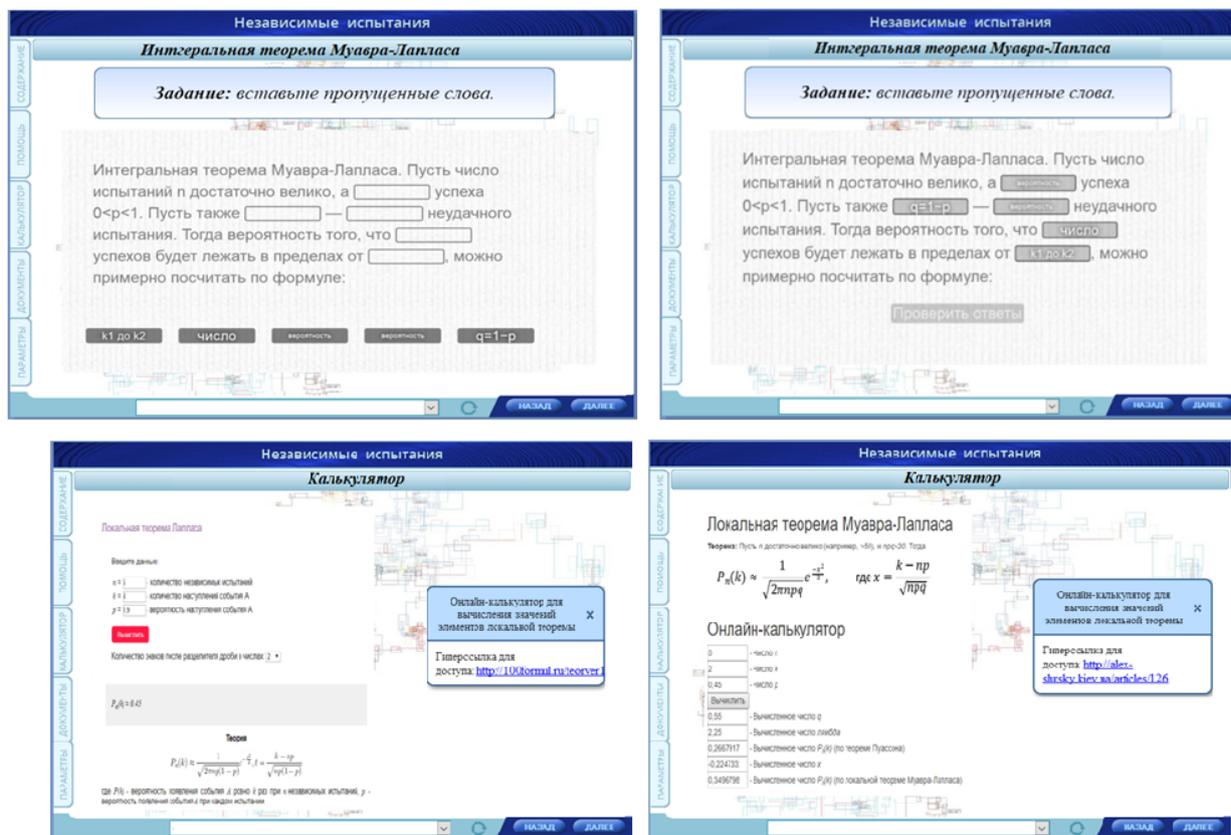


Рисунок 13. Фрагмент разработанного занятия в программе *Websoft CourseLab*

Приведенные средства информационных технологий целесообразно использовать на подготовительном и проблемно-поисковом этапах формирования мировоззрения учащихся 10-11 классов.

Технология дистанционного обучения выделяется среди всего выше перечисленного. «Дистанционное обучение (ДО) — образовательная технология, при которой взаимодействие учителя и учащихся происходит на расстоянии, содержит в себе все компоненты учебного процесса (цели, содержание, методы, формы и средства обучения) и осуществляется

специфичными средствами интернет-технологий или другими средствами интерактивного характера обучения» [151]. Программные продукты дистанционного обучения: Moodle (Приложение 1), Lotus Learning Space, Web Tutor, STELLUS.

Представленные интерактивные модели, программные средства познавательного характера, функционал доски Smart выступают в качестве инструментальной основы при обучении стохастике. Они позволяют достичь эффективности учебного процесса за счет развития мировоззренческих ориентиров и качеств, устойчивого положительного отношения к стохастической составляющей. Вышеперечисленные средства цифровых технологий способствуют нетрадиционной организации занятий и несколько иному управлению образовательным процессом.

Сформированное стохастическое мировоззрение закладывает ориентиры в творческой и практической деятельности учащихся. При этом работа в цифровой среде способствует реализации нестандартных форм и методов организации учебной деятельности старшеклассников (например, совместная исследовательская работа в профильных сетевых сообществах и проектах; подготовка к олимпиадам и экзаменам; работа с одаренными детьми). Цифровые технологии помогают учащимся в самовыражении, взаимодействии друг с другом, в создании творческих работ нового типа, формировании новых знаний.

В условиях цифровизации математического образования основой информационного обеспечения является ориентация на эффективное применение информационных технологий путем создания оптимальных условий для развития личности каждого школьника. Информационные технологии в обучении характеризуются оперативностью, доступностью, высоким уровнем адаптивности и многократности, способствуют стимулированию интеллектуального и творческого потенциала учащихся, развитию их мировоззренческих качеств и ориентиров.

Таким образом, основная роль цифровизации в процессе обучения стохастике заключается в сопровождении и поддержке учебного процесса. Представление учебного материала становится более увлекательным и мотивирующим учащихся к изучению новых тем. Ученики не являются пассивными созерцателями, а становятся активными участниками обучения.

Выводы по первой главе

Полученные результаты в первой главе позволяют сделать следующие выводы.

1. Выявлены сущностные характеристики стохастического мировоззрения в системе философских и психолого-педагогических категорий, раскрыто содержание исследуемого понятия. Предложено авторское определение: «Стохастическое мировоззрение старшеклассников – это знания, взгляды и убеждения, сформированные под влиянием вероятностно-статистических методов и находящие свое выражение в отношении учащихся к стохастической составляющей окружающего мира».

2. Проанализированы аспекты, влияющие на развитие мировоззренческих ориентиров и качеств, организацию исследовательской и проблемно-творческой деятельности учащихся 10-11 классов, что способствует формированию стохастического мировоззрения. Спроектированы этапы целостного процесса обучения стохастике старшеклассников: подготовительный, проблемно-поисковый, реализующий и оценочно-коррекционный.

3. Определены критерии (мотивационно-ценностный, когнитивный, деятельностный) и уровни (низкий, средний, высокий) сформированности стохастического мировоззрения у учащихся 10-11 классов.

4. Определены роль и основные направления цифровизации в системе школьного математического образования, связанные с кардинальными изменениями в подходах к обучению, принципам взаимодействия субъектов

образовательных отношений. Проанализировано влияние цифровизации системы среднего общего образования на формирование стохастического мировоззрения учащихся, совершенствование целостной системы развития личности школьника. Исследованы возможности различных средств информационных технологий, результаты их применения внедрены в учебный процесс с целью раскрытия и повышения интеллектуального потенциала каждого учащегося.

Таким образом, формирование стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования происходит в результате оказываемого воздействия психолого-педагогическими и интерактивными средствами, совершенствования ценностных ориентаций к стохастике, формирования полезных качеств личности учащихся.

Глава 2. Методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования

2.1. Методические особенности обучения математике, направленного на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [182-183], [187], [189], [191], [193-195], [202].

В последние годы положение с преподаванием стохастики в школе значительно изменилось. Элементы стохастики включены в образовательные стандарты всех уровней образования. В ФГОС СОО «Математика» [149] (Приказ от 17 мая 2012 г. № 413) (Алгебра и начала математического анализа) базового уровня предъявляются следующие требования к предметным результатам освоения стохастической составляющей: «сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин».

ФГОС СОО «Математика» [149] (Приказ от 17 мая 2012 г. № 413) (Алгебра и начала математического анализа) углубленного уровня включает следующие требования к предметным результатам освоения стохастической составляющей: «сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению».

Стохастическая линия школьного курса математики 10-11 классов в соответствии с ФГОС СОО «Математика» (базового и углубленного уровней) [149], а также согласно Примерной основной образовательной программе СОО [117] направлена на развитие умений и навыков: отбора и выявления общих закономерностей, оценки вероятностного характера действительных зависимостей в реальной жизни, определения процессов и явлений случайной природы; обработки статистических данных, работы с генеральной совокупностью и её выборками; распределения случайных величин, применения закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей, работы со статистическими гипотезами и их проверкой, вычисления выборочного коэффициента корреляции и линейной регрессии.

Стохастика как особая грань культуры математики приводит к комплексному и опосредованному познанию устройства мира за счет доверительного отношения к случайным явлениям: случайным событиям и величинам, уникальной интерпретации их красоты и неповторимости в окружающей действительности. Стохастические закономерности составляют основу процессов, протекающих как в природе, так и в обществе. Им отводится большое значение в общеобразовательном развитии личности, они «играют существенную роль при обработке и восприятии информации о социальной, политической, экономической или других сферах жизни общества» [167, с. 21].

Наличие представлений о связи случайного и необходимого реализует важный элемент современного образования личности, направленного на достижение высоких индивидуальных результатов и развитие интеллектуального потенциала школьников. Умения учащихся осуществлять объективный анализ условий и ситуаций, корректно истолковывать тенденции, порождающие их функционирование, изображать динамику этих изменений могут служить качественным показателем «знаниевой» части мировоззрения.

Накопленный мировоззренческий потенциал обучения математике, в частности стохастике, позволяет организовать мировоззренчески направленное обучение, при реализации которого у учащихся формируются полезные для них

мировоззренческие ориентиры и качества. А.Л. Жохов определяет мировоззренчески направленное обучение математике следующим образом: «Управляемый учителем процесс оказания учащимся помощи в «выращивании» у них мировоззренчески значимых для них обобщённых ориентиров и механизмов творчества при обучении познавательной математической деятельности и математическим знаниям» [43]. Про мировоззренчески направленное обучение стохастике можно сказать, что оно выступает основной для освоения более сложных разделов науки о случайном и смежных наук, стимулирует раскрытие внутренних резервов старшеклассников, благоприятствует формированию определённых качеств личности. Изучение стохастики позволяет учащимся не только лучше узнать часть математики, но и другие дисциплины (например, естественнонаучные) в процессе установления внутрипредметных и межпредметных связей.

На основании этого были установлены факторы, влияющие на организацию успешности такого обучения и достижения запланированных результатов:

- открытые и доступные для школьников цели образования, которые они могут по-своему понимать, выбирать путь для их достижения и получать результаты;
- организация рефлексивной деятельности учащихся;
- развитие вероятностных представлений, фундаментальных знаний, различных способов деятельности.

Для повышения мировоззренческой значимости стохастических знаний учащимся следует объяснить возникновение и развитие универсальных идей и теорий стохастики, основных правил, методов и отношений между ними. Целесообразно регулярно раскрывать пути влияния практики на развитие стохастики, её внутренних закономерностей и, наоборот, показывать, как стохастика помогает практике в решении ее проблем.

Проанализировав работы методистов: С.Н. Дворяткиной [35], [36], В.Д. Селютина [127], [128], Л.А. Тереховой [141], О.Н. Троицкой [145], Ю.Н. Тюрина [146], С. В. Щербатых [168-168] и др., в которых исследована прикладная направленность стохастической линии школьного курса математики, нами был установлен ряд методических особенностей реализации мировоззренчески направленного обучения стохастике в 10-11 классах.

В преподавании следует *придерживаться системного подхода*, согласно которому, сначала вводятся все необходимые понятия и методы, а затем осуществляется переход к сложным заданиям. Особое внимание следует уделять *словесным объяснениям*. Оценка данных заключается не только в расчете параметров характеристик и построения их графиков (гистограмм, полигонов, диаграмм и др.), она включает и интерпретацию этих параметров и графиков. Целесообразно подбирать такие примеры, которые запоминаются и уместны в работе с вероятностно-статистическими методами, способствуют развитию мышления учащихся (логическому, интуитивному, критическому и т.д.), а также *задачи с реальными приложениями*. Следует отметить, что стохастические задачи принципиально отличаются от математических задач: постановкой условия или вопроса задачи, характером предложенных данных и их количеством.

Например, торговец каждую среду ездит из Ельца в Москву на оптовую базу, чтобы купить необходимые ему свежие цветы на неделю. Последние 15 лет он покупает розы, упакованные в деревянные ящики, у одного и того же оптовика. Торговец знает, что около 60 % роз сохраняют очень хорошее качество в течение недели, около 35 % уже не совсем свежие и могут завянуть, поэтому их приходится быстро продавать, 3 % – обычно несвежие цветы, а 2 % роз ему часто приходится уничтожать уже на следующий день. На основе этой информации учащимся необходимо построить закон распределения дискретной случайной величины, выполнить графическую интерпретацию данных. После того как добавляются данные о закупочных и продажных ценах, они должны подготовить предварительный прогноз прибыли. Торговец покупает у оптовика

розы в больших ящиках по цене 25 руб. за штуку. Он может продать свежие цветы по 80 руб. за штуку, а не совсем свежие по 70 руб. Несвежие цветы он раздает, остальные – уничтожает. Учащимся предлагается оценить прибыль, которую торговец может получить от прямой продажи роз и которая является случайной величиной, составив модель. Прибыль можно упрощенно записать как разницу между ценой продажи и ценой покупки, не считая других побочных расходов. При этом старшеклассники должны сделать допущения, в которых не будут учитываться расходы на проезд, автомобиль или аренду магазина. Решение подобных этому заданий вносит особый вклад в развитие ценностных ориентаций и отношения учащихся к исследованию реальных ситуаций, случайный характер которых преобладает.

В теории вероятностей для реальной ситуации часто возможны различные модели. В связи с этим иногда не существует единственно верного решения. Однако выбор методов оценки данных, установление связей между ними существенно позволяют снизить процент совершения ошибки или неверного толкования данных.

Таким образом, специфические идеи стохастики заключаются в представлении информации о случайном, пересмотре её под влиянием новых или предполагаемых фактов, учёте её изменчивости, репрезентативности частичной информации, повышении её точности. Данные идеи являются основой для ряда видов деятельности учащихся и развития стохастических знаний и умений. *Содержание стохастического знания следует раскрывать в связях с окружающим миром, а межпредметные связи с естественнонаучными дисциплинами. Целесообразно систематически применять исторические сведения о развитии и становлении теории вероятностей и статистики под влиянием развития общества, техники, естественных наук.*

Приобретаемые в процессе обучения стохастические знания и навыки учащихся могут быть расширены с учетом *моделирования стохастических ситуаций*. Исследование стохастических ситуаций предполагает создание и оценку вероятностных моделей. На основании чего школьникам важно

научиться признавать необходимость данных, уметь их «гибко» представлять, осознавать их изменчивость, обосновывать полученные модели в контексте теории вероятностей.

Используемые в обучении стохастике цифровые технологии в качестве инструментальной основы способствуют представлению учебного материала в соответствии с приведенными методическими особенностями. Применение цифровых технологий направлено на качественное изменение способностей учащихся, благоприятствует развитию «гибкости» мышления, «стохастической» памяти, повышению уровня знаний и умений, активизации познавательной деятельности старшеклассников.

Учитывая результаты анализа рекомендованных учебников «Алгебра и начала математического анализа» (10-11 класс) из федерального перечня таких авторских коллективов, как С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников [79], [81]; Г.К. Муравин, О.В. Муравина [90-93]; А.Ш. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [80]; А.Г. Мордкович, П.В. Семенов [86-87]; М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин [115-116]; А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков [77-78], [83-84], учебного пособия для старшей школы, разработанного под руководством Ю.Н. Тюрина, А.А. Макарова, И. Р. Высоцкого, И.В. Яценко [146] (Приложение 2), а также установленные методические особенности обучения стохастике, направленного на формирование мировоззрения старшеклассников, нами был разработан элективный курс «Знакомство с миром случайностей». Элективный курс направлен на расширение и углубление стохастических знаний, укрепление межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами (физикой, химией, биологией, географией и др.), формирование на их основе ценностных ориентаций, взглядов и убеждений старшеклассников.

При структурировании стохастического материала руководствовались тем, чтобы он соответствовал современному уровню науки, отображал специфические идеи стохастики. Последовательность курса выстроена с учетом

направленности на когнитивное развитие учащихся и на ожидаемые стохастические знания.

Программа элективного курса для углубленного уровня обучения в объеме 67 часов включает пять разделов: 1. *Случайные события. Вероятности* (34 ч). 2. *Случайные величины* (12 ч). 3. *Первичная обработка статистических данных* (7 ч). 4. *Проверка статистических гипотез* (8 ч). 5. *Взаимосвязь случайных явлений* (6 ч).

При изучении раздела «1. Случайные события. Вероятности» учащиеся знакомятся со следующими темами: «Основные понятия теории вероятностей: элементы комбинаторики, виды случайных событий. Определения вероятности: статистическая, классическая, геометрическая. Формулы комбинаторики для подсчета вероятностей: перестановки, размещения, сочетания без повторений и с повторениями. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона. Условная вероятность. Теоремы умножения и сложения вероятностей. «Дерево» вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли. Локальная и интегральная формулы Муавра – Лапласа. Формула Пуассона», выполняют 2 контрольные работы, 2 лабораторные работы, тестовую работу, 2 исследовательских проекта, кейс-задание.

При изучении раздела «2. Случайные величины» учащиеся знакомятся со следующими темами: «Основные понятия. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики. Нормальное распределение. Закон больших чисел», выполняют контрольную работу, лабораторную работу, исследовательский проект, кейс-задание.

При изучении раздела «3. Первичная обработка статистических данных» учащиеся знакомятся со следующими темами: «Основы выборочного метода. Числовые характеристики», выполняют лабораторную работу, кейс-задание.

При изучении раздела «4. Проверка статистических гипотез» учащиеся знакомятся со следующими темами: «Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез. t – критерий Стьюдента. Критерий χ^2 – Пирсона», выполняют лабораторную работу, тестовую работу, исследовательский проект.

При изучении раздела «5. Взаимосвязь случайных явлений» учащиеся знакомятся со следующими темами: «Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции Пирсона и его свойства. Эмпирическое уравнение регрессии», выполняют исследовательский проект, тестовую работу.

Для каждого раздела курса выявлены области применения изучаемых понятий в различных дисциплинах, определены объекты и методы их исследования. Содержание курса (теоретические и практические задания) включают интерактивную поддержку различных средств программной среды «Математический конструктор», лаборатории методики вероятности и статистики МЦНМО «Вероятность в школе», WolframAlpha. Каждая тема завершается небольшим историческим фактом, подтверждающим важность и значимость изучения предлагаемого понятия. Учащимся в процессе изучения курса предстоит выполнить 3 контрольные работы, 5 лабораторных работ, 3 тестовые работы, 3 кейс-задания, а также подготовить 5 исследовательских проектов. Перечисленные вопросы курса актуальны и способствуют формированию стохастического мировоззрения старшеклассников.

Следует отметить, что данный элективный курс разработан с учетом дифференциации обучения учащихся 10-11 классов и соответствует как базовому уровню обучения, так и углубленному. В связи с этим допускается некоторая коррекция отдельных частей курса.

Таким образом, в процессе мировоззренчески направленного обучения стохастике мы стремимся осуществить более качественное усвоение учащимися стохастических знаний за счет обогащения научными фактами и овладения вероятностно-статистическими методами.

2.2. Методика формирования стохастического мировоззрения при изучении раздела «Случайные события. Вероятности»

В данном параграфе использованы результаты, опубликованные в работах автора [182], [183], [194].

С учетом изложенного выше на примере первого раздела элективного курса «Знакомство с миром случайностей» для учащихся углубленного уровня мы покажем реализацию этапов формирования стохастического мировоззрения старшеклассников. На первом (подготовительном) этапе вводятся основные понятия раздела, развиваются умения их понимания и применения в учебной деятельности. На втором (проблемно-поисковом) этапе рассматриваются формулы теории вероятностей, формируется инструментарий для решения задач, совершенствуется понимание методики действий со стохастическими ситуациями. На третьем (реализующем) этапе организуется целенаправленная исследовательская и проблемно-творческая деятельности старшеклассников, включающие отработку и закрепление знаний, умений и навыков работы со стохастическими ситуациями. На четвертом (оценочно-коррекционном) этапе организуется рефлексивная деятельность учащихся, учителем определяется степень выраженности мировоззренческих качеств и ориентиров старшеклассников, выполняется сравнение полученных результатов с запланированными.

Подготовительный этап направлен на развитие у старшеклассников простейших механизмов мировоззренческого осмысления случайных событий, формирование потребности их понимания, организации включения учащихся в деятельность.

Понятие случайности имеет множество значений в естественных науках и философии. Случайности, влияя на ход отдельных событий, поджидают нас на каждом шагу. Случайность ли – открытие рентгеновских лучей путем малейшего затемнения фотопленки; обнаружение пенициллина при изучении влияния плесени на бактерии; открытие «мягких кристаллов» (жидких

кристаллов) в результате смешения холистерилбензоната с оливковым маслом? Случай ли стал причиной проектирования подвесных мостов, в основу которых положен принцип того, как пауки перекидывают паутину через деревья? Подобные обсуждения с учащимися о проявлении природы случайностей – интересная и межпредметная тема для различных рассуждений с научной, в какой-то степени философской, но главное, мировоззренческой точек зрения. Случайности в повседневной жизни часто ассоциируется с причинами, которые невозможно объяснить. По-нашему мнению, такие дискуссии важны для выявления интересов и отношения старшеклассников к стохастической составляющей в окружающем мире.

В основной школе учащиеся уже познакомились с понятиями: «исход», «случайное событие», «достоверное событие», «невозможное событие», «зависимые события», «независимые события», «совместные события», «несовместные события», «противоположное событие». Школьники имеют представление о том, что «отдельные случаи, которые могут как произойти, так и нет, называются *случайными событиями*; а возможность их наступления, выражающаяся некоторым числом, определяется как *вероятность*» [29, с. 28].

В связи с этим важно показать учащимся, что существенным отличием понятия «случайное событие» от других понятий, с которыми им довелось поработать, является предмет изучения, выражающий не конкретные объекты, а события. В теории вероятностей событие есть не что-то особенное, а то, что произошло или может произойти, причем событие включает один или несколько возможных исходов. Для обсуждения в классе предлагаются следующие предложения:

1. Появление в ходе неконтролируемой реакции разветвлённой молекулы полимера.
2. Поломка нового чайника, купленного меньше года.
3. Успешное проведение фестиваля «Антоновские яблоки».
4. Авария, произошедшая на перекрестке.
5. Присутствие класса в полном составе на уроке по математике.

Выполнение учащимися качественной оценки (невозможно ($p = 0$), менее вероятно ($0 < p < 0,5$), пятьдесят на пятьдесят ($p = 0,5$), более вероятно ($0,5 < p < 1$), определенно ($p = 1$)) и количественной оценки (подсчет вероятности) приближает их к пониманию случайностей.

Понятие *вероятности* – основное понятие стохастики. Данное понятие является очень интересным, но в то же время, его следует отнести к одному из самых проблематичных в школе в целом. Учащимся в рамках элективного курса предстоит изучить статистическую, классическую, геометрическую вероятности. При обучении следует учитывать взаимосвязь между интуитивным представлением о вероятности и её формальным употреблением, их нельзя рассматривать по отдельности.

Рассмотрение *статистической вероятности* связано с понятием *относительной частоты* появления события A в опытах: $W(A) = \frac{n(A)}{n}$, где $n(A)$ – частота события A , n – общее число опытов. При увеличении числа испытаний (опытов) относительная частота наблюдаемого результата приближается к вероятности: $P(A) \approx W(A)$. Таким образом, вероятность выражается как мера частоты массовых явлений. Статистическое определение вероятности наиболее приближено к реальной жизни. Например, учащимся предлагается следующая задача:

Как можно установить приближенное число рыб в водохранилище?

Целесообразно рассмотреть со старшеклассниками такое свойство относительной частоты, как статистическая устойчивость – при возрастании количества испытаний частота принимает значение, равное некоторому постоянному числу. Известные математики Ж. Бюффон, Дж. Керрих, К. Пирсон независимо друг от друга произвели тысячи испытаний с подбрасыванием монеты, в результате эксперимента ими было получено число близкое к 0,5. На уроке статистическую устойчивость для учащихся можно смоделировать с помощью интерактивных моделей «Монеты», «Частота и вероятность», осуществив серию опытов с минимальными затратами времени (Рисунок 14).

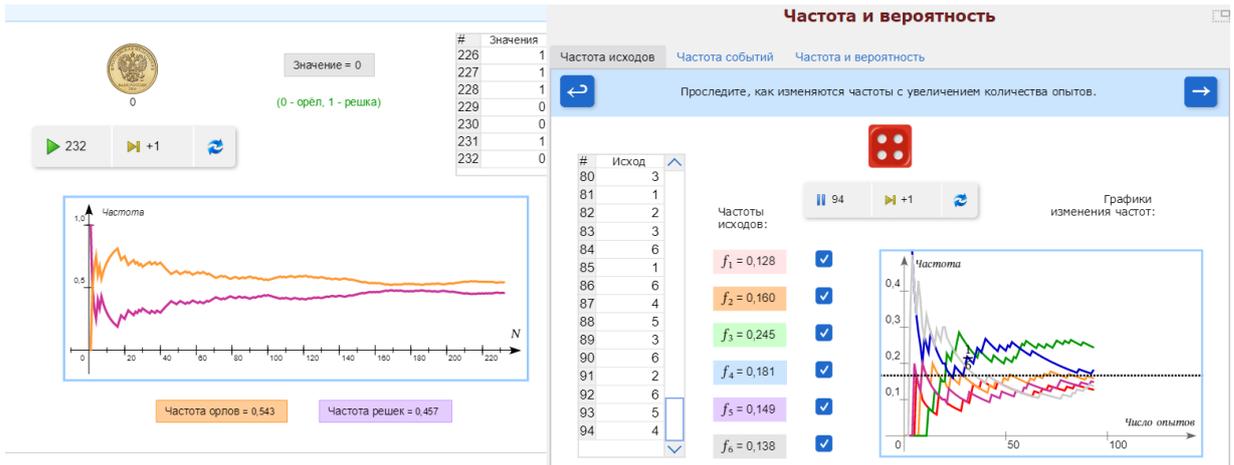


Рисунок 14. Частоты выпадения орла и решки в серии опытов

Также можно экспериментально продемонстрировать старшеклассникам скорость приближения частоты к вероятности, показав, что отклонение частоты от вероятности обратно пропорционально корню из числа испытаний (Рисунок 15).

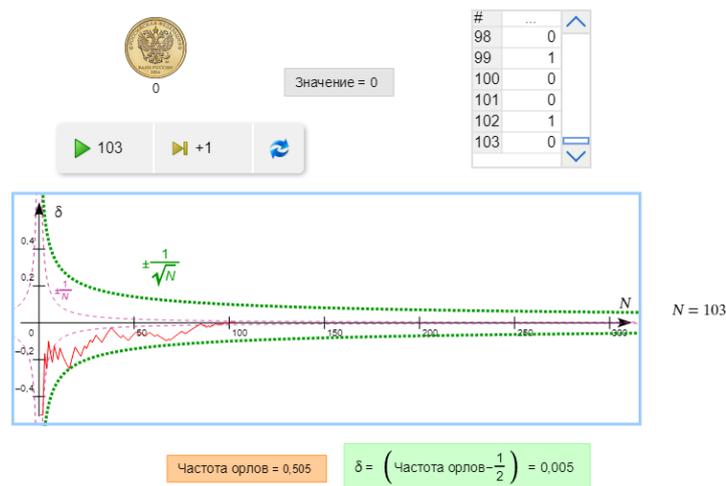


Рисунок 15. Скорость определения частоты выпадения орла

Для рассмотрения *классической вероятности* события A , состоящего из равновероятных исходов, применяется отношение числа m элементарных событий, благоприятствующих наступлению события A , к общему числу n всех элементарных событий: $P(A) = \frac{m}{n}$.

Использование классической вероятности в случаях бесконечного множества с равновероятными исходами затруднительно. Вводится понятие

геометрической вероятности события A как отношение меры области g , благоприятствующей наступлению события A , к мере всей области G :

$$P(A) = \frac{\text{mes } g}{\text{mes } G}$$
 (mes – мера области, значение мер соответствует длине, площади, объему). Для закрепления данного понятия старшеклассникам предлагается выполнить следующую задачу:

«Два друга живут в одном доме, а учатся в разных классах. Уроки в школе заканчиваются в интервале от 15 до 16 часов. После уроков они договариваются ждать друг друга на остановке возле школы в течение 20 минут. Сколько приблизительно раз в год им удастся поехать домой вместе, если в году 200 учебных дней?» [195].

Усвоение геометрической вероятности благоприятствует развитию образного мышления учащихся, а также интеграции вероятностного и геометрического языков.

Исследование стохастических ситуаций со случайным выбором объекта или объектов сводится к вычислению классической вероятности. В связи с этим с учащимися рассматриваются формулы комбинаторики ($P_n = n!$; $\tilde{P}_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$; $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $\widetilde{A}_n^k = n^k$; $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$; $\widetilde{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$), применяемые для определения количества благоприятных и возможных исходов.

Следующая задача является закрепляющей для данных понятий:

Найдите вероятность того, что среди 30 случайно выбранных людей, у кого-то совпадут дни рождений.

Рассмотрение формулы *бинома Ньютона* необходимо для возведения в степень двух слагаемых:

$$(a + b)^n = C_n^n \cdot a^n + C_n^{n-1} \cdot a^{n-1}b + C_n^{n-2} \cdot a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^m \cdot a^m \cdot b^{n-m} + \dots + C_n^0 \cdot b^n,$$

C_n^m – коэффициенты при $a^m \cdot b^{n-m}$ в разложении $(a + b)^n$.

Получить числовые значения C_n^m можно, воспользовавшись обычной таблицей (или интерактивной таблицей, Рисунок 16) – *треугольник Паскаля* (каждое число равно сумме двух чисел, стоящих над ним). В строках таблицы

стоят коэффициенты, участвующие в формуле бинома Ньютона для возведения в нулевую, первую, вторую, третью, четвертую степени и т.д.

теория вероятностей в школе > <http://pilab.mccme.ru>

$n =$

$k =$

$C_n^k =$

Треугольник Паскаля (числа сочетаний)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	1																		
1	1	1																	
2	1	2	1																
3	1	3	3	1															
4	1	4	6	4	1														
5	1	5	10	10	5	1													
6	1	6	15	20	15	6	1												
7	1	7	21	35	35	21	7	1											
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1										
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1									
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1								
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1							
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1						
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1					
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1				
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455	105	15	1			
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008	4368	1820	560	120	16	1		
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448	12376	6188	2380	680	136	17	1	
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758	31824	18564	8568	3060	816	153	18	1

Рисунок 16. Интерактивная таблица «Треугольник Паскаля»

Практическую значимость треугольника Паскаля можно показать учащимся на следующем примере о разделе ставки:

«Пусть игроку А осталось до победы выиграть n партий, а игроку В – выиграть t партий. Воспользовавшись треугольником Паскаля, выберем строку с номером $n + t$, которая содержит $n + t$ чисел. Найдем сумму t первых чисел этой строки и сумму n оставшихся чисел. Отношение этих сумм и даёт решение задачи» [195, с. 50].

Так, если игроку А осталось выиграть пять партий, а игроку В – шесть, то находим одиннадцатую строку. Сумма первых двух чисел этой строки равна 11, а оставшихся равна 1013, тогда ставка делится в отношении 11:1013.

Такая подготовка способствует формированию предварительной цели изучения теории вероятностей, приближает старшеклассников к пониманию простейших стохастических ситуаций. Вероятностные вычисления позволяют учащимся анализировать возможности появления определенных результатов случайных событий в природе или обществе.

В результате этого у учащихся формируются содержательные представления о вероятности, приобретает опыт ориентации в учебной ситуации.

Подготовительный этап считается завершенным, если учащиеся усвоили основные понятия, выражают готовность применять полученные знания в решении задач.

Проблемно-поисковый этап направлен на создание условий и средств разрешения проблемной стохастической ситуации. Введение теорем и формул теории вероятностей на данном этапе наиболее своевременно, так как именно здесь у старшеклассников будут формироваться умения эффективно применять вероятностно-статистические методы и различные приемы решения конкретных задач.

Теперь, когда учащиеся могут определять вероятности возможных исходов, им предстоит научиться вычислять новые вероятности. Старшеклассники знакомятся со следующими выражениями и вопросами: условная вероятность, теорема умножения вероятностей (для зависимых и независимых событий), теорема сложения вероятностей (для совместных и несовместных событий), формула полной вероятности, формула Байеса, формула Бернулли, для углубленного обучения: локальная и интегральная формулы Муавра - Лапласа, формула Пуассона.

Изучение условной вероятности, как и самой вероятности, обусловлено взаимосвязью формальных и содержательных представлений. Понятие *условной вероятности* характеризуется тем, что требуется или обязательно должно быть выполнено что-то в качестве предварительного условия для реализации чего-то. Это утверждение косвенно выражает причинно-следственную связь двух событий A и B , однако бывает справедливо не для всех случаев.

Наступление события A – лишь одно из многих условий, влияющих на ход события B . Учащимся целесообразно исследовать, какие факторы влияют на возможные исходы события, от чего зависит вероятность этих исходов. Типичным случаем являются ситуации, которые можно смоделировать,

вынимая объекты из корзины и не возвращая их обратно. В этом случае событие А происходит первым и является условием для наступления события В, которое происходит после него: $P(B / A)$ – условная вероятность события В при наличии события А. Для условной вероятности крайне важно исследовать события, которые происходят друг за другом и связаны между собой содержанием.

Таким образом, вычисление вероятностей сложных событий осуществляется с использованием косвенных методов, в основу которых заложены теорема умножения вероятностей и теорема сложения вероятностей. Теоремы и следствия из них позволяют рассчитать вероятности последующих событий на основе уже известных вероятностей.

Теорема. *Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, найденную в предположении, что первое событие уже наступило:*

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B).$$

Следствие. *Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей этих событий: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.*

Теорема. *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.*

Следствие. *Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.*

Регулярно при вычислении условных вероятностей используется метод решения задач, основанный на построении дерева вероятностей. Дерево вероятностей – графическая интерпретация последовательности возможных результатов, где порядок операций является обратным с точки зрения содержания. При построении дерева вероятностей круг изображает событие, ветвь (направленная линия) – исход, который принимает значение вероятности (Рисунок 17).

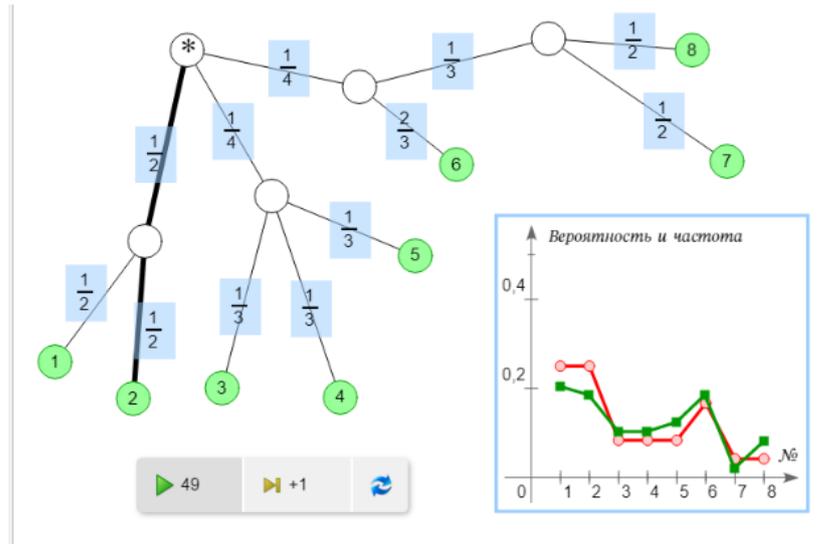


Рисунок 17. Дерево вероятностей

Для закрепления основных понятий учащимся предлагается выполнить следующие задачи.

Задача. Существует 4 группы крови: I (0), II (A), III (B), IV (AB). В 9 «б» классе I группа наблюдается у 38 % учащихся, II группа – у 45 %, III группа – у 12 %, IV группа – у 5 %. Какова вероятность того, что у вашего одноклассника и у вас одинаковая группа крови?

Данную задачу целесообразно рассматривать после того, как на уроке биологии будет изучена тема: «Наследование группы крови и резус-фактора». Для решения задачи можно использовать метод построения дерева вероятностей (Рисунок 18), с помощью которого искомая вероятность совпадения групп крови примет значение: $p = 0,37$.

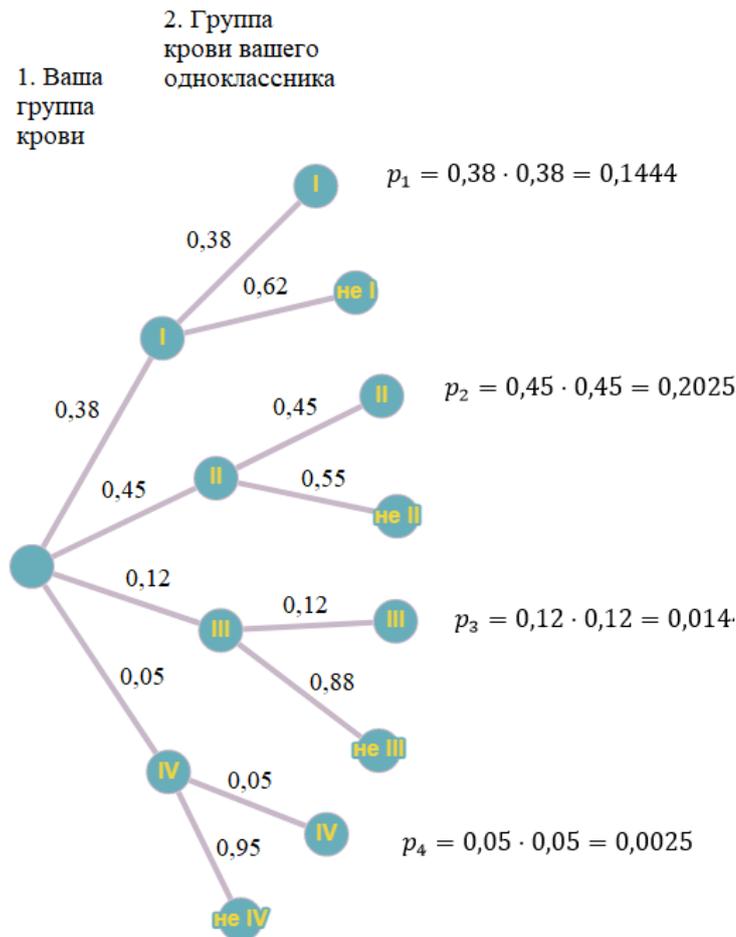


Рисунок 18. Дерево вероятностей для определения группы крови

Задача. В мебельном магазине представлены комоды фабрики «Мирослава». Проверка качества продукции с фабрики показала, что примерно 1% деталей в комплекте отсутствует, в 2% деталей поврежден лак, а в 4% деталей неправильные размеры. Комоды представляются в разобранном состоянии. Какова вероятность того, что покупатель, приобретая комод фабрики «Мирослава», получит: а) все три повреждения; б) ровно одно повреждение?

Решение этой задачи рассмотрим подробнее.

Пусть случайные события: А – {деталь в комплекте комода – отсутствует}; В – {на детали комода – поврежден лак}, С – {деталь комода имеет неверные размеры}.

По условию задачи известно, что $p(A) = 0,01$, $p(B) = 0,02$, $p(C) = 0,04$.

Можно найти вероятности, что деталь в комплекте не отсутствует, лак не повреждён, а размеры верны: $p(\bar{A}) = 0,99$, $p(\bar{B}) = 0,98$, $p(\bar{C}) = 0,96$.

При более детальном исследовании стохастической ситуации с учащимися обсуждается вопрос о производстве и транспортировке изделия, а также причины, которые могут вызвать брак. Так, например, неточности в процессе резки могут вызвать нарушения в размерах деталей, неправильное сверление может привести к повреждению краски или покрытия детали, отсутствие детали может возникнуть при транспортировке или упаковке изделия.

Используя метод решения, заключающийся в построении дерева вероятностей, можно рассмотреть все случаи появления брака (Б) или его отсутствия (Х), вычислив соответствующие вероятности (Рисунок 19).

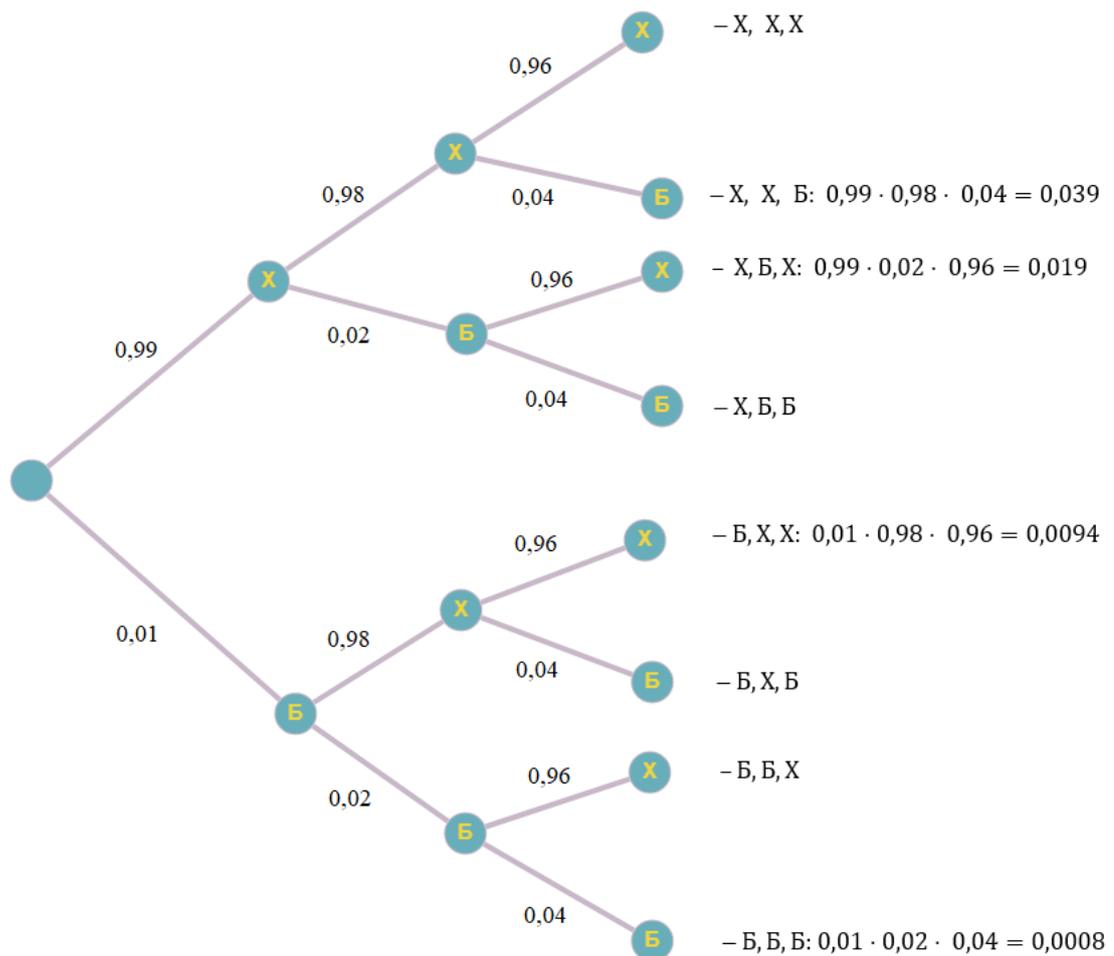


Рисунок 19. *Дерево вероятностей*

А) Дефекты не взаимосвязаны, следовательно, могут возникнуть

независимо друг от друга. Тогда для нахождения вероятности одновременного появления трех дефектов найдем ветвь (Б, Б, Б) и перемножим значения соответствующих вероятностей. Получим: $0,01 \cdot 0,02 \cdot 0,04 = 0,0008$. Аналогично, если использовать следствие из теоремы умножения вероятностей для независимых событий: $p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B) \cdot p(C) = 0,0008$.

Учащимся может показаться странным, что вероятность всех трех повреждений, принимающая значение 0,08%, намного меньше, чем вероятность каждого отдельного повреждения в 1%, 2% и 4%. В этой связи можно привести пример, использующий частотную интерпретацию вероятностей, чтобы показать, насколько мала вероятность одновременного возникновения всех трёх повреждений. Пусть было изготовлено 1 000 000 прикроватных тумб, из которых в 1% – у 10 000 тумб будет отсутствовать деталь в комплекте (один брак), из них в 2% – у 200 тумб будет повреждение краски (два брака). Из этих 200 тумб в 4% будут проблемы с точностью размеров комплектующих. Соответственно, только у 8-ми тумб будут присутствовать одновременно три повреждения.

Б) Для нахождения вероятности ровно одного повреждения следует рассмотреть исходы, когда два изделия изготовлено качественно, а одно изделие имеет брак.

Получим следующие исходы: Х, Х, Б: $0,99 \cdot 0,98 \cdot 0,04 = 0,039$;
Х, Б, Х: $0,99 \cdot 0,02 \cdot 0,96 = 0,019$; Б, Х, Х: $0,01 \cdot 0,98 \cdot 0,96 = 0,0094$.

Сложив получившиеся значения, найдем вероятность ровно одного повреждения в комплектующих: $p = 0,039 + 0,019 + 0,0094 = 0,067$.

Или можно воспользоваться следующей формулой:

$$p = p(A) \cdot p(\bar{B}) \cdot p(\bar{C}) + p(\bar{A}) \cdot p(B) \cdot p(\bar{C}) + p(\bar{A}) \cdot p(\bar{B}) \cdot p(C) =$$

$$= 0,01 \cdot 0,98 \cdot 0,96 + 0,99 \cdot 0,02 \cdot 0,96 + 0,99 \cdot 0,98 \cdot 0,04 = 0,067 \approx 0,7$$

или 7 %.

Таким образом, приведенные примеры показывают, как развитие умений осознанно выбирать способы и методы действий для решения конкретных

задач способствуют качественному усвоению учебного материала, положительным изменениям в когнитивной и рефлексивной сферах личности учащегося.

Изучение формулы полной вероятности и формулы Байеса направлено на развитие у старшеклассников навыков критической оценки и совершенствование логических операций мышления. Введение формулы полной вероятности основывается на обобщении теорем сложения и умножения вероятностей:

$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(A/B_n)$, где B_1, B_2, \dots, B_n –

несовместные события, образующие полную группу. Формула Байеса

$P(B_i/A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A/B_i)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + \dots + P(B_n) \cdot P(A/B_n)}$, выражает взаимосвязь

доопытных и послеопытных гипотез B_1, B_2, \dots, B_n , где события A и B_i – зависимые.

Освоение учащимися представленных выше теорем и формул приводит к необходимости осмысления полученных ранее знаний, понимания уместности использовать различные приемы и средства в подходящих стохастических ситуациях.

В курсе стохастики к отдельному классу испытаний относятся независимые повторные испытания. Формула Бернулли: $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, где m – число испытаний, в которых событие наступило, n – общее число испытаний, помогает изрядно упростить процесс решения задачи, если испытания повторяются независимо друг от друга, а вероятности исследуемых событий не меняются.

Приведем задачу, демонстрирующую применение формулы.

Задача. Во время проведения учений подводная лодка выполняет один из тактических манёвров с вероятностью 0,6. Чему равна вероятность выполнения 7 маневров из 10 запланированных?

Решение. По условию задачи вероятность успешного выполнения тактических маневров: $p = 0,6$, а вероятность неудачного их проведения: $q = 0,4$, число независимых испытаний: $n = 10$, число наступивших событий: $m = 10$.

Вероятность неизменна, воспользуемся формулой Бернулли (Рисунок 20):

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} = P_{10}(7) = C_{10}^7 \cdot p^7 \cdot q^3 = \frac{10!}{7! \cdot 3!} \cdot (0,6)^7 \cdot (0,4)^3 = 0,215.$$

$p = < 0,60 >$ $q = 0,40$ $N = < 10 >$ $k = < 7 >$

0 0 0 0 0 1 0 0 1 1

20 +1 ↺

Этот плеер не «случайный»!
 С его помощью можно систематически одну за одной просмотреть все возможные серии.

Число успехов = 3
 Вероятность серии = 0,000

1) Сколько всего возможных серий длины N ?
 $2^N = 1024$ ПРОВЕРИТЬ

2) Сколько из них имеют ровно k успехов?
 $C_N^k = 120$ ПРОВЕРИТЬ

3) Какова вероятность каждой такой серии?
 $p^k \cdot q^{(N-k)} = 0,002$ ПРОВЕРИТЬ

4) Какова вероятность получить в N испытаниях ровно k успехов?
 $P_N(k) = C_N^k \cdot p^k \cdot q^{(N-k)} = 0,215$

Рисунок 20. Применение формулы Бернулли

Изучение теорем Муавра-Лапласа и формулы Пуассона (для углубленного обучения) актуально в случаях, когда в решении задачи вычисления по формуле Бернулли затруднительны. Например, медиками зафиксировано, что 89 % лиц, которые сделали прививки против гриппа, отличаются иммунитетом против этого заболевания. С какой вероятностью можно утверждать, что среди 100000 горожан, получивших прививки, 6200 не защищены от заболевания гриппом? В данном случае при $n = 100000$, $m = 6200$, $p = 0,11$, $q = 0,89$, формула Бернулли примет вид: $P_{100000}(6200) = C_{100000}^{6200} \cdot p^{6200} \cdot q^{100000-6200}$, соответственно, очевидна трата времени и усилий на выполнение вычисления. В связи с этим подсчет по формуле Бернулли целесообразно производить в случае, когда число испытаний невелико: $n \leq 10$.

Таким образом, на этом этапе осуществляется актуализация и развитие установок учащихся к изучению теорем и формул теории вероятностей. Выбор

нужных знаний как средств деятельности способствует не только отработке механизмов действий при решении задач, но и укреплению мировоззренческого потенциала стохастики.

Успешное усвоение основных теорем и формул, разрешение стохастических ситуаций, выявление универсальности вероятностно-статистических методов, освоение способов рассуждений при выполнении задач различного уровня сложности способствуют завершению проблемно-поискового этапа.

Данный этап считается завершенным, если учащиеся самостоятельно могут определить целесообразность и нецелесообразность использования изученных методов и приемов решения задач, понимают и выражают готовность к дальнейшему изучению случайных событий.

Реализующий этап направлен на дальнейшее развитие мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников. На данном этапе целесообразно организовать исследовательскую и проблемно-творческую деятельности учащихся. Указанные виды деятельности будут способствовать установлению содержательных, информационных, понятийных и иных видов связей случайных событий с другими учебными темами, а также отношений между исследуемыми объектами и их глубинными свойствами.

Исследовательская деятельность характеризуется проявлением креативности и неординарности в обучении, позволяет определить готовность учащихся к сотрудничеству и обмену знаниями.

Разрешение проблемных ситуаций, при которых старшеклассник сможет наиболее полно раскрыть свои способности, выступает предпосылкой для развития умений генерировать новые идеи, представлять и развивать мыслительный образ (трансформировать и вычленять его важные элементы). Учащимся предстоит научиться анализировать ситуацию, подбирать различные варианты для решения проблемы, работать с информацией из разного рода источников, устанавливая случайные события, оценивать вероятностный характер явлений, влияющих на них, применять предметные знания по

стохастике, решать проблемные задачи с использованием вероятностно-статистических методов.

Для развития способностей старшеклассников адекватно реагировать на случайности и их закономерности, умений их выявлять и интерпретировать предлагается исследовательский проект «Парадоксы теории вероятностей». Множество неожиданных решений можно наблюдать в таких задачах, как парадокс Бертрана, парадокс Монти Холла, историческая задача о разделе ставки игроков, дилемма узников, парадокс двух конвертов, Санкт-Петербургский парадокс и другие [126], [147], [166]. Работа в проекте выполняется с использованием интерактивных моделей, служащих для моделирования возможных ситуаций в рамках выбранного шаблона поведения.

Например, изучение парадокса Бертрана предполагает рассмотрение 3 вариантов его разрешения (Рисунок 21): 1) за меру множества точек принимается величина угла, вычисляется отношение двух углов: $\frac{\pi}{3}$ и π , получаемый ответ $\frac{1}{3}$; 2) за меру множества точек принимается длина отрезка (хорда, перемещаемая по диаметру), вычисляется отношение длины отрезков, получаемый ответ $\frac{1}{2}$; 3) за меру множества точек принимается площадь, в которой расположены точки, вычисляется отношение двух площадей, получаемый ответ $\frac{1}{4}$.

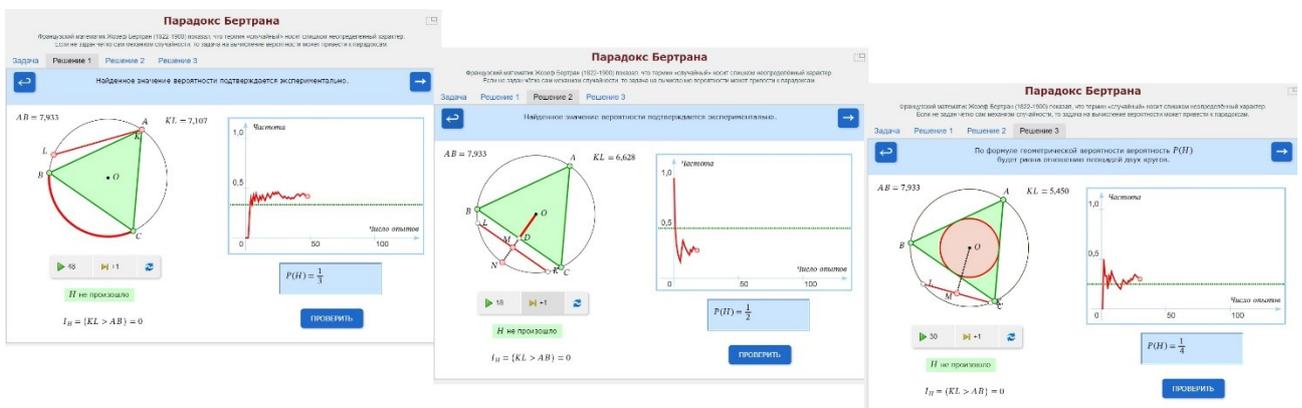


Рисунок 21. Парадокс Бертрана и варианты его разрешения

Исследование парадокса Монти Холла предусматривает нахождение оптимальной стратегии для победы в игре, рассмотрение всех возможных

случаев, когда вероятность успеха принимает значение $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ или $\frac{2}{3}$.

Моделирование различных исходов игры, когда предстоит сделать выбор из 3 дверей или даже 10 дверей, осуществляется в программной среде «Математический конструктор» (Рисунок 22). Исследование также предполагает работу учащихся в интернет-сообществе «Глобальная школьная лаборатория», где был размещен проект (Рисунок 23) [27].

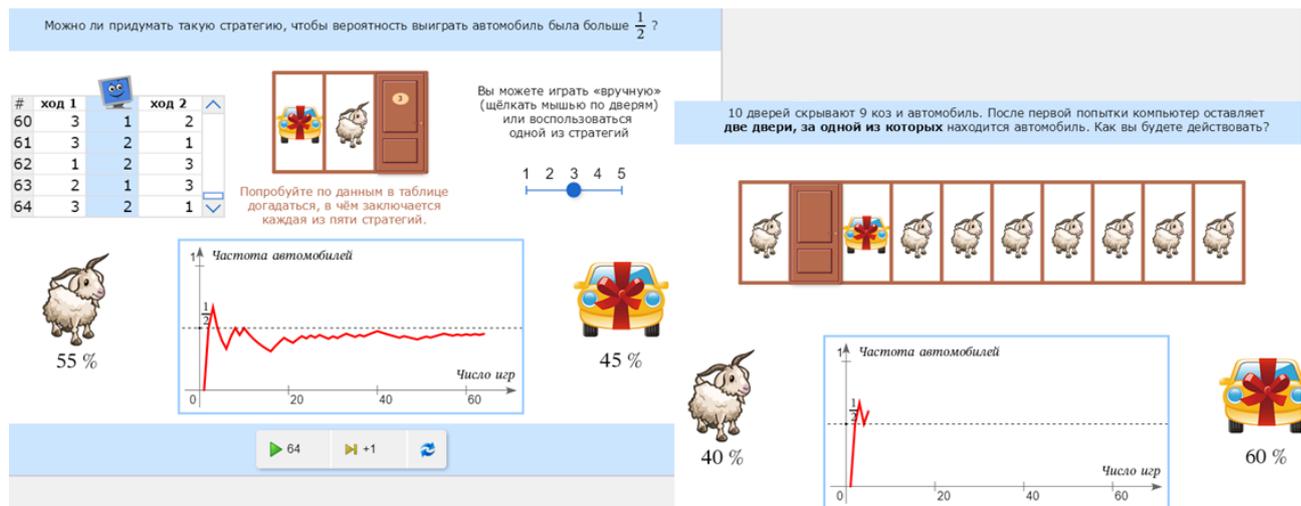


Рисунок 22. Моделирование парадокса Монти Холла

globallab®
Глобальная школьная лаборатория

ИДЕИ ПРОЕКТЫ КУРСЫ СООБЩЕСТВО НОВОСТИ УЧАСТНИКУ МАГАЗИН

Русский

Изучение парадокса Монти Холла

Играли ли Вы когда-нибудь в игру с угадыванием верной двери, за которой вас будет ждать приз?

Проект нравится 6 участникам

Парадокс Монти Холла - это исследование одной из известнейших задач теории вероятностей, которая служила основой для создания американского телешоу «Let's Make a Deal».

Рисунок 23. Глобальная школьная лаборатория парадокс Монти Холла

Для закрепления умений находить оптимальную стратегию за счет сравнения шансов предусматривается выполнение вероятностной игры «До трёх решек» с целью демонстрации противоречивости решений отдельных задач. По результатам прохождения игры учащиеся знакомятся с вычислением шансов в случаях с бесконечным количеством исходов, исследуют парадокс нетранзитивности, осуществляют выбор комбинаций, способствующих выигрышу, строят на их основе граф (орёл – орёл – орёл (000), орёл – орёл – решка (001), орёл – решка – решка (011) и т.д. (Рисунок 24)).

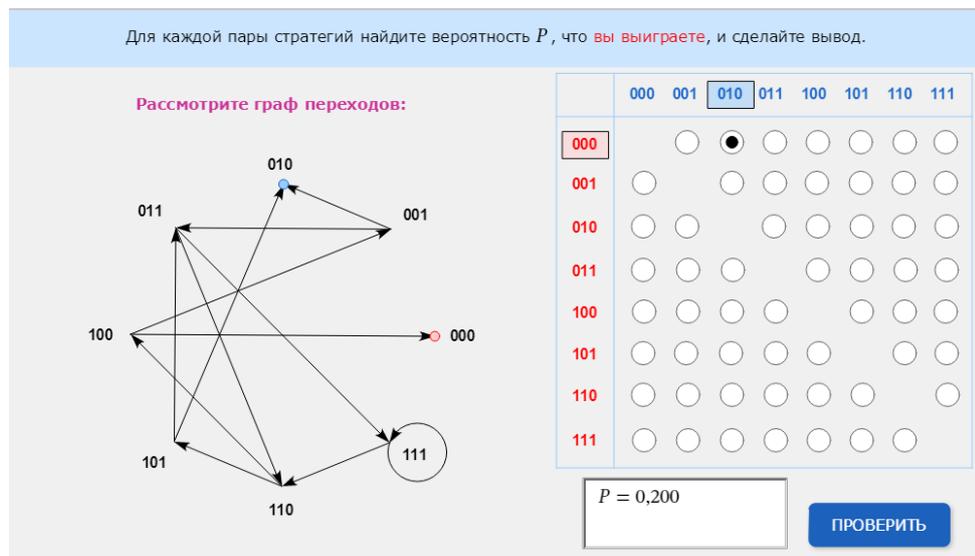


Рисунок 24. Вероятностная игра «До трёх решек»

Рассмотрение представленных парадоксов способствует закреплению умений вычислять вероятности по классическому, статистическому, геометрическому определениям, развитию представлений старшеклассников о связи частоты и вероятности.

Таким образом, исследовательский проект направлен на вовлечение учащихся в активную познавательную деятельность, способствует осознанию на более высоком уровне математических законов, проблем и парадоксов. В процессе решения задач, учащиеся используют конструктивный подход, который содействует организации продуктивной творческой деятельности. По результатам проекта старшеклассники должны дать объяснение парадоксам.

Для укрепления базовых знаний, учащимся предлагаются разные задачи. Например:

Проводилось исследование влияния курения на риск развития артериальной гипертонии. Были сформированы две группы исследуемых — в первую вошли 9800 человек, ежедневно выкуривающих не менее 1 пачки сигарет, во вторую — 10080 некурящих, такого же возраста. После 2 лет наблюдений было зафиксировано, что в первой группе у 8060 человек наблюдается повышенное артериальное давление, а во второй — у 7320 человек. Случайно выбранный из группы человек страдает артериальной гипертонией. Установите, он относится к группе курящих или некурящих?

Решение задачи целесообразно начать с определения случайного события: A - {случайно выбранный из группы человек имеет повышенное артериальное давление}. Далее установить, к какой группе относится человек. Выдвигаются соответствующие гипотезы: B_1 - {выбранный человек относится к группе курящих}, B_2 - {выбранный человек относится к группе некурящих}.

После этого учащимся необходимо вычислить вероятности, определить вид вероятности, используя соответствующие формулы или теоремы для нахождения решения: $P(B_1) = \frac{9800}{19880} \approx 0,49$, $P(B_2) = \frac{10080}{19880} \approx 0,51$. Вероятность того, что случайно выбранный человек, страдающий артериальной гипертонией, принадлежит либо первой, либо второй группе, есть условная вероятность. Соответственно, $P(A/B_1) = \frac{8060}{9800} \approx 0,82$. $P(A/B_2) = \frac{7320}{10080} \approx 0,73$.

Следовательно, искомую вероятность (либо $P(B_1/A)$, либо $P(B_2/A)$) на основе полученных данных можно вычислить, воспользовавшись формулой Байеса:

$$P(B_1/A) = \frac{0,49 \cdot 0,82}{0,49 \cdot 0,82 + 0,51 \cdot 0,73} \approx 0,53; P(B_2/A) = \frac{0,51 \cdot 0,73}{0,49 \cdot 0,82 + 0,51 \cdot 0,73} \approx 0,47.$$

Таким образом, $P(B_1/A) > P(B_2/A)$, то можно заключить, что случайно выбранный человек, страдающий артериальной гипертонией, является курящим.

В процессе решения подобных проблемных задач совершенствуется

контроль мыслительной деятельности учащихся, осуществляется направление на последующее развитие и обучение. Укрепление базовых знаний и работа с массовыми данными способствуют развитию умений принимать решения на основе обработанных результатов.

При исследовании случайных событий следует обратить внимание учащихся на особенности проведения опытов. Основной характеристикой таких понятий, как «эксперимент», «испытание», «опыт», является их произвольная повторяемость в идентичных условиях. Можно сказать, что это модельное предположение. Соответственно, моделирование есть повторное, даже многократное воспроизведение стохастической ситуации в более простых условиях. Акцентируя внимание старшеклассников на процессах, которые могут быть реализованы с помощью колес фортуны, кнопок, корзин и т.д., происходит развитие вероятностных представлений в школьной практике. Работа учащихся с «реальными» экспериментами является одной из особенностей обучения стохастике в 10-11 классах.

При рассмотрении отдельных тем элективного курса учащиеся выполняют лабораторные работы, ориентированные на закрепление и углубление пройденного учебного материала с помощью компьютерного эксперимента.

Например, первая лабораторная работа на тему: «Эксперименты со случайными исходами» предусматривает обобщение и систематизацию знаний по данной теме. Оборудованием служит персональный компьютер с доступом в Интернет для работы в программной цифровой среде «Математический конструктор». При выполнении лабораторной работы учащимся необходимо выдвинуть гипотезу (одно или несколько обоснованных предположений об ожидаемом результате эксперимента), соотнести полученные исходы в процессе моделирования с реальными исходами, создать таблицу и записать результаты моделирования, оценить результаты эксперимента.

Ход работы предусматривает проведение следующих опытов.

- Опыт с подбрасыванием несимметричной кнопки.

Цель: закрепление понятия относительной частоты и статистического

определения вероятности, развитие умения вычислять вероятность по статистическому определению.

Содержание опыта: подбрасывается всего одна кнопка. Предлагается понаблюдать за приближением частот ω_0 и ω_1 к соответствующим вероятностям и измерить вероятности исходов в опыте (Рисунок 25).

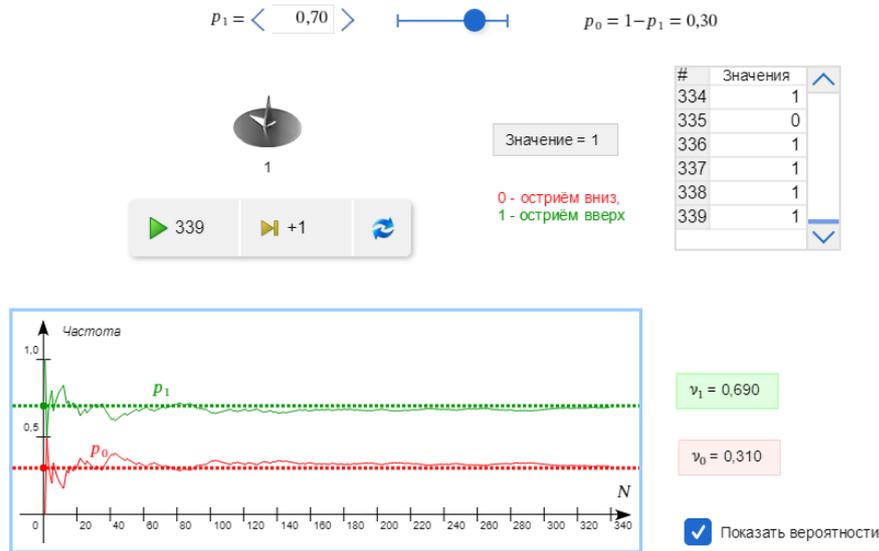


Рисунок 25. Опыт с подбрасыванием несимметричной кнопки

- Опыт с рулеткой для наблюдения за изменчивостью частот и их стабилизацией при увеличении числа исходов.

Цель: закрепление умения вычислять вероятность по классическому определению, развитие представлений о связи частоты и вероятности.

Содержание опыта: рассмотрение поведения рулетки как эксперимента с выбором случайной точки на окружности за равенства её секторов (геометрический подход к определению вероятности). Выпадение любого из N одинаковых секторов равновозможно и равно $\frac{1}{N}$, тогда вероятности всех остальных событий будут найдены в соответствии с классическим подходом к определению вероятности (Рисунок 26).

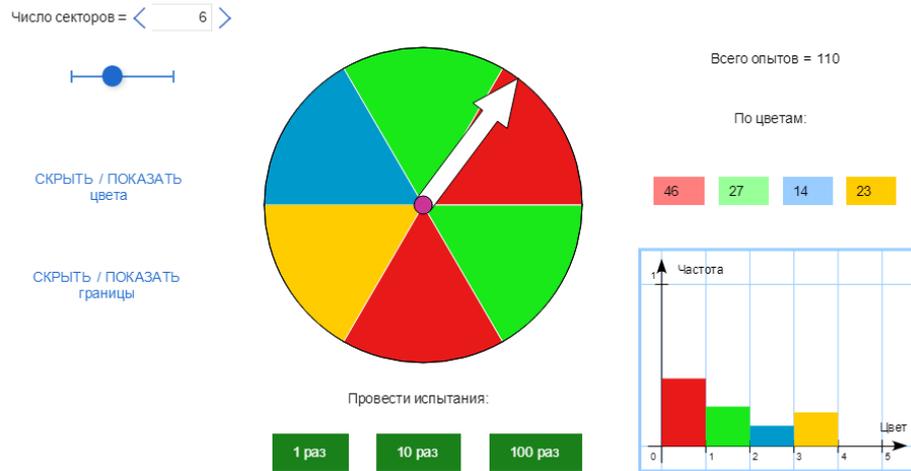


Рисунок 26. Опыт с рулеткой

- Опыт Бюффона по определению числа π и его обобщения.

Цель: закрепление умения вычислять вероятность по геометрическому определению, развитие представлений о связи частоты и вероятности.

Содержание опыта: на разделенный параллельными прямыми лист бросается игла. Если длина иглы L меньше расстояния между линейками d , то вероятность искомого события равна: $p = \frac{2L}{\pi d}$. Проводя этот опыт многократно и заменяя вероятность p частотой ω , можно получить приближённое значение π : $\pi = \frac{2L}{\omega d}$ (Рисунок 27).

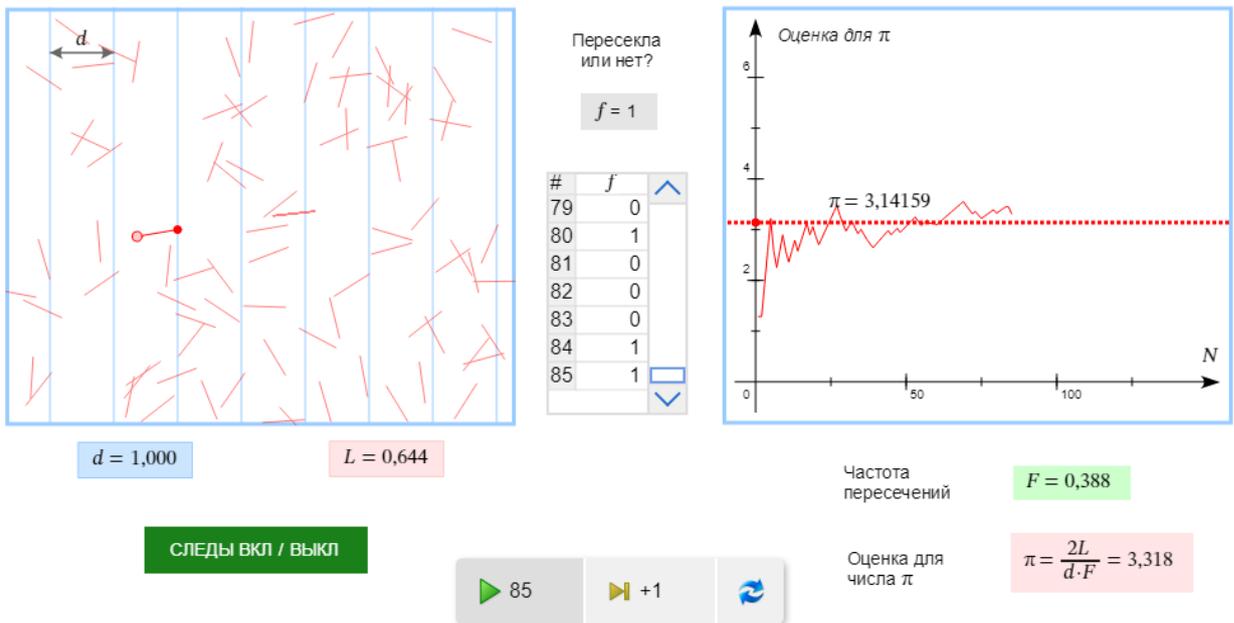


Рисунок 27. Опыт Бюффона и его многократное воспроизведение

Итог лабораторной работы: сравнение результатов проведенных опытов, анализ полученных результатов.

Для закрепления темы «Случайные события», развития комбинаторных навыков, укрепления умений вычислять вероятность по классическому определению, подготовки учащихся к изучению темы «Случайные величины и закон распределения» предлагается следующий кейс.

Турист прибыл в Барсенону, город он не знает. Турист находится в пункте А и намеревается пешком добраться до гостиницы, расположенной в пункте В города. Карту города он потерял, по указателям ориентироваться не может (не знает языка), смартфон разрядился. Для знакомства с городом маршрут прогулки туристу неважен, и он придумал – пусть случай всякий раз определяет, какое ему выбрать направление и сколько пройти кварталов в избранном направлении прежде, чем снова изменить его. На автобусной остановке он взял газету, выбрал страницу, на которой была таблица с номерами выигравших лотерейных билетов (Таблица 2).

№ серий	№ билетов	Сумма выигрыша	№ серий	№ билетов	Сумма выигрыша
30854	18812	45 €	31019	110342	25 €
30804	05445	25 €	31020	200329	20 €
30843	09176	10 €	31026	060960	25 €
30863	19126	4 €	31030	199821	5 €
30878	13586	12 €	31031	115726	50 €
30881	16731	25 €	31033	200392	20 €
30899	00494	4 €	31045	026178	10 €
30910	02609	75 €	31047	101905	20 €
30945	17115	4 €	31068	178238	5 €
30967	04273	100 €	31069	107836	12 €
30970	14582	45 €	31070	096172	50 €
31001	07205	1 €	31072	147705	100 €
31013	17944	50 €	31019	110225	25 €

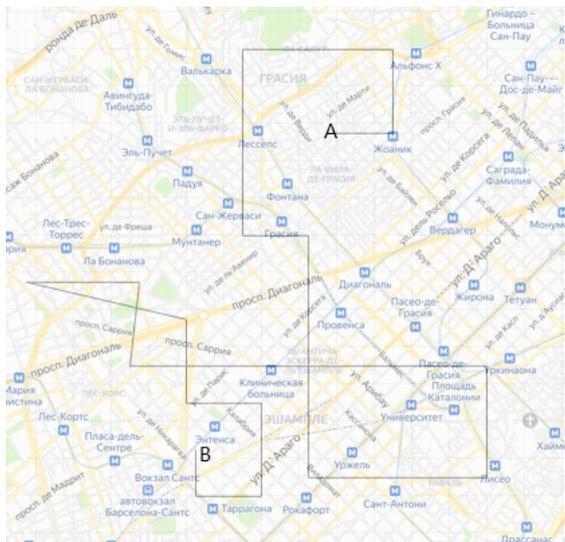
Таблица 2. Номера выигравших билетов

Турист наудачу выбирает часть таблицы, в номере лотерейного билета отбирает две последние цифры и рассматривает их как пару случайных чисел. Четное значение суммы первого числа из номера билета направит туриста на

восток, нечетное значение – на запад. Аналогично четное значение суммы второго числа из номера билета — на север, нечетное — на юг. Туристу необходимо попасть в гостиницу (пункт В).

Для работы над кейсом учащиеся разделяются на подгруппы, им необходимо выполнить следующие задания:

1. Построить возможный маршрут движения туриста. На карте города отметить точки А (начальный момент движения) и В (конечный пункт). Выбрать набор случайных чисел (Таблица 2). Построить маршрут прогулки туриста по городу или «код» случайной маршрутной линии. Например, одна подгруппа учащихся работает с набором чисел: (7; 9), (1;2), (6; 6), (9; 9), (1; 5), (2; 6), (9; 1), (7; 8), (3; 1), (9; 6); другая – (2; 4), (4;5), (1;5), (4; 4), (4; 5), (3; 1), (5;



4), (2; 3), (5; 5), (4; 1) и т.д. Установить: а) турист не придёт в гостиницу по полученному маршруту; б) турист окажется в любом из соседних с гостиницей кварталов - оттуда сможет найти дорогу; в) маршрут (Рисунок 28) случайно приведет туриста к цели и окажется не очень затяжным, но и не самым коротким.

Рисунок 28. Возможный маршрут из А в В

2. Вычислить вероятность прибытия в гостиницу туриста по проложенному маршруту, рассмотрев модель программной среды «Математический конструктор» – «Случайное блуждание на плоскости» и выполнив моделирование хаотичного движения по плоскости (Рисунок 29).

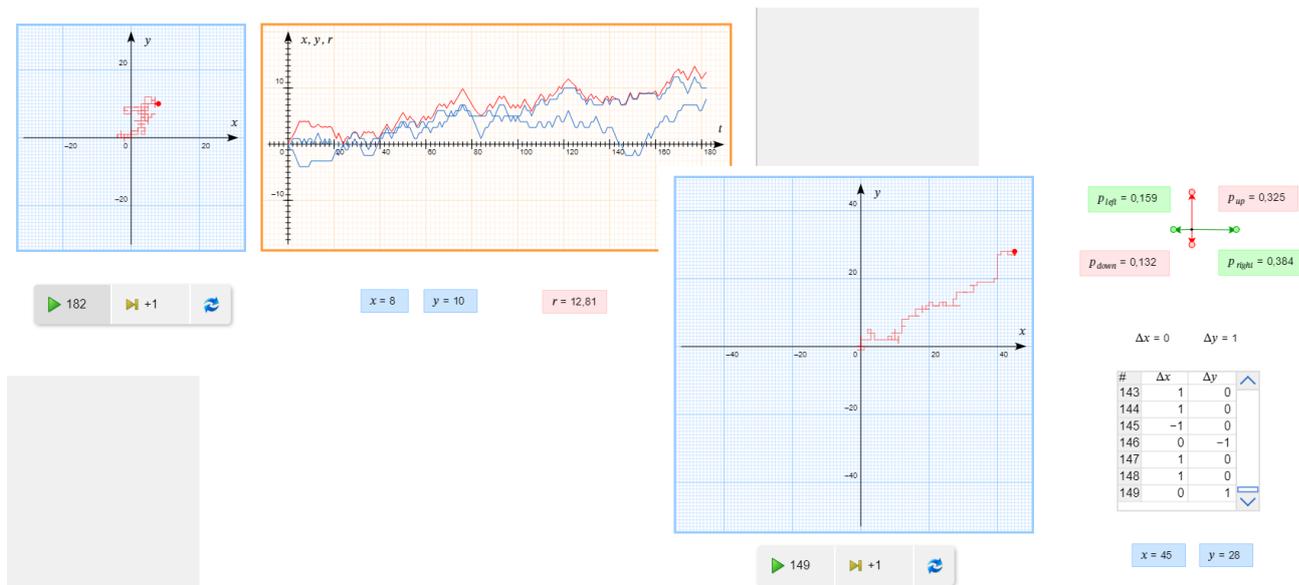


Рисунок 29. Модель случайного блуждания на плоскости

3. Исследовать броуновское движение частиц, опыт Перрена (блуждание частицы гуммигута в воде). Рассмотреть области применения случайных чисел и оценить их роль в повседневной жизни.

4. Изучить случайное блуждание частиц на прямой, применение треугольника Паскаля к подсчету числа траекторий случайного блуждания, исследовать модель доски Гальтона (Рисунок 30).

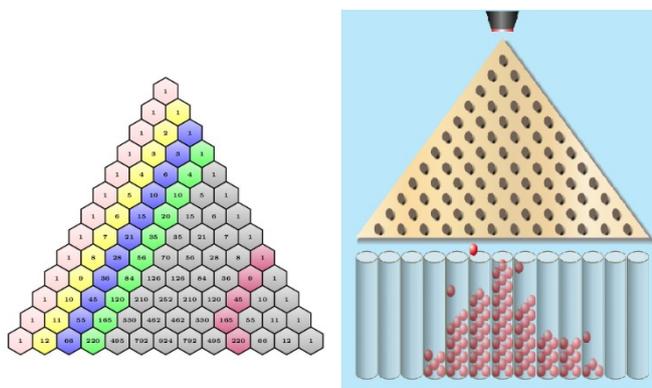


Рисунок 30. Треугольник Паскаля и модель доски Гальтона

5. Каждой подгруппе подготовить сообщение о результатах выполнения кейса, провести обсуждение результатов.

6. Подвести итоги кейса.

Данный кейс позволяет активизировать уникальный потенциал взаимодействия таких научных дисциплин, как физика, химия, биология, синтез результатов которых приводит к комплексному исследованию

случайных чисел, составляющих основу случайных величин. Выполнение кейса способствует развитию критичности мышления, совершенствованию конструктивных умений, позволяет воспитывать ответственность, честность у учащихся, выстраивать логичность, четкость и аргументированность высказывания. Результаты, полученные в ходе кейса, помогают старшеклассникам переосмыслить учебный материал, открыть для себя что-то новое, взглянуть на исследуемую проблему с различных точек зрения.

По желанию учащимся предлагается подготовить исследовательский проект на тему: «Фракталы – ключ к пониманию закономерностей хаоса и случайностей».

Задачи проекта: актуализация понятий «случайность» и «стохастичность»; знакомство с фракталами; рассмотрение примеров фракталов в жизни: кораллы, морские раковины, цветы и растения (брокколи, капуста), кровеносная система и бронхи людей и животных, береговые линии, горные хребты, снежинки, морозные узоры на оконных стёклах, кристаллы; установление закономерностей, случайной изменчивости; исследование таких фракталов, как снежинка Коха, пятиугольник Дюрера, салфетка Серпинского, кривая Дракона, ковер Серпинского; рассмотрение практического применения фракталов (в литературе, в медицине, в архитектуре, в дизайне и т.д.).

Информационные технологии, применяемые при обучении, позволяют моделировать случайные эксперименты, воспринимать вероятностный характер наблюдаемых объектов. Такая экспериментальная работа учащихся способствует развитию мыслительных операций (абстрагирование, сравнение, конкретизация, анализ, синтез, обобщение и т.д.) и укреплению вероятностной интуиции.

Рассмотренные выше методы и средства обучения позволяют добиться результативности учебного процесса, оптимизации процесса интеграции знаний из конкретной предметной области в целое, положительно влияют на развитие когнитивной и рефлексивной сфер личности учащихся, повышают их активность и самостоятельность в познавательно-преобразующей деятельности.

Таким образом, на реализующем этапе старшеклассники приобретают опыт исследовательской и проблемно-творческой деятельности, осуществляется более качественное усвоение учебного материала.

Этап считается завершенным, если учащиеся научились переводить проблемную ситуацию в вероятностную модель, «прорабатывать» её с использованием методов теории вероятности, интерпретировать результаты и проверять их применимость в жизни, выражают готовность самостоятельно разрешать реальные стохастические ситуации.

Четвертый этап – оценочно-коррекционный направлен на осмысление и оценивание реализованной деятельности, организацию контрольно-диагностической и коррекционной деятельности.

На данном этапе выполняется проверка степени освоенности стохастических знаний, умений и навыков по изученному разделу, оценка полученных и запланированных результатов деятельности, анализ эффективности мировоззренчески направленного обучения стохастике, определяется степень выраженности мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников в соответствии с мотивационно-ценностным, когнитивным и деятельностным критериями. Выявляются вопросы, вызвавшие наибольшие затруднения у учащихся, теоретические факты, способствовавшие исследованию особенностей случайных событий, что в процессе обучения было удачным, а что, наоборот, мешало в работе.

Механизмом для определения успеваемости учащихся служит накопительная система учета результатов контроля. Для оценки результатов учебной деятельности учащихся (углубленного обучения), для мотивационно-ценностного критерия разработаны опросы, анкеты в Google Формах (Приложение 3, Приложение 4), для когнитивного критерия – контрольные работы, лабораторные работы, тестовые работы и т.д., для деятельностного критерия – проблемные задания, кейс-задания, исследовательские проекты.

Комплексное применение традиционных и цифровых средств и методов контроля способствует успешности измерения результатов образовательной деятельности.

Оценка исследовательских и проектных работ, кейс-заданий производится по следующим параметрам: логика изложения работы (от 0 до 3 баллов), стратегия в решении проблемы исследования (от 0 до 5 баллов), качество наглядных материалов (презентации) (от 0 до 3 баллов), качество аргументации при ответах на вопросы (от 0 до 3 баллов). Шкала оценок имеет вид: от 0 до 3 баллов – оценка «неудовлетворительно», от 4 до 7 баллов – оценка «удовлетворительно», от 8 до 11 баллов – оценка «хорошо», от 12 до 14 баллов – оценка «отлично». Защита исследований, проектов, кейсов позволяет добиться осознанности в учебной деятельности. При несоответствии ожидаемых и выявленных результатов предусматривается коррекция отдельных частей элективного курса или методики изложения учебного материала в зависимости от профиля обучения.

Этап считается завершенным, если были достигнуты запланированные результаты учебной деятельности, прослеживается динамика в развитии мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников.

Реализация целостности мотивационных, ценностных и когнитивных установок при изучении раздела «1. Случайные события. Вероятности» была достигнута за счет последовательной работы с предложенными этапами формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении стохастике. Усиление научной и практической направленности обучения, представленное в специально разработанных материалах, способствовало достижению цели исследования.

2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы по формированию стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации образования

Опытно-экспериментальная работа по формированию стохастического мировоззрения учащихся 10-11 классов в условиях цифровизации математического образования началась в 2018 году. Целью опытно-экспериментальной работы явилась проверка исследовательской гипотезы, состоящей в том, что если обучение элементам стохастики в средней общеобразовательной школе будет осуществляться согласно разработанному мировоззренчески значимому учебному материалу, сопровождающемуся поддержкой специально подобранных цифровых технологий, и в соответствии с основными этапами формирования мировоззрения при обучении математике, то это позволит повысить уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников.

Для эмпирического подтверждения выдвинутой гипотезы и теоретических результатов выполнялась проверка эффективности педагогических воздействий (содержания, методов, средств учебной работы) на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников с помощью специально разработанных материалов.

Опытно-экспериментальная работа проходила в несколько этапов. Первый этап – констатирующий (2018 – 2019 г.г.). Второй этап – формирующий (2019 – 2020 г.г.). Третий этап – обучающий и контролирующий (2020 – 2021 г.г.).

1. Констатирующий этап – установление объекта и предмета исследования, определение цели и задач исследования, анализ специфики стохастического мировоззрения учащихся 10-11 классов в системе философских и психолого-педагогических категорий.

На данном этапе работы применялись такие методы исследования, как теоретический и эмпирический, которые включают в себя изучение философской, психолого-педагогической, методической, научной и

специальной литературы по теме исследования; анализ стандартов, учебных планов и рабочих программ по математике; беседы с учителями, опрос учащихся; изучение школьной документации; теоретическое обобщение полученных результатов.

Для выявления отношения к стохастике был проведен опрос 56 старшеклассников (Приложение 3), результаты которого представлены ниже (Таблица 3, Диаграмма 1).

№	Правильно выполнено	Неточность в решении	Неправильно выполнено
1	33%	26%	41%
2	8%	76%	16%
3	92%	3%	5%
4	60%	18%	22%
5	32%	49%	19%
6	89%	0%	11%
7	6%	14%	80%
8	74%	10%	16%
9	25%	34%	41%
10	58%	19%	23%
11	33%	38%	29%
12	12%	34%	54%

Таблица 3. Результаты опроса учащихся

Анализ результатов опроса показал, что учащиеся принимают важность стохастики и осознают её ценность относительно целого ряда событий. Однако уровень сформированности стохастических понятий – средний. Это связано с частичным отсутствием у школьников базовых вероятностных представлений, а также неумением применять вероятностно-статистические методы к конкретным задачам. С учетом того, что обучение в школе осуществляется по детерминированным законам, учащимся непросто интерпретировать случайности и выявлять их закономерности, используя математический аппарат. Наиболее распространённой ошибкой старшеклассников при вычислении вероятностей являются предположения, возникающие на основе первичной интуиции, которые необходимо учитывать при работе со случайными событиями. Для разъяснения заданий подобного типа полезным

выступает обогащение опыта работы со стохастическими ситуациями в форме экспериментов.



Диаграмма 1. Результаты опроса учащихся

У учащихся наибольшее количество вопросов возникло при проверке первого, седьмого и одиннадцатого заданий. По результатам первого задания можно констатировать смещение понятия «случайные события» в бытовом смысле и в случайном эксперименте. События они рассматривают сами по себе, соответственно, те плохо поддаются математическому описанию. Седьмое задание оказалось для учащихся противоречивым. Размышлять о непредсказуемости наступления события полезно, однако случайный эксперимент состоит из тех и только тех элементарных событий, которые могут в нем произойти. В одиннадцатом задании необходимо было распределить задачи по степени их сложности. Наиболее сложными были выбраны задания №1 и №2. Объяснением стал ответ, что для задачи №1 не смогли выбрать подходящую формулу, а в задаче №2 учащиеся забыли формулу нахождения размаха ряда.

Полученные результаты свидетельствуют о необходимости усиления мировоззренческой направленности обучения стохастике в 10-11 классах за счет специально подобранных задач, а также целесообразности закрепления

знаний, умений и навыков при использовании проблемно-ориентированного метода обучения и организации исследовательской деятельности.

В рамках проведения Всероссийского Открытого математического турнира с международным участием для учащихся 9-11-х классов в дистанционной форме кафедрой математики и методики её преподавания на базе ФГБОУ ВО «Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина» нами были разработаны конкурсные задания модуля «Теория вероятностей». Всего было разработано 14 конкурсных заданий в форме тестов для отборочного этапа турнира и 4 задания с проверкой решения для заключительного этапа. Задания были подготовлены в 4-х вариантах для каждой из 3-х категорий участников турнира (9, 10, 11 класс). Все задания делились на 4 модуля: алгебра и начала анализа, геометрия, теория вероятностей и финансовая математика. По результатам проверки работ отборочного этапа было установлено, что среди 99 старшеклассников (выборка состояла только из учащихся 10 и 11 классов) успешно справились с заданиями данного модуля только 23%. Среди работ, прошедших на заключительный этап турнира, только 8% учащихся верно смогли выполнить предложенные им задания. Приведенные данные свидетельствуют о невысоком уровне качества знаний старшеклассников в области стохастики. По нашему мнению, причина такой ситуации кроется в недостаточном опыте работы учащихся со стохастическими задачами, а, следовательно, и их непонимании.

На формирующем этапе опытно-экспериментальной работы были решены следующие задачи: определены этапы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении математике, установлены критерии и уровни сформированности стохастического мировоззрения, разработан элективный курс «Знакомство с миром случайностей», проведена диагностика ценностных ориентаций и интереса к стохастике у учащихся.

На данном этапе использовались такие методы исследования, как эмпирический и статистический, которые включают в себя отбор контрольной и экспериментальной групп, анкетирования, тестирования, применение

непараметрического метода статистической обработки данных (критерия знаков).

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе МБОУ «Гимназия №11 г. Ельца», МБОУ «Лицей №5 г. Ельца». Были выбраны учащиеся 10 и 11 классов физико-математического профиля. Экспериментальная группа состояла из 52 человек, а контрольная группа – из 68 человек. Учащиеся, проходившие обучение в соответствии с разработанной методикой формирования стохастического мировоззрения, составили основу экспериментальной группы (ЭГ). Учащиеся, которые традиционно изучали стохастику, составили контрольную группу (КГ).

Для измерения ценностных ориентаций старшеклассников, определяющих содержательную сторону направленности личности, его отношения к окружающему миру как основы мировоззрения, использовалась методика М. Рокича, основанная на прямом ранжировании списка ценностей. Были получены следующие результаты (Таблица 4).

Ранг ценностных ориентаций	Результативность
Учащиеся 10 класса (экспериментальная группа – выборка 27 чел.)	$R_s = 1 \cdot \frac{6 \cdot \sum_{-L=1}^n D^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 0,43$ – умеренная связь (средний уровень)
Учащиеся 11 класса (экспериментальная группа – выборка 25 чел.)	$R_s = 1 \cdot \frac{6 \cdot \sum_{-L=1}^n D^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 0,56$ – значительная связь (высокий уровень)
Учащиеся 10 классов (контрольная группа – выборка 43 чел.)	$R_s = 1 \cdot \frac{6 \cdot \sum_{-L=1}^n D^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 0,38$ – умеренная связь (средний уровень)
Учащиеся 11 класса (контрольная группа – выборка 25 чел.)	$R_s = 1 \cdot \frac{6 \cdot \sum_{-L=1}^n D^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 0,41$ – умеренная связь (средний уровень)

Таблица 4. Результаты измерений по методике М. Рокича

Анализ полученных в процессе диагностики данных позволил констатировать, что у учащихся ЭГ под влиянием оказываемого педагогического воздействия наблюдается положительная динамика изменений ценностных ориентаций в учебно-познавательной деятельности при изучении

стохастики. Было установлено, что многие учащиеся осознают знание элементов теории вероятностей как ценность, а стохастику в целом воспринимают как эффективный метод познания окружающего мира и отдельных его составляющих.

Для определения степени выраженности интереса к стохастике в процессе реализации методики обучения, направленной на формирование стохастического мировоззрения, проводилось анкетирование старшеклассников (Приложение 4).

Результаты анкетирования школьников были распределены по двум группам: «стохастика важна», «стохастика неважна». Было опрошено 52 старшеклассника, с которыми проводилось изучение элективного курса. Данные измерялись по шкале порядка (двухбалльной шкале), развернутые ответы учащихся помогли лучше понять смысл, который они в них вложили. Для выявления тенденции изменения мнения учащихся использовался знаковый критерий [42], [131].

В условиях работы с выбранным критерием: знак «+» ставился на полученный ответ: «интерес к стохастике возрос», знак «-» – «интерес к стохастике уменьшился» и «0» – «интерес к стохастике не изменился».

Нулевая гипотеза H_0 сформулирована следующим образом: $H_0 = \{ \text{в течение изучения мировоззренчески значимого материала элективного курса мнение старшеклассников о стохастике не изменится} \}$, альтернативная гипотеза: $H_1 = \{ \text{в течение изучения мировоззренчески значимого материала элективного курса мнение старшеклассников о стохастике изменится} \}$.

В соответствии с методикой обработки результатов, полученных в ходе опытно-экспериментальной работы, по данному критерию была получена следующая таблица (Таблица 5):

Мнение учащихся	Знак сдвига	Число сдвигов
«интерес к стохастике возрос»	+	33
«интерес к стохастике уменьшился»	-	7

«интерес к стохастике не изменился»	0	12
-------------------------------------	---	----

Таблица 5. Обработка результатов по критерию знаков

Эмпирическое значение статистики критерия $G_{эмп}$ равно числу нетипичных сдвигов (сумме сдвигов, получивших наименьшее значение): $G_{эмп} = 7$ (Таблица 5).

В связи с тем, что количество типичных сдвигов (сумма сдвигов, получивших наибольшее значение) преобладает, то альтернативная гипотеза H_1 преобразуется: $H_1 = \{\text{мнение старшеклассников о стохастике изменится в положительную сторону}\}$.

Найдем число типичных сдвигов $G_{кр}$ по таблице значений критерия знаков [42, с. 290], при $k = 33$ и $\alpha = 0,05$: $G_{кр}(0,05) = 11$.

Так как $G_{эмп} < G_{кр}$ ($7 < 11$), то гипотеза H_0 отклоняется на уровне значимости $\alpha = 0,05$, принимается альтернативная гипотеза H_1 . Таким образом, можно утверждать, что в течение изучения мировоззренчески значимого материала элективного курса интерес старшеклассников к стохастике возрос.

Развитие интереса к стохастике в процессе обучения осуществлялось с помощью новизны и занимательности учебного материала, а также стимулов личной значимости. Организация такого обучения, при котором активно задействовались мотивационные процессы, показала успешность учебного процесса.

Результаты формирующего этапа опытно-экспериментальной работы позволили перейти к следующим этапам.

На обучающем и контролирующем этапе опытно-экспериментальной работы были решены следующие задачи: исследовано влияние разработанной методики обучения стохастике на развитие мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников, проведена оценка эффективности мировоззренчески направленного обучения стохастике, определен уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников.

На данном этапе использовались такие методы исследования, как эмпирический и статистический, которые включают в себя анкетирование, оценка результатов контрольных, лабораторных, исследовательских, проектных работ, кейс-заданий, применение непараметрических методов статистической обработки данных (критерий Макнамары, критерий углового преобразования Фишера).

Для исследования характера влияния разработанной методики обучения стохастике на развитие мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников был использован двукратный итоговый опрос.

Дважды были опрошены 52 школьника, изучавших элективный курс. Результаты опроса были распределены по двум группам: «важен», «неважен». Полученные двукратные измерения представляют измерения по шкале порядка. В связи с этим был применен критерий Макнамары для определения тенденции изменения мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников относительно пройденного курса [42], [131].

В соответствии с условиями критерия: знак «+» ставился паре вида: курс неважен (результат первого опроса), курс важен (результат второго опроса); знак «-» – паре вида: курс важен (результат первого опроса), курс неважен (результат второго опроса) и «0» – в оставшихся случаях.

Нулевая гипотеза имеет вид: $H_0 = \{ \text{в течение изучения элективного курса не произошло изменений в развитии мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников} \}$. Альтернативная гипотеза: $H_1 = \{ \text{в течение изучения элективного курса произошли изменения в развитии мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников} \}$.

В соответствии с методикой обработки результатов по данному критерию получим следующую таблицу (Таблица 6):

		Второй опрос		Сумма
		важен	неважен	
Первый опрос	важен	A – 30	B – 1	31
	неважен	C – 9	D – 12	21
	Сумма	39	13	52

Таблица 6. *Обработка результатов по критерию Макнамары*

Так как сумма $(B+C) = 10 < 20$, то расчет критерия Макнамары произведет для случая суммы пар результатов меньших 20.

Наименьшая величина из величин B и C или $m = \min(B, C) = 1$.

По статистической таблице найдем $M_{эмп}$: $M_{эмп} = 0,011$. Для уровня значимости $\alpha = 0,05$ $M_{кр}$ принимает значение 0.025 или $M_{кр} = 0,025$.

Получаем, $M_{эмп} < M_{кр}$ ($0,011 < 0,025$), следовательно, гипотеза H_0 отклоняется на уровне значимости $\alpha = 0,05$, принимается альтернативная гипотеза H_1 .

Результаты свидетельствуют о том, что в течение изучения элективного курса прослеживаются изменения в развитии мировоззренческих ориентиров и качеств старшеклассников. Следовательно, прослеживается эффективность мировоззренчески направленного обучения стохастике и результативность образовательного процесса.

Определить уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников можно за счет создания определенных педагогических ситуаций, позволяющих проявиться мировоззренческим качествам старшеклассников в учебном процессе. Количественное оценивание уровней развития, выявление признаков и качеств личности учащегося, трансформирующихся в процессе обучения, – важный показатель педагогических измерений. Оценка качества успеваемости способствует установлению уровня сформированности стохастического мировоззрения. Достичь высоких результатов можно за счет:

- 1) правильного комбинирования методов и средств обучения;
- 2) выявления внутрипредметных и межпредметных связей стохастики;
- 3) решения проблемных, исследовательских и кейс заданий.

К факторам, отвечающим за успешность методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников, отнесены устойчивый интерес и мотивация, глубокие предметные знания по стохастике, реализация исследовательской и проблемно-творческой деятельности, самокоррекция деятельности, личностное самосовершенствование.

По результатам оценок тестирований, контрольных, лабораторных, исследовательских, проектных работ, кейс заданий, проводимых на заключительном этапе обучения, можно судить об уровне сформированности стохастического мировоззрения в соответствии с разработанными критериями: мотивационно-ценностным, когнитивным, деятельностным, показателями которых являются: выявление интереса и мотивации к изучению стохастики; развитие положительного отношения к стохастическому материалу; формирование ценностных ориентаций к стохастике в окружающем мире; глубина и прочность усвоения стохастических знаний; развитие мыслительных действий и операций; выявление межпредметных связей стохастики; организация смены деятельности учащихся на различных этапах познавательного процесса по усвоению элементов стохастики; развитие волевой регуляции; коррекция учащимися собственных действий и поступков.

Для проверки гипотезы о влиянии методики на уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников ЭГ в конце опытно-экспериментальной работы был использован критерий φ^* – углового преобразования Фишера. Нами была исследована динамика изменений основных показателей для каждого из критериев стохастического мировоззрения (мотивационно-ценностного, когнитивного, деятельностного), установлены значения порогового признака по группам: «есть эффект», «нет эффекта» в соответствии с уровнем его сформированности. Значения признака вычислялись как среднеарифметическое значений всех оценок.

В соответствии с методикой обработки результатов по данному критерию была получена таблица (Таблица 7).

Группа	«Эффекта нет»	«Эффект есть»	Всего
Мотивационно-ценностный критерий			
	от 0 до 3,7 (низкий) или от 3,7 до 4,5 (средний)	более 4,5 (высокий)	
КГ	53 (77,9 %)	15 (22,1 %)	68
ЭГ	28 (53,8 %)	24 (46,2 %)	52
Когнитивный критерий			
	от 0 до 20 (низкий) или от 20 до 32 (средний)	от 32 до 40 (высокий)	
КГ	57 (83,8 %)	11 (16,2 %)	68
ЭГ	33 (63,5 %)	19 (36,5 %)	52
Деятельностный критерий			
	от 0 до 10 (низкий) или от 10 до 16 (средний)	от 16 до 20 (высокий)	
КГ	58 (85,3 %)	10 (14,7 %)	68
ЭГ	32 (61,5 %)	20 (38,5 %)	52

Таблица 7. Обработка результатов по φ^* - критерию Фишера

Нулевые гипотезы для соответствующих трех критериев имеют вид:
 $H_{0(1)} = \{ \text{доля учащихся, набравших более 4,5 баллов в ЭГ, не больше, чем в КГ} \};$
 $H_{0(2)} = \{ \text{доля учащихся, набравших от 32 до 40 баллов в ЭГ, не больше, чем в КГ} \};$
 $H_{0(3)} = \{ \text{доля учащихся, набравших от 16 до 20 баллов в ЭГ, не больше, чем в КГ} \}.$

Альтернативные гипотезы имеют вид: $H_{1(1)} = \{ \text{доля учащихся, набравших более 4,5 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ} \};$ $H_{1(2)} = \{ \text{доля учащихся, набравших от 32 до 40 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ} \};$ $H_{1(3)} = \{ \text{доля учащихся, набравших от 16 до 20 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ} \}.$

Критические значения $\varphi_{кр}$ при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,01$ найдем по таблице значений: $\varphi_{кр}(0,05) = 1,64$ и $\varphi_{кр}(0,01) = 2,31$.

Эмпирическое значение $\varphi_{эмп}$ вычислим по формуле: $\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$.

Мотивационно-ценностный критерий: эмпирическое значение $\varphi_{эмп(1)}$

равно: $\varphi_{\text{эмп}(1)} = 2,801 \Rightarrow \varphi_{\text{эмп}(1)} > \varphi_{\text{кр}}$. Тогда на уровне значимости $\alpha = 0,01$ гипотеза $H_{0(1)}$ отклоняется, принимается гипотеза $H_{1(1)}$. Следовательно, доля учащихся, набравших более 4,5 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ.

Когнитивный критерий: эмпирическое значение $\varphi_{\text{эмп}(2)}$ равно:

$\varphi_{\text{эмп}(2)} = 2,546 \Rightarrow \varphi_{\text{эмп}(2)} > \varphi_{\text{кр}}$, соответственно, на уровне значимости $\alpha = 0,01$ гипотеза $H_{0(2)}$ отклоняется, принимается гипотеза $H_{1(2)}$. Значит, доля учащихся, набравших от 32 до 40 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ.

Деятельностный критерий: эмпирическое значение $\varphi_{\text{эмп}(3)}$ равно: $\varphi_{\text{эмп}(3)} = 2,996$ и $\varphi_{\text{эмп}(3)} > \varphi_{\text{кр}}$, то принимается гипотеза $H_{1(3)}$, гипотеза $H_{0(3)}$ отклоняется на уровне значимости $\alpha = 0,01$. Значит, доля учащихся, набравших от 16 до 20 баллов в ЭГ, больше, чем в КГ.

Видно, что по критериям сформированности стохастического мировоззрения (мотивационно-ценностному, когнитивному и деятельностному) эмпирическое значение превышает критическое значение $\varphi_{\text{эмп}} > \varphi_{\text{кр}}$. Вследствие этого наблюдается положительная динамика изменений показателей для каждого из критериев стохастического мировоззрения у учащихся ЭГ.

После обработки данных по критерию Фишера уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников ЭГ и КГ получили следующий вид (Диаграмма 2).

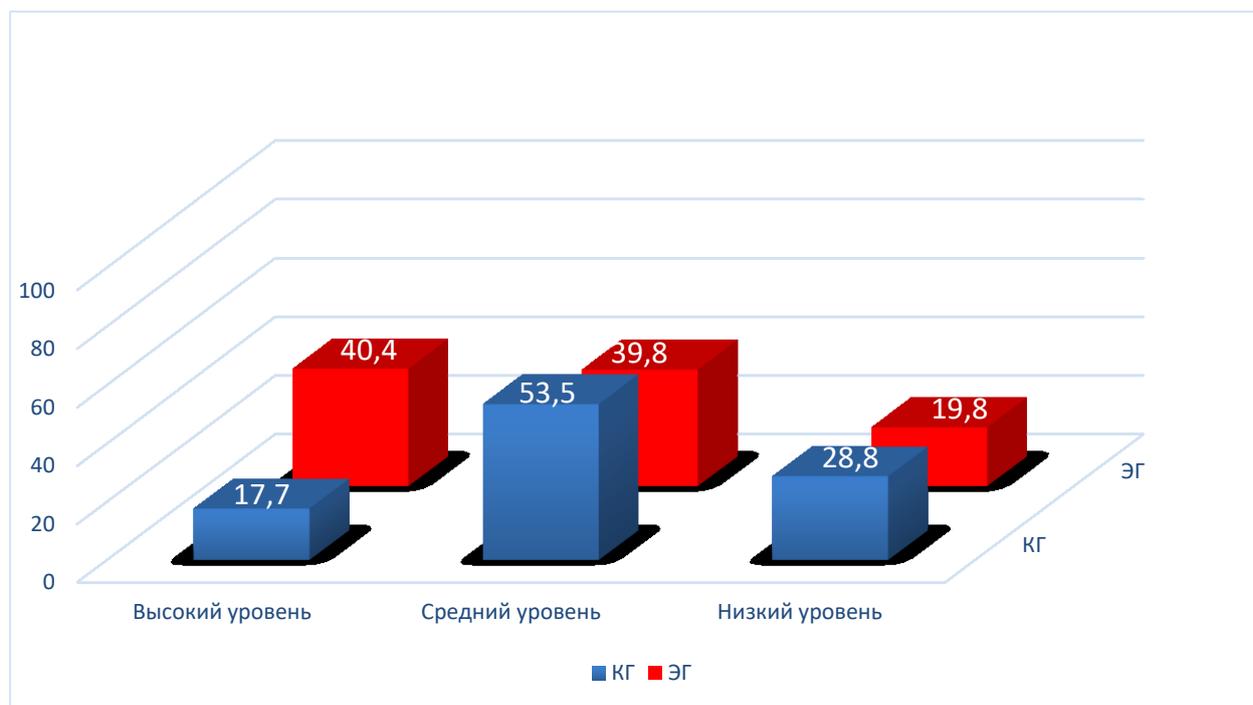


Диаграмма 2. Уровни сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников ЭГ и КГ

Качественный и количественный анализ результатов показал, что у учащихся ЭГ зафиксирован более высокий уровень сформированности стохастического мировоззрения по сравнению с учащимися КГ. Это говорит об успешности внедренной методики.

Таким образом, основываясь на результатах опытно-экспериментальной работы, можно утверждать, что разработанная методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования оказывает положительное воздействие.

Выводы по второй главе

Методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации образования состояла из выявления методических особенностей обучения стохастике и методики их реализации в соответствии с основными этапами формирования стохастического мировоззрения старшеклассников.

Был разработан элективный курс «Знакомство с миром случайностей»,

направленный на расширение стохастических знаний, укрепление межпредметных связей стохастики с естественнонаучными дисциплинами (физикой, химией, биологией и др.) и обуславливающий формирование на их основе ценностных ориентаций и взглядов старшеклассников к стохастической составляющей окружающего мира. При разработке курса особое внимание было обращено на мировоззренчески значимый материал. В связи с этим в содержании курса расставлены мировоззренческие акценты, для каждого раздела стохастики выявлены области применения её элементов в различных дисциплинах, представлен широкий набор практико-ориентированных и исследовательских задач, кейс-заданий, включающих интерактивную поддержку программной среды «Математический конструктор».

Реализация предлагаемой методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования прошла проверку в ходе опытно-экспериментальной работы по трем критериям: мотивационно-ценностному, когнитивному, деятельностному. Была установлена эффективность методики с помощью диагностических процедур, позволяющих отслеживать динамику изменений в когнитивной сфере учащихся, выявлены уровни сформированности стохастического мировоззрения.

Полученные во второй главе результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Предлагаемая методика позволяет формировать стохастическое мировоззрение старшеклассников, что подтверждается экспериментально. Разработанная методика, включающая поддержку и сопровождение цифровыми образовательными технологиями, способствует более качественному усвоению учащимися 10-11 классов стохастических знаний, овладению вероятностно-статистическими методами, положительным образом влияет на мотивацию и интерес к обучению, расширение научного кругозора, изменение отношения к стохастике.

2. За счет последовательной работы с этапами формирования стохастического мировоззрения старшеклассников при обучении математике достигается реализация целостности мотивационных, ценностных и когнитивных установок при изучении элективного курса «Знакомство с миром случайностей», оптимизация процесса интеграции знаний из конкретной предметной области в целое.

Заключение

Проведенное исследование было направлено на разработку и теоретическое обоснование методики формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования.

В работе обоснована и экспериментально подтверждена гипотеза исследования, заключающаяся в том, что если обучение элементам стохастики в средней общеобразовательной школе будет осуществляться согласно разработанному мировоззренчески значимому учебному материалу, сопровождающемуся поддержкой специально подобранных цифровых технологий и в соответствии с основными этапами формирования мировоззрения при обучении математике, то это позволит повысить уровень сформированности стохастического мировоззрения старшеклассников.

В ходе проведенного теоретического и экспериментального исследования поставленной научной проблемы в соответствии с целью и задачами получены следующие основные результаты:

1. Исследовано содержание и специфика стохастического мировоззрения старшеклассников. Вопрос формирования стохастического мировоззрения старшеклассников на сегодняшний день в условиях происходящих изменений, неопределенности и нестабильности приобретает характер объективной необходимости, приводит к повышению интереса к знаниям, науке и инновационным технологиям. Сформированное стохастическое мировоззрение позволит приблизить учащихся к реальной действительности с её проблемами и парадоксами, оценить глобальность и универсальность вероятностно-статистических методов, увидеть возможности применения стохастики в повседневной жизни.

2. Проанализирована роль и влияние цифровизации на систему математического образования, исследованы функциональные возможности цифровых технологий и подобраны наиболее эффективные для обучения

стохастике старшекласников. Применение цифровых технологий при обучении стохастике сочетает наглядность, интерактивность и мультимедийность.

4. Создана методика формирования стохастического мировоззрения старшекласников в условиях цифровизации образования, разработан элективный курс «Знакомство с миром случайностей», экспериментально проверена его эффективность. В процессе обучения стохастике удалось развить у старшекласников устойчивые мотивы, активизировать основные мыслительные действия и операции, расширить объём знаний, разнообразить творческую деятельность. В результате проведения экспериментального исследования были получены значения показателей, характеризующих уровень сформированности стохастического мировоззрения старшекласников. Совокупность разработанного образовательного и цифрового информационного материала придает результатам учебного процесса новое качество обучения, позволяет реализовывать целостность мировоззренческих, ценностных и мотивационных установок, создает необходимые условия, при которых становится возможным генерирование знаний самими учащимися на основе саморазвития.

Полученные результаты дают основание полагать, что поставленная цель достигнута, задачи исследования решены, гипотеза исследования подтверждена.

Полученные результаты обозначили перспективы развития идей и положений диссертационного исследования: формирование стохастического мировоззрения обучающихся в системах среднего профессионального, высшего и дополнительного образования.

Библиография

1. Александров, В.И. Мирозерцание и миропонимание в структуре мировоззрения / В.И. Александров // Философия и общество. – 2011. – С.139-154.
2. Алексеев, П.В. Философия: учебник / П.В. Алексеев, А.В. Панин. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Изд-во Проспект : Изд-во Московского ун-та, 2015. – 588 с.
3. Ананьев, Б.Г. Человек как предмет познания / Б.Г. Ананьев. – 3-е изд. – Москва: Питер, 2010. – 282 с.
4. Андреева, Н. Д. Формирование научного мировоззрения в процессе естественнонаучного образования школьников: методология исследований, состояние проблемы в теории и практике: монография / [Андреева Н. Д. и др.], Науч.-исслед. ин-т общ. образования. - Санкт-Петербург : Свое изд-во, 2013. - 178 с.
5. Асмолов, А. Г. Оптика просвещения: социокультурные перспективы / А. Г. Асмолов ; [худож. О. Богомолова]. - 2-е изд. - Москва : Просвещение, 2015. - 447 с.
6. Афанасьев, В.Г. Системность и общество / В.Г. Афанасьев. – Изд. 2-е. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, сор. 2018. – 367 с.
7. Ашманис, М.Г. Мирозерцание и условия его формирования / М.Г. Ашманис. – Рига: Зинатне, 1977. – 118 с.
8. Ашманис, М.Г. Формирование научного мировоззрения. – Рига: Зинатне, 1984. – 235 с.
9. Балашов, Л.Е. Философия: Учебник (систематический курс). – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2019. – 625 с.
10. Бекетова, С.И. Формирование научного мировоззрения учащихся при изучении естественно-географических дисциплин: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Бекетова Светлана Ивановна. – Казань, 2008. – 21 с.

11. Бердяев, Н.А. Философия свободы; Смысл творчества / Н.А. Бердяев; [Вступ. ст., сост., подгот. текста, примеч. Л.В. Полякова; Журн. "Вопр. философии" и др.]. – М.: Правда, 1989. – 607 с.
12. Берестовицкая, С.Э. Мировоззренческое самоопределение старшеклассников в школьном образовании / С.Э. Берестовицкая. – Санкт-Петербург: Нестор-История, 2016. – 372 с.
13. Бибихин, В.В. Мир. – Томск: Водолей, 1995. – 144 с.
14. Бобков, А.Н. Современные подходы к пониманию мировоззрения / А.Н. Бобков // Философские науки. – 2005. – № 3. – С. 133-147.
15. Большая Советская энциклопедия / гл. ред. Б.А. Введенский. – М., 1954. – Т. 27. – 664 с.
16. Боровских, А.В. Деятельностная педагогика: схемы педагогического мышления: учебное пособие / А.В. Боровских. – Москва: Макс Пресс, 2020. – 348 с.
17. Бунимович, Е.А. Основы статистики и вероятность. 5-11 классы: учебное пособие / Е.А. Бунимович, В.А. Булычев. – М.: Дрофа, 2008. – 286 с.
18. Бычкова, Л.О. Формирование вероятностно-статистических представлений учащихся при обучении математике в средней школе: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Бычкова Лидия Олеговна. – М., 1991. – 135 с.
19. Вартанова, Е.Л. Индустрия российских медиа: цифровое будущее: монография / Е.Л. Вартанова, А.В. Вырковский, М.И. Максеенко, С.С. Смирнов. – М.: МедиаМир, 2017. – 160 с.
20. Введение в математику: учебное пособие для студентов / М.В. Шабанова, С.Н. Котова, И.Н. Попов, О.Л. Безумова. – Архангельск: – Поморский ун-т, 2008. – 202 с.
21. Вернадский, В.И. О научном мировоззрении / В.И. Вернадский. – Москва: типо-лит. т-ва И.Н. Кушнерев и К°, 1903. – 57 с.
22. Воинкова, З. Г. Формирование научного мировоззрения учащихся. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1985. – 304 с.

23. Выготский, Л.С. Мышление и речь / Л.С. Выготский. – Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2019. – 431 с.
24. Гегель, Г.В.Ф. Феноменология духа. Философия истории / Г.В.Ф. Гегель; [пер. с нем.: Густава Шпета, Алексея Водена]. – Москва: Эксмо, 2007. – 876 с.
25. Гегель, Г.В.Ф. Философия религии: в 2 т. – М.: Мысль, 1976. – 532 с.
26. Геометрия с GeoGebra. Планиметрия / В.А. Смирнов, И.М. Смирнова. – М.: «Прометей», 2018. – 206 с.
27. Глобальная школьная лаборатория. Парадокс Монти-Холла [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://globallab.org/ru/project/cover/izuchenie_paradoksa_monti_kholla.ru.html.
28. Гнеденко, Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике / Б.В. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1982. – 145 с.
29. Гнеденко, Б.В. Элементарное введение в теорию вероятностей / Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчин. – 8-е изд., испр. – Москва: Наука, 1976. – 167 с.
30. Гнеденко, Б.В. Статистическое мышление и школьный курс математики / Б.В. Гнеденко // Новое в школьной математике. – М.: Знание, 1972. – С. 165–180.
31. ГОСТ Р 52292-2004 «Информационная технология. Электронный обмен информацией. Термины и определения» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200038309>.
32. Гриншкун, В.В. Информационные технологии в образовании: учебно-методическое пособие / В.В. Гриншкун, О.Ю. Заславская, В.С. Корнилова. – Воронеж: Научная книга, 2014. – 70 с.
33. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. – Москва: Педагогика, 1986. – 240 с.

34. Даль, В.И. Толковый словарь живого великорусского языка: в 4 т. / В. Даль. – 8-е изд. Изд. книгопродавца-типографа М.О. Вольфа; Москва, 1881. – 2800 с.
35. Дворяткина, С.Н. Развитие вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике: теория и практика: монография / С.Н. Дворяткина. – Москва: ИНФРА-М, 2017. – 271 с.
36. Дворяткина, С.Н. Теоретико-методическое обеспечение фрактального формирования и развития вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике: монография / С.Н. Дворяткина, С.В. Щербатых. – Москва: Флинта, 2020. – 440 с.
37. Диденко, Е.А. Понятийно-терминологические проблемы современной цифровой образовательной среды / Е.А. Диденко, А.А. Андреев, О.Ю. Здановский // Право и государство: теория и практика. – 2017 № 10. – С. 127-131.
38. Дильтей, В. Типы мировоззрений и обнаружение их в метафизических системах / В. Дильтей // Культурология. XX век: Антология. – М.: Юрист, 1995. – С. 213-255.
39. Додонов, Б.И. Структура и динамика мотивов деятельности / Б.И. Додонов // Вопросы психологии. – 1984. – № 4. – С. 41 – 43.
40. Евдокимова, Г.С. Теория и практика обучения стохастике при подготовке преподавателей математики в университете: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Евдокимова Галина Семеновна. – Москва, 2001. – 34 с.
41. Ермаков, Д.С. Сетевое наставничество в работе с одарёнными детьми / Д.С. Ермаков, Т.Ф. Сергеева, М.В. Шабанова // Вестник Академии Педагогических Наук Казахстана. – 2021. – № 3 (101). – С. 61-66.
42. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов: учебник / О.Ю. Ермолаев. – 5-е изд. – Москва: Флинта: НОУ ВПО "МПСИ", 2011. – 335 с.
43. Жохов, А.Л. Научные основы мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе:

автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Жохов Аркадий Львович. – Москва, 1999. – 40 с.

44. Жохов, А.Л. Формирование начал научного мировоззрения школьников при обучении математике: учебное пособие / А.Л. Жохов. – Ярославль: Изд-во Ярославского гос. пед. ун-та им. К.Д. Ушинского, 2011. – 211 с.

45. Жукова, В.Н. Формирование мировоззрения учащихся средней общеобразовательной и профессиональной школы в процессе литературного образования: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Жукова Валентина Николаевна. – Казань, 1993. – 37 с.

46. Завражная, Е.А. Перспективы развития цифровой образовательной среды в Российской Федерации / Е.А. Завражная, С.Д. Каракозов, Е.П. Седова, О.Н. Титова // Молодёжный научный вестник. – 2018. – № 12 (37). – С. 85-96.

47. Загвязинский, В.И. Методология и методы психолого-педагогического исследования: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / В.И. Загвязинский, Р. Атаханов. – Изд. 2-е, стер. – М.: ИЦ Академия, 2005. – 208 с.

48. Залесский, Г.Е. Психология мировоззрения и убеждений личности / Г.Е. Залесский. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 138 с.

49. Иванов, В.П. Мировоззренческая культура личности (Философские проблемы формирования) / В.П. Иванов. – Киев: Наукова Думка, 1986. – 208 с.

50. Инструмент разработки курсов CourseLab [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.courselab.ru>.

51. Каган, М.С. Философская теория ценности / М.С. Каган; С.-Петербург. гос. ун-т, Акад. гуманитар. наук. – СПб.: Петрополис, 1997. – 204 с.

52. Кант, И. Критика способности суждения: пер. с нем. / И. Кант; [Вступ. ст. А. Гулыги, с. 9-35]. – М.: Искусство, 1994. – 365 с.

53. Каракозов, С.Д. Теория развития и практика реализации содержания обучения в области информационно-образовательных систем: монография / С.Д. Каракозов, Н.И. Рыжова. – Москва: МПГУ, 2017. – 391 с.

54. Карелина, И.Е. Формирование мировоззрения учащихся при изучении геометрии в старших классах естественнонаучного профиля обучения: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Карелина Ирина Евгеньевна. - Москва, 2005. – 202 с.
55. Касьян, А.А. Контекст образования: наука и мировоззрение: монография / А.А. Касьян. - Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. пед. ун-та, 1996. – 183 с.
56. Касьян, А.А. Математическое знание как мировоззренческое явление: автореф. дис. ... д-ра фил. наук: 09.00.01 / Касьян Андрей Афанасьевич. – Москва, 1991. – 32 с.
57. Китаева, И.В. Формирование стохастической компетенции учащихся при изучении математики с использованием интерактивных методов и средств обучения : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Китаева Ирина Вячеславовна. – Елец, 2017. – 23 с.
58. Князева, Е.Н. Интуиция как самодотраивание / Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов // Вопросы философии. – 1994. – №2. – С. 110-122.
59. Ковалев, В.И. К проблеме мотивов / В.И. Ковалев // Психологический журнал. – 1981. – Т. 2. – №1. – С. 45-54.
60. Коллекция интерактивных моделей «Математический конструктор» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://obr.1c.ru/pages/read/mk_collection/.
61. Колмогоров, А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – 3-е изд. – М.: Фазис, 1998. – 129 с.
62. Колягин, Ю.М. Математики-педагоги России. Забытые имена. Книга 3. Павел Алексеевич Некрасов. – Орел: ГОУ ВПО «ОГУ», ООО «Картуш-ПФ», 2008. – 113 с.
63. Константинов Н.Н., Семенов А.Л. Результативное образование в математической школе / Н.Н. Константинов, А.Л. Семенов // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22. – № 1 (77). – С. 413-446.

64. Конт, О. Курс положительной философии. Том 1. Философия математики: в 6-ти томах / Огюст Конт; полный перевод с послед. 5-го франц. изд. под ред. С.Е. Савича, С.П. Глазенапа, О.Д. Хвольсона, Д.И. Менделеева, К.А. Тимирязева, А.С. Лаппо-Данилевского, И.М. Гревса и Н.О. Лосского. - Книжный магазин Т-ва Посредник, 1900. – 302 с.
65. Кордемский, Б.А. Математика изучает случайности / Б.А. Кордемский. – Москва: Просвещение, 1975. – 223 с.
66. Королькова, Е.С. Научное знание основа гуманистического воспитания / Е.С. Королькова // Советская педагогика. – 1991. – №10. – С. 30-35.
67. Лаборатория «Теория вероятностей» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://obr.lc.ru/mathkit/virtlab/files/laboratory_probability.html.
68. Лапенок, М.В. Научно-педагогические основания создания и использования электронных образовательных ресурсов информационной среды дистанционного обучения (на примере подготовки учителей): автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Лапенок Марина Вадимовна. – Москва, 2014. – 43 с.
69. Леонтьев, Д.А. Мировоззрение / Д.А. Леонтьев // Человек: философско-энциклопедический словарь. – М.: Наука, 2000. – С. 193-194.
70. Леонтьев, Д.А. Мировоззрение как миф и мировоззрение как деятельность / Д.А. Леонтьев // Менталитет и коммуникативная среда в транзитивном обществе. – Томск: Томский государственный университет, 2004. – С. 11-29.
71. Леонтьев, Д.А. От социальных ценностей к личностным: социогенез и феноменология ценностной регуляции деятельности / Д.А. Леонтьев // Вестник Московского университета. Сер. 14. Психология. – 1996. – № 4. – С. 35-44.
72. Леонтьев, Д.А. Психология смысла: Природа, строение и динамика смысловой реальности / Д.А. Леонтьев. – М.: Смысл, 2003 (ППП Тип. Наука). – 486 с.

73. Лихачев, Б.Т. Педагогика: курс лекций / Б.Т. Лихачев ; под ред. В.А. Слостенина. – Москва: Владос, 2010. – 646 с.
74. Максимова, В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1988. – 191 с.
75. Маневич, Д.В. Совершенствование содержания общего среднего образования на основе теории вероятностей и статистики: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01; 13.00.02 / Маневич Давид Вульфович. – Ташкент, 1990. – 416 с.
76. Мартынычев, И.В. Мировоззрение естествоиспытателя / И.В. Мартынычев. – М.: Мысль, 1980. – 221 с.
77. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: базовый уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. – 6-е изд., стер. – Москва: Вентана-Граф, 2021. – 367 с.
78. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: базовый уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. – 3-е изд., пересмотр. – Москва: Вентана-Граф, 2020. – 284 с.
79. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 9-е изд. – Москва: Просвещение, 2021. – 431 с.
80. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва и др.]. – 7-е изд. – Москва: Просвещение, 2019. – 463 с.
81. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни /

С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 8-е изд. – Москва: Просвещение, 2021. – 462 с.

82. Менчинская, Н.А. Психология формирования и развития личности / АН СССР, Ин-т психологии; отв. ред. Л.И. Анцыферова. – М.: Наука, 1981. – 365 с.

83. Мерзляк, А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа. 10 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков. – 3-е изд., стереотипное. – Москва: Вентана-Граф, 2020. – 476 с.

84. Мерзляк, А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс: углубленный уровень: учебник / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.М. Поляков; под ред. В.Е. Подольского. – 2-е изд., стереотипное. – Москва: Вентана-Граф, 2020. – 412 с.

85. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учебное пособие для студентов / [Ю.М. Колягин и др.]. – Чебоксары: Изд-во Чувашского ун-та, 2009. – 731 с.

86. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10: учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни): в 2 ч. / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 10-е изд., стер. – Москва: Мнемозина, 2021. – Ч. 1. – 2021. – 455 с.

87. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 11: учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни): в 2 ч. / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 10-е изд., стер. – Москва: Мнемозина, 2021. – Ч. 1. – 2021. – 319 с.

88. Морозов, А.В. Профессиональная подготовка руководителей системы образования с использованием современных цифровых технологий / А.В. Морозов // Человек и образование. – 2018. – № 4 (57). – С. 105-110.

89. Морозова, М.И. Формирование научного мировоззрения у учащихся при обучении общей биологии: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Морозова Марина Игоревна. - Санкт-Петербург, 2005. – 18 с.

90. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – 8-е изд., стер. – Москва: Просвещение: Дрофа, 2021. – 285 с.
91. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 11 класс: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – 9-е изд. стер. – Москва: Просвещение, Дрофа, 2021. – 188 с.
92. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. Углублённый уровень. 10 класс: учебник / Г. К. Муравин, О.В. Муравина. – 9-е изд., стер. – Москва: Просвещение: Дрофа, 2021. – 318 с.
93. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. Углублённый уровень. 11 класс: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – 7-е изд., стер. – Москва: Дрофа, 2021. – 318 с.
94. Мухина, Т.К. О критериях сформированности мировоззрения / Т.К. Мухина // Советская педагогика. – 1983. – №7. – С. 40-42.
95. МЦНМО: лаборатория методики вероятности и статистики «Вероятностей в школе» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ptlab.mcsme.ru/>.
96. Нахман, А.Д. Инновационное проектирование системы стохастической подготовки: монография / А.Д. Нахман; «Инновации в образовании». Специальный выпуск. Издательская платформа Российской академии естествознания. – 2017. – 135 с.
97. Некрасов, П.А. Об учебных особенностях двух направлений математического курса средней школы / П.А. Некрасов // Математическое образование. – 1914. – № 3. – С. 126-136.
98. Некрасов, П.А. Теория вероятностей и математика в средней школе / П.А. Некрасов // «Журнал МНП». – 1915. – С.101-102.
99. Новейший философский словарь / гл. науч. ред. и сост. А.А. Грицанов. – Минск: Изд. В.М. Скакун, 1999. – 877 с.

100. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка: [А-Я]: 80000 слов и фразеол. выражений / С.И. Ожегов и Н.Ю. Шведова. – 4-е изд., доп. – Москва: ИТИ Технологии, 2005. – 938 с.

101. Открытое и дистанционное обучение: тенденции, политика и стратегии / А.Л. Семёнов, П. Реста, Е. Рамбл, Ю. Запарованный. – М.: Изд. ИНТ, 2004. – 139 с.

102. Панов, В.И. Цифровизация информационной среды: риски, представления, взаимодействия: монография / В.И. Панов, Э.В. Патраков. – М.: ФГБНУ «Психологический институт РАО»; Курск: «Университетская книга», 2020. – 199 с.

103. Панченко, О.Л. Вызовы и риски безопасности личности в условиях цифровизации образования / О.Л. Панченко, Ф.Г. Мухаметзянова, Р.Р. Хайрутдинов // Психология XXI века: вызовы, поиски, векторы развития: сб. материалов Всерос. симпозиума психологов. – Рязань, 2019. – С. 640-645.

104. Паспорт национального проекта «Образование» (утв. Президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам, прот. от 24.12.2018 № 16) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://static.government.ru/media/files/UuG1ErcOWtjfOFCsqdLsLxC8oPFDkmBB.pdf>.

105. Плотников, В.А. Цифровизация производства: теоретическая сущность и перспективы развития в российской экономике / В.А. Плотников // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. – 2018. – № 4. – С. 16–24.

106. Плоцки, А. Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования: дис. ... д-ра. пед. наук в форме научного доклада: 13.00.02 / Плоцки Адам. – СПб, 1992. – 52 с.

107. Подаева, Н.Г. Обновление содержания школьного математического образования: социокультурный подход: монография / Н.Г. Подаева, М.В. Подаев. – Санкт-Петербург: Лань, 2014. – 221 с.

108. Подласый, И.П. Педагогика в 2 т. Том 1. Теоретическая педагогика в 2 книгах. Книга 2: учебник для вузов / И.П. Подласый. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 386 с.

109. Подласый, И.П. Педагогика: учеб. для вузов / И.П. Подласый. – Изд. 2-е. – М.: ЮРАЙТ, 2010. – 574 с.

110. Подходова, Н.С. Введение в моделирование. Математические модели в естествознании (биология, химия, экология): учебное пособие / Н.С. Подходова, Е.М. Ложкина. – Санкт-Петербург: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2009. – 177 с.

111. Подходова, Н. С. Методика обучения математике: учебное пособие / Н.С. Подходова, Н.Л. Стефанова, В.И. Снегурова. – Санкт-Петербург: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2020. – 263 с.

112. Пожарская, А. В. Формирование эстетического мировосприятия у подростков посредством художественно-изобразительной деятельности: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Пожарская Алла Викторовна. – Саратов, 2017. – 224 с.

113. Полякова Т.А., Ширшова Т.А. Значение стохастической линии в формировании представлений, учащихся о прикладных возможностях математики // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2016. – № 5. – С. 188-194.

114. Полякова, Т.А. Прикладная направленность обучения стохастике как средство развития вероятностного мышления учащихся на старшей ступени школы в условиях профильной дифференциации: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Полякова Татьяна Анатольевна. – Омск, 2009. – 24 с.

115. Пратусевич, М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11: учебник для общеобразовательных организаций: углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – 5-е изд., перераб. – Москва: Просвещение, 2019. – 463 с.

116. Пратусевич, М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: углубленный уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – 5-е изд., перераб. – Москва: Просвещение, 2019. – 432 с.

117. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fgosreestr.ru/wp-content/uploads/2015/07/Primernaya-osnovnaya-obrazovatel'naya-programma-srednego-obshhego-obrazovaniya.pdf>.

118. Прогноз долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2030 года (разраб. Минэкономразвития России) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_144190/.

119. Психология и педагогика в 2 ч. Часть 2. Педагогика: учебник для вузов / В.А. Сластенин [и др.]; под общей редакцией В.А. Сластенина, В.П. Каширина. – Москва: Издательство Юрайт, 2021. – 374 с.

120. Ракитов, А.И. Информация, наука, технология в глобальных исторических изменениях / А.И. Ракитов. – Москва: Директ-Медиа, 2014. – 104 с.

121. Российская педагогическая энциклопедия: в 2 т. / гл. ред. В.Г. Панов. – М.: Большая Рос. энцикл., 1993-1999. – Т. 1: гл. ред. В.В. Давыдов. – 1993. – 607 с.

122. Российская школа и новые информационные технологии: взгляд в следующее десятилетие / А.Г. Асмолов, А.Л. Семенов, А.Ю. Уваров. – М.: Изд-во «НексПринт», 2010. – 84 с.

123. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – Москва: Питер, 2012. – 705 с.

124. Саввина, О.А. Становление и развитие обучения высшей математике в отечественной средней школе: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01, 13.00.02 / Саввина Ольга Алексеевна. – Москва, 2003. – 40 с.

125. Самсонова, С.А. Методическая система использования информационных технологий при обучении стохастике студентов университетов: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Самсонова Светлана Анатольевна. – Москва, 2005. – 33 с.
126. Секей, Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике / Г. Секей; Перевод с англ. В. В. Ульянова; Под ред. В. В. Сазонова. - М. : Мир, 1990. - 240 с.
127. Селютин, В.Д, Научные основы методической готовности учителя математики к обучению школьников стохастике : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Селютин Владимир Дмитриевич. – Орел, 2002. – 344 с.
128. Селютин, В.Д. Укрепление внутрипредметных связей школьного курса математики средствами стохастики: монография / В.Д. Селютин, Л.А. Терехова. – Орел: Орловский гос. ун-т, 2008. – 196 с.
129. Семёнов, А.Л. Информационные и коммуникационные технологии в общем образовании. Теория и практика / А.Л. Семенов. – М.: ИНТ РФ, 2006. – 327 с.
130. Сергеева, Т.Ф. Система работы с одаренными детьми: теория и практика / Т.Ф. Сергеева, Н.А. Пронина, Е.В. Сечкарева. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2011. – 284 с.
131. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь», 2003. – 350 с.
132. Слободчиков, В.И. Психология человека: введение в психологию субъективности: учеб. пособие / В.И. Слободчиков, Е.И. Исаев – Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: ПСТГУ, 2013. – 360 с.
133. Смирнов, В.А. Наглядная геометрия / В.А. Смирнов, И.М. Смирнова, И.В. Яценко. – Изд. 3-е, стер. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2019. – 269 с.
134. Смирнова, И.М. Геометрия. Нестандартные и исследовательские задачи: учеб. пособие для 7-11 классов общеобразоват. учреждений / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М.: Мнемозина, 2004, – 147 с.

135. Смирнова, И.М. Критерии отбора содержания математических курсов по выбору / И.М. Смирнова // Наука и школа. – 2014. – № 3. – С. 7-13.

136. Снегурова, В.И. Методическая система дистанционного обучения математике учащихся общеобразовательных школ: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Снегурова Виктория Игоревна. – Санкт-Петербург, 2010. – 513 с.

137. Спиркин, А.Г. Философия: учебник. – 2-е изд. – М.: Гардарики, 2006. – 736 с.

138. Степин, В.С. Диалектика в науках о природе и человеке / В.С. Степин // Диалектика – мировоззрение и методология современного естествознания. – Минск: Изд-во «Университетское», 1988. – С. 39-41.

139. Стюарт, Я. Современный транзактный анализ / Я. Стюарт, В. Джойнс; пер. с англ. – СПб.: Социально-Психологический Центр, 1996. – 332 с.

140. Татаринов, Д.А. Формирование основ научного мировоззрения учащихся 5 – 6 классов на интегрированных занятиях математического кружка: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Татаринов Дмитрий Анатольевич. – Ярославль, 2013. – 23 с.

141. Терехова, Л.А. Элементы стохастики как средство укрепления внутрипредметных связей школьного курса математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Терехова Лидия Анатольевна. – Орел, 2008. – 17 с.

142. Теркулова, И.Н. Цифровая среда как педагогическое условие позитивной социализации обучающихся во франкоговорящих странах: Франция, Канада: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Теркулова Ирина Наильевна. – Москва, 2019. – 27 с.

143. Тестов, В.А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения: Школа – вуз: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Тестов Владимир Афанасьевич. – Вологда, 1998. – 404 с.

144. Тестов, В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты / В.А. Тестов. – Вологда: Вологодский гос. пед. ун-т, 2012. – 175 с.

145. Троицкая, О.Н. Качественные задачи как средство обучения стохастике в средней школе на основе житейских знаний учащихся: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Троицкая Ольга Николаевна. - Орел, 2007. - 187 с.

146. Тюрин, Ю.Н. Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10-11 классов общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2014. – 248 с.

147. Ульянов, В. В. Математические основы теории вероятностей: учебное пособие / В. В. Ульянов ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Кафедра математической статистики. - Москва : Макс Пресс, 2018. - 94 с.

148. Ушинский, К.Д. Педагогические сочинения: в 6 т. / К.Д. Ушинский. – М.: Педагогика, 1988. – 414 с.

149. ФГОС среднего общего образования. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413 (ред. от 11.12.2020) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/>.

150. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 01.03.2020) "Об образовании в Российской Федерации" [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/9ab9b85e5291f25d6986b5301ab79c23f0055ca4.

151. Федотова, Е.Л. Информационные технологии и системы: учебное пособие / Е.Л. Федотова. – Москва: ИД ФОРУМ, НИЦ ИНФРА-М, 2020. – 352 с.

152. Фельдштейн, Д.И. Психология развития человека как личности: избранные труды: в 2 томах / Д.И. Фельдштейн. – 2-е изд., испр. и доп. – Воронеж: Изд-во НПО "МОДЭК", 2009. Т. 2. – 2009. – 534 с.
153. Философский энциклопедический словарь / гл. ред. Л.Ф. Ильичев и др. – Москва: Сов. энциклопедия, 1983. – 839 с.
154. Формирование научного мировоззрения учащихся / [Э.И. Моносзон, М. Беньо, И. Семрад и др.]; под ред. Э.И. Моносзона и др. – М.: Педагогика; Bratislava: Sloven. ped. nakl-vo, 1985. – 232 с.
155. Франк, С.Л. Русское мировоззрение: сборник / С.Л. Франк; [Вступ. ст. А.А. Ермичева, с. 5-36]. – СПб.: Наука: С.-Петербург. изд. фирма, 1996. – 736 с.
156. Харламов, И.Ф. Педагогика: учеб. пособие / И.Ф. Харламов. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: Гардарики, 2005. – 516 с.
157. Хомякова, С.С. Трансформация и закрепление термина «цифровизация» на законодательном уровне / С.С. Хомякова // Молодой ученый. – 2019. – № 41. – С. 9-12.
158. Цифровизация как приоритетное направление модернизации российского образования: монография / Н.В. Горбунова, Е.П. Болдырева, Т.Ю. Григорьева и др.; под ред. Н.В. Горбуновой. – Саратов: Саратовский социально-экономический институт (филиал) РЭУ им. Г.В. Плеханова, 2019. – 149 с.
159. Чекалова, Л.А. Формирование научного мировоззрения учащихся старших классов в условиях гуманитаризации естественно-математических дисциплин: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Чекалова Лариса Алиевна. – Карачаевск, 2003. – 22 с.
160. Чернецкая, Т.А. Довузовская математическая подготовка школьников на основе применения технологий дистанционного обучения: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Чернецкая Татьяна Александровна. – Саранск, 2014. – 23 с.
161. Черноволенко, В.Ф. Мировоззрение и научное познание. – Киев: Изд-во Киев. ун-та, 1970. – 173 с.

162. Шабанова, М. В. Формирование методологических знаний при изучении математики в системе "школа-вуз" : автореферат дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Шабанова Мария Валерьевна. – Москва, 2005. - 36 с.
163. Шинкарук, В.И. Научное мировоззрение и социалистическая культура / [В.И. Шинкарук, В.П. Иванов, Н.И. Михальченко и др.; отв. ред. В.И. Шинкарук, В.П. Иванов]. – Киев: Наук. думка, 1988. – 303 с.
164. Шихнабиева, Т.Ш. Цифровое образование: методы, модели и технологии / Т.Ш. Шихнабиева // Мониторинг. Наука и технологии. – 2018. – № 2 (35). – С. 65-68.
165. Шлейермахер, Ф. Речи о религии к образованным людям ее презирающим; монологи: перевод с нем. / Фридрих Даниель Шлейермахер; [Вступ. ст. С.Л. Франка, с. 7-34]. – Санкт-Петербург: АО "Алетейя", 1994. – 333 с.
166. Шор, Е.В. В мире случайностей. – Кишинев: Издательство «Картя Молдовеняска», 1977. – 90 с.
167. Щербатых, С.В. Методическая система обучения стохастике в профильных классах общеобразовательной школы: автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Щербатых Сергей Викторович. – Москва, 2012. – 41 с.
168. Щербатых, С.В. Прикладная направленность обучения стохастике в старших классах средней школы: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 // Щербатых Сергей Викторович. – Елец, 2006. – 228 с.
169. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / [Шабанова М. В. и др.]. – Москва: ИД "Акад. естествознания", 2016. – 299 с.
170. Юнг, К.Г. Проблемы души нашего времени / К.Г. Юнг; перевод с нем. А.М. Боковой; [предисл. А.В. Брушлинского]. – М.: Прогресс: Универс, 1994. – 329 с.
171. Bersin, J. The Disruption of Digital Learning: Ten Things We Have Learned [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

<https://joshbersin.com/2017/03/the-disruption-of-digital-learning-ten-things-we-have-learned/2017>.

172. Büchter, A., Henn, H.-W. Elementare Stochastik - Eine Einführung in die Mathematik der Daten und des Zufalls, Springer Berlin Heidelberg, 2007. - 454 p.

173. Eichler, A., Vogel, M. Leitidee Daten und Zufall. – Vieweg+Teubner, 2009. – 262 p.

174. Ellet, W. The Case Study Handbook: How to Read, Discuss, and Write Persuasively About Cases. – Harvard Business School Press. – 2007. – 273 p.

175. Hull, C.L. Principles of Behavior. – NY: Appleton-Century-Crofts, 1943. – 422 p.

176. INEDUC, Environnement numérique [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.espacestemp.net/en/articles/environnement-numerique>.

177. Koole, M, Janice, L, McQuilkin, Mohamed Ally. Mobile Learning in Distance Education: Utility or Futility? // International Journal of E-Learning & Distance Education. – 2010. – Vol. 24. – № 2. – P. 59-82.

178. Krüger, K., Sill, H.-D., Sikora, C. Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). – Springer Verlag, Berlin, 2015. – 280 p.

179. Kuiper, K., McMurtrie, C, Ronald, G. E-lectures within an integrated multimedia course design // J. of Open, Flexible and Distance Learning. – 2005. – Vol. 9. – No. 1. – P. 37-45.

180. Semenov, A., Polikarpov, S. Digital transformation of school and the role of mathematics and informatics within it problems and paradoxes of mathematics education and their digital solution // В сборнике: CEUR Workshop Proceedings. 4. Сер. «IEELM-DTE 2020 - Proceedings of the 4th International Conference on Informatization of Education and E-Learning Methodology: Digital Technologies in Education 2020». – P. 1-8.

181. Shapiro, B.P. Hints for case teaching // A Harvard Business School Publishing. – 2014. – 12 p.

Работы автора по теме диссертации

182. Лыкова, К.Г. Элективный курс «Знакомство с миром случайностей и статистических закономерностей» в цифровой среде как средство развития стохастического мировоззрения старшеклассников / К.Г. Лыкова // Психология образования в поликультурном пространстве. – 2022. – № 1 (57). – С. 89-97. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,234)

183. Лыкова, К.Г. Методика формирования стохастического мировоззрения при изучении раздела «Случайные события. Вероятности» / К.Г. Лыкова // Психология образования в поликультурном пространстве. – 2021. – № 4 (56). – С. 67-77. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,234)

184. Shcherbatykh S. V., Lykova, K. G. Improving the Efficiency of Mathematics Education through the Development of a Stochastic Worldview of Students // International Journal of Instruction. 2022. V.15, No.2. pp. 1057-1074. (Scopus)

185. Shcherbatykh S.V., Lykova K. G. The continuity principle as a basis for forming stochastic competence in students of 10 and 11 grades of Russian general education schools: Experience of the Russian education system // ESPACIOS. 2018. V. 39. № 46. 12 p. (Scopus)

186. Shcherbatykh S., Lykova K. Digitalization of Mathematical Education and its Influence on the Formation of Stochastic Worldview through the Development of Probabilistic Thinking Style // В сборнике: CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 4th International Conference on Informatization of Education and E-learning Methodology: Digital Technologies in Education (IEELM-DTE 2020). 2020. pp. 96-102. (Scopus)

187. Лыкова, К.Г. Организация мировоззренчески направленного обучения стохастике старшеклассников / К.Г. Лыкова // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2021. – № 4 (24). – С. 22-31. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,084)

188. Лыкова К.Г. Модель формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации математического образования /

К.Г. Лыкова // Профильная школа. – 2021. – Т. 9. № 2. – С. 53-59. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,279)

189. Лыкова К. Г. Технология проектирования элективных курсов по математике при подготовке к ЕГЭ с целью развития вероятностного стиля мышления обучающихся / К.Г. Лыкова, С.В. Щербатых // Профильная школа: «Научно-издательский центр ИНФРА-М». – 2019. –Т. 7. № 5. – С. 40-46. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,279)

190. Лыкова К.Г. Развитие вероятностного стиля мышления в условиях цифровизации математического образования / К.Г. Лыкова, А. Ю. Полякова, С.В. Щербатых // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2019. – Т. 7. № 6. – С. 36-43. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,279)

191. Лыкова, К.Г. Проблема реализации преемственности в обучении стохастической линии школьного курса математики / К.Г. Лыкова, С.В. Щербатых // European Social Science Journal, 2017. – № 6. – С. 436-442. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,088)

192. Лыкова К.Г. Организация обучения стохастике в сельских малокомплектных школах с применением вебинаров / К.Г. Лыкова, Е. И. Трофимова, С.В. Щербатых // European Social Science Journal, 2017. – № 10. – С. 145-152. (ВАК, ИФ РИНЦ 0,088)

193. Знакомство с миром статистических закономерностей: учебное пособие / К.Г. Лыкова. - Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. – 80 с.

194. Знакомство с миром случайностей. Учебное пособие / К.Г. Лыкова. - Елец : ЕГУ им. И.А. Бунина, 2021. - 80 с.

195. Интерактивная стохастика. Учебное пособие / С.В. Щербатых, И.В. Китаева, К.Г. Лыкова, О.Ю. Мелякова, А.Ю. Рогачева. - Москва : Флинта, 2019. - 141 с.

196. Теория и практика формирования стохастической культуры учащихся общеобразовательной школы средствами новых

инфокоммуникационных технологий. Монография / С.В. Щербатых, А.Ю. Рогачева, К.Г. Лыкова. - Елец : ЕГУ им. И.А. Бунина, 2019. - 184 с.

197. Теоретико-методические основы реализации непрерывности и преемственности в развитии стохастической линии школьного курса математики в русле идей системно-деятельностного подхода: монография. / С.В. Щербатых, К.Г. Лыкова, А.Ю. Полякова. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2018. – 173 с.

198. Лыкова К.Г. Основные этапы формирования стохастического мировоззрения старшеклассников в общеобразовательной школе // «Continuum. Математика. Информатика. Образование». – 2021. – № 3(23). – С. 29-35. (ИФ РИНЦ 0,084)

199. Лыкова К. Г. Перспективы развития стохастического мировоззрения старшеклассников / К.Г. Лыкова // «Continuum. Математика. Информатика. Образование». – 2020. – № 3(19). – С. 42-48. (ИФ РИНЦ 0,084)

200. Лыкова К.Г. Формирование стохастического мировоззрения старшеклассников посредством развития вероятностного стиля мышления / С.В. Щербатых, К.Г. Лыкова // Continuum. Математика. Информатика. Образование, 2020. – № 2 (18). – С. 46-52. (ИФ РИНЦ 0,084)

201. Лыкова К.Г. О проблемах внедрения элективного курса по математике в системе общего образования для развития вероятностного стиля мышления в условиях глобальной информатизации / Лыкова К.Г. // Continuum. Математика. Информатика. Образование, 2019. – № 2 (14). – С. 82-90. (ИФ РИНЦ 0,084)

202. Лыкова К.Г. Методика формирования стохастического мировоззрения старшеклассников // Материалы Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов – Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов. – Брянск. – 2021. – С. 300-304.

203. Лыкова К.Г. Инструментарий для развития стохастического мировоззрения старшеклассников в условиях цифровизации (применение интерактивных учебных средств) // Материалы V Международной научной конференции – Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. – Красноярск, 2021. – С. 568-572.

204. Лыкова К.Г. Функционал интерактивных моделей программной среды "Математический конструктор" при обучении стохастике старшеклассников (с целью формирования стохастического мировоззрения) // Материалы Международной научно-практической конференции – Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии. – Елец, 2021. – С. 268-274.

205. Лыкова К.Г. Влияние цифровой среды на формирование стохастического мировоззрения старшеклассников / К.Г. Лыкова, С.В. Щербатых // Материалы Международной научно-практической конференции – Информатизация образования. – Орел, 2020. – С. 247-252.

206. Лыкова К.Г. Цифровизация математического образования и её влияние на развитие вероятностного стиля мышления / С.В. Щербатых, К.Г. Лыкова // Материалы Международной научной конференции – Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. – Красноярск. – 2020. – С. 270-274.

207. Лыкова К.Г. Сущность развития стохастического мировоззрения старшеклассников в процессе обучения математике // Материалы областного профильного семинара по проблемам естественных наук – Школа молодых ученых. – Липецк. – 2020. – С. 105-111.

208. Лыкова, К.Г. Возможности инструментария Websoft Courselab при обучении старшеклассников стохастике на примере «Независимых повторений испытаний с двумя исходами» // Материалы областного профильного семинара – Школа молодых учёных по проблемам естественных наук. – Елец. – 2018. – С. 22-27.

Приложения

Приложение 1

Разработанный и размещенный в системе Moodle на базе ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет» им. И.А. Бунина элективный курс для учащихся 10-11 классов.

Электронная информационно-образовательная среда
ЕГУ им. И.А.Бунина
(система дистанционного обучения)

В начало ► Мои курсы ► Институт математики, естественных наук и техники ► Кафедра математики и методики её преподавания ► Мир случайностей как непознанных закономерностей (...)

Новостной форум

Введение

Введение

1. Комбинаторика

Комбинаторика – область математики, занимающаяся подсчетом всевозможного числа комбинаций, удовлетворяющих определенным условиям в заданных объектах.

1.1. Перебор возможных вариантов
1.2. Правило умножения и сложения
1.3. Перестановки, размещения, сочетания без повторов и с повторениями
Задачи для самостоятельной работы

2. Вероятность события

2.1. Основные понятия
2.2. Классическое определение вероятности
2.3. Геометрическое определение вероятности
2.4. Теоремы сложения и умножения вероятностей
2.5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
Задачи для самостоятельной работы

3. Независимые повторные испытания

3.1. Формула Я. Бернулли
3.2. Формула Пуассона
3.3. Формула Лапласа
Задачи для самостоятельной работы

4. Дискретные случайные величины и их характеристики

4.1. Числовые характеристики
4.2. Неравенство Чебышева и закон Больших чисел
Задачи для самостоятельной работы

5. Элементы математической статистики

5.1. Генеральная совокупность и выборка
5.2. Полигон, гистограмма, диаграмма
Задачи для самостоятельной работы

6. Моделирование случайных величин методом Монте-Карло

Вычисление интегралов методом Монте-Карло
Задачи для самостоятельной работы

Итоговый тест

Тест

Екabis E-Portfolio

Мое портфолио
Открытые портфолио
Экспорт SCORM-файла

Поиск По Форумам

Применить
Расширенный поиск

Последние Новости

Добавить новую тему...
(Пока новостей нет)

Предстоящие События

нет предстоящих событий
Перейти к календарю...
Новое событие...

Последние Действия

Действия с Воскресенье, 19
Февраль 2017, 15:28
Полный отчет о последних
действиях

Обновление курса:

Удален Лекция

Обновлено: Лекция
1.1. Перебор возможных
вариантов

Обновлено: Лекция
1.2. Правило умножения и
сложения

Обновлено: Лекция
1.3. Перестановки,
размещения, сочетания без
повторений и с
повторениями

Обновлено: Лекция
Задачи для самостоятельной
работы

Вы зашли под именем Ксения Лыкова (Выход)

Приложение 2

В ходе проведения сравнительно-сопоставительного анализа рекомендованных учебников «Алгебра и начала математического анализа» (10-11 класс) из федерального перечня и экспериментального учебного пособия для старшей школы было установлено (Таблица 8):

<i>Углублённое обучение</i>
<p><i>1. Авторы: Никольский С.М., Потапов М.К., Решетникоов Н.Н.</i></p> <p>Основные понятия:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Перестановки. Размещения. Сочетания. Формулы бинома Ньютона, суммы и разности степеней. • Понятие вероятности события. Свойства вероятностей событий. • Относительная частота события. Условная вероятность. Независимые события. • Математическое ожидание. Сложный опыт. Формула Бернулли. Закон больших чисел. <p>Элементы комбинаторики и теории вероятностей представлены только в 10 классе. Материал, содержащий элементы комбинаторики, изложен подробно.</p> <p>Для изучения элементов теории вероятностей, автор вводит в рассмотрение такие понятия, как «равновозможные события», единственно возможные события, случай, «достоверное событие», «невозможное событие», «несовместные события», вероятность события. Для рассмотрения относительной частоты события и статистической устойчивости относительных частот приводятся данные Бюффона и Пирсона о проведении серии опытов с подбрасыванием монеты.</p> <p>В учебнике представлено аксиоматическое построение теории вероятностей, выявляются различия между элементарной теорией вероятностей и общей теорией вероятностей.</p> <p>Понятие математического ожидания раскрывается и как сумма произведений значений случайной величины на вероятности этих значений, и как среднее значение случайной величины.</p>
<p><i>2. Авторы: Муравин Г.К., Муравина О.В.</i></p> <p>Основные понятия:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Понятие о вероятности. Вычисление числа вариантов. • Сумма и произведение событий. • Понятие о статистике. <p>Учебный материал по теории вероятностей направлен на изучение следующих понятий: произведение и сумма событий, несовместные события, независимые события, противоположные события, условная вероятность. В учебники представлены формулы, позволяющие находить вероятности суммы и произведения событий, схема Бернулли, с помощью которой вычисляются вероятности различных исходов из серии испытаний.</p> <p>Элементы статистики рассматриваются лишь в ознакомительном плане,</p>

изучаются только некоторые понятия статистики: среднее арифметическое, мода, медиана, дисперсия, математическое ожидание числовых рядов.

3. Авторы: Алимов А.Ш., Колягин Ю.М., Ткачёва М. В.

Основные понятия:

- Правило произведения. Перестановки. Размещения. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона.

- События. Комбинации событий. Противоположное событие.

Вероятность события.

- Сложение вероятностей. Независимые события. Умножение вероятностей.

- Статистическая вероятность.

- Случайные величины. Центральные тенденции. Меры разброса.

Учебный материал по комбинаторике изложен достаточно подробно, к изучению предлагаются свойства перестановок, размещений и сочетаний.

Элементы теории вероятностей вводятся за счет исследования простейших взаимосвязей между различными событиями, нахождения вероятностей некоторых видов событий через вероятности других событий.

Элементы математической статистики обуславливаются рассмотрением теории непрерывных случайных величин. Предлагается функциональный подход к определению непрерывной случайной величины, который используется в вузовской программе. Представленные в учебнике определения направлены на изучение дискретных и непрерывных случайных величин в одной логике исследования. Автор приводит небольшие по объему выборки, законы распределения случайных величин. Для графической интерпретации дискретных случайных величин используются полигоны (многоугольники) частот, для непрерывных случайных величин – гистограммы.

4. Авторы: Мордкович А.Г., Семенов П.В.

Основные понятия:

- Правило умножения. Перестановки и факториалы. Выбор нескольких элементов. Биномиальные коэффициенты.

- Случайные события и их вероятности.

- Вероятность и геометрия.

- Независимые повторения испытаний с двумя исходами.

- Статистические методы обработки информации. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

В программе 10 класса при изучении комбинаторики основной акцент направлен на вывод из правила умножения двух основных комбинаторных тождеств: $P_n = n!$ – число перестановок и 2^n – число всевозможных подмножеств множества, состоящего из n элементов. Факториалы вводятся как удобный способ сокращения записи ответа при решении многих комбинаторных задач. В учебнике представлены классические комбинаторные задачи, связанные с одновременным (или поочередным) выбором нескольких элементов из заданного конечного множества, приводится бином Ньютона и треугольник Паскаля, рассматривается классическая вероятностная модель и

способы её применения.

Тема независимые повторения испытаний с двумя исходами (испытания Бернулли), по мнению авторского коллектива, являются своего рода «мостом» между содержанием учебного материала в 10 и 11 классах.

В программе 11 класса продолжается знакомство учащихся с различными вероятностными моделями, осуществляется переход от схем с конечным числом элементарных исходов к испытаниям с бесконечным числом исходов.

Понятие «случайная величина» не вводится и не изучается. Автор считает, что вполне необязательно формулировать и формализовывать данное понятие. Достаточно подробно представлен вывод формулы Бернулли, рекомендован к изучению алгоритм для нахождения наиболее вероятного числа успехов в n испытаниях.

Статистический материал ограничен, в большей степени направлен на повторение и закрепление знаний, полученных в курсе «Алгебры» 9 класса. Новым материалом для учащихся являются числовые характеристики ряда данных, вычисление дисперсии ряда данных. Особенностью учебного материала является введение термина «кратность варианты», применяемого к абсолютной частоте. Знакомство с гауссовой функцией осуществляется на простых примерах.

Основная линия статистического блока направлена на упорядочивание и группировку данных, представление их в форме таблицы, построение графиков, вычисление простейших числовых характеристик (моды, среднего арифметического, размаха и т. д.).

5. Авторы: Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н.

Основные понятия:

- Элементы комбинаторики: правило умножения; правило сложения; перестановки; размещения; сочетания. Бином Ньютона.
- Случайные события: классическое определение вероятности. Условная вероятность: независимые события.
- Формула полной вероятности. Геометрическая вероятность.

Автор учебника акцентирует внимание на фундаментальных понятиях теории вероятностей: случайные события и вероятность. Содержание тем в большей степени носит мировоззренческий характер. Комбинаторика изучается в 10 классе, а теория вероятностей изучается в 11 классе. Подобное разбиение, по мнению автора, позволяет продемонстрировать учащимся специфику каждой из отраслей математики, а также различия в предмете исследования.

6. Авторы: Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

Основные понятия:

- Элементы комбинаторики и бином Ньютона.
- Аксиомы теории вероятностей. Условная вероятность. Независимые события.
- Случайная величина. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
- Характеристики случайной величины. Математическое ожидание суммы

случайных величин.

Изучение комбинаторного материала осуществляется с учетом повторения учебного материала из предыдущих классов.

Материал, содержащий элементы теории вероятностей, также подлежит повторению, однако уточняются следующие понятия: элементарный исход и пространство элементарных исходов. Формируется достаточно абстрактное представление о событии как подмножестве пространства элементарных исходов. Определение условной вероятности в строгой форме не дается, а его введение осуществляется с помощью рассмотрения интуитивно понятных примеров. Для решения вероятностных задач предлагается использовать построение дендрограмм (древовидных диаграмм). При рассмотрении независимых событий выполняется переход от наглядно-интуитивных представлений о вероятностных задачах к достаточно формализованному подходу. Понятие «независимые события» вводится с помощью интуитивно понятных примеров. Для определения независимых событий в учебнике используется формула: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, т.е. применяется формальное определение к данному понятию.

Случайная величина представляется как числовая функция, аргументами которой являются элементарные исходы. Учащимся объясняется, что работа со случайными величинами проявляется в составлении множества значений случайной величины или её распределения.

Схема Бернулли вводится на интуитивном уровне. Акцентируется внимание на том, что схема Бернулли применима для задач внешне не похожих друг на друга. Здесь же рассматривается биномиальное распределение случайной величины.

Понятие «математическое ожидание» представлено в качестве среднего значения величины в опытах, и значение числового результата носит вероятностный характер. С понятием «дисперсия» учащиеся уже встречались. Поэтому рассматриваются основные свойства математического ожидания и дисперсии, приводится доказательство теорем, в частности, способ вычисления математического ожидания через пространство элементарных исходов.

В качестве приложения предлагается рассмотрение следующих понятий: дискретные случайные величины и их распределение, распределение Пуассона, независимые случайные величины, математическое ожидание произведения, дисперсия суммы независимых случайных величин, закон больших чисел, неравенство Чебышева, ковариация случайных величин, коэффициент корреляции, непрерывно распределённые случайные величины, равномерное распределение, нормальное распределение, показательное распределение. Содержание данных тем сводится к рассмотрению интуитивно понятных примеров.

7. Авторы: Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Яценко И.В. экспериментальное учебное пособие «Теория вероятностей и статистика» (10-11 классы).

Основные понятия:

- Случайные эксперименты и случайные события. Вероятности событий. Близость частоты и вероятности. Операции с событиями. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность.

- Случайные величины. Распределение вероятностей. Характеристики случайных величин. Совместные распределения.

- Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

- Независимость случайных величин.

- Геометрическое распределение. Число испытаний до первого успеха.

- Комбинаторика. Основные сведения. Число перестановок. Факториал.

Число сочетаний.

- Испытания Бернулли и биномиальное распределение. Случайная величина «число успехов». Математическое ожидание и дисперсия числа успехов.

- Закон больших чисел. Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли.

- Выборочный метод.

- Понятие непрерывной случайной величины.

- Равномерное распределение. Понятие о нормальном распределении. Показательное распределение.

- Время ожидания. Линейная регрессия и выборочный коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин и линейная регрессия. Выборочный коэффициент корреляции.

Учебное пособие направлено на знакомство учащихся со случайными величинами и их характеристиками, приложениями теории вероятностей к социологии, задачам страхования и т.п. Данное пособие отличается от учебников математики тем, что многие вопросы и упражнения не подразумевают однозначных ответов. Авторы не злоупотребляют математическим формализмом в изложении.

Базовое обучение

1. Авторы: Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

Основные понятия:

- Элементы комбинаторики: перестановки; размещения; сочетания. Бином Ньютона.

- Элементы теории вероятностей: операции над событиями; зависимые и независимые события; схема Бернулли.

- Случайные величины и их характеристики.

- Закон больших чисел. Аксиоматика Колмогорова.

Основные понятия комбинаторики и теории вероятностей вводятся на наглядно-интуитивном уровне. Изложение комбинаторного материала опирается на повторение материала из курса «Алгебры» 9 класса.

Рассмотрение элементов теории вероятностей включает изучение соотношений между событиями, приводятся примеры несовместных событий. Представление соотношений между событиями опирается на использование

диаграмм Эйлера.

В характере изложения вероятностного материала прослеживается переход от наглядно-интуитивных представлений к формализованному подходу. Определение условной вероятности представлено на интуитивном уровне, как и для углубленного обучения. Решение вероятностных задач производится с построением дендрограмм (древовидных диаграмм).

2. Авторы: Мордкович А.Г., Семенов П.В.

Основные понятия:

- Статистическая обработка данных.
- Простейшие вероятностные задачи.
- Сочетания и размещения.
- Формула бинома Ньютона.
- Случайные события и их вероятности.

Рассмотрение основных понятий статистики направлено на построение линейной диаграммы (многоугольник распределения), столбчатой диаграммы (гистограмма распределения), круговой диаграммы (камамбер). В учебнике предложены к изучению следующие числовые характеристики: мода, размах, среднее арифметическое, варианта, медиана, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.

Решение простейших вероятностных задач сопровождается изучением таких понятий теории вероятностей, как равновероятные и равновозможные случайные события, классическое определение вероятности, геометрическое определение вероятности, достоверные и невозможные события, несовместные события, независимые события.

3. Авторы: Муравин Г.К., Муравина О.В.

Основные понятия:

- Сумма и произведение событий. Условная вероятность. Сумма событий. Формула вероятности суммы событий. Вероятность суммы несовместных событий. Вероятность произведения независимых событий.
- Среднее арифметическое, медиана и мода ряда. Дисперсия числового ряда. Математическое ожидание.

В курсе 11 класса элементы теории вероятностей и статистики завершают линию комбинаторики, вероятности и статистики, которая изучалась в основной школе. Учащиеся знакомятся с новыми для них понятиями произведения и суммы событий, несовместными, независимыми и противоположными событиями, условной вероятностью, а также с формулами, позволяющими находить вероятности суммы и произведения событий; решают задачи на вычисление вероятностей различных событий с использованием классической схемы. Учебный материал по статистике рассматривается в ознакомительном плане.

Таблица 8. Сравнительно-сопоставительный анализ учебников и учебных пособий

Таким образом, нельзя не отметить многообразие вопросов, включенных в содержание учебного материала для старшей школы. В учебниках в большинстве представлен классический, формальный подход к представлению теоретического материала. Нет единого взгляда на изложение стохастических фактов и общего содержательного наполнения. Присутствует обособленность и эпизодичность изучаемых тем, а выдача учебного материала частями ведет к сложности восприятия учащимися новой информации и более быстрому её забыванию. По нашему мнению, учебное пособие, разработанное под редакцией Ю.Н. Тюрин, А.А. Макарова, И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко, в полной мере отражает идеи стохастической линии школьного курса математики в соответствии с ФГОС.

Приложение 3

docs.google.com

Тест-опросник



Тест-опросник

1. Какие из следующих испытаний можно считать случайными? 1 балл

Стрельба по мишени

Нагрев воды в чайнике

Выигрыш в лотереи

Поступление юноши в лицей

2. Какие из следующих событий являются: достоверными (Д); невозможными (Н); достоверными и невозможные (Д и Н) 3 балла

Два попадания из трех выстрелов

Выпадение не более 18 очков при подбрасывании трех игральных кубиков

Наугад выбранное трехзначное число не больше 1000

Наугад выбранное число, составленное из цифр 1, 2, 3 без повторений, меньше 400

Появление слова «мама» при случайном наборе букв: а; а; м; м

Появление сразу 3 лайнеров над аэропортом

Попадание в мишень при 3 – х выстрелах

3. Из группы в 20 солдат каждую ночь выделяется наряд, состоящий из трех человек. Сколько ночей подряд командир может выделять наряд, не совпадающий ни с одним из предыдущих? 1 балл

1140

1160

1156

4. Сравните между собой шансы наступления событий. 1 балл

Новый электрический чайник не сломается в течение месяца.

Новый электрический чайник не сломается в течение года.

5. По прогнозу метеорологов вероятность того, что пойдет дождь, равна 0,4, будет ветер – 0,7, будет ветер с дождем – 0,2. Какова вероятность того, что будет дождь или ветер? 1 балл

0,7

0,8

0,9

6. Вероятность встретить на улице знакомого равна 0,2. Сколько среди 100 случайных прохожих можно встретить знакомых с вероятностью 0,95. 1 балл

от 12 до 27

от 25 до 42

от 18 до 35

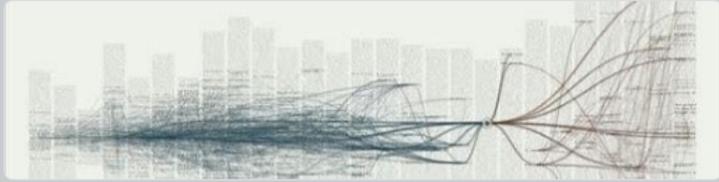
7. Два стрелка сделали по 100 выстрелов. Первый выбил 8 очков 40 раз, 9 очков – 10 раз и 10 очков – 50 раз. Второй выбил 8, 9 и 10 очков соответственно – 10, 60 и 30 раз. Какой из стрелков стреляет лучше? 2 балла

Первый

Приложение 4

docs.google.com

Анкета



Анкета

1. Как по-Вашему, элементы теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики важную ли роль играют в курсе математики, в жизни? Объясните, почему? 2 балла

Мой ответ _____

2. Помогают ли Вам вероятно-статистические представления в повседневной жизни? Как часто? 2 балла

Мой ответ _____

3. Тяжело ли Вам дается освоение элементов теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики? 2 балла

Мой ответ _____

4. Представляется ли для Вас возможным за счет знаний стохастики установить межпредметные связи с учебными дисциплинами? Приведите примеры. 2 балла

Мой ответ _____

5. Владеете ли вы навыками прогнозирования каких-либо явлений или процессов? Приведите примеры. 2 балла

Мой ответ _____

6. Легко ли Вам дается анализ и оценка повседневных проблем? Приведите примеры. 2 балла

Мой ответ _____

Приложение 5

Примеры кейс-заданий

Кейсы дифференцированы по содержательному наполнению и сложности выполнения в зависимости от профиля обучения.

Кейс 1. Комбинаторный метод в чтении забытых письменностей Египта (базовое обучение).

Цель кейса:

1. Изучить проблему расшифровок буквенной письменности Египта.
2. Исследовать карийские надписи Египта, различные способы письма.
3. Рассмотреть особенности и специфику метода комбинаторного сравнения частот различных сочетаний пар знаков в расшифровке буквенной письменности: чередование гласных и согласных в языках; разделение всех знаков на две группы так, чтобы знаки одной группы перемежались в тексте знаками другой группы.
4. Установить авторство данного метода, роль филолога В. В. Шеворошкина в распространении метода, влияние Ж.Ф. Шампольона на дешифровку египетских иероглифов.
5. Выявить закономерности в карийских надписях – отделение знаков гласных букв от знаков согласных букв.
6. Расшифровать текст (Рисунок 31). Выполнить наблюдения над текстом, сопоставление повторяемости комбинаций слов и грамматических форм в сочетании (способ – бустрофедон).

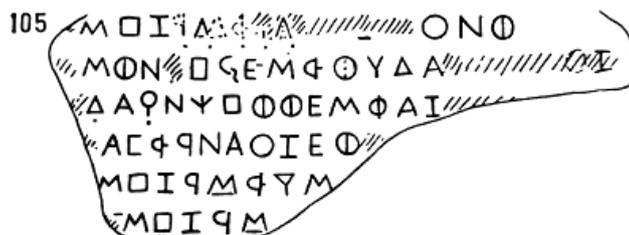


Рисунок 31.

7. Предложить альтернативные методы расшифровки на примере карийской надписи Египта; с учетом специфики исследования обобщить полученные результаты к различным способам письма египетских иероглифов.

Кейс 2. Перестановочный шифр в работе дипломатов и секретных служб разных государств (углубленное обучение).

Цель кейса:

1. Изучить проблему шифрования, используемого дипломатами и секретными службами разных государств.

2. Рассмотреть особенности и специфику шифрования с применением перестановок: шифр Сцитало, шифр маршрутной перестановки, шифр вертикальной перестановки.

3. Исследовать роль Леонарда Эйлера в распространении шифра, влияние работ Джероламо Кардано (в частности, решётка Кардано).

4. Выявить закономерности перестановок букв, замены букв с использованием ключевых слов и т. д.

5. Расшифровать следующие предложения:

- a) SOKYDIOLIGCWUUNO, ключ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$;
- b) ТАЫТОЕОНСООВЗМЕВТРАДАЗЕДВМАЯНТОАЫСЗАИМНОНВК;
- c) ВИДХЪВРЛМАОЯООАОДДСЕМДРОИВВОЕОЗТООБНЗО;
- d) ВАБОЛВЕБЕКЪТСРТЙЕ;
- e) ЁЛИСУВШОЮЦОМЮВЫЗПЪМО,ЪЭЛВШРЕЭЭТЖЩЮИГВФБСЦХ,
ЖЪЫХЙТСЖЫАШШЬЯМЬШЗЪВГ.

Ответы:

- a) I WISH YOU GOOD LUCK
- b) СВЕТИТ_НЕЗНАКОМАЯ_ЗВЕЗДА_СНОВА_МЫ_ОТОРВАНЫ_ОТ_ДО
МА
- c) МОРОЗ_ВОЕВОДА_ДОЗОРОМ_ОБХОДИЛ_ВЛАДЕНИЯ_СВОИ.
- d) БЫТЬ В СВОЕЙ ТАРЕЛКЕ.
- e) ТИШЕ ЕДЕШЬ ДАЛЬШЕ БУДЕШЬ.

	руб.								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2015	211 611	19 446	93 652	1,101	1,794	10,1	79,4	1921,65	16,5
2016	246 214	34 603	128 255	1,164	2,087	16,4	108,7	2116,11	29,3
2017	251 961	5 747	134 002	1,023	2,136	2,3	113,6	2462,14	4,9
2018	271 125	19 164	153 166	1,076	2,298	7,6	129,8	2519,61	16,2
2019	341 455	70 330	223 496	1,259	2,895	25,9	189,5	2711,25	59,7

Таблица 9.

Приложение 6

Учебный курс, разработанный в программе Websoft CourseLab (11 класс, «Независимые повторения испытаний с двумя исходами» на тему «Теорема Муавра-Лапласа» (Рисунок 32))



Рисунок 32. Начало учебного курса

Структура учебного материала курса выстроена следующим образом. Сперва актуализируются и закрепляются знания учеников о применении формулы Бернулли, получив слишком большое число испытаний, учащимся предлагается познакомиться с локальной и интегральной теоремами Лапласа (Муавра-Лапласа). Вычисление по теореме Лапласа для старшеклассников не является сложным, так как в помощь им предлагается воспользоваться онлайн-калькуляторами, представленными на следующем слайде, которые позволяют выполнить подсчёт значений показателей и опустить громоздкие вычисления, экономится время урока для осуществления более продуктивной учебной деятельности (Рисунок 33).

Независимые испытания

Калькулятор

Локальная теорема Лапласа

Введите данные:

$n = 5$ - количество независимых испытаний
 $k = 4$ - количество наступлений события A
 $p = 0.9$ - вероятность наступления события A

Вычислить

Количество знаков после запятой в числе:

$P_n(k) = 0.43$

Теория

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2np(1-p)}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x = \frac{k-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

где $P_n(k)$ - вероятность появления события A ровно k раз при n независимых испытаниях, p - вероятность появления события A при каждом испытании.

Независимые испытания

Калькулятор

Локальная теорема Муавра-Лапласа

Теорема: Пусть n достаточно велико (например, >50), и $p < 20$. Тогда

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2npq}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad \text{где } x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

Онлайн-калькулятор

- Число n
 - Число k
 - Число p

Вычислить

- 0.55 - Вычисленное число q
- 2.25 - Вычисленное число lambda
- 0.2667917 - Вычисленное число $P_n(k)$ (по теореме Пуассона)
- 0.224733 - Вычисленное число x
- 0.3495798 - Вычисленное число $P_n(k)$ (по локальной теореме Муавра-Лапласа)

Рисунок 33. Работа с калькулятором по формуле Муавра-Лапласа

После чего подробно исследуются свойства функции Лапласа, мотивация учащихся поддерживается путем работы с интерактивным встроенным в CourseLab модулем (Рисунок 34). В результате наведения курсором на определённую область, старшеклассникам последовательно шаг за шагом будут открываться исследуемые объекты (свойства функции Лапласа).

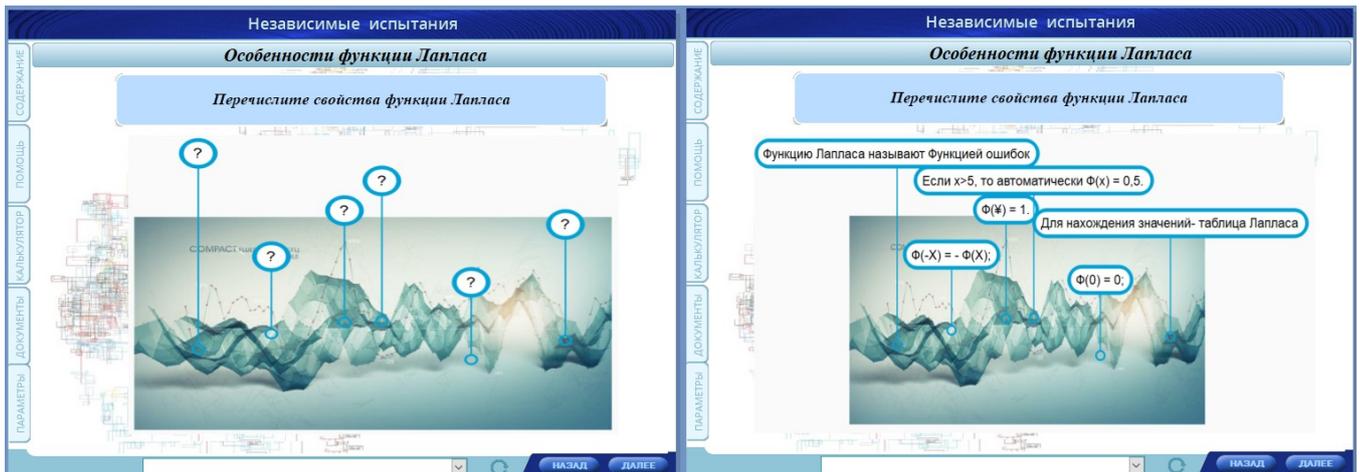


Рисунок 34. Работа с интерактивным модулем

Далее старшеклассникам необходимо произвести экспериментальную проверку теоремы Муавра-Лапласа. Для этого им предлагается воспользоваться динамичной моделью «Предельные теоремы теории вероятностей» программы 1С: Математический конструктор, которая позволяет моделировать и осуществлять сбор и обработку статистических данных, оформляя их в таблицы и выстраивая биномиальное распределение вероятностей (Рисунок 35).

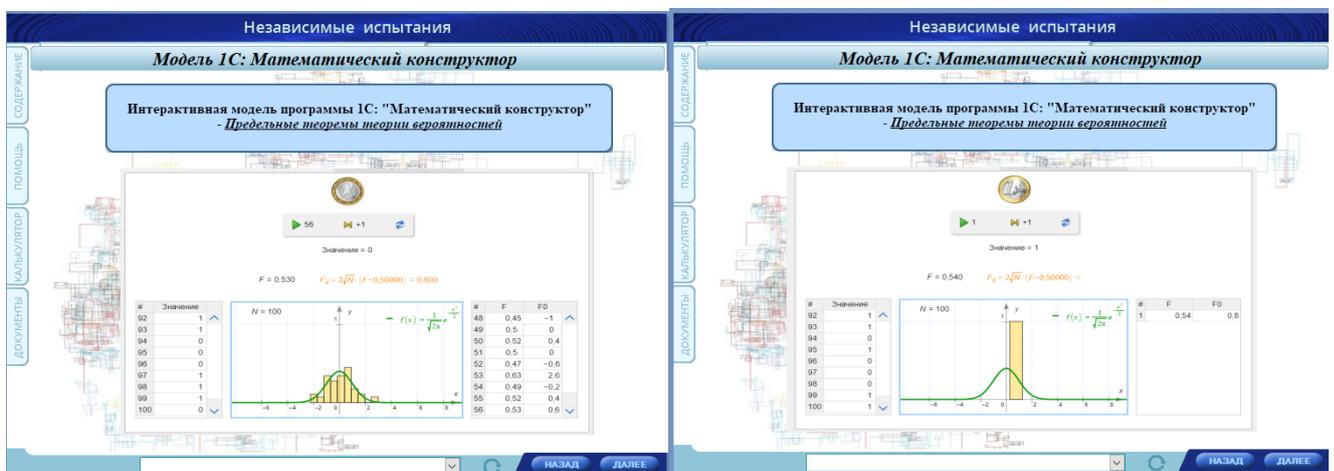
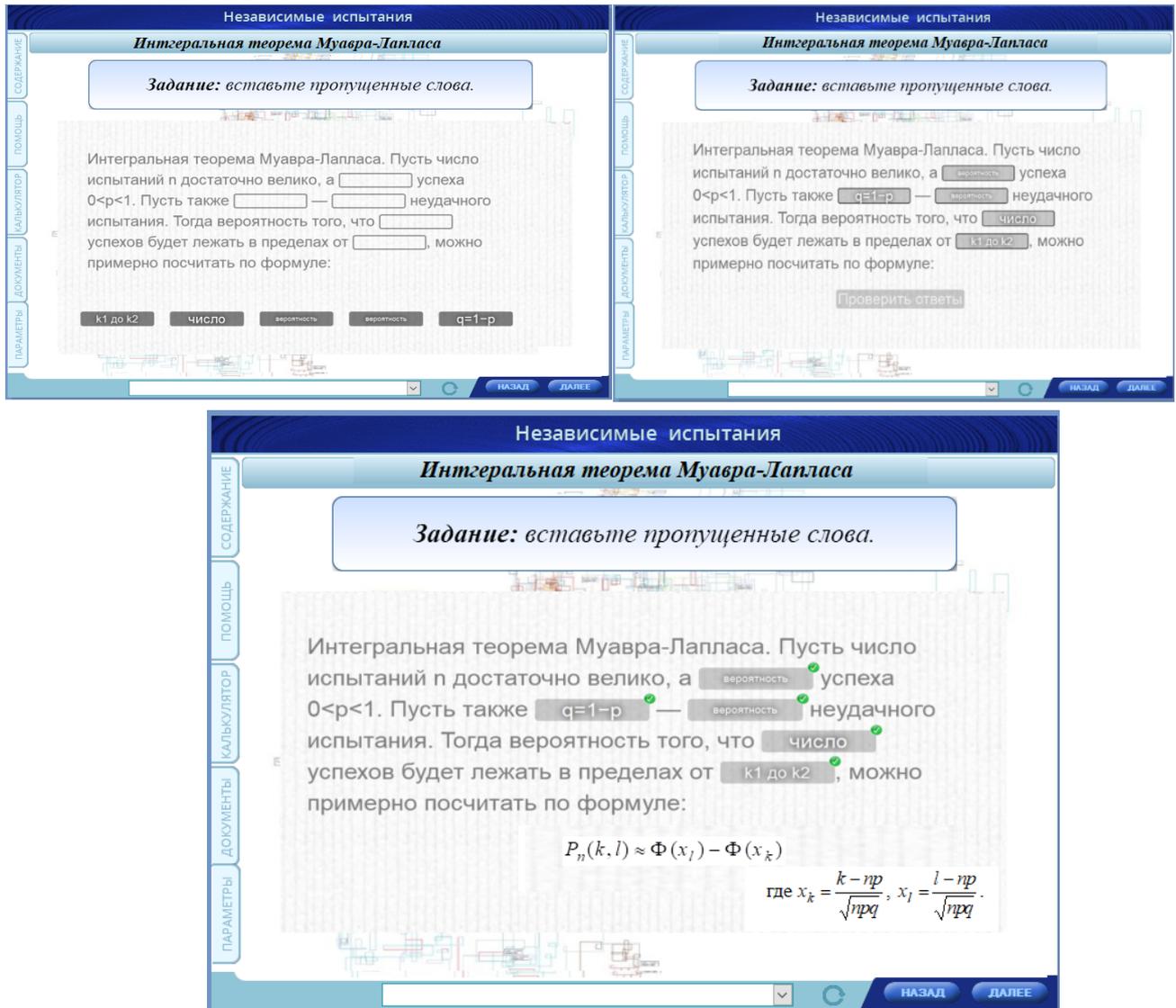


Рисунок 35. Модель «Предельные теоремы теории вероятностей»

В заключении ученикам рекомендуется выполнить интерактивное задание, направленное на закрепление стохастического материала (Рисунок 36). Необходимо вставить пропущенные слова в определение интегральной теоремы Муавра-Лапласа, с которой им пришлось работать на протяжении



всего урока.

Рисунки 36. Выполнение интерактивного задания по закреплению темы «Теорема Муавра-Лапласа»

Использование программы CourseLab в представлении стохастического материала есть последовательная работа по проверке уже полученных знаний учеников (за счет приведения примеров, заданий, выявляющих актуальность и взаимосвязь стохастических знаний с другими смежными предметами) и

методичный переход от знакомого им учебного материала к материалу более высокого уровня сложности.

Возможности инструментария CourseLab обуславливают встраивание и интегрирование в структуру учебного курса интерактивных модулей, моделей и других программных продуктов информационных образовательных технологий. В представленном учебном курсе средствами визуализации выступают динамическая модель (Рисунок 35) и интерактивный модуль (Рисунок 34), демонстрирующие свойства и особенности исследуемых объектов; средствами вычисления – онлайн-калькуляторы (Рисунок 33); средствами контроля – интерактивные тестирующие и корректирующие задания (Рисунок 36).