

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

**Чернова Анна Александровна**

**Исследование многофазной фильтрации при водогазовом  
воздействии на анизотропные нефтяные пласты с учетом  
гравитационных и капиллярных эффектов**

Специальность 1.1.9 — «Механика жидкости, газа и плазмы»

ДИССЕРТАЦИЯ  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН Афанасьев Андрей Александрович

Москва — 2025

# Оглавление

|                                                                                     |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение</b>                                                                     | <b>6</b>  |
| 1 Актуальность темы исследования . . . . .                                          | 6         |
| 2 Степень разработанности темы исследования . . . . .                               | 8         |
| 3 Цели и задачи работы . . . . .                                                    | 8         |
| 4 Научная новизна работы . . . . .                                                  | 9         |
| 5 Теоретическая и практическая значимость работы . . . . .                          | 10        |
| 6 Методология и методы исследования . . . . .                                       | 11        |
| 7 Положения, выносимые на защиту . . . . .                                          | 11        |
| 8 Достоверность и апробация результатов . . . . .                                   | 12        |
| 9 Публикации соискателя по теме диссертации . . . . .                               | 14        |
| 10 Личный вклад . . . . .                                                           | 14        |
| 11 Структура и объем работы . . . . .                                               | 14        |
| <b>Обзор литературы</b>                                                             | <b>15</b> |
| <b>1 Постановка задачи и основные уравнения</b>                                     | <b>23</b> |
| 1.1 Об исследуемом течении . . . . .                                                | 23        |
| 1.2 Основные уравнения . . . . .                                                    | 25        |
| 1.3 Начальные и граничные условия . . . . .                                         | 27        |
| 1.4 Стратегии закачки . . . . .                                                     | 28        |
| 1.5 Демонстрационный пример . . . . .                                               | 28        |
| 1.6 Сведение к плоской задаче . . . . .                                             | 30        |
| 1.7 Выводы к Главе 1 . . . . .                                                      | 31        |
| <b>2 Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле<br/>силы тяжести</b> | <b>32</b> |
| 2.1 Постановка задачи и основные уравнения . . . . .                                | 33        |
| 2.1.1 О вытеснении нефти водой . . . . .                                            | 33        |
| 2.1.2 О несмешивающемся вытеснении нефти газом . . . . .                            | 33        |

|          |                                                                                           |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.1.3    | Переобозначение фаз . . . . .                                                             | 34        |
| 2.1.4    | Постановка задачи . . . . .                                                               | 34        |
| 2.1.5    | Основные уравнения . . . . .                                                              | 37        |
| 2.2      | Характерные масштабы и критерии подобия . . . . .                                         | 39        |
| 2.2.1    | Масштабы длины . . . . .                                                                  | 39        |
| 2.2.2    | Масштабы давления . . . . .                                                               | 40        |
| 2.2.3    | Масштабы скорости и времени . . . . .                                                     | 42        |
| 2.2.4    | Критерий подобия $A$ . . . . .                                                            | 43        |
| 2.2.5    | Критерий подобия $M$ . . . . .                                                            | 44        |
| 2.2.6    | Уравнения в безразмерном виде . . . . .                                                   | 45        |
| 2.2.7    | Фазовая плоскость . . . . .                                                               | 47        |
| 2.3      | Режимы течения в предельных случаях . . . . .                                             | 48        |
| 2.3.1    | Обзор и обозначения . . . . .                                                             | 48        |
| 2.3.2    | Режим 1D . . . . .                                                                        | 48        |
| 2.3.3    | Режим PF . . . . .                                                                        | 50        |
| 2.3.4    | Режим AR . . . . .                                                                        | 53        |
| 2.3.5    | Режим SD . . . . .                                                                        | 55        |
| 2.3.6    | Карты эффективности . . . . .                                                             | 57        |
| 2.4      | Оптимальные положения источника и стока . . . . .                                         | 59        |
| 2.4.1    | Положения источника и стока в режиме 1D . . . . .                                         | 59        |
| 2.4.2    | Положения источника и стока в режиме PF . . . . .                                         | 60        |
| 2.4.3    | Положения источника и стока в режиме AR . . . . .                                         | 61        |
| 2.4.4    | Положения $I$ и $P$ в режиме SD . . . . .                                                 | 62        |
| 2.4.5    | Переходный режим . . . . .                                                                | 63        |
| 2.4.6    | Карты оптимальных положений $I$ и $P$ . . . . .                                           | 63        |
| 2.4.7    | Влияние капиллярного давления . . . . .                                                   | 65        |
| 2.4.8    | Влияние подвижностей фаз . . . . .                                                        | 67        |
| 2.5      | Выводы к Главе 2 . . . . .                                                                | 71        |
| <b>3</b> | <b>Исследование влияния фазовых переходов при водогазовом<br/>воздействии в режиме 1D</b> | <b>74</b> |
| 3.1      | Постановка задачи и основные уравнения . . . . .                                          | 75        |
| 3.1.1    | Параметры моделирования . . . . .                                                         | 75        |
| 3.1.2    | Основные уравнения . . . . .                                                              | 76        |

|       |                                                                                            |     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1.3 | Экономические оценки чистой приведенной стоимости<br>водогазового воздействия . . . . .    | 77  |
| 3.1.4 | Граничные условия . . . . .                                                                | 78  |
| 3.1.5 | Критерий оптимизации . . . . .                                                             | 79  |
| 3.2   | Исследование в безразмерных переменных . . . . .                                           | 80  |
| 3.2.1 | Безразмерные переменные и характерный диапазон их<br>изменений . . . . .                   | 80  |
| 3.2.2 | Фазовая плоскость . . . . .                                                                | 82  |
| 3.2.3 | Критерий оптимизации в безразмерных переменных . . . .                                     | 83  |
| 3.3   | Результаты при $r_o=12.5$ у.е./т . . . . .                                                 | 84  |
| 3.3.1 | Пример расчета . . . . .                                                                   | 84  |
| 3.3.2 | Карта NPV . . . . .                                                                        | 86  |
| 3.3.3 | Оптимальная стратегия для $NPV_\tau$ . . . . .                                             | 88  |
| 3.3.4 | Оптимальная стратегия для $NPV_*$ . . . . .                                                | 89  |
| 3.3.5 | Сравнение критериев оптимизации . . . . .                                                  | 92  |
| 3.3.6 | Эффективность извлечения нефти и захоронения $CO_2$ для<br>оптимальных стратегий . . . . . | 93  |
| 3.3.7 | Оптимизация закачки $CO_2$ в качестве третичного метода<br>добычи . . . . .                | 94  |
| 3.3.8 | Стратегии WAG и SWAG . . . . .                                                             | 95  |
| 3.4   | Влияние цены на нефть . . . . .                                                            | 99  |
| 3.4.1 | Общие тенденции на картах NPV . . . . .                                                    | 99  |
| 3.4.2 | Влияние $r_o$ на критерий оптимизации . . . . .                                            | 101 |
| 3.4.3 | Зависимость оптимальной стратегии от $r_o$ . . . . .                                       | 102 |
| 3.5   | Выводы к Главе 3 . . . . .                                                                 | 103 |

|          |                                                                                  |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4</b> | <b>Водогазовое воздействие на нефтенасыщенные пласты в поле<br/>силы тяжести</b> | <b>105</b> |
| 4.1      | Постановка задачи . . . . .                                                      | 105        |
| 4.2      | Параметры, определяющие режимы трехфазного течения . . . . .                     | 106        |
| 4.3      | Эффективность стратегий в режиме PF . . . . .                                    | 108        |
| 4.3.1    | Примеры распределения параметров течения . . . . .                               | 108        |
| 4.3.2    | Сравнение эффективности вытеснения . . . . .                                     | 113        |
| 4.3.3    | Влияние положения добывающей скважины на<br>эффективность вытеснения . . . . .   | 114        |

|       |                                                                                    |            |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3.4 | Влияние положения нагнетательной скважины на<br>эффективность вытеснения . . . . . | 115        |
| 4.4   | Эффективность стратегий в режиме AR . . . . .                                      | 116        |
| 4.4.1 | О масштабировании оптимальных объемов закачки . . . .                              | 116        |
| 4.4.2 | Примеры распределения параметров течения . . . . .                                 | 117        |
| 4.4.3 | Сравнение эффективности вытеснения . . . . .                                       | 119        |
| 4.5   | О переходных режимах . . . . .                                                     | 122        |
| 4.6   | Выводы к Главе 4 . . . . .                                                         | 125        |
|       | <b>Заключение</b>                                                                  | <b>126</b> |
|       | <b>Список литературы</b>                                                           | <b>129</b> |

# Введение

## 1 Актуальность темы исследования

Оптимизация добычи полезных ископаемых, в том числе нефти, – одна из актуальных проблем рационального недропользования и энергетики. Традиционной технологией является заводнение нефтяных пластов. Однако для ряда месторождений эта технология не является эффективной, так как коэффициент извлечения нефти (КИН) не превышает 20–30%. В связи с этим актуально развитие методов увеличения нефтеотдачи. Одним из таких методов является водогазовое воздействие на нефтяные пласты. Водогазовое воздействие предполагает чередующуюся закачку в пласт воды и газа (Рисунок 1). В качестве вытесняющего газа может использоваться углекислый газ ( $\text{CO}_2$ ). В этом случае повышение нефтеотдачи связано с тем, что газ растворяется в нефти, снижая ее вязкость и плотность, что в итоге приводит к ее более полному вытеснению. Однако закачка газа требует дополнительных расходов по сравнению с закачкой воды. Таким образом, с одной стороны, при закачке газа удастся повысить КИН, с другой стороны, увеличиваются расходы на закачку и сепарацию  $\text{CO}_2$  от добываемой нефти. В результате возникает проблема – поиск баланса между прибылью от дополнительно извлеченной нефти и расходами на закачку газа.

Применение водогазового воздействия осложняется неоднородным строением геологических пластов, многокомпонентным составом насыщающих их жидкостей и газов и фазовыми переходами. Неоднородное строение пластов, которое в ряде случаев можно охарактеризовать анизотропным распределением проницаемости, может снижать эффективность вытеснения нефти. Часто абсолютная проницаемость в горизонтальном направлении больше, чем в вертикальном, что приводит к снижению охвата пласта вытеснением. Нагнетаемая в пласт жидкость (или газ) может прорываться к добывающим скважинам по отдельным высокопроницаемым пропласткам, оставляя невытесненным значительный объем нефти.

Гравитационное расслоение жидкостей также может уменьшать коэффициент нефтеотдачи. Так как вода характеризуется более высоким значением

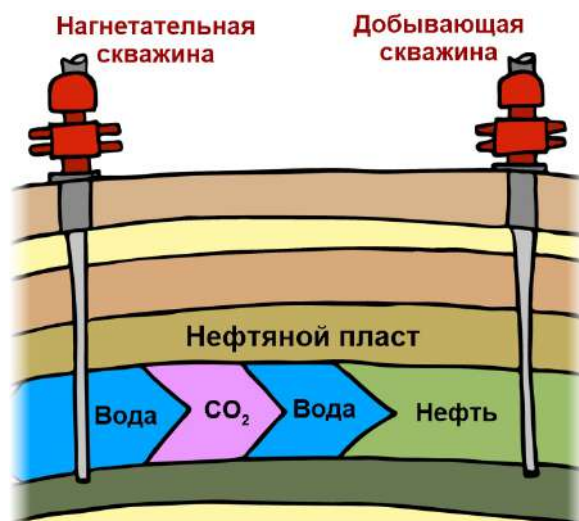


Рисунок 1: Схема водогазового воздействия с чередующейся закачкой воды и газа.

плотности, чем нефть, то при заводнении нефтяного пласта вода может опускаться к его подошве, оставляя невытесненной нефть у кровли пласта. При закачке газа реализуется противоположная ситуация. Как более легкая по сравнению с нефтью фаза, газ поднимается к кровле пласта и вдоль нее прорывается к добывающим скважинам, оставляя неохваченными вытеснением области у подошвы пласта. Отмеченные гидродинамические эффекты в поле силы тяжести осложняются влиянием других механизмов переноса жидкостей, связанных, например, с капиллярной пропиткой пористой среды. Влияние капиллярного давления на эффективность вытеснения неоднозначно. С одной стороны, капиллярное давление может приводить к повышению охвата пласта вытеснением, а с другой стороны, может приводить к нежелательным последствиям, связанным с «размытием» фронтов вытеснения и ускоренным продвижением вытесняющей жидкости к добывающим скважинам.

Закачка  $\text{CO}_2$  в нефтяные пласты также позволяет решить актуальную современную проблему по декарбонизации энергетических систем. Антропогенный фактор, связанный с выбросом продуктов горения в атмосферу, приводит к глобальному потеплению. При этом  $\text{CO}_2$  является одним из основных парниковых газов и снижение его выбросов в атмосферу должно способствовать решению отмеченной климатической проблемы. Надежное захоронение  $\text{CO}_2$  в нефтяных пластах является одним из перспективных способов уменьшения выбросов, декарбонизации существующих энергетических систем и построения низкоуглеродной энергетики.

Литературный обзор, проведенный в диссертации, показал, что влияние анизотропного распределения проницаемости пласта, гравитационного расслоения фаз, капиллярного давления и трехфазного течения на эффективность водогазового воздействия изучено недостаточно подробно, несмотря на практическую важность и значительное влияние указанных факторов на эффективность добычи и режимы вытеснения нефти.

## **2 Степень разработанности темы исследования**

Ранее различные методы увеличения нефтеотдачи исследовались во многих работах. При водогазовом воздействии, как одном из методов увеличения нефтеотдачи, рассматривалось влияние и неоднородного строения пластов, и гравитационного расслоения фаз, и фазовых переходов, и капиллярного давления. Достаточно много работ посвящено многостадийному смешению. Однако влияние этих эффектов исследовалось по отдельности, то есть совместное влияние нескольких факторов на эффективность водогазового воздействия ранее не оценивалось. Помимо теоретических, есть достаточно много инженерных работ, в которых исследуются конкретные пласты. В таких работах авторов интересует эффективность водогазового воздействия в рамках сопряжения гидродинамического моделирования с экономическими оценками. Часто оценивается оптимальное отношение закачиваемых объемов воды и газа.

Более подробно степень разработанности темы исследования проанализирована в Обзоре литературы.

## **3 Цели и задачи работы**

Основной целью данной работы является исследование факторов, влияющих на эффективность водогазового воздействия на нефтяные пласты, таких как анизотропное распределение проницаемости пласта, связанное с различными значениями абсолютной проницаемости в горизонтальном и вертикальном направлениях, гравитационное расслоение фаз, капиллярное давление между различными фазами пластовой жидкости, положения нагнетательной и добывающей скважин и фазовые переходы.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:



1. Определение критериев подобия, характеризующих влияние отмеченных выше факторов на процесс вытеснения;
2. Исследование режимов вытеснения из анизотропного пласта в поле силы тяжести в приближении фильтрации несмешивающихся несжимаемых жидкостей;
3. Проведение теоретического и численного анализа водогазового воздействия на нефтенасыщенные пласты при анизотропном распределении проницаемости, влиянии силы тяжести и капиллярных эффектов;
4. Сопряжение фильтрационной модели с экономическими соотношениями для расчета эффективности водогазового воздействия с учетом доходов и расходов на закачку воды и газа;
5. Разработка методов оптимизации водогазового воздействия на нефтяные пласты;
6. Исследование оптимальных стратегий закачки воды и газа при различных режимах вытеснения и экономических условиях;
7. Исследование влияния положений горизонтальных скважин на эффективность водогазового воздействия;
8. Исследование влияния фазовых переходов на эффективность водогазового воздействия.

#### **4 Научная новизна работы**

В диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

1. Впервые проведена классификация режимов вытеснения из анизотропного пласта в поле силы тяжести. Показано, что возможны четыре предельных режима вытеснения, характеризующихся различным относительным влиянием силы Архимеда и анизотропного распределения проницаемости.
2. Впервые показано, что в ряде случаев количество критериев подобия, определяющих параметры течения, сокращается.

3. Впервые построены карты оптимальных положений горизонтальных скважин, позволяющих повысить коэффициент охвата пласта вытеснением и коэффициент извлечения нефти при водогазовом воздействии.
4. Предложен новый способ оптимизации водогазового воздействия на нефтяные пласты, который основан на использовании параметра подобия, характеризующего как физические, так и экономические процессы вытеснения.
5. Впервые показано, что продолжительность эксплуатации месторождения необходимо рассматривать как переменный параметр при оптимизации водогазового воздействия.
6. Предложен новый способ масштабирования оптимальных объемов закачки, полученных в одномерном моделировании фильтрации, с целью их применения к двумерным процессам вытеснения в анизотропных пластах.

## **5 Теоретическая и практическая значимость работы**

В диссертации разработана теория вытеснения жидкости из анизотропного пласта с учетом силы тяжести и капиллярных эффектов, которая способствует развитию методов анализа многофазной фильтрации в различных приложениях. Теоретическая значимость данной работы обусловлена ее научной новизной. Проведение натурных экспериментов, связанных со смешивающимся вытеснением нефти, является дорогостоящим и трудозатратным, что повышает значимость проведенных численных расчетов.

Приведенные в диссертационной работе исследования дают представление о том, как будет происходить вытеснение нефти на месторождении с заданными параметрами жидкостей и пласта. Практическая значимость данной работы обусловлена тем, что ее результаты позволяют оценить возможные значения коэффициента извлечения нефти, коэффициента охвата пласта вытеснением, чистой приведенной стоимости, а также помогают определить, в каком количестве и порядке стоит закачивать воду и углекислый газ для оптимальной добычи нефти, как следует пробурить скважины для конкретного месторождения в зависимости от ожидаемого режима течения. Фактически, результаты

диссертационной работы позволили сформулировать практические рекомендации о способах применения водогазового воздействия.

## **6 Методология и методы исследования**

Исследование фильтрационных процессов проводилось на основе моделей, построенных с использованием законов и уравнений механики сплошных сред, механики многофазных сред и теории фильтрации. Для расчета фазовых превращений использовались методы термодинамического моделирования, основанные на кубическом уравнении состояния Соаве-Редлиха-Квонга. При выполнении диссертационной работы применялось численное (компьютерное) моделирование с использованием пакета программ MUFITS. Расчет течений проводился с применением метода конечных объемов. Для поиска оптимальных параметров водогазового воздействия применялись градиентные и безградиентные методы оптимизации.

## **7 Положения, выносимые на защиту**

1. Классификация режимов вытеснения из анизотропного пласта в поле силы тяжести. Возможны четыре предельных режима вытеснения, характеризующихся различным относительным влиянием силы Архимеда и анизотропным распределением проницаемости. Параметры подобия, характеризующие течение в предельных режимах.
2. Способ оптимизации водогазового воздействия на нефтяные пласты, который основан на использовании параметра подобия, характеризующего как физические процессы вытеснения из пористой среды, так и экономические показатели.
3. Оценки для оптимальных параметров водогазового воздействия на нефтяные пласты при различных стратегиях закачки, режимах вытеснения, ценах на нефть и положениях нагнетательной и добывающей скважин.

## 8 Достоверность и апробация результатов

Достоверность полученных результатов обусловлена применением классических моделей гидромеханики, теории фильтрации, использованием тщательно протестированных пакетов программ, контролем сходимости и устойчивости численных решений. При проведении расчетов проверена сеточная сходимость и независимость используемых численных методов.

Основные результаты, полученные в работе, докладывались на следующих конференциях:

1. XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (2023);
2. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков (2019–2024);
3. Международная школа-конференция «Актуальные проблемы механики» (2022, 2024);
4. Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения» (2023);
5. Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (2023, 2024);
6. Всероссийский научный симпозиум по проблемам аэромеханики и газовой динамики, посвящённый 100-летию со дня рождения академика Горимира Горимировича Чёрного (2023);
7. European Geosciences Union General Assembly (2021);
8. Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ (2018–2024);
9. Научная конференция «Ломоносовские чтения», секция механики (2020–2024);
10. IV Всероссийская молодежная научная конференция «Актуальные проблемы нефти и газа» (2021);
11. Молодежная международная научно-практическая конференция «Новые технологии в газовой отрасли: опыт и преемственность» (2022, 2024);

12. III Международная научно-практическая конференция ООО Лукойл-Инжиниринг «Интегрированное научное сопровождение нефтегазовых активов: опыт, инновации, перспективы» (2021);
13. Научно-техническая конференция «Цифровые технологии в добыче углеводородов: цифровая прозрачность» (2022).

Полученные результаты были отмечены дипломами:

1. конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ (**1 степени** (2022, 2023), **3 степени** (2024));
2. за лучшую работу аспиранта конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ (**1 степени** (2023), **2 степени** (2020, 2021));
3. за лучшую работу студента на Всероссийской конференции молодых ученых-механиков МГУ (**2 степени** (2020));
4. за лучшую работу аспиранта на Всероссийской конференции молодых ученых-механиков МГУ (**1 степени** (2023), **2 степени** (2022, 2024));
5. за победу в конкурсе на лучший доклад среди студентов, аспирантов и молодых ученых IX Всероссийской конференции «Пермские гидродинамические научные чтения» (2023);
6. **за III место** на XII Молодежной международной научно-практической конференции «Новые технологии в газовой отрасли: опыт и приемственность» (2024).

Полученные результаты автора диссертации также были отмечены стипендией МГУ для молодых сотрудников, аспирантов и студентов, добившихся значительных результатов в педагогической и научно-исследовательской деятельности (2020, 2022, 2023, 2025).

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинаре НИИ механики МГУ имени А.Г. Куликовского и А.А. Бармина под руководством проф. В.П. Карликова, проф. А.Н. Осипцова, чл.-корр. РАН А.А. Афанасьева и д. ф.-м. н. Н.В. Никитина и на научно-исследовательском семинаре кафедры газовой и волновой динамики под руководством академика РАН Р.И. Нигматулина, проф. Н.Н. Смирнова и проф. А.В. Звягина. Полученные в диссертации результаты

содержатся в научно-квалификационной работе на тему: «Исследование водогазового воздействия на нефтяные пласты», которая была защищена автором при окончании аспирантуры механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

## **9 Публикации соискателя по теме диссертации**

Основные результаты диссертации изложены в 6 печатных работах, из них в 4 статьях, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в международных базах цитирования Web of Science и/или Scopus.

## **10 Личный вклад**

Представленные в диссертации результаты получены лично соискателем и в соавторстве с научным руководителем. Автор участвовал в формулировке постановки задач, планировании и обсуждении результатов численных расчетов, интерпретации результатов и написании статей. Проведение расчетов и подготовка результатов к публикации осуществлялись лично автором диссертации. 9/10 всех графиков и таблиц, представленных в работе, автор построил лично. Положения, выносимые на защиту, получены лично соискателем. Постановки задач принадлежат научному руководителю.

## **11 Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, четырех глав и заключения. В работе содержится 53 рисунок, 1 таблица и 116 библиографических ссылок. Общий объем работы составляет 139 страницы.

## Обзор литературы

Исследование течений в пористых средах началось почти два века назад. В 1857 году Анри Дарси, изучая движение воды в фильтрах водоочистных сооружений, установил, что расход жидкости через трубу, заполненную пористой средой, пропорционален разности давлений между ее торцами и обратно пропорционален толщине фильтрующего слоя [1]. Он впервые предложил моделировать такие однофазные течения в безынерционном приближении. Позже в честь Дарси назвали закон фильтрации жидкостей и газов через пористую среду. Также его именем названа единица измерения проницаемости – величины, характеризующей гидродинамическую проводимость пористой среды.

В XX веке в связи с интенсивной разработкой углеводородных месторождений начались исследования двухфазных течений с целью описания процессов добычи нефти водой. Было установлено, что фазы воды и нефти движутся с различными скоростями. То есть для моделирования соответствующих течений требуется применять многоскоростные модели [2]. Исследование многофазного вытеснения в пористых средах началось с пионерской работы Баклея и Леверетта, в которой показано, что в течении образуются фронты вытеснения – узкие зоны быстрого изменения параметров течения. Показано, что ширина фронтов вытеснения определяется капиллярными эффектами, а в предельном случае малого капиллярного давления эти фронты удобнее описывать сильными разрывами параметров течения [3–6]. Продemonстрировано, что на фронте происходит неполное вытеснение нефти. Это связано с тем, что за фронтом образуется протяженная область двухфазного течения, в которой присутствуют обе фазы воды и нефти. Предложено обобщение закона Дарси на двухфазные течения, в котором введены кривые относительной фазовой проницаемости. Эти кривые определяются экспериментально и характеризуют, как фазы распределены в поровом пространстве и как эти распределения влияют на течение [2].

С развитием нефтяной индустрии потребовалось исследовать трехфазные течения, так как при снижении пластового давления нефть может разгазироваться с образованием третьей фазы газа, дополнительной к фазам воды и нефти [7–

12]. Проведены исследования фильтрации сжимаемой жидкости. Лейбензоном получено дифференциальное уравнение фильтрации газа и положено начало теории разработки газовых месторождений [13]. Разработана модель «черной нефти» – стандартная трехфазная модель фильтрации, которая в относительно простом виде описывает нефть и газ как две отдельные смешивающиеся компоненты, т.е. детальный компонентный состав каждой фазы не учитывается. В 80–90-е годы XX века появляются первые универсальные программы для расчета фильтрационных течений [14–16]. Эти программы – Eclipse (Schlumberger), тНавигатор (Интегрированные разработки для моделирования), программное обеспечение компании CMG – принято называть гидродинамическими симуляторами.

Существуют первичные, вторичные и третичные методы разработки нефтяных месторождений. Первичный метод разработки – это способ, основанный на извлечении нефти за счет внутренней энергии пласта [17]. Например, за счет энергии сжатой воды и породы в пласте. При бурении скважины давление в пласте снижается, в связи с чем вода, залежи которой находятся под нефтью, т.е. ниже водо-нефтяного контакта, расширяется, а пористость снижается. Из-за этого граница водо-нефтяного контакта поднимается и пластовая вода замещает нефть, вытесняя ее к добывающей скважине (Рисунок 2). Вторичные методы разработки месторождений – это способы, которые используются для поддержания давления в пласте и увеличения добычи нефти. К ним относятся закачка воды в пласт (водонапорный метод) и закачка газа (газонапорный метод) для вытеснения углеводородов к скважинам. По мере того, как запасы легкой нефти постепенно заканчиваются, возникла необходимость развития третичных методов разработки месторождений, которые применяются после заводнения. Третичные методы разработки месторождений – это, например, методы увеличения нефтеотдачи (МУН; Enhanced Oil Recovery – EOR), при которых внутрь пласта закачиваются специальные реагенты, повышающие эффективность процесса вытеснения в дополнение к увеличению пластового давления [18]. С 1990-х годов активно разрабатывались различные способы увеличения нефтеотдачи. Это и мицеллярно-полимерное заводнение, при котором в воду добавляют вещества, увеличивающие вязкость воды для повышения устойчивости фронта вытеснения и снижения рисков быстрого прорыва воды к добывающим скважинам [19]. Это и закачка поверхностно-активных веществ (ПАВов), которые



снижают капиллярное давление между фазами и позволяют достигать более полного коэффициента вытеснения [20—24]. К месторождениям тяжелой нефти применяют тепловые методы увеличения нефтеотдачи [25], основывающиеся на закачке водяного пара, и внутрискластовое горение [26] – метод увеличения нефтеотдачи, основанный на горении нефти в пласте. При возрастании температуры снижается вязкость нефти, что способствует ее более полному вытеснению. Нельзя не упомянуть гидроразрыв пласта. Этот метод увеличения нефтеотдачи заключается в создании высокопроводимой трещины в пласте под действием подаваемой в него под давлением жидкости. Трещина гидроразрыва позволяет повысить гидродинамическую связанность между скважиной и пластом, обеспечивая интенсификацию притока добываемого флюида к забою добывающей скважины. Для поддержания трещины в открытом состоянии используется пропант [27—29].

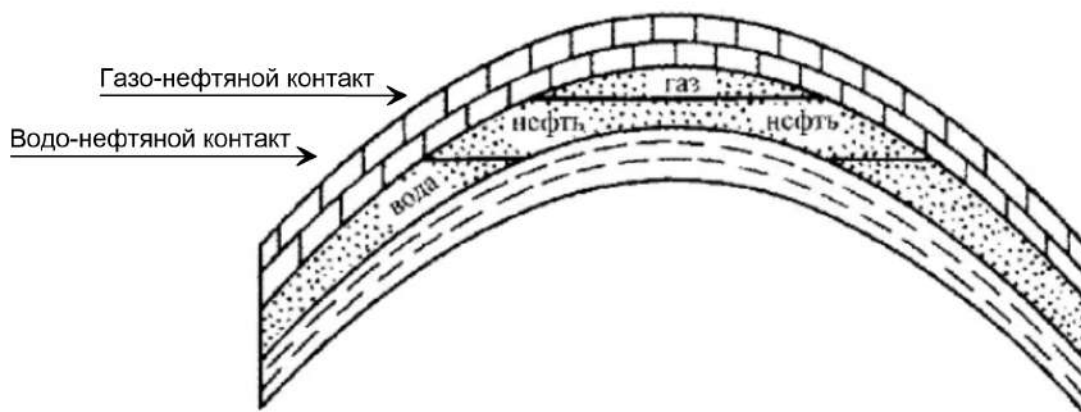


Рисунок 2: Схема распределения фаз в нефтяном месторождении (дополненный Рисунок взят из [17]).

Наконец, одним из методов увеличения нефтеотдачи является водогазовое воздействие, которому посвящена данная работа. Водогазовое воздействие предполагает чередующуюся или одновременную закачку воды и газа для поддержания давления в пласте [30—32] (Рисунок 1). Повышение нефтеотдачи достигается из-за того, что газ растворяется в нефти, снижая ее вязкость и плотность, а вода действует на нефть как поршень, вытесняя ее к добывающей скважине. Закачка газа является одним из широко используемых методов увеличения нефтеотдачи пластов [33—35]. Обычно закачка газа, непрерывная или чередующаяся с закачкой воды (water-alternating-gas injection – WAG), при-

меняется к месторождениям, истощенным после заводнения, хотя есть также примеры закачки газа, применяемой в качестве вторичного метода. Различные углеводородные и неуглеводородные газы могут быть закачаны для повышения нефтеотдачи пластов, и часто используется  $\text{CO}_2$  [36—38]. За счет водогазового воздействия эффективность добычи нефти может быть повышена на  $\sim 10\%$ . Закачка  $\text{CO}_2$  может иметь дополнительные преимущества как способ подземного захоронения парниковых газов, в том числе антропогенного  $\text{CO}_2$  [39—43]. Таким образом, закачка также может быть направлена на сокращение выбросов газов и уменьшение парникового эффекта.

Для моделирования газовых МУНов необходимо учитывать многокомпонентный состав фаз нефти и газа. В отличие от модели «черной нефти» этот состав можно учесть в композиционных моделях фильтрации. В этом случае законы сохранения и закон фильтрации сопрягаются с кубическими уравнениями состояния (например, уравнениями состояния Пенга–Робинсона [44] или Соаве–Редлиха–Квонга [45—47]).

При использовании водогазового воздействия в качестве МУНа можно рассматривать несколько различных стратегий закачки. Одним из основных вопросов при водогазовом воздействии является в каком порядке и количестве стоит закачивать воду и газ. Под стратегией подразумевается порядок и объем закачиваемых в пласт флюидов. Закачка и воды, и газа может использоваться в качестве как вторичного, так и третичного МУНа. Например, можно применять стратегию WG, что означает, что сначала закачивается вода (W), а затем газ (G). Также может применяться одновременная закачка воды и газа с последующей закачкой воды, т.е. (W+G)W стратегия [48]. Здесь аббревиатура W+G обозначает этап одновременной закачки воды и газа. А на Рисунке 1 показана схема вытеснения при стратегии WGW, то есть сначала закачивается вода, затем газ, и завершается разработка закачкой воды.

Закачка газа и воды сопровождается физическими явлениями, происходящими на различных масштабах, как на масштабах пор, так и месторождений [33; 49—51]. Для оценки эффективности этих явлений стратегии и режимы закачки можно сравнивать в различных метриках. Один из способов оценить эффективность – рассчитать коэффициент  $E_s$ , который оценивается как

$$E_s = E_d E_v E_a$$

где  $E_d$  – коэффициент микроскопического вытеснения,  $E_v$  – коэффициент объемного охвата пласта вытеснением,  $E_a$  – коэффициент площадного охвата [52; 53]. Величина  $E_d$  характеризует эффективность вытеснения исключительно в масштабе пор. Во многом она определяется относительными фазовыми проницаемостями, в том числе критическими насыщенностями фаз. Коэффициент  $E_a$  равен доле площади пласта, охваченной вытеснением. В этой охваченной части коэффициент  $E_v$  характеризует объемную долю пористой среды, в которую попала закачиваемая жидкость или газ. Например, коэффициент охвата пласта вытеснением помогает оценить влияние смесимости при закачке газа [54; 55]. Эта метрика также полезна при оценке влияния гравитационного расслоения фаз и образования каналов, по которым вытесняющая жидкость прорывается к добывающим скважинам в определенных случаях. Высокое отношение подвижности газа и нефти, влияние силы тяжести и неравномерное распределение проницаемости могут привести к значительному объему невытесненной нефти и, следовательно, к низкому коэффициенту охвата [49; 51; 56; 57].

Более сложный подход к оптимизации закачки газа предполагает объединение модели пласта с экономической моделью [58–61]. Экономическая модель предполагает различные затраты, включая затраты на покупку и закачку воды и  $\text{CO}_2$ , а также на утилизацию и разделение добываемых жидкостей и газов. Некоторые модели также учитывают приток денежных средств, связанный с подземным захоронением  $\text{CO}_2$  [59; 60]. В рамках такого сопряжения модели фильтрации с экономическими оценками поиск оптимальной стратегии сводится к максимизации чистой приведенной стоимости (Net Present Value – NPV) [62]. Как правило, стратегия закачки, соответствующая максимальному NPV, не совпадает со стратегией, соответствующей максимальному  $E_s$ . Поскольку композиционное моделирование требует больших вычислительных затрат, NPV максимизируется при рассмотрении двумерных и грубых трехмерных моделей пласта (например, профильных задач фильтрации или секторного моделирования). Обычно параметры экономической модели считаются фиксированными, тогда как оптимизируются количество закачанных поровых объемов газа и воды [60; 63], забойное давление [64] и другие параметры.

Эффективность вытеснения зависит от многих факторов, и степень их влияния может быть различной. Один из таких факторов – фазовые превращения. Углекислый газ и углеводородные (УВ) компоненты могут находиться как в

фазе газа, так и в фазе нефти. При закачке углекислого газа он растворяется в нефти, уменьшая ее вязкость и плотность, а УВ компоненты испаряются в газ. Фазовые переходы позволяют повысить коэффициент извлечения нефти. При закачке газа в нефтенасыщенные пласты развивается многостадийное смешение, описываемое сложной последовательностью разрывов и волн Римана. При закачке газа компоненты нефти испаряются в газ. В результате возникает несколько фронтов вытеснения, на каждом из которых изменяется состав нефти. В результате таких процессов через добывающую скважину сначала извлекается нефть, обогащенная легкими компонентами, а затем более тяжелыми компонентами [65—70].

Одним из важных параметров, влияющих на эффективность вытеснения, является минимальное давление смесимости (minimal miscibility pressure, ММР). ММР – минимальное значение давления, при котором газ и нефть образуют одну фазу, т.е. при давлениях ниже ММР течение является трехфазным (вода, газ, нефть), а при больших давлениях, чем ММР, – двухфазным (вода, углеводородная фаза). При таких давлениях достигается высокая эффективность вытеснения (то есть высокое  $E_d$ ) благодаря переходу в любых количествах компонент между нефтью и газом и развитию непрерывного, а не фронтального вытеснения. Таким образом, растворение  $\text{CO}_2$  в нефти приводит к высокоэффективному вытеснению при высоких давлениях, выше ММР [51; 65]. При давлениях ниже ММР происходит фронтальное вытеснение частично смешивающихся газа и нефти. В этом случае значительное влияние на эффективность вытеснения оказывают обогащение нефти газом и снижение ее вязкости. Как правило,  $E_d$  уменьшается с уменьшением среднего пластового давления, при этом вытеснение становится «менее смешивающимся».

Значительное влияние контраста плотностей нефти и вытесняющей жидкости на нефтеотдачу отмечено в [6; 71; 72]. Показано, что гравитационное расслоение фаз способствует существенному уменьшению нефтеотдачи. Газ, как более легкая фаза по сравнению с нефтью, поднимается к кровле пласта, а вода, как более тяжелая фаза, опускается к подошве пласта. Влияние силы тяжести было исследовано в многочисленных работах, начиная от анализа конусообразования [73; 74] и заканчивая анализом охвата пласта при стратегиях WAG [75; 76]. В этих работах показано, что более высокая скорость закачки, как правило, улучшает показатели добычи. В ряде случаев гравитационное расслоение фаз

удобно исследовать в приближении локального капиллярно-гравитационного равновесия [77].

Неоднородное строение пластов, которое в ряде случаев можно охарактеризовать анизотропной проницаемостью, снижает эффективность вытеснения нефти [78—81]. Часто абсолютная проницаемость в направлении напластования, т.е. в горизонтальном направлении, значительно больше проницаемости в вертикальном направлении. Это приводит к снижению коэффициента объемного охвата пласта вытеснением ( $E_v$ ), т.е. отношения объема породы, охваченной вытеснением, ко всему объему нефтесодержащей породы. Нагнетаемая в пласт жидкость (или газ) может прорываться к добывающим скважинам по отдельным высокопроницаемым пропласткам, оставляя невытесненным значительный объем нефти.

Помимо других технических и экономических аспектов, оптимизация закачки газа может включать в себя анализ состава закачиваемого газа [82], определение отношения объемов закачиваемого газа и воды в случае водогазового воздействия, оптимизацию забойного давления (т.е. давления в скважине на глубине пласта) и скорости закачки [56; 83]. Оптимизировать состав газа и забойное давление и оценить соответствующее значение  $E_d$  удобно на керновых исследованиях [84—88]. А для оптимизации стратегий и оценки общей эффективности  $E_s$  применяется двумерное и трехмерное композиционное моделирование [50; 89—91].

Капиллярное давление определяет протяженность фронтов вытеснения и толщину переходных зон насыщенности. Это влияет на коэффициент извлечения нефти. С одной стороны, капиллярная пропитка позволяет увеличить коэффициент охвата пласта вытеснением. С другой стороны, она может приводить к более быстрому прорыву закачиваемой жидкости к добывающим скважинам. В [92] проанализированы эффекты капиллярной пропитки в неоднородном пласте. Разработан псевдофункциональный подход и введены два капиллярных числа, характеризующих эффективность вытеснения. Позднее влияние гравитации, осложненное капиллярной пропиткой и неоднородностью, было исследовано в более конкретных случаях. Например, в [49; 93—95] исследуется случай смешивающегося вытеснения. В [96] и [97] исследуется возможность применения пены и полимерного заводнения для подавления гравитационной сегрегации и

вязкого «пальцеобразования». Устойчивость фронтов вытеснения двух несмешивающихся жидкостей в поле силы тяжести исследована в [98].

Достаточно много работ, связанных с применением водогазового воздействия, посвящено исследованиям конкретных месторождений [59; 63]. Часто в таких работах описываются течения при фиксированных распределениях параметров породы и насыщающих ее жидкостей и газов. Рассмотрены различные расстановки вертикальных скважин, в которые закачиваются газ или вода. Также в инженерных работах оптимальность исследуется в рамках сопряжения гидродинамической модели с экономическими оценками, включающими расходы на разработку месторождения и доходы от добытой нефти, т.е. оптимизация разработки месторождения оценивается по ее рентабельности.

Стандартный подход в инженерных работах предполагает, что продолжительность эксплуатации нефтяного месторождения  $t_{end}$  фиксирован и максимизируется NPV в момент времени  $t_{end}$  [59; 60; 64; 99]:

$$NPV(t) \rightarrow \max, \quad \text{где} \quad t = t_{end}$$

Для конкретных пластов  $t_{end}$  может быть равно нескольким годам или десятилетиям. В общем случае оценивается и максимизируется только  $NPV(t_{end})$ . Такой подход может быть неточным, так как NPV для других случаев, и для  $t < t_{end}$ , и для  $t > t_{end}$ , может быть выше, чем для  $t = t_{end}$ . Время добычи  $t_{end}$  также следует варьировать при оценке рентабельности закачки газа. Оптимальное время  $t_{end}$  зависит от параметров экономической модели (например, цены на нефть) в дополнение к его зависимости от параметров пласта, жидкостей и газов и стратегий закачки. Влиянию  $t_{end}$  на NPV в опубликованных литературных источниках не уделялось существенного внимания.

# Глава 1

## Постановка задачи и основные уравнения

### 1.1 Об исследуемом течении

Исследуются многофазные течения, сопровождающие разработку нефтяного пласта с помощью закачки воды или газа. Предположим, что сектор нефтяного пласта  $\Phi$ ,  $(x, y, z) \in [0, L_x] \times [0, L_y] \times [0, H]$ , разрабатывается с помощью двух горизонтальных скважин  $I$  и  $P$  (Рисунок 1.1а), направленных вдоль оси  $y$ . Нагнетательная скважина  $I$  расположена при  $x = 0$  и  $z = z_I$ . Через нее в различные интервалы времени может закачиваться газ или вода для вытеснения нефти к добывающей скважине  $P$ , расположенной при  $x = L_x$  и  $z = z_P$ .

Реальные нефтяные пласты характеризуются неоднородным распределением пористости  $\phi$  и проницаемости  $k$  (Рисунок 1.1в, г). Несомненно такие неоднородные распределения влияют на процесс вытеснения. Однако исследование их влияния – достаточно сложная задача, связанная с большим числом потенциально возможных неоднородных распределений, проявляющихся на различных пространственных масштабах. В связи с этим в Главах 2–4 ограничимся рассмотрением однородных пластов, соответствующих эффективным, т.е. осредненным по сектору, значениям пористости и проницаемости. При этом проницаемость задается анизотропным тензором, главные направления которого совпадают с координатными осями  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

В начальный момент времени,  $t = 0$ , пласт насыщен нефтью заданного компонентного состава при неснижаемой насыщенности воды  $s_{wc}$ . Давление имеет гидростатическое распределение по нефти, а температура  $T$  постоянна.

Предполагается, что все границы сектора  $\Phi$  непроницаемы, т.е. нормальные к ним компоненты скорости всех фаз жидкости равны нулю.

Закачка газа и воды через скважину  $I$  приводит к развитию сложного многофазного течения газа, нефти и воды, связанного с вытеснением нефти к скважине  $P$ . На это течение могут оказывать значительное влияние сила тяжести,

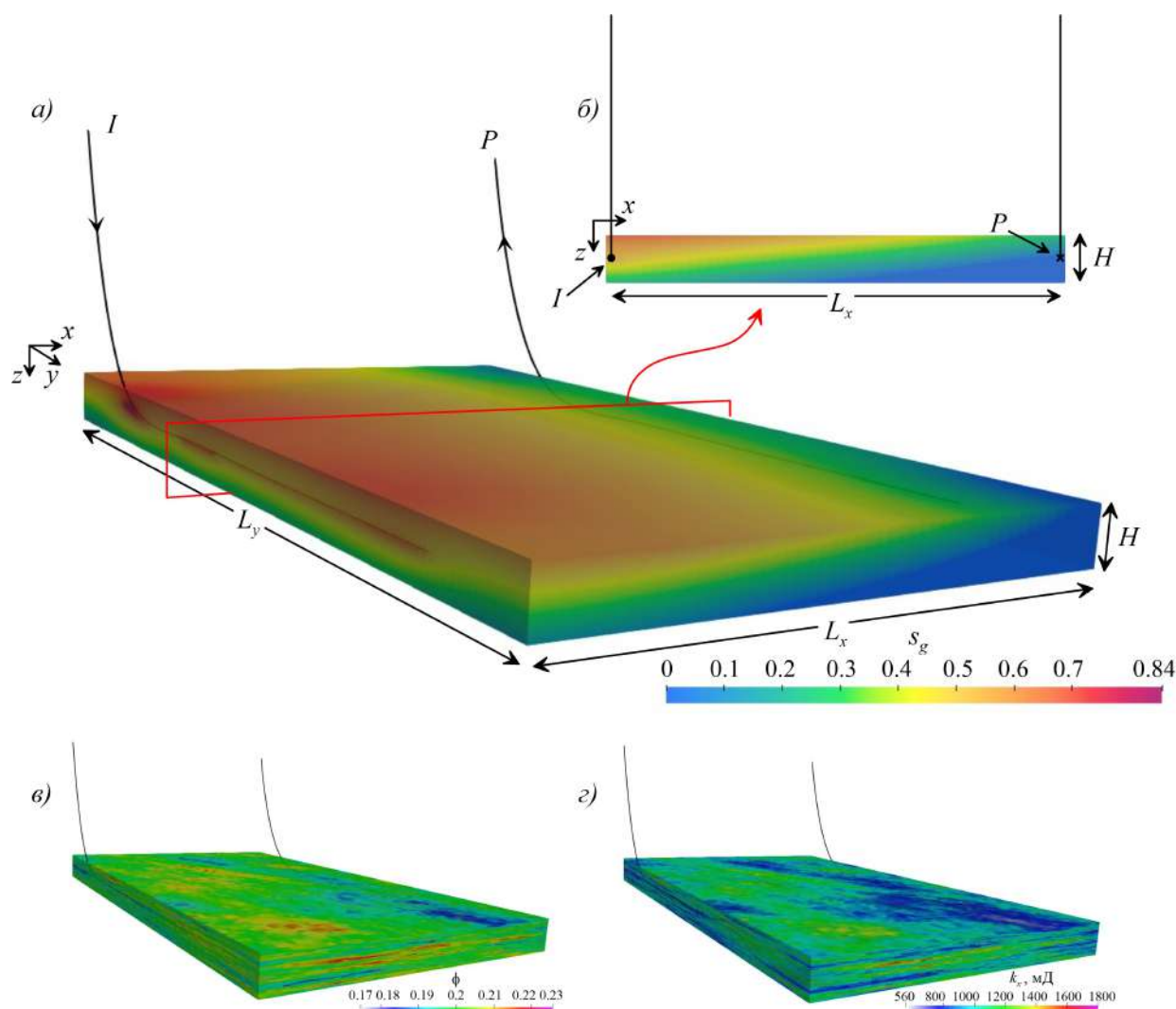


Рисунок 1.1: Демонстрационная 3D модель нефтяного пласта, разрабатываемого парой горизонтальных скважин  $I$  и  $P$  (а) и срез пласта плоскостью  $y = \text{const}$  (б). На панелях а и б показано распределение насыщенности газа. Также показаны неоднородные распределения пористости (в) и горизонтальной компоненты проницаемости (г).

приводящая к гравитационному расслоению фаз, капиллярные эффекты, фазовые переходы углеводородных компонентов и анизотропное распределение проницаемости. Можно ожидать, что в некоторый момент времени газ и вода прорвутся к скважине  $P$ , а темп добычи нефти снизится. Цель настоящей работы заключается в исследовании наиболее эффективных режимов течения и сопутствующих стратегий эксплуатации скважин, позволяющих максимизировать добычу нефти.

Для упрощения исследования будем предполагать, что фильтрация происходит при постоянной пластовой температуре, равной ее начальному значению в пласте.



## 1.2 Основные уравнения

Для описания течений в пористой среде используется стандартная композиционная модель фильтрации, позволяющая рассчитывать трехфазные течения воды, нефти и газа с учетом детального моделирования компонентного состава фаз с помощью уравнения состояния [100; 101]. Предполагается, что фильтрация происходит в условиях локального термодинамического равновесия при заданной пластовой температуре ( $T$ ), а в течении могут присутствовать три фазы: жидкие фазы воды и нефти и фаза газа. Углеводородные компоненты могут, в зависимости от давления и температуры, находиться либо в однофазном состоянии газа или жидкости (нефти), либо в двухфазном состоянии газ-нефть. При этом предполагается, что вода не смешивается с УВ компонентами, образуя отдельную фазу жидкости.

Изотермическая фильтрация  $n$ -компонентной углеводородной (УВ) смеси с  $\text{CO}_2$  и воды описывается следующей системой уравнений [100; 101]:

$$\partial_t (\phi (\rho_g c_{g(i)} s_g + \rho_o c_{o(i)} s_o)) + \nabla \cdot (\rho_g c_{g(i)} \mathbf{u}_g + \rho_o c_{o(i)} \mathbf{u}_o) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

$$\partial_t (\phi \rho_w s_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w) = 0 \quad (1.2)$$

$$\mathbf{u}_j = -\mathbf{k} \frac{k_{rj}}{\mu_j} \cdot (\nabla p_j - \rho_j \mathbf{g}), \quad j = g, o, w \quad (1.3)$$

$$p_g - p_o = p_{cgo}(s_g), \quad p_o - p_w = p_{cow}(s_w) \quad (1.4)$$

$$k_{rj} = k_{rj}(s_j), \quad j = g, w, \quad k_{ro} = \frac{(s_w - s_{wc}) k_{row}(s_w) + s_g k_{rog}(s_g)}{s_w - s_{wc} + s_g} \quad (1.5)$$

$$\Psi = \Psi(p_o, T, \zeta), \quad \psi^T = \{\rho_j, c_{j(i)}, \mu_j, \tilde{s}_j, \chi, \gamma\}, \quad \tilde{s}_j = \frac{s_j}{1 - s_w}, \quad j = g, o \quad (1.6)$$

$$\rho_w, \mu_w = \text{const} \quad (1.7)$$

$$\zeta = \{\zeta_{(1)}, \dots, \zeta_{(n)}\}, \quad \chi = \{\chi_{(1)}, \dots, \chi_{(n)}\}, \quad \gamma = \{\gamma_{(1)}, \dots, \gamma_{(n)}\}$$

$$c_{o(i)} = \frac{\chi_{(i)} M_{(i)}}{\sum_{k=1}^n \chi_{(k)} M_{(k)}}, \quad c_{g(i)} = \frac{\gamma_{(i)} M_{(i)}}{\sum_{k=1}^n \gamma_{(k)} M_{(k)}} \quad \sum_{i=1}^n c_{j(i)} = 1 \quad j = g, o, \quad (1.8)$$

$$s_o + s_g + s_w = 1, \quad \sum_{k=1}^n \zeta_{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^n \chi_{(k)} = 1, \quad \sum_{k=1}^n \gamma_{(k)} = 1$$

где  $\partial_t = \partial / \partial t$ ,  $\phi$  – пористость,  $\rho$  – плотность,  $c_{j(i)}$  – массовая концентрация  $i$ -ой компоненты в  $j$ -ой фазе,  $s$  – насыщенность,  $u$  – скорость фильтрации Дарси,  $k = \text{diag}\{k_x, k_y, k_z\}$  – тензор абсолютной проницаемости,  $k_{rj}$  – относительная проницаемость  $j$ -ой фазы,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $p$  – давление,  $p_{cgo}$  и  $p_{cow}$  – капиллярное давление для двухфазных систем газ-нефть и нефть-вода,  $g$  – ускорение свободного падения,  $s_{wc}$  – неснижаемая насыщенность воды [62],  $\zeta$  – полные мольные концентрации УВ компонент,  $\chi$  и  $\gamma$  – мольные концентрации УВ компонент в жидкой и газовой фазах,  $M$  – молярная плотность,  $n$  – количество компонент в смеси УВ и  $\text{CO}_2$ . Индексы  $(i)$  и  $j$  обозначают параметры  $i$ -ой компоненты и  $j$ -ой фазы, а индексы  $g$ ,  $o$  и  $w$  – фазы газа, нефти и воды, соответственно.

Уравнения (1.1) и (1.2) – законы сохранения массы смешивающихся компонент (УВ компонент и  $\text{CO}_2$ ) и воды соответственно, а уравнение (1.3) – закон Дарси. Предполагается, что главные направления тензора проницаемости  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$  выровнены с координатными осями  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Соотношения (1.4) – замыкающие условия на давление. Соотношения (1.5) задают относительные фазовые проницаемости (ОФП). Соотношения (1.6) – теплофизические параметры  $\psi$ , в том числе число фаз в термодинамическом равновесии, определяющиеся в зависимости от  $P$ ,  $T$  и  $\zeta$ . В соответствии с [61; 102] для расчета  $\Psi$  используется кубическое уравнение состояния Соаве-Редлиха-Квонга [45; 103]. В данной работе предполагается, что вода и скелет горной породы – несжимаемые среды, т.е.  $\rho_w = \text{const}$  и  $\phi = \text{const}$  при  $r = \{x, y, z\} = \text{const}$ . Соотношения (1.8) – формулы пересчета от мольных к массовым концентрациям и замыкающие соотношения для насыщенностей фаз и концентраций компонент смеси.

В соотношениях (1.5)  $k_{rw}$  и  $k_{row}$  – ОФП воды и нефти для двухфазных течений нефть-вода при  $s_g = 0$ ,  $k_{rg}$  и  $k_{rog}$  – ОФП газа и нефти для двухфазных течений нефть-газ при  $s_w = s_{wc}$ , а ОФП нефти –  $k_{ro}$  – равна объемному среднему между

$k_{row}(s_w)$  и  $k_{rog}(s_g)$ . Относительные фазовые проницаемости и капиллярные давления – заданные функции насыщенности фаз.

Параметры среды  $\rho_j$ ,  $c_{j(i)}$ ,  $\mu_j$ ,  $s_j$ ,  $\chi_{(i)}$  и  $\gamma_{(i)}$  при  $j = g, o$  и  $i = 1, \dots, n$  определяются уравнением состояния (1.6). Функции ОФП  $k_{rj}$  выражаются через  $s_j$  из соотношения (1.5) и подставляются в закон Дарси. Из условия (1.8) на  $\zeta$  следует, что  $\zeta_{(n)}$  выражается через остальные  $\zeta_{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ . Фазовые давления  $p_j$  при  $j = w, g$  определяются соотношением (1.4). Подстановкой выражения (1.3) для  $u_j$ ,  $j = g, o, w$  в уравнения (1.1) и (1.2) исключается скорость фильтрации. Тогда остается  $n+1$  неизвестная:  $p_o$ ,  $s_w$ ,  $\zeta_{(1)}$ , ...,  $\zeta_{(n-1)}$  и  $n+1$  уравнение (1.1) и (1.2). Таким образом, сформулированная система уравнений является замкнутой.

### 1.3 Начальные и граничные условия

В начальный момент времени,  $t = 0$ , давление имеет гидростатическое распределение:

$$p = p_0 + \int_{H/2}^z \rho_o g dz \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (1.9)$$

где  $p_0 = \text{const}$  – давление на относительной глубине  $H/2$ . Все границы непроницаемы, т.е.

$$u \cdot n = 0 \quad (1.10)$$

где  $n$  – нормальный вектор к границе области  $\Phi$ .

В данной работе рассматривается упрощенная модель нефти. Предполагается, что имеются только три углеводородные компоненты: метан ( $\text{CH}_4$ ), гексан ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) и гексадекан ( $\text{C}_{16}\text{H}_{34}$ ), которые далее будем обозначать как  $\text{C}_1$ ,  $\text{C}_6$  и  $\text{C}_{16}$ , соответственно. Компонента  $\text{C}_1$  соответствует легким (т.е. газовым) углеводородным фракциям,  $\text{C}_6$  – компонентам со средней молекулярной массой (например, газовые конденсаты), а  $\text{C}_{16}$  – тяжелым фракциям нефти. Также закачанный  $\text{CO}_2$  может растворяться в нефти. Тогда  $\text{CO}_2$  обозначим как компоненту  $i = 1$ ,  $\text{C}_1 - i = 2$ ,  $\text{C}_6 - i = 3$  и  $\text{C}_{16} - i = 4$ . Таким образом, для моделирования фильтрации при газовом воздействии на нефтяной пласт будем использовать 4-х компонентную смесь ( $n = 4$ ).

В начальный момент времени пласт насыщен нефтью заданного состава  $\zeta_0$  и водой при неснижаемой насыщенности  $s_{wc}$ :

$$s_w = s_{wc}, \quad s_o = 1 - s_{wc}, \quad s_g = 0, \quad \zeta = \zeta_0 = \{0, 0.2, 0.4, 0.4\} \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (1.11)$$

## 1.4 Стратегии закачки

Водогазовое воздействие на нефтяные пласты предполагает закачку воды и газа, в связи с чем могут быть предложены различные стратегии закачки. Первая рассматриваемая стратегия – вытеснение нефти с помощью непрерывной закачки воды. Этот режим, обозначаемый далее символом W, соответствует заводнению, применяемому в качестве вторичного метода добычи. Вторая рассматриваемая стратегия – непрерывная закачка CO<sub>2</sub>, которая обозначается аббревиатурой G. В следующих двух стратегиях используется чередующаяся закачка воды и CO<sub>2</sub>. Стратегия WG предполагает закачку воды в течение определенного периода времени, а затем переход на закачку газа. Эта стратегия соответствует типичному случаю, когда закачка газа, рассматриваемая как третий метод добычи, применяется к истощенному после заводнения пласту. Стратегия GW представляет собой обратную последовательность к WG, когда закачка газа рассматривается как основной метод добычи. Дополнительно через W+G обозначим одновременную закачку воды и газа и через  $n(WG)$  –  $n$  повторений последовательности WG. Тогда, например, аббревиатура (W+G)W обозначает стратегию, начинающуюся с одновременной закачки воды и CO<sub>2</sub> и заканчивающуюся закачкой воды, а аббревиатура 3(WG)W обозначает стратегию, начинающуюся с трех циклов WG (сначала закачивается вода, затем CO<sub>2</sub>), за которыми следует закачка воды. В каждой стратегии закачиваемый газ представляет собой чистый CO<sub>2</sub>.

Математическая формулировка отмеченных условий для скважин будет отдельно описана для каждой постановки задачи в Главах 2–4.

## 1.5 Демонстрационный пример

Приведем пример демонстрационного расчета закачки газа (стратегия G) в нефтенасыщенный пласт. Расчет был проведен в гидродинамическом симуляторе MUFITS [104] с учетом сопряженного течения в пласте и скважине. Отметим,

что это только демонстрационный пример для пояснения плоской постановки задачи, фактически рассмотренной в настоящей работе (см. Раздел 1.6). В плоской постановке скважины будут моделироваться источником и стоком, поэтому здесь не будем уточнять уравнения для сопряженного моделирования течения в пласте и горизонтальной скважине. В содержательной части работы эти уравнения не используются.

Закачка газа моделируется при следующих параметрах:  $L_x = 100$  м,  $L_y = 174$  м,  $H = 10$  м,  $p_0 = 230$  бар,  $T = 93^\circ\text{C}$ ,  $\zeta_0 = \{0, 0.2, 0.4, 0.4\}$ ,  $s_{wc} = 0$ ,  $Q = 100$  м<sup>3</sup>/сут. Неоднородные распределения пористости и проницаемости, показанные на Рисунке 1.1в и з, соответствуют эффективным, т.е. осредненным по объему значениям  $\phi = 0.2$ ,  $k_x = k_y = 1200$  мД и  $k_z = 120$  мД. Кривые ОФП и капиллярного давления задаются следующими соотношениями:

$$k_{rg}(s_g) = s_g^2, \quad k_{rog}(s_g) = (1 - s_g)^2, \quad p_{cgo}(s_g) = s_g$$

Рассчитанные распределения насыщенности газа показаны на Рисунке 1.1а для момента времени  $t = 90$  сут. Закачка газа приводит к развитию гравитационного потока, образующегося из-за действующей на газ силы Архимеда. Газ скапливается под кровлей пласта ( $z = 0$ ) и течет вдоль нее от  $I$  к  $P$ . Также видно, что граница между газонасыщенной зоной ( $s_g > 0$ ) размыта. Это связано с проявлением капиллярных эффектов. Таким образом, на процесс фильтрации влияют следующие факторы:

- 1) гравитационное расслоение фаз;
- 2) анизотропное распределение проницаемости (в рассмотренном случае  $k_z = 0.1k_x$ );
- 3) капиллярные эффекты.

Исследованию именно этих эффектов и посвящена настоящая работа. Кроме того, на процесс вытеснения могут оказывать значительное влияние и другие факторы, например, фазовые превращения и неоднородное распределение  $\phi$  и  $k$ . Фазовые превращения, связанные с растворением закачиваемого  $\text{CO}_2$  в нефти и испарением УВ компонент, будут рассмотрены в Главах 3 и 4 настоящей работы. Неоднородные распределения  $\phi$  и  $k$  в Главах 2 – 4 будут заменены эффективными однородными распределениями.

## 1.6 Сведение к плоской задаче

Заметим однако, что в расчете, приведенном на Рисунке 1.1, неоднородное распределение  $\phi$  и  $k$  не оказывает значительного влияния на течение газа от  $I$  к  $P$ . Передний фронт насыщенности газа  $s_g$ , да и все распределение  $s_g$ , слабо зависит от координаты  $y$ , направленной вдоль скважин. В этой связи удобно рассмотреть более простую плоскую (профильную) задачу фильтрации, которая описывает процессы в одном из сечений, перпендикулярном скважинам (Рисунок 1.1б). Так как 3D течение слабо зависит от координаты  $y$ , то выбор положения сечения (т.е. соответствующей координаты  $y$ ) не принципиален. Важно только, чтобы это сечение располагалось на удалении от начала и конца перфорированного интервала скважины, т.е. при  $y \approx L_y/2$ .

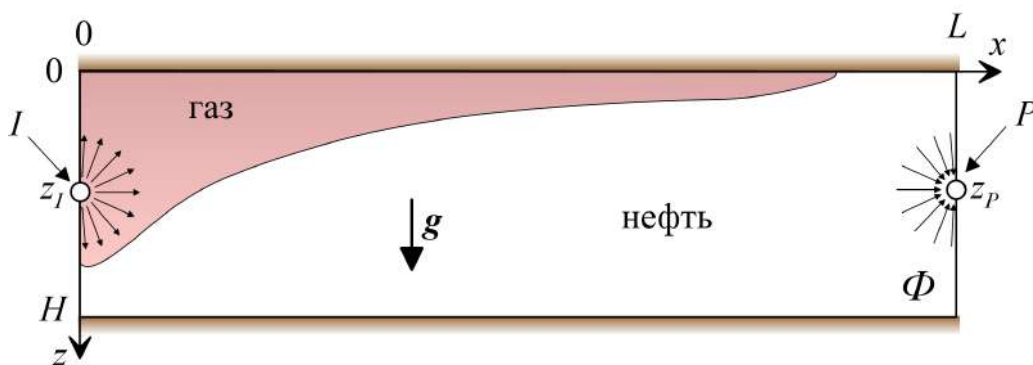


Рисунок 1.2: 2D постановка задачи в сечении, показанном на Рисунке 1.1а и б.

Описанный переход от трехмерной к двумерной постановке задачи не только значительно упрощает математическую постановку задачи, но и значительно ускоряет численное моделирование, позволяя провести подробное исследование различных эффектов.

Таким образом, в данной работе рассматривается двумерная постановка задачи фильтрации в области  $\Phi$ ,  $(x, z) \in [0, L] \times [0, H]$ , описывающей срез пласта между горизонтальными нагнетательной и добывающей скважиной (Рисунок 1.2). Здесь  $L = L_x$  – длина рассматриваемой области,  $H$  – мощность пласта. Скважины задаются как источник  $I$  и сток  $P$  малого радиуса  $r_{well}$  (Рисунок 1.3), расположенные при  $x = 0, z = z_I$  и  $x = L, z = z_P$  соответственно. Тогда условие (1.10) примет вид:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{на} \quad \partial\Phi \setminus (\partial\Phi_I \cup \partial\Phi_P) \quad (1.12)$$

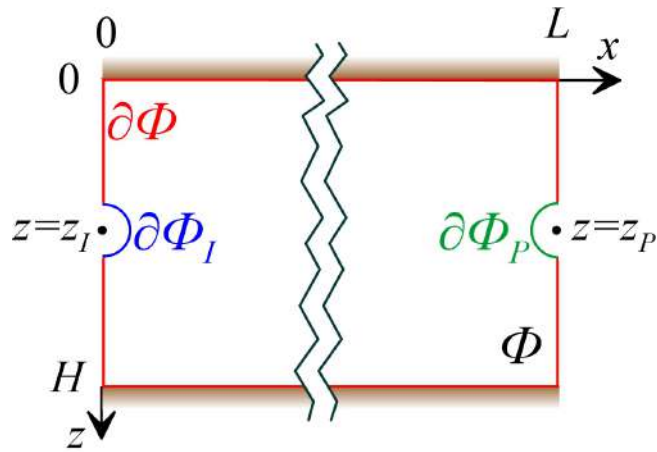


Рисунок 1.3: Границы рассматриваемой области (красная линия), источника (синяя линия) и стока (зеленая линия).

Через источник закачивается вода и углекислый газ с заданным расходом  $Q$ :

$$\int_{\partial\Phi_I} (\mathbf{u}_w + \mathbf{u}_g) d\mathbf{S} = Q, \quad \mathbf{u}_o \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{на} \quad \partial\Phi_I \quad (1.13)$$

На стоке поддерживается начальное пластовое давление

$$\frac{\int_{\partial\Phi_P} p_0 dS}{\int_{\partial\Phi_P} dS} = p_0 \quad (1.14)$$

Конкретное распределение скоростей  $\mathbf{u}_w$  и  $\mathbf{u}_g$  на границе  $\partial\Phi_I$  и давления  $p_0$  на  $\partial\Phi_P$  не важны, так как предполагается, что  $r_{well} \ll H$ .

## 1.7 Выводы к Главе 1

Сформулирована замкнутая система уравнений, описывающих вытеснение нефти с помощью закачки газа и воды. Приведен демонстрационный пример расчета закачки газа в неоднородный пласт, вскрытый двумя горизонтальными скважинами. Показано, что вместо трехмерной постановки задачи удобно рассмотреть плоскую задачу фильтрации в перпендикулярном к скважинам сечении. Показано, что неоднородное распределение пористости и проницаемости оказывает ограниченное влияние на параметры течения.

## Глава 2

### Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести

Гравитационное расслоение фаз и капиллярные эффекты в анизотропном пласте могут оказывать сложное нелинейное влияние друг на друга, приводя к качественно различным режимам вытеснения. Цель исследований, проведенных в Главе 2, заключается в классификации и описании этих режимов и определении параметров пласта и жидкости, при которых эти режимы реализуются. Несомненно, подробное описание течений, особенно в случае вытеснения нефти газом, – сложная многопараметрическая задача. Помимо описанных эффектов в ней нужно учитывать компонентный обмен между фазами газа и нефти, их сжимаемость, диффузию компонент в фазах и т.д. [33; 61; 105; 106]. В данной работе эти эффекты пренебрегаются, а рассматривается более простая постановка задачи о вытеснении из анизотропной пористой среды одной несжимаемой жидкости другой также несжимаемой жидкостью. Данное упрощение позволяет провести подробное исследование влияния анизотропной проницаемости и гравитационного расслоения фаз на эффективность вытеснения, что само по себе уже представляет сложную задачу. Определяемые в данной работе режимы вытеснения и характеризующие их критерии подобия используются в Главе 4 в более сложной постановке задачи, учитывающей фазовые превращения и другие эффекты.

Результаты этих исследований опубликованы в работах [107—109].



## 2.1 Постановка задачи и основные уравнения

### 2.1.1 О вытеснении нефти водой

При вытеснении нефти водой в рамках описанной в Главе 1 постановки задачи фаза газа не образуется, т.е.  $s_g = 0$ . В этом случае уравнение (1.1) принимает вид

$$\partial_t (\phi \rho_o c_{o(i)} s_o) + \nabla \cdot (\rho_o c_{o(i)} \mathbf{u}_o) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

Заметим также, что так как в течение присутствует только одна УВ фаза, то фазовые превращения отсутствуют, а  $c_{o(i)}$ , следовательно, – константы. Вынося в (2.1)  $c_{o(i)}$  за знак дифференцирования и сокращая эти концентрации, получим  $n$  идентичных уравнений вида:

$$\partial_t (\phi \rho_o s_o) + \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{u}_o) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

Объединяя (2.2) и (1.2), имеем два закона сохранения массы нефти и воды. Причем теплофизические параметры фаз, в частности их плотности  $\rho_j$ , являются только функциями давления. Таким образом, уравнения фильтрации в случае двухфазных течений нефти и воды значительно упрощаются.

### 2.1.2 О несмешивающемся вытеснении нефти газом

В данной главе примем предположение, что закачиваемый газ и нефть – несмешивающиеся жидкости. То есть фаза газа содержит только молекулы  $\text{CO}_2$  (т.е. компоненту  $i = 1$ ), а фаза нефти – только три оставшихся УВ компоненты ( $i = 2, 3, 4$ ). Причем концентрации этих трех компонент остаются постоянными как в пространстве, так и во времени. Таким образом,

$$c_{g(1)} = 1, \quad c_{g(i)} = 0, \quad c_{o(1)} = 0, \quad c_{o(i)} = \text{const}, \quad i = 2, 3, 4 \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в уравнения (1.1), получим

$$\partial_t (\phi \rho_g s_g) + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad (2.4)$$

$$\partial_t (\phi \rho_o s_o) + \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{u}_o) = 0 \quad (2.5)$$

где уравнение (2.4) – закон сохранения массы компоненты  $i = 1$ , а (2.5) – закон сохранения массы каждой компоненты  $i = 2, 3, 4$ . Причем при  $s_{wc} = 0$  уравнение (1.2) выполняется тождественно.

Так как компонентные составы фаз не изменяются и  $T = \text{const}$ , то и их теплофизические свойства можно считать функциями только давления.

### 2.1.3 Переобозначение фаз

Заметим, что системы законов сохранения (1.2) и (2.2), описывающие вытеснение нефти водой, и (2.4) и (2.5), описывающие вытеснение нефти газом, эквивалентны друг другу с точностью до изменения индексов, соответствующих фазам. Следовательно, исследование течений в этих двух случаях можно проводить совместно, в рамках одного общего исследования. Для этого обозначим индексом  $i$  параметры закачиваемой жидкости. В случае закачки газа имеем  $i = g$ , а в случае закачки воды –  $i = w$ . Индексом  $d$  обозначим параметры вытесняемой фазы, т.е. нефти ( $d = o$ ). Законы сохранения массы тогда можно переписать в виде

$$\begin{aligned}\partial_t (\phi \rho_i s_i) + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u}_i) &= 0 \\ \partial_t (\phi \rho_d s_d) + \nabla \cdot (\rho_d \mathbf{u}_d) &= 0\end{aligned}\tag{2.6}$$

В данной главе предполагается, что обе жидкости несжимаемы, т.е.  $\rho_i, \rho_d = \text{const}$ . В связи с этим и тем, что скелет пористой породы тоже несжимаемая среда ( $\phi = \text{const}$ ), уравнения (2.6) примут вид:

$$\begin{aligned}\phi \partial_t (s_i) + \nabla \cdot \mathbf{u}_i &= 0 \\ \phi \partial_t (s_d) + \nabla \cdot \mathbf{u}_d &= 0\end{aligned}$$

### 2.1.4 Постановка задачи

Рассматривается двумерная постановка задачи изотермической фильтрации в области  $\Phi$ ,  $(x, z) \in [0, L] \times [0, H]$ , описывающей срез проницаемого пласта толщины  $H$  между двумя горизонтальными скважинами, расположенными на расстоянии  $L$  (Рисунок 2.1). Здесь  $x$  – горизонтальная координата, направленная вдоль пласта,  $z$  – вертикальная координата, направленная вниз. Область  $\Phi$  характеризуется однородным распределением пористости  $\phi$  и однородным,

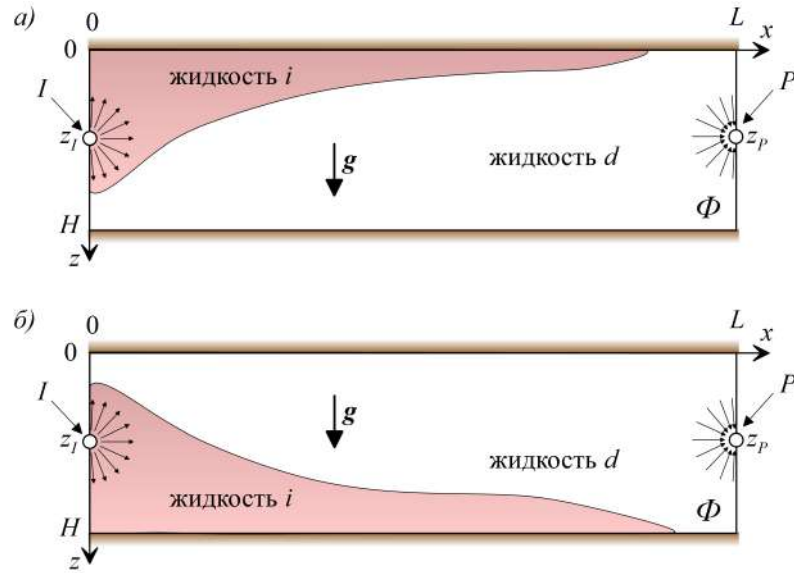


Рисунок 2.1: Схема течения в области  $\Phi$  при  $\rho_i < \rho_d$  (а) и при  $\rho_i > \rho_d$  (б). Символы  $i$  и  $d$  показывают зоны, насыщенные вытесняющей и вытесняемой жидкостями, соответственно. В области  $i$  происходит двухфазное течение обеих жидкостей.

но анизотропным распределением проницаемости  $\mathbf{k} = \text{diag}\{k_x, k_z\}$ , где  $k_x$  и  $k_z$  – горизонтальная и вертикальная проницаемость, соответственно. В начальный момент времени ( $t = 0$ ) пористая среда насыщена несжимаемой жидкостью  $d$ , которая имеет постоянные плотность  $\rho_d$  и вязкость  $\mu_d$ , пласт находится в условиях гидростатического равновесия, а давление  $p_d$  линейно зависит от глубины  $z$ :

$$p_d = p_0 + \rho_d g z, \quad s_d = 1 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (2.7)$$

где  $p_0$  – давление на уровне  $z = 0$ ,  $s_d$  – насыщенность жидкости  $d$ , а  $g$  – ускорение свободного падения. Условие  $s_d = 1$  означает, что поровое пространство полностью насыщено жидкостью  $d$ , а другие жидкости отсутствуют. Все границы  $x = 0, L$  и  $z = 0, H$  области  $\Phi$  непроницаемые.

На левой границе  $x = 0$  на глубине  $z = z_I$  расположен точечный источник  $I$ , через который в область  $\Phi$  закачивается другая вытесняющая жидкость  $i$ , тоже предполагающаяся несжимаемой и характеризующаяся плотностью  $\rho_i$  и вязкостью  $\mu_i$  (Рисунок 2.1). Предполагается, что  $\rho_i < \rho_d$ , однако это условие не влияет на результаты исследования. Закачка начинается в момент времени  $t = 0$  и происходит с постоянным объемным расходом  $Q$ . Одновременно с источником включается сток  $P$ , расположенный у противоположной границы области  $\Phi$  при

$x = L, z = z_p$ . Через  $P$  из области  $\Phi$  может отбираться как вытесняемая, так и вытесняющая жидкость.

Если  $\rho_i < \rho_d$ , то закачиваемая жидкость из-за силы Архимеда стремится подняться к границе  $z = 0$ . Например, этот случай соответствует закачке газа в нефтяной пласт (Рисунок 2.1а). Противоположный случай  $\rho_i > \rho_d$  соответствует, например, закачке воды (Рисунок 2.1б). В этом случае более тяжелая вытесняющая жидкость  $i$  стремится под действием силы тяжести опуститься к границе  $z = H$ .

Отметим, что начальное распределение давления неважно, так как обе жидкости несжимаемы. При включении источника и стока давление в рассматриваемой области мгновенно изменяется на распределение, приводящее к течению жидкости от  $I$  к  $P$ .

В результате возникает двухфазное течение. Жидкость  $d$  вытесняется через сток  $P$ . Ожидается, что при достижении жидкости  $i$  стока  $P$  в некоторый момент времени добыча жидкости  $d$  снизится. В зависимости от геометрических параметров  $L, H, z_I, z_P$ , параметров пласта  $\phi, k_x, k_z$ , свойств жидкостей  $\rho_j, \mu_j, j = i, d$  и расхода  $Q$  в пласте могут реализовываться различные режимы течения. Действительно, гравитационное расслоение, капиллярное давление, отношение вязкостей жидкостей, анизотропная проницаемость влияют на течение и роль этих факторов может быть различной. Соответствующая эффективность вытеснения зависит от параметров, характеризующих течение.

Для оценки эффективности вытеснения и сравнения режимов течения вводятся две метрики. Первая метрика – коэффициент извлечения жидкости  $d$

$$R(t) = \frac{1}{\phi L H} \int_{\Phi} s_i dV_{por} \quad (2.8)$$

где  $s_i$  – насыщенность жидкости  $i$ ,  $\phi L H$  объем порового пространства в области  $\Phi$ ,  $dV_{por}$  дифференциал порового объема.  $R$  – количество жидкости  $d$ , извлеченной к моменту времени  $t$ . Из уравнений (2.7) и (2.8) следует, что  $R = 0$  при  $t = 0$ , так как в начальный момент времени пласт полностью насыщен жидкостью  $d$ . Коэффициент  $R$  растет со временем  $t$  по мере извлечения жидкости  $d$  из области  $\Phi$ , но не может превышать 1. Случай  $R = 1$  соответствует идеальной ситуации, когда вся жидкость  $d$  извлечена из резервуара.

Также вводится коэффициент  $E_v$ , который характеризует охват пласта вытеснением жидкостью  $i$

$$E_v(t) = \frac{1}{\phi LH} \int_{\Phi} \alpha(x, z, t) dV_{por} \quad (2.9)$$

где  $\alpha$  равна 0 или 1. При заданных  $x, z$  и  $t$  величина  $\alpha$  равна 1, если  $s_i > 0$  в некоторый момент времени  $t'$  меньший, чем  $t$ . В ином случае,  $\alpha = 0$ . Из уравнения (2.9) следует, что коэффициент  $E_v$  равен доле пласта, охваченной жидкостью  $i$ . Очевидно, что  $E_v = 0$  при  $t = 0$  и  $E_v$  растет со временем  $t$ , но не может превышать 1.

Предполагается, что лучший режим характеризуется либо наибольшим  $R$ , либо наибольшим  $E_v$ . Выбор метрики зависит от практического применения. Стоит отметить, что сравнение осложняется изменением коэффициентов с течением времени. Таким образом, на одних этапах закачки может быть эффективнее один режим, но он может измениться на другой на более поздних этапах.

### 2.1.5 Основные уравнения

Несмешивающаяся двухфазная фильтрация вытесняющей и вытесняемой жидкостей описывается следующей системой уравнений [4]:

$$\phi \partial_t (s_j) + \nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0, \quad j = d, i \quad (2.10)$$

$$\mathbf{u}_j = -\mathbf{k} \frac{k_{rj}(s_i)}{\mu_j} \cdot (\nabla p_j - \rho_j \mathbf{g}) \quad (2.11)$$

$$s_d + s_i = 1, \quad p_i - p_d = p_c(s_i) \quad (2.12)$$

где  $\partial_t = \partial / \partial t$ ,  $\phi$  – пористость,  $\rho$  – плотность,  $s$  – насыщенность,  $\mathbf{u}$  – скорость фильтрации,  $\mathbf{k} = \text{diag}\{k_x, k_z\}$  – тензор абсолютной проницаемости,  $k_{rj}$  – относительная проницаемость  $j$ -ой фазы,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $p$  – давление,  $p_c$  – капиллярное давление,  $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_z$  – удельная сила тяжести, а индексы  $i$  и  $d$  обозначают параметры закачиваемой (injected) и вытесняемой (displaced) жидкостей, соответственно. Предполагается, что обе жидкости и матрица пористой среды – несжимаемые среды, т.е.  $\rho, \phi, \mathbf{k} = \text{const}$ . Главные направления тензора проницаемости выровнены по осям  $x$  и  $z$ , а главные значения равны  $k_x$  и  $k_z$ , соответственно. Вязкости жидкостей также полагаются константами. Уравнения

(2.10) – законы сохранения массы каждой из жидкостей, уравнение (2.11) – закон Дарси, а уравнения (2.12) – замыкающие соотношения для насыщенностей фаз и их давлений.

Функции насыщенности, т.е. относительные фазовые проницаемости  $k_{ri}(s_i)$  и  $k_{rd}(s_i)$  и капиллярное давление  $p_c(s_i)$ , задаются в виде [110]:

$$k_{ri}(s_i) = k_{ri,\max} s_i^2, \quad k_{rd}(s_i) = (1 - s_i)^2, \quad p_c(s_i) = p_{c,\max} s_i \quad (2.13)$$

где  $k_{ri,\max}$  – максимальное значение относительной фазовой проницаемости, а  $p_{c,\max}$  – максимальное капиллярное давление. Значения этих констант могут изменяться в широком диапазоне в зависимости от межмолекулярного взаимодействия между скелетом пористой среды и жидкостями. Типовые значения этих параметров:  $k_{ri,\max} < 1$ , а  $p_{c,\max} \in [0; 100]$  бар.

Начальные условия для системы (2.10)–(2.12), соответствующие гидростатическому равновесию, приводятся в уравнении (2.7). Отметим, что значение опорного давления  $p_0$  несущественно для течения несжимаемых жидкостей, поэтому далее для упрощения изложения положим, что  $p_0 = 0$ . Все границы области  $\Phi$  непроницаемые. Это означает, что всюду на границе области  $\Phi$ , кроме выколотых точек при  $x = 0, z = z_I$  и  $x = L, z = z_P$ , соответствующих источнику и стоку, нормальная компонента скорости равна нулю, т.е.

$$\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, z \neq z_I; \quad x = L, z \neq z_P \quad \text{и} \quad z = 0, H \quad (2.14)$$

где  $\mathbf{n}$  – нормальный к границе области  $\Phi$  вектор.

Так как  $r_{well} \ll H$ , то будем считать, что скважины задаются точечными источником и стоком. Учитывая анизотропию абсолютной проницаемости  $\mathbf{k}$ , определим расстояния до источника и стока в виде

$$r_i = \sqrt{\frac{x^2}{k_x} + \frac{(z - z_I)^2}{k_z}}, \quad r_d = \sqrt{\frac{(x - L)^2}{k_x} + \frac{(z - z_P)^2}{k_z}}$$

соответственно. Эти расстояния вычисляются в метрике  $\text{diag}\{1/k_x, 1/k_z\}$ , в которой тензор проницаемости становится шаровым, а течение от источника или к стоку в их малой окрестности – осесимметричным. Тогда условие (1.13) для

точечного источника записывается в виде

$$\pi \left( \frac{x u_{ix}}{k_x} + \frac{(z - z_I) u_{iz}}{k_z} \right) = \frac{Q}{\sqrt{k_x k_z}} \quad \text{при } r_i \rightarrow 0 \quad (2.15)$$

$$\pi \left( \frac{x u_{dx}}{k_x} + \frac{(z - z_I) u_{dz}}{k_z} \right) = 0 \quad \text{при } r_i \rightarrow 0 \quad (2.16)$$

где  $u_{jx}$  и  $u_{jz}$  – компоненты скорости фильтрации жидкости  $j$  в направлении осей  $x$  и  $z$ , а  $\pi$  – математическая константа. Условия (2.15) и (2.16) означают, что расход жидкостей  $i$  и  $d$  через источник равны  $Q$  и нулю, соответственно.

Так как жидкости  $i$  и  $d$  несжимаемы, то суммарный расход через сток для обеих жидкостей равен  $-Q$ , т.е. по абсолютной величине он равен расходу через источник. Тогда условие (1.14) можно заменить условием отбора жидкостей через сток:

$$\pi \left( \frac{(x - L)(u_{ix} + u_{dx})}{k_x} + \frac{(z - z_P)(u_{iz} + u_{dz})}{k_z} \right) = -\frac{Q}{\sqrt{k_x k_z}} \quad \text{при } r_d \rightarrow 0 \quad (2.17)$$

Далее сделаем замену переменных, вычтя из фазовых давлений начальное гидростатическое распределение давления:

$$\tilde{p}_j = p_j - \rho_d g z \quad (2.18)$$

Тогда уравнение (2.11) примет вид

$$u_d = -k \frac{k_{rd}}{\mu_d} \nabla \tilde{p}_d, \quad u_i = -k \frac{k_{ri}}{\mu_i} (\nabla \tilde{p}_i + \Delta \rho \mathbf{g}) \quad (2.19)$$

где  $\Delta \rho = \rho_d - \rho_i$  – разность плотностей жидкостей  $d$  и  $i$ . Начальное условие (2.7) для давления примет вид  $\tilde{p}_d = 0$  при  $t = 0$ .

## 2.2 Характерные масштабы и критерии подобия

### 2.2.1 Масштабы длины

Для фиксированных положений  $I$  и  $P$ , то есть при заданных  $z_I$  и  $z_P$ , сформулированная задача характеризуется двумя масштабами длины  $L$  и  $H$ . Используя

эти масштабы, введены безразмерные координаты  $x^*$  и  $z^*$  в виде

$$x^* = x/L, \quad z^* = z/H \quad (2.20)$$

где звездой отмечены безразмерные величины. Также введем безразмерные глубины источника и стока:

$$z_I^* = \frac{z_I}{H}, \quad z_P^* = \frac{z_P}{H}$$

Отметим, что режим течения и коэффициенты  $R$  и  $E_v$  зависят от  $z_I^*$  и  $z_P^*$ . Если положения  $I$  и  $P$  зафиксированы, то  $z_I^*$  и  $z_P^*$  можно исключить из безразмерных параметров, характеризующих течение.

### 2.2.2 Масштабы давления

В сформулированной задаче можно выделить три масштаба давления

$$p_Q = \frac{\mu_d L Q}{k_x H}, \quad p_{grav} = \Delta \rho g H, \quad p_{cap} = p_{c,max} \quad (2.21)$$

Масштаб  $p_Q$  – перепад давления между границами  $x = 0$  и  $x = L$ , требующийся для создания одномерного однофазного течения жидкости  $d$  в направлении оси  $x$  с расходом  $Q$ . Действительно, согласно закону Дарси (2.19), скорость фильтрации в таком течении можно оценить равной  $k_x p_Q / \mu_d L$ . Умножая эту скорость на высоту области  $\Phi$ , получим полный расход  $Q$ . Согласно (2.21), перепад давления  $p_Q$  возрастает при уменьшении проницаемости  $k_x$  и увеличении вязкости  $\mu_d$ . Масштаб  $p_{grav}$  равен разности давлений столбов жидкостей  $d$  и  $i$  при высоте столба  $H$ . Этот масштаб характеризует величину силы Архимеда, действующей на жидкость  $i$  в пласте, насыщенном жидкостью  $d$ . Из закона Дарси (2.11) следует, что вертикальная скорость жидкости  $i$  пропорциональна  $p_{grav}$ . При увеличении  $|p_{grav}|$  увеличивается контраст плотностей фаз и, при прочих равных условиях, интенсивность гравитационного расслоения жидкостей. Масштаб  $p_{cap}$  характеризует влияние капиллярного давления. В качестве  $p_{cap}$  выбирается конечная точка кривой капиллярного давления. При больших  $p_{cap}$  можно ожидать развитие интенсивной капиллярной пропитки пористой среды жидкостью  $i$ .



Сравнивая масштабы давления в (2.21), определим следующие критерии подобия:

$$\text{Gr} = \frac{p_Q}{p_{grav}} = \frac{\mu_d L Q}{\Delta \rho g k_x H^2}, \quad \text{Ca} = \frac{p_Q}{p_{cap}} = \frac{\mu_d L Q}{p_{c, \max} k_x H}, \quad \Pi = \frac{p_{cap}}{p_{grav}} = \frac{p_{c, \max}}{\Delta \rho g H} \quad (2.22)$$

Гравитационное число  $\text{Gr}$  характеризует величину перепада давления между границами  $x = 0$  и  $x = L$  по сравнению с перепадом давления между границами  $z = 0$  и  $z = H$  в гидростатическом равновесии. Если  $\text{Gr} \ll 1$ , то градиент давления направлен вдоль оси  $x$  от источника к стоку. При  $\text{Gr} \gg 1$  давление близко к гидростатическому равновесию и изменением давления в вертикальном направлении можно пренебречь по сравнению с  $p_Q$ . Фактически,  $\text{Gr}$  можно рассматривать как отношение сил вязкости к силе плавучести. Капиллярное число  $\text{Ca}$  характеризует протяженность переходной зоны фронта вытеснения, движущегося от  $x = 0$  к  $x = L$ , которая связана с действием капиллярных сил [5; 8]. При  $\text{Ca} \gg 1$  протяженность фронта мала, в связи с чем его можно рассматривать как поверхность сильного разрыва насыщенности. При уменьшении  $\text{Ca}$  влияние капиллярного давления увеличивается, а протяженность переходной зоны растет. Число  $\Pi$  характеризует протяженность зоны пропитки в капиллярно-гравитационном равновесии жидкостей  $d$  и  $i$ . При  $\Delta \rho > 0$  равновесие достигается, когда менее плотная жидкость  $i$  скапливается у кровли пласта при  $z = 0$ , а более плотная жидкость  $d$  перемещается к подошве пласта при  $z = H$ . В таком случае распределение жидкостей в пласте представляет собой два горизонтальных слоя различной насыщенности. Толщина переходной зоны между этими слоями пропорциональна  $\Pi$ . При  $\Pi \ll 1$  переходная зона мала, что приводит к четкой границе поверхности раздела фаз в равновесии. Выше этой границы пористая среда насыщена легкой жидкостью, а ниже – тяжелой. При увеличении  $\Pi$  протяженность переходной зоны и влияние капиллярного давления растут. Капиллярным давлением можно пренебречь, если  $\Pi \ll 1$ .

Таким образом, капиллярным давлением можно пренебречь при  $\text{Ca} \gg 1$  и  $\Pi \ll 1$ . Если даже одно из этих условий не выполняется, то капиллярное давление может оказывать значительное влияние на процесс вытеснения.

### 2.2.3 Масштабы скорости и времени

В сформулированной задаче можно выделить два масштаба скорости:

$$u_Q = \frac{Q}{H}, \quad u_{grav} = \frac{k_z}{\mu_d} \Delta \rho g \quad (2.23)$$

Здесь  $u_Q$  – эффективная скорость фильтрации жидкости в направлении оси  $x$ , связанная с работой источника и стока. Действительно, эта скорость равна расходу  $Q$ , отнесенному к высоте области  $\Phi$ , т.е. к площади поперечного течения. Скорость  $u_{grav}$  – характерная скорость в вертикальном направлении, связанная с перемещением частицы жидкости  $d$  в пласте, находящемся в гидростатическом равновесии для жидкости  $i$ . Под действием силы Архимеда такая частица перемещается вдоль оси  $z$ , а согласно (2.19), соответствующая скорость фильтрации пропорциональна отношению  $k_z/\mu_d$  и градиенту давления  $p_{grav}/H$ .

Истинная скорость жидкости  $v$  получается делением  $u$  на пористость  $\phi$ , т.е.  $v = u/\phi$  [8]. Таким образом, используя скорости (2.23), оценим характерные времена перемещения жидкостей между противоположными границами области  $\Phi$ :

$$t_Q = \frac{L}{u_Q/\phi} = \frac{\phi L H}{Q}, \quad t_{grav} = \frac{H}{u_{grav}/\phi} = \frac{\phi H \mu_d}{k_z \Delta \rho g} \quad (2.24)$$

Параметр  $t_Q$  характеризует время, за которое частица жидкости  $d$  переместится от границы  $x = 0$  до  $x = L$  под действием перепада давления  $p_Q$ . Параметр  $t_{grav}$  – характерное время, за которое частица жидкости переместится между  $z = 0$  и  $z = H$  под действием силы Архимеда.

Сравнивая масштабы времени (2.24), введем безразмерное число

$$\Gamma = \frac{t_{grav}}{t_Q} = \frac{Q \mu_d}{k_z \Delta \rho g L} \quad (2.25)$$

При прочих равных условиях параметр  $\Gamma$  характеризует доминирующее направление течения на некотором расстоянии от границ (Рисунок 2.2). Малые значения этого критерия подобия,  $\Gamma \ll 1$ , соответствуют режиму вытеснения, в котором преобладает вертикальное направление течения. При  $\Gamma \ll 1$  происходит быстрое гравитационное расслоение жидкостей, а затем уже в условиях стратификации (локального гравитационного равновесия) происходит течение в направлении оси  $x$  от источника к стоку (Рисунок 2.2a). То есть, предполагая, что

$\Delta\rho > 0$ , течение жидкости  $i$  направлено от  $I$  к кровле пласта вдоль границы  $x = 0$ . Далее, при достижении границы  $z = 0$  направление течения жидкости  $i$  резко изменяется и далее происходит вдоль  $z = 0$ . Большие числа  $\Gamma \gg 1$  соответствуют противоположному характеру течения, в котором доминирует фильтрация от источника к стоку (Рисунок 2.2в). В этом случае жидкость  $i$  перемещается от  $I$  в горизонтальном направлении, постепенно под малым действием силы Архимеда всплывая к границе  $z = 0$ . Если  $\Gamma \sim 1$ , то реализуется переходный режим с одинаковым временем течения жидкости между вертикальными и горизонтальными границами области  $\Phi$  (Рисунок 2.2б). Характерное направление течения в этом случае от источника наискосок к точке  $(1/2, 0)$ .

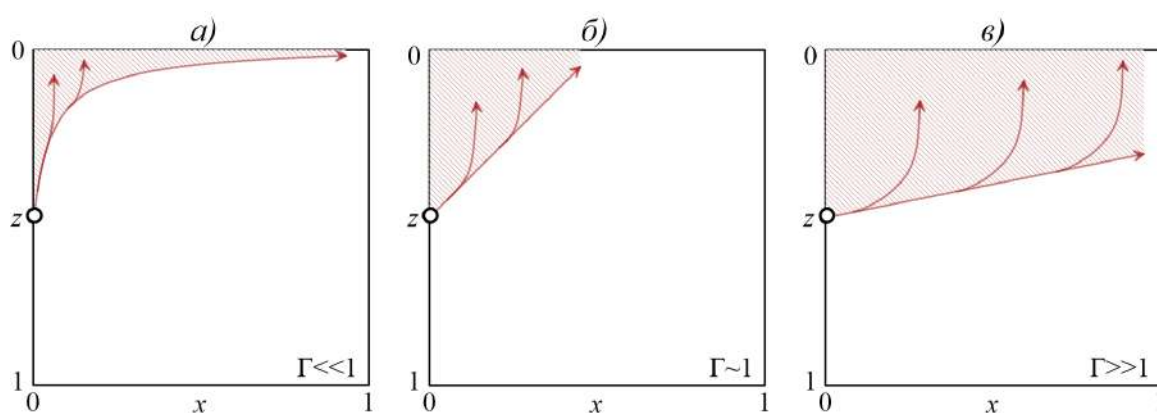


Рисунок 2.2: Схема направлений течения жидкости  $i$  при различных  $\Gamma$ . Предполагается, что вытесняющая жидкость легче вытесняемой ( $\Delta\rho > 0$ ).

#### 2.2.4 Критерий подобия $A$

В этом разделе обсуждается критерий подобия, характеризующий анизотропное распределение проницаемости. Этот критерий, обозначаемый символом  $A$ , выражается через безразмерные числа  $Gr$  и  $\Gamma$  в виде [109; 111]

$$A = \sqrt{\frac{Gr}{\Gamma}} = \frac{L}{H} \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad (2.26)$$

Для объяснения физического смысла параметра  $A$  рассмотрим однофазное течение несжимаемой жидкости от точечного источника в однородной анизотропной пористой среде ( $k_x \neq k_z$ ) в отсутствии внешних массовых сил. В этом

случае распределение давления описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + A^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (2.27)$$

Оценим форму изобар вокруг такого источника при различных  $A$ , предполагая, что он расположен в неограниченной области. При  $A = 1$  уравнение (2.27) сводится к уравнению Лапласа, а изобары – окружности с центром в источнике (Рисунок 2.3б). Случай  $A \ll 1$  (или  $A \gg 1$ ) соответствует высокой проницаемости в направлении оси  $x$  (или  $z$ ). Следовательно, возмущения давления быстро переносятся в данном направлении, являющимся также предпочтительным направлением течения жидкости  $i$  от источника (Рисунок 2.3а или в). Конечно, гидравлическая проницаемость здесь оценивается масштабами  $L$  и  $H$ , соответственно. Таким образом, согласно (2.27), при  $A \ll 1$  (или  $A \gg 1$ ) изобары имеют вид эллипсов, вытянутых в направлении оси  $x$  (или  $z$ ).

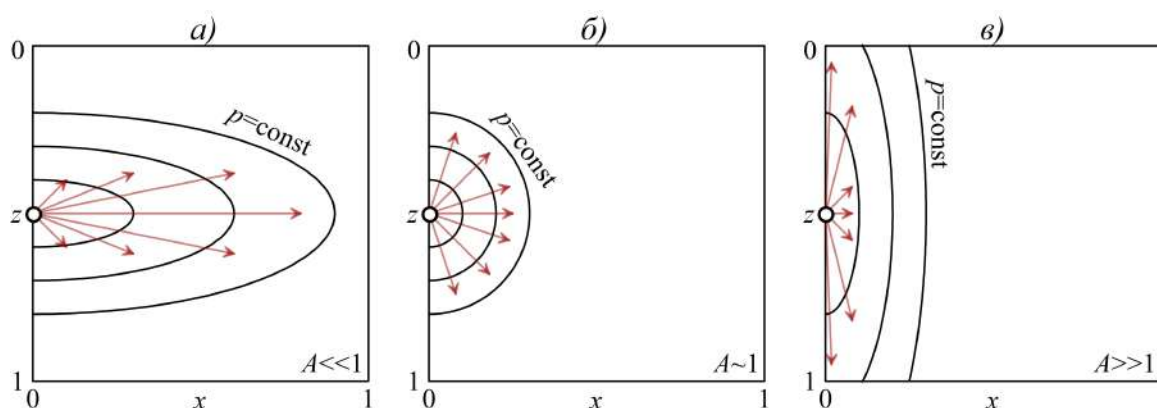


Рисунок 2.3: Формы изобар ( $p = \text{const}$ ) вокруг точечного источника при различных  $A$ . Стрелки показывают предпочтительное направление течения жидкости  $i$ .

### 2.2.5 Критерий подобия $M$

Следуя решению классической задачи Баклея-Левверетта [4], введем критерий подобия

$$M = k_{ri,\max} \mu_d / \mu_i \quad (2.28)$$

характеризующий отношение подвижностей фаз. Случай  $M > 1$ , соответствует более подвижной (т.е. менее вязкой) жидкости  $i$  по сравнению с  $d$ . При  $M < 1$ , наоборот, вытесняющая жидкость имеет меньшую подвижность  $k_{ri,\max} / \mu_i < 1 / \mu_d$ .

Всюду далее полагается, что  $M = 5$ . Такими значениями характеризуется, например, нагнетание углекислого газа в месторождения легкой нефти. Несомненно, при закачке менее вязкой жидкости в пласт, насыщенный более вязкой жидкостью, может развиваться гидродинамическая неустойчивость фронта вытеснения [98; 112; 113]. Однако такая неустойчивость возникает при больших  $M$ , обычно при  $M > 10$ . Следовательно, при выбранном значении  $M$  и используемых кривых относительной фазовой проницаемости (2.13) неустойчивость развиться не может.

### 2.2.6 Уравнения в безразмерном виде

Помимо уже приводившихся в уравнении (2.20) масштабов длины, выберем в качестве характерных масштабов времени, скорости фильтрации и давления их значения, связанные с работой источника и стока и сопутствующим течением между ними, т.е. масштабы  $t_Q$ ,  $u_Q$  и  $p_Q$ , соответственно:

$$t = t_Q t^*, \quad u = u_Q u^*, \quad p = p_Q p^*, \quad p_c = p_{cap} p_c^*, \quad k_{ri} = k_{ri, \max} k_{ri}^* \quad (2.29)$$

Здесь, как и ранее, звездой обозначены безразмерные или масштабированные величины. В таких масштабах безразмерное время в точности равно количеству закачанных поровых объемов области  $\Phi$ .

Подставляя (2.19), (2.20) и (2.29) в уравнения (2.10) и (2.12) и опуская знак звезды у безразмерных переменных, получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial x} \right) + A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial s_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{ri} \frac{\partial p_i}{\partial x} \right) - A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{ri} \left( \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) \right) = 0 \quad (2.31)$$

$$p_i - p_d = Ca^{-1} p_c(s_i) \quad (2.32)$$

Уравнения (2.30)–(2.32) образуют замкнутую систему трех уравнений относительно неизвестных  $s_i$ ,  $p_i$  и  $p_d$ , причем  $p_i$  и  $p_d$  связаны конечным соотношением (2.32).

Учитывая (2.18), начальные условия (2.7) для системы уравнений (2.30)–(2.32) запишутся в виде

$$s_i = 0, \quad p_i = 0 \quad \text{при} \quad t = 0$$

Граничные условия (2.14) в безразмерном виде имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_d}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, \quad z \neq z_I \quad \text{и} \quad x = 1, \quad z \neq z_P \\ \frac{\partial p_d}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, 1 \end{aligned}$$

Условия постоянного расхода жидкостей через точечный источник и сток, приводящиеся в уравнениях (2.15)–(2.17), в безразмерных переменных принимают вид

$$\begin{aligned} -\pi k_{ri} M \left( x \frac{\partial p_i}{\partial x} + (z - z_I) \left( \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) \right) &= A, \\ -\pi k_{rd} \left( x \frac{\partial p_d}{\partial x} + (z - z_I) \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) &= 0 \quad \text{при} \quad r_i \rightarrow 0 \\ \pi(x - 1) \left( M k_{ri} \frac{\partial p_i}{\partial x} + k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial x} \right) & \\ + \pi(z - z_P) \left( M k_{ri} \left( \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) + k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) &= A \quad \text{при} \quad r_d \rightarrow 0 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Таким образом, безразмерная постановка задачи в уравнениях (2.30)–(2.33) содержит только четыре критерия подобия  $M$ ,  $A$ ,  $Gr$  и  $Ca$ . Кроме этих параметров течение также характеризуется кривыми относительной фазовой проницаемости и капиллярного давления (2.13) и координат источника и стока  $z_I$  и  $z_P$ . Согласно (2.22), (2.25) и (2.26), безразмерные числа  $\Gamma$  и  $\Pi$  однозначно выражаются через другие критерия подобия с помощью следующих соотношений

$$Gr = \Gamma A^2 = \Pi Ca \tag{2.34}$$

Далее, учитывая (2.34), вместо  $Gr$  в качестве одного из независимых критериев подобия используется  $\Gamma$ , а вместо  $Ca$  –  $\Pi$  т.е. в качестве основных величин, характеризующих режим вытеснения, выбираются  $M$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  и  $\Pi$ .

Нефтяные пласты характеризуются различными проницаемостями  $k_x$  и  $k_z$ , могут иметь различную мощность  $H$ , а их разработка может вестись сеткой скважин с различными характерными расстояниями между скважинами  $L$ , эксплуатирующихся при различных темпах нагнетания  $Q$ . Все эти параметры, также как и другие величины, например  $\rho_j$ ,  $\mu_j$ ,  $j = d, i$ , входят в  $M$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  и  $\Pi$ , а значит различные пласты характеризуются только четырьмя параметрами подобия  $M$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  и  $\Pi$ . Таким образом, введение этих безразмерных величин позволяет уменьшить количество параметров, определяющих режим течения.

### 2.2.7 Фазовая плоскость

При фиксированных  $M$  и  $\Pi$  режим течения характеризуется двумя параметрами  $\Gamma$  и  $A$ . Таким образом, исследование режимов удобно проводить в плоскости  $\{\Gamma, A\}$ , где обе оси имеют логарифмический масштаб (Рисунок 2.4).

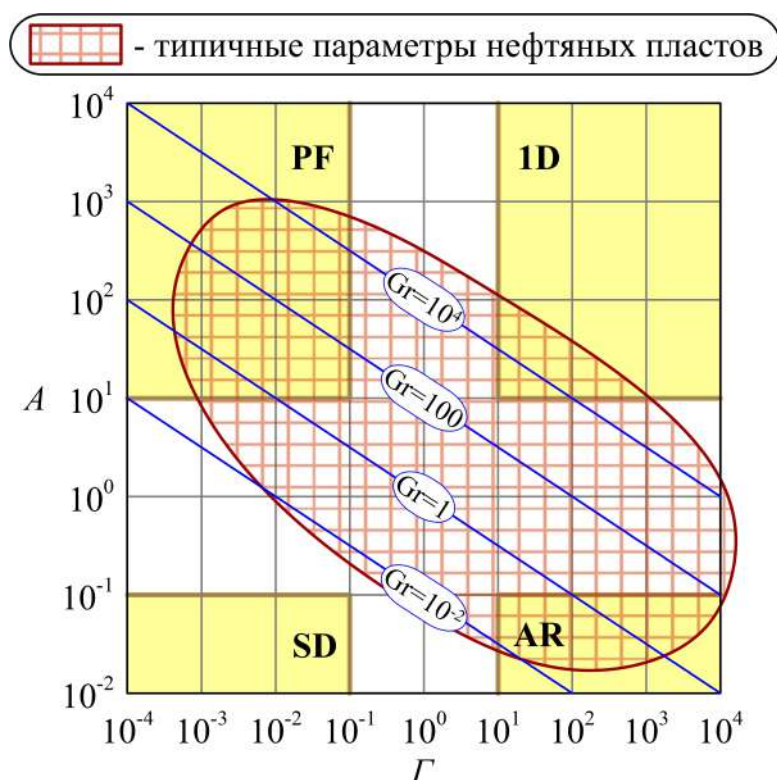


Рисунок 2.4: Фазовая плоскость. Желтым цветом выделены зоны режимов 1D, PF, AR и SD. Красным цветом выделена и заштрихована область, представляющая интерес для геофизических приложений.

На Рисунке 2.4 красная линия ограничивает область интересующих нас значений параметров  $\Gamma$  и  $A$ . Эта область определена выбором типичных диапазонов для размерных параметров задачи, которые могут встретиться в геологических

пластах. Для этих параметров ( $\phi$ ,  $k_x$ ,  $k_z$ ,  $L$ ,  $H$ ,  $Q$ ,  $\Delta\rho$  и др.) посчитаны  $\Gamma$  и  $A$  и на графике отмечены соответствующие значения в плоскости  $\Gamma$  и  $A$ . Красная линия на Рисунке 2.4 ограничивает множество рассчитанных точек и интересующий нас диапазон  $\Gamma$  и  $A$ . Также на графике построены линии  $Gr = \text{const}$ , которые проходят от левого верхнего к правому нижнему углам фазовой области. Интересующий нас диапазон  $0.1 \leq Gr \leq 10^4$ .

## 2.3 Режимы течения в предельных случаях

### 2.3.1 Обзор и обозначения

На фазовой плоскости  $\{\Gamma, A\}$  можно выделить четыре асимптотических случая, соответствующих малым и большим значениям  $\Gamma$  и  $A$ . Предполагается, что  $\Gamma$  и  $A$  малы, если они меньше 0.1 и  $\Gamma$  и  $A$  большие, если они более 10.

В качестве характерного масштаба времени выбрано  $t_Q$

$$t_* = t/t_Q$$

Таким образом, безразмерное время равно количеству порового объема, закачанного через  $I$ . Например,  $t_* = 1$  соответствует моменту времени, когда был закачан один поровый объем. Далее у безразмерных величин звезда опускается. Вводятся следующие обозначения для положений  $I$  и  $P$ . Через  $U$ ,  $C$  и  $L$  обозначаются положения источника или стока при  $z_j = 0$  (у кровли пласта),  $z_j = 1/2$  и  $z_j = 1$  (у подошвы пласта), где  $j = I, P$ . Затем двухбуквенной аббревиатурой  $XY$ , где  $X, Y = U, C, L$ , обозначается положение источника и стока. Первая буква  $X$  соответствует положению источника  $I$ , а вторая буква  $Y$  соответствует положению стока  $P$ . Например, если  $XY = CC$ , то и  $I$ , и  $P$  располагаются на глубине  $z = 1/2$ . Если  $XY = UL$ , то  $I$  размещается при  $z = 0$ , а  $P$  размещается при  $z = 1$ .

### 2.3.2 Режим 1D

В случае  $A \gg 1$  и  $\Gamma \gg 1$  реализуется режим одномерного течения от источника к стоку, соответствующий вытеснению из пласта малой мощности  $H$  (Рисунок 2.5а;  $\Gamma = 10$ ,  $A = 10$ ,  $Ca = 10^4$  и  $\Pi = 0.1$ ). Далее этот режим обозначается аббревиатурой 1D. Действительно, во всей области  $\Phi$ , за исключением близких к ее границам зон, параметры течения, в частности распределение насыщенности



$s_i$ , слабо зависят от глубины  $z$ . Из-за высокой проводимости в вертикальном направлении (т.е. при  $A \gg 1$ ) жидкость  $i$  перемещается от источника вдоль границы  $x = 0$  по всей мощности пласта  $z \in [0, 1]$ . Затем, при течении жидкостей от  $x = 0$  к  $x = 1$  не происходит их значительного гравитационного расслоения, так как влияние силы Архимеда при  $\Gamma \gg 1$  мало. При достижении границы  $x = 1$  жидкости снова резко изменяют направление течения на вертикальное и переносятся к стоку вдоль узкой зоны, расположенной у границы  $x = 1$ . Таким образом, пренебрегая концевыми эффектами, течение действительно одномерное.

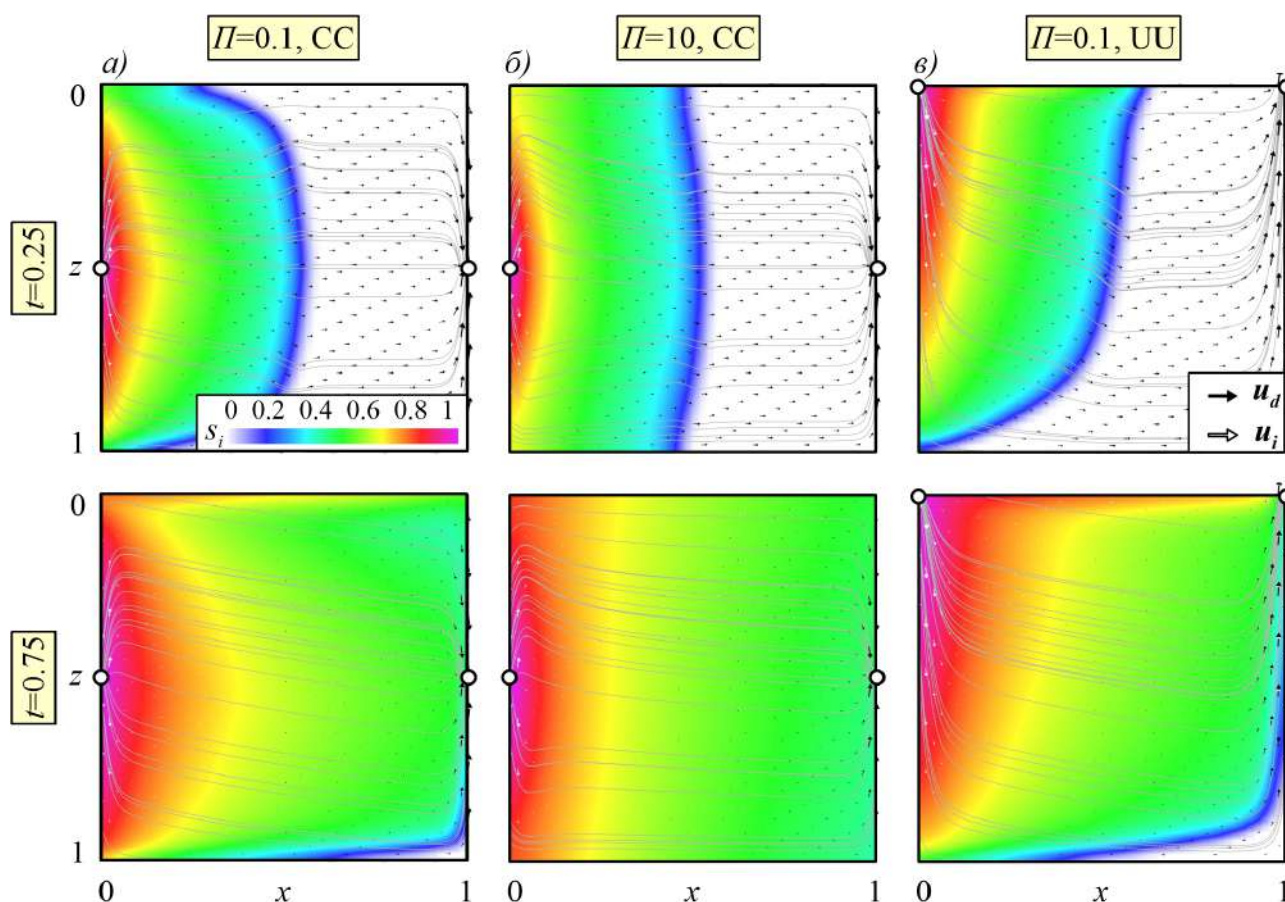


Рисунок 2.5: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме 1D при  $\Gamma = A = 10$  и различных  $t$ ,  $\Pi$  и положениях  $I$  и  $P$ . Белыми и черными стрелками показаны скорости  $u_i$  и  $u_d$ . Серые линии – линии тока жидкости  $d$ .

При малом влиянии капиллярного давления ( $\Pi \ll 1$  и  $Ca \gg 1$ ) изменение параметров течения с  $x$  описывается решением Баклея-Лeverетта [4]. В этом решении вытеснение происходит в системе волн. Впереди распространяется сильный разрыв насыщенности, за которым следует присоединенная волна Римана. Эта последовательность волн наблюдается на Рисунке 2.5а. Разрыву соответствует плотное расположение линий уровня  $s_i = \text{const}$ , ограничивающих

со стороны больших значений  $x$  область течения жидкости  $i$ . Этот разрыв наблюдается в виде узкой переходной зоны, так как капиллярное число  $Ca$  имеет большое, но конечное значение и в меньшей степени из-за влияния численной дисперсии. За разрывом расположена область непрерывного изменения насыщенности  $s_i$  в волне Римана. Насыщенность убывает с  $x$  от границы  $x = 0$  до разрыва.

Согласно уравнению (2.34), при  $\Gamma, A \gg 1$  и увеличении влияния капиллярного давления нарушается условие  $\Pi \ll 1$ , тогда как неравенство  $Ca \gg 1$  по-прежнему сохраняется. Это означает, что масштаб давления  $p_{cap}$  становится сравнимым с  $p_{grav}$ , в связи с чем возникает более широкая переходная зона в вертикальном капиллярно-гравитационном равновесии жидкости. Следовательно, большее капиллярное давление при  $\Pi = 10$  вызывает более однородное распределение жидкости  $i$  по всей толщине пласта и, следовательно, уменьшение толщины пограничных слоев вблизи  $z = 0$  и  $z = 1$  (Рисунок 2.5а и б).

На Рисунках 2.5а и в представлены результаты расчетов при положениях источника и стока  $CC$  и  $UU$ . Сравнивая результаты, можно сделать вывод о том, что положения  $I$  и  $P$  влияют только на течение у границ  $x = 0$  и  $x = 1$ . Из-за большой проницаемости в вертикальном направлении жидкость  $i$  независимо от  $z_I$  охватывает всю толщу пласта при  $x = 0$ . Таким образом, положение  $I$  не сильно влияет на течение за пределами пограничного слоя у границы  $x = 0$ . Аналогично, положение  $P$  не имеет большого влияния на течение за пределами пограничного слоя у границы  $x = 1$ .

### 2.3.3 Режим PF

При  $A \gg 1$  и  $\Gamma \ll 1$  значительно возрастает влияние силы Архимеда, которая действует в резервуаре, характеризующимся высокой проводимостью в вертикальном направлении. При таких параметрах реализуется режим вытеснения с образованием ярко выраженного плюма жидкости  $i$  около угла  $(0, 0)$  области  $\Phi$  (Рисунок 2.6а;  $\Gamma = 0.1$ ,  $A = 10$ ,  $Ca = 10^2$  и  $\Pi = 0.1$ ). Этот режим обозначается аббревиатурой PF (plume formation) и соответствует верхнему левому углу фазовой плоскости на Рисунке 2.4.

Также как и в режиме 1D, главное направление течения жидкости  $i$  при  $A \gg 1$  вертикальное. Жидкость  $i$  течет от источника вверх и вниз вдоль границы  $x = 0$ , распределяясь по всей мощности пласта, однако далее направление

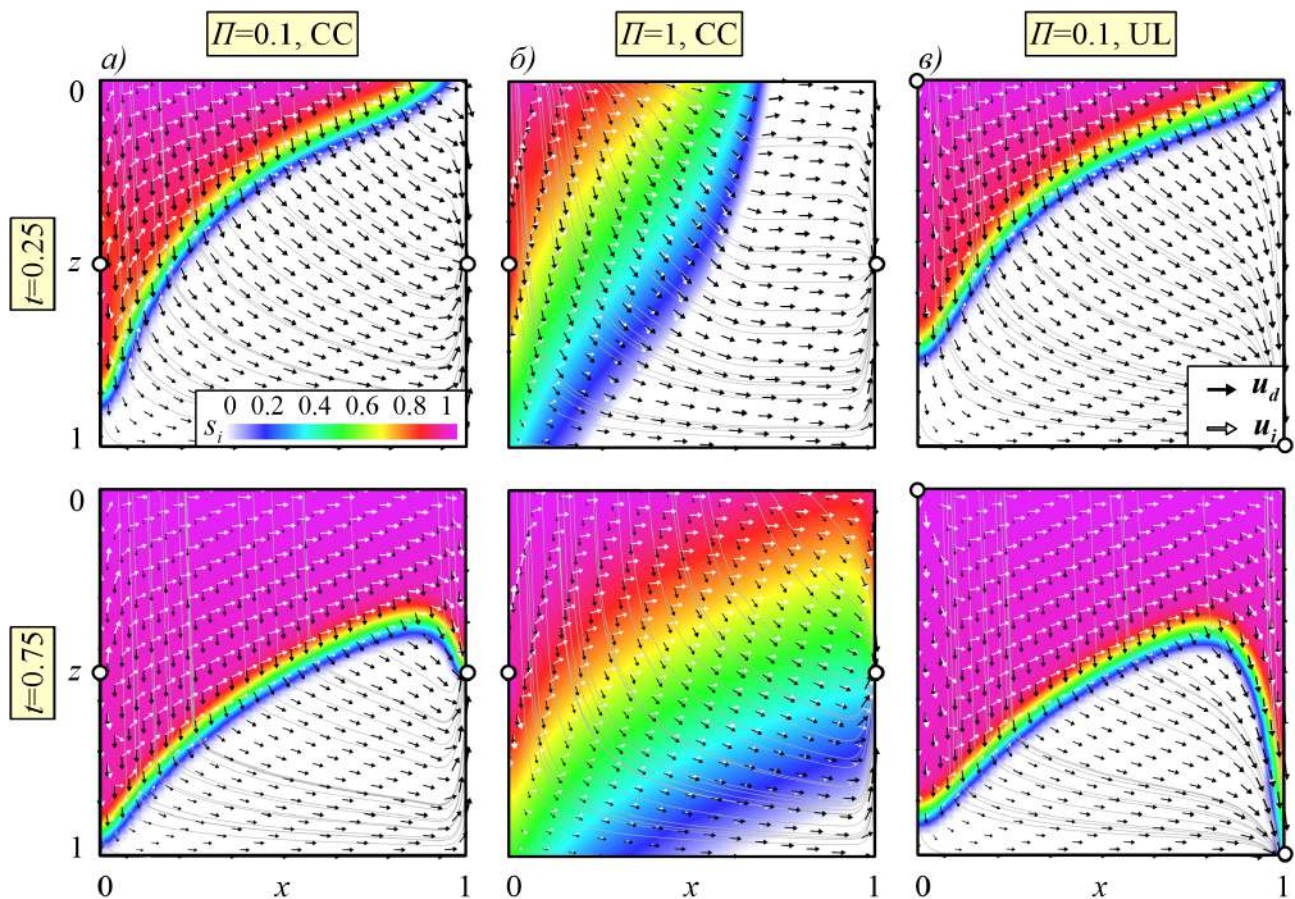


Рисунок 2.6: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме PF при  $\Gamma = 0.1$ ,  $A = 10$  и различных  $t$ ,  $\Pi$  и положениях  $I$  и  $P$ . Белыми и черными стрелками показаны скорости  $u_i$  и  $u_d$ . Серые линии – линии тока жидкости  $d$ .

течения жидкости изменяется на горизонтальное. При  $\Gamma \ll 1$  сила Архимеда значительно влияет на течение от  $x = 0$  к  $x = 1$ , поэтому жидкость  $i$  всплывает к верхней границе  $z = 0$  и растекается под ней и, таким образом, образуется шлейф из жидкости  $i$ . При этом имеется противоток жидкости  $d$ , которая опускается к нижней границе шлейфа. Перемещаясь вдоль кровли пласта, жидкость  $i$  достигает границы  $x = 1$ , вдоль которой узким конусом опускается к стоку (Рисунок 2.6а), через который добываются обе жидкости.

При  $\Pi \ll 1$  и  $Ca \gg 1$  наблюдается довольно-таки четкая граница между зонами, насыщенными только жидкостью  $i$  и только жидкостью  $d$ . Действительно,  $s_i$  резко уменьшается в узкой переходной зоне от  $s_i \approx 1$  в области плюма до  $s_i = 0$  в области под плюмом. Толщина переходной зоны при больших значениях  $x$  в основном определяется числом  $\Pi$ . Она значительно увеличивается с ростом капиллярного числа, что приводит к более однородному распределению жидкости  $i$  по всей толщине пласта (Рисунок 2.6а и в). При  $\Pi = 1$  переходная зона от



$s_i \approx 1$  до  $s_i = 0$  шире. Следовательно, внутри плюма условие  $s_i \approx 1$  при  $\Pi = 1$  уже не выполняется, а наблюдается неравномерное распределение  $s_i$ .

На Рисунках 2.6а и б представлено течение при положениях источника и стока СС и UL. Стоит отметить, что положения  $I$  и  $P$  влияют только на течение в пограничных слоях при  $x = 0$  и  $x = 1$ . Например, жидкость  $i$  достигает большей глубины, если  $I$  расположен при  $z_I = 1/2$ , чем при  $z_I = 0$ . На более поздней стадии закачки жидкость  $i$  вблизи  $x = 1$  стекает в сток  $P$  на глубине в два раза большей в случае UL в сравнении со случаем СС (Рисунки 2.6а и в). За пределами пограничных слоев у  $x = 0$  и  $x = 1$  положения  $I$  и  $P$  не оказывают значительного влияния на течение.

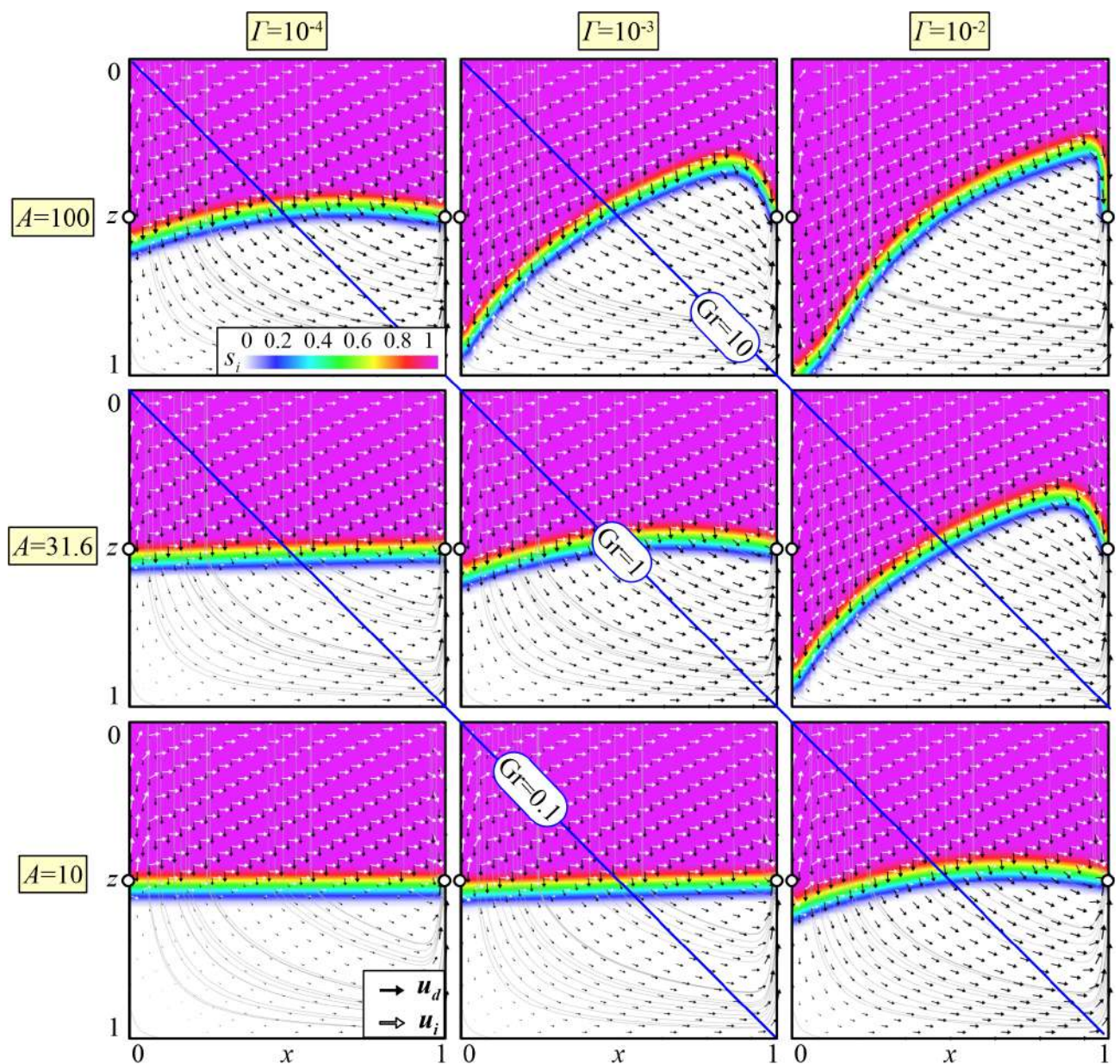


Рисунок 2.7: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме PF при  $t = 0.75$ , положении источника и стока СС и различных  $\Gamma$  и  $A$ .

На Рисунке 2.7 приведены результаты расчетов течений при различных  $A = 10, 31.6, 100$  и  $\Gamma = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ . Неравенства  $\Gamma \ll 1$  и  $A \gg 1$  выполняются во всех рассмотренных случаях, следовательно, все моделируемые течения происходят в режиме PF. Отметим, что распределения идентичны во всех случаях при фиксированном гравитационном числе Gr. Действительно, распределения неразличимы на панелях, расположенных на одной и той же диагонали, идущей от левого верхнего до правого нижнего угла на Рисунке 2.7. Согласно (2.34), эти диагонали соответствуют постоянному значению Gr. Таким образом, можно сделать вывод о том, что течение в режиме PF характеризуется произведением  $\Gamma A^2 = \text{Gr}$ , а не  $\Gamma$  и  $A^2$  по отдельности.

### 2.3.4 Режим AR

Случай  $\Gamma \gg 1$  и  $A \ll 1$  соответствует вытеснению из анизотропного пласта, характеризующегося высокой проницаемостью в направлении  $x$  и низкой проницаемостью в направлении  $z$ , а также малому влиянию силы Архимеда. Этот режим обозначается аббревиатурой AR (anisotropic reservoir). В случае СС из-за высокой проницаемости в направлении  $x$  закачиваемая жидкость быстро прорывается от источника к стоку вдоль линии  $z = 1/2$ , при этом значительные области пласта у границ  $z = 0$  и  $z = 1$  остаются неохваченными вытеснением (Рисунок 2.8а;  $\Gamma = 10, A = 0.1, \text{Ca} = 10$  и  $\Pi = 10^{-2}$ ). Это обусловлено тем, что при  $\Gamma \gg 1$  влияние силы Архимеда мало и эта сила не приводит к значительному перемещению жидкости  $i$  вверх от уровня  $z = 1/2$ . Небольшая асимметрия области  $s_i > 0$  связана с тем, что течение рассчитано при большом, но тем не менее конечном  $\Gamma = 10$ .

В рассмотренном случае число  $\Pi$  мало, то есть капиллярная пропитка в вертикальном направлении пренебрежимо мала. Эффективность охвата увеличивается с увеличением  $\Pi$  в случае СС (Рисунок 2.8а и 2.8б). Более интенсивная капиллярная пропитка при большем  $\Pi$  приводит к тому, что жидкость  $i$  поднимается выше от уровня  $z = 1/2$ . Следовательно, более широкая зона вблизи  $z = 1/2$  охватывается жидкостью  $i$ .

На Рисунках 2.8а и в приведены результаты расчетов для случаев СС и UL, соответственно. Если  $I$  и  $P$  расположены на различных глубинах, то жидкость  $i$  сначала течет вдоль горизонтальной области  $z = z_I$ , так как  $A \ll 1$ . За пределами этой области направление течения изменяется на вертикальное. Такое поведе-

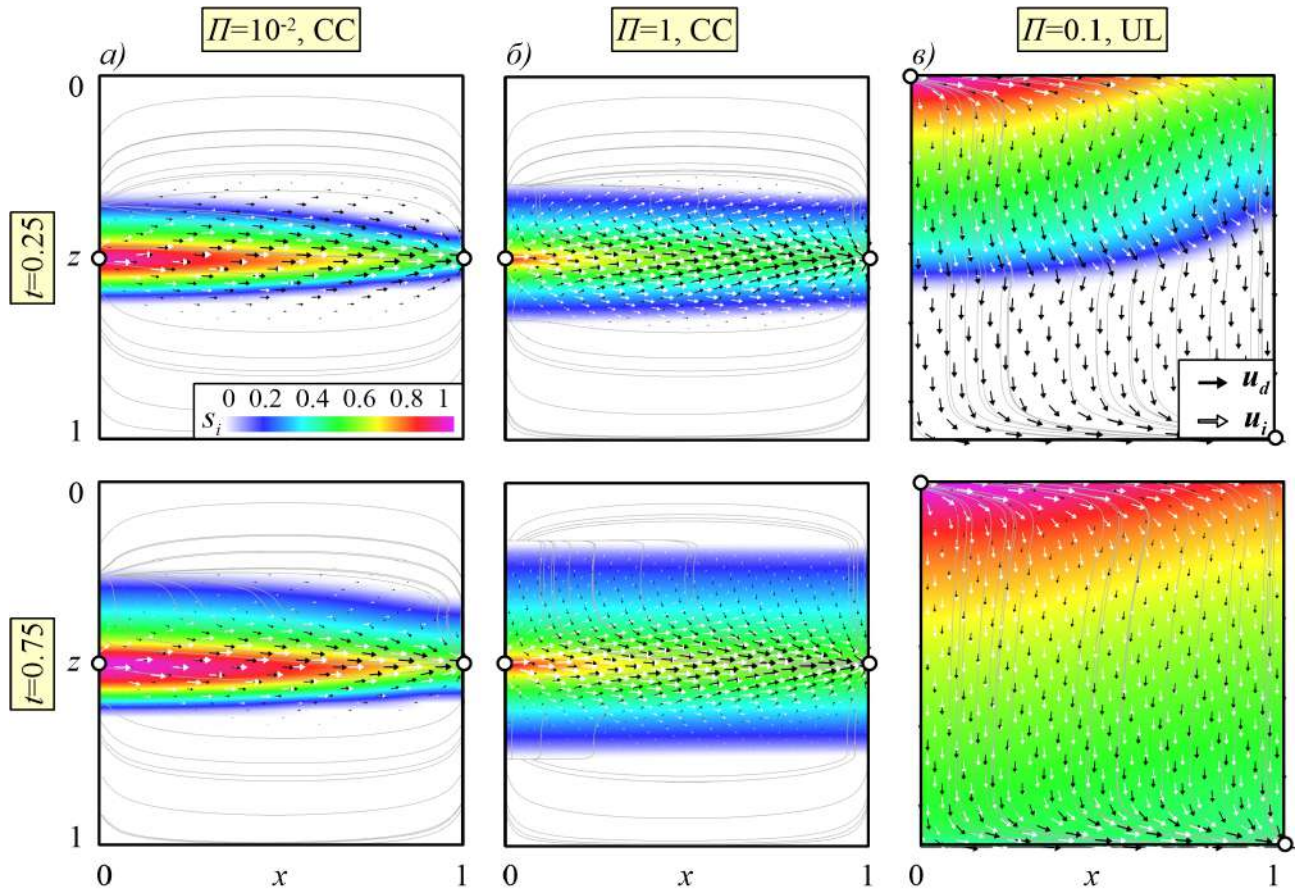


Рисунок 2.8: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме AR при  $\Gamma = 10$ ,  $A = 0.1$  и различных  $t$ ,  $\Pi$  и положениях  $I$  и  $P$ . Белыми и черными стрелками показаны скорости  $u_i$  и  $u_d$ . Серые линии – линии тока жидкости  $d$ .

ние объясняется распределением давления. Между горизонтами  $z = z_I$  и  $z = z_P$  большой перепад давления из-за низкой проницаемости в направлении  $z$ , что обуславливает практически однородное течение в вертикальном направлении между  $z = z_I$  и  $z = z_P$ . Следовательно, течение и охват пласта вытеснением в режиме AR в значительной степени зависят от положений  $I$  и  $P$ . Чем больше  $|z_I - z_P|$ , тем выше эффективность.

На Рисунке 2.9 приводятся результаты моделирования при различных  $\Gamma = 10^2, 10^3, 10^4$  и  $A = 0.01, 0.03, 0.1$ . Неравенства  $\Gamma \gg 1$  и  $A \ll 1$  верны для всех рассмотренных случаев, таким образом, все моделируемые течения происходят в режиме AR. Стоит отметить, что распределения насыщенности очень похожи при любом фиксированном значении критерия подобия  $A$ . Действительно, толщина клиновидной области  $s_i > 0$  значительно увеличивается с ростом  $A$ , тогда как она практически не зависит от величины  $\Gamma$ . Распределения насыщенности, направления скорости течения в рассмотренных случаях аналогичны в каждом ряду панелей на Рисунке 2.9. Таким образом, можно сделать вывод о



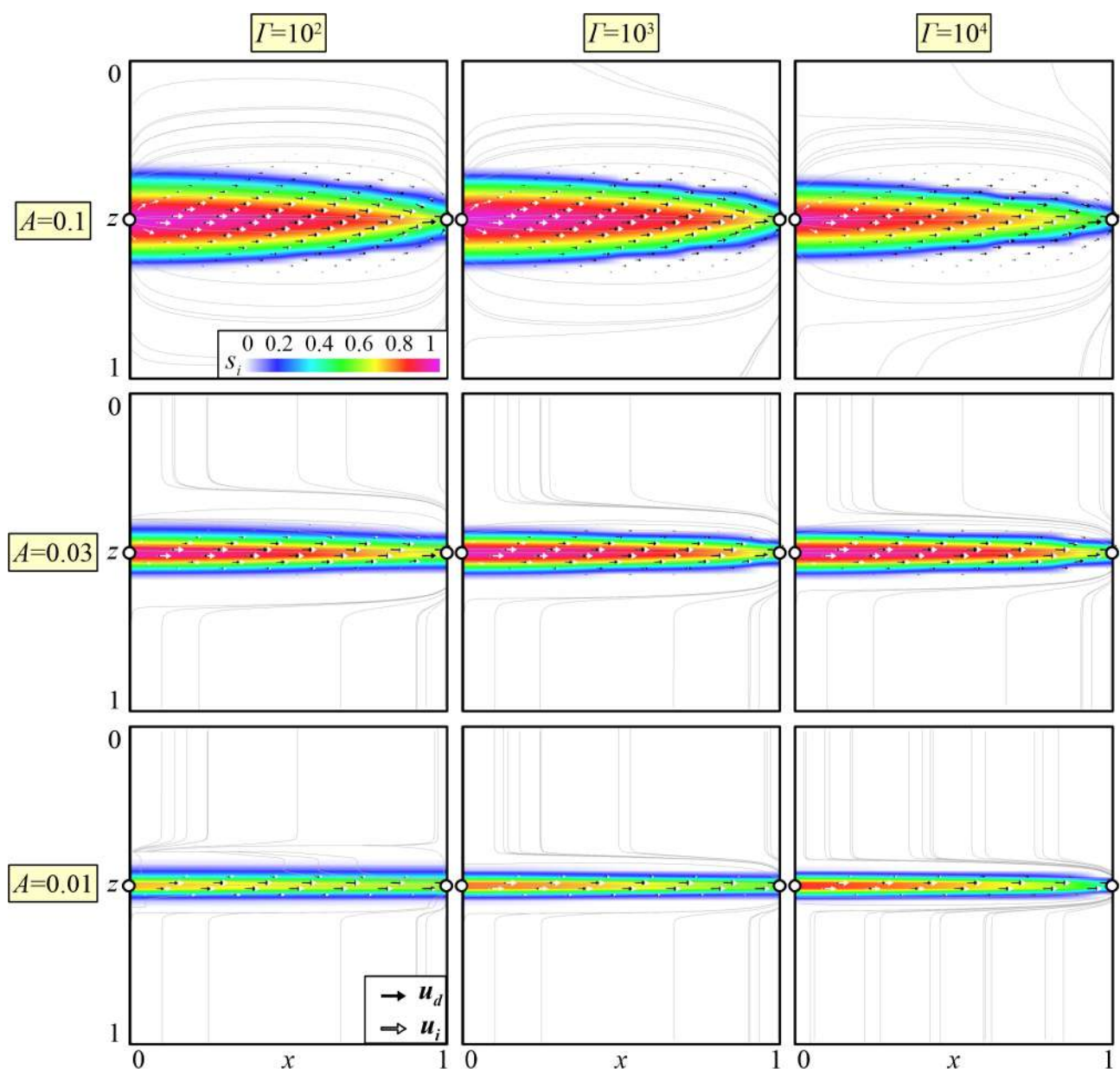


Рисунок 2.9: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме AR при  $t = 0.75$ , положении источника и стока СС и различных  $\Gamma$  и  $A$ .

том, что течение в режиме AR характеризуется только критерием  $A$ . Если  $I$  и  $P$  расположены на одной глубине, то течение очень слабо зависит от критерия  $\Gamma$ . Таким образом, эффективности  $R$  и  $E_v$  в режиме AR можно рассматривать как функции только  $A$  при  $\Pi \ll 1$  и  $\text{Ca} \gg 1$ .

### 2.3.5 Режим SD

В случае  $\Gamma, A \ll 1$  реализуется режим вытеснения в условиях ярко выраженной стратификации жидкостей (Рисунок 2.10a;  $A = 0.1$ ,  $\Gamma = 0.1$ ,  $\text{Ca} = 10$  и  $\Pi = 10^{-4}$ ). Малое значение  $\Gamma = 0.1$  приводит к быстрому перемещению жидкости

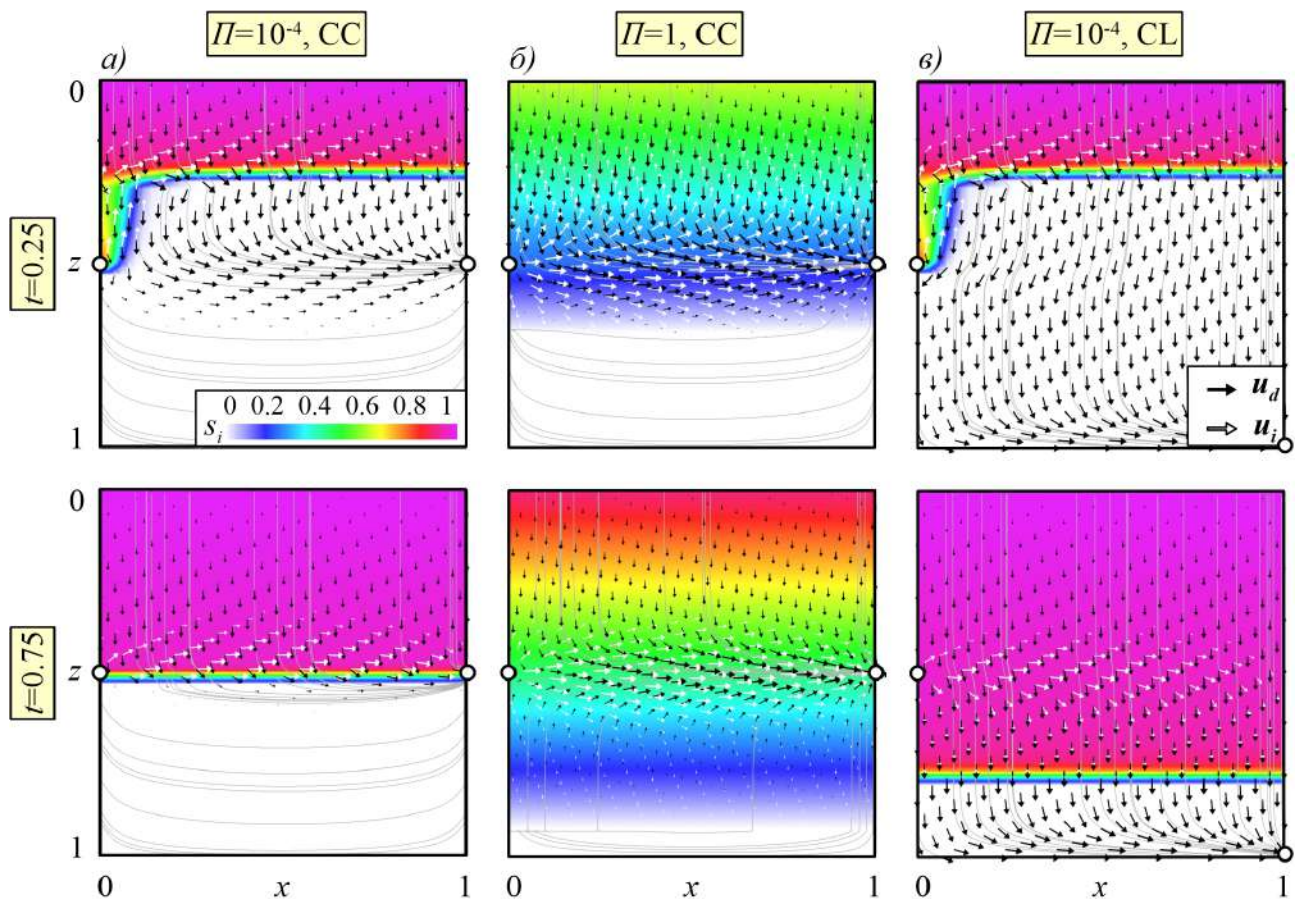


Рисунок 2.10: Распределение насыщенности  $s_i$  в режиме SD при  $\Gamma = 10$ ,  $A = 0.1$  и различных  $t$ ,  $\Pi$  и положениях  $I$  и  $P$ . Белыми и черными стрелками показаны скорости  $u_i$  и  $u_d$ . Серые линии – линии тока жидкости  $d$ .

$i$  от источника  $I$  к кровле пласта  $z = 0$ . В отличие от предыдущих случаев, жидкость  $i$  почти не охватывает области ниже уровня  $z_I$  на ранней стадии закачки. Из-за высокой проницаемости  $k_x$  (при малом  $A = 0.1$ ) при  $\Pi \ll 1$  жидкость  $i$  скапливается у кровли в виде горизонтального слоя  $s_i \approx 1$ , толщина которого растет с  $t$  по мере закачки жидкости  $i$ . Действительно, когда закачиваемая жидкость достигает слоя, то из-за большого  $k_x$  она свободно перемещается по нему в направлении  $x$ , а из-за малого  $k_z$  не может при  $x \sim 1$  прорваться вниз к стоку. В отличие от режима PF условие  $A \ll 1$  приводит к тому, что граница между слоями  $s_i \approx 0$  и  $s_i \approx 1$  становится почти горизонтальной. Эффективность вытеснения не ухудшается из-за конусообразования при  $x = 1$ , а наоборот, под кровлей  $z = 0$  скапливается все больше жидкости  $i$  и горизонтальный фронт опускается вниз. Движение фронта останавливается в более позднее время, в тот момент, когда жидкость  $i$  достигает уровня  $z = z_P$  и прорывается к стоку  $P$ . В дальнейшем дебит жидкости  $i$  практически равен скорости ее закачки, тогда как дебит жидкости  $d$  быстро падает до нуля. Жидкость  $i$  течет из  $I$  в



$P$  через интервал глубин  $z \leq z_p$ , тогда как пласт при  $z > z_p$  остается почти не охваченным вытеснением при небольшом влиянии капиллярного давления. Эта область остается насыщенной только жидкостью  $d$ , которую не удастся извлечь с помощью стока, расположенного при  $z_p = 1/2$ .

Режим течения при  $\Gamma, A \ll 1$  обозначается аббревиатурой SD (stratified displacement), поскольку для него характерно преобладающее влияние стратификации жидкости. Менее плотная жидкость  $i$  накапливается в горизонтальном слое под кровлей  $z = 0$ , вытесняя более тяжелую жидкость  $d$  в нижние слои.

Разумеется, на стратификацию сильно влияет критерий подобия  $\Pi$ . При большем  $\Pi$  в вертикальном равновесии жидкости образуется более широкая переходная зона (Рисунки 2.10а и б). Следовательно, насыщенность  $s_i$  непрерывно убывает с ростом  $z$  внутри слоя у кровли. Капиллярная пропитка в области  $z > z_p$  также приводит к увеличению коэффициента охвата (Рисунок 2.10б). Действительно, часть пласта при  $z > z_p$  насыщена жидкостью  $i$  на поздней стадии закачки.

На Рисунках 2.10а и в приводятся результаты моделирования для положений источника и стока СС и СЛ. На ранней стадии закачки ( $t = 0.25$ ) распределение насыщенности  $s_i$  в этих случаях неразличимы. Разница появляется при достижении жидкости  $i$  стока  $P$ . В случае СС движущаяся горизонтальная граница останавливается на уровне  $z = 1/2$  и область  $z > 1/2$  остается неохваченной жидкостью  $i$ . В случае СЛ она движется дальше вниз к подошве  $z = 1$ , в результате чего жидкость  $d$  вытесняется из области  $z > 1/2$ . Таким образом, можно сделать вывод о том, что положение стока  $P$  очень важно в режиме SD, тогда как положение источника  $I$  влияет лишь на некоторые детали течения вблизи  $x = 0$ .

### 2.3.6 Карты эффективности

При заданных критериях подобия и положениях  $I$  и  $P$  коэффициент извлечения  $R$  и коэффициент охвата  $E_v$  увеличиваются с течением времени  $t$ . Согласно их определениям в уравнениях (2.8) и (2.9),  $R$  и  $E_v$  не могут уменьшаться со временем. На ранней стадии закачки коэффициент  $R$  равен безразмерному времени ( $R = t$ ). Действительно, до тех пор, пока жидкость  $i$  не достигнет стока  $P$ , объем добытой жидкости  $d$  равен объему закачанной жидкости  $i$ . В дальнейшем дебит жидкости  $d$  падает и  $R$  стабилизируется на некотором значении, меньшем единицы. Аналогично,  $E_v = \beta t$  на ранней стадии, когда константа  $\beta$

больше единицы из-за неравенства  $s_i \leq 1$  в двухфазной зоне. На поздней стадии кривая  $E_v(t)$  также стремится к горизонтальной прямой линии, оставаясь меньше единицы.

Одна из целей диссертации – найти максимальные значения  $R$  и  $E_v$ , которые могут быть достигнуты. Разумеется, эти значения зависят от критериев подобия, расположения  $I$  и  $P$  и, как уже отмечалось, времени. Далее условно предположим, что  $t = 3/2$  соответствует поздней стадии. Анализ результатов численного моделирования показал, что коэффициенты  $R$  и  $E_v$  при  $t \geq 3/2$  практически не изменяются со временем.

При фиксированных  $\Pi = \text{const}$  и  $t = 3/2$  построены распределения  $R$  и  $E_v$  в плоскости  $\{\Gamma, A\}$ . На Рисунке 2.11 показаны такие карты в случае  $\Pi = 0.1$  и положениях скважин СС. Синий цвет соответствует малым значениям  $R$  и  $E_v$ , тогда как красный цвет соответствует максимальным значениям. Если  $I$  и  $P$  размещены на одной глубине, то наименьшая эффективность достигается в режиме AR. Здесь при  $\Gamma > 10$  и  $A < 0.1$  и  $R$ , и  $E_v$  зависят главным образом от критерия подобия  $A$  (контурные линии  $R$  и  $E_v$  становятся горизонтальными). Это согласуется с Разделом 2.3.4, где отмечено, что параметры течения в режиме AR при  $z_I = z_P$  зависят от критерия подобия  $A$ . Максимум  $R$  достигается в режиме PF, хотя величина  $R$  в 1D лишь немного меньше (Рисунок 2.11а). Максимум  $E_v$  достигается в режиме 1D, что очевидно, так как в этом случае наблюдается однородное распределение жидкости  $i$  по всей толщине пласта.

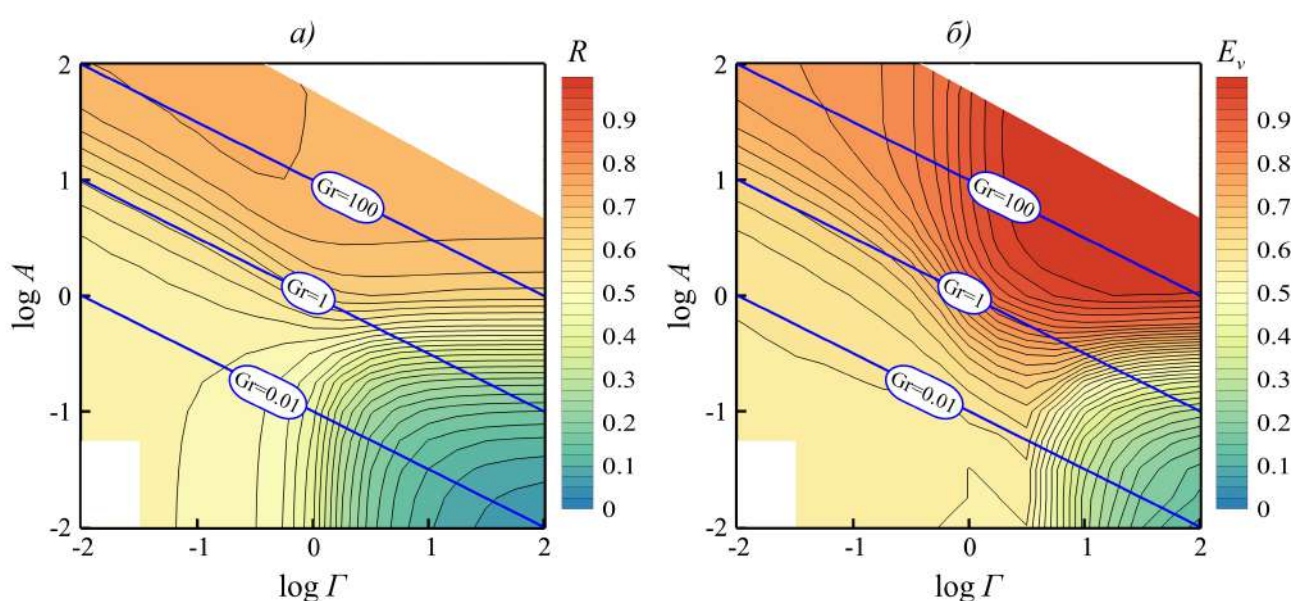


Рисунок 2.11: Карты  $R(\Gamma, A)$  и  $E_v(\Gamma, A)$  при  $\Pi = 0.1$  и положениях источника и стока СС.

Контурные линии  $R$  и  $E_v$  в области  $\Gamma < 0.1$ ,  $A > 10$  (т.е. в режиме PF) параллельны линиям  $Gr = \text{const}$ . Это согласуется с замечанием в Разделе 2.3.3 о том, что параметры течения в режиме PF в основном зависят от гравитационного числа  $Gr$ . Из Рисунка 2.11 следует, что как  $R$ , так и  $E_v$  увеличиваются с ростом  $Gr$ .

Такие карты  $R$  и  $E_v$  построены для различных  $\Pi$ ,  $t$  и положений  $I$  и  $P$ . Можно сделать вывод, что результаты качественно схожи при фиксированных положениях скважин, любых  $t > 3/4$  и  $\Pi \leq 1$ . Контурные линии  $R$  и  $E_v$  могут незначительно изменяться в зависимости от  $t$  и  $\Pi$  в отмеченных диапазонах, однако, в целом, карты выглядят схоже с картой на Рисунке 2.11. Карты могут существенно изменяться в зависимости от положений источника и стока, особенно для режимов AR и SD. Следующий этап исследований – построить в плоскости  $\{\Gamma, A\}$  карты оптимальных положений  $I$  и  $P$ , при которых достигаются максимальные  $R$  и  $E_v$ .

## 2.4 Оптимальные положения источника и стока

Оценка оптимального положения  $I$  и  $P$  осложняется тем, что они могут зависеть от всех критериев подобия. При этом при различных положениях могут достигаться практически равные максимальные значения  $R$  и  $E_v$ . Тогда удобнее сгруппировать эти случаи. Произвольное расположение  $I$  и  $P$  будем обозначать символом  $X$ . Например, группа XL содержит случаи UL, CL и LL, где  $X$  обозначает любое размещение  $I$ . В группу XX вошли все девять рассматриваемых положений. Также символом D обозначим группу, состоящую из UL и LU, с диагональным расположением  $I$  и  $P$ .

Далее сначала исследуется группировка в каждом предельном режиме течения при фиксированных  $\Gamma$  и  $A$  и малом капиллярном давлении ( $Ca \gg 1$ ,  $\Pi \ll 1$ ). Затем в плоскости  $\{\Gamma, A\}$  будет построена карта максимальных  $R$  и  $E_v$  и оценено влияние капиллярного давления.

### 2.4.1 Положения источника и стока в режиме 1D

На Рисунке 2.12 представлена гистограмма для  $R$  и  $E_v$  при различных положениях  $I$  и  $P$ . Увеличение  $R$  и  $E_v$  со временем показано столбцами различной

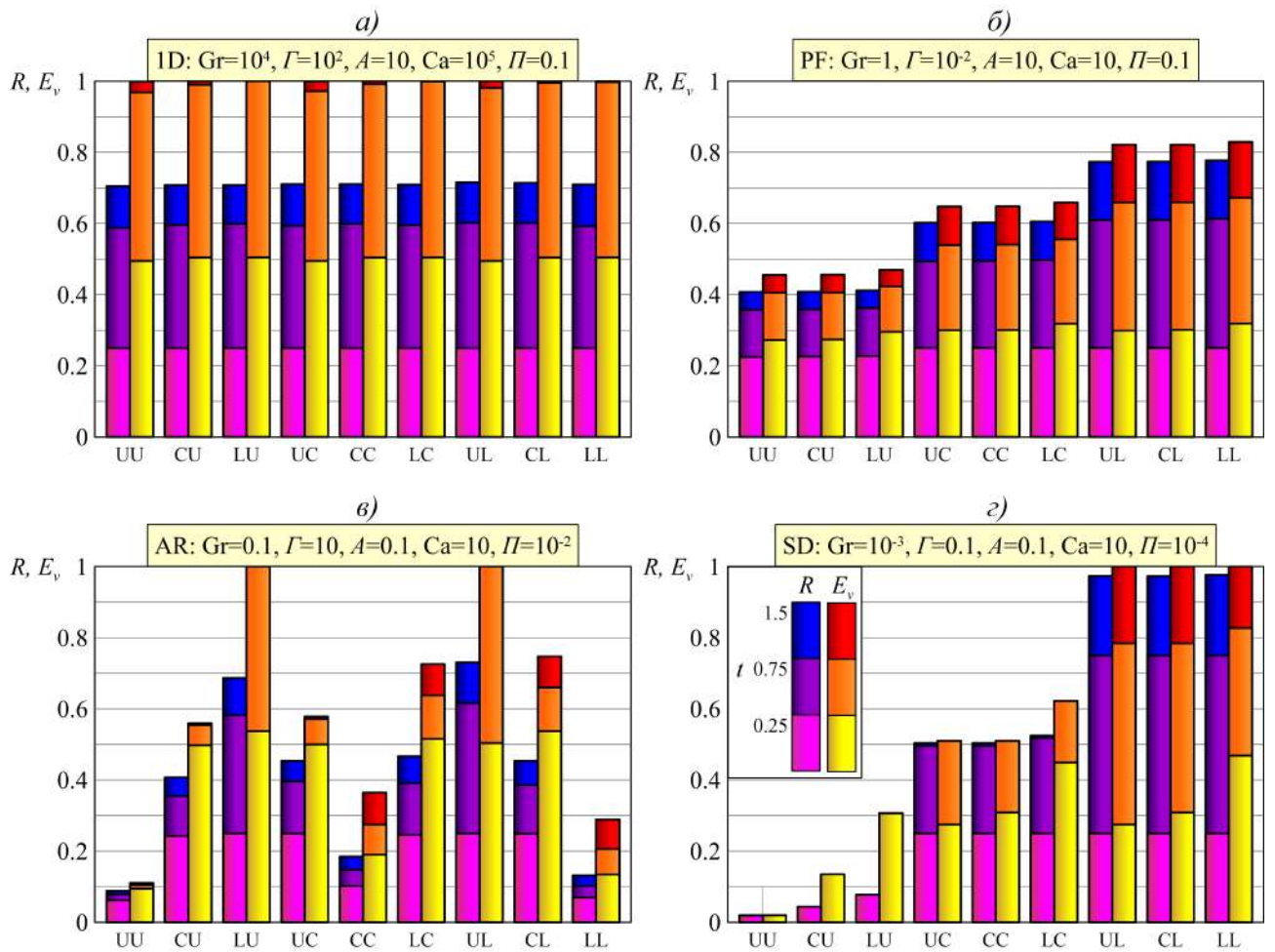


Рисунок 2.12: Значения  $R$  и  $E_v$  для различных положений  $I$  и  $P$  в режимах 1D, PF, AR и SD (а–г соответственно). Возрастающая высота столбцов соответствует последовательным моментам времени  $t = 0.25, 0.75$  и  $1.5$ .

высоты, соответствующими моментам  $t = 0.25, 0.75$  и  $1.5$ . Полосы от розового до синего и от желтого до красного соответствуют  $R$  и  $E_v$ .

На Рисунке 2.12а показаны результаты моделирования для режима 1D при  $\Gamma = 10^2$ ,  $A = 10$ . Высота столбцов практически одинакова для всех положений и при любом фиксированном  $t$ . На коэффициенты эффективности не влияет положение  $I$  и  $P$ , поскольку вытеснение характеризуется равномерным течением от границы  $x = 0$  до  $x = 1$ . Таким образом, можно сделать вывод, что оптимальные положения в режиме 1D группируются в XX.

#### 2.4.2 Положения источника и стока в режиме PF

Оптимальные положения в предельном случае PF можно оценить с помощью Рисунка 2.12б. Положения могут быть объединены по обоим коэффициентам эффективности в три отдельные группы XU, XC и XL. Каждая из этих групп

характеризуется одинаковым положением стока  $P$ . Положение источника  $I$  варьируется внутри групп. Таким образом, можно сделать вывод о том, что в режиме PF имеет значение только положение  $P$ , тогда как  $I$  можно разместить на любой глубине без существенного уменьшения  $R$  и  $E_v$ . При этом XU характеризуется наименьшими  $R$  и  $E_v$ , тогда как максимальные значения  $R$  и  $E_v$  достигаются при XL. Следовательно, величины  $R$  и  $E_v$  могут существенно увеличиваться с ростом  $z_P$  и эффективность режима PF можно значительно повысить, разместив  $P$  у подошвы, а не у кровли резервуара.

Отмеченная группировка и влияние  $z_P$  на эффективность в режиме PF объясняется поведением течения при таких параметрах (Рисунки 2.6а и в). Течение характеризуется гравитационным расслоением и образованием плюма, расширяющегося от  $x = 0$  к  $x = 1$  в верхней области пласта. Когда жидкость  $i$  достигает границы  $x = 1$ , она изменяет направление течения на вертикальное, перемещаясь вниз к стоку  $P$ . Таким образом, коэффициент вытеснения и коэффициент охвата вблизи  $x = 1$  увеличивается с ростом  $z_P$ , так как жидкость  $i$  достигает более глубоких областей при большем  $z_P$ .

Сильное влияние на форму плюма в режиме PF оказывает параметр подобия Gr. С уменьшением Gr распределение жидкостей становится аналогичным режиму SD (Рисунок 2.7). Действительно, при уменьшении Gr точка, соответствующая течению на фазовой диаграмме, перемещается из области PF в область SD (Рисунок 2.4). Поэтому  $R$  и  $E_v$  существенно возрастают при фиксированном положении  $I$  и  $P$  и уменьшении Gr. На Рисунке 2.13 приведены значения  $R$  и  $E_v$  при Gr=0.1, 1 и 10. Разница между  $R$  и  $E_v$  в группах XU, XC и XL существенно возрастает с уменьшением Gr. Действительно, влияние  $z_P$  становится более значительным в случае стратификации фаз. Таким образом, положение стока у подошвы пласта более важно при меньшем Gr.

### 2.4.3 Положения источника и стока в режиме AR

Определяющую роль в режиме AR играет величина  $|z_I - z_P|$  (Рисунок 2.12в). Действительно, при  $\Gamma \gg 1$  и  $A \ll 1$  все множество положений делится на три отдельные группы. Первая группа D включает диагональные положения UL и LU, где  $|z_I - z_P| = 1$ . Следующей, существенно менее эффективной, группе принадлежат положения CU, UC, LC и CL, где  $|z_I - z_P| = 1/2$ . Наименьшая эффективность достигается при  $z_I = z_P$ , т.е. положении  $I$  и  $P$  на одной глубине. Эта группа

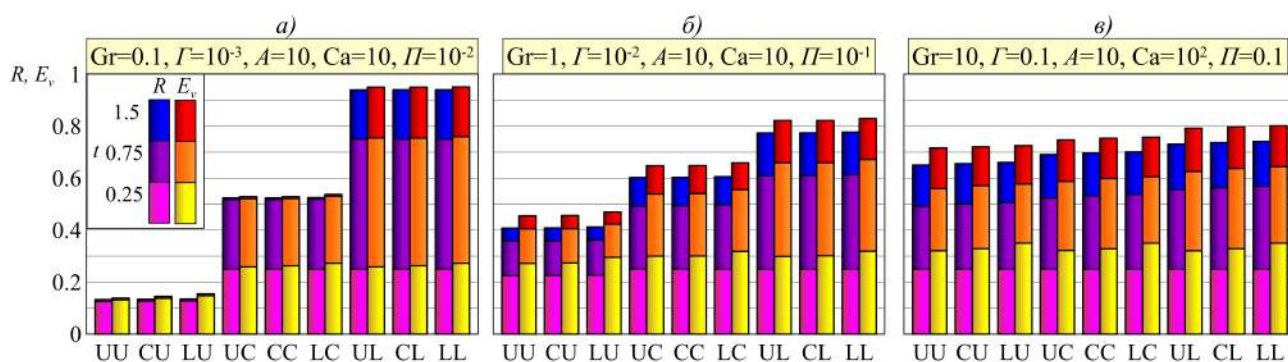


Рисунок 2.13: Значения  $R$  и  $E_v$  для различных положений  $I$  и  $P$  в режиме PF при малом капиллярном давлении и  $Gr=0.1, 1$  и  $10$  ( $a$ – $в$  соответственно).

Возрастающая высота столбцов соответствует  $t = 0.25, 0.75$  и  $1.5$ .

состоит из случаев UU, CC и LL. Таким образом, эффективность вытеснения в режиме AR резко возрастает с  $|z_I - z_P|$ . Величины  $R$  и  $E_v$  можно увеличить, разместив  $I$  и  $P$  на максимально различных глубинах. Следовательно, диагональное размещение – лучший вариант, а положение  $I$  и  $P$  на равной глубине  $z_I = z_P$  – худший вариант.

Описанное влияние  $|z_I - z_P|$  объясняется поведением течения в режиме AR (Рисунок 2.8). В этом случае вытеснение в пласте характеризуется высокими  $k_x$  и низкими  $k_z$ . Таким образом, главное направление потока жидкости из  $I$  горизонтально. За пределами горизонта  $z = z_I$  направление потока изменяется на вертикальное в направлении к уровню  $z = z_P$ , с которого жидкости отбираются через сток. Таким образом, при  $Ca \gg 1$  и  $\Pi \ll 1$  эффективность вытеснения возрастает почти пропорционально  $|z_I - z_P|$ , поэтому положение D является наиболее оптимальным в режиме AR на поздней стадии закачки (при  $t > 1$ ).

#### 2.4.4 Положения $I$ и $P$ в режиме SD

Группировка положений скважин по эффективности в режиме SD аналогична той, которая имеется в случае PF (Рисунок 2.12з). Определяющее влияние имеет положение стока  $P$ , и, таким образом, имеется три группы XU, XC и XL. Поскольку жидкость  $i$  скапливается в слое ниже  $z = 0$ , то положения XU характеризуются наименьшими  $R$  и  $E_v$ . В таких случаях слой жидкости  $i$  уже на ранней стадии закачки достигает стока  $P$  (при  $t \ll 1$ ), при этом дебит жидкости  $d$  падает и толщина слоя очень рано перестает расти. Следовательно,  $R \ll 1$  и  $E_v \ll 1$  в случае XU.

При малом капиллярном давлении в случае ХС слой жидкости  $i$  может достигать максимальной глубины  $z_p = 1/2$ , поэтому при вытеснении может быть охвачена только верхняя половина пласта. Таким образом, можно оценить  $R \approx E_v \approx 1/2$  в случае ХС, учитывая, что  $s_i \approx 1$  внутри слоя (Рисунок 2.12з). В лучших положениях ХЛ слой жидкости  $i$  достигает подошвы пласта, у которой находится  $P$  ( $z_p = 1$ ). Таким образом, жидкостью  $i$  охвачена вся толщина пласта и  $R \approx E_v \approx 1$ .

Внутри каждой группы есть незначительные различия, так как течения рассчитаны при небольших, но конечных  $\Gamma = A = 0.1$ . Согласно Рисунку 2.12з,  $I$  немного эффективнее размещать у основания, а не у кровли резервуара. Увеличение  $R$  и  $E_v$  связано с повышением охвата в пограничном слое вблизи  $x = 0$ . При большем  $z_I$  большая зона вблизи  $x = 0$  охвачена жидкостью  $i$ , следовательно,  $R$  и  $E_v$  также становятся немного больше.

#### 2.4.5 Переходный режим

Отметим, что описанная выше группировка положений верна только в предельных случаях 1D, PF, AR и SD. Оптимизация усложняется в переходных случаях при  $\Gamma \sim 1$  и  $A \sim 1$ , поскольку тогда не наблюдается какой-либо группировки. На Рисунке 2.14 приводятся рассчитанные значения коэффициентов  $R$  и  $E_v$  при  $\Gamma = A = 1$  и малом капиллярном давлении  $Ca = 10$  и  $\Pi = 0.1$ . Значения  $R$  и  $E_v$  при  $t = 1.5$  сильно отличаются для различных положений  $I$  и  $P$ . В отличие от предельных случаев, на гистограмме не наблюдаются столбцы одинаковой высоты. Максимальный коэффициент вытеснения жидкости  $d$  достигается при UL, тогда как максимум коэффициента охвата достигается при LL. Таким образом, в переходном режиме оптимальные положения также переходят с изменением  $\Gamma$  и  $A$  от лучшей группы в одном предельном случае к другой лучшей группе в другом предельном случае. Здесь конкретные положения  $I$  и  $P$ , не входящие в определенную группу, могут быть лучшими для максимизации  $R$  или  $E_v$ .

#### 2.4.6 Карты оптимальных положений $I$ и $P$

Результаты моделирования на Рисунках 2.12–2.14 относятся к конкретным значениям  $\Gamma$  и  $A$ . Выполняя аналогичную оценку оптимальных положений для различных  $\Gamma$  и  $A$  из диапазона  $10^{-2} \leq \Gamma, A \leq 10^2$ , в фазовой плоскости  $\{\Gamma, A\}$



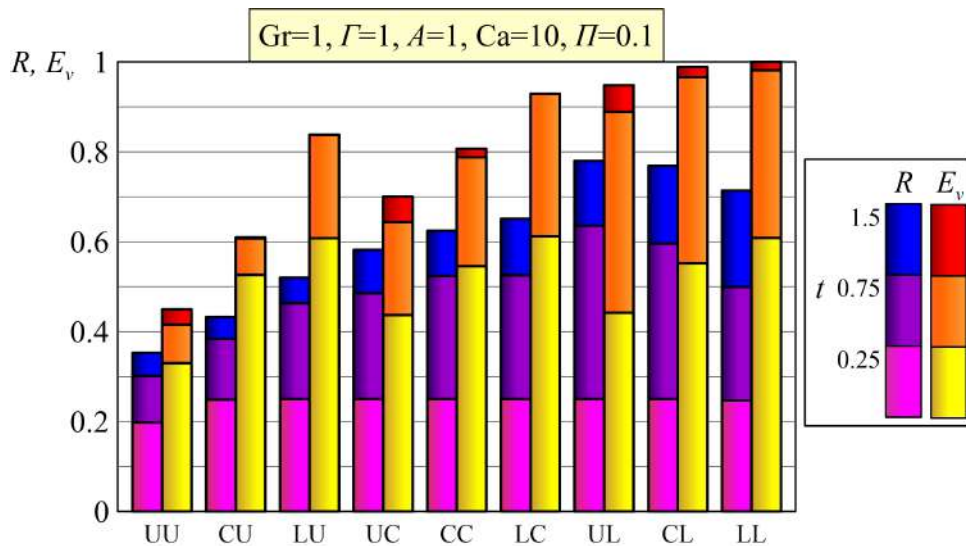


Рисунок 2.14: Значения  $R$  и  $E_v$  для различных положений  $I$  и  $P$  при  $\Gamma = A = 1$ ,  $Ca = 10$ ,  $\Pi = 0.1$ .

построена диаграмма максимальных значений  $R$  и  $E_v$  (Рисунки 2.15а и б). Соответствующие положения, позволяющие достичь этих максимумов, показаны на Рисунках 2.15в и г соответственно. Таким образом, карты на Рисунке 2.15 качественно отличаются от карт на Рисунке 2.11, где рассмотрены фиксированные положения источника и стока CC. В соответствии с Разделами 2.4.1–2.4.4, оптимальными положениями  $I$  и  $P$  в предельных случаях 1D, PF, AR и SD являются XX, XL, D и XL соответственно. Если  $Gr$  увеличивается в режиме PF, то оптимальное положение изменяется с XL на XX. Положения UL, CL и LL могут стать оптимальными в зоне переходных режимов при  $0.1 \leq \Gamma \leq 10$ .

При правильном выборе положений  $I$  и  $P$  коэффициент охвата  $E_v \approx 1$  может быть достигнут практически при любых  $\Gamma$  и  $A$ , кроме  $\Gamma \ll 1$  и  $A \gg 1$  в режим PF (Рисунок 2.15б). Коэффициент охвата в PF снижается при фиксированном  $Gr$  и уменьшении  $\Gamma$ . Коэффициент извлечения жидкости  $R$  может достигать значения  $R \approx 1$  в области SD и существенно снижается с ростом  $\Gamma$  и  $A$ . Таким образом, область наименьшего  $R$  близка к области 1D. Карты при различных положениях  $I$  и  $P$  (Рисунок 2.15) сильно отличаются от карт, построенных при фиксированном положении CC (Рисунок 2.11). Одномерное вытеснение при большом  $Gr$  является хорошим вариантом в случае CC, тогда как после проведенной оптимизации положений ситуация противоположна. Согласно Рисунку 2.15, большего значения  $R$  или  $E_v$  можно достичь при меньшем  $Gr$  при правильном выборе положений  $I$  и  $P$ .



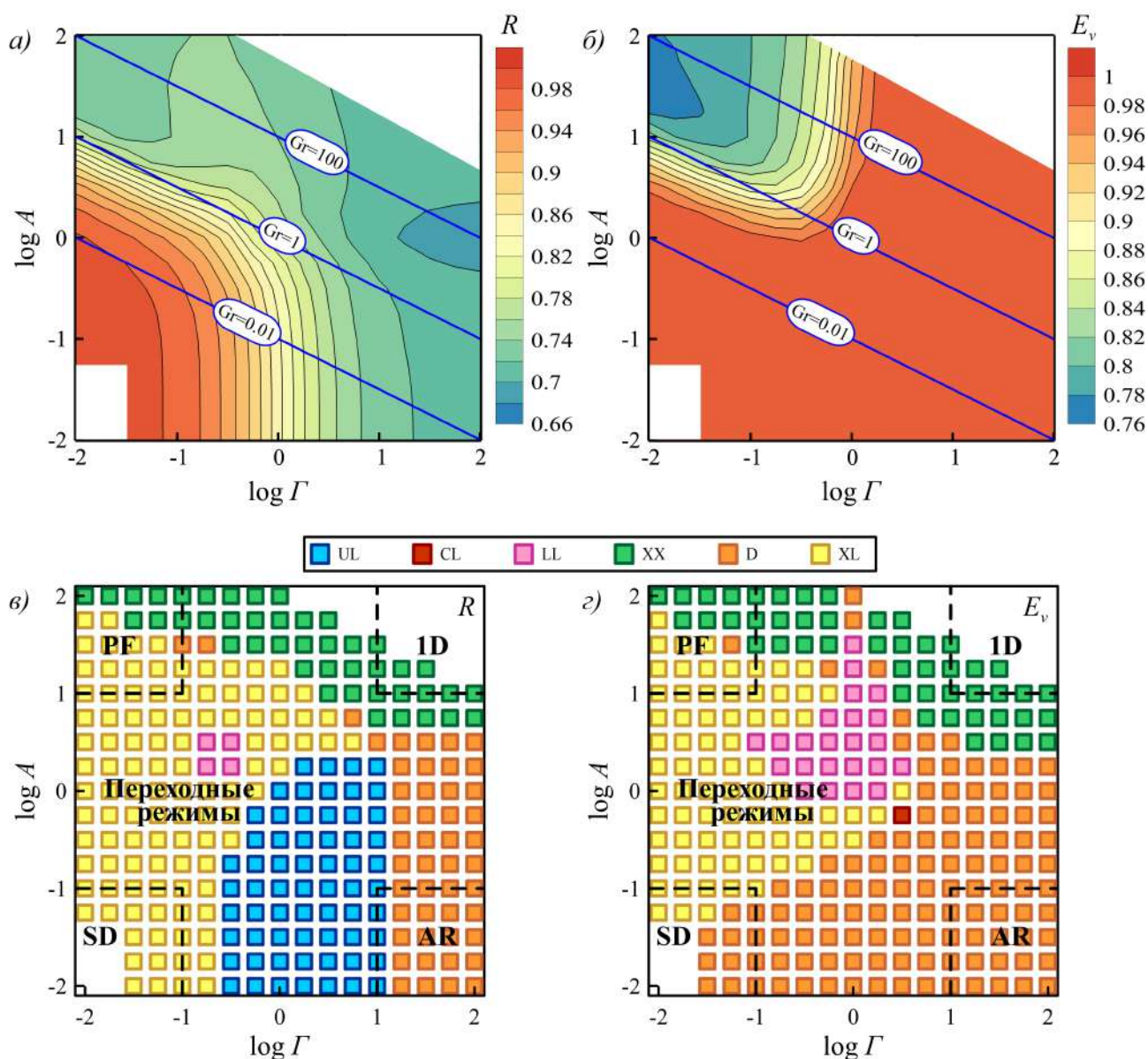


Рисунок 2.15: Карты максимальных значений  $R$  и  $E_v$  (а и б) и оптимальных положений скважин, при которых достигаются эти максимумы (в и г соответственно). Результаты приведены при  $\Pi = 0.1$  и  $t = 1.5$ .

#### 2.4.7 Влияние капиллярного давления

Для оценки влияния капиллярного давления на коэффициенты эффективности построены диаграммы  $R$  и  $E_v$  в режиме PF при  $Gr = 1$  и различных значениях  $Ca$  и  $\Pi$  (Рисунок 2.16). Случай наименьшего капиллярного давления при  $Ca = 10$  и  $\Pi = 0.1$  на Рисунке 2.16а уже был показан на Рисунке 2.13б. В этом случае отчетливо наблюдается группировка положений XU, XC и XL. Увеличение капиллярного давления до  $Ca = \Pi = 1$  приводит к существенному увеличению  $E_v$  (Рисунок 2.16б). Действительно, как показано на Рисунке 2.6б, большее значение  $\Pi$  приводит к более равномерному распределению жидкости  $i$  по пласту. Следо-

вательно, область вблизи  $z = 1$  также охватывается жидкостью  $i$  и  $E_v$  становится больше по сравнению со случаем  $\Pi = 0.1$ . Еще большее капиллярное давление при  $Ca = 0.1$  и  $\Pi = 10$  приводит к «идеальному» коэффициенту охвата  $E_v = 1$ . Таким образом, вытеснение в пласте, характеризующемся большим  $p_c$ , обычно приводит к большему коэффициенту охвата  $E_v$ .

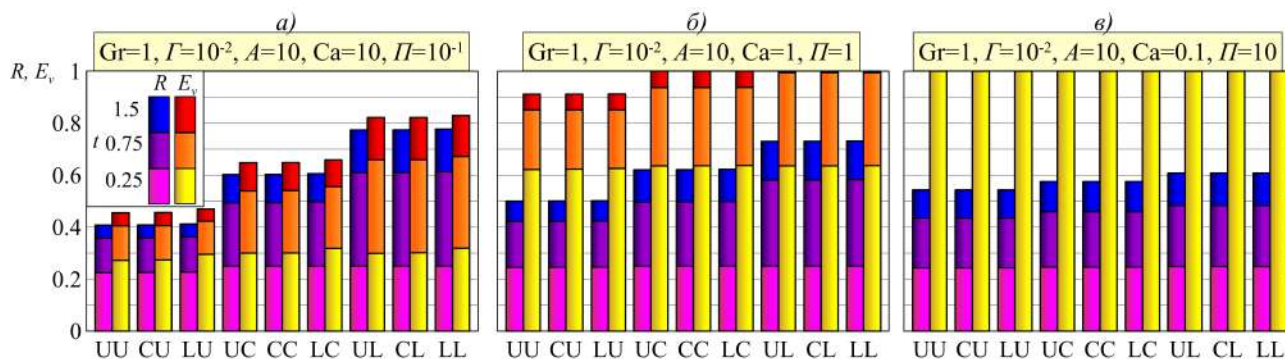


Рисунок 2.16: Значения  $R$  и  $E_v$  в режиме PF при  $Gr = 1$  для различных положений  $I$  и  $P$  и  $\Pi = 0.1, 1$  и  $10$  (а, б и в соответственно).

Влияние  $Ca$  и  $\Pi$  на коэффициент извлечения  $R$  отличается от того, что получается для коэффициента охвата  $E_v$ . В группе XU наименьший  $R$  при  $Ca \gg 1$  и  $\Pi \ll 1$ , а большее  $p_c$  приводит к большему  $R$ . В группе XL наибольший  $R$  при  $Ca \gg 1$  и  $\Pi \ll 1$ , а при большем капиллярном давлении ситуация противоположная: большее  $p_c$  приводит к меньшим  $R$  в этой группе. Таким образом, капиллярное давление приводит к выравниванию  $R$  между всеми рассмотренными положениями  $I$  и  $P$ . Таким образом, положение источника и стока в пласте, характеризующемся более высоким значением  $p_c$ , обычно оказывает меньшее влияние на коэффициент извлечения, и, следовательно, оно менее важно, если максимизация  $R$  является основной целью.

Для оценки влияния капиллярного давления на коэффициенты эффективности при различных  $\Gamma$  и  $A$  приведены карты  $R$  и  $E_v$  при  $\Pi = 1$  (Рисунок 2.17). Эти карты отличаются от карт на Рисунке 2.15, где  $\Pi = 0.1$ . Сравнивая карты на Рисунках 2.15 и 2.17, можно сделать вывод о том, что карты отличаются лишь некоторыми деталями. Например, граница между областями XL и D на панелях  $z$  сместилась на небольшие значения  $\Gamma$  и  $A$ . Однако карты очень схожи качественно и с некоторой степенью точности даже количественно. Таким образом, изменение  $\Pi$  от 0.1 до 1 не приводит к значительным изменениям оптимальных положений  $I$  и  $P$ .

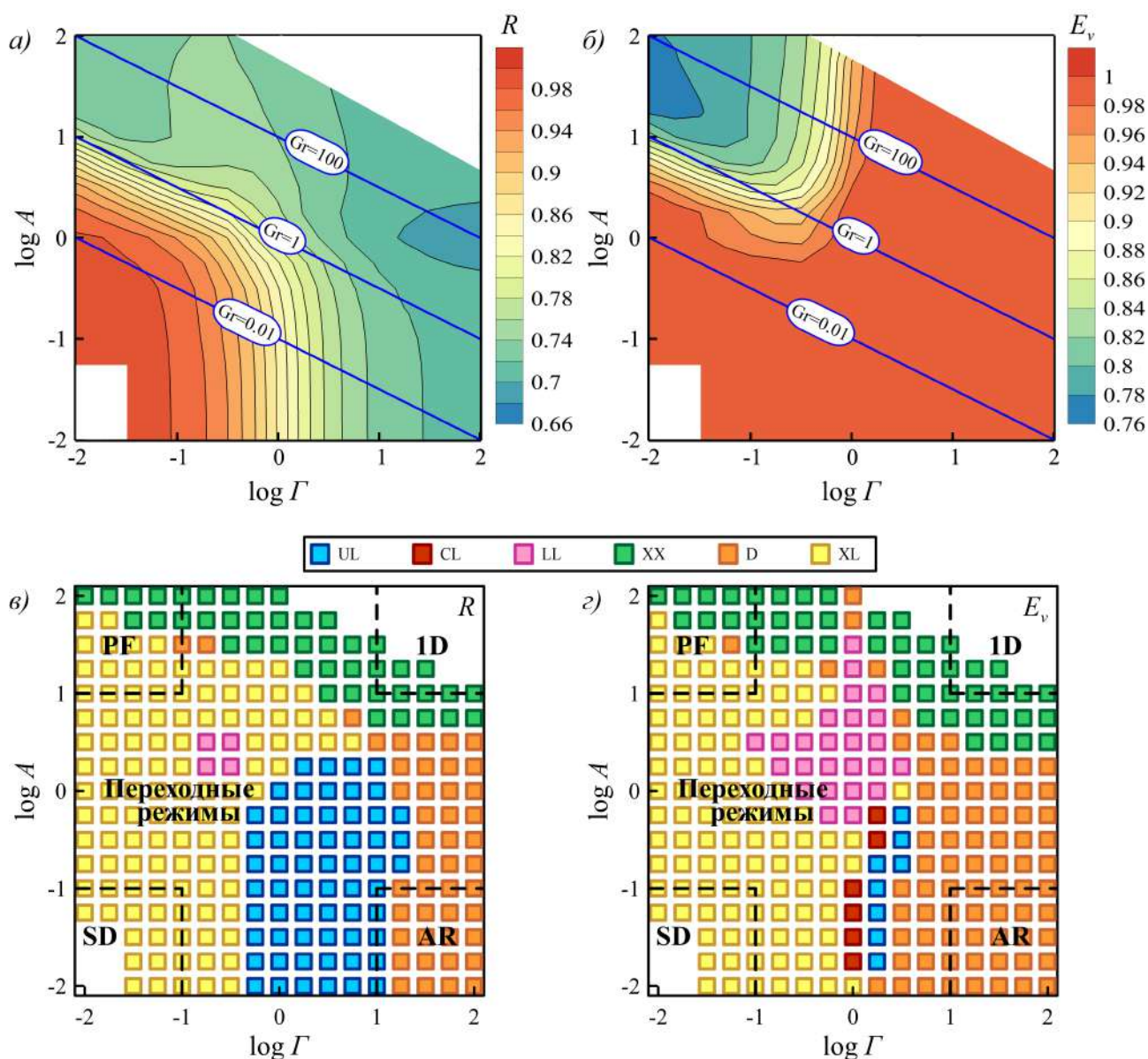


Рисунок 2.17: Карты максимальных  $R$  и  $E_v$  (а и б) и оптимальных положений, при которых достигаются эти максимумы (в и г соответственно). Результаты приведены при  $\Pi = 1$  и  $t = 1.5$ .

#### 2.4.8 Влияние подвижностей фаз

Приведенные выше результаты получены при фиксированном  $M = 5$ . Однако для дальнейших исследований и приложений следует оценить влияние  $M$  на течение при водогазовом воздействии на нефтяные пласты. При закачке воды в месторождения легкой нефти  $M \approx 1$ , а при закачке газа  $M \approx 10$ . В данном разделе рассмотрим влияние  $M$  на течение в предельных случаях, соответствующих режимам PF и AR. Рассматривается фиксированное положение источника и стока СС и малое капиллярное давление ( $Ca \gg 1$ ,  $\Pi \ll 1$ ).



На Рисунке 2.18 приведены результаты расчетов течения при  $A = 10$ ,  $\Gamma = 0.01$ ,  $P = 0.1$ ,  $Ca = 10$  и различных  $M = 0.5, 1, 2, 5$  и  $10$ . При  $A = 10$  и  $\Gamma = 0.01$  все моделируемые течения происходят в режиме PF. При увеличении числа  $M$  жидкость  $i$  меньше переносится от нагнетательной скважины в нижнюю часть пласта вблизи левой границы, а также наблюдается уменьшение угла наклона переходной зоны. То есть увеличение  $M$  в режиме PF приводит к увеличению влияния гравитационного расслоения фаз. Ширина переходной зоны между областями  $s_i \approx 0$  и  $s_i \approx 1$  не изменяется при различных  $M$ .

На Рисунке 2.19 приводятся результаты расчетов течений при  $A = 0.1$ ,  $\Gamma = 10$ ,  $P = 0.01$ ,  $Ca = 10$  и различных  $M = 0.5, 1, 2, 5$  и  $10$ . Этот случай соответствует режиму AR. При  $M < 1$  имеется довольно-таки четкая граница между зонами, насыщенными жидкостями  $i$  и  $d$ . При  $M = 0.5$  линии  $s_i = \text{const}$  расположены плотно друг к другу и  $s_i$  резко уменьшается от  $s_i \approx 1$  до  $s_i \approx 0$  в вертикальном направлении. При увеличении  $M$  происходит размытие границы между жидкостями  $i$  и  $d$ , а также несимметричность распределения насыщенности жидкости  $i$  относительно горизонтальной прямой  $z = 1/2$ . Так как переходная зона между жидкостями шире, то закачиваемая жидкость быстрее достигает добывающей скважины. При этом охват пласта вытеснением увеличивается. При увеличении  $M$  также наблюдается увеличение влияния силы тяжести. При малых  $M$  течение симметрично относительно прямой  $z = 1/2$ . При увеличении  $M$  верхняя граница между жидкостями  $i$  и  $d$  «размазывается», а нижняя граница ближе расположена к прямой  $z = 1/2$ . Тогда доля области, в которую попала жидкость  $i$ , слабо изменяется с  $M$  при больших числах  $M$ . На Рисунке 2.19 при  $M = 0.5$  имеется широкая область, в которой  $s_i \approx 1$  и  $s_d \approx 0$ , а при  $M = 10$  течение сопровождается образованием области такого же размера, но в ней  $s_i$  плавно изменяется от 0 до 1 при приближении к  $z = 1/2$ . Таким образом, коэффициент охвата пласта вытеснением существенно не изменяется, а коэффициент извлечения жидкости  $d$  уменьшается с  $M$  из-за расширения зоны капиллярной пропитки.

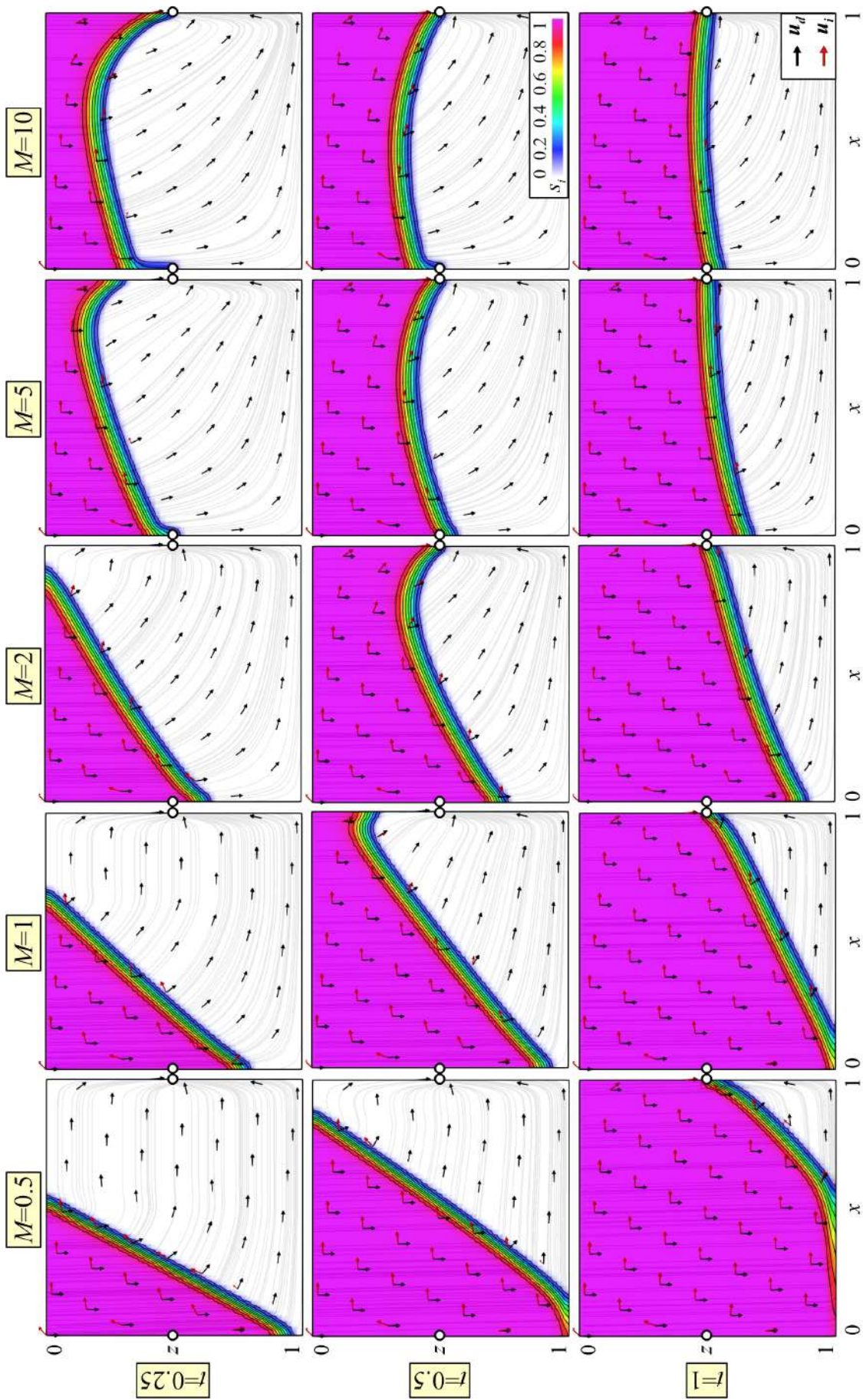


Рисунок 2.18: Насыщенность газа и нефти в режиме PF ( $\Gamma = 0.01$ ,  $A = 10$ ,  $Gr = 1$ ,  $Ca = 10$ ,  $\Pi = 0.1$ ) при  $t = 0.25, 0.5$  и  $1$  и различных значениях  $M$ .

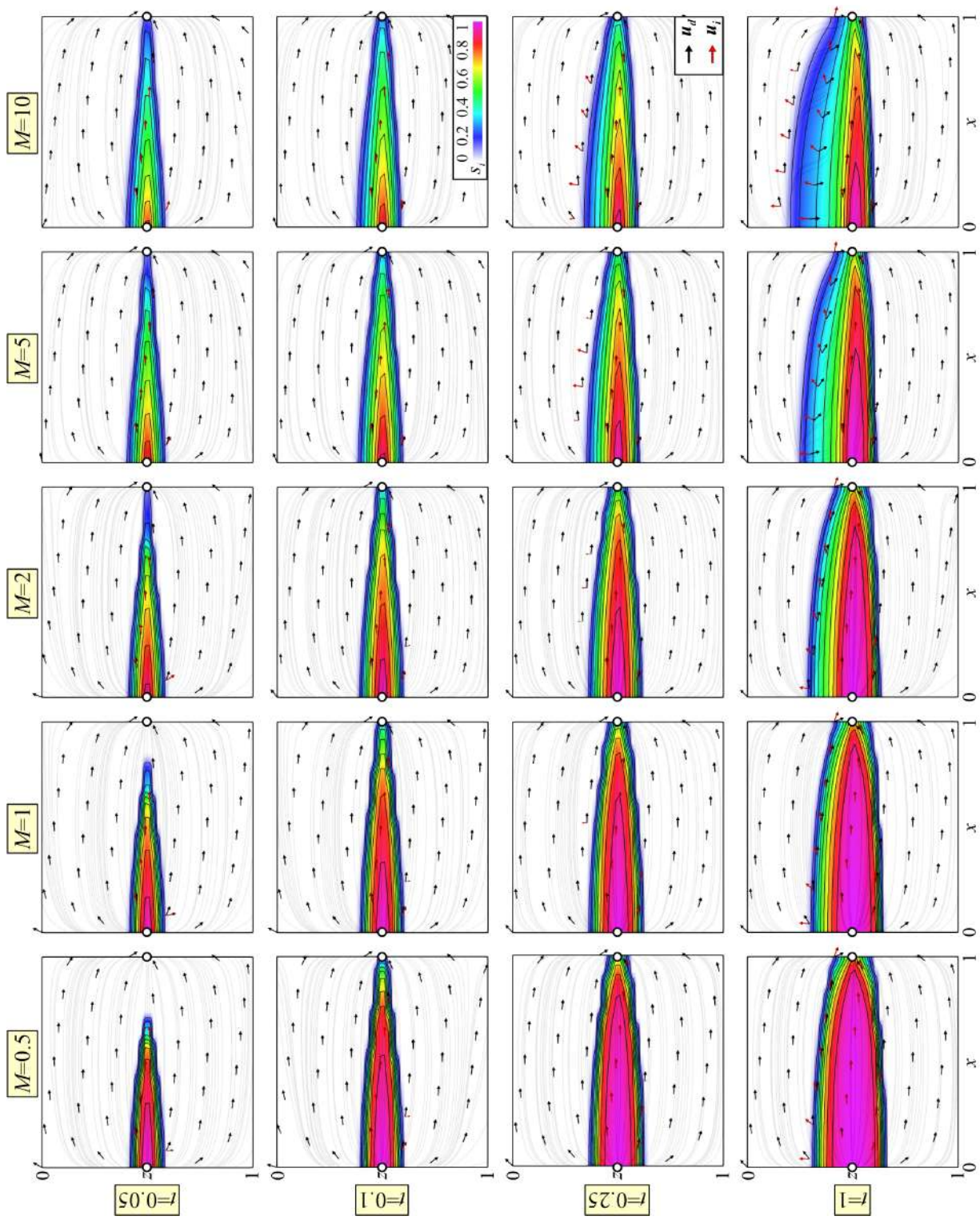


Рисунок 2.19: Насыщенность газа и нефти в режиме AR ( $\Gamma = 10$ ,  $A = 0.1$ ,  $Gr = 0.1$ ,  $Ca = 10$ ,  $\Pi = 0.01$ ) при  $t = 0.25, 0.5$  и  $1$  и различных значениях  $M$ .



## 2.5 Выводы к Главе 2

В результате исследований выявлено несколько важных особенностей вытеснения в анизотропном пласте, осложненного капиллярными эффектами и гравитационным расслоением жидкостей. Введены критерии подобия для классификации режимов течения, что позволяет масштабировать результаты, например, от модельных параметров к параметрам реальных пластов. Выделены четыре предельных случая течения как при больших, так и при малых значениях параметров подобия. Для нефтяных пластов режимы PF и AR являются наиболее важными, поскольку они попадают в интересующий диапазон значений (Рисунок 2.4). Вытеснение в режиме PF характеризуется сильным влиянием силы Архимеда. Вытеснение в режиме AR происходит в высокоанизотропных коллекторах, характеризующихся большой горизонтальной и малой вертикальной проницаемостью. Таким образом, вытеснение в режиме AR характеризуется течением по определенным горизонтам, уровням. Остальные режимы 1D и SD, соответствующие одномерному течению и течению в условиях значительной стратификации фаз соответственно, менее важны для приложений.

При малом капиллярном давлении и фиксированном положении скважин  $I$  и  $P$  эффективность вытеснения в режиме PF характеризуется всего одним критерием подобия  $Gr$  – гравитационным числом. Отмечено, что закачка, реализуемая при большем  $Gr$ , обычно более эффективна. Эффективность вытеснения в режиме AR при  $z_I = z_P$  в основном характеризуется критерием подобия  $A$ . Большее значение  $A$  обычно приводит к большим значениям коэффициента извлечения жидкости  $d$  и коэффициента охвата пласта вытеснением. Эти выводы очень важны, поскольку позволяют уменьшить количество степеней свободы и облегчить сравнение различных течений.

Оптимизация положений скважин может существенно повысить эффективность вытеснения. Показано, что в режимах PF и SD добывающую скважину  $P$  следует размещать у подошвы пласта во избежание раннего прорыва жидкости  $i$  к  $P$ . В таком случае сила Архимеда помогает удерживать легкую жидкость  $i$  у кровли пласта, не давая ей прорваться к  $P$ . В режиме AR разница между глубинами проводки нагнетательной и добывающей скважин должна быть как можно больше. Например, если  $I$  находится у кровли пласта, то  $P$  должна располагаться

у подошвы. И наоборот, если  $I$  находится у подошвы, то  $P$  следует провести у кровли. Такие положения скважин позволяют избежать течения только по отдельным горизонтам и раннего «кинжального» прорыва жидкости  $i$  к  $P$  по высокопроницаемым пропласткам. В предельном случае 1D положение  $I$  и  $P$  не имеет значения. В переходных режимах вне зон предельных случаев оптимальные положения иные. Построены карты оптимальных положений  $I$  и  $P$  и максимальных значений коэффициентов  $R$  и  $E_v$ , позволяющие быстро оценить оптимальные положения и соответствующие им значения коэффициентов эффективности.

Важный вывод исследования заключается в том, что карты максимальной эффективности качественно различны при фиксированных положениях скважин  $I$  и  $P$  при  $z = 1/2$  и оптимизированных положениях  $I$  и  $P$ . В случае положения СС эффективнее закачка при большем гравитационном числе  $Gr$  (Рисунок 2.11). Однако в случае оптимизированного положения реализуется противоположная ситуация, т.е. эффективнее вытеснять жидкость  $d$  при меньшем  $Gr$ . Причем в этом случае положение  $I$  и  $P$  должно быть правильно подобрано. Построенные карты фактически позволяют сделать этот выбор (Рисунок 2.15).

Стоит отметить, что в данном исследовании предполагается, что  $\Delta\rho > 0$ , т.е. вытесняющая жидкость менее плотная. Это может соответствовать закачке газа в нефтенасыщенный пласт. Однако результаты верны и в случае  $\Delta\rho < 0$ , соответствующем заводнению нефтяного пласта при  $\Gamma < 0$ . Чтобы использовать полученные результаты при  $\Delta\rho < 0$ , нужно использовать абсолютное значение  $|\Gamma|$  вместо  $\Gamma$  и отразить все распределения и положения  $I$  и  $P$  относительно горизонта  $z = 1/2$ .

Обсудим возможные применения результатов данного исследования. Пусть для конкретного пласта имеются фиксированные  $\phi$ ,  $k_x$ ,  $k_z$ ,  $H$  и другие параметры пласта и жидкостей. Многие из них нельзя изменить для конкретного пласта, например, если это нефтяное месторождение или водонасыщенный пласт. Следовательно, имеется довольно ограниченный набор значений критериев подобия и значений эффективности закачки, которыми можно управлять в процессе вытеснения. На практике изменить  $\Gamma$ ,  $A$  и другие критерии подобия можно только изменив  $L$  и  $Q$ . Длина  $L$  характеризует расстояние между нагнетательными и добывающими скважинами, и, согласно уравнению (2.26), она входит в критерий подобия  $A$ . Скорость закачки  $Q$  входит в  $\Gamma$  и  $Gr$ . Таким



образом, можно изменить эти параметры подобия, изменяя  $Q$  и  $L$ . Следовательно, режимами вытеснения можно управлять, изменяя  $L$  и  $Q$ . Например, если необходимо реализовать вытеснение при большем  $Gr$ , то можно увеличить  $Q$  при фиксированном  $L$ . Используя такие изменения и рассчитанные карты на Рисунках 2.15 и 2.17, можно увеличить  $R$  и  $E_v$ . Конечно, такая простая схема действий может быть неэффективной, учитывая некоторые ограничения на  $L$  и  $Q$ . Диапазон доступных значений  $L$  может быть ограничен затратами на бурение. Диапазон  $Q$  ограничен максимальным забойным давлением. Тем не менее, рассчитанные карты могут быть полезны с учетом вышеупомянутых ограничений.

Результаты также имеют ограниченную применимость из-за используемой модели (Раздел 2.1.5). В этой главе исследовано несмешивающееся вытеснение несжимаемых жидкостей. Это вполне допустимое приближение для заводнения нефтяных пластов. Однако в случае закачки газа полученные результаты могут быть неточными из-за фазовых превращений (композиционных эффектов). Таким образом, оценка эффективности охвата пласта, которая важна в случаях закачки газа, может измениться из-за смешения газа с пластовой нефтью. Некоторое количество закачанного газа может быть потеряно из-за его растворения в воде и нефти, что приведет к снижению  $E_v$ . Тем не менее, полученные в Главе 2 оценки весьма полезны и важны, по крайней мере, в качественном смысле. Влияние фазовых переходов на эффективность водогазового воздействия исследовано в Главах 3 и 4 диссертации.

## Глава 3

### Исследование влияния фазовых переходов при водогазовом воздействии в режиме 1D

В настоящей главе оценивается влияние фазовых переходов на эффективность вытеснения нефти в режиме 1D. Одномерная постановка задачи, с одной стороны, значительно упрощает исследование фильтрации. Но, с другой стороны, в главе проводится термодинамическое моделирование парожидкостных равновесий многокомпонентных УВ смесей, что значительно осложняет анализ процессов вытеснения. Фазовые превращения приводят к ряду эффектов многостадийного смещения газа и нефти, которые не рассматривались в Главе 2. Исследование их влияния на эффективность вытеснения – одна из целей настоящей главы.

Вторая цель Главы 3 заключается в определении условий, позволяющих эффективно применять водогазовое воздействие. В данной главе ищется ответ на следующий вопрос: какие стратегии закачки  $\text{CO}_2$  и воды наиболее целесообразны? Ответ на этот вопрос тесно связан с определением критерия эффективности добычи нефти. С одной стороны, можно максимизировать коэффициент извлечения нефти  $R$ . Известно, что из-за влияния фазовых превращений максимизировать  $R$  можно с помощью непрерывной закачки газа, т.е. с помощью применения стратегии G. Однако закачка газа более дорогой способ повышения нефтеотдачи по сравнению с закачкой воды. В этой связи стратегия G не может являться самым рентабельным способом добычи нефти. Для оценки рентабельности в настоящей главе численная модель пласта сопрягается с уравнениями для расчета экономических показателей воздействия на пласт, а под эффективной стратегией понимается такая стратегия, которая позволяет достичь максимума чистой приведенной стоимости (NPV) добычи нефти.

Результаты этих исследований опубликованы в работе [61].

## 3.1 Постановка задачи и основные уравнения

### 3.1.1 Параметры моделирования

Рассматривается одномерная постановка задачи фильтрации в области длины  $L$ , т.е.  $x \in [0, L]$  (Рисунок 3.1). В начальный момент времени,  $t = 0$ , пористая среда насыщена нефтью заданного состава ( $\zeta_0 = \{0, 0.2, 0.4, 0.4\}$ ) и водой при неснижаемой насыщенности  $s_{wc} = 0.16$ . Такой состав нефти ( $C_1 = \text{CH}_4$ ,  $C_6$ ,  $C_{16}$ ; см. Раздел 1.3) был выбран на основании исследований [65]. Используемые здесь обозначения описаны в Главе 1.

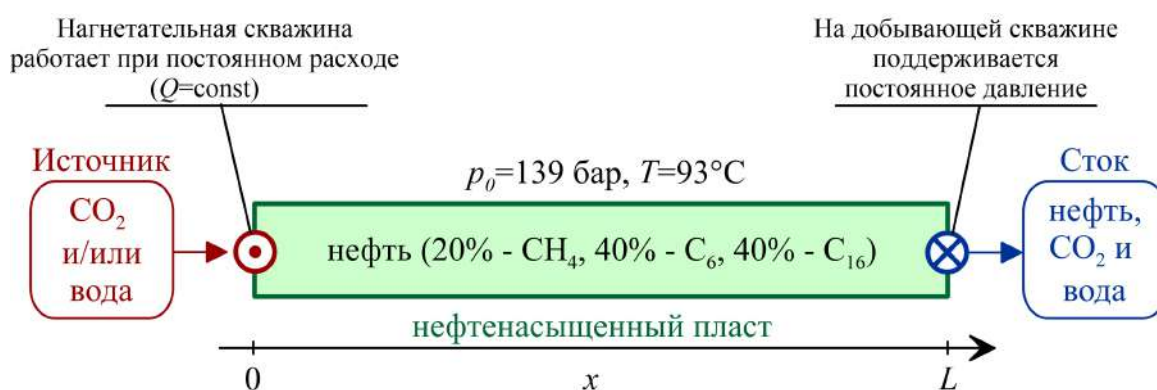


Рисунок 3.1: Схема одномерной постановки задачи.

Закачка  $\text{CO}_2$  и воды и отбор нефти, газа и воды через скважины моделируются с помощью точечных источника и стока, расположенных при  $x = 0$  и  $x = L$ , соответственно, которые открываются при  $t = 0$ . Через источник закачивается вода и/или  $\text{CO}_2$ , а через сток происходит отбор воды, нефти и газа таким образом, что в его окрестности поддерживается начальное пластовое давление  $p_0$ . При этом объемный расход  $Q$ , измеряемый при начальных пластовых условиях, предполагается постоянным. Рассматривается только два типа вытесняющей жидкости: вода и  $\text{CO}_2$ . Стратегии закачки описаны в Разделе 1.4.

Перепад давления между скважинами  $p_Q$  оценивается следующим образом:

$$p_Q = Q \frac{\mu L}{k} \quad (3.1)$$

где  $k$  – абсолютная проницаемость, а  $\mu$  – средняя вязкость жидкости, находящейся в пласте. Согласно уравнению (3.1),  $p_Q$  обратно пропорционально  $k$ . В данной главе диссертации намеренно берется большое значение  $k$ , чтобы  $p_Q$  не превышало 0.1 бар. В этом случае изменения давления не оказывают суще-

ственного влияния на фазовые равновесия, которые можно рассматривать при начальном пластовом давлении  $p_0$  (хотя это влияние все же учитывается при численном моделировании). Это допущение аналогично тому, что применяется при моделировании вытеснения нефти методом характеристик [70; 114].

Минимальное давление смесимости – минимальное давление, при котором закачиваемый газ в любых пропорциях смешивается с нефтью до гомогенного состояния. Для выбранного состава нефти пластовое давление  $p_0$  намного ниже минимального давления смесимости ( $\approx 205$  бар), поэтому исследуется процесс несмешивающегося вытеснения. В данном исследовании не рассматриваются стратегии закачки, реализующиеся при давлении, большем, чем минимальное давление смесимости [115].

### 3.1.2 Основные уравнения

В режиме 1D течение не зависит от координаты  $z$ , поэтому достаточно рассмотреть одномерную постановку задачи вдоль оси  $x$ . Действительно, в режиме 1D можно пренебречь влиянием силы тяжести. Следовательно, в уравнении (1.3) второе слагаемое пропадает. Также предположим, что капиллярные давления  $p_{cgo}$  и  $p_{cow}$  в уравнениях (1.4) равны 0. Тогда давление во всех фазах одинаковое. Далее оно обозначается  $p$ .

Система уравнений, описывающая изотермическую фильтрацию четырех-компонентной УВ смеси с  $\text{CO}_2$  и воды, состоит из уравнений (1.1), (1.2) при  $n = 4$  и закона Дарси в виде:

$$u_j = -k \frac{k_{rj}}{\mu_j} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad j = g, o, w$$

В соотношениях (1.5)  $k_{ro}$  и  $k_{row}$  – ОФП нефти и воды для двухфазных течений нефть–вода при  $s_g = 0$ ,  $k_{rg}$  и  $k_{rog}$  – ОФП газа и нефти для двухфазных течений нефть–газ при  $s_w = s_{wc}$ , а ОФП нефти –  $k_{ro}$  – равна объемному среднему между  $k_{row}(s_w)$  и  $k_{rog}(s_g)$ . Предполагается, что эти функции имеют следующий вид [116]:

$$\begin{aligned}
k_{rw}(s_w) &= \left( \frac{s_w - s_{wc}}{1 - s_{wc}} \right)^{2.25} \\
k_{row}(s_w) &= 0.8 \left( \frac{1 - s_w - s_{or}}{1 - s_{wc} - s_{or}} \right)^{2.75} \\
k_{rg}(s_g) &= 0.74 \left( \frac{s_g}{1 - s_{wc}} \right)^{1.8} \\
k_{rog}(s_g) &= 0.8 \left( \frac{1 - s_g - s_{wc} - s_{or}}{1 - s_{wc} - s_{or}} \right)^{2.75}
\end{aligned}$$

где  $s_{wc} = 0.16$  – неснижаемая насыщенность воды, а  $s_{or} = 0.24$  – остаточная насыщенность нефти.

### 3.1.3 Экономические оценки чистой приведенной стоимости водогазового воздействия

Для определения экономической целесообразности водогазового воздействия необходимо рассматривать не только процесс вытеснения, но и его экономические параметры. Определим чистую приведенную стоимость – сумму дисконтированных значений потока платежей, приведенных к моменту времени  $t = 0$ , в который начинается вытеснение [61]:

$$J(t) = \int_0^t \frac{\varrho(t')}{(1 + D)^{t'/t_{ds}}} dt' \quad (3.2)$$

где  $\varrho$  – поток денежных средств,  $D$  – ставка дисконтирования,  $t_{ds}$  – период дисконтирования и  $t'$  – переменная интегрирования. Обычно для оценки рентабельности используются следующие значения:  $D = 0.1$  и  $t_{ds} = 1$  год. В случае водогазового воздействия денежные потоки определяются в виде

$$\varrho = r_o \rho_o q_o - r_{wi} \rho_w q_{wi} - r_{gi} \rho_g q_{gi} - r_{wp} \rho_w q_{wp} - r_{gp} \rho_g q_{gp} \quad (3.3)$$

Здесь  $r_o \rho_o q_o$  – доходы от продажи нефти,  $r_{wi} \rho_w q_{wi}$  и  $r_{gi} \rho_g q_{gi}$  – расходы, связанные с закачкой воды и  $\text{CO}_2$ , а  $r_{wp} \rho_w q_{wp}$  и  $r_{gp} \rho_g q_{gp}$  – расходы на их утилизацию при добыче, где  $r$  – стоимость закачки/отбора единицы массы,  $q_i$  и  $q_p$  – объемный расход через точечный источник и сток соответственно (Рисунок 3.2). Плотности  $\rho$  в 1-м, 3-м и 5-м слагаемых в правой части (3.3) вычисляются при

$x = L$ , а  $\rho$  во 2-м и 4-м слагаемых – при  $x = 0$ . Все числовые значения параметров  $r$  представлены в Таблице 3.1.

| Параметр | Значение в у.е./т |
|----------|-------------------|
| $r_o$    | 92.5 у.е./т       |
| $r_{wi}$ | 12.5 у.е./т       |
| $r_{wp}$ | 9.5 у.е./т        |
| $r_{gi}$ | 45 у.е./т         |
| $r_{gp}$ | 23.5 у.е./т       |

Таблица 3.1: Параметры экономической модели, измеряемые в условных единицах (у.е.) за тонну. Цена нефти  $r_o$  варьируется в Разделе 3.4.

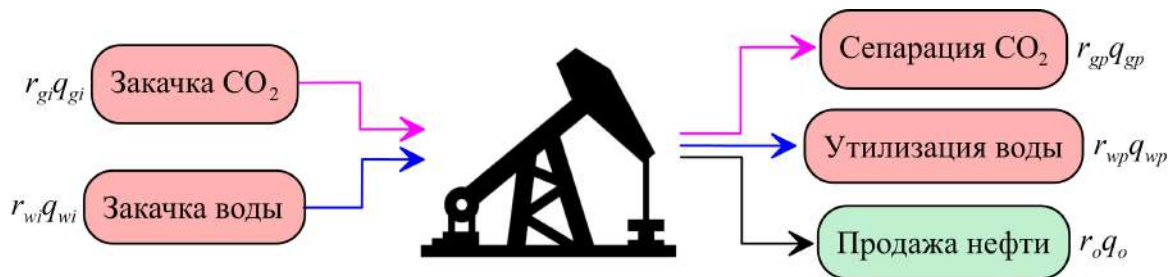


Рисунок 3.2: Схема денежных потоков при оценке чистой приведенной стоимости водогазового воздействия. Красные и зеленые элементы соответствуют расходам и доходам соответственно.

### 3.1.4 Граничные условия

В периоды закачки воды на границе  $x = 0$  выставляются следующие условия:

$$u_w = q_{wi} = Q, \quad u_o = 0, \quad u_g = q_{gi} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0$$

В периоды закачки газа на границе  $x = 0$  выставляются условия:

$$u_w = q_{wi} = 0, \quad u_o = 0, \quad u_g = q_{gi} = Q, \quad \zeta_0 = \{1, 0, 0, 0\} \quad \text{при} \quad x = 0$$

Как при закачке воды, так и при закачке газа на правой границе  $x = L$  поддерживается постоянное начальное пластовое давление:

$$p = p_0 \quad \text{при} \quad x = L$$

### 3.1.5 Критерий оптимизации

Стратегия считается наиболее оптимальной, если при ее применении достигается наибольшее значение чистой приведенной стоимости (функции (3.2)) в конце эксплуатации месторождения  $t_{end}$ . Часто  $t_{end}$  рассматривается как фиксированная величина [60; 64; 99]. Например, можно зафиксировать  $t_{end} = 30$  лет и искать максимальное значение NPV только при  $t = t_{end}$ . Тогда критерий оптимизации можно сформулировать в виде

$$J(t) \rightarrow \max, \quad \text{где} \quad t = t_{end} \quad (3.4)$$

Как правило, для определения стратегии, удовлетворяющей уравнению (3.4), варьируются расход закачиваемой жидкости, количество закачанных поровых объемов воды и газа и продолжительность периодов закачки этих фаз. Однако  $t_{end}$  не варьируется или, по крайней мере, рассматривается несколько значений  $t_{end}$ . В данной главе будет показано, что изменение  $t_{end}$ , в дополнение к другим параметрам, может привести к значительно большему NPV.

Предлагается альтернативный критерий оптимизации:

$$J(t) \rightarrow \max, \quad \text{где} \quad 0 \leq t < \infty \quad (3.5)$$

В соответствии с этим критерием максимальное значение  $J(t)$  ищется для всех возможных продолжительностей эксплуатации месторождения. В случае конкретной стратегии закачки функция  $J(t)$  сначала возрастает при  $t \leq t_{\max}$ , при этом дебит нефти  $q_o$  высок, а приток денежных средств от реализации нефти превышает расходы.  $J(t)$  достигает максимума при  $t = t_{\max}$ , когда месторождение истощено и  $q_o$  начинает снижаться. Тогда при  $t > t_{\max}$  расходы превышают приток денежных средств и  $J(t)$  уменьшается. Следовательно, за время  $t_{end}$  должно быть выбрано время  $t_{\max}$ , т.е.  $t_{end} = t_{\max}$  для выбранной стратегии закачки. В соответствии с уравнением (3.5) определяется стратегия закачки, при которой достигается максимум целевой функции  $J(t)$  при  $t = t_{\max}$ , где  $t_{\max}$  неизвестно и зависит от стратегии.



## 3.2 Исследование в безразмерных переменных

### 3.2.1 Безразмерные переменные и характерный диапазон их изменений

Количество параметров, влияющих на решение поставленной задачи при использовании критериев оптимизации (3.4) или (3.5), можно существенно уменьшить, введя безразмерные величины. Ожидается, что решение зависит от небольшого числа безразмерных параметров, определенных в этом разделе.

Введем безразмерные величины

$$\Upsilon = \frac{Qt}{V_{hc}}, \quad \Upsilon_{ds} = \frac{Qt_{ds}}{V_{hc}}, \quad NPV = \frac{J}{G} \quad (3.6)$$

где  $\Upsilon$  – количество закачанных поровых объемов,  $\Upsilon_{ds}$  – количество закачанных поровых объемов за период дисконтирования,  $V_{hc} = (1 - s_{wc})\phi SL$  – объем порового пространства, первоначально занятый нефтью,  $S$  – площадь поперечного сечения,  $NPV$  – безразмерная чистая приведенная стоимость,  $G = \tilde{r}_o V_{hc}$  – общая стоимость нефти в пласте в момент времени  $t = 0$ , а  $\tilde{r}_o$  – выручка за счет продажи единицы объема пластовой нефти. Согласно формуле (3.6),  $\Upsilon$  также можно рассматривать как меру времени.

Безразмерные величины (3.6) помогают масштабировать результаты исследования, т.е. применять их к различным пластам, в которые закачивается газ или вода. Для этого выбрано  $G$  в качестве масштаба  $J$ . Величина  $G$  представляет собой доход, который теоретически может быть получен в идеализированной ситуации, если удастся добыть всю нефть. Согласно определению,  $G$  пропорционально объему порового пространства  $V_{hc}$  и доходу  $\tilde{r}_o$ . Чистая приведенная стоимость  $J$  может достигать  $G$ , только если  $R = 1$ ,  $r_o \gg r_{wi}$ ,  $r_o \gg r_{wp}$ ,  $r_o \gg r_{gi}$ ,  $r_o \gg r_{gp}$  и  $\Upsilon_{ds} \gg 1$  (т.е. вся нефть извлекается при  $t \rightarrow 0$  и дисконтированием можно пренебречь). Здесь  $R$  – коэффициент извлечения нефти. Как правило,  $NPV < 1$ , поскольку часть остаточной нефти не может быть извлечена, расходы значительны, а добыча происходит годами. Следовательно, безразмерный  $NPV$  характеризует долю максимальной чистой приведенной стоимости, которая теоретически может быть достигнута.

Подставляя уравнение (3.2) в (3.6), получим

$$NPV = \int_0^Y \frac{\rho}{\tilde{r}_o Q} (1 + D)^{-\frac{Y'}{Y_{ds}}} dY' = \int_0^Y \frac{\rho}{\tilde{r}_o Q} (\exp(1/\Omega))^{-Y'} dY' \quad (3.7)$$

где

$$\Omega = \frac{Y_{ds}}{\ln(1 + D)} = \frac{Q t_{ds}}{V_{hc}} \frac{1}{\ln(1 + D)} = \text{const} \quad (3.8)$$

Поскольку коэффициенты  $q_o$ ,  $q_{wi}$ ,  $q_{wp}$ ,  $q_{gi}$  и  $q_{gp}$  в уравнении (3.3) пропорциональны  $Q$ , отношение  $\rho/\tilde{r}_o Q$  в уравнении (3.7) не зависит от  $Q$  и  $D$ . Оно зависит только от отношения расходов к выручке, т.е.  $r_{wi}/r_o$ ,  $r_{wp}/r_o$ ,  $r_{gi}/r_o$  и  $r_{gp}/r_o$ . Следовательно, NPV зависит только от этих отношений,  $Y$  и величины  $\Omega$ , которая далее рассматривается как безразмерная скорость закачки. Действительно,  $\Omega$  пропорциональна  $Q$  и также зависит от экономических параметров  $D$  и  $t_{ds}$ . Таким образом,  $\Omega$  характеризует как физические, так и экономические процессы, связанные с вытеснением.

Введем безразмерное время  $\tau$  такое, что выполняется следующее соотношение:

$$Y = \Omega \tau \quad (3.9)$$

т.е. закачанный объем равен скорости закачки, умноженной на время. Подставляя уравнение (3.8) в (3.9), получаем

$$\tau = \frac{Y}{Y_{ds}} \ln(1 + D) = \frac{t}{t_{ds}} \ln(1 + D)$$

Предполагая, что  $t_{ds} = 1$  год и  $D = 0.1$ , значение  $\tau = 1$  соответствует  $t \approx 10.5$  годам, тогда как значение  $\tau = 3$  соответствует  $t \approx 31.5$  году. Далее рассматривается  $0.5 \leq \tau \leq 5$  как наиболее интересный диапазон для  $\tau$ , охватывающий типичные продолжительности разработки месторождения. Согласно уравнению (3.8), значение  $\Omega = 1$  соответствует  $Y_{ds} \approx 0.1$ , т.е. 1/10 от исходного объема пор  $V_{hc}$ , занятого нефтью, закачивается в течение 1 года, и значение  $\Omega = 3$  соответствует  $Y_{ds} \approx 0.3$ , т.е. 3/10 от  $V_{hc}$  закачивается в течение 1 года. Конечно,  $\Omega$  не может быть очень большим в масштабе месторождения, учитывая, что скорость закачки  $Q$  ограничена сверху из-за ограниченной приемистости скважин. Здесь рассматривается  $1/3 \leq \Omega \leq 3$  в качестве типичного диапазона для безразмер-

ной скорости закачки. Кроме того, положим, что  $0 \leq \Upsilon \leq 3$  – представляющий интерес диапазон количества закачанных поровых объемов.

### 3.2.2 Фазовая плоскость

Оптимальные стратегии закачки удобно исследовать в фазовой плоскости  $\{1/\Omega, \Upsilon\}$  (Рисунок 3.3). Согласно уравнению (3.8), меньшие значения  $1/\Omega$  соответствуют более быстрой закачке (т.е. большему  $Q$ ) и более низкой ставке дисконтирования  $D$ , тогда как большие значения  $1/\Omega$  соответствуют более медленной закачке и более высокому  $D$ . Как обсуждалось выше, заштрихованная область  $1/\Omega < 1/3$  (т.е.  $\Omega > \Omega_* = 3$ ) соответствует очень высоким скоростям закачки, которые могут быть недостижимы на определенных месторождениях. Из уравнения (3.9) следует, что контурные линии  $\tau = \text{const}$  являются гиперболами на плоскости  $\{1/\Omega, \Upsilon\}$ . Таким образом, области вблизи осей координат соответствуют ранним временам закачки  $\tau$ , тогда как верхняя правая область плоскости соответствует поздним временам.

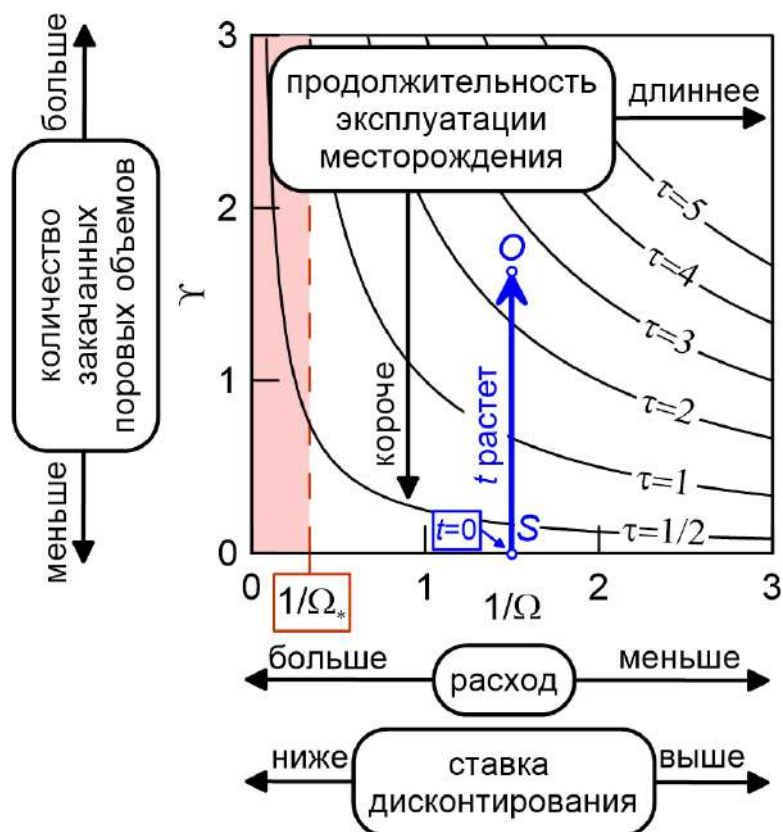


Рисунок 3.3: Фазовая плоскость. Отрезок  $SO$  соответствует стратегии при  $\Omega = \text{const}$ . Закрашенная область  $\Omega > \Omega_*$  соответствует большим скоростям закачки, которые могут быть не достижимы из-за ограничений на приемистость эксплуатационной скважины.

Рассмотрим линию на плоскости  $\{1/\Omega, Y\}$ , соответствующую стратегии с постоянной скоростью закачки  $\Omega$  (т.е. постоянному  $Q$ ). Любая точка на плоскости  $\{1/\Omega, Y\}$  может соответствовать текущему показателям разработки месторождения, и с увеличением  $\tau$  эта точка перемещается по плоскости. Расположение всех таких точек за время разработки месторождения формирует путь, соответствующий истории разработки. Любой такой путь должен начинаться в точке, принадлежащей оси  $1/\Omega$ , где  $\tau = 0$  и  $Y = 0$ . Поскольку  $\Omega$  постоянна, траектория представляет собой вертикальный прямой отрезок  $SO$ , где точка  $O$  соответствует прогнозируемой продолжительности эксплуатации месторождения.

### 3.2.3 Критерий оптимизации в безразмерных переменных

В безразмерных переменных критерий (3.4) принимает следующий вид:

$$NPV_{\tau} : NPV(\tau) \rightarrow \max, \quad \text{где} \quad \tau = \tau_{end} \quad (3.10)$$

Здесь константа  $\tau_{end}$  – предполагаемое время разработки месторождения. Следовательно, критерий (3.10) предполагает поиск оптимальной стратегии только среди путей  $SO$ , заканчивающихся на заданной гиперболе  $\tau = \tau_{end}$  (Рисунок 3.3). Далее, решение задачи оптимизации (3.10) обозначим  $NPV_{\tau}$ .

Критерий (3.5) может быть переписан в виде

$$NPV_* : NPV(\tau) \rightarrow \max, \quad \text{где} \quad 0 \leq \tau < \infty \quad (3.11)$$

Этот критерий подразумевает поиск оптимальной стратегии среди путей  $SO$ , которые заканчиваются в любой точке плоскости  $\{1/\Omega, Y\}$  при  $\Omega \leq \Omega_*$ . Таким образом, для критерия (3.11) рассматриваемый набор возможных стратегий больше, чем для критерия (3.10). Решение задачи оптимизации (3.11) для заданного ограничения приемистости  $\Omega \leq \Omega_*$  обозначим  $NPV_*$ .

Если критерий (3.11) применяется при заданном значении  $\Omega = \text{const}$  (например,  $\Omega = \Omega_*$ ), то положение точки  $O$  на вертикальной прямой, выходящей из  $S$  (Рисунок 3.3), определяется нахождением стратегии, максимизирующей  $NPV$ . Тогда точка  $O$  соответствует максимальному  $NPV$  среди всех путей, выходящих из  $S$ .

### 3.3 Результаты при $r_o=12.5$ у.е./т

#### 3.3.1 Пример расчета

Кратко обсудим типичное распределение фазовых насыщенныхностей и компонентный состав УВ смеси во время закачки  $\text{CO}_2$ . Результаты моделирования на Рисунке 3.4 соответствуют стратегии закачки GW при  $\Omega = 1$ . Сначала закачивается  $\text{CO}_2$ . Число закачанных поровых объемов газа равно  $Y_g = 0.244$ , затем происходит переключение на закачку воды. Результаты моделирования показаны при  $\tau = Y = 0.349$ , т.е. после закачки 0.105 порового объема воды.

Закачка  $\text{CO}_2$  приводит к развитию многостадийного смешения, которое описывается сложной последовательностью разрывов ( $S$ ) и волн Римана ( $\mathcal{R}$ ). При закачке  $\text{CO}_2$  компоненты  $C_1$ ,  $C_6$  и  $C_{16}$  испаряются из нефти в газ. Поскольку газ движется быстрее нефти,  $C_1$  переносится газовой фазой и накапливается между фронтами  $S_1$  и  $S_2$ , растворяясь в нефти. Компонента  $C_6$  накапливается в области между фронтами  $S_2$  и  $S_3$ , где распространяется волна Римана  $\mathcal{R}$ . Аналогично, компонента  $C_{16}$  накапливается между фронтами  $S_3$  и  $S_4$ . В течение закачки газа вблизи скважины нефть испаряется в газ (зона от  $x = 0$  до разрыва  $S_4$ ). Таким образом, закачка  $\text{CO}_2$  приводит к развитию последовательности зон, насыщенных нефтью, богатой компонентами  $C_1$ ,  $C_6$  и  $C_{16}$ . Эти зоны расположены между подвижными границами  $S_1$  и  $S_2$ ,  $S_2$  и  $S_3$ ,  $S_3$  и  $S_4$  соответственно. Закачка воды приводит к образованию еще одного разрыва – фронта заводнения  $S_w$ , что повышает эффективность добычи нефти. После закачки воды зона за разрывом  $S_4$  насыщается водой ( $s_w = 1$ ). В этой зоне концентрации  $\text{CO}_2$  и УВ компонент не определены, так как  $s_g = s_o = 0$ .

Таким образом, в результате многостадийного характера вытеснения сначала добывается нефть, обогащенная легкой компонентой  $C_1$ , затем промежуточной компонентой  $C_6$ , а на заключительных стадиях вытеснения уже вытесняется нефть с высокой концентрацией тяжелой компоненты  $C_{16}$ .

Как описано в следующих разделах этой главы, распределения, показанные на Рисунке 3.4, относятся к стратегии GW, оптимизированной с помощью критерия (3.11) при  $\Omega_* = 1$ . Анализ всех проведенных вычислений показывает, что GW является оптимальной стратегией в тех случаях, когда газ и вода достигают стока одновременно. На начальных стадиях газовый фронт опережает фронт воды, поскольку газ закачивается раньше. Однако фронт воды движется быст-

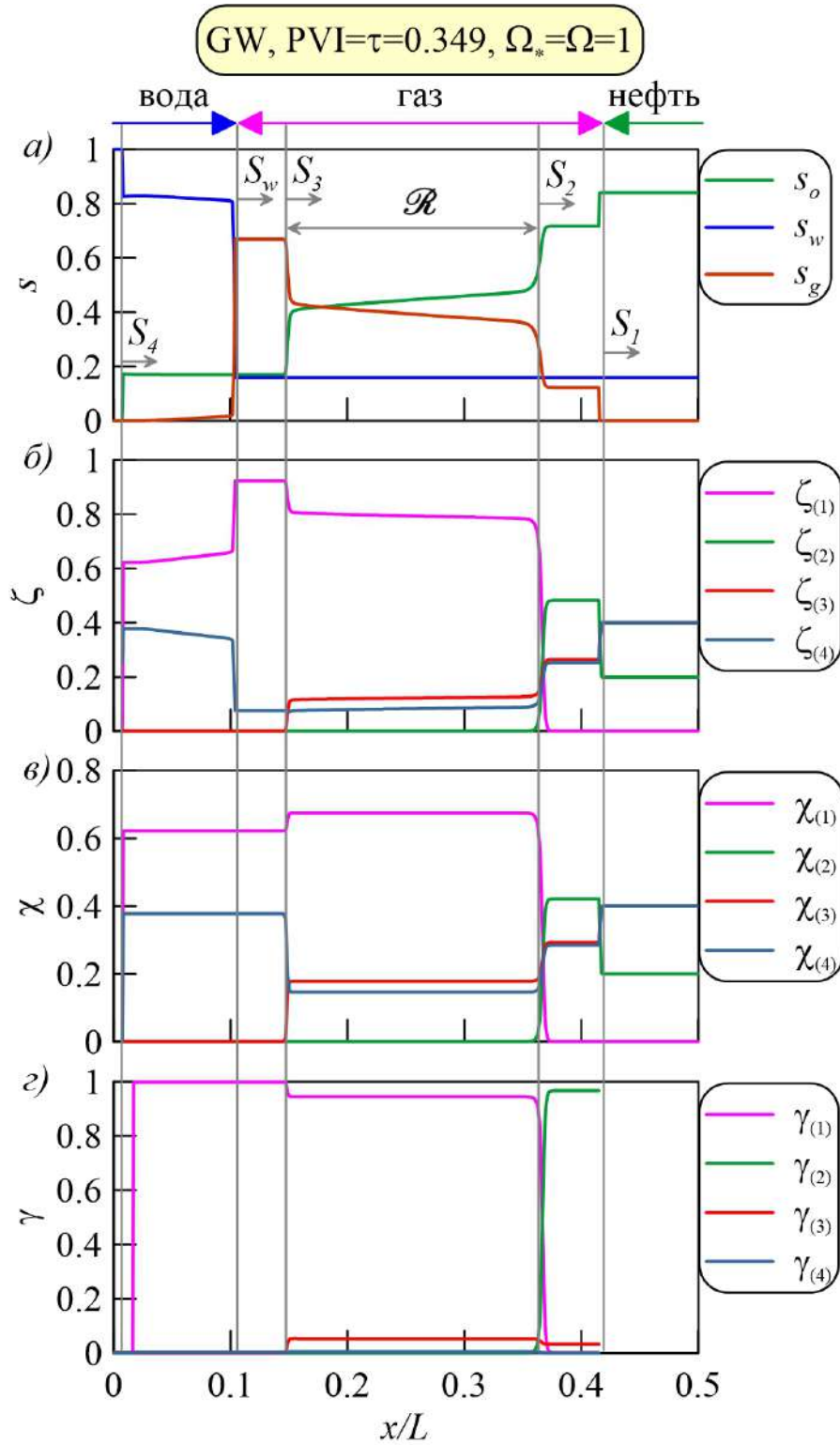


Рисунок 3.4: Распределение насыщенности нефти  $s_o$ , воды  $s_w$  и газа  $s_g$  (а), полные молярные концентрации  $\text{CO}_2$  ( $\zeta_{(1)}$ ),  $\text{CH}_4$  ( $\zeta_{(2)}$ ),  $\text{C}_6$  ( $\zeta_{(3)}$ ) и  $\text{C}_{16}$  ( $\zeta_{(4)}$ ) (б), молярные концентрации  $\text{CO}_2$  ( $\chi_{(1)}$ ),  $\text{CH}_4$  ( $\chi_{(2)}$ ),  $\text{C}_6$  ( $\chi_{(3)}$ ) и  $\text{C}_{16}$  ( $\chi_{(4)}$ ) в жидкой фазе (в) и молярные концентрации  $\text{CO}_2$  ( $\gamma_{(1)}$ ),  $\text{CH}_4$  ( $\gamma_{(2)}$ ),  $\text{C}_6$  ( $\gamma_{(3)}$ ) и  $\text{C}_{16}$  ( $\gamma_{(4)}$ ) в газовой фазе (г) для оптимальной стратегии GW при  $\Omega = \Omega_* = 1$  и  $\tau = \Upsilon = 0.349$ .

рее, чем газовый фронт. Таким образом, длина газовой пробки между  $S_4$  и  $S_1$  уменьшается с ростом  $\tau$  и вода догоняет  $\text{CO}_2$ .

### 3.3.2 Карта NPV

Максимальные значения NPV удобно изобразить в плоскости  $\{1/\Omega, \Upsilon\}$  (Рисунок 3.5). Каждая точка такой карты NPV соответствует оптимизированной стратегии в соответствии со следующим критерием:

$$\text{NPV}(\tau) \rightarrow \max \quad \text{при} \quad \tau = \Upsilon/\Omega, \quad \Upsilon, \Omega = \text{const} \quad (3.12)$$

где константы  $\Upsilon$  и  $\Omega$  определяют точку на карте. Согласно критерию (3.12), рассматриваются все стратегии с заданной скоростью закачки  $\Omega$  и фиксированным общим закачанным объемом  $\Upsilon$ , т.е. все пути  $SO$ , заканчивающиеся в заданной точке  $O$ . Для этих параметров время  $\tau$  выражается из уравнения (3.9).

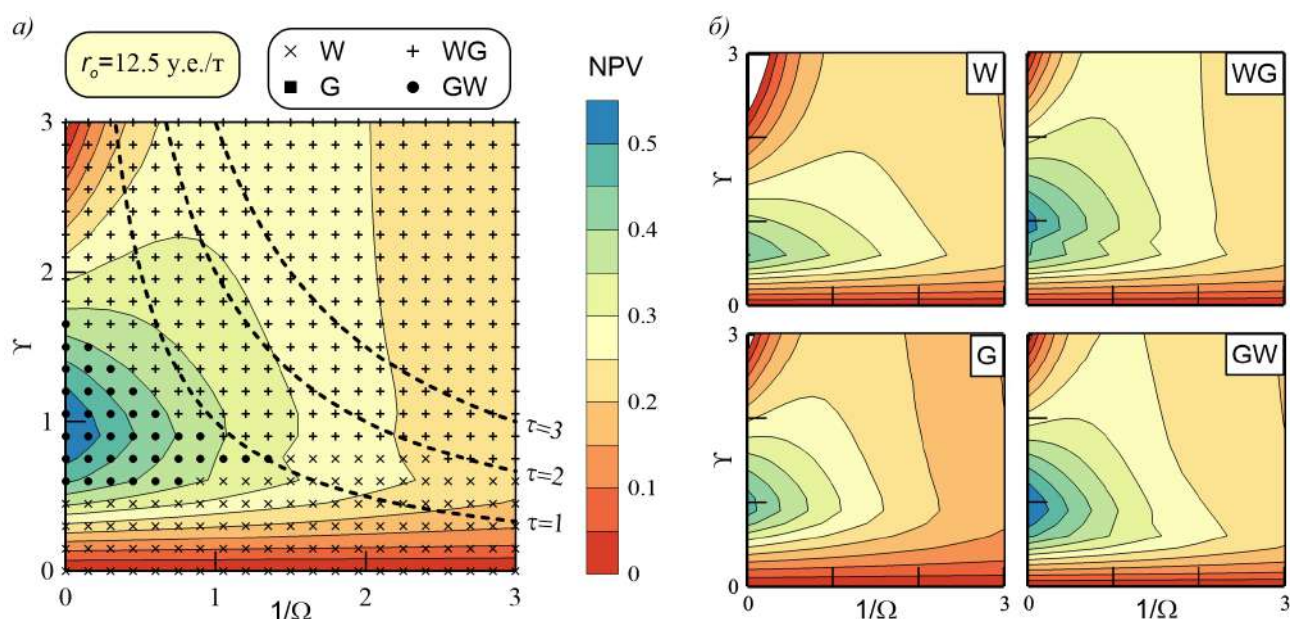


Рисунок 3.5: Общая карта NPV (a) и отдельные карты NPV для каждой стратегии (б).

Для стратегий W или G решение задачи (3.12) не требует какой-либо оптимизации, поскольку заданным  $\Omega$  и  $\Upsilon$  соответствует единственная стратегия непрерывной закачки воды или газа. Для стратегий WG или GW закачанный поровый объем воды и газа,  $\Upsilon_w$  или  $\Upsilon_g$  соответственно, должен быть определен таким образом, чтобы NPV достигал максимума. Здесь и в дальнейшем через  $\Upsilon_g$  и  $\Upsilon_w$  обозначаются общие объемы закачиваемого газа и воды соответственно.

На Рисунке 3.5б построены отдельные карты NPV для каждой стратегии. Для всех стратегий если  $Y \ll 1$ , то  $NPV \ll 1$ , так как при  $\tau = 0$  объемы закачанной и добытой жидкостей равны 0. Для всех четырех стратегий максимальное значение NPV достигается при  $\Omega \rightarrow \infty$ , т.е. когда закачка происходит мгновенно и ставка дисконтирования  $D$  не влияет на NPV. Действительно, доход  $\rho$  в этом случае максимален, так как вся нефть добывается при  $\tau \rightarrow 0$ . Однако асимптотическое значение  $\Omega \rightarrow \infty$  невозможно достичь, поскольку приемистость скважин ограничена. Тем не менее, при  $\Omega \rightarrow \infty$  NPV в стратегии W достигает максимума при  $Y \approx 0.6$ , а для других стратегий – при  $Y \approx 1$ . Эти значения  $Y$  также близки к оптимальным для конечных, но больших  $\Omega \leq \Omega_*$ .

Отдельные карты NPV (Рисунок 3.5б) объединены в общую карту NPV, показанную на Рисунке 3.5а. В каждой точке этой карты цветом показано максимальное значение NPV по всем четырем стратегиям. Для построения общей карты выбирается максимальное значение NPV из четырех, приведенных на отдельных картах на Рисунке 3.5б. Символы на карте, изображенные на Рисунке 3.5а, показывают стратегию, соответствующую максимальному NPV.

Все карты NPV, приведенные в этом разделе, были рассчитаны на равномерной сетке точек  $21 \times 21$  в области  $\{1/\Omega; Y\} \in [0; 3] \times [0; 3]$ . На Рисунке 3.5а символами показано расположение этих точек.

Карты NPV полезны для оценки эффективности стратегий закачки при заданных  $\Omega$  и  $Y$  (и  $\tau$ ), а общая карта позволяет выбрать оптимальную стратегию. Карта оптимальных стратегий, показанная на Рисунке 3.6, может быть построена с использованием символов на Рисунке 3.5а. Общая тенденция заключается в том, что заводнение (W) является наиболее эффективным методом извлечения нефти при малых  $Y$  (т.е. при малых  $\tau$ ). Действительно, вода действует как поршень, так как ее сжимаемость очень мала (в данной работе равна 0). До тех пор, пока вода не достигнет стока, объем (при  $p_0$ ) добытой нефти равен объему закачанной воды. Если вытеснение начинается с закачки газа, то объем газа уменьшается из-за его растворения в нефти, что приводит к меньшему объему добытой нефти.

Другая тенденция заключается в том, что стратегия WG становится наиболее прибыльной с увеличением  $\tau$ . Это соответствует типичной разработке месторождения, когда добыча с помощью заводнения в определенный момент времени переключается на применение третичного метода, предполагающего закачку



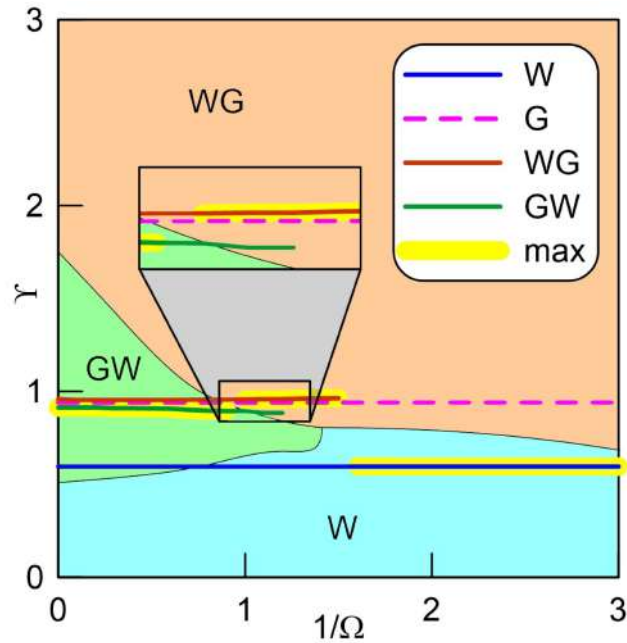


Рисунок 3.6: Карта оптимальных стратегий при  $r_o = 12.5$  у.е./т. Жирными линиями показана зависимость  $\gamma_*$  от  $1/\Omega_*$  для различных стратегий.

CO<sub>2</sub> для увеличения добычи нефти. Закачка CO<sub>2</sub> в качестве основного (вторичного) метода извлечения является наиболее прибыльной стратегией только в том случае, если скорость закачки  $\Omega$  достаточно высока (зеленая область, соответствующая стратегии GW на Рисунке 3.6). Здесь закачка газа должна быть переключена на закачку воды в некоторое оптимальное время. Для рассматриваемого состава нефти непрерывная закачка газа (стратегия G) не является наиболее выгодной при любых значениях  $\Omega$  и  $\gamma$ .

### 3.3.3 Оптимальная стратегия для $NPV_\tau$

Как отмечалось выше, критерий (3.10) предполагает максимизацию NPV среди всех стратегий, заканчивающихся на фиксированной гиперболе  $\tau = \tau_{end} = \text{const}$  (Рисунок 3.5a). Пунктирные кривые на Рисунке 3.7a показывают соответствующие распределения NPV для каждой стратегии при  $\tau = \tau_{end} = 1$ . Эти линии являются срезами карт NPV при  $\tau = 1$ , показанных на Рисунке 3.5б. При уменьшении  $\Omega$  (т.е. увеличении  $1/\Omega$ ) кривые, соответствующие стратегиям GW и WG, заканчиваются на кривой W, потому что W является частным случаем для GW или WG при  $\gamma_g = 0$  или  $\gamma_w = 0$  соответственно. Закачка воды является наиболее выгодной среди всех стратегий, включая GW или WG, при достаточно низких значениях  $\Omega$ .

Максимум каждой кривой соответствует максимальному значению  $NPV_\tau$ , которое может быть достигнуто за заданное время закачки  $\tau_{end}$ . Для  $\tau_{end} = 1$  и рассматриваемого состава нефти стратегии закачки могут быть расположены в порядке возрастания максимального значения  $NPV_\tau$  как W, G, GW и WG. Таким образом, заводнение (W) является наименее прибыльной стратегией, тогда как WG является наиболее прибыльной стратегией, которая позволяет достичь  $NPV_\tau = 0.365$  (точка  $O_\tau$  на Рисунке 3.7a). Следовательно, если время закачки  $\tau = 1$  фиксировано, то следует применять стратегию WG.

### 3.3.4 Оптимальная стратегия для $NPV_*$

При оптимизации в соответствии с критерием (3.11)  $\tau$  не фиксируется. Следовательно, в качестве оптимальной выбирается стратегия, соответствующая максимальному  $NPV$  по всем значениям на карте, для которых  $\Omega \leq \Omega_*$ . На Рисунке 3.7a сплошными кривыми показано  $NPV_*$  при  $1/\Omega_*$  для каждой отдельной стратегии. Из контурных линий  $NPV$  на Рисунке 3.5 следует, что  $NPV_*$  достигается при максимально возможной скорости закачки  $\Omega = \Omega_*$ . Таким образом, все сплошные кривые на Рисунке 3.7a соответствуют убывающим функциям от  $1/\Omega_*$ . Для каждого  $\Omega_*$  верхняя кривая соответствует оптимальной стратегии закачки. Слева от точки  $O_\alpha$  кривая «max», показывающая общий максимум, совпадает с кривой  $NPV_*(1/\Omega_*)$  для GW. Значит, если приемистость скважины позволяет проводить закачку с высоким расходом  $\Omega_* > \Omega_\alpha$ , то для рассматриваемого состава нефти стратегия GW является наиболее оптимальной. Заводнение является наиболее оптимальной стратегией при малых  $\Omega_*$ , т.е. при  $\Omega_* \leq \Omega_\beta$ . Действительно, справа от точки  $O_\beta$  кривая «max» совпадает с  $NPV_*(1/\Omega_*)$  для W. Стратегия WG оптимальна при промежуточных значениях  $\Omega_*$ , т.е.  $\Omega_\beta < \Omega_* \leq \Omega_\alpha$ , так как кривая «max» совпадает с  $NPV_*(1/\Omega_*)$  для WG между точками  $O_\alpha$  и  $O_\beta$ .

Общий объем закачки и время закачки в решении задачи (3.11) обозначаются через  $Y_*$  и  $\tau_*$ . На Рисунке 3.6 жирными кривыми показана зависимость  $Y_*$  от  $\Omega_*$  для каждой отдельно оптимизированной стратегии.  $Y_*$  для общей оптимизированной стратегии показана кривой «max». Соответствующее время закачки может быть рассчитано по формуле  $\tau_* = Y_*/\Omega_*$ . Оптимальная стратегия W требует меньшего объема закачки ( $Y_* = 0.59$ ) по сравнению с другими стратегиями ( $Y_* \approx 1$ ). Функциями  $Y_*(1/\Omega_*)$  для W и G являются прямые линии

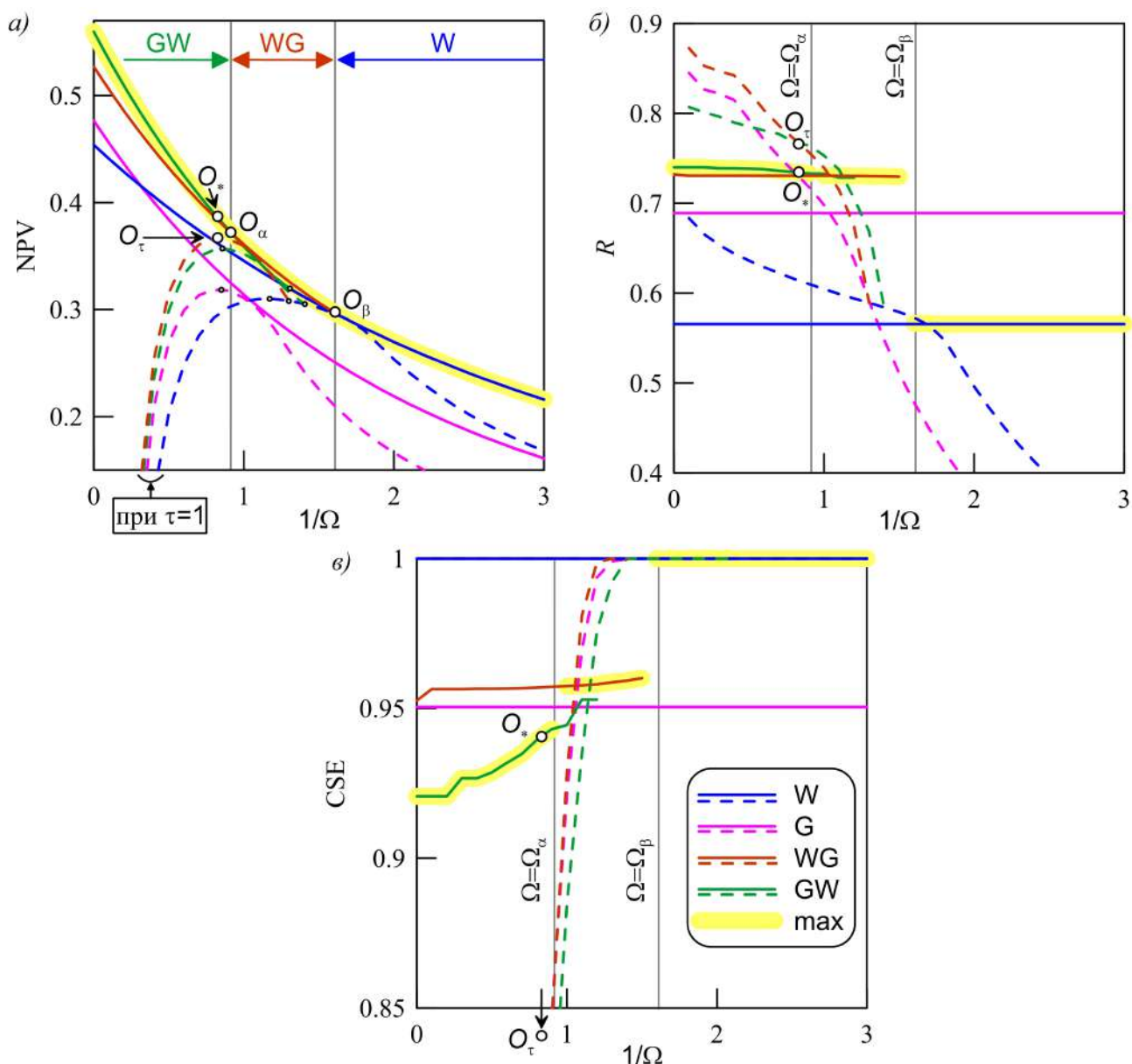


Рисунок 3.7: Сплошные линии показывают  $NPV_*$  (а),  $R$  (б) и  $CSE$  (в) для оптимальных стратегий в соответствии с критерием (3.11) при  $r_o = 12.5$  у.е./т. Кривая «max» показывает оптимальные параметры среди всех стратегий. Пунктирные линии соответствуют решению задачи оптимизации (3.12) при  $\tau = 1$ , т.е. представляют собой срезы карты  $NPV$  при  $\tau = 1$ , показанной на Рисунке 3.5б.

на Рисунке 3.6, поскольку стратегии  $W$  и  $G$  не предполагают переключения на закачку другой жидкости.

Рассмотрим функции  $NPV(\tau)$  для каждой стратегии, оптимизированной при  $\Omega_* = 1$ . Кривые  $W$  и  $G$  на Рисунке 3.8 – это срезы вдоль линии  $\Omega = 1$  соответствующих карт  $NPV$ , показанных на Рисунке 3.5б. Однако кривые  $WG$  и  $GW$  не являются срезами, поскольку они построены для оптимизированных значений  $\Upsilon_w$  и  $\Upsilon_g$  – количества закачанных поровых объемов воды и газа соответствен-

но. Согласно уравнению (3.9), так как  $\Omega = \Omega_* = 1$ , то  $\Upsilon = \tau$ . Таким образом, кривые на Рисунке 3.8 можно рассматривать как изменение NPV для каждой оптимальной стратегии при  $\Omega = 1$ . Точки  $O_w$ ,  $O_g$ ,  $O_{wg}$  и  $O_{gw}$  на Рисунке 3.8 соответствуют максимальному  $NPV_*$ , которого возможно достичь для каждой стратегии. Каждая кривая на Рисунке 3.8 начинается в начале координат и монотонно возрастает, пока дебит нефти  $q_o$  высок. Поскольку закачка воды обходится дешевле, чем закачка  $CO_2$  (таблица 3.1), функции  $NPV(\tau)$  для стратегий W и WG, предполагающих закачку воды на первом этапе разработки, растут быстрее. Как отмечалось выше, максимальное значение  $NPV_*$  сначала достигается для W при  $\tau_* = \Upsilon_* = 0.59$ . Действительно, точка  $O_w$  находится слева от всех остальных точек  $O$ . Максимальное значение  $NPV_*$  для остальных трех стратегий достигается позже, примерно при  $\tau_* = \Upsilon_* \approx 1$ . В каждом случае точка  $O$  соответствует моменту времени, когда либо вода, либо  $CO_2$  достигает стока и  $q_o$  начинает снижаться. Следовательно, при больших  $\tau$  расходы превышают доходы, а  $NPV(\tau)$  уменьшается.

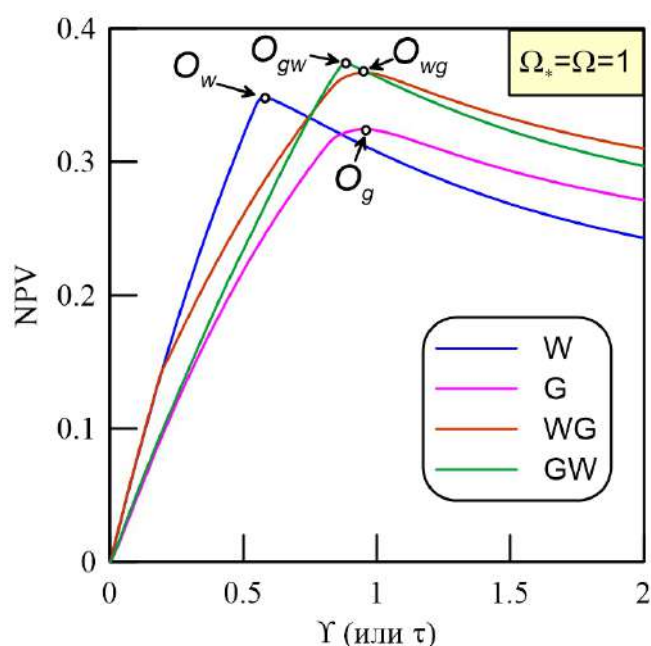


Рисунок 3.8: NPV в зависимости от времени  $\tau$  для стратегий, отдельно оптимизированных в соответствии с критерием (3.11) при  $\Omega_* = 1$ .

Согласно критерию (3.11), стратегия G является наименее прибыльной, поскольку точка  $O_g$  лежит ниже остальных на Рисунке 3.8. Заводнение (W) более выгодно, чем закачка газа (G), потому что  $O_w$  выше  $O_g$ . Следует отметить, что  $O_w$  и  $O_g$  соответствуют различным продолжительностям эксплуатации месторож-

дения. Если же зафиксировать  $\tau_{end} = 1$ , то G более оптимально, чем W, потому что кривая W лежит ниже  $O_g$ .

Стратегии GW и WG одинаково прибыльны при  $\Omega_* = 1$ , хотя GW немного лучше. Максимальное значение  $NPV_*$  достигается примерно при одинаковом  $\tau_*$  как для GW, так и для WG. Однако при меньшем  $\tau \approx 0.25$  разница между  $NPV(\tau)$  для GW и WG может быть довольно высокой.

### 3.3.5 Сравнение критериев оптимизации

Сравним оптимальные стратегии для  $NPV_\tau$  и  $NPV_*$ . Как показано выше, точка  $O_\tau$  на Рисунке 3.7а соответствует общему максимуму  $NPV_\tau$ . Через  $\Omega_\tau$  обозначается скорость закачки для этого  $NPV_\tau$ . Предполагается, что такая скорость закачки возможна для рассматриваемого резервуара. Приравнивая  $\Omega_*$  к  $\Omega_\tau$ , точка  $O_*$  на кривой «тах» соответствует  $NPV_*$ . Обе точки ( $O_*$  и  $O_\tau$ ) принадлежат одной вертикальной прямой  $\Omega = \Omega_\tau = \Omega_*$ . Точка  $O_*$  не лежит ниже  $O_\tau$  ни для каких параметров исследования, т.е.

$$NPV_* \geq NPV_\tau$$

Следовательно, оптимизация в соответствии с критерием (3.11) приводит к более прибыльной стратегии.  $NPV_* = 0.385$  для  $O_*$ , т.е. чистая приведенная стоимость на 5.5% выше, чем  $NPV_\tau = 0.365$  для  $O_\tau$ . Это достигается за счет изменения  $\tau_{end}$  при оптимизации, так как  $NPV_*$  достигается за более позднее время  $\tau_{end} = \tau_*$ , чем для  $NPV_\tau$ . Более того,  $NPV_*$  достигается с помощью стратегии GW, тогда как  $NPV_\tau$  достигается с помощью WG. Таким образом, если оптимизировать разработку месторождения в соответствии с критерием (3.10), то нужно применить стратегию WG для достижения  $NPV_\tau$ . Если в соответствии с критерием (3.11), то нужно применить стратегию GW для достижения более высокого  $NPV_*$  при той же скорости закачки  $\Omega_\tau$ .

Если рассмотреть скорости закачки выше, чем  $\Omega_\tau$ , то может быть достигнуто даже более высокое значение  $NPV_*$ , чем для  $O_*$ . Действительно, поскольку  $NPV_*(\Omega_*)$  является возрастающей функцией (т.е.  $NPV_*$  уменьшается с  $1/\Omega_*$ ), то  $NPV_*$  можно увеличить, используя большие скорости  $\Omega_* > \Omega_\tau$ .

### 3.3.6 Эффективность извлечения нефти и захоронения CO<sub>2</sub> для оптимальных стратегий

Эффективность захоронения CO<sub>2</sub> (CSE) определяется как отношение объема CO<sub>2</sub> (при начальном пластовом давлении  $p_0$ ), хранящегося в резервуаре, к объему закачанного CO<sub>2</sub>:

$$CSE(t) = \int_0^t (q_{gi} - q_{gp}) dt' / \int_0^t q_{gi} dt'$$

Предполагается, что  $CSE \equiv 1$  для стратегии W.

На Рисунке 3.7б и в сплошными кривыми показаны КИН  $R$  и эффективность захоронения CO<sub>2</sub> CSE для стратегий, оптимизированных в соответствии с критерием (3.11). Пунктирные линии соответствуют решению задачи оптимизации (3.12) при  $\tau = 1$ . Оптимальные стратегии, включающие закачку CO<sub>2</sub>, приводят к более высокому  $R$  по сравнению с  $R$  для заводнения. Действительно, для оптимальной стратегии W при  $\Omega_* \leq \Omega_\beta$   $R = 0.57$  (Рисунок 3.7б). Для стратегий WG и GW при более высоких скоростях  $\Omega_* > \Omega_\beta$  эффективность близка к  $R \approx 0.73$ . Таким образом, закачка CO<sub>2</sub> позволяет извлекать дополнительно  $\approx 17\%$  исходной нефти в пласте. На плоскости  $\{1/\Omega, R\}$  кривая «тах», соответствующая оптимальной стратегии вытеснения, имеет разрыв в точке  $\Omega_* = \Omega_\beta$ , так как с увеличением  $\Omega$  решение задачи оптимизации в соответствии с критерием (3.11) переключается с W на WG. Обратим внимание, что на Рисунке 3.7б точка  $O_\tau$ , соответствующая критерию (3.10) при  $\tau = 1$ , находится выше точки  $O_*$ , соответствующей критерию (3.11). Таким образом, критерий (3.10) приводит к стратегии с более полной добычей нефти, чем критерий (3.11), хотя  $O_*$  соответствует более прибыльной стратегии. Это связано с тем, что время закачки  $\tau_{end} = 1$  для  $O_\tau$  больше, чем для  $O_*$  ( $\tau_{end} = \tau_* = 0.72$ ).

При любом  $\Omega_*$  эффективность захоронения CO<sub>2</sub> CSE больше 0.9 для стратегий, оптимизированных в соответствии с критерием (3.11). Это связано с тем, что вода и CO<sub>2</sub> прорываются к стоку почти одновременно. Они достигают его в конце эксплуатации  $\tau_{end} = \tau_*$ , когда расход нефти на стоке и NPV начинают снижаться. Таким образом, через сток извлекается небольшое количество CO<sub>2</sub>. Для стратегий, оптимизированных в соответствии с критерием (3.10), эффективность захоронения CO<sub>2</sub> более низкая,  $CSE < 0.85$ . Таким образом, при

оптимизации с помощью критерия (3.11) получается стратегия как с большим NPV, так и с большим CSE.

### 3.3.7 Оптимизация закачки CO<sub>2</sub> в качестве третичного метода добычи

В этом разделе кратко обсуждается оптимизация закачки газа, применяемой в качестве третичного метода добычи, т.е. стратегии WG. На Рисунке 3.9 показаны распределения NPV,  $R$  и CSE при  $\Omega = 1$  и различных объемах закачанной воды  $Y_w$ . Стратегии W или G являются частными случаями WG, когда  $Y_w \gg 1$  или  $Y_w = 0$  соответственно. На Рисунке 3.9 кривые NPV,  $R$  и CSE для любой стратегии WG совпадают с кривыми для стратегии W при  $Y \leq Y_w$ . В точке  $Y = Y_w$ , когда начинается закачка CO<sub>2</sub>, кривые расходятся.

Случай  $Y_w = 0.194$  при  $\Omega_* = 1$  соответствует стратегии, оптимизированной согласно критерию (3.11), а точка  $O_{wg}$  соответствует оптимальной продолжительности эксплуатации пласта  $\tau_* = Y_*$ , при которой достигается NPV\*. Таким образом, закачка газа должна начинаться в три раза раньше момента времени  $\tau_* = 0.59$ , при котором вода достигает стока (Рисунок 3.9б). Если закачка газа начинается либо раньше, либо позже, чем при  $\tau = 0.194$ , то достигается меньшее значение  $NPV < NPV_*$ . Если закачка газа начинается раньше, то фронт газа догоняет фронт воды до того, как вода достигнет стока. Если закачка газа начнется позже, то фронт газа не сможет догнать фронт воды до того, как она прорвется к стоку. В этом случае  $NPV(\tau)$  может иметь два локальных максимума, как показано на Рисунке 3.9а при  $Y_w = 0.4$ . Левый максимум соответствует времени, когда вода достигает стока. После этого объем добычи нефти  $q_o$  уменьшается и NPV снижается. Когда газ приближается к стоку, то  $q_o$  и NPV снова увеличиваются за счет добычи дополнительной нефти, NPV достигает правого максимума, а далее резервуар истощается.

При использовании градиентного алгоритма оптимизации в соответствии с критерием (3.11) два локальных максимума  $NPV(\tau)$  могут привести к дополнительному осложнению численной оптимизации водогазового воздействия. Алгоритм может сходиться к локальному, а не глобальному максимуму. Таким образом, существует вероятность того, что определенная стратегия не является наиболее оптимальной и существует другая стратегия, соответствующая глобальному максимуму. Это требует применения специализированных мето-

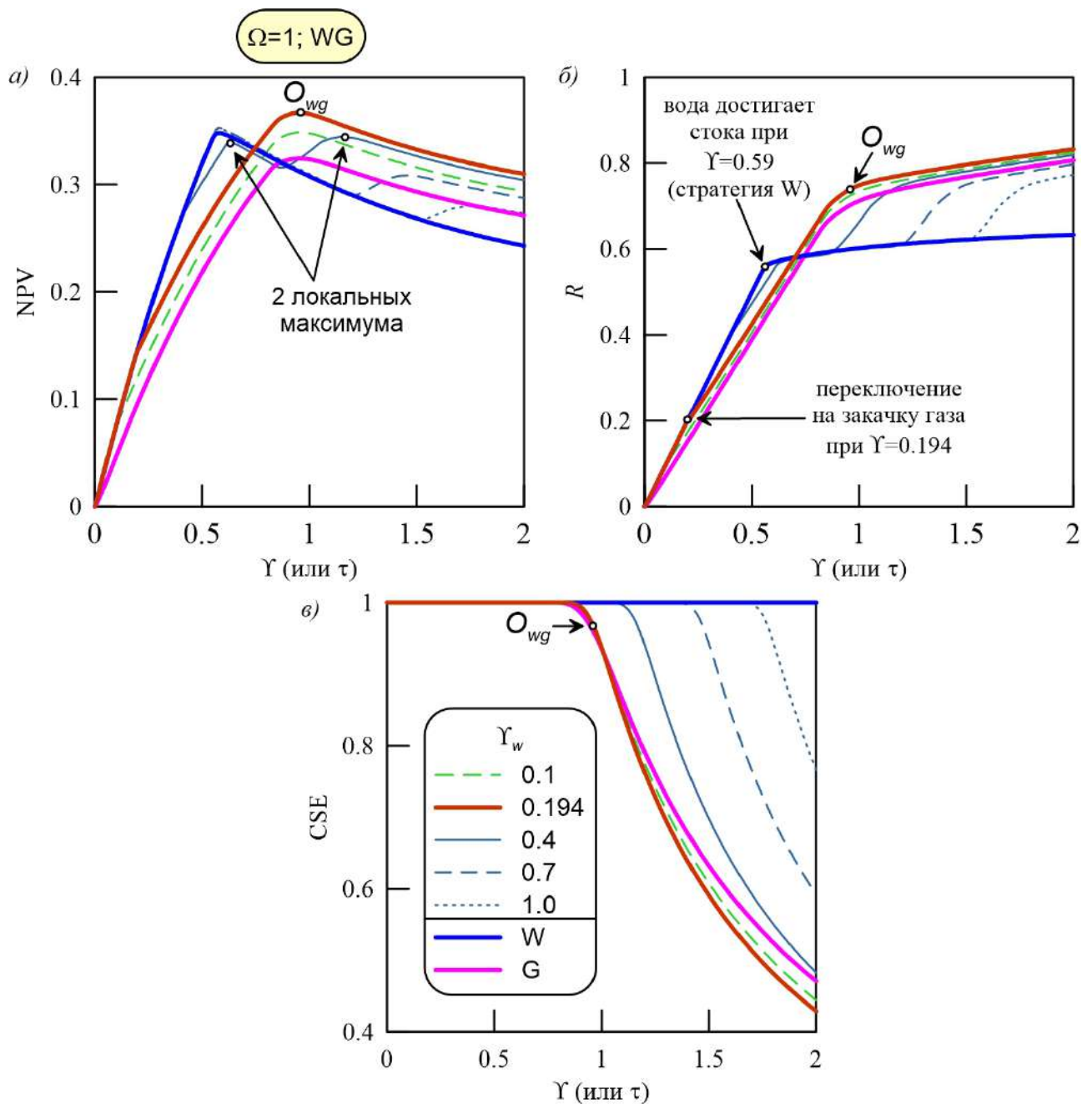


Рисунок 3.9: NPV (а),  $R$  (б) и CSE (в) от  $\gamma$  для стратегии WG при  $\Omega = 1$  и различных  $\gamma_w$ .

дов оптимизации, сопрягающих в себе как градиентные, так и безградиентные методы [106].

### 3.3.8 Стратегии WAG и SWAG

В этом разделе кратко оценивается максимум NPV для стратегий WAG и SWAG, где аббревиатура SWAG обозначает стратегии, предполагающие периоды одновременной закачки воды и газа. Оптимизация стратегии (W+G)W в соответствии с критерием (3.11) требует определения трех параметров, а именно



продолжительности периодов закачки W+G и W и отношения газа и воды для первого периода W+G. Предполагается, что это отношение остается постоянным на протяжении всего этапа W+G. Оптимизация для стратегии 3(WG)W в соответствии с критерием (3.11) требует определения трех величин, а именно объемов воды и газа в циклах WG и продолжительности окончательного заводнения. Предполагается, что объемы воды и газа одинаковы для различных циклов WG.

Чтобы сравнить экономическую эффективность стратегий WAG и SWAG с остальными описанными ранее стратегиями, введем величину

$$\Delta NPV = NPV_* - NPV_{\max}$$

где  $NPV_*$  – максимальный NPV, отдельно полученный для каждой стратегии в соответствии с критерием (3.11), а  $NPV_{\max}$  – максимальное значение  $NPV_*$  среди четырех стратегий (W, G, WG и GW), рассмотренных в предыдущих разделах диссертации. Таким образом,  $\Delta NPV$  оценивает увеличение NPV, полученное по сравнению с более простыми исходными стратегиями.

Как показано на Рисунке 3.10а, в стратегиях WAG и SWAG чистая приведенная стоимость увеличивается, но улучшение составляет не более 0.02. Общая тенденция, что заводнение – наиболее прибыльная стратегия при низких  $\Omega_*$ , по-прежнему сохраняется. Однако соответствующий диапазон  $\Omega_*$  уменьшился. Теперь W – самая прибыльная стратегия для  $\Omega_* \leq \Omega_\gamma < \Omega_\beta$ , тогда как W(W+G) – самая оптимальная стратегия при  $\Omega_\gamma < \Omega_* \leq \Omega_\alpha$ . Стратегии SWAG W(W+G) и (W+G)W должны быть применены при  $\Omega_\beta < \Omega_* \leq \Omega_\alpha$  и  $\Omega_* > \Omega_\alpha$ , где WG и GW оценены в предыдущих разделах как лучшие стратегии соответственно.

В случае стратегии  $n(WG)W$  с увеличением числа циклов WAG,  $n$ , при  $\Omega_* > \Omega_\alpha$  повышается рентабельность водогазового воздействия (Рисунок 3.10а). Действительно, при таких  $\Omega_*$  кривая NPV для данного  $n$  не ниже кривой NPV для  $n - 1$ . Здесь рассматривается не более четырех циклов WAG. Отметим, что с увеличением  $n$  кривая NPV для  $n(WG)W$  приближается к кривой для (W+G)W. При этом отношение газа и воды в циклах WAG, т.е.  $\Upsilon_g / \Upsilon_w$ , стремится к отношению при стратегии SWAG, как показано на Рисунке 3.10г. Для рассматриваемой модели коллектора оптимальное водогазовое отношение, определяемое здесь как отношение общего объема (при  $p_0$ ) закачанного газа к объему закачанной воды, то есть  $\Upsilon_g / \Upsilon_w$ , исключая последнюю стадию W, лежит в диапазоне 0.6–1.3

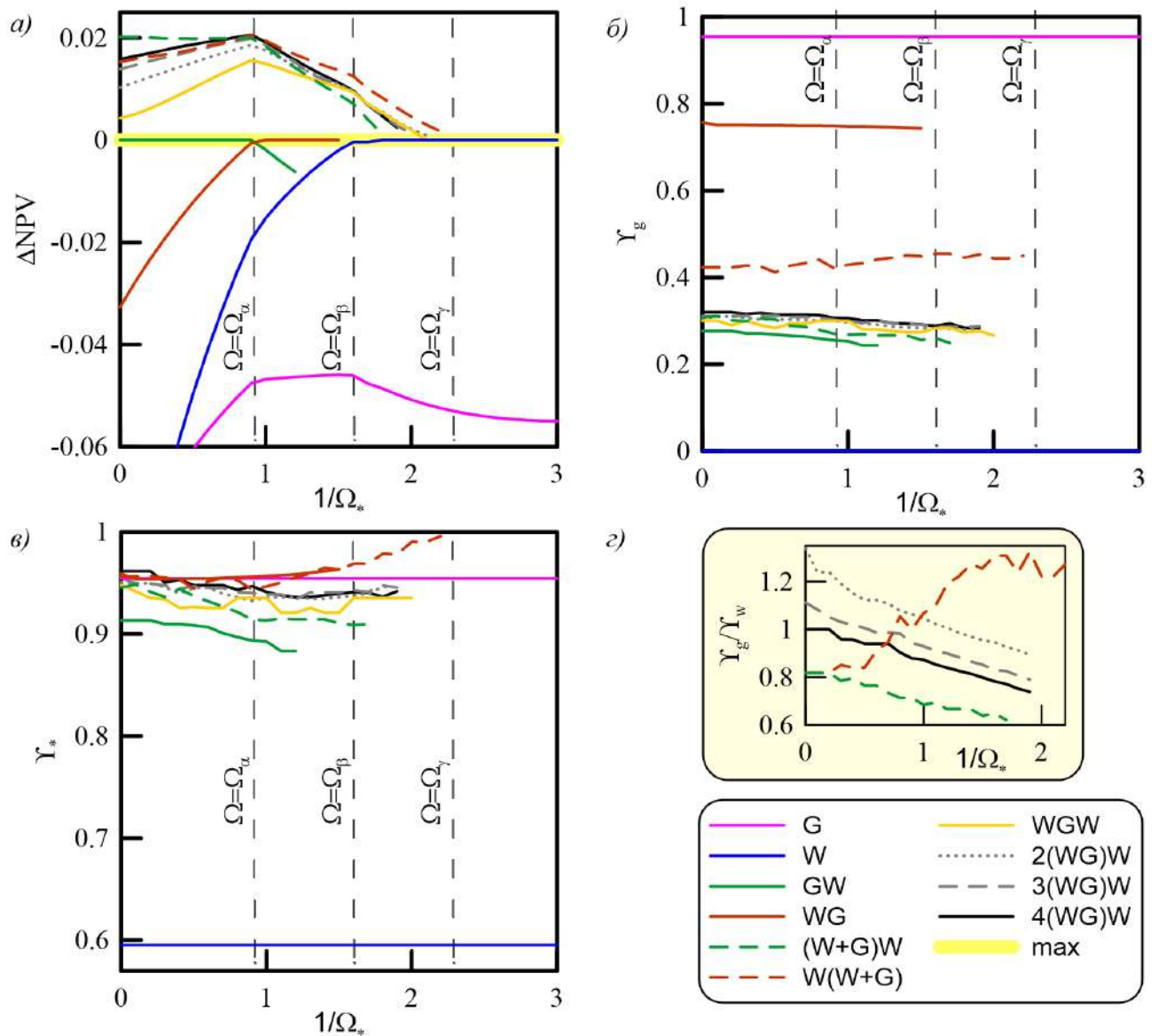


Рисунок 3.10: Зависимость  $\Delta NPV$  (а),  $\gamma_g$  (б) и  $\gamma_*$  (в) от  $1/\Omega_*$  для WAG и SWAG стратегий.

в зависимости от  $\Omega_*$  и стратегии закачки. В целом, отношение  $\gamma_g/\gamma_w$  близко к единице.

Заметим, что для стратегий  $n(WG)W$  NPV немного уменьшается с ростом  $n$  при более низких  $\Omega_\gamma \leq \Omega_* < \Omega_\beta$  (Рисунок 3.10а). Если  $\Omega_*$  лежит в таком диапазоне, то оптимизация стратегий WAG может привести к переключению между различными локальными максимумами NPV. Рассмотрим кривые  $NPV(\gamma)$  для стратегии  $2(WG)W$  при  $\Omega_* = 4/7$  и два разных случая закачки, обозначенных как случаи А и В на Рисунке 3.11. Циклы WAG в случае А намного короче, чем в случае В. Графики NPV от  $\gamma$  для этих стратегий отличаются, однако они имеют почти равные максимумы NPV, достигаемые почти при одном и том же

$\tau_*$ . Точка  $O_*$  на Рисунке 3.11 соответствует этим максимумам. Таким образом, решение задачи (3.11) может переключаться между различными локальными максимумами.

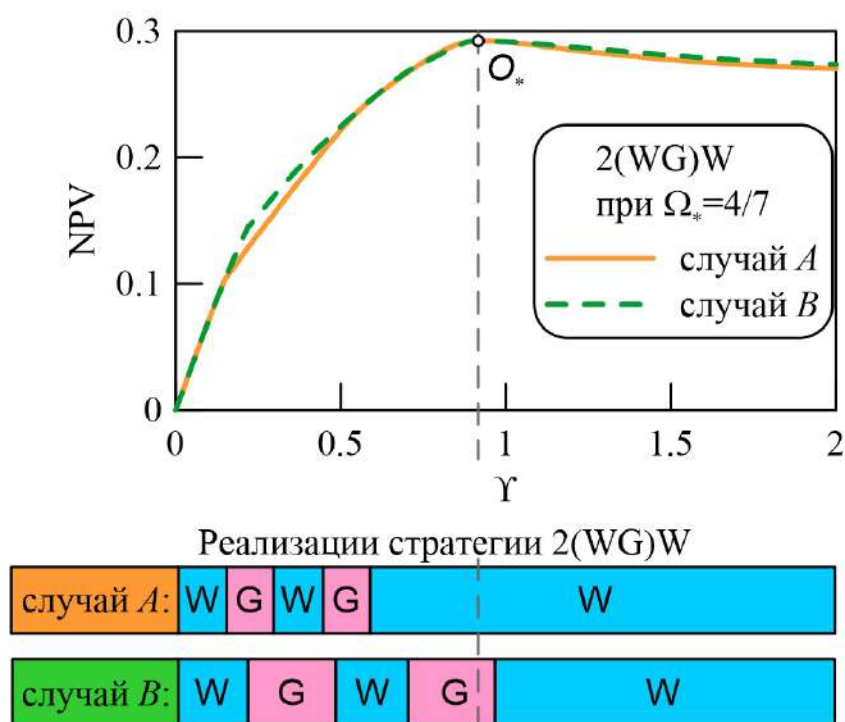


Рисунок 3.11:  $NPV(\gamma)$  для различных стратегий  $2(WG)W$ . На нижней панели показана продолжительность закачки воды и газа.

В случае  $B$  максимальный  $NPV$  достигается в момент времени  $\tau$ , когда последний цикл  $WAG$  не завершен. Возможно, замена закачки  $CO_2$  более дешевой закачкой воды в последнем цикле может еще больше увеличить  $NPV$ . Таким образом, стратегия  $WGW$  может быть лучше, чем  $2(WG)W$  для соответствующего  $\Omega_*$ . На Рисунке 3.10 показаны параметры только для случаев, аналогичных  $A$ , когда  $NPV_*$  достигается на последней стадии заводнения.

Оптимизировать стратегии  $WAG$  и  $SWAG$  сложнее, поскольку они характеризуются большим количеством параметров, чем стратегии  $W$ ,  $G$ ,  $WG$  и  $GW$ . Поскольку эти параметры должны быть определены путем численной оптимизации, расчет может занять довольно много времени. Существование нескольких локальных максимумов  $NPV$  (Рисунки 3.9а и 3.11) добавляет дополнительных сложностей. В первую очередь, циклы  $WAG$  применяются для повышения охвата пласта вытеснением (см. Главу 4), а для рассматриваемого в данной главе одномерного течения дополнительный прирост  $NPV$  за счет применения  $WAG$  или  $SWAG$  является незначительным, как показано на Рисунке 3.10а. Следовательно,

для оценки рентабельности водогазового воздействия в одномерной постановке задачи можно рассматривать только более простые стратегии: W, G, WG и GW.

Рисунок 3.10б позволяет оценить общий объем  $\text{CO}_2$  ( $\Upsilon_g$ ), который необходимо закачать для получения  $\text{NPV}_*$ , показанного на Рисунке 3.10а. Непрерывная закачка газа, G, требует наибольшего значения  $\Upsilon_g = 0.95$ . Вторая стратегия по объемам закачиваемого  $\text{CO}_2$  – это WG. Для этого требуется  $\Upsilon_g \approx 0.75$ . Одновременная закачка  $\text{CO}_2$  и воды в случае W(W+G) позволяет снизить  $\Upsilon_g$  до  $\approx 0.45$ . Для всех остальных стратегий требуются приблизительно равные объемы  $\text{CO}_2$  ( $\Upsilon_g \approx 0.3$ ). Стратегия GW требует наименьшего количества  $\text{CO}_2$ .

Таким образом, в целом, стратегии, использующие либо чистый  $\text{CO}_2$ , либо одновременную закачку воды и  $\text{CO}_2$  на заключительной стадии разработки, требуют значительно больших объемов  $\text{CO}_2$ . Стратегии, использующие закачку  $\text{CO}_2$  на начальной стадии добычи с последующим заводнением, требуют гораздо меньших объемов  $\text{CO}_2$ . Эти объемы незначительно зависят от  $\Omega_*$ .

Общий объем закачанных поровых объемов  $\Upsilon_*$  можно оценить для каждой стратегии с помощью Рисунка 3.10в. Все стратегии, кроме W, требуют закачки приблизительно одного порового объема обеих вытесняющих жидкостей ( $0.9 \leq \Upsilon_* \leq 1$ ). В случае W требуется всего  $\Upsilon_* = \Upsilon_w = 0.59$ . Поскольку, согласно уравнению (3.9),  $\Upsilon_*$  пропорционально  $\tau_*$ , эти выводы могут быть переведены в продолжительность эксплуатации пласта  $\tau_{end} = \tau_*$ . Продолжительность эксплуатации пластов, подвергающихся заводнению, меньше, чем у пластов, к которым применяется водогазовое воздействие.

### 3.4 Влияние цены на нефть

#### 3.4.1 Общие тенденции на картах NPV

В этом разделе оценивается влияние цен на нефть на оптимальные стратегии водогазового воздействия. Карты NPV для вдвое меньшего и вдвое большего  $r_o$ , чем рассмотренные в Разделе 3.3, показаны на Рисунках 3.12а и б соответственно. Эти карты для  $r_o = 6.25$  у.е./т и  $r_o = 25$  у.е./т построены с использованием той же цветовой гаммы, что и карта для  $r_o = 12.5$  у.е./т на Рисунке 3.5а.

В целом, рентабельность оптимальной стратегии для каждого фиксированного значения  $1/\Omega$  и  $\Upsilon$  (и  $\tau$ ) увеличивается с  $r_o$ . Для фиксированной точки на карте значение NPV становится больше от Рисунка 3.12а до Рисунка 3.5а, а за-

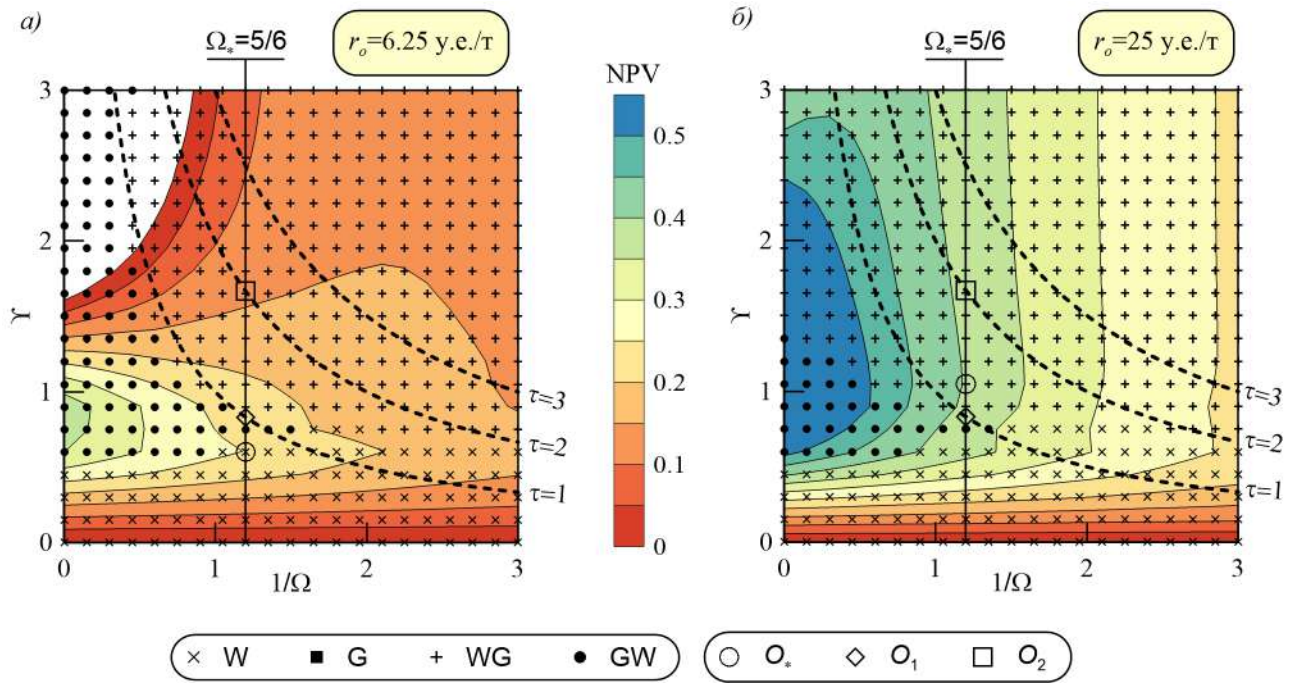


Рисунок 3.12: Карты NPV при  $r_o = 6.25$  у.е./т (а) и  $r_o = 25$  у.е./т (б). Символами показаны оптимальные стратегии. Белая область на панели а соответствует  $NPV < 0$ .

тем до Рисунка 3.12б. Любая стратегия становится убыточной при больших  $\Omega$  и  $\Upsilon$ . Это вызвано отрицательным чистым денежным потоком после истощения запасов нефти. Область убыточных стратегий расширяется с уменьшением  $r_o$ . На Рисунке 3.12б этой области нет, на Рисунке 3.5а в верхнем левом углу есть небольшая, только появляющаяся область  $NPV < 0$  (белая область), а на Рисунке 3.12а область  $NPV < 0$  уже отчетливо видна. Интересное распределение NPV наблюдается при больших  $\tau$  и малых  $\Omega$  (т.е. в правом верхнем углу карты). Оптимальная стратегия WG по-прежнему прибыльна ( $NPV > 0.1$ ) даже при  $\tau > 5$  и низком  $r_o = 6.25$  у.е./т. Казалось бы, закачка довольно дорогого  $CO_2$  должна привести к отрицательному NPV после истощения резервуара при  $\Upsilon \sim 1$ . Такое поведение лучше объясняется в размерных переменных возрастающим влиянием ставки дисконтирования  $D$  при уменьшении скорости закачки  $Q$ . При меньших  $Q$  закачка  $CO_2$  происходит позже, когда дисконтированная стоимость закачки  $CO_2$  очень низкая. Например, если  $D = 0.1$ ,  $t_{ds} = 1$  год и  $\tau = 3$ , т.е.  $t = 31.5$  год, то знаменатель в уравнении (3.2) равен 20.1. Таким образом, текущая стоимость денежного потока при  $t = 31.5$  год умножается на  $\approx 0.05$  и существенно не влияет на NPV.

Интересная тенденция заключается в том, что область плоскости  $\{1/\Omega, Y\}$ , где GW – оптимальная стратегия, больше для меньших  $r_o$ . С уменьшением  $r_o$  она расширяется вверх вблизи оси  $Y$  (Рисунок 3.12а). Это происходит в области больших значений  $\Omega$ , где NPV выше, и, таким образом, это может быть актуально для конкретных месторождений. Следовательно, закачка CO<sub>2</sub> должна применяться в качестве основного метода добычи при низком  $r_o$  и большом  $\Omega_*$ .

### 3.4.2 Влияние $r_o$ на критерий оптимизации

Как показано на Рисунке 3.12, контурные линии NPV являются почти вертикальными прямыми линиями при высоком  $r_o = 25$  у.е./т и  $Y > 0.5$ . Контурные линии для низких  $r_o = 6.25$  у.е./т, наоборот, являются наклонными или даже горизонтальными линиями при  $Y > 0.5$ . Это демонстрирует актуальность критерия (3.11), особенно при низких ценах на нефть. Например, предположим, что резервуар характеризуется максимальной скоростью закачки, равной  $\Omega_* = 5/6$ . Если  $r_o = 25$  у.е./т и рассмотреть  $\tau_{end} = 2$  как фиксированную продолжительность разработки месторождения, выбирая критерий (3.10) для определения оптимальной стратегии, то оптимальное решение – точка  $O_2$  на Рисунке 3.12б.  $NPV_\tau$  для этой точки близко к 0.4. Любое значение  $\tau_{end}$  между 1 и 2 приводит к оптимальной стратегии с  $NPV_\tau \approx 0.4$ , поскольку соответствующая точка  $O$  перемещается вдоль контурной линии  $NPV = 0.4$ . Даже для  $\tau_{end} = 3$   $NPV_\tau$  все еще близко к 0.4, хотя это значение, конечно, меньше, чем для  $1 \leq \tau_{end} \leq 2$ . Если применяется критерий (3.11), то оптимальной является стратегия, соответствующая точке  $O_*$ , где  $NPV_*$  снова около 0.4. Выигрыш в NPV в результате применения критерия (3.11) вместо (3.10) незначителен, поскольку  $O_*$ ,  $O_1$  и  $O_2$  находятся вблизи одной и той же вертикальной контурной линии  $NPV = 0.4$ . Таким образом, можно сделать вывод, что при  $r_o = 25$  у.е./т изменение  $\tau_{end}$  для оптимизации не имеет значения и достаточно применить критерий (3.10).

Описанная ситуация кардинально изменяется при низкой цене на нефть, т.е.  $r_o = 6.25$  у.е./т. В этом случае, если рассматривать  $\tau_{end} = 1$  или 2 как заданную продолжительность эксплуатации месторождения, то получаются точки  $O_1$  или  $O_2$  на Рисунке 3.12а. Теперь эти точки соответствуют различным  $NPV_\tau \approx 0.23$  и  $\approx 0.14$  для  $O_1$  и  $O_2$  соответственно, потому что контурные линии NPV отличаются от таковых при  $r_o = 25$  у.е./т. Точки  $O_1$  и  $O_2$  не расположены вдоль контурной линии. Следовательно,  $\tau_{end}$  существенно влияет на  $NPV_\tau$  и оптимальную стра-



тегию. Если применяется критерий (3.11), то решение задачи – точка  $O_*$  на Рисунке 3.12а, которая соответствует  $NPV_* \approx 0.25$  и  $\tau_* = \tau_{end} \approx 0.6$ . Оптимальной стратегией является заводнение ( $O_*$ ), а не GW или WG ( $O_1$  и  $O_2$ ).

Таким образом, применение критерия (3.11) особенно актуально при низких ценах на нефть.

### 3.4.3 Зависимость оптимальной стратегии от $r_o$

Влияние  $r_o$  на оптимальные стратегии, определяемые критерием (3.11), можно оценить по диаграмме на Рисунке 3.13. Диаграмма согласуется с Рисунком 3.7а при  $r_o = 12.5$  у.е./т. При данной цене на нефть GW является оптимальной стратегией для высоких  $\Omega_*$ , тогда как W является оптимальной стратегией для низких  $\Omega_*$ . Стратегия WG является наиболее прибыльной для промежуточного диапазона  $\Omega_*$  между  $O_\alpha$  и  $O_\beta$ . Этот диапазон, соответствующий WG, значительно увеличивается с увеличением  $r_o$ . Если  $r_o$  выше 30 у.е./т, то WG является оптимальной стратегией почти для всех  $\Omega_*$ , за исключением узкой области вблизи оси  $r_o$ , где GW лучше. Однако, как уже отмечалось, такие значения  $\Omega_*$  могут оказаться недостижимыми из-за ограниченной приемистости. Таким образом, закачка  $CO_2$  должна применяться в качестве метода третичной добычи при высоких ценах на нефть.

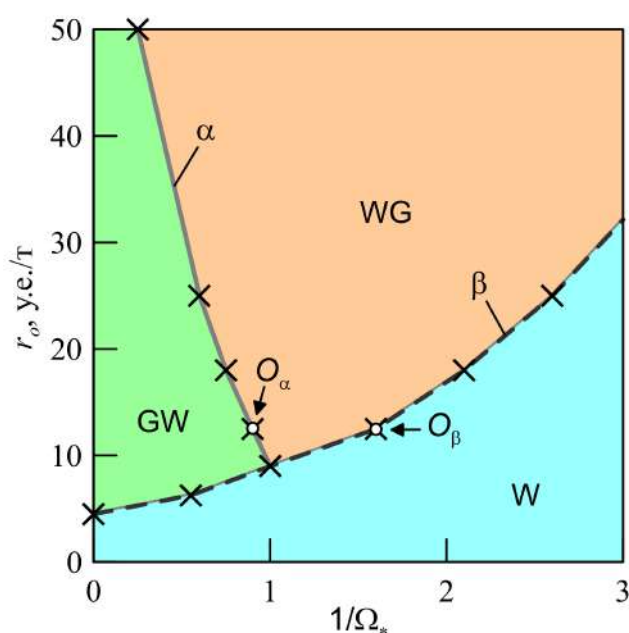


Рисунок 3.13: Карта оптимальных стратегий в плоскости  $\{1/\Omega_*, r_o\}$ . Символы  $\times$  показывают точки, используемые для построения диаграммы. Линии  $\alpha$  и  $\beta$  – множество точек  $O_\alpha$  и  $O_\beta$  для различных  $r_o$ .

Ситуация качественно иная при низких  $r_o$ . Если  $r_o$  становится меньше, то протяженность области WG вдоль оси  $1/\Omega_*$  уменьшается. Область WG исчезает при стоимости нефти  $r_o \approx 9$  у.е./т (Рисунок 3.13). При этом и других близких значениях  $r_o$  закачка  $\text{CO}_2$  должна применяться в качестве основного (вторичного) метода добычи, если  $\Omega_*$  высока. Если высокая скорость закачки невозможна (т.е.  $\Omega_*$  мала), то наиболее прибыльной стратегией является заводнение. Область GW резко уменьшается, если  $r_o$  опускается ниже 9 у.е./т. Она исчезает при  $r_o \approx 4.5$  у.е./т. Только закачка воды может быть прибыльной при более низких  $r_o$ .

Таким образом, общая тенденция заключается в том, что закачка воды становится оптимальной стратегией при низких  $r_o$ . Предельная цена на нефть, при которой закачка  $\text{CO}_2$  может быть прибыльной, зависит от  $\Omega_*$ . Соответствующая функция  $r_o(1/\Omega_*)$  – пунктирная кривая  $\beta$  на Рисунке 3.13, т.е. граница между W и либо WG, либо GW.

### 3.5 Выводы к Главе 3

В данной главе показано, что оптимизация водогазового воздействия при низких ценах на нефть отличается от оптимизации при высоких ценах на нефть. Рассматривая идеализированный процесс вытеснения в одномерной постановке задачи, показано, что учет времени закачки как переменной важен в исследованиях оптимизации. Оптимальное время эксплуатации месторождения следует определять, а не фиксировать, особенно при низких  $r_o$ , так как это может привести к значительному увеличению NPV. Дополнительным преимуществом критерия (3.11) является то, что определенные с его помощью стратегии характеризуются высокой эффективностью захоронения  $\text{CO}_2$ . Таким образом, эффективность может быть дополнительно улучшена при экономическом стимулировании подземного захоронения  $\text{CO}_2$  [59].

Показано, что стратегии, предполагающие закачку  $\text{CO}_2$  на поздних стадиях разработки месторождения, требуют использования больших объемов закачиваемого газа по сравнению со стратегиями, предполагающими закачку  $\text{CO}_2$  на ранних этапах разработки. Также показано, что применение стратегий WAG и SWAG при исследовании одномерных течений дает незначительное увеличение эффективности. Следовательно, для оценки рентабельности водогазового



воздействия в одномерной постановке задачи достаточно рассматривать более простые стратегии: W,G, WG и GW.

Также показано, что закачку  $\text{CO}_2$  часто следует рассматривать в качестве основного метода добычи, если проницаемость пласта позволяет обеспечить высокие скорости закачки. Опять же, это особенно важно при низком  $r_o$ . Закачку  $\text{CO}_2$  в качестве третичного метода, наоборот, следует применять при высоком  $r_o$  и начинать ее гораздо раньше, чем вода прорвется к добывающим скважинам. С уменьшением  $r_o$  в какой-то момент стратегия W становится оптимальной. Данное исследование помогает оценить предельную цену на нефть и стратегию, при которой закачка  $\text{CO}_2$  по-прежнему выгодна.

Безусловно, полученные результаты являются оценочными, поскольку рассматривается идеализированная модель коллектора. Проблема заключается в том, что используются конкретные кривые относительной проницаемости и состав нефти. Конечно, результаты могут количественно зависеть от этих параметров. Одна из основных проблем заключается в том, что в данной главе предполагается 100% охват пласта вытеснением, поскольку гравитационное расслоение, сила тяжести и другие явления не учитываются. Кроме того, задавая большую абсолютную проницаемость, в работе пренебрегается изменением пластового давления. Все эти эффекты могут по-разному влиять на эффективность и рентабельность закачки  $\text{CO}_2$  на конкретных месторождениях. Результаты исследования этих эффектов изложены в Главах 2 и 4 данной диссертации. Таким образом, результаты данной главы являются качественными оценками для NPV, которые могут измениться в конкретных ситуациях. Однако теоретические соображения этой главы, основанные на построении карт NPV, могут быть легко обобщены для более сложных случаев двумерных и трехмерных течений. Необходимо изменить только модель резервуара, в то время как безразмерные переменные, введенные в Разделе 3.2, останутся прежними. Например, влияние отношения подвижности газа и нефти на охват пласта может быть оценено с помощью двумерного площадного (например, 5-точечного) моделирования коллектора [91]. Карта NPV может быть построена аналогичным образом для таких случаев, а использование предлагаемых безразмерных величин помогает улучшить оценки. Более того, сравнивая такие карты NPV с картами данного исследования, можно оценить вклад процессов охвата пласта и локального вытеснения в общую эффективность и рентабельность добычи.

## Глава 4

### Водогазовое воздействие на нефтенасыщенные пласты в поле силы тяжести

Цель настоящей главы – оценить взаимное влияние стратификации фаз и анизотропной проницаемости, подробно исследованных в Главе 2, и фазовых превращений, рассмотренных в Главе 3, на фильтрацию при водогазовом воздействии. Дополнительное осложнение связано с тем, что водогазовое воздействие сопровождается трехфазными течениями нефти, воды и газа, тогда как в Главе 2 получены результаты только для двухфазных течений нефти и воды или нефти и газа.

#### 4.1 Постановка задачи

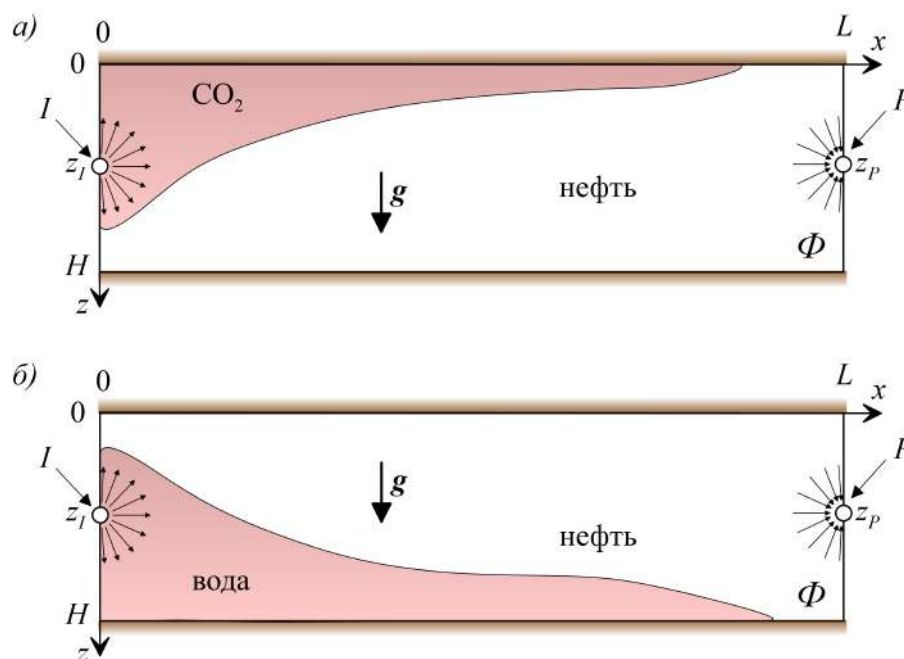


Рисунок 4.1: Схема течения в области  $\Phi$  при закачке газа (а) и воды (б).

Рассматривается двумерная постановка задачи изотермической фильтрации в области  $\Phi$ ,  $(x, z) \in [0, L] \times [0, H]$ , описывающей срез проницаемого пласта

толщины  $H$  между двумя горизонтальными скважинами, расположенными на расстоянии  $L$  (Рисунок 4.1). Область  $\Phi$  характеризуется однородным распределением пористости  $\phi$  и однородным, но анизотропным распределением проницаемости  $\mathbf{k} = \text{diag}\{k_x, k_z\}$ , где  $k_x$  и  $k_z$  – горизонтальная и вертикальная проницаемость, соответственно.

Начальные и граничные условия описываются соотношениями (1.11), (1.12) – (1.14). Рассматриваются только два типа вытесняющей жидкости: вода и  $\text{CO}_2$ . Стратегии закачки описаны в Разделе 1.4. При водогазовом воздействии на нефтяные пласты в периоды закачки воды для нагнетательной скважины выставляются следующие условия:

$$\int_{\partial\Phi_I} \mathbf{u}_w d\mathbf{S} = Q, \quad \mathbf{u}_g \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{на} \quad \partial\Phi_I,$$

а в периоды закачки газа:

$$\int_{\partial\Phi_I} \mathbf{u}_g d\mathbf{S} = Q, \quad \mathbf{u}_w \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{на} \quad \partial\Phi_I$$

Трехфазная фильтрация рассматривалась в Главе 3, но постановка задачи была одномерной, т.е. рассматривалось вытеснение только в режиме 1D. В этой же главе рассматривается двумерная постановка задачи, а значит, как и в Главе 2, при закачке  $\text{CO}_2$  газ, как более легкая фаза, из-за силы Архимеда может подниматься к кровле пласта. Вода же, как более тяжелая фаза относительно нефти, может опускаться к подошве пласта. В этой главе будут рассмотрены процессы вытеснения в режимах PF и AR. Таким образом, при водогазовом воздействии газ охватывает верхнюю область пласта, а вода – нижнюю. Следовательно, коэффициент охвата пласта должен увеличиваться при закачке двух вытесняющих жидкостей относительно закачки только газа или только воды.

## 4.2 Параметры, определяющие режимы трехфазного течения

Так как в этой главе рассматривается трехфазное течение нефти, воды и газа, то количество параметров подобия увеличивается по сравнению со случаем двухфазного течения, исследованного в Главе 2. Напомним, что в Главе 2 процессы двухфазного течения характеризовались шестью критериями подобия  $\text{Gr}$ ,  $\Gamma$ ,  $A$ ,  $\Pi$ ,  $\text{Ca}$  и  $M$  (см. (2.22), (2.25) – (2.26), (2.28)), из которых только четыре были

независимыми. Так как при водогазовом воздействии нефть вытесняется двумя различными жидкостями (водой и  $\text{CO}_2$ ), то число критериев подобия удвоится.

Процессы, сопровождающие вытеснение нефти газом, характеризуются следующими параметрами подобия:

$$\begin{aligned} \text{Gr}_g &= \frac{\mu_o L Q}{(\rho_o - \rho_g) g k_x H^2}, & \text{Ca}_g &= \frac{\mu_o L Q}{p_{cog, \max} k_x H}, & \Pi_g &= \frac{p_{cog, \max}}{(\rho_o - \rho_g) g H}, \\ \Gamma_g &= \frac{Q \mu_o}{k_z (\rho_o - \rho_g) g L}, & M_g &= \frac{k_{rg, \max} \mu_o}{\mu_g} \end{aligned} \quad (4.1)$$

В соотношениях (4.1) присутствуют только параметры нефти и газа. Причем параметры фаз вычисляются при  $p = p_0$  и начальном составе нефти  $\zeta_0$ .

Аналогично вводятся параметры, характеризующие вытеснение нефти водой:

$$\begin{aligned} \text{Gr}_w &= \frac{\mu_o L Q}{(\rho_w - \rho_o) g k_x H^2}, & \text{Ca}_w &= \frac{\mu_o L Q}{p_{cow, \max} k_x H}, & \Pi_w &= \frac{p_{cow, \max}}{(\rho_w - \rho_o) g H}, \\ \Gamma_w &= \frac{Q \mu_o}{k_z (\rho_w - \rho_o) g L}, & M_w &= \frac{k_{rw, \max} \mu_o}{\mu_w} \end{aligned} \quad (4.2)$$

В соотношениях (4.2) присутствуют только параметры воды и нефти. Причем параметры фаз вычисляются при  $p = p_0$  и начальном составе нефти  $\zeta_0$ .

Критерий подобия  $A$  из соотношения (2.26) одинаковый для процессов вытеснения газом и водой, так как он зависит только от параметров пласта и не зависит от параметров жидкости:

$$A = \sqrt{\frac{\text{Gr}_g}{\Gamma_g}} = \sqrt{\frac{\text{Gr}_w}{\Gamma_w}} = \frac{L}{H} \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad (4.3)$$

В данной главе эффективность водогазового воздействия оценивается по чистой приведенной стоимости. При решении задачи нужно использовать соотношения для денежных потоков из Главы 3. Следовательно, темп закачки газа и воды будем описывать безразмерным расходом  $\Omega$  из уравнения (3.8):

$$\Omega = \frac{\Upsilon_{ds}}{\ln(1 + D)} = \frac{Q t_{ds}}{V_{hc}} \frac{1}{\ln(1 + D)} = \text{const} \quad (4.4)$$

Для определения соотношений между критериями подобия (4.1) и (4.2) введем дополнительно следующие безразмерные параметры:

$$N_\rho = \frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_o}, \quad N_c = \frac{p_{cog,max}}{p_{cow,max}} \quad (4.5)$$

Учитывая (4.1) – (4.5), всего имеем 14 параметров. Переменные  $M_g$ ,  $M_w$ ,  $N_\rho$  и  $N_c$  при заданном составе нефти и фиксированных пластовом давлении и температуре постоянны. То есть любой нефтяной пласт, находящийся при заданных термобарических условиях, характеризуется этими четырьмя константами, причем их значения не зависят от метода или стратегии его разработки. Среди остальных 10 параметров только 4 являются независимыми. В данной работе в качестве независимых переменных выбраны  $\Omega$ ,  $Gr_g$ ,  $\Pi_g$  и  $\Gamma_g$ . Остальные переменные выражаются следующим образом:

$$A = \sqrt{\frac{Gr_g}{\Gamma_g}}, \quad Ca_g = \frac{Gr_g}{\Pi_g}$$

$$Gr_w = Gr_g N_\rho, \quad \Pi_w = \Pi_g \frac{N_\rho}{N_c}, \quad \Gamma_w = \Gamma_g N_\rho, \quad Ca_w = Ca_g N_c,$$

Таким образом, безразмерные параметры  $Gr$ ,  $\Gamma$ ,  $\Pi$  и  $Ca$  с индексом  $w$  выражаются через аналогичные параметры с индексом  $g$  и через  $N_\rho$  и  $N_c$ . Далее в данной главе зафиксируем значения  $N_\rho = 1.38$ ,  $N_c = 0.138$ ,  $M_g = 8.6$ ,  $M_w = 0.96$ . Тогда получается, что  $Gr$  и  $\Gamma$  для воды и газа – величины одного порядка, а значит режим вытеснения в случае закачки воды будет такой же, как и в случае закачки газа. То есть если при заданных параметрах и закачке газа реализуется режим PF, то и при закачке воды тоже должен реализовываться режим PF, а если при закачке газа реализуется режим AR, то и при закачке воды тоже должен реализовываться режим AR.

### 4.3 Эффективность стратегий в режиме PF

#### 4.3.1 Примеры распределения параметров течения

Рассмотрим течение при

$$\Omega = 1, \quad Gr_g = 1, \quad \Pi_g = 0.01, \quad \Gamma_g = 0.01 \quad (4.6)$$

для различных стратегий закачки. Эти параметры соответствуют режиму PF как в случае закачки воды, так и газа.

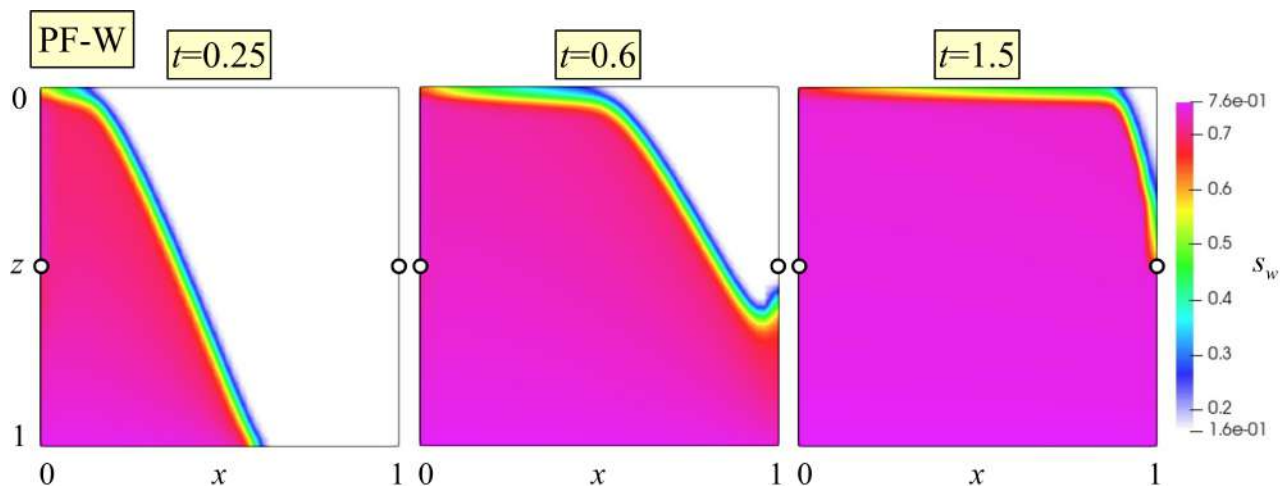


Рисунок 4.2: Распределение насыщенности воды в режиме PF при стратегии закачки W в моменты времени  $t = 0.25, 0.6$  и  $1.5$ .

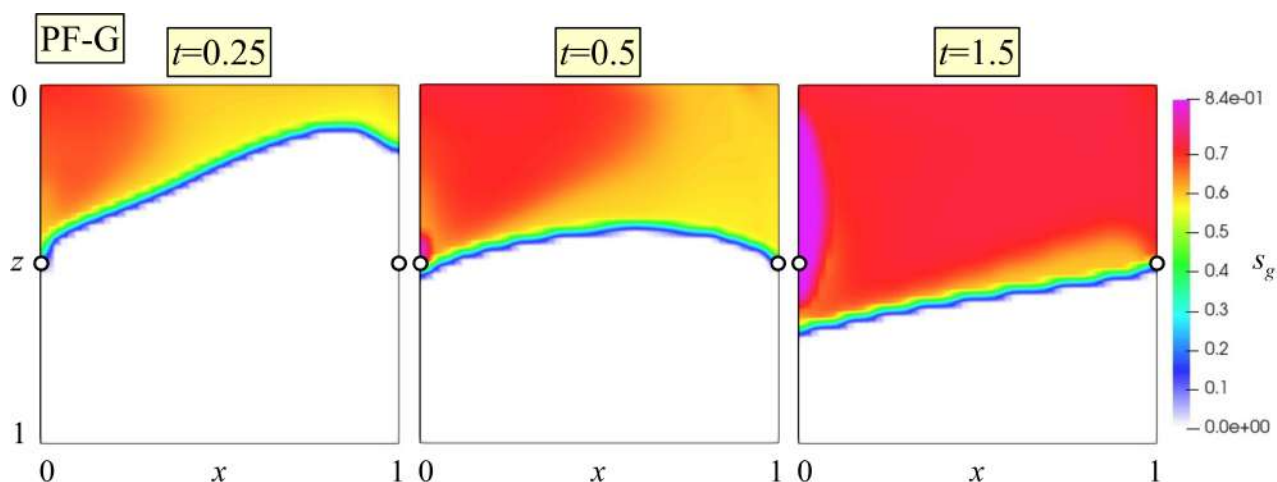


Рисунок 4.3: Распределение насыщенности газа в режиме PF при стратегии закачки G в моменты времени  $t = 0.25, 0.5$  и  $1.5$ .

В Главе 2 рассматривалось течение двух несжимаемых несмешивающихся жидкостей. В соответствии с математической моделью, описанной в Главе 1, в данной главе вода – отдельная, несмешивающаяся с углеводородными фазами жидкость,  $\text{CO}_2$  может растворяться в нефти, а легкие компоненты нефти могут испаряться в газ. Тогда при закачке воды течение не должно отличаться от такого в Главе 2. На Рисунке 4.2 показано рассчитанное распределение насыщенности воды в режиме PF при стратегии W. Распределение насыщенности воды на Рисунке 4.2, в целом, соответствует распределению жидкости  $i$  на Рисунке 2.18 при  $M \approx 0.5 - 1$ , отраженному относительно линии  $z = 1/2$ . Незначительные

отличия связаны с тем, что в течении, параметры которого изображены на Рисунке 4.2,  $Gr_w = 1.38$ , а  $\Gamma = 0.0138$ , тогда как на Рисунке 2.18  $Gr = 1$ , а  $\Gamma = 0.01$ . Кроме того, течения рассчитаны при различных ОФП, так как в Главе 2  $s_{wc} = 0$ , а в данной главе  $s_{wc} = 0.16$ . Однако, в целом, имеется хорошее качественное соответствие результатов на Рисунках 4.2 и 2.18.

При закачке газа распределения насыщенностей газа и нефти могут измениться по сравнению с распределениями, приведенными в Главе 2, так как теперь учитываются фазовые переходы  $CO_2$  и УВ компонент. На Рисунке 4.3 показано рассчитанное распределение насыщенности газа при стратегии G с учетом фазовых переходов. Эти распределения качественно соответствуют распределениям насыщенностей фаз, показанным на Рисунке 2.6. Таким образом, в случае стратегии G фазовые переходы не приводят к качественному изменению параметров течения.

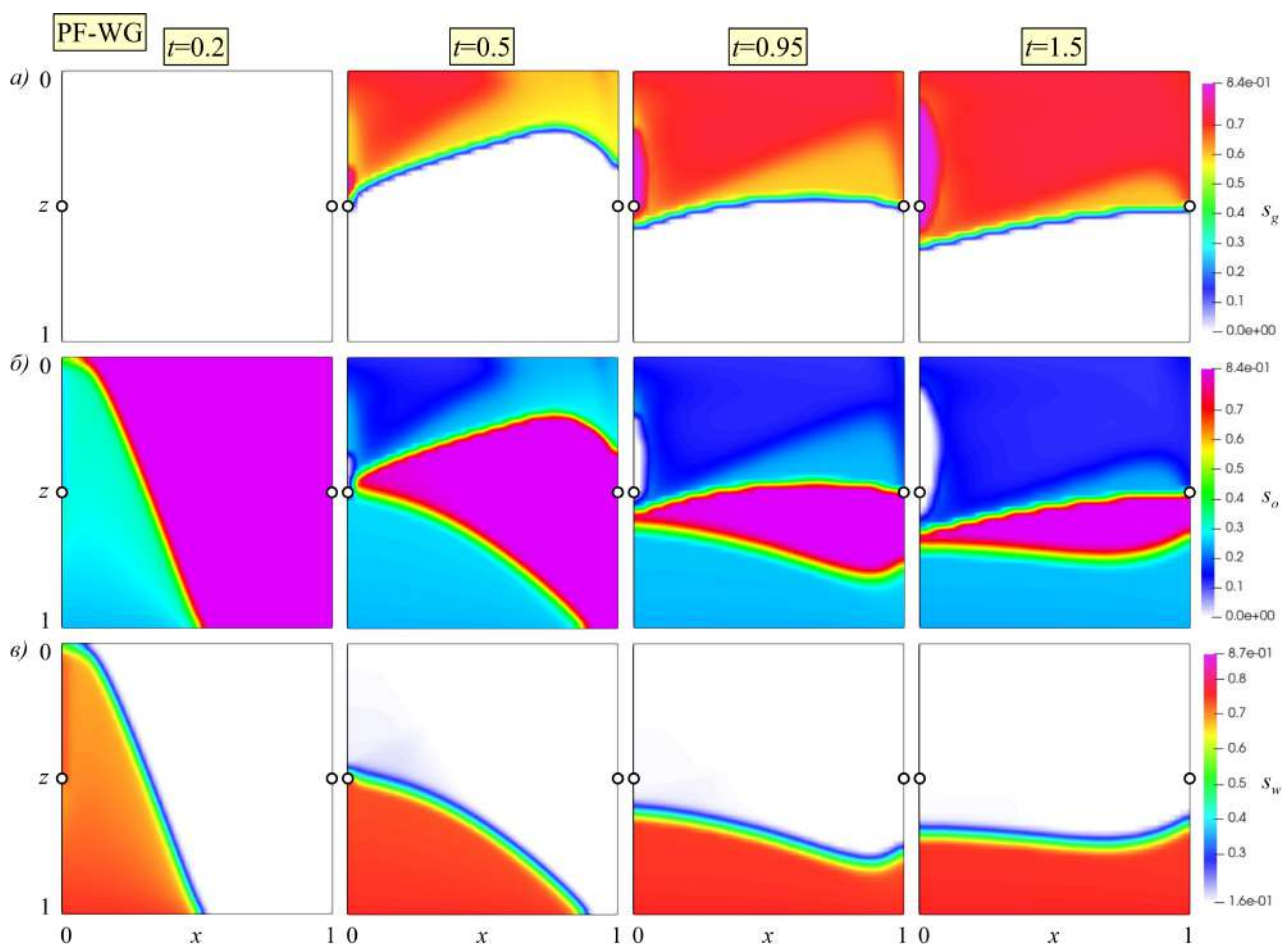


Рисунок 4.4: Распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме PF при стратегии закачки WG, где  $\Upsilon_w = 0.2$ . Распределения показаны в моменты времени  $t = 0.2, 0.5, 0.95$  и  $1.5$ .

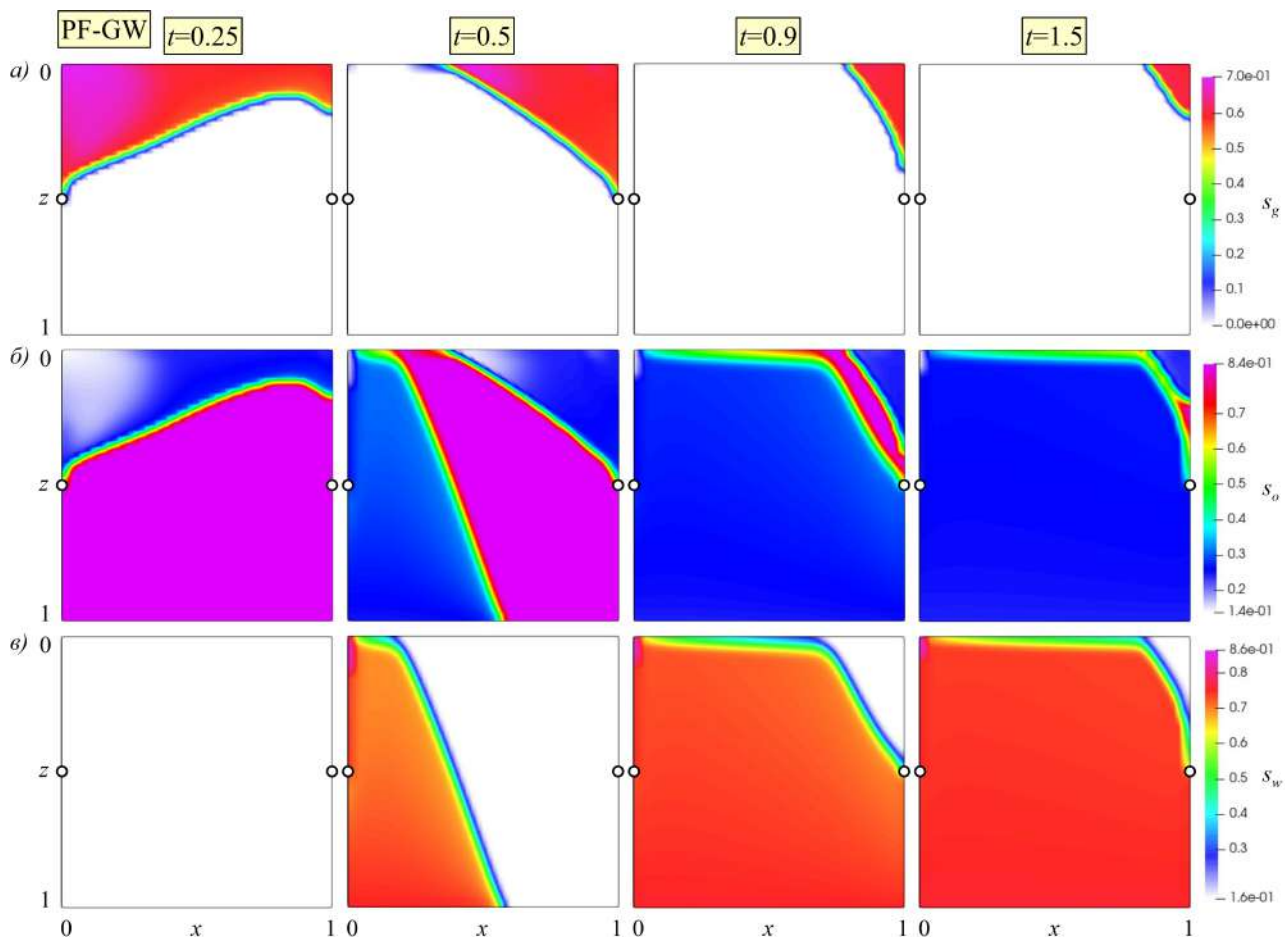


Рисунок 4.5: Распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме PF при стратегии закачки GW, где  $\Upsilon_g = 0.25$ . Распределения показаны в моменты времени  $t = 0.25, 0.5, 0.9$  и  $1.5$ .

Таким образом, различие распределений насыщенности вытесняющей фазы на Рисунках 4.2 и 4.3, с учетом возможного отражения относительно прямой  $z = 1/2$ , связано с различными значениями критериев подобия  $M_w$  и  $M_g$ .

Рассмотрим теперь стратегии чередующейся закачки воды и  $\text{CO}_2$ : WG (Рисунок 4.4), GW (Рисунок 4.5) и 2(WG)W (Рисунок 4.6). Количество закачанных поровых объемов воды ( $\Upsilon_w$ ) и газа ( $\Upsilon_g$ ) взяты из Главы 3 как оптимальные значения при максимизации NPV в режиме 1D. На начальных этапах закачки распределение насыщенностей закачиваемых воды и газа во всех случаях не отличается от стратегий W и G. При закачке воды в малом количестве ( $\Upsilon_w = 0.2$ ) и дальнейшей закачке газа распределение насыщенности воды отличается от такового для стратегии W. В случае WG вода опускается к подошве пласта ( $z = 1$ ), когда начинается закачка газа. Таким образом, вода вытесняет нефть из нижней части пласта, оттесняя нефть вверх и продвигая ее к стоку, а после газ вытесняет нефть из верхней части пласта. В случае стратегии GW обратная ситуация:



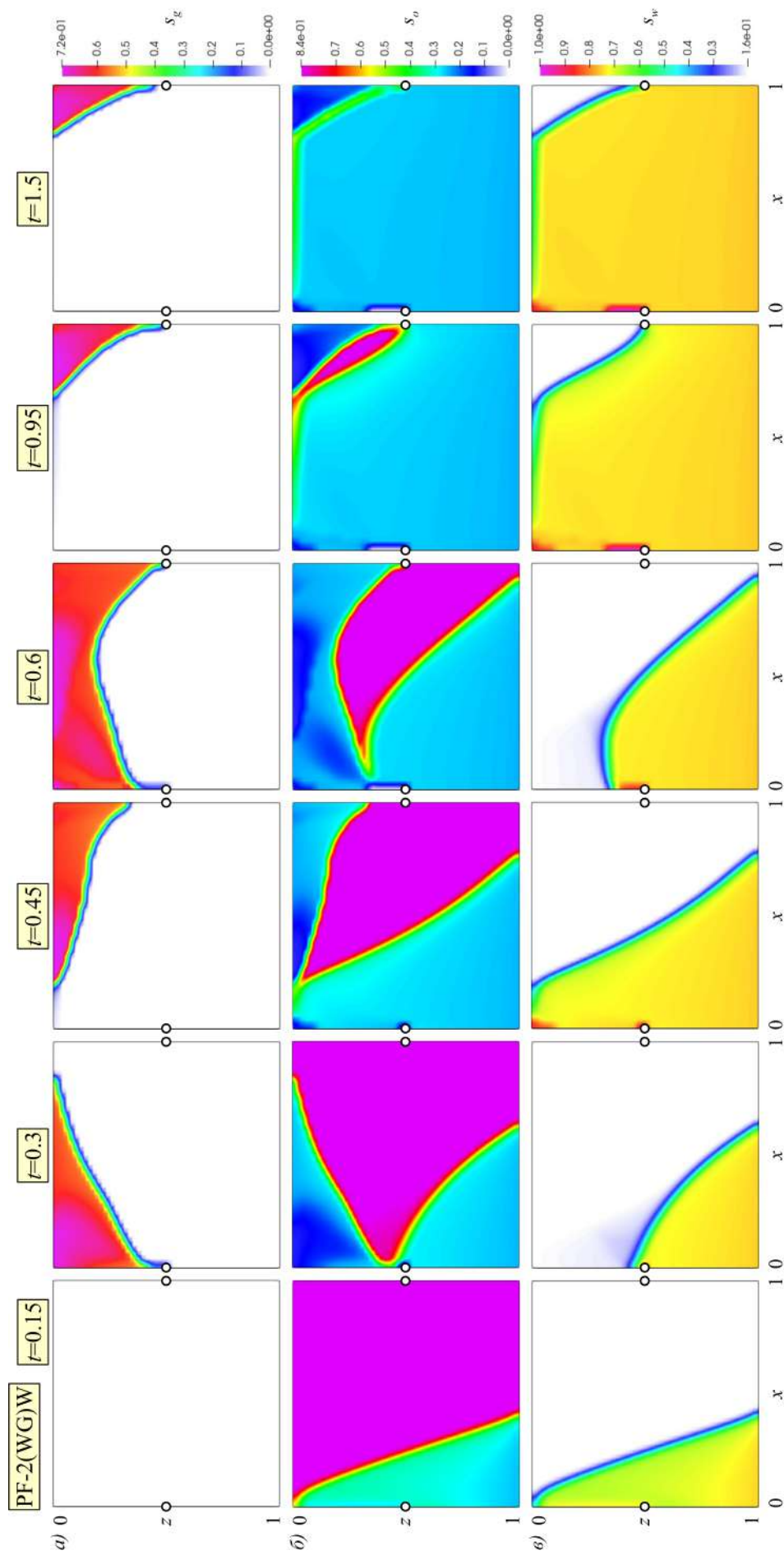


Рисунок 4.6: Распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме PF при стратегии закачки  $2(WG)W$ , где  $Y_w = Y_g = 0.15$ . Распределения показаны в моменты времени  $t = 0.15, 0.3, 0.45, 0.6, 0.95$  и  $1.5$ .

сначала газ из верхней части вытесняет нефть, а затем вода – из нижней части. Здесь в случае стратегии GW охват пласта вытеснением больше, так как вода на второй стадии действует на нефть как поршень, а газ, закачанный в начале разработки месторождения, вытесняет нефть из угла при  $x = 1, z = 0$  (чего не происходило при стратегии W).

В случае стратегии 2(WG)W наблюдается наибольший охват пласта вытеснением среди всех рассмотренных стратегий (Рисунок 4.6). Газ, как и в случае стратегии GW, помогает вытеснить нефть из правого верхнего угла при  $x = 1, z = 0$ .

### 4.3.2 Сравнение эффективности вытеснения

Оценим чистую приведенную стоимость в двумерной постановке задачи с учетом фазовых переходов для различных стратегий, описанных в Разделе 1.4. На Рисунке 4.7 приведен график NPV в зависимости от безразмерного времени. Приведены результаты расчетов для течений в режиме PF при параметрах подобия (4.6) и при положениях источника и стока СС. Здесь для каждой стратегии количество закачанной воды и газа такое же, как в Разделе 4.3.1, т.е. значения  $\Upsilon_w$  и  $\Upsilon_g$  полагаются равными их значениям для оптимизированного режима 1D (см. Главу 3).

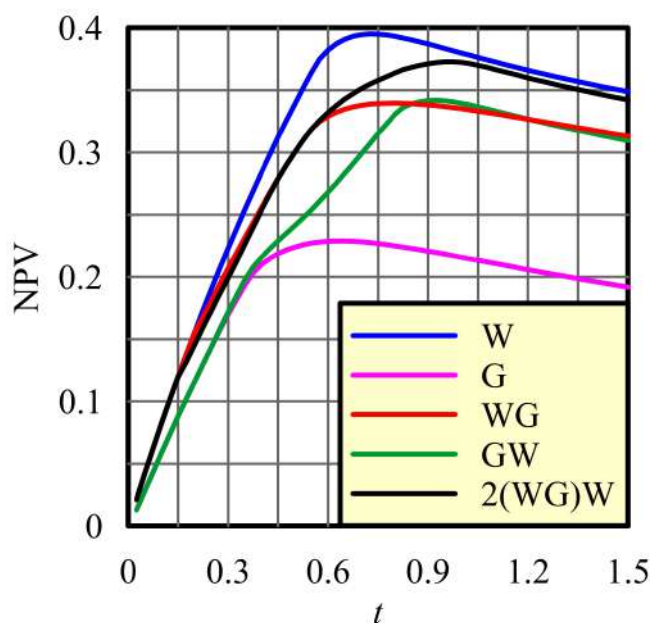


Рисунок 4.7: Значение чистой приведенной стоимости в зависимости от времени в режиме PF при положениях источника и стока СС для различных стратегий закачки.

В режиме PF в любой момент времени максимальное значение NPV достигается при стратегии W (Рисунок 4.7). При закачке газа на первом этапе достигаются меньшие значения NPV, чем при закачке воды, так как закачка  $\text{CO}_2$  дороже и добывается меньше нефти из-за растворения в ней газа. При  $t < 0.6$  также эффективны, хоть и немного меньше, стратегии WG и 2(WG)W. При  $t > 1$  NPV в случае стратегии 2(WG)W приближается к значениям NPV для стратегии W, а эффективности стратегий WG и GW одинаковы. Стратегия G является наименее эффективной.

Таким образом, в режиме PF рейтинг стратегий изменяется по сравнению со случаем 1D, что, очевидно, связано с неравномерностью охвата пласта вытеснением из-за гравитационного расслоения фаз. В режиме PF стратегия W является наилучшей, однако рейтинг других стратегий с закачкой газа остался таким же, как в 1D (см. Рисунок 3.8). Это означает, что оптимальные объемы закачки газа и воды, полученные в 1D расчетах, не позволяют достоверно оценить эффективность стратегий в условиях интенсивной стратификации фаз. Тем не менее, учитывая сохранившийся рейтинг стратегий с закачкой газа, такая оптимизация позволяет получить ряд верных качественных оценок.

#### **4.3.3 Влияние положения добывающей скважины на эффективность вытеснения**

Рассмотрим влияние положения добывающей скважины на эффективность вытеснения в режиме PF. Напомним, что в Главе 2 показано, что положение именно этой скважины является определяющим в режиме PF. На Рисунке 4.8 сплошными линиями показаны рассчитанные значения чистой приведенной стоимости при положении добывающей скважины в центре пласта (при  $z_p = 1/2$ ), а пунктирными линиями – у подошвы пласта (при  $z_p = 1$ ). Для всех стратегий, кроме W, пунктирная линия лежит выше, чем соответствующая сплошная линия, т.е. при положении добывающей скважины у подошвы пласта эффективность стратегии увеличивается.

Это связано с влиянием плавучести газа на коэффициент охвата пласта в стратегиях, предполагающих закачку значительных объемов газа. Действительно, более легкий газ скапливается у кровли пласта ( $z = 0$ ) и позже прорывается к скважине, если она проведена при  $z_p = 1$ , а не при меньших глубинах. Это и обуславливает повышение эффективности вытеснения в случае CL по сравнению со случаем CC. Резюмируя, можно заключить, что в стратегиях, предполагающих

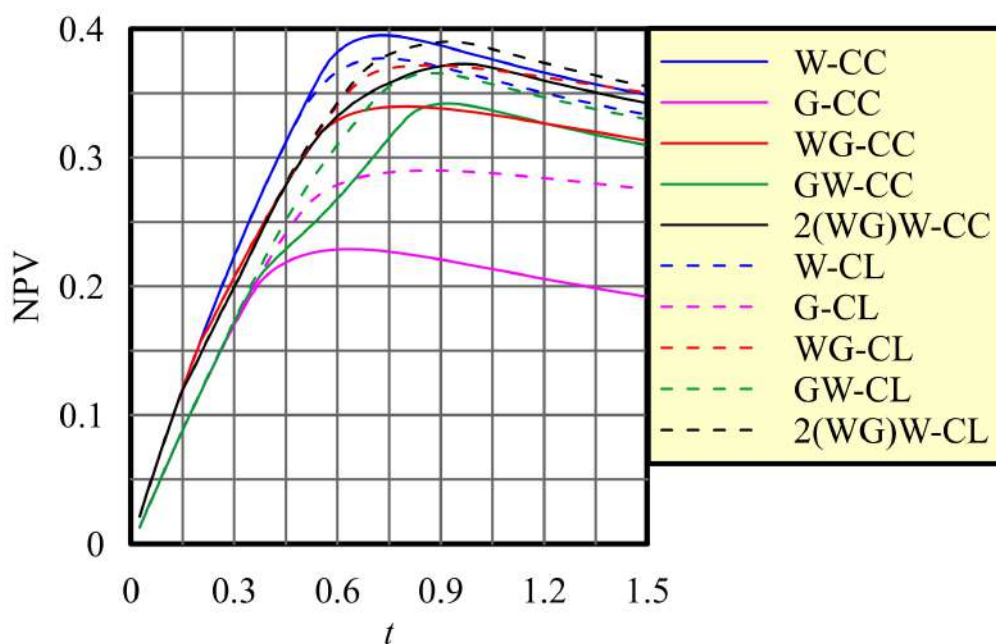


Рисунок 4.8: Значение чистой приведенной стоимости в зависимости от времени в режиме PF при различных положении добывающей скважины и стратегиях закачки.

закачку значительных объемов газа в режиме PF, скважину нужно проводить у подошвы пласта. Этот результат согласуется с результатами Главы 2.

#### 4.3.4 Влияние положения нагнетательной скважины на эффективность вытеснения

Рассмотрим теперь влияние нагнетательной скважины в режиме PF. На Рисунок 4.9 показано изменение NPV со временем  $t$  для стратегий WG и GW и положений скважин CC, CL и LL. Сплошные линии соответствуют положениям источника и стока в центре пласта (случай CC). Пунктирные линии соответствуют источнику в центре пласта, а стоку у подошвы пласта (случай CL). Широкие полупрозрачные линии соответствуют источнику и стоку у подошвы пласта (случай LL). Пунктирные и полупрозрачные линии совпадают, то есть в режиме PF значение NPV не зависит от положения нагнетательной скважины. Положения скважин CL и LL приводят к одинаковой эффективности водогазового воздействия. В соответствии с результатами из Раздела 4.3.3, положение CC приводит к меньшим значениям NPV. Таким образом, можно заключить, что положение нагнетательной скважины несущественно влияет на эффективность водогазового воздействия в режиме PF. Нагнетательная скважина может проводиться как у кровли, так и подошвы пласта, что не влечет за собой значительных изменений в NPV. На эффективность влияет только положение добывающей

скважины, которая должна проводиться у подошвы пласта. Этот вывод согласуется с результатами, полученными в Главе 2.

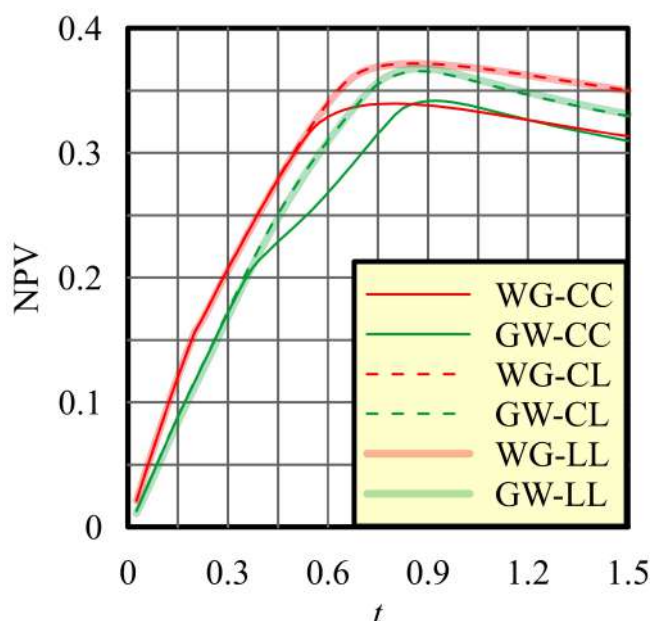


Рисунок 4.9: Значение чистой приведенной стоимости в зависимости от времени в режиме PF при различных положениях скважин и стратегиях закачки.

## 4.4 Эффективность стратегий в режиме AR

### 4.4.1 О масштабировании оптимальных объемов закачки

Рассмотрим водогазовое воздействие при параметрах подобия:

$$\Omega = 1, \quad Gr_g = 0.1, \quad \Pi_g = 0.01, \quad \Gamma_g = 10,$$

соответствующих режиму AR. В Главе 2 показано, что в режиме AR при положении скважин CC закачиваемая жидкость/газ перемещается от нагнетательной к добывающей скважине вдоль прямой  $z = 1/2$ . При этом ширина зоны течения примерно равна  $1/3$  всей толщины пласта (Рисунок 2.19). Зоны у подошвы и у кровли пласта остаются неохваченными вытесняющими жидкостями.

Очевидно, что в этом случае использование оптимизированных в 1D объемов закачки газа и воды,  $\Upsilon_g$  и  $\Upsilon_w$ , приведет к неоптимальному применению водогазового воздействия. Это связано с тем, что только треть пласта охвачена вытеснением, а  $\Upsilon_g$  и  $\Upsilon_w$  показывают долю порового объема всего пласта. Для то-

го чтобы учесть такой характер течения, будем использовать масштабирование  $Y_g$  и  $Y_w$ , полученных из 1D моделирования. В случае AR домножим их на оценку для коэффициента охвата пласта, т.е. на  $1/3$ . Ожидается, что такие значения объемов закачки будут близкими к оптимальным в режиме вытеснения AR.

#### 4.4.2 Примеры распределения параметров течения

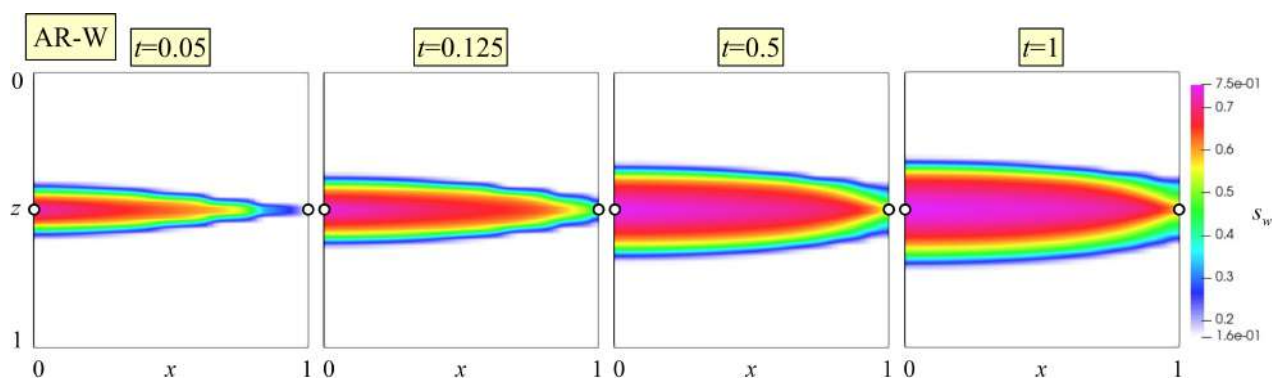


Рисунок 4.10: Распределение насыщенности воды в режиме AR при стратегии закачки W в моменты времени  $t = 0.05, 0.125, 0.5$  и  $1$ .

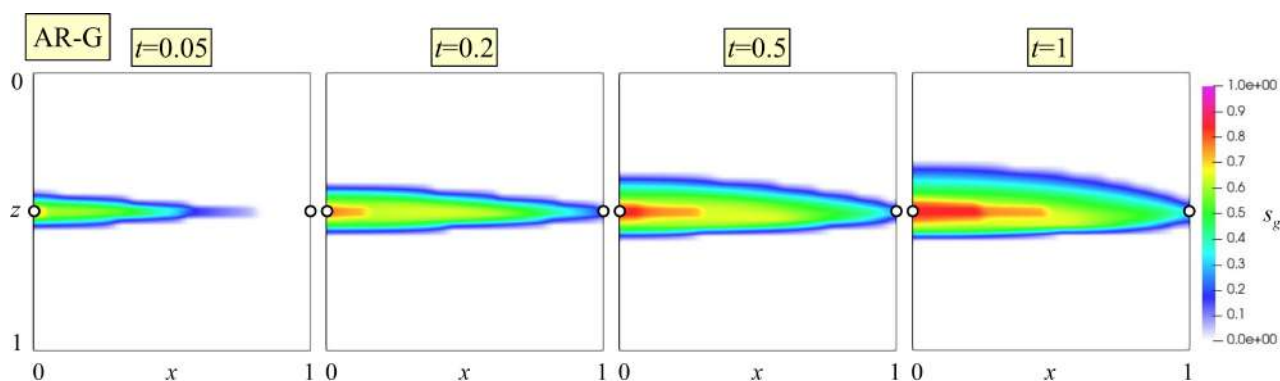


Рисунок 4.11: Распределение насыщенности газа в режиме AR при стратегии закачки G в моменты времени  $t = 0.05, 0.2, 0.5$  и  $1$ .

Рассмотрим распределение насыщенностей фаз в режиме AR при различных стратегиях закачки и положениях скважин СС. На Рисунке 4.10 показано рассчитанное распределение насыщенности воды в режиме AR при стратегии W. Это распределение насыщенности воды на Рисунке 4.10 в целом соответствует распределению жидкости  $i$  на Рисунке 2.19 при  $M \approx 0.5 - 1$ . На Рисунке 4.11 показано рассчитанное распределение насыщенности газа в режиме AR при стратегии G. Это распределение насыщенности газа здесь также соответствует распределению жидкости  $i$  на Рисунке 2.19 при  $M \approx 5 - 10$ . На Рисунке 4.12



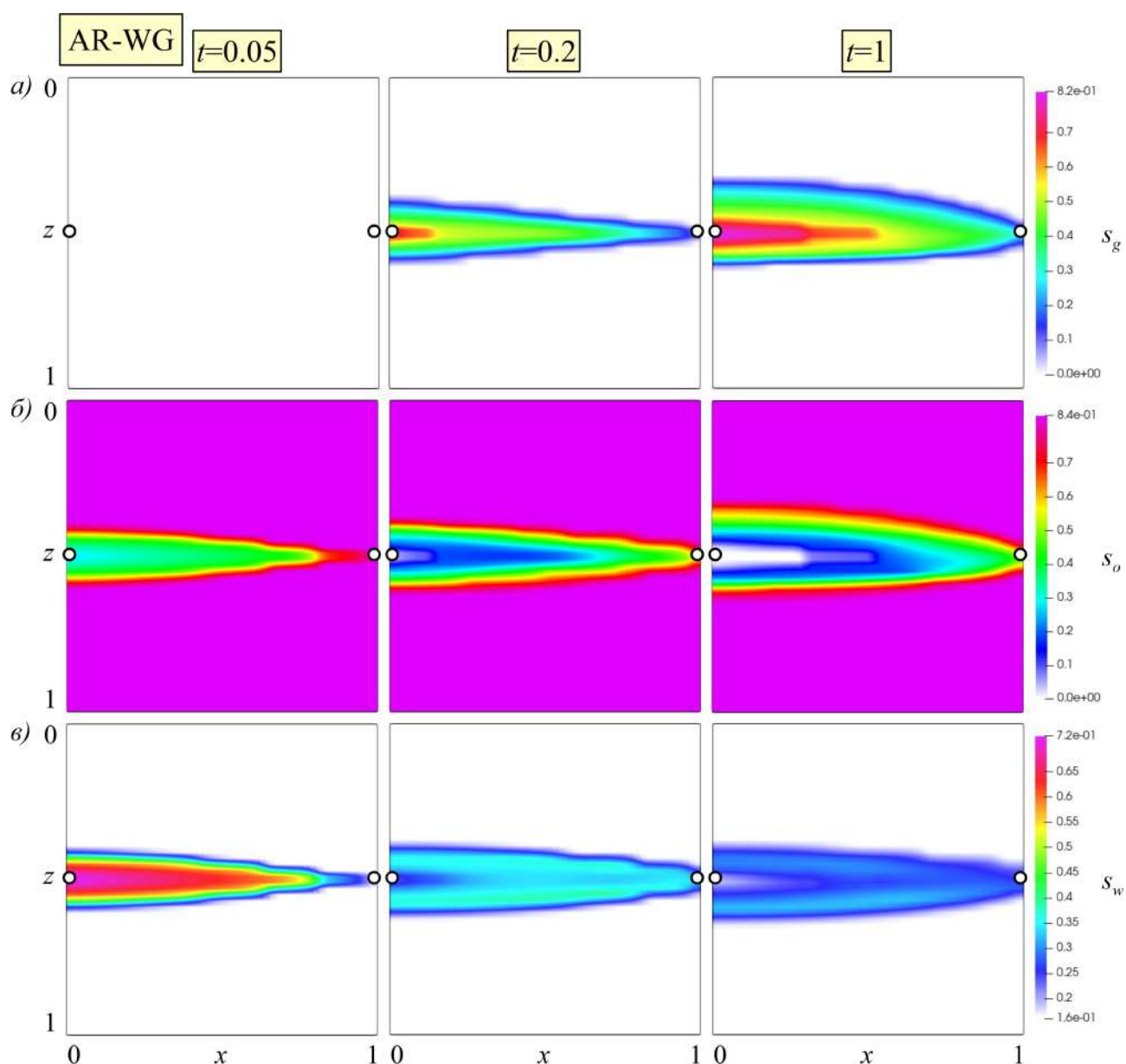


Рисунок 4.12: Распределение насыщенности газа, нефти и воды в режиме AR при стратегии закачки WG, где  $\Upsilon_w = 0.07$ . Распределение насыщенности показано в моменты времени  $t = 0.05, 0.2$  и  $1$ .

показано распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме AR при стратегии WG, где  $\Upsilon_w = 0.07$ . На Рисунке 4.13 показано распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме AR при стратегии GW, где  $\Upsilon_g = 0.09$ . На Рисунке 4.14 показано распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в режиме AR при стратегии 2(WG)W, где  $\Upsilon_w = \Upsilon_g = 0.1$ . В проведенных выше расчетах все  $\Upsilon_w$  и  $\Upsilon_g$  равны трети оптимального объема закачанной воды и газа в Главе 3. В соответствии с результатами Главы 2 для всех стратегий вытеснение происходит в узкой зоне, расположенной вдоль линии  $z = 1/2$ , а области около подошвы и кровли остаются неохваченными вытес-

нением. Причем коэффициент охвата пласта во всех случаях приблизительно равен  $1/3$ . Это согласуется с предложенным в Разделе 4.4.1 использованием масштабного коэффициента  $1/3$  для  $\Upsilon_g$  и  $\Upsilon_w$ .

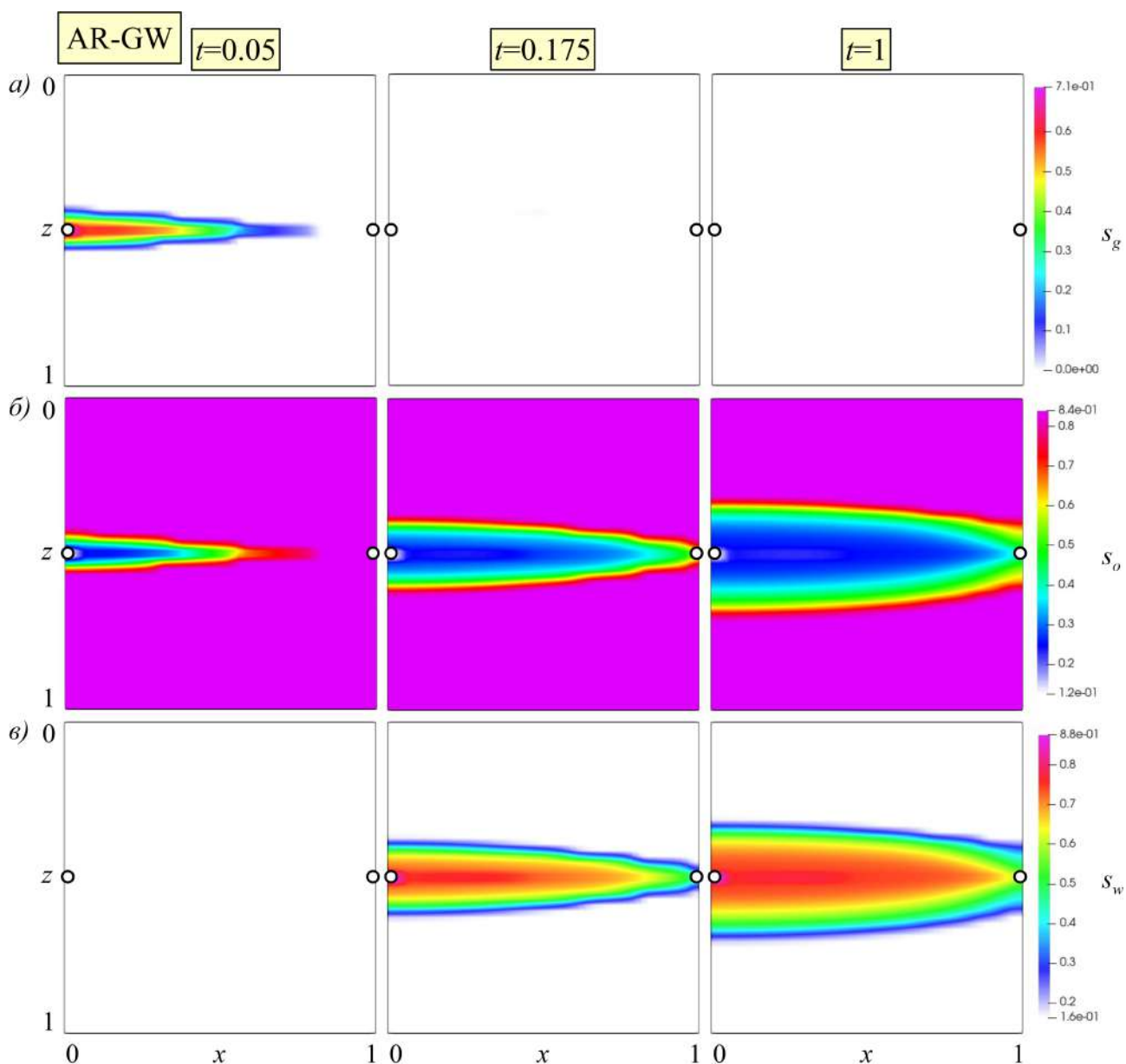


Рисунок 4.13: Распределение насыщенности газа, нефти и воды в режиме AR при стратегии закачки GW, где  $\Upsilon_g = 0.09$ . Распределение насыщенности показано в моменты времени  $t = 0.05, 0.175$  и  $1$ .

#### 4.4.3 Сравнение эффективности вытеснения

На Рисунке 4.15 построены графики NPV от безразмерного времени  $t$  для различных стратегий в режиме AR. Для всех стратегий максимум NPV достигается при  $0.15 < t < 0.25$ . В этом режиме выше всех лежит линия, соответствующая стратегии 2(WG)W. Хуже всех стратегия G, как и в режиме PF.



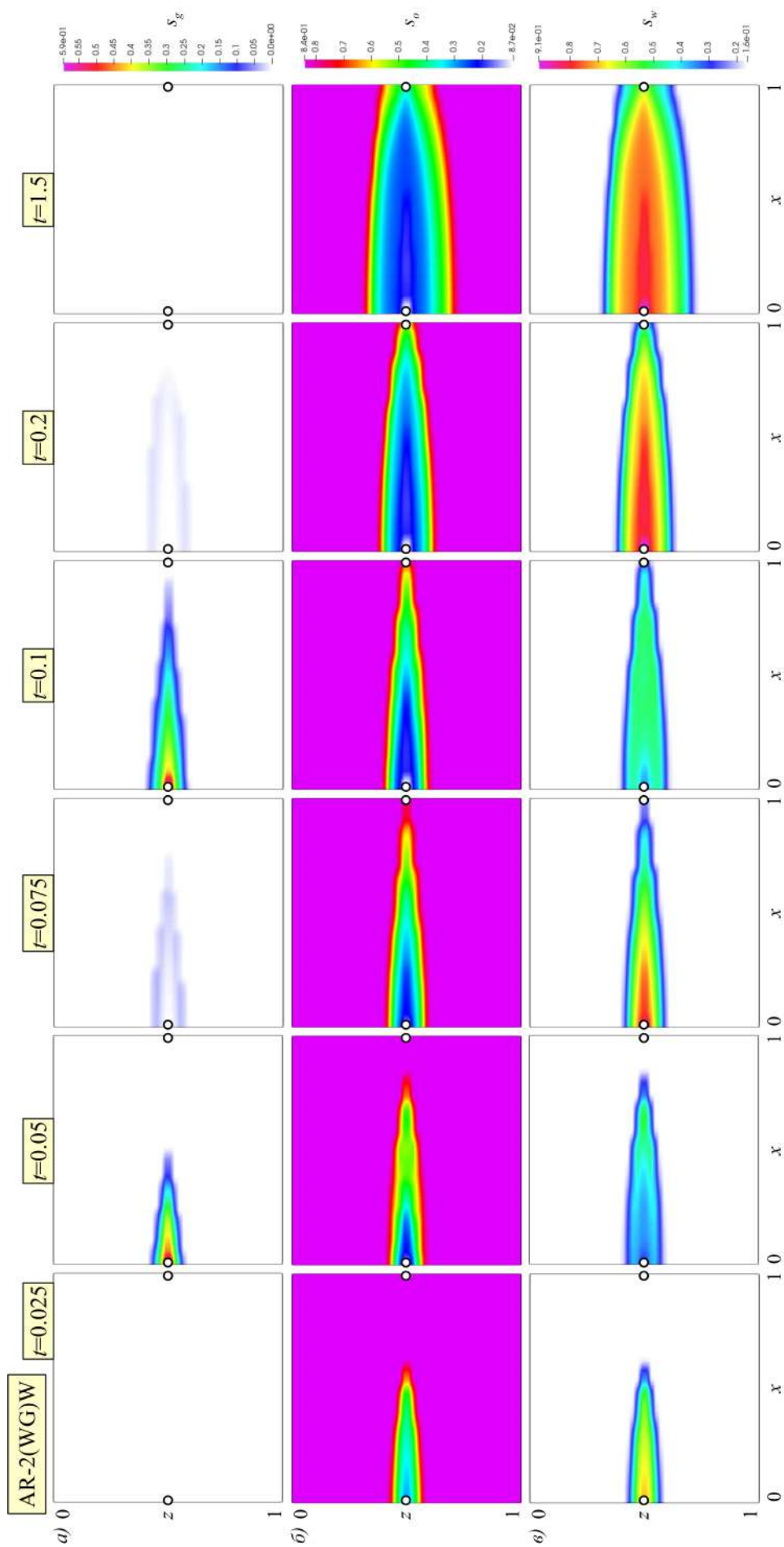


Рисунок 4.14: Распределение насыщенности газа, нефти и воды в режиме AR при стратегии закачки 2(WG)W, где  $Y_w = Y_g = 0.1$ . Распределение насыщенности показано в моменты времени  $t = 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.2, 1$  и  $1.5$ .

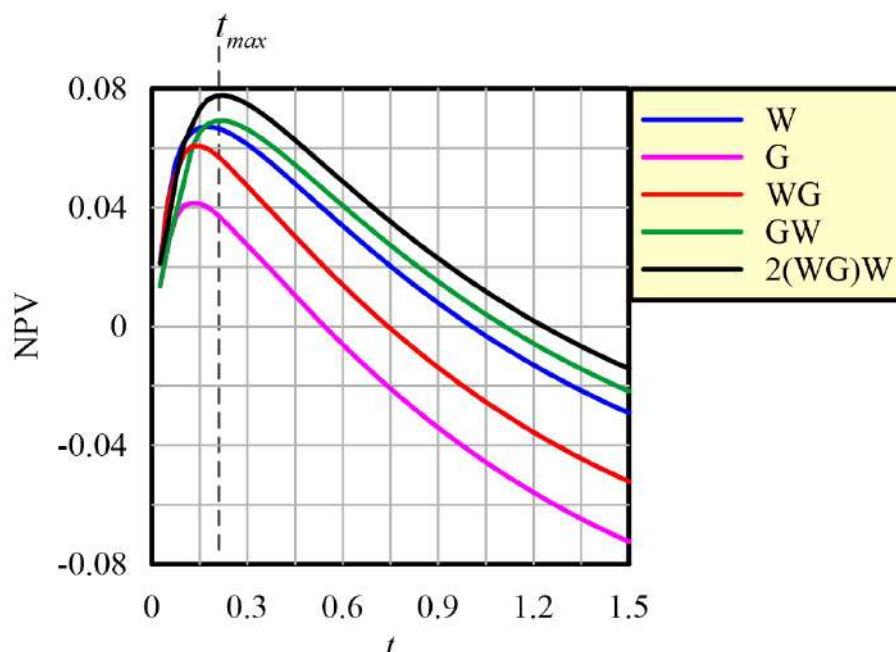


Рисунок 4.15: Значение чистой приведенной стоимости в зависимости от времени в режиме AR для различных стратегий закачки.

С учетом масштабного коэффициента ( $1/3$ ) это время достижения максимума чистой приведенной стоимости согласуется с результатами для случая 1D (см. Главу 3), в котором максимум NPV достигался при  $0.5 < t < 1$ , т.е. при в три раза большем времени. Это связано с тем, что в режиме AR фактически реализуется близкое к одномерному течение вдоль линии  $z = 1/2$  с эффективной толщиной зоны вытеснения, равной  $1/3$  от полной мощности пласта.

С учетом масштабирования рейтинг стратегий в режиме AR, показанный на Рисунке 4.15, частично согласуется с рейтингом в режиме 1D (Рисунки 3.8 и 3.10). В обоих случаях стратегия  $2(WG)W$  является наилучшей, а  $G$  – наихудшей. Как в случае AR, так и в 1D эффективность стратегий  $GW$ ,  $WG$  и  $W$  имеет промежуточный уровень. Их порядок в режиме AR изменился по сравнению с режимом 1D, что связано с уменьшением  $NPV_*$  для  $WG$ . Учитывая, однако, примерно равные значения  $NPV_*$  для этих трех стратегий, можно заключить, что при СС эти рейтинги в 1D и AR в целом согласуются друг с другом. Если применить масштабирование объемов закачки газа и воды, то эти оптимизированные в 1D объемы могут использоваться и для оптимизации водогазового воздействия в режиме AR.

## 4.5 О переходных режимах

Выше рассмотрены течения в предельных режимах PF и AR, однако есть еще промежуточные случаи, которым соответствуют  $0.1 \leq \Gamma \leq 10$  и  $0.1 \leq A \leq 10$ . Рассмотрим пример такого течения, которое реализуется при  $\Omega = 1$ ,  $Gr_g = 10$ ,  $\Pi_g = 0.01$  и  $\Gamma_g = 0.1$  и стратегии 2(WG)W, где  $\Upsilon_w = \Upsilon_g = 0.5$ . По значениям параметров этот случай близок к режиму PF, но так как значения  $A$  и  $\Gamma$  ближе к 1, чем в течении, рассмотренном в Разделе 4.3, то существенными становятся переходные процессы, связанные с влиянием как гравитационного расслоения фаз, так и анизотропным распределением проницаемости и трехфазным характером течения. На Рисунке 4.16 показано рассчитанное распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в).

В момент времени  $t = 0.25$  завершается первый этап закачки воды. Распределение насыщенностей воды и нефти близко к тому распределению, что получилось в режиме PF при стратегии W и  $t = 0.25$  (Рисунок 4.2). При  $0.25 \leq t \leq 0.5$  происходит закачка газа. Первый этап закачки газа заканчивается при  $t = 0.5$ , что соответствует завершению первого цикла WG. Газ течет от нагнетательной скважины как вверх, так и вниз вблизи нее. Далее на удалении от скважины образует плюм, характерный для режима PF. Однако граница этой газонасыщенной зоны искривлена, что приводит к течению газа в узком слое под кровлей пласта. Также стоит обратить внимание на распределение насыщенности воды после закачки газа. Распределение насыщенности воды отличается от того, которое было в режиме PF (сравним Рисунок 4.16в при  $t = 0.5$  и Рисунок 4.6в при  $t = 0.3$ ). Она не просто опускается вниз с прямым фронтом. В рассматриваемом случае вблизи источника вода частично опускается, а вдали от источника остается в верхней полуплоскости пласта. В результате образуется граница между областями, насыщенными водой и газом или нефтью в виде ступени, т.е. эта граница сильно искривляется по сравнению со случаем, показанным на Рисунках 4.4 и 4.6. В течение второго цикла WG при  $t = 0.75$  закачиваемая вода течет не к подошве пласта или равномерно по всей толщине пласта под наклоном, как это было в случае GW при  $t = 0.5$  на Рисунке 4.5, а больше перемещается к кровле пласта (красная зона возле источника и выше). Здесь начинает сильнее проявляться влияние фазовых переходов. На предыдущем этапе закачки у кровли пласта образовался газовый канал, по которому воде легче течь, чем опускаться

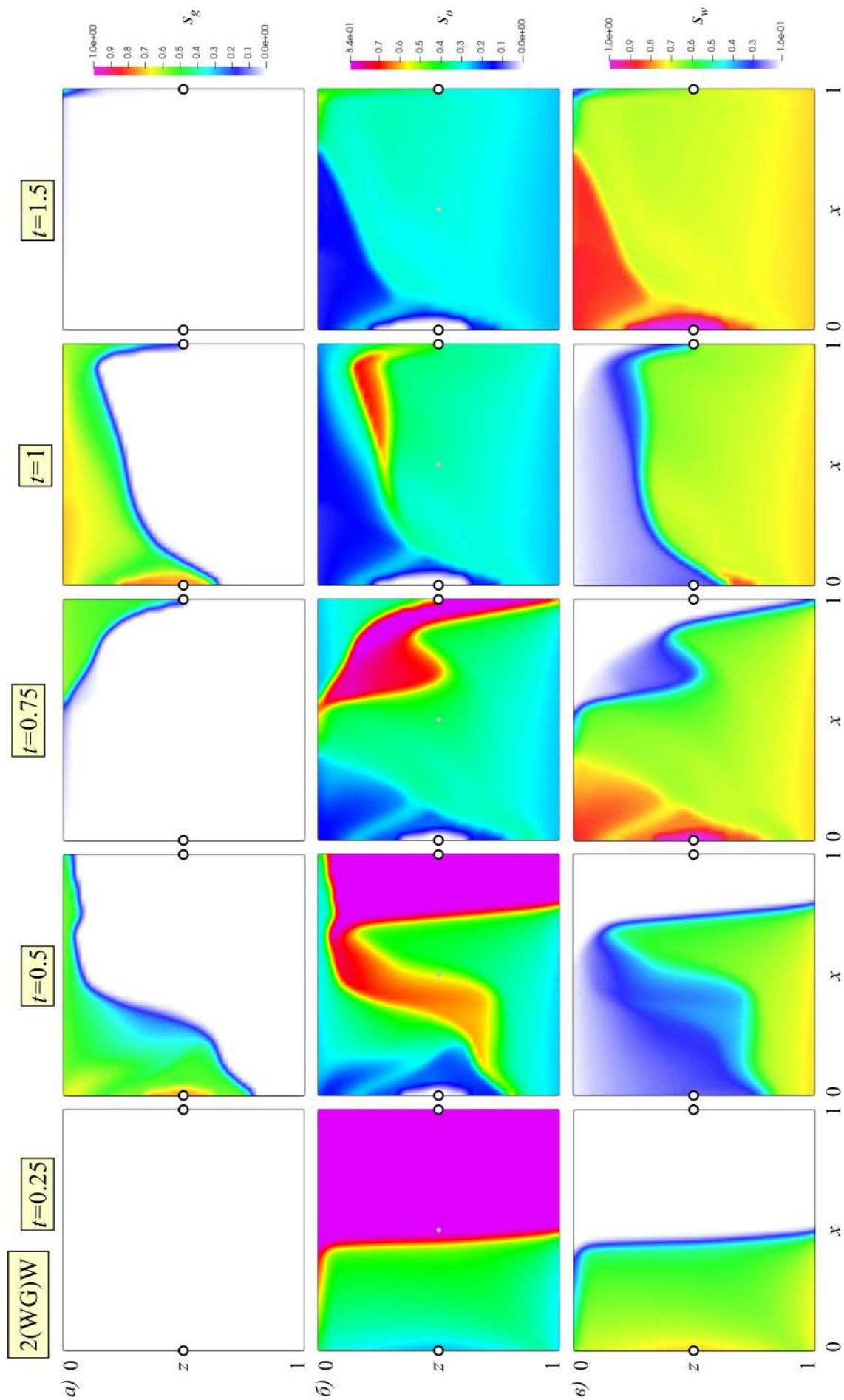


Рисунок 4.16: Распределение насыщенности газа (а), нефти (б) и воды (в) в переходном режиме при стратегии закачки  $2(WG)W$ , где  $Y_g = Y_w = 0.5$ . Распределение показано в моменты времени  $t = 0.25, 0.5, 0.75, 1$  и  $1.5$ .

вниз к уже закачанной ранее воде. После завершения второго цикла WG рассматриваемая область почти полностью охвачена водой и газом. Верхняя часть охвачена газом, нижняя – водой. Граница между водой и газом почти горизонтальна в отличие от случая 2(WG)W в режиме PF при более характерных (для реализации течения в режиме PF) параметрах  $A$  и  $\Gamma$ . В течение завершающего этапа закачки воды наблюдается такое же течение, как и после первого цикла WG, то есть закачиваемая вода стремится течь по газовому каналу, образовавшемуся на предыдущем этапе. При  $t = 1.5$  на панели насыщенности воды также отмечается красная зона сверху от источника. Таким образом, с учетом фазовых переходов этап закачки газа перед этапом закачки воды существенно изменяет направление течения воды при параметрах  $A$  и  $\Gamma$ , близких к 1. На Рисунках 4.16в при  $t = 0.75, 1$  и  $1.5$  распределение насыщенности воды отличается от того, что было получено в режиме PF на Рисунках 4.4 – 4.6.

При  $t = 0.5$  в области  $x \approx 0.5$  образуется «вал» воды, в котором вода поднимается почти до кровли пласта. За валом при  $x < 0.3$  имеется обширная газонасыщенная зона, простирающаяся до кровли. Между этой зоной и валом воды образуется область с повышенным объемным содержанием нефти. Ее образование связано с испарением нефти в газ в призабойной зоне скважины и ее последующей конденсацией у переднего фронта газонасыщенной зоны. Закачка газа и сопутствующие фазовые переходы фактически приводят к образованию более проницаемого «канала» для течения воды, простирающегося от нагнетательной скважины вдоль кровли пласта. Действительно, в этом канале насыщенность нефти ниже.

В результате на втором этапе закачки воды при  $0.5 \leq t \leq 0.75$  закачиваемая вода течет от скважины вверх по каналу. На удалении от скважины из-за действия силы тяжести она опускается вниз, образуя второй более мощный вал воды, который постепенно догоняет первый вал. В результате достигается более полный охват пласта водой. Описанные процессы повторяются и усиливаются на втором этапе закачки газа при  $0.75 \leq t \leq 1$  и последующей непрерывной закачке воды при  $t > 1$ . При  $t = 1$  газ уже прорвался к добывающей скважине, образовав вдоль кровли очищенный от нефти канал, простирающийся от  $x = 0$  до  $x = 1$ . Это еще больше усиливает поток воды вдоль кровли, что приводит фактически к полному охвату пласта водой и более полному вытеснению нефти.

Таким образом, описанные процессы в переходных режимах, осложненные трехфазным характером течения и фазовыми превращениями, взаимосвязаны, очень сложны и тяжело поддаются анализу и классификации.

#### 4.6 Выводы к Главе 4

Исследовано влияние фазовых переходов и трехфазного характера течения на эффективность водогазового воздействия с учетом стратификации фаз и анизотропного распределения проницаемости. Исследована возможность применения оптимизированных в одномерном моделировании стратегий к более сложным предельным режимам PF и AR.

Показано, что полученные таким образом объемы закачки газа и воды приводят к изменению рейтинга стратегий в режиме PF, то есть одномерное моделирование не позволяет достоверно сказать, какая стратегия будет наилучшей. В режиме PF наилучшей становится стратегия W. Однако при стратегиях, в которых закачивается значительное количество газа, предварительные оценки, полученные для более простого режима 1D, могут использоваться для дальнейших исследований и оптимизации вытеснения, так как для таких стратегий рейтинги в режимах PF и 1D совпадают.

Фазовые переходы не влияют на рекомендуемое в Главе 2 положение скважин в режиме PF. При закачке значительных объемов газа положение нагнетательной скважины несущественно влияет на течение, а добывающую скважину следует проводить у подошвы пласта.

Предложен способ масштабирования оптимизированных в 1D случае объемов закачки воды и газа для их применения в стратегии AR с расстановкой скважин СС. С учетом предложенного масштабирования рейтинг стратегий в случаях 1D и AR частично согласуется. То есть, показано, что одномерное моделирование может использоваться для оптимизации водогазового воздействия в режиме AR.

Показано, что в переходных режимах фазовые превращения существенно влияют на направления течения воды и газа. В частности, вода, закачиваемая после газа, течет по газовому каналу, образуемому вдоль кровли пласта. Таким образом, фазовые превращения между газом и нефтью значительно увеличивают охват пласта вытесняющей водой.

## Заключение

В различных постановках задач фильтрации исследованы двухфазные и трехфазные процессы вытеснения в пористых средах, связанные с применением водогазового воздействия к нефтенасыщенным пластам, с учетом нескольких осложняющих факторов, таких как гравитационное расслоение фаз, анизотропное распределение проницаемости, капиллярные эффекты и фазовые превращения.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Построена классификация предельных режимов вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести. Выделено четыре асимптотических случая, характеризующихся различным влиянием силы Архимеда и анизотропного распределения проницаемости.
2. Показано, что при малом капиллярном давлении и фиксированном положении скважин течение в некоторых режимах зависит от меньшего, чем в общем случае, числа параметров подобия. Показано, что в одном из предельных случаев закачка газа сопровождается образованием гравитационного потока, параметры которого определяются только гравитационным числом. Параметры течения в режиме, сопровождающимся «кинжальным» прорывом закачиваемой жидкости к добывающей скважине, определяются критерием подобия, характеризующим анизотропное распределение проницаемости.
3. Оптимизация положений скважин позволяет существенно повысить эффективность вытеснения. Показано, что в ряде случаев добывающую скважину следует проводить у подошвы пласта, а положение нагнетательной скважины несущественно. Также определены параметры вытеснения, при которых нагнетательная и добывающая скважины должны быть максимально разнесены по глубине.
4. В плоскости параметров подобия построены карты коэффициента извлечения нефти и коэффициента охвата пласта, позволяющие оценить



эффективность вытеснения. Построены карты оптимальных положений скважин, позволяющих достичь максимальных значений коэффициентов эффективности.

5. В одномерной постановке задачи фильтрации подробно исследовано влияние фазовых переходов углеводородных компонент на эффективность водогазового воздействия. Проведено сопряжение фильтрационной и экономической модели для расчета рентабельности водогазового воздействия. Проведено сравнение различных стратегий, связанных как с чередующимся, так и с одновременным нагнетанием воды и газа.
6. Предложен способ оптимизации водогазового воздействия на нефтяные пласты, который основан на использовании параметра подобия, характеризующего как физические, так и экономические процессы вытеснения. Показано, что при оптимизации водогазового воздействия важно варьировать прогнозируемую продолжительность эксплуатации месторождения.
7. Построен рейтинг стратегий закачки воды и газа в зависимости от темпа их нагнетания и экономических факторов. Определены условия, при которых закачку газа нужно применять как вторичный или третичный метод увеличения нефтеотдачи.
8. Показано, что стратегии, предполагающие закачку  $\text{CO}_2$  на поздних стадиях разработки месторождения, требуют использования больших объемов закачиваемого газа по сравнению со стратегиями, предполагающими закачку  $\text{CO}_2$  на ранних этапах разработки.
9. Показано, что применение стратегий WAG и SWAG при исследовании одномерных течений дает незначительное увеличение эффективности. Следовательно, для оценки рентабельности водогазового воздействия в одномерной постановке задачи достаточно рассматривать более простые стратегии.
10. Исследовано влияние фазовых переходов между нефтью и закачиваемым газом на трехфазные течения при водогазовом воздействии с учетом гравитационного расслоения фаз и анизотропного распределения проницае-

мости. Показано, что фазовые превращения при закачке газа значительно изменяют направление течения воды на последующей стадии вытеснения.

11. Предложен способ масштабирования оптимальных объемов закачки, полученных в одномерном моделировании фильтрации, с целью их применения к двумерным процессам вытеснения в анизотропных пластах.
12. Показано, что рейтинг оптимальных стратегий, определенный с помощью одномерного моделирования, изменяется из-за влияния гравитационного расслоения фаз и фазовых превращений. Однако в ряде предельных случаев оценки наилучших параметров закачки, полученных с помощью одномерного моделирования, могут использоваться в качестве оптимальных для более сложных двумерных течений.

## Список литературы

1. *Darcy H.* Les fontaines publiques de la ville de Dijon: report / Paris, Dalmont. — 1856.
2. *Muskat M.* Physical principles of oil production. — New-York: McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1949. — P. 922.
3. *Leverett M.* Flow of Oil-water Mixtures through Unconsolidated Sands // Trans. — 1939. — V. 132 (01). — P. 149—171.
4. *Buckley S., Leverett M.* Mechanism of Fluid Displacement in Sands // Transactions of the AIME. — 1942. — V. 146 (01). — C. 107—116. — DOI: 10.2118/942107-g.
5. *Rapoport L., Leas W.* Properties of Linear Waterfloods // Journal of Petroleum Technology. — 1953. — V. 5 (05). — P. 139—148. — DOI: 10.2118/213-g.
6. *Rapoport L.* Scaling Laws for Use in Design and Operation of Water-Oil Flow Models // Transactions of the AIME. — 1955. — V. 204 (01). — P. 143—150. — DOI: 10.2118/415-g.
7. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. — М.: Гостехтеориздат, 1963. — С. 396.
8. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М.: Недра, 1984. — С. 211.
9. *Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М.* Подземная гидромеханика. — М.: Недра, 1993. — С. 416.
10. *Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Розенберг Г. Д.* Нефтегазовая гидромеханика. — М.: Ижевск, 2005. — С. 544.
11. *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. — М.: Недра, 1984. — С. 233.
12. *Alizadeh A., Piri M.* Three-Phase Flow in Porous Media: A Review of Experimental Studies on Relative Permeability // Reviews of Geophysics. — 2014. — V. 52. — DOI: 10.1002/2013RG000433.

13. *Лейбензон Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. — М.: ОГИЗ, 1947. — С. 244.
14. *Eclipse Foundation.* Eclipse. — URL: <https://www.eclipse.org> ; Дата обращения: 25.03.2025.
15. *Интегрированные разработки для моделирования.* тНавигатор. — 2005. — URL: <https://irmodel.ru> ; Дата обращения: 25.03.2025.
16. *Computer Management Group.* Программное обеспечение компании CMG. — 1978. — URL: <https://www.cmgl.ca> ; Дата обращения: 25.03.2025.
17. *Walsh M., Lake L.* A generalized approach to primary hydrocarbon recovery. — Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science, 2003. — P. 652.
18. *Сургучев М. Л.* Вторичные и третичные методы увеличения нефтеотдачи. — М.: Недра, 1985. — С. 308.
19. *Низматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — С.824.
20. *Schramm L.* Emulsions, Foams, and Suspensions: Fundamentals and Applications. — WILEY-VCH, 2005. — P. 463.
21. *Rosen M., Kunjappu J.* Surfactants and Interfacial Phenomena. — Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2012. — P. 600.
22. *Tadros T.* Emulsion Formation and Stability. — Wiley-VCH, 2013. — P. 252.
23. *Radoev B., Dimitrov D., Ivanov I.* Hydrodynamics of thin liquid films effect of the surfactant on the rate of thinning // Colloid & Polymer Sci. — 1974. — V.252. — P. 50—55. — DOI: 10.1007/BF01381695.
24. *Eastoe J., Dalton J.* Dynamic surface tension and adsorption mechanisms of surfactants at the air–water interface // Advances in Colloid and Interface Science. — 2000. — V. 85. — P. 103—144. — DOI: 10.1016/S0001-8686(99)00017-2.
25. Review on mechanisms of petrophysical properties variation during thermal fluids injection into heavy oil reservoirs / S. Yang [et al.] // Geoenergy Science and Engineering. — 2024. — V. 240. — DOI: 10.1016/j.geoen.2024.213050.

26. *Antolinez J., Miri R., Nouri A.* In Situ Combustion: A Comprehensive Review of the Current State of Knowledge // *Energies*. — 2023. — V. 16. — P. 6306. — DOI: 10.3390/en16176306.
27. *Osiptsov A.* Fluid Mechanics of Hydraulic Fracturing: a Review // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. — 2017. — V. 156. — P. 513–535. — DOI: 10.1016/j.petrol.2017.05.019.
28. Hydraulic fracturing: A review of theory and field experience / R. Cuss [et al.] // *British Geological Survey Open Report*. — 2015. — V. OR/15/066.
29. Integrated modeling of fracturing-flowback-production dynamics and calibration on field data: Optimum well startup scenarios / S. Boronin [et al.] // *Petroleum Science*. — 2022. — DOI: 10.1016/j.petsci.2022.12.009.
30. *Желтов Ю. П.* Механика нефтегазоносного пласта. — М.: Недра, 1975. — С. 216.
31. *Желтов Ю. П.* Разработка нефтяных месторождений. — М.: Недра, 1986. — С. 332.
32. *Willhite G.* Waterflooding. — Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 1986. — P. 326. — DOI: 10.2118/9781555630058.
33. *Lake L.* Enhanced Oil Recovery. — Prentice Hall, 1989. — P. 550.
34. *Thomas S.* Enhanced Oil Recovery - An Overview // *Oil & Gas Science and Technology - Revue de l'IFP*. — 2008. — V. 63 (1). — P. 9–19. — DOI: 10.2516/ogst:2007060.
35. *Alvarado V., Manrique E.* Enhanced Oil Recovery: An Update Review // *Energies*. — 2010. — V. 3 (9). — P. 1529–1575. — DOI: 10.3390/en3091529.
36. *Brock W., Bryan L.* Summary Results of CO<sub>2</sub> EOR Field Tests, 1972-1987 // *Low Permeability Reservoirs Symposium*. — 1989. — DOI: 10.2118/18977-MS.
37. *Blunt M., Fayers F., Orr F.* Carbon dioxide in enhanced oil recovery // *Energy Conversion and Management*. — 1993. — V. 34 (9–11). — P. 1197–1204. — DOI: 10.1016/0196-8904(93)90069-M.
38. *Christensen J., Stenby E., Skauge A.* Review of WAG Field Experience // *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*. — 2001. — V. 4 (02). — P. 97–106. — DOI: 10.2118/71203-PA.

39. *Jessen K., Kovscek A., Orr F.* Increasing CO<sub>2</sub> storage in oil recovery // *Energy Conversion and Management*. — 2005. — V. 46 (2). — P. 293–311. — DOI: 10.1016/j.enconman.2004.02.019.
40. *Holt T., Lindeberg E., Wessel-Berg D.* EOR and CO<sub>2</sub> disposal — Economic and capacity potential in the North Sea // *Energy Procedia*. — 2009. — V. 1 (1). — P. 4159–4166. — DOI: 10.1016/j.egypro.2009.02.225.
41. *Hill B., Hovorka S., Melzer S.* Geologic Carbon Storage Through Enhanced Oil Recovery // *Energy Procedia*. — 2013. — V. 37. — P. 6808–6830. — DOI: 10.1016/j.egypro.2013.06.614.
42. *Hatchell D., Benson S.* Examining the Potential of Immiscible CO<sub>2</sub> for Gravityassisted Enhanced Oil Recovery and Storage // *Energy Procedia*. — 2017. — V. 114. — P. 6980–6988. — DOI: 10.1016/j.egypro.2017.03.1839.
43. On the sustainability of CO<sub>2</sub> storage through CO<sub>2</sub> – Enhanced oil recovery / R. Farajzadeh [et al.] // *Applied Energy*. — 2020. — V. 261. — P. 114467. — DOI: 10.1016/j.apenergy.2019.114467.
44. *Peng D., Robinson D.* A New Two-Constant Equation of State // *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*. — 1976. — V. 15 (1). — P. 59–64. — DOI: 10.1021/i160057a011.
45. *Redlich O., Kwong J.* On the Thermodynamics of Solutions. V. An Equation of State. Fugacities of Gaseous Solutions. // *Chemical Reviews*. — 1949. — V.44(1). — P. 233–244. — DOI: 10.1021/cr60137a013.
46. *Redlich O.* On the Three-Parameter Representation of the Equation of State // *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*. — 1975. — V. 14 (3). — P.257–260. — DOI: <https://doi.org/10.1021/i160055a020>.
47. *Soave G.* Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state // *Chemical Engineering Science*. — 1972. — V. 27 (6). — P. 1197– 1203. — DOI: 10.1016/0009-2509(72)80096-4.
48. *Afzali S., Rezaei N., Zendehboudi S.* A comprehensive review on Enhanced Oil Recovery by Water Alternating Gas (WAG) injection // *Fuel*. — 2018. — V. 227. — P. 218–246. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.04.015>.

49. *Pritchard D., Nieman R.* Improving Oil Recovery Through WAG Cycle Optimization in a Gravity-Override-Dominated Miscible Flood // SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium. — 1992. — DOI: 10.2118/24181-MS.
50. *Johns R., Leonardo B., Harshad P.* WAG Optimization for Gas Floods Above the MME // Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 2003. — DOI: 10.2523/84366-MS.
51. *Johns R., Dindoruk B.* Gas Flooding // Enhanced Oil Recovery Field Case Studies. — 2013. — P. 1—22. — DOI:10.1016/B978-0-12-386545-8.00001-4.
52. *Ghedan S.* Global Laboratory Experience of CO<sub>2</sub>-EOR Flooding // SPE/EAGE Reservoir Characterization and Simulation Conference. — 2009. — DOI: 10.2118/125581-MS.
53. *Verma M.* Fundamentals of carbon dioxide - enhanced oil recovery (CO<sub>2</sub>-EOR): a supporting document of the assessment methodology for hydrocarbon recovery using CO<sub>2</sub>-EOR associated with carbon sequestration // Open-File Report. — 2015. — P. 24. — DOI: 10.3133/ofr20151071.
54. *Warren J.* Prediction of Waterflood Behavior in a Stratified System // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1964. — V. 4 (02). — P. 149—157. — DOI: 10.2118/581-pa.
55. *Berruin N., Morse R.* Waterflood Performance of Heterogeneous Systems. // JPT, Journal of Petroleum Technology. — 1979. — V. 31 (7). — P. 829—836. — DOI: 10.2118/7157-PA.
56. *Sanchez N.* Management of Water Alternating Gas (WAG) Injection Projects // Proceedings of Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. — 1999. — DOI: 10.2523/53714-MS.
57. *Kuparuk River Unit Field – The First 30 Years / T. Jensen [et al.]* // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 2012. — DOI: 10.2118/160127-MS.
58. *Salem S., Moawad T.* Economic Study of Miscible CO<sub>2</sub> Flooding in a Mature Waterflooded Oil Reservoir // All Days. — 2013. — DOI: 10.2118/168064-MS.
59. *Ettehadtavakkol A., Lake L., Bryant S.* CO<sub>2</sub>-EOR and storage design optimization // International Journal of Greenhouse Gas Control. — 2014. — V. 25. — P. 79—92. — DOI: 10.1016/j.ijggc.2014.04.006.



60. *Rodrigues H., Mackay E., Arnold D.* Impact of WAG Design on Calcite Scaling Risk in Coupled CO<sub>2</sub>-EOR and Storage Projects in Carbonate Reservoirs // Day 2 Thu, April 11, 2019. — 2019. — DOI: 10.2118/193882-MS.
61. *Afanasyev A., Andreeva A., Chernova A.* Influence of oil field production life on optimal CO<sub>2</sub> flooding strategies: Insight from the microscopic displacement efficiency // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 2021. — V. 205. — P. 108803. — DOI: 10.1016/j.petrol.2021.108803.
62. *Dake L.* Fundamentals of Reservoir Engineering. — New York: Elsevier Scientific Publishing Co., 1978.
63. *Chen B., Reynolds A.* Ensemble-Based Optimization of the Water-Alternating-Gas-Injection Process // SPE Journal. — 2016. — V. 21 (03). — P. 0786—0798. — DOI: 10.2118/173217-PA.
64. *Hewson C., Leeuwenburgh O.* CO<sub>2</sub> Water-Alternating-Gas Flooding Optimization of the Chigwell Viking I Pool in the Western Canadian Sedimentary Basin // SPE Reservoir Simulation Conference. — 2017. — DOI: 10.2118/182597-MS.
65. *Orr F.* Theory of Gas Injection Processes. — Stanford, California: Tie-Line Publications, 2007. — P. 283.
66. *LaForce T., Jessen K., Orr F.* Four-component gas/water/oil displacements in one dimension: Part I. Structure of the conservation law // Transport in Porous Media. — 2008. — V. 71. — P. 199—216. — DOI: 10.1007/s11242-007-9120-9.
67. *LaForce T., Jessen K., Orr F.* Four-component gas/water/oil displacements in one dimension: Part II, example solutions // Transport in Porous Media. — 2008. — V. 72. — P. 83—96. — DOI: 10.1007/s11242-007-9137-0.
68. *Juanes R., Lie K.-A.* Numerical modeling of multiphase first-contact miscible flows. Part 1. Analytical Riemann solver // Transport in Porous Media. — 2007. — V. 67. — P. 375—393. — DOI: 10.1007/s11242-006-9031-1.
69. *Orr F., Seto C.* Analytical Solutions for Multicomponent, Two-Phase Flow in Porous Media with Double Contact Discontinuities // Carolyn Seto. — 2009. — V. 78. — DOI: 10.1007/s11242-008-9292-y.

70. *Orr F., Dindoruk B., Johns R.* Theory of Multicomponent Gas/Oil Displacements // Industrial and Engineering Chemistry Research. — 1995. — V. 34 (8). — P. 2661—2669. — DOI: 10.1021/ie00047a015.
71. *Geertsma J., Croes G., Schwarz N.* Theory of Dimensionally Scaled Models of Petroleum Reservoirs // Transactions of the AIME. — 1956. — V. 207 (01). — P.118—127. — DOI: 10.2118/539-g.
72. A Laboratory Study of Gravity Segregation in Frontal Drives / F. Craig [et al.] // Transactions of the AIME. — 1957. — V. 210 (01). — P. 275—282. — DOI: 10.2118/676-g.
73. *Welge H., Weber A.* Use of Two-Dimensional Methods for Calculating Well Coning Behavior // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1964. — V. 4 (04). — P. 345—355. — DOI: 10.2118/892-pa.
74. *Letkeman J., Ridings R.* A Numerical Coning Model // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1970. — V. 10 (04). — P. 418—424. — DOI: 10.2118/2812-PA.
75. *Stone H.* Vertical conformance in an alternating water-miscible gas flood // Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 1982. — DOI: 10.2523/11130-ms.
76. *Jenkins M.* Analytical Model for Water/Gas Miscible Displacements. // Society of Petroleum Engineers of AIME, (Paper) SPE. — 1984. — V. 1. — P. 37—48. — DOI: 10.2118/12632-ms.
77. *Yortsos Y.* A theoretical analysis of vertical flow equilibrium // Transport in Porous Media. — 1995. — V. 18 (2). — P. 107—129. — DOI: 10.1007/BF01064674.
78. *Zapata V., Lake L.* A Theoretical Analysis of Viscous Crossflow // All Days. — 1981. — DOI: 10.2118/10111-MS.
79. Study on gas channeling characteristics and suppression methods in CO<sub>2</sub> flooding for low permeability reservoirs / R. Wang [et al.] // Society of Petroleum Engineers - SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition 2011. — 2011. — V. 1. — P. 171—176. — DOI: 10.2118/142306-ms.

80. *Youssef A., Matthai S.* "Upscaled Dynamic Relative Permeability for Unstable CO<sub>2</sub> Flow in Stratified Porous Media // Transport in Porous Media. — 2022. — V. 143 (3). — P. 657—680. — DOI: 10.1007/s11242-022-01803-6.
81. *Bennion D., Thomas F., Bietz R.* Low permeability gas reservoirs: problems, opportunities and solutions for drilling, completion, stimulation and production // SPE Proceedings - Gas Technology Symposium. — 1996. — P.117—131. — DOI: 10.2523/35577-ms.
82. *Чернова А. А., Афанасьев А. А.* Расчет оптимальных составов закачиваемого газа, повышающих нефтеотдачу пластов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2021. — Т. 22(2). — С. 16—24.
83. *Kovscek A., Cakici M.* Geologic storage of carbon dioxide and enhanced oil recovery. II. Cooptimization of storage and recovery // Energy Conversion and Management. — 2005. — V. 46 (11/12). — P. 1941—1956. — DOI: 10.1016/j.enconman.2004.09.009.
84. *Kulkarni M., Rao D.* Experimental Investigation of Miscible Secondary Gas Injection // Proceedings of SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 2005. — DOI: 10.2523/95975-MS.
85. Experimental Investigation of Near-Miscible Water-Alternating-Gas WAG Injection Performance in Water-wet and Mixed-wet Systems / S. Fatemi [et al.] // All Days. — 2011. — DOI: 10.2118/145191-MS.
86. Optimization of CO<sub>2</sub> WAG Processes in Carbonate Reservoirs-An Experimental Approach / M. Elwy [et al.] // Abu Dhabi International Petroleum Conference and Exhibition. — 2012. — DOI: 10.2118/161782-MS.
87. *Alkhazmi B., Sohrabi M., Farzaneh S.* An Experimental Investigation of the Effect of Gas and Water Slug Size and Injection Order on the Performance of Immiscible WAG Injection in a Mixed-Wet System // SPE Kuwait Oil & Gas Show and Conference. — SPE, 2017. — DOI: 10.2118/187537-MS.
88. Co-optimization of oil recovery and CO<sub>2</sub> storage for cyclic CO<sub>2</sub> flooding in ultralow permeability reservoirs / L. Sun [и др.] // Oil & Gas Science and Technology – Revue d'IFP Energies nouvelles. — 2018. — V. 73. — P. 42. — DOI: 10.2516/ogst/2018041.

89. *Bermudez L., Johns R., Parakh H.* Parametric Investigation of WAG Floods Above the MME // SPE Journal. — 2007. — V. 12 (02). — P. 224—234. — DOI: 10.2118/84366-PA.
90. *Namani M., Kleppe J.* Investigation Of The Effect Of Some Parameters In Miscible WAG Process Using Black-Oil And Compositional Simulators // SPE Enhanced Oil Recovery Conference. — 2011. — DOI: 10.2118/143297-MS.
91. *Chen B., Pawar R.* Capacity assessment of CO<sub>2</sub> storage and enhanced oil recovery in residual oil zones // Proceedings-SPE Annual Technical Conference and Exhibition. — 2018. — DOI: 10.2118/191604-ms.
92. *Yokoyama Y., Lake L.* The Effects of Capillary Pressure on Immiscible Displacements in Stratified Porous Media // Paper presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, October 1981. — SPE, 1981. — DOI: 10.2118/10109-MS.
93. *Fayers F., Zhou D.* On the importance of gravity and three-phase flow in gas displacement processes // Journal of Petroleum Science and Engineering. — 1996. — V. 15 (2—4). — P. 321—341. — DOI: 10.1016/0920-4105(96) 00010-1.
94. *Ruith M., Meiburg E.* Miscible rectilinear displacements with gravity override. Part 1. Homogeneous porous medium // Journal of Fluid Mechanics. — 2000. — V. 420. — P. 225—257. — DOI: 10.1017/S0022112000001543.
95. *Zhang Y., Shariati M., Yortsos Y.* Spreading of immiscible fluids in porous media under the influence of gravity // Transport in Porous Media. — 2000. — V. 38 (1/2). — P. 117—140. — DOI: 10.1023/A:1006663217326.
96. Key parameters and dominant EOR mechanism of CO<sub>2</sub> miscible flooding applied in low-permeability oil reservoirs / T. Wang [et al.] // Geoenergy Science and Engineering. — 2023. — V. 225. — P. 211724. — DOI: 10.1016/j.geoen.2023.211724.
97. The Role of Immiscible Fingering on the Mechanism of Secondary and Tertiary Polymer Flooding of Viscous Oil / A. Beteta [et al.] // Transport in Porous Media. — 2022. — V. 143 (2). — P. 343—372. — DOI: 10.1007/s11242022-01774-8.

98. *Riaz A., Tchelepi H.* Linear stability analysis of immiscible two-phase flow in porous media with capillary dispersion and density variation // *Physics of Fluids*. — 2004. — V. 16 (12). — P. 4727—4737. — DOI: 10.1063/1.1812511.
99. A Review of CO<sub>2</sub>-Enhanced Oil Recovery with a Simulated Sensitivity Analysis / M. Perera [et al.] // *Energies*. — 2016. — V. 9 (7). — P. 481. — DOI: 10.3390/en9070481.
100. *Coats K.* An Equation of State Compositional Model // *Society of Petroleum Engineers Journal*. — 1980. — V. 20 (05). — P. 363—376. — DOI: 10.2118/ 8284-PA.
101. *Афанасьев А. А., Веденеева Е. А.* Исследование эффективности закачки газа и воды в нефтяной пласт // *Известия РАН. МЖГ*. — 2020. — Т. 5. — С.46—55. — DOI: 10.31857/S0568528120050011.
102. *Afanasyev A., Vedeneeva E.* Compositional modeling of multicomponent gas injection into saline aquifers with the MUFITS simulator // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. — 2021. — 103988. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2021.103988>.
103. *Брусиловский А. И.* Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа. — М.: Грааль, 2022. — С. 575.
104. *Afanasyev A.* MUFITS reservoir simulation software. — 2013. — URL: <http://www.mufits.imec.msu.ru>; Дата обращения: 25.03.2025.
105. *Green D., Willhite G.* Enhanced Oil Recovery, Second Edition. — Society of Petroleum Engineers, 2018. — P. 2211.
106. *Afanasyev A., Andreeva A., Chernova A.* Numerical optimisation of CO<sub>2</sub> flooding using a hierarchy of reservoir models // *Advances in Geosciences*. — 2021. — V. 56. — P. 19—31. — DOI: 10.5194/adgeo-56-19-2021.
107. *Чернова А. А., Афанасьев А. А.* Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести // *Изв. РАН МЖГ*. — 2023. — Т.6. — С. 95—109.
108. *Chernova A., Afanasyev A.* Recovery and Sweep Efficiency in a Cross-Sectional Problem of Immiscible Displacement with Gravity Override and Capillary

- Imbibition // Transport in Porous Media. — 2024. — V. 151 (12). — P. 2431—2453.
109. Чернова А.А., Афанасьев А.А. Влияние гравитационного расслоения фаз на оптимальные режимы водогазового воздействия на нефтяные пласты // Изв. РАН МЖГ. — 2022. — Т. 5. — С. 51—61.
  110. Brooks R., Corey A. Hydraulic properties of porous media. — Hydrology Papers 3, Colorado State University, Fort Collins, 1964. — P. 27.
  111. Афанасьев А. А., Султанова Т. В. Исследование нестационарного двухмерного вытеснения в пористой среде в автомодельной постановке // Изв. РАН МЖГ. — 2017. — Т. 4. — С. 62—72.
  112. Цыпкин Г. Г., Шаргатов В. А. Линейная устойчивость фильтрационного течения с поверхностью раздела газ-нефть в рамках подхода Бринкмана // Изв. РАН МЖГ. — 2022. — Т. 3. — С. 56—64.
  113. Афанасьев А. А., Султанова Т. В. Исследование гидродинамической неустойчивости фронта вытеснения при закачке углекислого газа в водонасыщенный пласт // Изв. РАН МЖГ. — 2016. — Т. 4. — С. 85—96.
  114. LaForce T., Jessen K. Analytical and numerical investigation of multicomponent multiphase WAG displacements // Computational Geosciences. — 2010. — V. 14 (4). — P. 745—754. — DOI: 10.1007/s10596-010-9185-3.
  115. Langston M., Hoadley S., Young D. Definitive CO2 Flooding Response in the SACROC Unit // Proceedings of SPE Enhanced Oil Recovery Symposium. — 1988. — DOI: 10.2523/17321-MS.
  116. Brooks R., Corey A. Hydraulic properties of porous media // Hydrology Papers, Colorado State University. — 1964.