

Заключение диссертационного совета МГУ.012.1

по диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Решение диссертационного совета от «23» апреля 2025 г. № 8

О присуждении Осинскому Александру Игоревичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Существование и построение близких к оптимальным крестовых и столбцовых аппроксимаций матриц» по специальности 1.1.6 Вычислительная математика (физико-математические науки) принята к защите диссертационным советом 10 февраля 2025 г., протокол № 1.

Соискатель Осинский Александр Игоревич, 1994 года рождения, в 2022 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему: «Кинетика агрегации и фрагментации в неоднородных системах» в диссертационном совете, созданном на базе Института вычислительной математики им. Г.И. Марчука Российской академии наук.

Соискатель работает в Сколковском институте науки и технологий в должности старшего научного сотрудника и в Институте вычислительной математики имени Г.И. Марчука в должности научного сотрудника.

Диссертация выполнена в Институте вычислительной математики им. Г.И. Марчука.

Официальные оппоненты:

Наумов Алексей Александрович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор базовой кафедры Института проблем передачи информации имени А.А. Харкевича РАН факультета компьютерных наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»;

Бородин Петр Анатольевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;

Капорин Игорь Евгеньевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Отдела 26 «Прикладных проблем оптимизации» Отделения 2 «Моделирование сложных физических и технических систем» Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук -
Оппоненты дали положительные отзывы на диссертацию.

Выбор официальных оппонентов обосновывался тем, что оппоненты являются ведущими специалистами по тематике диссертационного исследования и, в частности, в теории случайных матриц, жадных алгоритмов, крестовых и LU разложений, что позволяет оппонентам дать всестороннюю глубокую оценку результатам, представленным в диссертационной работе. Результаты их исследований, полученные в последние годы, опубликованы в ведущих зарубежных и отечественных журналах и близки по теме к исследованиям соискателя. Все оппоненты имеют ученую степень доктора физико-математических наук.

Соискатель имеет 50 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации 15 работ, из них 15 статей, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI и в изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.6 Вычислительная математика (физико-технические науки).

1. Osinsky A.I. Low-rank Monte Carlo for Smoluchowski-class equations // Journal of Computational Physics. — 2024. — V. 506. — P. 112942. (WoS, JIF: 3.8) [2.1 п. л.]

Автором самостоятельно написан код малорангового метода Монте-Карло для классических и температурно-зависимых уравнений, проведено численное сравнение с другими методами.

2. Osinsky A. Volume-based subset selection // Numerical Linear Algebra with Applications. — 2024. — V. 31, no. 2. — P. e2525. (WoS, JIF: 1.8) [0.9 п. л.]

Автором самостоятельно построен алгоритм поиска прямоугольных подматриц локально максимального объема, доказана его алгоритмическая сложность, а также свойства подматриц, получаемых с его помощью.

3. Осинский А.И. Нижние оценки точности столбцовых аппроксимаций матриц // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2023. — Т. 63, №11. — С. 1816. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 1.118) [0.1 п. л.] Перевод:

Osinsky A. Lower Bounds for Column Matrix Approximations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2023. — V. 63, no. 11. — P. 2024-2037. (WoS, JIF: 0.7) [1.3 п. л.]

Автором самостоятельно получены нижние оценки точности столбцовых аппроксимаций матриц по спектральной норме и норме Фробениуса. В некоторых случаях также доказаны близкие верхние оценки.

4. Osinsky A. Polynomial time ρ -locally maximum volume search // Calcolo. — 2023. — V. 60, no. 42. (WoS, JIF: 1.4) [1.9 п. л.]

Автором самостоятельно предложен алгоритм поиска подматриц локально максимального объема, написан код, проведено сравнение с другими методами, доказана сходимость метода и свойства полученной с его помощью аппроксимации.

5. Osinsky A.I., Brilliantov N.V. Exact solutions of temperature-dependent Smoluchowski equations // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. — 2022. — V. 55, no. 42. — P. 425003. (WoS, JIF: 2) [1.5/1.3 п. л.]

Автором был разработан и описан малоранговый Монте-Карло метод, получены точные решения температурно-зависимых уравнений Смолуховского, проведены численные эксперименты. Совместно с Н.В. Бриллиантовым выполнена постановка задачи.

6. Kalinov A., Osinsky A.I., Matveev S.A., Otieno W., Brilliantov N.V. Direct simulation Monte Carlo for new regimes in aggregation-fragmentation kinetics // *Journal of Computational Physics*. — 2022. — V. 467. — P. 111439. (WoS, JIF: 3.8) [1.4/1.1 п. л.]

Автором был разработан, описан и реализован метод принятия-отклонения в применении к уравнениям Смолуховского с фрагментацией на мономеры, выполнены связанные с ним численные эксперименты. А. Калиновым реализован обратный Монте-Карло метод. С.А. Матвеевым, В. Отиэно и Н.В. Бриллиантовым выполнена постановка задачи.

7. Osinsky A.I., Brilliantov N.V. Anomalous aggregation regimes of temperature-dependent Smoluchowski equations // *Physical Review E*. — 2022. — V. 105, no. 3. — P. 034119. (WoS, JIF: 2.2) [0.6/0.5 п. л.]

Автором получены численные решения температурно-зависимых уравнений Смолуховского с помощью малоранговых методов, а также выведены асимптотики полученных решений. Совместно с Н.В. Бриллиантовым выполнена постановка задачи.

8. Лебедева О.С., Осинский А.И., Петров С.В. Приближенные алгоритмы малоранговой аппроксимации в задаче восполнения матрицы на случайном шаблоне // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2021. — Т. 61, № 5. — С. 827–844. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 1.118) [1.3/1.0 п. л.] Перевод:

Lebedeva O.S., Osinsky A.I., Petrov S.V. Low-Rank Approximation Algorithms for Matrix Completion with Random Sampling // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. — 2021. — V. 61, no. 5. — P. 799–815. (WoS, JIF: 0.7) [1.3/1.0 п. л.]

Автором совместно с С.В. Петровым были получены доказательства сходимости приближенного сингулярного разложения для восстановления матриц. Автором предложен вариант крестовой аппроксимации для использования при восстановлении матриц, написан сам алгоритм и проведены численные эксперименты. С.В. Петровым

реализован метод случайного проектирования. Автором совместно с О.С. Лебедовой и С.В. Петровым выполнена постановка задачи.

9. Замарашкин Н.Л., Осинский А.И. О точности крестовых и столбцовых малоранговых $\max\text{vol}$ -приближений в среднем // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2021. — Т. 61, № 5. — С. 813–826. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 1.118) [1.0/0.9 п. л.] Перевод:

Zamarashkin N.L., Osinsky A.I. On the Accuracy of Cross and Column Low-Rank Maxvol Approximations in Average // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2021. — V. 61, no. 5. — P. 786–798. (WoS, JIF: 0.7) [1.0/0.9 п. л.]

Автором выведены оценки точности крестовых и столбцовых аппроксимаций в среднем, проведены численные эксперименты, обнаружена и численно подтверждена связь между точностью аппроксимации и свойствами подматриц ортогональных матриц. Совместно с Н.Л. Замарашкиным выполнена постановка задачи.

10. Osinsky A.I. Low-rank method for fast solution of generalized Smoluchowski equations // Journal of Computational Physics. — 2020. — Vol. 422. — P. 109764. (WoS, JIF: 3.8) [1.1 п. л.]

Автором самостоятельно построен малоранговый метод решения обобщенных уравнений типа Смолуховского, написан код, проведено сравнение с другими методами, предложен и применен адаптивный шаг по времени.

11. Zheltkov D.A., Osinsky A.I. Global Optimization Algorithms Using Tensor Trains. In: Lirkov, I., Margenov, S. (eds) Large-Scale Scientific Computing. LSSC 2019. Lecture Notes in Computer Science. — 2020. — V. 11958. Springer, Cham. (WoS, JIF: 0.4) [0.4/0.35 п. л.]

Автором доказана сходимость алгоритма $\max\text{vol}$ для частного случая аппроксимации ранга 1, оценена скорость сходимости, точность полученной аппроксимации, близость найденного элемента к максимальному, доказана возможность применения алгоритма при аппроксимации тензоров. Совместно с Д.А. Желтковым выполнена постановка задачи.

12. Осинский А.И., Оценки аппроксимации тензорных поездов по норме Чебышёва // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2019. — Т. 59, № 2. — С. 211–216. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 1.118) [0.4 п. л.] Перевод:

Osinsky A.I. Tensor Trains Approximation Estimates in the Chebyshev Norm // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2019. — V. 59, no. 2. — P. 201–206. (WoS, JIF: 0.7) [0.4 п. л.]

Автором самостоятельно получены оценки аппроксимации по норме Чебышева для тензорных поездов, основанные на использовании крестовой аппроксимации.

13. Замарашкин Н.Л., Осинский А.И. О существовании близкой к оптимальной скелетной аппроксимации матрицы во фробениусовой норме // Доклады Академии наук. — 2018. — Т. 479, № 5. — С. 489–492. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 0.859) [0.3/0.25 п. л.] Перевод:

Zamarashkin N.L., Osinsky A.I. On the Existence of a Nearly Optimal Skeleton Approximation of a Matrix in the Frobenius Norm // Doklady Mathematics. — 2018. — V. 97, no. 2. — P. 164–166. (WoS, JIF: 0.5) [0.3/0.25 п. л.]

Автором доказано существование крестовых аппроксимаций высокой точности по норме Фробениуса. Совместно с Н.Л. Замарашкиным выполнена постановка задачи.

14. Osinsky A.I., Zamarashkin N.L. Pseudo-skeleton approximations with better accuracy estimates // Linear Algebra and its Applications. – 2018. – V. 537, no. 4. – P. 221-249. (WoS, JIF: 1) [2.1/1.9 п. л.]

Автором получены доказательства для точности столбцовой и крестовой аппроксимаций по спектральной норме, доказаны оценки точности крестовой аппроксимации по норме Чебышева, проведены численные эксперименты, предложены и реализованы алгоритмы поиска подматриц локально максимального проективного объема. Совместно с Н.Л. Замарашкиным выполнена постановка задачи.

15. Замарашкин Н.Л., Осинский А.И. Новые оценки точности псевдоскелетных аппроксимаций матриц // Доклады академии наук. — 2016. — Т. 471, № 3. — С. 263-266. (RSCI, двухлетний импакт-фактор РИНЦ: 0.859) [0.3/0.25 п. л.] Перевод:

Zamarashkin N.L., Osinsky A.I. New accuracy estimates for pseudoskeleton approximations of matrices // Doklady Mathematics. — 2016. — V. 94, no. 3. — P. 643-645. (WoS, JIF: 0.5) [0.3/0.25 п. л.]

Автором получены оценки точности крестовой аппроксимации по норме Чебышева, предложен вид крестовой аппроксимации и требования к выбору подматрицы, позволяющие гарантировать полученные оценки. Совместно с Н.Л. Замарашкиным выполнена постановка задачи.

В работах, лежащих в основе диссертации, личный вклад соискателя был определяющим. Автором поставлены цели и задачи, выбраны пути их решения, получены все описанные в диссертации теоретические результаты. Автором выполнен анализ литературы, подготовлены к публикации материалы исследований. Автором реализованы все описанные в диссертации численные методы, проведены эксперименты, проанализированы их результаты.

На диссертацию и автореферат дополнительных отзывов не поступило.

Диссертационный совет отмечает, что представленная диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны и обоснованы методы построения столбцовых и крестовых аппроксимаций матриц, близкие по точности к наилучшим аппроксимациям того же ранга. Полученные в диссертации результаты позволяют заменить вычислительно сложные методы построения точного или приближенного сингулярного разложения крестовыми методами. Как следствие, любые алгоритмы, где требуется приближенное проектирование на пространство матриц малого ранга, могут быть ускорены путем использования предложенных крестовых методов, основанных на поиске подматриц большого проективного объема. Примерами таких задач являются задачи отбора признаков в машинном обучении, задачи на восстановление матриц, встречающиеся в рекомендательных системах, а также численное решение интегральных уравнений и уравнений Смолуховского.

Диссертация представляет собой самостоятельное законченное исследование, обладающее внутренним единством. Положения, выносимые на защиту, содержат новые научные результаты и свидетельствуют о личном вкладе автора в науку:

1. Использование подматриц локально максимального объема и проективного объема приводит к крестовым аппроксимациям с верхними оценками точности, доказывающими их близость к оптимальным аппроксимациям по норме Чебышева.
2. Существование скелетных аппроксимаций с точностью по норме Фробениуса, близкой к точности сингулярного разложения.
3. Свойства подматриц унитарных матриц, определяющие точность столбцовых аппроксимаций по спектральной норме.
4. Вероятностные оценки точности для крестовых аппроксимаций на основе подматриц максимального объема и проективного объема, гарантирующие, что точность полученных аппроксимаций по норме Фробениуса близка к точности сингулярного разложения.
5. Полиномиальные алгоритмы поиска подматриц, обладающих -локально максимальным объемом и проективным объемом, число шагов которых зависит только от размера подматрицы и параметра ρ , определяющего близость объема к максимальному.
6. Крестовые методы аппроксимации, существенно ускоряющие решение обобщенных уравнений Смолуховского и восстановление матриц.

На заседании 23 апреля 2025 года диссертационный совет принял решение присудить Осинскому А.И. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 17 человек, из них 7 докторов наук по специальности 1.1.6, участвовавших в заседании, из 21 человека, входящих в состав совета, дополнительно введены на разовую защиту 0 человек, проголосовали: за 17, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Председатель диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор, академик РАН

Тыртышников Е.Е.

Ученый секретарь
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН

Ильин А.В.

Декан факультета ВМК
доктор технических наук,
академик РАН

Соколов И.А.

«23» апреля 2025 г.