

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента на диссертацию**  
**Цупака Алексея Александровича**  
**«Интегральные уравнения и численный метод решения**  
**задач дифракции на системе тел и экранов»,**  
**представленную на соискание ученой степени**  
**доктора физико-математических наук**  
**по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»**

Диссертация А.А. Цупака посвящена исследованию численных методов решения задачи дифракции на системе экранов и диэлектрических тел на основе интегро-дифференциальных уравнений. Задача рассматривается в скалярной и векторной постановке. В скалярной постановке задача рассматривается для уравнения Гельмгольца, в векторной – для системы уравнений Максвелла. Данная задача является весьма **актуальной**, поскольку позволяет определить диаграмму рассеяния реалистичного металло-диэлектрического объекта, что представляет значительный интерес как в прямых, так и обратных задачах акустического либо электромагнитного зондирования.

Построение эффективных численных алгоритмов для задачи дифракции связано с рядом принципиальных проблем, решению которых посвящена рассматриваемая работа. Первой проблемой является неограниченность области и необходимость использования условий излучения. Для решения задачи ограничения области существует два подхода. Первый заключается в постановке точных либо асимптотических условий сопряжения на некоторой границе, внутри которой лежат рассеиватели и решении внутренней краевой задачи с введенными краевыми условиями. Следует заметить, что хотя постановка точных краевых условий на сфере не представляет принципиальных трудностей, соответствующие краевые условия задаются псевдодифференциальным оператором, имеют сложный для приложений вид, и их эффективное применение представляет собой отдельную задачу. Развитием подобного метода является задание краевых условий в виде интегрального уравнения, связывающего решение и его производные на некоторой поверхности. В работе применяется другой подход, основанный на сведении задачи дифракции

к системе интегро-дифференциальных уравнений. Основная проблема подобного подхода с практической точки зрения связана с высокими запросами к ресурсам вычислительной техники при решении объемных интегральных либо интегро-дифференциальных уравнений. Вторая проблема связана с разной размерностью объемных диэлектрических рассеивателей и металлических рассеивателей в виде бесконечно тонких экранов. Исследованию вопросов разрешимости соответствующих интегральных уравнений и их дискретизации методом Галеркина посвящена основная часть работы.

В первой главе рассмотрена задача рассеяния на проводящем теле в присутствие бесконечно-тонких экранов. Задача сведена к системе объемных и поверхностных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений, для которых установлены теоремы существования и единственности. Данные теоремы носят конструктивный характер в том смысле, что их следствием является сходимость метода Галеркина в подходящих функциональных пространствах. Задача рассматривается в Соболевских пространствах, связанных с рассматриваемыми интегро-дифференциальными уравнениями. Известно, начиная, например, с работ М. Костабеля, что для Соболевских пространств, отвечающих дробным положительным и отрицательным индексам, возможно сведение подобных уравнений к Фредгольмовым. В настоящей работе подобный подход, первоначально применяемый к плоским экранам, развивается для весьма широкого класса задач. При практическом применении метода Галеркина распространенным походом является замена криволинейной поверхности на кусочно-гладкую. В настоящей работе разработан алгоритм применения метода Галеркина с базисом, отвечающим непосредственно криволинейной поверхности.

Во второй главе рассматривается задача рассеяния на проницаемых телах, частично экранированных экранами. Предполагается, что экран лежит на части границы проницаемого рассеивателя. Задача сведена к системе интегро-дифференциальных уравнений. Доказано существование и единственность решения полученной системы уравнений. В целом рассматривается круг вопросов близкий к изучаемому в первой главе. Основное отличием результатов данной главы от первой связано с требованием отсутствия пересечения экранов и проницаемых рассеивателей.

Для рассматриваемой задачи построен метод численного решения на основе метода Галеркина и доказана его сходимость.

В третьей главе рассматривается задача рассеяния для системы уравнений Максвелла на системе проницаемых тел и экранов, не имеющих точек пересечения с проницаемым рассеивателем. Задача сводится к системе векторных интегро-дифференциальных уравнений. Доказана Фредгольмовость задачи в определенных Соболевских пространствах, из которых следуют существование и единственность решения задачи. Рассмотрено применение метода Галеркина, на основе векторных базисных функций, введенных Равъяром и Тома, а позднее применяемых другими авторами и в задаче рассеяния называемых также RWG функциями. Для указанного базиса доказана сходимость метода Галеркина. Разработано применение метода Галеркина для криволинейных экранов и границ рассеивателей. В четвертой главе развитый метод применяется к задаче рассеяния на частично экранированном металлическом теле. Установлены теоремы разрешимости для данного класса задач.

В пятой главе рассмотрена численная реализация метода Галеркина для задачи рассеяния. Рассматривается как задача для уравнения Гельмгольца, так и для системы уравнений Максвелла. Приведено определенное число результатов численного решения задачи. Рассмотрена параллельная реализация алгоритма.

**Достоверность и обоснованность** выносимых на защиту результатов и сформулированных выводов обеспечивается корректной постановкой задач, применением строгих математических методов исследования, полными математическими доказательствами. Полученные автором диссертации результаты аналитического исследования задач дифракции и теоретического обоснования метода Галеркина являются новыми, они опубликованы в ведущих российских и международных научных журналах и представлены на крупных международных конференциях. **Научная значимость** результатов заключается в полном теоретическом обосновании метода Галеркина для решения исследованных в диссертации задач дифракции.

В качестве замечаний можно высказать довольно ограниченно представление число результатов по анализу разработанного программного обеспечения. Для векторной задачи не приведены результаты, как

асимптотического анализа, так и сравнения с результатами, полученными другими методами. В качестве задачи, допускающей оценку возможностей метода можно привести задачу о рассеянии на диэлектрическом шаре с комплексной диэлектрической проницаемостью. При стремлении мнимой части диэлектрической проницаемости к бесконечности решение задачи стремится к решению задачи рассеяния на идеально проводящем теле, допускающем точное решение. Кроме того, желательно сравнение результатов, полученных автором с результатами вычислений на основе конечно-элементных программ типа Ansoft HFSS или на основе интегро-дифференциальных уравнений типа FECO.

Высказанные замечания не снижают общей высокой оценки диссертационной работы, посвященной решению актуальных вопросов вычислительной математики.

Диссертация А.А. Цупака представляет собой завершенную научно-квалификационную работу, результаты которой вносят существенный вклад в теорию аналитического и численного исследования задач дифракции на частично экранированных рассеивателях. Совокупность полученных в работе теоретических результатов можно рассматривать как решение важной научной проблемы. Прикладное значение диссертации заключается в возможности применения ее результатов для численного решения прямых и обратных задач акустического и электромагнитного зондирования. Результаты диссертации могут быть использованы в учебных и научных учреждениях при осуществлении учебного процесса и при проведении научных исследований. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Цупака А.А. «Интегральные уравнения и численный метод решения задач дифракции на системе тел и экранов» соответствует паспорту специальности 1.1.6 «Вычислительная математика» и удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, а ее автор, Цупак Алексей Александрович, заслуживает присуждения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.6 «Вычислительная математика».

Официальный оппонент:  
доктор физико-математических наук  
ведущий научный сотрудник  
лаборатории динамики и стохастики сложных систем им. Р.Л. Добру-  
шина Высшей школы современной математики  
ФГАОУ ВО "Московского физико-технического института (Националь-  
ный исследовательский университет)" (МФТИ, Физтех)

Делицын Андрей Леонидович

<

Контактные данные:

тел. : 8-9168124885 e-mail: delitsyn@mail.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
зашита диссертация: 01.01.03 - математическая физика

Адрес места работы:

141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер. д. 9,  
Тел.: 8(495)408-49-88

ПОДПИСЬ РУКОЙ *Рен*  
ЗАВЕРЯЮ:  
АДМИНИСТРАТОР КАНЦЕЛЯРИИ  
АДМИНИСТРАТИВНОГО ОТДЕЛА  
О.А.КОРАБЛЕВА

*Рен*  
*делицын*

