

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. Ломоносова

На правах рукописи

Кейзеров Сергей Иванович

**САМОДЕЙСТВИЕ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РАДИОНА
С ПОЛЯМИ СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ**

Специальность 1.3.15 – Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика
высоких энергий

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Работа выполнена в Отделе экспериментальной физики высоких энергий
Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына
МГУ имени М.В. Ломоносова

Научные руководители: Боос Э.Э.
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корр. РАН;

Волобуев И.П.
доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Киселев Александр Викторович**
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
ФГБУ НИЦ «Курчатовский институт»,
Институт физики высоких энергий имени
А.А. Логунова,
главный научный сотрудник

Грац Юрий Владимирович
доктор физико-математических наук,
профессор,
МГУ имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, профессор

Горбунов Дмитрий Сергеевич
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН
ФГБУН «Институт Ядерных Исследований РАН»,
отдел теоретической физики,
главный научный сотрудник

Защита диссертации состоится в 20.09. 2024 г. 15.00 на заседании диссертационного совета МГУ.013.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, д. 1, строение 5 (19-й корпус НИИЯФ МГУ), аудитория 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале:
<https://dissovet.msu.ru/dissertation/3047>

Автореферат разослан «___» _____ 2024.г.

E-mail (диссертационного совета): galan_lidiya@mail.ru

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.013.2
кандидат физ.-мат. наук



Галанина Л.И.

Общая характеристика работы

Целью диссертации является исследование физической адекватности расширения Стандартной модели с помощью стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума в пятимерном пространстве-времени и изучение феноменологических следствий этого расширения.

Актуальность и степень разработанности темы диссертации

Теории с дополнительными измерениями пространства-времени изучаются в теоретической физике уже более ста лет. Пионерская работа Теодора Калуцы [1], в которой была сделана попытка объединить гравитационное и электромагнитное взаимодействия с помощью гипотезы о наличии у физического пространства-времени пятого измерения, была опубликована в 1921 году. Несколько лет спустя Оскаром Клейном была опубликована работа [2], в которой с помощью пятого измерения, свернутого в микроскопическую окружность, объяснялась дискретность зарядов и масс элементарных частиц, а также обосновывалось отсутствие непосредственной возможности наблюдать это дополнительное измерение в прямых экспериментах. И хотя в конечном итоге ни подобная теория объединения электромагнитных и гравитационных взаимодействий, ни такая модель квантования зарядов и масс не оказались реалистичными, тем не менее, идея, что в микромире физическое пространство-время может иметь более четырех измерений, прочно вошла в инструментарий физиков-теоретиков и к настоящему времени получила серьезнейшее развитие (см., например, обзор [3]).

Во второй половине 20-го века идеи Калуцы и Клейна были обобщены на случай более чем одного дополнительного измерения. В частности, было показано, что в подобных теориях можно получить калибровочные поля с произвольной группой калибровочной симметрии [4], а компактификация дополнительных измерений может быть следствием точных решений многомерных динамических уравнений, как классических [5-7], так и уравнений, полученных с учетом квантовых поправок [8,9]. Введение в теорию дополнительных полей, которые имеют негравитационное, неметрическое происхождение, например, так называемых симметричных калибровочных полей [10,11], позволяет получить после размерной редукции лагранжианы четырехмерных скалярных и векторных полей, сходные по структуре с теми, что фигурируют в Стандартной модели, в частности полиномиальный потенциал поля Хиггса четвертой степени с нетривиальным минимумом. Заметим также, что без идеи дополнительных измерений пространства-времени невозможно представить такие современные научные направления, как теория суперструн и М-теория, для которых из требований самосогласованности и непротиворечивости

вытекает необходимость существования определенного числа дополнительных измерений. К сожалению, несмотря на формальное сходство четырехмерных лагранжианов, получаемых в результате редукции многомерной теории, с теми структурами, которые присутствуют в лагранжиане Стандартной модели, реалистичная многомерная теория, хорошо описывающая экспериментальные данные, так и не была создана. Дело в том, что соотношения между эффективными четырехмерными константами, получаемыми в таких моделях, имеют достаточно жесткие теоретические ограничения и при этом оказываются достаточно далеки от наблюдаемых. Четырехмерные поля оказываются или безмассовыми, или имеют массы порядка обратного радиуса компактификации (характерного размера дополнительных измерений). Кроме того, как правило, в таких моделях возникают бесконечные последовательности четырехмерных полей (мод) с возрастающими массами – так называемые калуца-клейновские башни, причем массы соседних мод оказываются сравнимыми (возможно за исключением самой легкой моды, которая может быть безмассовой). При этом для подавляющего большинства простых моделей типа Калуцы-Клейна выполняется условие, что если четырехмерные константы взаимодействия калибровочных полей, получаемые в процессе редукции, оказываются порядка единицы, то радиус компактификации будет планковским. Поэтому величины наименьших ненулевых масс и размерных констант, получаемых после размерной редукции, оказываются одного порядка с энергетическим масштабом четырехмерного гравитационного взаимодействия, то есть порядка массы Планка (примерно 10^{19} ГэВ). Тогда как масштаб масс и размерных констант полей СМ (примерно 200 ГэВ) на много порядков отличается от фундаментального планковского масштаба. Столь существенная разница характерных энергетических масштабов гравитационного и калибровочных взаимодействий получила название «проблемы иерархии».

Принципиально новый подход к проблеме ненаблюдаемости дополнительных измерений пространства был предложен в работах [12,13]. В них была построена самосогласованная модель, в которой поля материи с помощью определенного механизма удерживались на доменной стенке, возникающей в результате решения многомерных уравнений движения. И для того, чтобы локализованные на доменной стенке частицы могли быть от нее оторваны, требовалась огромная энергия, много большая характерного энергетического масштаба Стандартной модели. В результате в такой модели дополнительные измерения могут иметь большие (макроскопические) или даже бесконечные размеры, оставаясь при этом ненаблюдаемыми. Если постулировать такое удержание частиц на бесконечно тонкой доменной стенке, то в теории возникает новый объект, получивший сначала название «мембрана», которое впоследствии, чтобы отличать

его от мембран в других областях физики, было сокращено до «браны». Оказалось, что такой подход к теориям с дополнительными измерениями позволяет дать решение проблемы иерархии взаимодействий.

Одним из первых вариантов решения этой проблемы стал подход с использованием «больших» дополнительных измерений, известный как ADD-сценарий [14]. В этом подходе предполагается локализация полей материи на бране, то есть на четырехмерной гиперповерхности, погруженной в пространство-время большего числа измерений, что объясняет эффективную четырехмерность низкоэнергетической теории. Натяжение браны (плотность энергии браны) полагается равным нулю. Дополнительные измерения, которых в этом подходе может быть более одного, предполагаются компактными, но при этом имеют достаточно большой размер по сравнению с планковской длиной. Связь четырехмерной фундаментальной гравитационной массы Планка M_{Pl} с аналогичной многомерной массой M в случае n дополнительных измерений, образующих однородное компактное пространство объема V_n , описывается формулой

$$M_{Pl}^2 = M^{n+2} V_n$$

где $V_n = kL^n$, L – характерный «размер» дополнительного измерения, а k – зависящая от геометрии свернутого пространства константа порядка единицы. Очевидно, что при достаточно большом V_n (то есть при больших L) величины M и M_{Pl} могут различаться на много порядков. Отличительной чертой этой модели является ее простота, а серьезным недостатком – пренебрежение гравитационным полем, порождаемым браной.

Модели с выделенными гиперповерхностями или бранами естественным образом возникают также в теории суперструн и М-теории [15,16]. Оказывается, что такие гиперповерхности могут обладать собственным натяжением – четырехмерной космологической константой на бране, отличной от космологической константы объемлющего пространства.

В более общих случаях многомерное действие, состоящее из суммы многомерной части (интеграла по всему многомерному пространству) и действия на бранах (четырёхмерных интегралов по бранам или границам) может содержать любые скалярные (псевдоскалярные) комбинации физических полей. При этом параметры в многомерном действии (массы, константы взаимодействий и т.д.) могут отличаться от аналогичных параметров в действии на бранах. Сами же дополнительные измерения могут иметь большой или даже бесконечный размер, а собственно бран может быть несколько. В тех случаях, когда имеется только одно дополнительное измерение, брана может разбивать многомерное пространство на несвязные части, в каждой из которых может быть своя

космологическая константа, вакуумные конфигурации полей и/или другие параметры. Стоит также подчеркнуть, что различные феноменологические модели с бранами не обязательно должны быть следствием М-теории и удовлетворять ограничениям, из нее вытекающим.

Рассматриваются также модели с так называемыми «универсальными дополнительными измерениями» (Universal Extra Dimension, UED), в которых все или некоторые поля материи находятся не на бранах, а во всем многомерном пространстве (bulk), что делает их по духу близкими к теориям типа Калуцы-Клейна, расцвет которых пришелся на первую половину двадцатого века. Браны в таких моделях являются причиной существенной неоднородности самосогласованных решений многомерных уравнений движения гравитационного и материальных полей. Феноменологическим следствием таких моделей, как правило, являются тяжелые двойники частиц Стандартной модели [17]. Существование таких частиц активно обсуждается [18-20], и их поиски ведутся в экспериментах на LHC [21-26].

Одной из феноменологически наиболее интересных моделей с дополнительными измерениями пространства-времени является так называемая модель Рэндалл-Сундрума (RS-модель), предложенная в работе Л. Рэндалл и Р. Сундрума [27]. В этой модели структура многомерного пространства-времени является результатом решения многомерных уравнений движения для гравитационного поля с учетом собственной гравитации двух бран, а возможность удержания на них материи фактически постулируется. В последующих работах было выяснено, что это решение не фиксирует расстояние между бранами, поэтому эта модель получила название нестабилизированная RS-модель. В ней натяжение бран предполагается различным, что приводит к неоднородности полученного решения по пятой координате, и, как следствие, к различному эффективному гравитационному взаимодействию на разных бранах. При этом возможна ситуация, когда многомерное гравитационное взаимодействие по порядку величины сравнимо с остальными (калибровочными) взаимодействиями, но на одной из бран эффективное четырехмерное гравитационное взаимодействие оказывается сильно подавлено за счет так называемого конформного фактора (warp factor), и именно таким образом эта модель решает проблему иерархии. Дальнейший последовательный анализ RS-модели показал [28-30], что в ней присутствует КК-башня тензорных мод со спином 2, среди которых имеется одна безмассовая мода – гравитон. Взаимодействие тензорных мод с полями СМ на бранах имеет обычный вид свертки с тензором энергии-импульса (ТЭИ) материи, однако на одной из бран оно экспоненциально подавлено по сравнению с другой браной и гравитационным взаимодействием в «балке» (bulk). Кроме того, в модели имеется

одна безмассовая скалярная мода (то есть мода со спином нуль), называемая радионом. Она взаимодействует со следом ТЭИ материи, причем константа взаимодействия имеет порядок пятимерного фундаментального масштаба. Феноменология нестабилизированной RS-модели далека от реалистичности. Наличие в ней безмассового скалярного поля (поля радиона), достаточно сильно взаимодействующего с полями Стандартной модели, а также невозможность зафиксировать расстояние между бранами, делает ее нежизнеспособной. Для устранения этих недостатков были предложены различные механизмы. Один из них, предложенный в работе [31], предполагает введение в теорию дополнительного пятимерного скалярного поля (так называемое поле Гольдбергера-Вайза), которое стабилизирует расстояние между бранами, а также приводит к появлению массы у безмассового скалярного поля радиона и возникновению калуца-клейновской башни массивных скалярных полей, самое легкое из которых, в принципе, может быть наблюдаемым. Позднее была предложена модель, в которой роль такого поля играет поле Хиггса [32]. Таким образом, пятое измерение в обсуждаемой модели в некотором смысле становится «универсальным дополнительным измерением», напоминая UED-сценарий тем, что в «балке» распространяется не только гравитационное поле, но и другая материя, в данном случае поле Хиггса и калибровочные поля. В настоящей диссертации будет рассматриваться вариант стабилизированной RS-модели, предложенный в работах [33, 34], в которой поля Стандартной модели локализованы на бране со слабым гравитационным взаимодействием, и благодаря специальному выбору потенциалов поля Гольдбергера-Вайза существует точное решение для фоновых (вакуумных) конфигураций метрики и скалярного поля.

Предмет и объект исследований

Объектом исследования диссертации является расширение Стандартной модели с помощью пятимерной стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума, в которой поля Стандартной модели локализованы на бране со слабым гравитационным взаимодействием.

Предметом исследований являются физическая адекватность такого расширения Стандартной модели с точки зрения согласованности фонового решения с самодействием поля радиона и квантовыми поправками, а также его феноменологические следствия в секторе скалярных частиц.

Цели и задачи работы

Целью настоящей диссертации является изучение вида потенциала самодействия поля радиона, возникающего в стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума, и некоторых особенностей взаимодействия радиона с полями Стандартной модели в процессах

рассеяния, а также влияния квантовых поправок на устойчивость фонового решения модели.

Для достижения поставленной цели были решены следующие основные задачи:

1. Вычислены аналитически амплитуды процессов с участием одиночного радиона и произвольного числа калибровочных бозонов, а также амплитуды ассоциативного рождения радиона с бозоном Хиггса и произвольным числом калибровочных бозонов, как в древесном приближении, так и при наличии фермионных петель;

2. Проведен сравнительный анализ полученных амплитуд процессов с участием радиона с амплитудами аналогичных процессов с участием бозона Хиггса и найдено подобие в поведении амплитуд процессов с участием этих частиц;

3. Найден эффективный четырехмерный лагранжиан самодействия радиона в полиномиальном приближении четвертой степени по полю радиона и второго порядка по константе связи;

4. Найден лагранжиан взаимодействия радиона с полями Стандартной модели во втором порядке по константе связи (второй степени по полю радиона);

5. Для скалярного поля в стабилизированной RS-модели вычислены квантовые вакуумные поправки, приводящие к эффекту Казимира. Получена оценка аналогичных квантовых поправок, возникающих за счет тензорных мод стабилизированной RS-модели;

6. Произведена оценка возможного влияния таких поправок на структуру фонового решения стабилизированной RS-модели.

Положения, выносимые на защиту

1. В выражениях для амплитуд древесных и петлевых процессов с радионом и произвольным числом фермионных и массивных векторных полей Стандартной модели в конечных состояниях имеет место точное сокращение вкладов, обусловленных взаимодействиями, содержащими радион, фермионы и ковариантные производные калибровочных полей SM;

2. Амплитуды процессов с рождением радиона и амплитуды аналогичных процессов с рождением бозона Хиггса, несмотря на различие их лагранжианов взаимодействия с полями SM, структурно идентичны с точностью до замены в соответствующих аналитических выражениях массы бозона Хиггса массой радиона, вакуумного среднего бозона Хиггса размерным параметром взаимодействия радиона, и перешкалирования константы самодействия бозона Хиггса некоторым фактором, зависящим от масс радиона и бозона Хиггса;

3. Эффективный четырехмерный лагранжиан радиона в приближении четвертой степени по полю радиона и втором порядке по обратному размерному параметру взаимодействия радиона имеет нестандартный кинетический член и полиномиальный потенциал самодействия четвертой степени. Коэффициенты полиномиального разложения лагранжиана по полю радиона аналитически выражаются в виде интегралов и вычисляются приближенно с помощью разложения по трем малым безразмерным комбинациям параметров модели, а кинетический член радиона приводится к стандартному виду нелинейным преобразованием поля радиона;

4. На классическом уровне у поля радиона не возникает ненулевого вакуумного среднего, то есть в вычисленном приближении истинный минимум потенциала находится в нуле;

5. В стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума с двумя бранами эффект Казимира, вызванный наличием распространяющихся в балке между бранами гравитационного поля и поля радиона, не оказывает влияния на форму фонового решения системы уравнений Эйнштейна и уравнений движения для поля Гольдбергера-Вайза, то есть стабилизированная модель Рэндалл-Сундрума устойчива по отношению к квантовым вакуумным поправкам, приводящим к эффекту Казимира.

Научная новизна работы

1. Впервые получено доказательство, что бозон Хиггса и радион в ряде физически интересных процессов невозможно отличить на уровне амплитуд (с точностью до перешкалирования констант взаимодействия), несмотря на то, что они имеют разную структуру вершин взаимодействия;

2. Впервые получен лагранжиан самодействия радиона во втором порядке по константе связи и четвертой степени по полю радиона;

3. Впервые получен лагранжиан взаимодействия радиона с полями СМ во втором порядке по константе связи и второй степени по полю радиона;

4. Впервые показано, что эффект Казимира, вызванный распространяющимися в балке полями, не приводит к разрушению фонового решения стабилизированной RS-модели.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов состоит в демонстрации сходства на уровне амплитуд процессов с участием радиона и бозона Хиггса. Причем такое сходство предсказывается как в древесном приближении, так и при наличии фермионных петель для многих процессов, интересных с точки зрения экспериментального

изучения свойств обоих бозонов. Таким образом, настоящее исследование указывает на необходимость разработки дополнительных экспериментальных методов для различия вкладов этих бозонов в сечения процессов рассеяния при изучении их свойств и параметров взаимодействий.

Методология и методы исследования

Основные результаты настоящего исследования были получены с помощью последовательного подхода, основанного на методах квантовой теории поля в искривленном пространстве-времени, и являются следствием строгих теоретических расчетов. При оценке эффекта Казимира в RS-модели в качестве методов регуляризации использовались как размерная регуляризация, так и формула Абеля-Плана для выделения поверхностных расходимостей. Численные расчеты производились с помощью пакета «Mathematica».

Достоверность и обоснованность результатов

Научная достоверность результатов настоящего исследования определяется как их внутренней согласованностью и непротиворечивостью, так и строгостью применяемого математического аппарата, и использованием корректных теоретических методов, которые повсеместно применяются в теории поля и физике элементарных частиц и дают успешные теоретические предсказания. Результаты, полученные в настоящем исследовании для стабилизированной RS-модели, прошли тщательное сравнение с трудами научного сообщества по аналогичной тематике и совпадают с ними в специальных предельных случаях. Также численные значения параметров RS-модели, использованные в настоящем исследовании, согласованы с современными экспериментальными ограничениями и не противоречат им.

Личный вклад автора

Представленные в настоящей работе результаты получены либо самим автором, либо при его определяющем участии. Во всех опубликованных работах вклад автора является основополагающим.

Апробация результатов

Результаты докладывались на семинарах отделов экспериментальной физики высоких энергий и теоретической физики высоких энергий НИИЯФ МГУ и следующих научных конференциях:

1. Международная сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (Москва, 17-21 ноября 2014);
2. Международная конференция по физике высоких энергий QFTNER 2015 (Самара, 24 июня - 1 июля 2015);
3. Международная сессия-конференция Секции ядерной физики Отделения физических наук РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», (Дубна, 12-15 апреля 2016);
4. Ломоносовские чтения 2016, (Москва, НИИЯФ МГУ, 18-27 апреля 2016);
5. Международная конференция по физике высоких энергий «QUARKS-2016», (г. Пушкин, 29 мая - 4 июня 2016);
6. Международная конференция по физике высоких энергий и квантовой теории поля QFTNER 2019, (Сочи, 22-29 сентября 2019);
7. Ломоносовские чтения 2024 (Москва, НИИЯФ МГУ, 21 марта - 1 апреля 2024);
8. Научная сессия секции ядерной физики ОФН РАН, посвященная 300-летию Российской Академии Наук, (Дубна, 1-5 апреля 2024).

Результаты опубликованы в 7 работах в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из Введения, четырех глав основного содержания, Заключения, трех приложений и списка литературы, содержащего 80 библиографических ссылок. Полный объем диссертации составляет 122 страницы, включая 11 рисунков.

Во **Введении** описаны актуальность и степень разработанности темы диссертации, сформулированы цели и задачи работы, приведены основные полученные результаты, выносимые на защиту, обоснована их научная новизна, практическая значимость и достоверность, кратко описаны методология исследования и апробация результатов, также приводится информация о структуре, объеме и содержании диссертации.

В **Главе 1** изложены основы нестабилизированной модели Рэндалл-Сундрума и стабилизированной модели Рэндалл-Сундрума. В контексте темы настоящей диссертации обсуждаются свойства этих моделей, а также их возможные феноменологические следствия и экспериментальные проявления. Демонстрируется возникновение различия между энергетическим масштабом эффективного четырехмерного гравитационного взаимодействия и характерным энергетическим масштабом Стандартной модели.

В первой части Главы 1 описана нестабилизированная модель Рэндалл-Сундрума. Возникающая в этой модели четырехмерная скалярная мода – радион – является

безмассовой и отвечает колебанию бран относительно друг друга [28]. Но отсутствие массы у радиона приводит к тому, что, по крайней мере в низшем порядке, система должна быть неустойчивой относительно малых флуктуаций, то есть, другими словами, расстояние между бранами оказывается нефиксированным. Этот факт, а также то обстоятельство, что безмассовое поле, взаимодействующее с полями СМ на ТэВном масштабе, было бы уже обнаружено экспериментально, делает данную модель феноменологически неприемлемой.

Указанного недостатка лишена так называемая стабилизированная RS-модель мира на бране [31,33,34], рассматриваемая во второй части Главы 1. В ней помимо гравитационного (метрического) поля в пространстве между бранами существует также скалярное поле, минимальным образом взаимодействующее с гравитационным полем и обладающее некоторым пятимерным потенциалом самодействия, а также различными четырехмерными потенциалами на бранах. В такой модели вместо одной безмассовой четырехмерной моды возникает бесконечный набор (КК-башня) тяжелых скалярных мод. При этом самая легкая скалярная мода может иметь массу порядка сотен ГэВ, тогда как остальные моды имеют массы порядка пятимерного энергетического масштаба, т.е. 1÷10 ТэВ и более. Это решает проблему стабильности модели на классическом уровне, а также является феноменологически приемлемым.

В Главе 2 рассматриваются процессы взаимодействия радиона с полями Стандартной модели и изучается их сходство и различие с аналогичными процессами с участием бозона Хиггса. Изучение таких процессов представляет значительный интерес для экспериментальных поисков радиона. Этот вопрос широко обсуждался в научной литературе (см. [35] и цитируемые в ней работы). При этом, как было отмечено в работе [35], феноменологически допустимы две области поиска радиона: радион с массой порядка или больше 1 ТэВ с достаточно большой константой связи с полями Стандартной модели или радион с массой порядка 100 ГэВ или даже меньшей с достаточно малой константой связи с полями Стандартной модели, так что его вклад в процессы на коллайдерах пока не проявляется в пределах доступной в настоящее время точности измерений. В частности, допустим весьма интересный сценарий с наличием радиона с массой очень близкой к массе бозона Хиггса и достаточно малой константой связи. В этом случае кинематические свойства радиона и бозона Хиггса очень похожи, и встает сложная, еще нерешенная задача, как выделить на фоне сигнала бозона Хиггса такой малый сигнал радиона, очень похожий на сигнал самого бозона Хиггса. Именно эта задача обсуждается в настоящей главе.

Здесь сразу следует отметить, что представленная в Главе 1 форма взаимодействия радиона с полями СМ

$$L_{\text{int}} = -\frac{1}{\Lambda} r T_{\mu}^{\mu},$$

предполагает наличие членов взаимодействия радиона с кинетическими членами полей СМ, в частности, с полями фермионов. Наличие таких членов, помимо членов юкавского типа, позволяет ожидать, что процессы с участием радиона должны существенным образом отличаться от процессов с участием бозона Хиггса. По этой причине во многих работах при рассмотрении конкретных процессов с участием радиона предполагается, что поля находятся на массовой поверхности (т.е. подчиняются соответствующим уравнениям движения). В этом случае след ТЭИ для спинорных и векторных полей принимает особенно простой вид, включающий в себя только члены юкавского типа.

Тем не менее, несмотря на наличие более сложного взаимодействия, амплитуды процессов с участием радиона оказываются структурно сходными с амплитудами процессов с участием бозона Хиггса. Этот факт демонстрируется на примере конкретных процессов: процесс излучения радиона, аналогичный процессу излучения бозона Хиггса (Higgs-strahlung), аннигиляция фермион-антифермионной пары, слияние двух глюонов с образованием пары скалярных частиц; а также доказываемся в общем случае – как на древесном уровне, когда участвующие в процессе фермионы в начальном и конечном состоянии находятся на массовой поверхности, так и в случае фермионной петли.

В первой части Главы 2 рассматриваются процессы с участием одиночного скаляра (радиона или бозона Хиггса), а также произвольного числа калибровочных бозонов, и показывается, что различие между такими процессами сводится к замене массы m_h бозона Хиггса массой радиона m_r , а также вакуумного среднего v хиггсовского поля размерным параметром взаимодействия радиона Λ .

Наличие члена взаимодействия радиона с кинетическими членами фермионов приводит к появлению следующих отличий от случая бозона Хиггса:

1) треххвостая вершина радион-фермион-фермион явно зависит от импульсов фермионов

$$\frac{i}{\Lambda} r \left\{ \frac{3}{2} [\not{p}_{\bar{f}} - \not{p}_f] + 4m_f \right\};$$

2) возникают отсутствующие в хиггсовском случае четыреххвостые вершины радион-фермион-фермион-калибровочный бозон, вид которых совпадает с соответствующими вершинами фермион-фермион-калибровочный бозон в Стандартной модели, умноженными на фактор $-i/\Lambda$;

3) взаимодействие радиона со следом ТЭИ, содержащим член взаимодействия фермионов с бозоном Хиггса, приводит к появлению четыреххвостой вершины радион-фермион-фермион-бозон Хиггса, также совпадающей с соответствующей вершиной фермион-фермион-бозон Хиггса в Стандартной модели, умноженной на фактор $-i/\Lambda$.

Поэтому, например, процесс излучения радиона в низшем порядке описывается следующими диаграммами:

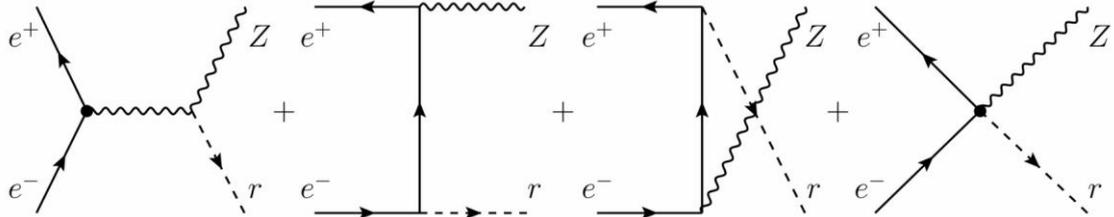


Рисунок 1 – Фейнмановские диаграммы, дающие вклад в процесс излучения радиона $e^+e^- \rightarrow Zr$

Первые три диаграммы аналогичны трем диаграммам процесса излучения бозона Хиггса (Higgs-strahlung), а последняя диаграмма такого аналога не имеет.

Зависящая от импульса треххвостая вершина может быть представлена в виде трех слагаемых, описываемых следующими диаграммами:

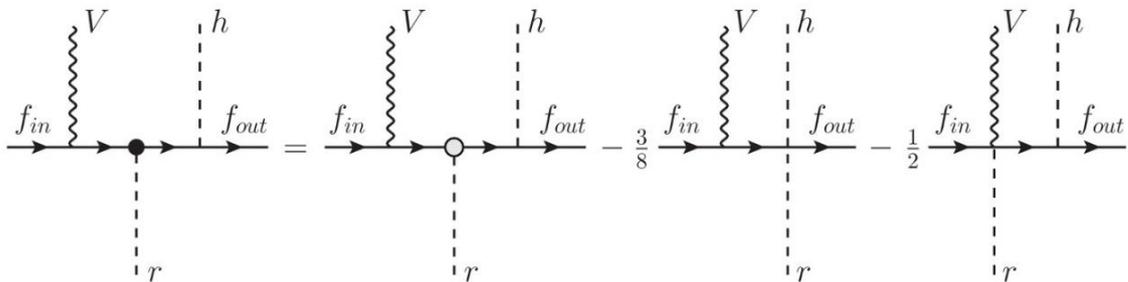


Рисунок 2 – Выражение фермионного тока с излучением радиона, калибровочного бозона и бозона Хиггса через диаграммы с хиггсоподобной вершиной излучения радиона и диаграммы с четыреххвостыми фермион-радион-бозонными вершинами с соответствующими числовыми множителями.

Здесь первая диаграмма в правой части равенства содержит модифицированную вершину взаимодействия фермионов с радионом юкавского типа, имеющую такой же вид, что и в случае бозона Хиггса, но с заменой вакуумного среднего v хиггсовского поля размерным параметром взаимодействия радиона Λ . Вторая и третья диаграммы содержат вершины, описанные в пунктах 2) и 3).

С помощью разложения треххвостой вершины, представленного на рис. 2, показывается, что нестандартные вклады во второй, третьей и четвертой диаграммах на рис.1 взаимно сокращаются, и в случае безмассового или легкого фермиона (массой

которого можно пренебречь) сумма амплитуд, соответствующих этим диаграмм, оказывается равной нулю

$$M_2 + M_3 + M_4 = 0.$$

Поэтому основной вклад в процесс излучения радиона, так же как и в случае излучения бозона Хиггса, дает первая диаграмма, а квадрат модуля матричного элемента $|M|^2$ процесса излучения радиона равен $|M|^2 = |M_1|^2$ и имеет структуру в точности совпадающую с таковой для процесса рождения бозона Хиггса, и, таким образом, сечение имеет хорошо известный вид (с соответствующей заменой $\Lambda \leftrightarrow \nu$ и $m_r \leftrightarrow m_h$):

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow rZ) = \frac{m_Z^2}{\Lambda^2} \frac{\alpha(8\sin^4\theta_w - 4\sin^2\theta_w + 1)}{24\sin^2\theta_w \cos^2\theta_w} \frac{\sqrt{\lambda_r} \lambda_r + 12m_Z^2 s}{4s^2 (s - m_Z^2)},$$

где по определению $\lambda_r \equiv (m_Z^2 + m_r^2 - s)^2 - 4m_Z^2 m_r^2$.

Аналогичное сокращение нестандартных вкладов имеет место и в случае произвольного числа участвующих в процессе калибровочных бозонов, что показывается в разделах 2.1.2 (древесный уровень, когда входящие и выходящие фермионы находятся на массовой поверхности) и 2.1.3 (случай замкнутой фермионной петли) Главы 2 настоящей диссертации.

Заметим, что данное сокращение имеет место уже на уровне амплитуд процессов и является точным, т.е. без пренебрежения массами каких-либо частиц. При этом, однако, не учитываются возможные вклады от аномальных членов взаимодействия радиона с безмассовыми калибровочными бозонами и аналогичных взаимодействий бозона Хиггса с глюонами и фотонами, возникающих за счет петлевых диаграмм с тяжелыми кварками и W-бозоном. Эти различия во взаимодействиях с безмассовыми калибровочными бозонами были исследованы в работах других авторов. Они связаны лишь с различием коэффициентов, которым эти взаимодействия пропорциональны, что, очевидно, не приводит к кинематическим различиям процессов с участием бозона Хиггса и радиона.

Во второй части Главы 2 рассматриваются процессы с рождением пары скалярных частиц (рождения пары бозонов Хиггса, или ассоциативного рождения бозона Хиггса и радиона) и произвольного числа калибровочных бозонов. Показывается, что различие между амплитудами таких процессов сводится к замене массы бозона Хиггса массой радиона, вакуумного среднего ν хиггсовского поля размерным параметром взаимодействия радиона Λ , а также к появлению в выражении для треххвостой вершины бозона Хиггса фактора $1 + \zeta$, где

$$\zeta \equiv \frac{m_r^2 - m_h^2}{3m_h^2}.$$

В процессах с рождением двух скалярных частиц, в отличие от процессов с рождением одной скалярной частицы, помимо изменений, перечисленных в пунктах 1)-3), присутствуют:

4) вершина радион-бозон Хиггса-бозон Хиггса, которая зависит от импульсов бозонов Хиггса

$$\frac{i}{\Lambda} \{p_{1\mu} p_2^\mu - 2m_h^2\} \equiv \frac{i}{\Lambda} \Gamma';$$

5) вершина радион-фермион-фермион-бозон Хиггса.

Поэтому, например, процесс ассоциативного рождения радиона и бозона Хиггса при фермион-антифермионной аннигиляции описывается в низшем приближении четырьмя диаграммами:

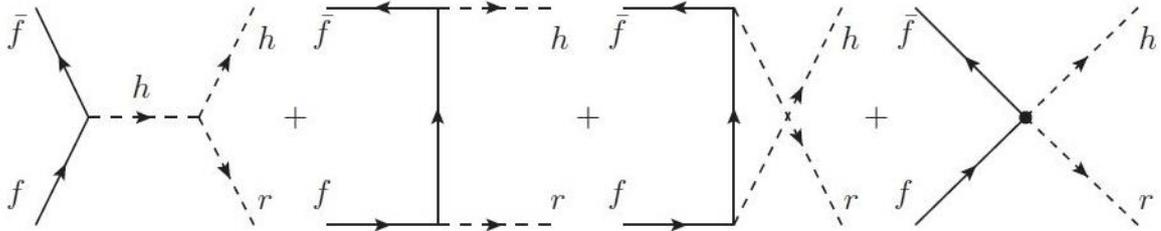


Рисунок 3 – Рождение радиона и бозона Хиггса при аннигиляции фермион-антифермионной пары

Здесь первые три диаграммы имеют аналоги в Стандартной модели (с соответствующей заменой вершин), а последняя – нет.

С помощью описанного выше (см. рис. 2) разложения вершины взаимодействия радиона с фермионным током в сумму трех слагаемых, а также представления вершины взаимодействия радиона с хиггсовским током в виде

$$\begin{aligned} \Gamma' &= 2\left\{((p_2 + p_r) \cdot p_2) - 2m_h^2\right\} = (p_2 + p_r)^2 + p_2^2 - p_r^2 - 4m_h^2 = \\ &= \left[(p_2 + p_r)^2 - m_h^2\right] - m_r^2 - 2m_h^2 = D^{-1}(p_2 + p_r) - m_r^2 - 2m_h^2, \end{aligned}$$

где $D(p)$ – пропагатор скалярного (хиггсовского) поля, нестандартные вклады удается почти полностью сократить. Получающееся в итоге выражение выглядит так, как если бы было получено из теории, в которой все вершины имеют вид такой же, как в Стандартной модели, но с измененными массой бозона Хиггса, константой взаимодействия бозона Хиггса с фермионами и константой $(1 + \zeta)3m_h^2 / \Lambda$ при члене самодействия третьей степени.

Так же, как и в первой части Главы 2, аналогичное сокращение и замена имеют место и для произвольного процесса с участием двух скалярных частиц, что показано в разделах 2.2.3 (древесный уровень) и 2.2.4 (случай фермионной петли).

Таким образом, продемонстрировано, что в рассматриваемых процессах невозможно отличить модель с радионом и бозоном Хиггса от модели без радиона, но с измененными константами взаимодействий.

Полученный результат интересен, в частности, тем, что не зависит от «происхождения» радиона и справедлив для любого скалярного поля, линейно взаимодействующего со следом ТЭИ Стандартной модели. В качестве примеров теорий с такими скалярными полями можно привести скалярно-тензорные теории гравитации (в частности, теорию Бранса-Дикке) или теории с дилатоном, в которых последний взаимодействует с материей указанным образом.

В Главе 3 построен эффективный четырехмерный лагранжиан самодействия радиона в полиномиальном приближении до четвертой степени по полю радиона включительно, и обсуждаются некоторые следствия из того, какие значения получены для параметров модели.

Точное выражение для эффективного четырехмерного действия радиона (без учета взаимодействия с четырехмерным гравитационным полем) представляется в виде

$$S_{eff} = \int [-P(r) g_{(0)}^{\mu\nu} \partial_\mu r \partial_\nu r - U(r)] d^4x,$$

где $P(r)$ и $U(r)$ являются некоторыми неполиномиальными функциями от r и имеют точные интегральные представления следующего вида:

$$P(r) = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left\{ 2M^3 \frac{3(1-4\chi r)\chi^2}{\sqrt{1+2\chi r}(1-\chi r)} + (1-\chi r)\sqrt{1+2\chi r}\Phi^2 \right\} e^{-2A} dy,$$

$$U(r) = \int_{-L}^L \left\{ \frac{6M^3}{\sqrt{1+2\chi r}} (e^{-2A}(1-\chi r))^2 + \right.$$

$$\left. -e^{-4A}(1-\chi r)^2 \sqrt{1+2\chi r} \left(\frac{(\varphi + \Phi r)^2}{2(1+2\chi r)} + V(\varphi_0 + \Phi r) \right) + \right.$$

$$\left. A - e^{-4A}(1-\chi r)^2 [\lambda_0(\varphi_0 + \Phi r)\delta(y) + \lambda_L(\varphi_0 + \Phi r)\delta(y-L)] \right\} dy.$$

Здесь A и φ_0 – фоновые решения для конформного фактора и скалярного поля соответственно, а Φ и χ – некоторые комбинации из волновой функции радиона Ψ_1 . Раскладывая $P(r)$ и $U(r)$ по степеням r , оставляя при этом только те члены, в которых возникает константа Λ^{-1} не выше второго порядка (т.е. Λ^{-2}), получаем выражения

$$P(r) = \alpha_0 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2,$$

$$U(r) = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2 + \beta_3 r^3 + \beta_4 r^4.$$

Константы α_0 , β_0 , β_1 и β_2 вычисляются аналитически и совпадают с теми, что были получены ранее в квадратичном приближении эффективного лагранжиана. Для остальных выражений можно получить только представления в виде некоторых интегралов, не выражающихся через специальные функции. Для их приближенного вычисления подынтегральные выражения раскладываются в ряды по малым безразмерным комбинациям параметров модели

$$\xi \equiv m_r / \tilde{k}, \quad \sigma \equiv u / \tilde{k}, \quad \rho = \varphi_0^2 / 2M^3.$$

Поскольку в полученном лагранжиане кинетический член радиона имеет неканонический вид, может возникнуть необходимость приведения его к стандартному виду. Показано, какой должна быть замена поля $r \rightarrow \tilde{r}$, которая позволяет избавиться от первых двух слагаемых самодействия в кинетическом члене, т.е. получить кинетический член стандартного вида с точностью до второго порядка по Λ^{-1}

$$\tilde{r} = \int_0^r \sqrt{\frac{1}{2} + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2} dr = \frac{(\alpha_1 + 2\alpha_2 r) \sqrt{2(1 + 2\alpha_1 r + 2\alpha_2 r^2)} - \alpha_1 \sqrt{2}}{8\alpha_2} +$$

$$-\frac{\alpha_1^2 - 2\alpha_2}{8\alpha_2^{3/2}} \ln \left(\frac{\alpha_1 + 2\alpha_2 r + \sqrt{2\alpha_2(1 + 2\alpha_1 r + 2\alpha_2 r^2)}}{\alpha_1 + \sqrt{2\alpha_2}} \right).$$

Потенциал самодействия для \tilde{r} также вычисляется в виде полинома с точностью до Λ^{-2} или \tilde{r}^4 . Показано также, что полученный в указанном приближении потенциал имеет устойчивый минимум при нулевом значении поля радиона. Это говорит о корректности полиномиального разложения потенциала самодействия по полю \tilde{r} вблизи нуля.

До настоящего момента предполагалось, что значение параметров \tilde{k} и Λ находятся в интервале от нескольких единиц до нескольких десятков ТэВ. Если дополнительно предположить, что полученная эффективная теория должна быть пертурбативной, то значение β_4 не должно превосходить некоторой максимальной величины $\beta_{4\max}$, что дает дополнительное ограничение на соотношение параметров \tilde{k} и Λ :

$$\tilde{k} < \Lambda \sqrt{\beta_{4\max} / 18}.$$

В Главе 3 вычислены также члены, описывающие эффективное четырехмерное взаимодействие радиона с полями Стандартной модели. Для скалярного и векторного полей

эти члены имеют полиномиальный по полю радиона r вид, причем для векторного поля имеется только линейное по r слагаемое

$$L_{rh} = -\frac{r}{\Lambda} T_{\mu}^{\mu}(h) - \frac{4r^2}{\Lambda^2} U(h),$$

$$L_{rV} = -\frac{r}{\Lambda} T_{\mu}^{\mu}(V).$$

Взаимодействие радиона с фермионами имеет неполиномиальный по радионному полю вид. После разложения его по степеням r до второго порядка (т.е. с точностью до Λ^{-2}) и интегрирования по пятой координате, получается выражение

$$L_{r\psi} = -\frac{r}{\Lambda} T_{\mu}^{\mu}(\psi) + \frac{r^2}{\Lambda^2} \left[\frac{3}{4} (i\bar{\psi}\gamma^{\mu}(D_{\mu}\psi) - i(D_{\mu}\bar{\psi})\gamma^{\mu}\psi) + 4m_{\psi}\bar{\psi}\psi \right].$$

В Главе 2 было продемонстрировано сходство процессов с рождением радиона с аналогичными процессами с рождением бозона Хиггса. Наличие членов самодействия, а также дополнительных членов взаимодействия с полями СМ указывает на то, что в процессах более высоких порядков (по Λ^{-1}) такое сходство нарушается на уровне амплитуд.

В Главе 4 вычислена плотность энергии Казимира в стабилизированной RS-модели и изучен вопрос об устойчивости фонового решения модели относительно квантовых поправок, приводящих к эффекту Казимира.

В процессе получения этого результата были решены следующие основные задачи: вычислен ТЭИ скалярного поля с низшими вакуумными квантовыми поправками, затем расходящееся выражение для плотности энергии скалярных мод регуляризовано методом размерной регуляризации и с помощью формулы Абеля–Плана выделена его конечная часть, зависящая от расстояния между бранами. Последующий анализ уравнений движения показал, что квантовые поправки не меняют вид решения, а изменение параметров модели фактически сводится к пренебрежимо малому изменению физического расстояния между бранами. Таким образом, показано, что стабилизированная модель Рэндалл–Сундрума устойчива относительно низших квантовых вакуумных поправок.

В моделях с двумя бранами квантовые поля, распространяющиеся в пятимерном пространстве-времени между ними, приводят к появлению эффекта Казимира. В фоновом решении как стабилизированной, так и нестабилизированной RS-модели браны параллельны, и для такой геометрии этот эффект в нестабилизированной RS-модели рассматривался для скалярных, спинорных и векторных полей в работах [36-46] и в некоторых случаях с его помощью достигалась стабилизация размера дополнительного измерения и генерация космологической постоянной.

В большинстве работ по этой тематике в качестве физической характеристики фонового состояния бралась энергия Казимира, которая вычислялась с использованием различных схем регуляризации. Более детальную информацию о свойства фонового состояния могут давать локальные наблюдаемые, такие как, например, ТЭИ. Особое значение имеет его вакуумное среднее, поскольку оно является источником гравитационного поля в уравнениях Эйнштейна с квантовыми поправками. Вакуумное среднее ТЭИ для скалярных, спинорных и электромагнитного полей в нестабилизированной RS-модели рассматривалось в работах [47-55].

Постановка вопроса об устойчивости фонового решения для метрики и скалярного поля Гольдбергера-Вайза относительно вакуумных квантовых поправок, возникающих вследствие эффекта Казимира, связана с наблюдением, что если эффект Казимира может приводить к стабилизации расстояния между бранами в нестабилизированной RS-модели, то не исключено, что он может существенно влиять и на фоновое решение стабилизированной модели.

Чтобы оценить возможное влияние эффекта Казимира на устойчивость фонового решения стабилизированной RS-модели, вычислена квантовая поправка к ее тензору энергии-импульса, возникающая за счет вакуумной энергии калуца-клейновской башни скалярного поля радиона и показано, что, во-первых, данный вклад мал по сравнению с величиной ТЭИ классического фонового поля, а, во-вторых, что он не меняет форму фонового решения RS-модели, лишь незначительно изменяя некоторые ее параметры. Также продемонстрировано, что аналогичная поправка от тензорных мод оказывается сравнимой по порядку величины с вкладом скалярных мод и также не влияет на вид фонового решения RS-модели.

При усреднении уравнений движения по вакууму, получается выражение вида

$$\bar{G}_{AB} + \kappa^2 \bar{T}_{AB} = -\mathfrak{Z}(b_{\mu\nu}, \varphi) \equiv -\langle \hat{G}(b_{\mu\nu}, \varphi) + \kappa^2 \hat{T}(b_{\mu\nu}, \varphi) \rangle,$$

где \bar{G}_{AB} и \bar{T}_{AB} – тензор Эйнштейна и ТЭИ скалярного поля, построенные только из фоновых (классических) метрического и скалярного полей, а \hat{G}_{AB} и \hat{T}_{AB} – части, содержащие операторные составляющие этих полей, на которые разлагаются тензорные $h_{AB}(x, y)$ и скалярные $f(x, y)$ малые флуктуации над фоновыми решениями. В отличие от классических уравнений Эйнштейна, правая часть выражения последнего уравнения может быть не равной нулю. Последнее обстоятельство приводит фактически к тому, что теперь мы должны решать самосогласованную задачу, так как фоновые значения теперь следует

вычислять с учетом квантовых поправок, которые зависят от спектра квантовых мод, возникающих на данном фоне.

Особенность выписанного уравнения состоит в том, что из физических степеней свободы в нем присутствуют как четырехмерные тензорные моды $b_{\mu\nu}^n$ так и четырехмерные скалярные моды φ_n , которые возникают после проведения процедуры размерной редукции в результате разложения пятимерного поля по четырехмерным модам с определенными массами. Отметим, что физических векторных мод в рассматриваемой теории нет [56]. Скалярные моды присутствуют как в разложении по модам скалярного поля $f(x, y)$, так и в разложении поля $h_{AB}(x, y)$, поэтому даже в низшем приближении первое слагаемое $\langle \hat{G}_{AB} \rangle$ в правой части уравнения также зависит от скалярных мод φ_n . Заметим, что тензорные моды $b_{\mu\nu}^n$ также присутствуют в \hat{T}_{AB} , но поскольку в низшем приближении они входят линейно, то $\langle \hat{T}_{AB} \rangle$ в этом приближении от них не зависит. По этой причине нет смысла рассматривать вакуумные средние $\langle \hat{G}_{AB} \rangle$ и $\langle \hat{T}_{AB} \rangle$ по отдельности, а следует вычислять сразу весь комплекс $-\mathfrak{I}(b_{\mu\nu}, \varphi)$, стоящий в правой части уравнения Эйнштейна с квантовыми поправками.

Группа симметрии RS-модели есть группа движений четырехмерного пространства Минковского. В низшем приближении, когда учитываются только вакуумные диаграммы, содержащие одну петлю, комплекс $\mathfrak{I}(b_{\mu\nu}, \varphi)$ может быть разбит на два слагаемых $\mathfrak{I}(0, \varphi)_{low}^{\alpha\beta}$ и $\mathfrak{I}(b_{\mu\nu}, 0)_{low}^{\alpha\beta}$. Они могут быть проинтегрированы по пятой координате, поскольку компоненты $G_{\alpha\beta}$ и $T_{\alpha\beta}$ инвариантны относительно преобразований этой координаты. Так как выражения для $\mathfrak{I}(0, \varphi)_{low}^{\alpha\beta}$ и $\mathfrak{I}(b_{\mu\nu}, 0)_{low}^{\alpha\beta}$ сходны по своей структуре и отличаются только спектром четырехмерных масс и количеством спиновых степеней свободы, то детальные вычисления проводятся только для $\mathfrak{I}(0, \varphi)_{low}^{\alpha\beta}$. Эффективный 4-вектор

$$P^\alpha \equiv 2 \int_0^L \mathfrak{I}(0, \varphi)_{low}^{\alpha 0} \sqrt{g} dy = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{1}{\omega_{np}} \left[p_n^\alpha p_n^0 - \frac{1}{2} \eta^{\alpha 0} (p_n^2 - m_n^2) \right] d\mathbf{p}_n$$

можно интерпретировать как плотность 4-импульса. Из последнего выражения видно, что пространственные компоненты P^a , где $a = 1, 2, 3$, равны нулю, а временная компонента

$$P^0 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \int \omega_{np} d\mathbf{p},$$

то есть плотность энергии, является величиной расходящейся.

Для регуляризации плотности энергии применяется сочетание методов аналитического продолжения по размерности пространства-времени и формулы Абеля-Плана. В результате получается регуляризованное выражение

$$P_{\varepsilon}^0 = -\frac{\pi}{2} X \varepsilon^{-1} + \frac{\pi}{8} (3 - 2\gamma - 2 \ln \pi) X - \frac{\pi}{2} Y + O(\varepsilon),$$

где

$$\begin{aligned} X &\equiv m_r^4 - \nu^4 \left[(1+\theta)^4 + \frac{\theta^5}{5} + \int_0^{\infty} \frac{\sin(2\pi\theta)v^4 dv}{\operatorname{ch}(2\pi\nu) - \cos(2\pi\theta)} \right], \\ Y &\equiv m_r^4 \ln m_r - \nu^4 \ln \nu \left[(1+\theta)^4 + \frac{\theta^5}{5} + \int_0^{\infty} \frac{\sin(2\pi\theta)v^4 dv}{\operatorname{ch}(2\pi\nu) - \cos(2\pi\theta)} \right] + \\ &\quad + \nu^4 \left[\frac{\theta^5}{25} (1 - 5 \ln \theta) - (1+\theta)^4 \ln(1+\theta) \right] + \\ &\quad - \nu^4 \int_0^{\infty} \frac{\sin(2\pi\theta)v^4 \ln v + \frac{\pi}{2} \cos(2\pi\theta) - \frac{\pi}{2} e^{-2\pi\nu} v^4}{\operatorname{ch}(2\pi\nu) - \cos(2\pi\theta)} dv, \end{aligned}$$

а ν и θ - параметры, через которые выражаются массы n -х тяжелых мод

$$m_n \approx \nu(n + \theta).$$

При получении выражения для P_{ε}^0 использовалось аналитическое продолжение расходящихся интегралов по размерности пространства-времени. Эта процедура при стремлении размерности пространства-времени к пяти дает для таких интегралов значение равное нулю, что эквивалентно отбрасыванию вклада от нулевых колебаний скалярного поля в пятимерном пространстве Минковского. Последнее, в свою очередь, соответствует перенормировке с помощью нормального упорядочения операторов поля. Тем не менее получившееся выражение все еще является расходящимся. Дополнительная расходимость возникает из-за того, что пространство-время RS-модели имеет границы в виде двух бран. Отметим, что в пространствах с границами возникновение поверхностных расходимостей в ТЭИ является типичным явлением [57,58] и для того, чтобы их устранить, требуется некоторое уточнение процедуры перенормировки ТЭИ.

При проведении перенормировки, помимо отбрасывания бесконечной части, может изменяться и конечная часть перенормируемого выражения. Для того, чтобы указанная процедура была однозначной, получающееся в результате выражение должно удовлетворять ряду условий [59–62]. Не вдаваясь в детали, отметим, что если перенормированный ТЭИ какого-либо поля удовлетворяет этим условиям, то после вычитания из него вклада от поля с таким же спином, но другими параметрами потенциала (массой, самодействием), перенормированный ТЭИ также будет удовлетворять этим

условиям, что и обеспечит однозначность процедуры перенормировки. Заметим, что такое вычитание фактически соответствует перенормировке констант взаимодействия и массы пятимерного поля. Однако оказывается, что в рассматриваемой нами задаче чисто технически удобнее вычислить сначала вакуумную плотность энергии, которую дают радион и его калуца-клейновская башня, и выделить из нее вклад одной фиктивной четырехмерной моды, входящий в эту плотность энергии с противоположным знаком, а потом проводить перенормировку выражения для P_{ε}^0 , вычитая из плотности энергии скалярных мод вклады от свободных полей на бране: радиона с массой m_r и фиктивного поля с массой m_{Φ} , где

$$m_{\Phi} \equiv \nu \left[(1+\theta)^4 + \frac{\theta^5}{5} + \int_0^{\infty} \frac{\sin(2\pi\theta)v^4 dv}{\text{ch}(2\pi v) - \cos(2\pi\theta)} \right]^{1/4}$$

Такой подход позволяет свести перенормировку вклада всей калуца-клейновской башни к перенормировке вклада от одной фиктивной четырехмерной моды. В результате получается перенормированное выражение для плотности энергии Казимира

$$P_{ren}^0 = \frac{\pi^5}{2} \tilde{k}^4 F(\theta), \text{ где}$$

$$F(\theta) \equiv -\left(m_{\Phi}^4 / \nu^4\right) \ln\left(m_{\Phi}^4 / \nu^4\right) - \left[\frac{\theta^5}{25} (1 - 5 \ln \theta) - (1 + \theta)^4 \ln(1 + \theta) \right] +$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\sin(2\pi\theta)v^4 \ln v + \frac{\pi}{2} \cos(2\pi\theta) - \frac{\pi}{2} e^{-2\pi v} v^4}{\text{ch}(2\pi v) - \cos(2\pi\theta)} dv.$$

В последней части Главы 4 полученные значения для перенормированной вакуумной поправки к энергии скалярного поля сравниваются с классической (фоновой) величиной, а также демонстрируется, что при учете квантовых поправок, приводящих к эффекту Казимира, в конечном итоге модифицируются только отдельные части уравнений движения, содержащие потенциалы на бранах. Это означает, что *форма* решений остается такой же, что и в классическом случае, а изменяются только значения констант, описывающих потенциалы скалярного поля на бранах. Численные оценки фоновой плотности энергии скалярного поля $P_{classic}^0$ и квантовой поправки P_{ren}^0 к ней, например, при значениях параметров модели $\beta_L^2 = \tilde{k} = M = 5 \text{ ТэВ}$ и $m_r = 1 \text{ ТэВ}$ показывают, что влияние эффекта Казимира на фоновое решение стабилизированной RS-модели оказывается пренебрежимо малым. Так, относительное изменение расстояния между бранами оказывается порядка $\Delta L / L \sim 10^{-26}$. Но несмотря на крайнюю малость этой величины, получение ее методом каких-либо грубых оценок представляется вряд ли возможным,

поскольку рассматриваемая теория, в отличие от электродинамики в пространстве с границами, содержит несколько размерных параметров, при этом как плотность энергии вакуумной конфигурации классических полей, так и квантовая поправка к ней зависят от этих параметров нетривиальным образом. Кроме того, совершенно не очевидно, что в низшем приближении квантовые поправки к ТЭИ не меняют вид фонового решения модели, а приводят только к изменению граничных условий, в конечном итоге имеющему следствием уменьшение расстояния между бранами.

В Заключении кратко сформулированы основные результаты работы.

Основные результаты опубликованы в научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus:

1. E. Boos, S. Keizerov, E. Rakhmetov, K. Svirina, «Higgs boson-radion similarity in production processes involving off-shell fermions», *Physical Review D* 90, 2014, P. 095026. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.095026. SJR 2022 0.315;
2. E. Boos, S. Keizerov, E. Rakhmetov, K. Svirina, «Comparison of associated Higgs boson-radion and Higgs boson pair production processes», *Physical Review D* 94, 2016, P. 024047. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.024047. SJR 2022 0.315;
3. Волобуев И.П., Кейзеров С.И., Рахметов Э.Р. «Нелинейные взаимодействия радиона», *Теоретическая и математическая физика*, МИАН (Москва), 2020, том 205, № 1, с. 84-101;
I.P. Volobuev, S.I. Keizerov, E.R. Rakhmetov, «Nonlinear radion interactions», *Theoretical and Mathematical Physics*. V. 205, 2020, P. 1318–1332. DOI: 10.1134/S0040577920100062. SJR 2022 0.315;
4. И.П. Волобуев, С.И. Кейзеров, Э.Р. Рахметов, «Устойчивость стабилизированной модели Рэндалл–Сундрума относительно квантовых поправок», *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия*. 2024, 79 (2), 2420103. DOI: 10.55959/MSU0579-9392.79.2420103. RSCI, 2-х летний ИФ по ядру РИНЦ 0.376;
5. E.E. Boos, S.I. Keizerov, E.R. Rakhmetov, K.S. Svirina, «Similarity and differences between the radion and Higgs boson production and decay processes involving off-shell fermions», *Physics of Atomic Nuclei*, 78 (13), 2015, 1484-1488. DOI: 10.1134/S1063778815130050. SJR 2022 0.238;
6. E.E. Boos, S.I. Keizerov, E.R. Rakhmetov, K.S. Svirina, «Comparison of the Processes of Higgs Boson Pair Production and Associated Production of a Radion and a Higgs Boson»,

Physics of Particles and Nuclei, 48 (5) 2017, 745-747. DOI: 10.1134/S1063779617050069.
SJR 2022 0.236;

7. Боос Э.Э., Кейзеров С.И., Рахметов Э.Р., Свирина К.С., «Сходство и некоторые различия процессов рождения и распада радиона и бозона Хиггса с участием фермионов вне массовой поверхности», Ядерная физика и инжиниринг, НИЯУ МИФИ (Москва), 2014, том 5, № 9, с. 741-746. DOI: 10.1134/S2079562914080077. RSCI, 2-х летний ИФ по ядру РИНЦ 0,048.

Список цитируемой литературы

- [1] Kaluza T., Sitzungsberichte Preußische Akademie der Wissenschaften, 966, (1921).
[2] Klein C.Z., Nature, 118, (1926), 516.
[3] M.J. Duff, B.E.W. Nilsson, C.N. Pope, Phys. Rep., 130:1-2, (1986), P. 1-142.
[4] B.S. DeWitt, In Relativity, Groups and Topology, под редакцией C. and B.S. DeWitt, Gordon and Breach, New York, 1964.
[5] Cremmer E., Scherk J., Nucl. Phys., B118, (1977), P. 61.
[6] Luciani J. F., Nucl. Phys., B135, (1978), 111.
[7] Д.В. Волков, В.И. Ткач, Спонтанная компактификация подпространств, ТМФ, 51, 2, (1982), P. 171–177.
[8] P.Candelas, S.Weinberg, Nucl. Phys. B, 237, 3, (1984), P. 397-441.
[9] K. Kikkawa, T.Kubota, S.Sawada, M.Yamasaki, Nucl. Phys. B, V 260, 2, (1985), P. 429-455.
[10] I.P. Volobuev, G. Rudolph, Theoret. and Math. Phys., 62:3, (1985), P. 261–268.
[11] I.P. Volobuev, Yu.A. Kubyshin, Theoret. and Math. Phys., 68:2, (1986), P. 788–796.
[12] V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B, 1983, V. 125, P. 136–138.
[13] V.A. Rubakov, M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B, 1983, V. 125, P. 139–143.
[14] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Lett. B, 429 (1998), P. 263-272.
[15] J. Polchinski, TASI lectures on D-branes, arXiv:hep-th/9611050, 1996.
[16] C.P.Bachas, Lectures on D-branes, arXiv:hep-th/9806199, 1998.
[17] T. Appelquist, H.-C. Cheng, B.A. Dobrescu, Phys. Rev. D, 64, (2001), P. 035002.
[18] E.E. Boos, V.E. Bunichev, M.A. Perfilov, M.N. Smolyakov, I.P. Volobuev, J. of High En. Phys., V. 2014, 160, (2014).
[19] CMS Collaboration, Tumasyan A. et al., JHEP, 09, (2022), 088.
[20] Avnish, K. Ghosh, T. Jha, S. Niyogi, Phys. Rev. D, 103, P. 115011 (2021).
[21] CMS Collaboration, JHEP, 06, (2018), 128.
[22] ATLAS Collaboration, Phys. Rev. D, 100, (2019), P. 052013.

- [23] CMS Collaboration, JHEP, 05, (2018), 088.
- [24] ATLAS Collaboration, JHEP, 03, (2018), 042.
- [25] CMS Collaboration, JHEP, 08, (2017), 029.
- [26] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B, 781, (2018), P. 327.
- [27] L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett., V. 83, (1999), P. 3370–3373.
- [28] C. Charmousis, R. Gregory, V.A. Rubakov, Phys. Rev. D, 62, (2000), P. 067505.
- [29] E.E. Boos, Y.A. Kubyshev, M.N. Smolyakov, I.P. Volobuev, Class. Quant. Grav., 19, (2002), P. 4591–4605.
- [30] E.E. Boos, I.P. Volobuev, Yu.A. Kubyshev, M.N. Smolyakov, Theor. and Math. Phys., V. 131, (2002), P. 629–640.
- [31] W.D. Goldberger, M.B. Wise, Phys. Rev. Lett., 83, 4922, (1999).
- [32] V.O. Egorov, I.P. Volobuev, 2017, J. Phys.: Conf. Ser., 798, 012085.
- [33] E. E. Boos, Yu. S. Mikhailov, M. N. Smolyakov, I. P. Volobuev, Physical degrees of freedom in stabilized brane world models, Mod. Phys. Lett. A, 2006, V. 21, P. 1431–1449.
- [34] E.E. Boos, I.P. Volobuev, Yu.S. Mikhailov, M.N. Smolyakov, Theor. and Math. Phys., V. 149, 3, (2006), P. 1591–1603.
- [35] E.E. Boos, V.E. Bunichev, I.P. Volobuev, Heavy scalar boson in view of the unconfirmed 750 GeV LHC diphoton excess, J. Exp. Theor. Phys., 124, (2017), № 5, P. 722-730, DOI: 10.1134/S106377611704001X.
- [36] Toms D.J., Phys. Lett. B, (2000), 484, P. 149-153.
- [37] Goldberger W.D., Rothstein I.Z., Phys. Lett. B, (2000), 491, P. 339-344.
- [38] Garriga J., Pujolas O., Tanaka T., Nucl. Phys. B, (2001), 605, P. 192-214.
- [39] Flachi A., Pujolas O., Phys. Rev. D, (2003), 68, P. 025023.
- [40] Flachi A., Toms D.J., Nucl. Phys. B, (2001), 610, P. 144.
- [41] Flachi A., Moss I.G., Toms D.J., Phys. Lett. B, (2001), 518, P. 153.
- [42] Flachi A., Moss I.G., Toms D.J., Phys. Rev. D, (2001), 64, P. 105029.
- [43] Uzawa K., Prog. Theor. Phys., (2003), 110, P. 457.
- [44] Nojiri S., Obregon O., Odintsov S., Phys. Rev. D, (2000), 62, P. 104003.
- [45] Garriga J., Pomarol A., Phys. Lett. B, (2003), 560, P. 91.
- [46] Teo L.P., J. High Energy Phys., (2010), 10, P. 019.
- [47] Saharian A.A., Setare M.R., Phys. Lett. B, (2003), 552, P. 119-126.
- [48] Toms D.J., Knapman A., Phys. Rev. D, (2004), 69, P. 044023.
- [49] Saharian A.A., Phys. Rev. D, (2006), 73, P. 044012.
- [50] Saharian A.A., Phys. Rev. D, (2006), 73, P. 064019.
- [51] Shao S., Chen P., Gu J., Phys. Rev. D, (2010), 81, P. 084036.

- [52] Elizalde E., Odintsov S.D., Saharian A.A., Phys. Rev. D, (2013), 87, P. 084003.
- [53] Kotanjyan A.S., Saharian A.A., Sargsyan H.G., Phys. Rev. D, (2020), 102, P. 105014.
- [54] Saharian A.A., Nucl. Phys. B, (2005), 712, P. 196.
- [55] Mkhitaryan A.L., Saharian A.A., J. High Energy Phys., (2007), 08, P. 063.
- [56] Boos E.E., Mikhailov Yu.S., Smolyakov M.N., Volobuev I.P., Mod. Phys. Lett. A, (2014), 21, P. 1431-1449.
- [57] Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М., Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [58] Мостепаненко В.М., Трунов Н.Н., УФН, 156, №. 3, 385, (1988).
- [59] Биррелл Н., Девис П., Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. М.: Мир, 1984.
- [60] Wald R.M., Commun. Math. Phys., 54. 1, (1977).
- [61] Wald R.M., Phys. Rev. D, 17, 1477, (1978).
- [62] Wald R.M., Annals Phys., 110, 472, (1978).