

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе

Денисова Константина Юрьевича

«Большие нижние локальные отклонения ветвящихся процессов в случайной среде», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4 – теории вероятностей и математическая статистика

В своей диссертационной работе К.Ю. Денисов касается вопросов теории больших отклонений для ветвящихся процессов в случайной среде (ВПСС). История данной проблематики была открыта работами М.В. Козлова 2006 и 2009 года. В них в предположении геометрического числа потомков одной частицы были исследованы интегральные вероятности верхних больших отклонений числа потомков (то есть произведения необычно большого числа частиц) в n -м поколении процесса.

Геометрическое распределение числа потомков является удобным частным предположением, позволяющим свести задачу о ветвящемся процессе в случайной среде к задаче о случайном блуждании. Результаты М.В. Козлова удалось обобщить без этого предположения сперва в виде грубой (логарифмической асимптотики) В. Бансайе, К. Боингхоффом, а потом и в виде точной асимптотики Д. Бурашевски, П. Дишевски, А.В. Шкляевым и другими авторами. Однако, все это касается интегральных вероятностей. Теория локальных вероятностей в этой области практически не развита.

Что же касается нижних больших отклонений (то есть невырождения, но существования на необычно низком уровне), то здесь теория и вовсе крайне слабо развита. Есть результаты о грубой асимптотике (принципы больших отклонений), полученные в 2012-2015 годах, среди локальных вероятностей получены некоторые результаты об асимптотике отдельных (фиксированных) значений процесса. Однако, даже аналогов результата М.В. Козлова в этом случае не было известно. Лишь в 2024 году вышла статья А.В. Шкляева об интегральной асимптотике вероятностей нижних больших отклонений. Впрочем, и здесь никакой возможности исследовать локальные вероятности не наблюдается.

Автор настоящего исследования предлагает (увы, при сильном ограничении геометричности числа потомков одной частицы) рассмотреть именно интегральные вероятности $P(Z_n=k)$. Большая часть работы посвящена нижним уклонениям, в этом случае описаны две различных зоны уклонений, в которых асимптотическое поведение вероятностей принципиально разное. Описаны и переходные явления, и низкие (например, константные) уровни. В этой области крайне детальное исследование, значительно расширившее имеющийся спектр результатов. Автором написано 3 статьи в ведущих рецензируемых журналах, посвященных этой проблеме. Один из разделов затрагивает и верхние большие уклонения — здесь одна из двух возникающих зон уклонений исследована именно с точки зрения локальных вероятностей, этому посвящена еще одна, четвертая, работа автора.

Опишем более детальное структуру работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Введение содержит достаточно полный обзор имеющейся литературы, описана актуальность работы, поставлены ее цели. Первая глава посвящена случайным блужданиям и здесь доказана интересная лемма, обобщая родственный результат М.В. Козлова. Вторая, наиболее объемная глава, посвящена большим нижним уклонениям для ВПСС. Третья глава касается описанному выше случаю верхних больших уклонений для ВПСС в первой зоне уклонений. В заключении перечислено основные результаты, полученные в работе.

Отмечу наиболее интересные результат, открытый автором впервые и наблюдающийся именно в локальной форме. Оказывается, что в строго надкритических ВПСС все ненулевые уровни ниже некоторого экспоненциально большого уровня асимптотически равновероятны для нашего процесса. Этот феномен требует дополнительного изучения в более общих случаях, однако, сам по себе выглядит необычно изящным.

Результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы строгими математическими доказательствами. Автором доказаны: лемма о предельном распределении экспоненциального функционала при условии интегро-локального события, теоремы об асимптотике вероятностей нижних больших уклонений в первой, второй и на границе первой и второй зон уклонений, а также теорема об асимптотике вероятностей верхних больших уклонений в первой зоне уклонений для ВПСС с

геометрическим распределением числа непосредственных потомков одной частицы.

Результаты опубликованы в 4 работах в рецензируемых научных журналах, входящих в базы данных RSCI, SCOPUS, Web of Science. Все работы опубликованы без соавторов.

- Асимптотика вероятностей нижних больших уклонений ВПСС в первой зоне уклонений описана в работе:
Денисов К.Ю. Асимптотика локальных вероятностей нижних уклонений ветвящегося процесса в случайной среде при геометрических распределениях чисел потомков // Дискрет. матем. 2020. Т. 32, № 3. С. 24–37.
- Асимптотика вероятностей верхних больших уклонений ВПСС в первой зоне уклонений описана в работе:
Денисов К.Ю. Асимптотика локальных вероятностей больших уклонений ветвящегося процесса в случайной среде с геометрическим распределением числа потомков // Дискрет. матем. 2021. Т. 33, № 4. С. 19–31.
- Асимптотика вероятностей нижних больших уклонений ВПСС во второй зоне уклонений описана в работе:
Денисов К.Ю. Локальная асимптотика вероятностей нижних уклонений строго надкритических ветвящихся процессов в случайной среде с геометрическими распределениями чисел потомков // Дискрет. матем. 2022. Т. 34, № 4. С. 14–27.
- Асимптотика вероятностей нижних больших уклонений ВПСС на границе зон уклонений описана в работе:
Денисов К.Ю. Локальная асимптотика вероятностей больших нижних уклонений сильно надкритических ветвящихся процессов в случайной среде с геометрическим распределением чисел потомков одной частицы // Сибирские электронные математические известия. 2024. Т. 21, № 1. С. 1–16.

Результаты диссертации докладывались на российских и международных конференциях, список которых приведен в автореферате и диссертации.

Основные идеи и положения работы изложены в 7 научных работах, в том числе 4 публикациях в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности. Все перечисленные публикации соответствуют теме диссертации и полностью отражают ее содержание. По форме и содержанию автореферат соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а сама работа соответствует специальности 1.1.4 - теория вероятностей и математическая статистика. В диссертационной работе К.Ю. Денисова «Большие нижние локальные отклонения ветвящихся процессов в случайной среде» решено несколько актуальных и сложных задач теории больших отклонений. Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.011.3.

Ведущий научный сотрудник кафедры математической статистики
и случайных процессов

механико-математического факультета

МГУ имени М.В. Ломоносова,

(119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,

механико-математический факультет,

тел. +74959391648

email: matstat@mech.math.msu.su

сайт <http://new.math.msu.su/departament/matstat/>)

кандидат физико-математических наук,

09.10.2024г.



А.В. Шкляев

Подпись ведущего научного сотрудника

кафедры математической статистики,

кандидата физико-математических наук

Шкляев А.В. удостоверяю,

декан механико-математического факультета

МГУ имени М. В. Ломоносова,

член-корреспондент РАН,

доктор физико-математических наук, профессор

