

ОТЗЫВ научного консультанта
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Сташа Айдамира Хазретовича
на тему «Показатели колеблемости решений линейных
дифференциальных уравнений и систем»
по специальности 1.1.2. — Дифференциальные уравнения и
математическая физика

Диссертационная работа А.Х. Сташа посвящена качественной теории дифференциальных уравнений, одним из важнейших направлений которой является теория колебаний.

Интерес к колебательным свойствам решений значительно вырос в связи с появлением в научной литературе аналогов характеристических показателей Ляпунова, отвечающих не за устойчивость, а именно за колеблемость решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем. Диссертация посвящена исследованию свойств различных характеристик асимптотического поведения решений дифференциальных уравнений и систем, а именно, характеристических частот строгих знаков, нулей, корней и показателей колеблемости строгих (или нестрогих) знаков, нулей, корней (или гиперкорней) — верхних или нижних, сильных или слабых.

В диссертационной работе А.Х. Сташем проведены серьезные исследования и доказаны следующие весьма значительные результаты.

1. Для решений линейных однородных дифференциальных систем с постоянными коэффициентами полностью описаны соотношения между всеми показателями колеблемости — точными и абсолютными. При этом автором обнаружено совершенно неожиданное отличие значений показателей строгой смены знака от значений всех остальных показателей, совпадающих друг с другом. Кроме того, для всех показателей произвольной автономной системы найдены спектры и главные значения, на которые, естественно, также рас-

пространяется указанная выше особенность показателей строгой смены знака.

2. Конструктивно доказано существование линейного дифференциального уравнения произвольного порядка выше второго, у которого спектры верхних сильных показателей колеблемости строгих и нестрогих знаков, нулей и корней совпадают с наперёд заданным произвольным суслинским множеством неотрицательной расширенной числовой полуоси, содержащим нуль. При этом с тем же спектром для указанной системы совпадают также и спектры всех верхних характеристических частот строгих знаков, нулей и корней (примеры таких систем были построены ранее).

3. Проведено исследование на остаточность, т.е. инвариантность относительно изменения решения на любом конечном отрезке, сильных показателей колеблемости в пространстве решений линейных однородных дифференциальных уравнений. Доказано, что, вопреки ожиданиям (основанным на предшествующих результатах), существуют примеры таких уравнений произвольного порядка выше второго, для решений которых верхние и нижние сильные показатели колеблемости нестрогих знаков, нулей, корней и гиперкорней не обладают свойством остаточности.

4. Показатели колеблемости линейных однородных дифференциальных систем исследованы на непрерывность, полунепрерывность сверху или снизу относительно равномерно (на положительной полуоси времени) малых возмущений коэффициентов системы, а также на инвариантность относительно бесконечно малых (сходящихся к нулю на бесконечности) возмущений. Для показателей колеблемости нулей, корней и гиперкорней автором построен предельно содержательный пример системы произвольного порядка выше второго: в нем сразу все перечисленные крайние (т.е. экстремальные верхние и нижние) показатели колеблемости разрывны, и более того, не являются полунепрерывными ни сверху, ни снизу, ни даже инвариантными относительно бесконечно малых возмущений.

5. Доказано отсутствие взаимосвязи не только между спектрами показателей колеблемости нелинейной системы и системы ее первого приближения

(о чем было уже известно ранее), но даже и между мощностями этих спектров. В работе предьявлен неожиданный и очень яркий пример линейной двумерной системы с точечным спектром каждого из показателей колеблемости строгих и нестрогих знаков, нулей, корней и гиперкорней — такой, что у специальной возмущенной нелинейной двумерной системы сразу все перечисленные показатели имеют произвольный наперед заданный конечный или счетный спектр, состоящий из рациональных чисел единичного отрезка, или даже континуальный спектр, содержащий весь этот отрезок.

А.Х. Сташ в представленной диссертации разработал собственный метод варьирования системы, с помощью которого ему удалось в самых разных случаях по исходным дифференциальным линейным однородным системам (или уравнениям) строить специальным образом возмущенные системы, обладающие наперед заданными свойствами. Благодаря этому методу автор получил и обосновал свои результаты, описанные в пп. 2–4 выше.

Все результаты, полученные в работе, являются новыми, имеют теоретический характер с возможным приложением, вносят весомый вклад в качественную теорию дифференциальных уравнений, в теорию колеблемости и доказаны автором самостоятельно. При работе над диссертацией автор проявил высочайшую математическую квалификацию и творческое мышление.

Результаты диссертации опубликованы в 77 печатных работах, из них 18 — в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI и рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ.

Автореферат соответствует требованиям и правильно отражает содержание диссертации.

Работа прошла многократную апробацию. Результаты работы обсуждались и докладывались на международных и всероссийских научных конференциях и на научных семинарах.

На основании сказанного считаю, что диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. — Дифференциальные уравнения и матема-

тическая физика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Сташ Айдамир Хазретович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2. — Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Научный консультант:

профессор, доктор физико-математических наук
профессор кафедры дифференциальных уравнений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»
Сергеев Игорь Николаевич

«_____» _____ 2024 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (916) 158-65-88, e-mail: igniserg@gmail.com

Специальность, по которой научный консультант защитил диссертацию:

01.01.02. — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание, ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет, кафедра дифференциальных уравнений

Тел.: 7 (495) 939-16-31; e-mail: office@mech.math.msu.su

Подпись сотрудника кафедры дифференциальных уравнений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова» Сергеева И.Н. удостоверяю: