МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЛОСОФСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Конькова Антонина Викторовна

Воображаемая логика Н.А. Васильева и традиционная силлогистика

5.7.5. Логика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени
кандидата философских наук

Научный руководитель:
доктор философских наук, профессор
Маркин Владимир Ильич

Москва — 2025

Оглавление

Стр.

Введение

Актуальность темы исследования.

Возникновение современной неклассической логики не было одномоментным событием – это был долгий процесс, связанный с накоплением различной критики классической логики, который привел к появлению целого спектра новых логических систем. Базисные принципы классической логики: законы (не)противоречия и исключенного третьего, определявшие ход научных исследований со времен установления их Аристотелем, с середины XIX века подвергались все более пристальному анализу и критике.

Отечественный ученый, философ, логик Николай Александрович Васильев оказался одним из пионеров в развитии неклассической логики. Преодолевая рамки аристотелевой логики, он обратился к исследованию самого механизма мышления. Несмотря на то, что в наши дни имеется большое количество различных неклассических логик (паранепротиворечивая, многозначная, модальная и др.), работы Н.А. Васильева до сих пор вызывают живой интерес и служат источником новых идей в различных разделах неклассической логики. Основной вариант предлагаемой им логики наиболее подробно изложен самим ученым, однако, все рассматриваемые и отвергаемые им законы и формы правильных силлогизмов не подвергаются строгому обоснованию. Альтернативный же вариант имеет лишь идейное описание интенсиональной трактовки суждений с двумя видами отрицания и рассмотрением примера необычного для традиционной логики правильного силлогизма с двумя отрицательными посылками. Имеются две реконструкции обоих вариантов воображаемой логики: основного $\boldsymbol{IL}$ и альтернативного $\boldsymbol{IL2}$. Важной задачей является исследование этих систем на предмет адекватности формализации суждений и умозаключений воображаемой логики в том виде, как их рассматривал сам Н. А. Васильев; выявление в данных системах всех корректных форм умозаключений; выявление, если это возможно, общих правил для правильных форм умозаключений; сравнение дедуктивных возможностей имеющихся систем воображаемой логики с традиционной силлогистикой.

Степень разработанности темы исследования. В отечественной и зарубежной литературе имеется достаточно большое количество исследований, посвященных идеям Н. А. Васильева. Его деятельность по созданию неаристотелевой логики была замечена еще при жизни ученого. Первая логическая публикация ученого – «О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого», получила отзыв журнале Логос [Гессен, 1910]. Публикация вызвала оживленную дискуссию среди известных философов и математиков того времени – К. А. Смирнова, Н. О. Лосского, И. И. Лапшина, А. О. Маковельского и др. Однако вскоре после смерти ученого, его идеи некоторое время оставались без должного внимания. Лишь во второй половине XX века благодаря работе П. В. Копнина, в которой особое внимание уделено новой логике и дана высокая оценка идеям Н. А. Васильева[1], Н. А. Васильева вновь становятся интересным научному сообществу. Некоторые исследователи видели сходство идеи воображаемой логики с многозначными логиками: польский философ и логик Л. Хвистек [Chwistek, 1948], советский математик А. И. Мальцев [Мальцев, 1976; 1971].

Значительный вклад в распространение идей Н.А. Васильева, в том числе в мировом сообществе, был сделан В. А. Смирновым. Публикация В. А. Смирнова о воображаемой логике Н. А. Васильева [Смирнов, 1962] получила рецензию Д. Д. Коми [Comey, 1965]. Именно эта рецензия привлекла внимание бразильской логической школы. Бразильский логик А. Арруда присоединилась к работе В. А. Смирнова по популяризации идей Н. А. Васильева и внесла свой вклад в перевод работ по воображаемой логике на иностранные языки, в том числе на португальский [Arruda, 1984; 1979]. В. А. Смирнов первым осуществил попытку адекватного представления понятий воображаемой логики средствами

[1] «Таким образом, Н. А. Васильев в своих работах по логике подошел к правильной постановке ряда важнейших проблем логики и в ряде пунктов справедливо критиковал старую традиционную логику, показав ограниченность, неспособность этой логики решить те проблемы, которые стоят перед ней» [Копнин, 1973]

современной формальной логики[2]. Им была предложена аксиоматика и построен вариант ассерторической силлогистики **C2B** с тремя исходными типами суждений, сформулирована топологическая семантика воображаемой логики, однако без рассмотрения единичных высказываний (а именно с единичных высказываний, по мнению Васильева, начинается любая логика, и воображаемая логика не является исключением) [Смирнов, 1987]. Свой вариант формализации воображаемой логики предложила и А. Арруда, однако ее попытку реконструкции нельзя назвать адекватной формализацией идей Н. А. Васильева. Поскольку построенные ей системы являются пропозициональными исчислениями (хоть Арруда и называет их Васильевскими исчислениями), в то время как Н. А. Васильев предлагал воображаемую логику в виде системы силлогистического типа.

Большая работа по поиску и систематизации данных о жизненном пути, творчестве и научной деятельности Н. А. Васильева проведена российским исследователем в области логики, В. А. Бажановым [Бажанов, 2008; 1986; 1987]. Им были найдены некоторые неизданные рукописи Н.А. Васильева, затем опубликованные в книге «Н. А. Васильев воображаемая логика. Избранные труды» в 1989 году некоторые неизданные рукописи Н. А. Васильева, а также обнаружены рецензии на работы логика, написанные видными учеными того времени [Н. А. Васильев, 1989]. Часть рецензий опубликованы в книге «Н. А. Васильев и его воображаемая логика. Воскрешение одной забытой идеи» в 2009 году [Бажанов, 2009]. В этой книге В. А. Бажанов выделяет основные предпосылки, оказавшиеся отправной точкой для создания воображаемой логики, а также дает оценку всё более возрастающему интересу к воображаемой логике[3].

[2] Вклад В. А. Смирнова в распространение идей Н. А. Васильева и развитие предложенных им систем сложно переоценить [Мотрошилова, 1998].

[3] «Возможно, что в воображаемой логике Н. А. Васильева могут обнаружиться и другие, пока не замеченные, но небезынтересные с точки зрения современной логики и математики, положения. Идея противоречивых, но нетривиальных (паранепротиворечивых) систем, представляет – несмотря на свой «младенческий» возраст – уже не только академический интерес. Большие надежды на системы такого рода возлагаются в связи с комплексной программой создания искусственного интеллекта и вообще задачами информатики» [Бажанов, 2009].

Благодаря постоянному интересу к работам Н. А. Васильева и рассмотрению различных подходов к формализации суждений воображаемой логики, удалось успешно формализовать основной вариант воображаемой логики средствами современного логического аппарата. Т. П. Костюк и В. И. Маркин сформулировали логическую систему силлогистического типа (***IL***), претендующую на роль реконструкции основного варианта воображаемой логики [Костюк, Маркин, 1998]. Задана семантика, построено исчисление, а также доказана полнота и непротиворечивость исчисления относительно семантики [Костюк, 1998; 1997]. Данная система обобщена до силлогистики с произвольным числом n-качественных различий высказываний. В 1999 году Т. П. Костюк защитила кандидатскую диссертацию по теме «Реконструкция логических систем Н. А. Васильева средствами современной логики» [Костюк, 1999]. Сразу за формализацией основного варианта В. И. Маркин совместно с Д. В. Зайцевым построили исчисление ***IL*****2**, являющееся адекватной формализацией альтернативного варианта воображаемой логики, который они назвали «Воображаемая логика–2» [Зайцев, 1998; Зайцев, Маркин, 1999]. В этой логике с общими терминами связываются не объемы, а содержания понятий, поэтому ее можно считать интенсиональной логикой.

Заметный вклад в изучение воображаемой логики внесла В. В. Аносова – она установила связь логических идей Н. А. Васильева не только с развитием многозначной логики [Аносова, 1982b], но и с паранепротиворечивыми логиками [Аносова, 1984; 1985; 1982a]. Как пишет В.А. Бажанов: «Именно в паранепротиворечивой логике – логике, свободной от закона непротиворечия – на формальном уровне воплощен лейтмотив воображаемой, в прямом значении неаристотелевой логики» [Бажанов, 2009]. Есть ряд современных работ, в которых прослеживается связь между этими логиками и идеями Н.А. Васильева: многозначные логики [Максимов, 2016; Maximov, 2016], логики обобщенных истинностных значений [Беликов, 2018] и ряд других работ [Горбатов, 2011; Горбатов, Горбатова, 2013]. В 2017 году вышло целых два тома в издательстве Springer, посвященных Н. А. Васильеву: «Thinking about Contradictions. The Imaginary Logic of Nikolai

Aleksandrovich Vasil'ev» за авторством итальянского профессора Венанцио Распа [Venanzio, 2017] и «Логическое наследие Николая Васильева и современная логика» под редакцией В. И. Маркина и Д. В. Зайцева. Этот том является результатом работы международного научного семинара (Москва, Россия, октябрь 2013 года), где авторами статей являются как отечественные исследователи: Е. Д. Смирнова, В. А. Бажанов, В. И. Маркин, Д. В. Зайцев, И. Б. Микиртумов, Г. В. Сорина, В. М. Попов, В. О. Шангин, В. Л. Васюков, так и ряд зарубежных специалистов: американский логик О. Буэно, бразильские специалисты Ж-И. Безье, И. Д'Оттавиано, Е. Л. Гомес, Хосе В.Тейшейра да Мата, Дж. Буэно-Солер и В. Карниэли, немецкий логик В. Штельцнер, британский исследователь Г. Прист, что свидетельствует о постоянстве интереса к работам Н. А. Васильева на мировом уровне [*The Logical Legacy of Nikolai Vasiliev and Modern Logic*, 2017]. Кроме того, появляются работы, посвященные применению идей Н.А. Васильева в других областях науки: теории и истории культуры [Прядко, 2004; 2020][4], философии [А. А. Васильев, 2011; Тоноян, 2011; 2010], русской историографии рубежа XIX-XX веков[Ванчугов, 2012; Порошенко, Прохоров-Малясов, 2020; Прытков, Селезнев, 2014]. Концепция воображаемой логики применяется и в работах, посвященных изучению влияния эволюционных идей биологии на философские и логические воззрения российских исследователей начала XX века [Прядко, 2021].

Цели и задачи исследования. ***Цель работы*** – установить адекватность (соответствие) реконструкций воображаемой логики $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$ с оригинальными системами, предложенными Н.А. Васильевым. Выявить взаимосвязь систем воображаемой логики с традиционной силлогистики.

Для достижения поставленной цели в данном диссертационном исследовании будет решен ряд ***задач***:

[4] В этой работе Н. А. Васильев по праву занимает еще одно первенство как создатель историософской концепции, которую автор диссертации сопоставляет по значимости с такими учеными историософии, как О. Шпенглер, А. Тойнби и Н. Я. Данилевский.

1. На основе текстологического анализа работ Н.А. Васильева выделить принимаемые им корректные способы умозаключений в двух вариантах воображаемой логики.
2. Выделить в современных системах воображаемой логики $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$, претендующих на роль адекватных реконструкций оригинальных систем, $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$-валидные (принимаемых Н.А. Васильевым) способы рассуждений. Выявить сходства и различия дедуктивных возможностей $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$.
3. Построить особую логику суждений существования $\boldsymbol{IL\Upsilon}$, в которой адекватно выразимы суждения воображаемой логики $\boldsymbol{IL}$. Сформулировать семантику для этой логики и её аналитико-табличный вариант.
4. Сформулировать систему общих правил силлогизма для $\boldsymbol{IL2}$. Доказать метатеорему о равенстве множества $\boldsymbol{IL2}$- валидных силлогизмов и множества силлогизмов, удовлетворяющих всем сформулированным общим правилам.
5. Произвести сравнение воображаемой логики с традиционной силлогистикой, формализованной Лукасевичем. Доказать, что $\boldsymbol{IL2}$ является консервативным расширением ***C4*** (силлогистики Лукасевича).

Объект и предмет исследования. *Объектом исследования* является воображаемая логика Николая Александровича Васильева и ее взаимосвязь с традиционной силлогистикой. *Предметом исследования* являются аксиоматические системы $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$, являющиеся формальными реконструкциями основного и альтернативного вариантов воображаемой логики.

Научная новизна исследования. Новизной данного диссертационного исследования является выделение всех $\boldsymbol{IL}$ и $\boldsymbol{IL2}$-валидных силлогизмов и опровержение всех силлогизмов, не являющимися такими. В ходе исследования сформулирована система общих правил силлогизма для интенсионального варианта воображаемой логики и доказано, что все правильные силлогизмы, обладают всеми установленными правилами и являются $\boldsymbol{IL2}$-валидными. Суждения воображаемой логики переформулированы как суждения о существовании. Предложена «воображаемая» логика суждений существования $\boldsymbol{IL\Upsilon}$, а также ее аналитико-табличный вариант. Доказана полнота и непротиворечивость данного исчисления относительно семантики ***IL*ϒ**. Доказано, что ***IL*2** является консервативным расширением традиционной силлогистики ***C4***.

Методологическая основа исследования. В работе были использованы как современные, так и традиционные методы исследования силлогистических теорий. Использование традиционных методов позволило выявить специфику рассматриваемых логических систем ***IL*** и ***IL*2** в сопоставлении с традиционной силлогистикой. В качестве формального инструмента исследования используются апробированные методы формальных семантик и аксиоматических исчислений.

Положения, выносимые на защиту. Получены следующие научные результаты:

1. В системах ***IL*** и ***IL*2** выделены все ***IL*** и ***IL*2**-валидные силлогизмы для всех четырех фигур и опровергнуты все силлогизмы, не являющиеся таковыми, через подбор контрмоделей.
2. Установлено, что система ***IL*** является адекватной реконструкцией воображаемой логики, поскольку все принимаемые Васильевым модусы действительно ***IL***-валидны, а все отвергаемые – не являются ***IL***-валидными.
3. Для ***IL*2** сформулирована система общих правил силлогизма, позволяющих отличать корректные силлогизмы от некорректных. Доказано, что все корректные силлогизмы являются ***IL*2**-валидными, а некорректные таковыми не являются.
4. Суждения воображаемой логики возможно переопределить через суждения о существовании. Построена логика ***IL*ϒ** с семантикой, основанной на семантике ***IL***. Представлен анатилитико-табличный вариант логики ***IL*ϒ** с алгоритмом, позволяющим осуществлять автоматическую проверку умозаключений воображаемой логики.
5. Проведено сопоставление класса правильных силлогизмов ***IL*** и ***IL*2** с традиционной силлогистикой. Установлено, что в системах воображаемой логики происходит расширение класса силлогизмов за счет введения

противоречивого типа суждений. Доказано, что исчисление ***IL*2** является консервативным расширением традиционной силлогистики ***C4*** (силлогистики Лукасевича).

Теоретическая и практическая значимость.

Теоретическая значимость работы заключается в углублении представлений о воображаемой логике и доказательстве того, что идеи Н.А. Васильева возможно реализовать современными логическими средствами.

Практическое значение диссертации заключается в том, что полученные в ней результаты могут быть использованы для чтения курсов по истории логики, философии логики, а также в исследованиях, посвященных неклассическим логическим системам.

Доказательство того, что ***IL*2** является консервативным расширением традиционной силлогистики ***C4***, демонстрирует возможности установления взаимосвязей между различными системами силлогистики.

Степень достоверности и апробация результатов исследования.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечивается принятой методологией, соответствием содержания работы ее теме, наукометрическими показателями статей, в которых были опубликованы материалы диссертации, а также опорой на обширный круг исследовательской литературы по теме диссертационного исследования.

Работа прошла обсуждение на заседании кафедры логики философсого факультета МГУ имени М.В. Ломоносова и была рекомендована к защите. Основные положения и выводы исследования были изложены в восьми научных работах (в том числе в соавторстве), пять из которых опубликованы в изданиях, отвечающих требованиям п.2.3 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова.

Результаты диссертационного исследования прошли апробацию в ходе трех докладов на международных конференциях, а также чтения специального курса «Проблемы логической экспликации (формализации) научно-философских идей» для студентов философского факультета, специализирующихся на кафедре философии и методологии науки.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 113 страниц. Список литературы содержит 68 наименований.

Глава 1. От критики классической логики к появлению новых логических систем [5].

1.1 Теоретические предпосылки формирования воображаемой логики

В начале научной деятельности Н.А. Васильев больше интересовался исследованиями в области психологии. Он понимал, что для серьезного занятия психологией необходимы глубокие познания ряда медицинских дисциплин, поэтому получил медицинское образование. После окончания обучения он недолго работал врачом, а в 1907 году приступил к чтению лекций по психологии на Казанских высших женских курсах. В это время он критикует различные психологические направления за редукционизм в интерпретации того или иного «закона сознания», так как по мнению Васильева, редукционизм становится препятствием в достижении истинного знания [Бажанов, 2009, с. 90—91]. Постепенно ученый переключает свое внимание с психологии, которая, по его мнению, являлась лишь подготовительным этапом для занятий философией и логикой, и летом 1908 года уезжает в поездку по Германии с целью совершенствования своих знаний в области логики. Во время нахождения Н.А. Васильева в Германии в Гейдельберге проводился Третий Международный философский конгресс, на котором ученый пребывал с 31 августа по 5 сентября[6]. По прибытии на родину он опубликовал отчет о конгрессе, в котором большое внимание уделено дискуссии о прагматизме и критике данного направления, так Васильев пишет: «…законное дитя современной культуры и неизбежный этап в истории философии…Прагматизм – это

[5]Материал данного раздела и его подразделов нашел отражение в статьях автора диссертационного исследования [Конькова, 2023a], [Конькова, Маркин, 2020b]

[6]Обратим особое внимание, что на конгрессе выступали англичанин В.С. Шиллер и американец Дж. Ройс как представители прагматизма (освещающие его как «гуманизм»). Именно на конгрессе, где, как отмечает В.В. Ванчугов, ожидались доклады основателей прагматизма Ч. Пирса и Джеймс (которые, к сожалению, не прибыли на конгресс) обсуждалось это новое философское направление (метод решения философских проблем, как его называет сам Джеймс). В России же к 1908 году прагматизм еще был почти неизвестен. В статье «Прагматический эпизод в биографии логика Н.А. Васильева» В.В. Ванчугов проводит историческое исследование. Автор статьи отмечает, что впервые слово прагматизм было использовано в России в 1905 году П.В. Мокиевским, однако имело, по мнению автора статьи, еще совсем неокрашенное смыслом упоминание. Отметим также, что книга Джеймса вышла в 1907 году, а переведена на русский язык была только в 1910 году.

техника, которая объявила себя философией, и при этом единственной философией….» [Н. А. Васильев, 1909][7]. Есть мнение, что знакомство Н.А. Васильева с прагматизмом оказало влияние на его идеи связанные с развитием новой логики[8],[9],[10].

Именно после возвращения из поездки Н.А. Васильев погрузился в серьезный анализ и изучение законов и форм суждений классической логики, а также имеющихся направлений ее критики. В первой работе Н.А. Васильева по логике «О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе

[7]Данный отчет был переиздан в 2012 году в двух частях в журнале «Философские науки» в разделе «Неизвестное прошлое. Из истории философских форумов.», что, несомненно, свидетельствует о постоянном поддержании интереса научного сообщества к работам Н.А. Васильева [Н. А. Васильев, 2012a], [Н. А. Васильев, 2012b].

[8]Один из главных биографов Н. А. Васильева В.А. Бажанов отмечает, что свое знакомство с основателем прагматизма Ч.Пирсом Васильев начал, будучи юношей. Особый интерес ученого вызвала статья Ч. Пирса «The Logic of relatives» [Peirce, 1897], в ней Пирс развивал идею логики отношений как альтернативу аристотелевой логике. Позднее им же было выдвинуто предположение о существовании трехзначной логики и необходимости пересмотра законов непротиворечия и исключенного третьего [Ibid.]

[9]Из писем Ч. Пирса, в которых затрагивается данный вопрос: «Прежде чем заняться общим изучением родственных понятий, я провел некоторое исследование последствий предположения, что законы логики отличаются от тех, которыми мы пользуемся. Это была своего рода неаристотелева логика, в том смысле, в каком мы говорим о неевклидовой геометрии. Некоторые из разработок были несколько интересны, но не настолько, чтобы побудить меня опубликовать их. Общая идея была, конечно, очевидна для любого, кто обладал достаточным пониманием логического анализа, чтобы понять, что логика опирается на определенные позитивные (положительные) факты и не является простым формализмом. Другой писатель впоследствии назвал такую логику ложной, как если бы это было самым диким безумием, вместо того, чтобы быть принятой в качестве простой и естественной гипотезы, заслуживающей внимания [несмотря на ее ложность]», – приведенная цитата взята из статьи П.Крауса [Carus, 1910], перевод на русский язык осуществлен автором данного диссертационного исследования.

[10]Бразильский логик А. Арруда обращает внимание на другой момент письма Пирса к Джеймсу, где еще больше выражается недоумение Пирса касательно ученых, которые принципиально не видят и даже противостоят развитию неаристотелевой логики, считая ее заведомо ложной: «Я давно ощущаю, что имеется серьезный дефект в существующей логике, что она не обращает внимания на границу между двумя областями. Я не считаю, что принцип исключенного «среднего» является совершенно ложным, но я утверждаю, что в любой области мышления есть промежуточное звено между позитивным утверждением и позитивным отрицанием, которое так же реально, как и они. Математики всегда признают это и ищут границу как вероятное пристанище мощных идей; пока метафизики и старомодные логики не смогут отделить овец от козлищ, они никогда не признают это. Признание не включает никакого отказа от существующей логики, но оно дополняет ее» [Н. А. Васильев, 1989, с. 208]. Приведенная цитата Пирса взята из перевода с английского языка статьи А.А. Арруды [Arruda, 1979], оригинал текста письма Ч.Пирса опубликован в «Max Fisch and Atwell Turquette» [Fisch, Turquette, 1966].

исключенного четвертого» ученый обращает внимание на направление критики традиционной логики, связанное с делением суждений на общие, частные и единичные. Он останавливается на рассмотрении понятия частного суждения и обращает внимание на двусмысленное прочтение слова «некоторые» в таких суждениях: 1) некоторые, а может быть и все; 2) некоторые, но не все, только некоторые. Суть проблемы, по мнению Н.А. Васильева, заключается в том, что Аристотель и большинство логиков придерживаются первого варианта прочтения, хотя в большинстве реальных случаях употребления слова «некоторые» имеется в виду – «не все», а значит *только некоторые*. Разобравшись с частными суждениями, Васильев заключает: «Нет частных суждений. Все суждения относительно понятий суть суждения общие» [Н. А. Васильев, 1989, с. 12–53]. Данные суждения являются общими потому, что в них полностью раскрывается объем субъекта (часть S входят в P, а все остальные не входят).

Следующее направление по пересмотру традиционной логики связано с критикой *закона противоречия* и *закона исключенного третьего*. В данном направлении Н. А. Васильев обращает свое внимание на критику законов мышления Гегелем, Дж. Ст. Миллем, Ч. Зигвартом. Анализируя основания традиционных (аристотелевых) законов мышления, Гегель пишет о ложности закона противоречия: «Что вообще двигает мир, так это противоречие, и смешно говорить, что противоречие нельзя помыслить» [Там же, с. 45][11]. Милль считал закон исключенного третьего обобщением из опыта, применение которого возможно лишь с оговоркой: предложение только истинно или только ложно, если сказуемое таково, что может в известном смысле быть приписано подлежащему, но если мы имеем дело, например, с выражением: «Абракадабра есть второе намерение», то мы имеем дело ни с истинностью, ни с ложностью, поскольку между ними появляется третья возможность – «не имеющее смысла» [Там же, с. 46]. Н.А. Васильев поддерживает данное направление критики аристотелевой логики и заключает, что суждения нужно разделить на два вида: суждения о фактах и суждения о поня-

[11]Перевод Н.А. Васильева несколько отличается от перевода этого предложения в издании перевода работ Гегеля, на который ссылается логик [Гегель, 1974, с. 242].

тиях, которые имеют совершенно разную логику. Для всякого суждения о понятии относительно приписываемого ему предиката выделяются три возможности: «1) Либо ему присущ данный предикат. 2) Либо ему присущ противоречащий предикат. 3) Либо ему присущ и тот и другой, т. е. не присущ ни один, а оба возможны, оба совместимы с данным понятием... Любой предикат может трояко относиться к любому субъекту (понятию): либо он для него необходим, либо невозможен, либо возможен» [Н. А. Васильев, 1989, с. 49]. 13 января 1911 года логик представил доклад о проделанной работе по разработке воображаемой логики на 150-м заседании Казанского физико-математического общества. В докладе ученый снова говорил о законе противоречия и о том, что он является логической тавтологией, но при этом заключает в себе и эмпирическое обобщение. Если отбросить закон противоречия, то наряду с утвердительными и отрицательными суждениями станут возможными и суждения неопределенного качества (Васильев называет их индифферентными). Для такой логики нужен уже закон исключенного четвертого. После он заключает, что возможны различные логики – двух, трех, четырех и т.д. измерений и обращает внимание на особенности воображаемого мира, в котором допустимы не только «положительные», но и «отрицательные» ощущения[12].

[12] Данный доклад вызвал оживленное обсуждение, в котором приняли участие такие видные ученые как И.В. Николаевич – русский философ, историк философии и психологии, приват-доцент Московского (с 1899), а затем Казанского(с 1904) университетов; А. П. Котельников –- русский и советский математик, профессор, специалист в области теоретической механики в евклидовом и неевклидовых пространствах; Зейлигер Дмитрий Николаевич – русский и советский математик и механик, профессор механики Казанского университета и другие. Дискуссия по докладу оказалась настолько масштабной, затрагивающей важные, животрепещущие вопросы не только для научного сообщества, но и для общества в целом, что содержание ее было опубликовано не в специализированной научной газете, а в обычной городской, доступной для любого читателя «Камско-Волжская речь» от 16 января 1911 года. Подробное содержание дискуссии было опубликовано В. А. Бажановым [Бажанов, 2009, с. 126—131]. Мы же отметим только общую посылку прений: идея, высказанная Н. А. Васильевым о новой логике без закона противоречия была воспринята не просто как какая-то революция в логике, а как вполне очевидная и простая. Участников дискуссии скорее волновали личные доказательства, выводы и оценка докладчика. Так В. Н. Ивановский, будучи специалистом в области психологии, отмечает тот факт, что анализ закона противоречия, представленный Васильевым, стал возможным благодаря психологическому подходу, открывающему новые горизонты в понимании природы человеческого знания. Ивановский первым отмечает сходство идей Н. А. Васильева с идеями Н. И. Лобачевского: «как работа Лобачевского обнаружила природу геометрических аксиом, которые представляют теперь эмпирическими обобщениями, так выводы докладчика выясняют эмпирическую природу законов логики» [Н. А. Васильев, 1989, с. 177].

Еще одно направление по развитию новой логики связано с деятельностью Дж. Буля, П. С. Порецкого, Г. Фреге, Б. Рассела по разработке математической логики [Н. А. Васильев, 1989, с. 79, 107]. Именно благодаря математикам и математизации логики, построению стройных логических систем, основанных на математическом аппарате, аристотелева логика претерпела существенные изменения, приобрела строгость и универсальность. Несмотря на то, что дошедшие до нас опубликованные работы и рукописи Н. А. Васильева имели больше характер философского и гносеологического обоснования существования неклассической логики, а подробно описанный вариант воображаемой логики не представляет собой строгой формализованной системы, основанной на математической логике, ученый уделял большое внимание данному направлению и планировал в последующих работах прибегнуть к строгому доказательству рассматриваемых им законов и форм правильных умозаключений.

Несомненно важным основанием для возникновения и формирования идеи воображаемой логики оказались работы Н.И. Лобачевского по новой (неевклидовой) геометрии: «Неевклидова геометрия есть геометрия без 5-го постулата Евклида, без так называемой аксиомы о параллельных линиях. Неаристотелева логика есть логика без закона противоречия. Здесь нелишним будет добавить, что именно неевклидова геометрия и послужила нам образцом для построения неаристотелевой логики» [Там же, с. 54]. Н. А. Васильев неоднократно обращал свое внимание на открытие Н. И. Лобачевского и брал за образец «воображаемую (неевклидову) геометрию» для построения и развития концепции множественности новых логических систем.

1.2 Идея основного варианта воображаемой логики

В 1912 году опубликована основная работа Н.А. Васильева «Воображаемая (неаристотелевская) логика», благодаря которой его идеи в области развития новой логики стали известны во всем мире [Там же, с. 53—93]. Аристотелева логика, по мнению Васильева, это логика нашей реальности, т.е. она является инструментом познания окружающего нас мира. Новая же логика, предложенная Васильевым, не относится к эмпирической реальности, ей соответствует иная, противоречивая реальность, в которой предметам могут одновременно быть присущи и не присущи некоторые свойства. Такая реальность для нас чисто воображаемая, поэтому и ее логику он называет «воображаемой».

Васильев утверждает, что строит свою логику без закона противоречия, который, по его словам, выражает собой несовместимость утверждения и отрицания. Встает вопрос о том, что такое отрицание – «...отрицание это то, что несовместимо с утверждением... Там же, где нет несовместимости, мы не имеем права говорить об отрицании» [Н. А. Васильев, 1989, с. 59] (например, в случае простого различия или отсутствия предиката).

Васильев выделяет формальный и материальный моменты в понимании противоречия. Различие в трактовке противоречия меняет и формулировку самого закона противоречия: 1) закон, который запрещает одновременное наличие у предмета двух несовместимых признаков; 2) закон, который гласит, что одно и то же суждение не может быть одновременно истинным и ложным. Вторую трактовку закона противоречия Васильев называет *законом абсолютного различения истины и лжи* – законом несамопротиворечия. Этот закон, по Васильеву, не носит эмпирического характера, он относится к сфере металогики, а не чувственно-постигаемой логики, будь то реальность аристотелевой логики или реальность воображаемая. Закон несамопротиворечия Васильев не отвергает. Он отвергает закон противоречия в первой формулировке.

Вообразим себе мир, говорит Васильев, где отрицательные суждения могут быть такими же непосредственными, как непосредственны утвердительные суждения в нашем мире. В этом воображаемом мире «…в каком-нибудь объекте совпадут зараз основания и для утвердительного, и для отрицательного суждений…» [Там же, с. 63]. В таком случае истинным окажется высказывание о том, что объект одновременно обладает и не обладает неким свойством. Закон противоречия, таким образом, есть закон эмпирический и отражает лишь нашу реальность. Но мы можем обойтись и без него, когда обращаемся к иной, противоречивой онтологии. Тогда мы получим воображаемую логику – эмпирическую логику воображаемого противоречивого мира.

Васильев достаточно подробно рассматривает вариант логики с тремя типами суждений: утвердительными, отрицательными и индифферентными (соединяющими утверждение и отрицание), развивает учение о суждении, об обращении суждений, силлогистических законах и учение о силлогизме.

Учение о суждении. Н.А. Васильев формулирует свою новую логику по примеру логики Аристотеля, поэтому построение своей теории он начинает с учения о суждении, причем вносит в него достаточно серьезные изменения. Напомним, что Аристотель для чистой позитивной силлогистики выделил четыре типа категорических высказываний: «Всякий S есть P», «Некоторый S есть P», «Всякий S не есть P», «Некоторый S не есть P». В Средние века каждый из типов высказываний получил свое название, а сами высказывания символическую кодификацию: общеутвердительные высказывания получили символическую запись SaP, частноутвердительные высказывания – символическую запись SiP, общеотрицательные высказывания – символическую запись SeP, частноотрицательные высказывания – символическую запись SoP. В традиционной силлогистике (в дальнейшем для удобства будем писать – ***ТС***) как и в силлогистике Аристотеля, принимается деление суждений по количеству на общие, частные и единичные, но так как единичные рассматриваются как разновидность общих и противопоставляются частным, то принято делить суждения на частные и общие. По качеству суждения делятся на утвердительные и отрицательные. В совокупности это дает деление суждений на 4 формы: общеутвердительное A, общеотрицательное E, частноутвердительное I и частноотрицательное O.

В воображаемой логике, в отличие от аристотелевой и традиционной, суждения делятся по качеству не на два, а на три вида: утвердительные (содержащие связку «есть»), отрицательные (содержащие связку «не есть») и индифферентные (содержащие противоречивую связку «есть и не есть»). Первоначально Васильев выделяет три вида суждений по количеству: единичные, общие и акцидентальные (определенно-частные): «S есть P», «S не есть P», «S есть и не есть P», где на месте S находится сингулярный термин.

Единичные суждения, по мнению Васильева, являются основой всей логики как воображаемой, так и традиционной. Их субъектом является сингулярный термин (S), а предикатом общий термин (P).

Общие суждения также бывают трех видов (утвердительными, отрицательными и индифферентными): «Все S есть P», «Все S не есть P», «Все S есть и не есть P». Общие суждения содержат в себе информацию обо всех объектах из определенного класса, причем каждый из них имеет одинаковую связь с предикатом: ему либо присуще соответствующее свойство, либо не присуще это свойство, либо «зараз» присуще и не присуще. Субъектами и предикатами общих суждений являются общие термины.

А вот акцидентальные суждения – это суждения, которые так же, как и общие, выражают информацию обо всех объектах класса, но элементы этого класса имеют разные типы связей с предикатом. Субъектами и предикатами таких суждений также являются общие термины. Акцидентальные суждения могут быть четырех видов: «Некоторые S есть P, а все остальные S не есть P», «Некоторые S есть P, а все остальные S есть и не есть P», «Некоторые S не есть P, а все остальные S есть и не есть P», «Некоторые S есть P, некоторые S не есть P, а все остальные S есть и не есть P». Однако в дальнейшем Н.А. Васильев не рассматривает силогизмы с данным видом суждений.

Зато он вводит еще один вид суждений, который и будет использовать в своей логике – неопределенно-частные суждения (несмотря на свое скептическое отношение к такого рода суждениям): «Некоторые S есть P», «Некоторые S не есть P», «Некоторые S есть и не есть P».

Таким образом, язык воображаемой логики как силлогистической теории состоит из форм атрибутивных суждений шести типов: 1) общеутвердительные – «Все S есть P»; 2) общеотрицательные – «Все S не есть P»; 3) общеиндифферентные – «Все S есть и не есть P»; 4) частноутвердительные – «Некоторые S

есть P»; 5. частноотрицательные – «Некоторые S не есть P»; 6) частноиндифферентные – «Некоторые S есть и не есть P».

В воображаемой логике особое место (в учении об обращении и учении о силлогизме) занимают так называемые исключающие формы суждений. Они представляют собой колебание между двумя качествами из трех [Н. А. Васильев, 1989, с. 71]:

1) форма, исключающая утвердительное суждение: колебание между отрицательным и индифферентным.

2) форма, исключающая отрицательное суждение: колебание между утвердительным и индифферентным.

3) форма, исключающая индифферентное суждение: колебание между утвердительным и отрицательным.

Учение об обращении суждений. Аристотель принимал в качестве исходных принципов известные законы обращения. Н.А. Васильев не рассматривает отдельно вопрос об обращении суждений воображаемой логики. В традиционной силлогистике различают два вида обращения: чистое обращение, при котором количественный параметр высказывания не изменяется, и обращение с ограничением, при котором происходит изменение количественного параметра высказывания. Анализируя некоторые предположения, касающиеся этого вопроса у Н.А. Васильева, можно сделать вывод, что, по-видимому, для утвердительных суждений он принимает те же принципы, что и в ***ТС*** – общеутвердительные суждения обращаются с ограничением – $SaP \supset PiS$, а вот неопределенно-частные суждения обращаются чисто. Что же касается обращения отрицательных и индифферентных суждений, то здесь остается неясность. Т.П. Костюк выдвинула гипотезу о том, что в результате обращений этих высказываний получается исключающая форма. Основанием для этого послужило следующее (буквально брошенное на ходу) замечание Васильева: «Эти исключающие формы играют очень важную роль в воображаемой логике, особенно в учении о conversio суждений, но останавливаться на них я не могу за недостатком времени» [Н. А. Васильев, 1989, с. 72].

Силлогистические законы. В ***TC*** явным образом принимаются законы силлогистического тождества SaS и SiS, правомерность данных законов в силлогистике Аристотеля представляется сомнительной. В воображаемой логике справедлив закон тождества для общих и неопределенно-частных суждений.

Аристотель принимал формы корректных умозаключений, основанных на логических отношениях между категорическими высказываниями разных типов с одинаковыми субъектами и предикатами. Следствием разделения суждений на 4 формы является квадрат противоположностей (логический квадрат). Между высказываниями SaP и SiP; SeP и SoP – отношение подчинения. В воображаемой логике закон подчинения сохраняется для утвердительных и отрицательных суждений, а также принимается для суждений третьего качества. Отношение между высказываниями SaP и SeP – отношение контрарности (противоположности), это значит, что они не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными. Между высказываниями SiP и SoP имеет место отношение субконтрарности (подпротивоположности), это значит, что эти высказывания не могут быть одновременно ложными – закон исключенного третьего для частных высказываний, но могут быть одновременно истинными. На диагоналях квадрата имеет место отношение контрадикторности (противоречия) для SaP и SoP, а также SeP и SiP. Вследствие чего действуют как законы исключенного третьего $SaP \vee SoP$, $SeP \vee SiP$, так и законы $SaP \supset \neg SoP$ и $SeP \supset \neg SiP$. Васильев же в воображаемой логике отказывается от закона исключенного третьего и предлагает новый закон для единичных суждений – закон исключенного четвертого.

Учение о силлогизме. Аристотелем было выделено три фигуры силлогизма: *I фигура* – где средний термин является субъектом в большей посылке и предикатом в меньшей посылке; *II фигура* – где средний термин является предикатом как в большей, так и в меньшей посылках; *III фигура* – где средний термин является субъектом в обеих посылках. Позднее в ***ТС*** стало принято рассматривать дополнительно IV фигуру, в которой средний термин является предикатом большей и субъектом меньшей посылки. В ***ТС*** выделяется двадцать четыре правильных модуса простого категорического силлогизма.

В данной теории выделяются специальные требования для фигур, которым должны соответствовать корректные силлогизмы: в I фигуре большая посылка должна быть общим высказыванием, а меньшая посылка – есть утвердительное высказывание; в любом корректном силлогизме II фигуры большая посылка – общее суждение, одна из посылок – отрицательное суждение; в любом корректном силлогизме III фигуры меньшая посылка – утвердительное суждение, а заключение – частное суждение.

При анализе правильности и неправильности силлогизмов в воображаемой логике Н. А. Васильев как и Аристотель рассматривает силлогизмы, посылки которых содержат общие и неопределенно-частные суждения. Силлогизмов с единичными и акцидентальными посылками Н. А. Васильев не рассматривает.

Рассмотрение каждой фигуры силлогизма в воображаемой логике начинается с формулирования правил, некоторые из которых сохраняются из ***ТС***. Так в I фигуре воображаемой логики сохраняются оба требования из ***ТС***, в соответствии с которыми оказываются правомерными шесть модусов: четыре модуса сохраняются из традиционной силлогистики: *Barbara; Celarent; Darii; Ferio*, другие же два – новые модусы, которые становятся возможными лишь в воображаемой логике: 1) большая посылка – «Все M суть и не суть P», меньшая посылка – «Все S суть M», заключение – «Все S суть и не суть P» (этому модусу он дает название *Mindalin*); 2) большая посылка – «Все M суть и не суть P», меньшая посылка – «Некоторые S суть M», заключение – «Некоторые S суть и не суть P» (этот модус получает название *Kindirinp*) [Н. А. Васильев, 1989, с. 73—74]. Несовершенные правильные модусы (в которых вместо общего заключения выводится частное) Н.А. Васильев, так же как и Аристотель, не выделяет.

Формальные правила *II фигуры* несколько отличаются от тех, которые формулируются в ***ТС***. Сохраняется первое требование к правильным модусам данной фигуры, здесь важно, чтобы посылки содержали суждения разного качества. Однако даже после корректировки формальных требований оказывается, что в рассматриваемом варианте воображаемой логики нельзя вывести заключение по традиционным модусам: *Cesare, Camestres, Festino, Baroco*. «Единственное, что можно вывести по *II фигуре* в воображаемой логике – это только то, что заключение не может быть утвердительным» [Н. А. Васильев, 1989, с. 75][13].

Для *III фигуры* воображаемой логики справедливо одно из требований к правильным модусам данной фигуры в ***TC*** – меньшая посылка должна быть утвердительной. Однако следует обратить внимание на то, что все выделяемые правильные силлогизмы удовлетворяют и второму правилу – заключение должно быть частным. Таким образом, в воображаемой логике сохраняется шесть правильных модусов ***TC*** и добавляются еще три новых с большей индифферентной посылкой и индифферентным заключением.

1.3 Идея интенсионального варианта воображаемой логики

Н.А. Васильев видел возможность построения не одной-единственной системы, а множества воображаемых логик, отличных от аристотелевой. Воображаемая логика – это принцип построения новой логики, и этот принцип следует рассматривать как инструмент для изучения оснований логики. Тут стоит сделать акцент на различении Васильевым «земной» (эмпирической) логики и металогики. Логические законы нашего мира зависят непосредственно от опыта, и мы вполне можем себе представить другие миры с другой реальностью, а следовательно, и с другими эмпирическими законами логики. Так мы можем, добавляя или отбрасывая некоторые из таких законов, конструировать множество логик: «Логика в таком виде, в каком мы привыкли ее употреблять, полна эмпирических элементов; это есть логика в условиях опыта; она приспособлена к эмпирии» [Там же, с. 89]. Но есть особые принципы и операции, имеющие абсолютную

[13] Из некоторых комбинаций посылок не следует стандартного заключения, однако при детальном рассмотрении всех возможных выводов оказалось, что существуют комбинации посылок, из которых логически следует одна из исключающих форм.

значимость для любой логики и для любого логического мышления – это те принципы, которые остаются после устранения всего, что эмпирично, и которые Васильев называет металогикой. Металогика возможна лишь одна, она является чисто теоретической наукой, в нее входит только форма без содержания, и поэтому она беднее эмпирических логик по содержанию: «Металогика, пригодная для познания всякого мира, одна не может познать ни одного… металогика – для соприкосновения с реальностью, с тварностью, нуждается в посреднике, в Логосе, в материальной логике» [Н. А. Васильев, 1989, с. 116].

Принципы, на которых базируется воображаемая логика, следует рассматривать как инструмент для более глубокого изучения оснований логики: «Для решения вопросов о законах мышления следует использовать метод построения воображаемой логики. Этот метод позволяет разобрать сложную и запутанную ткань «логического», где все нити связаны, переплетаются, перекрещиваются и запутывают друг друга. Этот метод позволяет разобрать разные слои «логического» и проследить наиболее важные пути – основу ткани – и их взаимоотношения» [Там же, с. 92]. Васильев понимал, что эта идея вызовет множество возражений, но не сомневался (и оказался прав), что неаристотелева логика имеет огромное логическое, но и гносеологическое, эпистемологическое, и общефилософское значение: «Главное преимущество метода воображаемой логики заключается в том, что таким путем законы и формулы нашей логики обобщаются, и мы можем получить логические законы в самом общем виде. Last not least (последнее, но не менее важное) и гносеологическое, а значит, вообще и философское значение самого факта воображаемой логики, самого различия рационального и эмпирического в логике...» [Там же, с. 93].

В заключительной части своей основной работы Н.А. Васильев снова обращает внимание на взаимосвязь между созданной им логикой и логикой Аристотеля с геометриями Лобачевского и Евклида. Раз есть эмпирическая интерпретация геометрии Н.И. Лобачевского в евклидовом мире, то обязательно должна существовать подобного рода интерпретация воображаемой логики в нашем мире. Далее им были предложены целых три таких интерпретации, причем в некоторых из этих интерпретаций множество принимаемых законов и правильных силлогизмов изменяется по сравнению с основным вариантом воображаемой логики.

В первой интерпретации суждения воображаемой логики трактуются как модальные: утвердительные – как содержащие модальность «необходимо», отрицательные – как содержащие модальность «невозможно», индифферентные – как содержащие модальность «случайно». Вторая интерпретация основывается на идее использования отношений абсолютного сходства, абсолютного различия, частичного сходства и различия при истолковании суждений разных качеств: утвердительные суждения выражают мысль об абсолютном сходстве предметов, отрицательные – об абсолютном их различии, индифферентные – о частичном сходстве и различии.

Далее Васильев высказывает идею интенсиональной интерпретации суждений воображаемой логики всех трех качеств. В интенсиональном варианте воображаемой логики с субъектом и предикатом связываются не множества индивидов, а *совокупности признаков*, то есть не объемы понятий, а их *содержания*.

Общеутвердительное суждение вида «Все S есть P» заключает в себе информацию о том, что содержание предиката P является частью содержания субъекта S, т.е. каждый признак в составе содержания P входит и в содержание S.

Что же, согласно Васильеву, передают отрицательные высказывания в интенсиональном варианте воображаемой логики? Следует обратить внимание на то, что в содержание понятия могут включаться признаки двух типов: *позитивные*, указывающие на наличие свойства у предмета (например, «быть белым»), и *негативные*, указывающие на отсутствие свойства у предмета (например, «не быть белым»). Если позитивный и негативный признаки указывают на наличие и на отсутствие одного и того же свойства, то эти признаки назовем *противоречащими* друг другу (таковыми, например, являются признаки «быть белым» и «не быть белым»). Негативный признак (в некотором особом смысле) «отрицает» противоречащий ему позитивный признак.

Обычное общеотрицательное суждение при интенсиональной интерпретации означает, что в содержаниях S и P имеются противоречащие друг другу признаки. Васильев выражает эту мысль так: «Чтобы отрицать предикат у субъекта, достаточно отрицать у субъекта хотя бы один признак предиката» [Н. А. Васильев, 1989, с. 87]. Совсем необязательно, чтобы для каждого признака в составе предиката в субъекте нашелся бы признак, противоречащий признаку в предикате. Достаточно, чтобы таковой нашелся у одного из признаков, составляющих предикат: «В суждении «Собака – не человек» отрицается не все содержание понятия человек, напр., вовсе не отрицается, что собака – млекопитающее» [Там же].

Далее Васильев высказывает идею о том, что возможны две отрицательные внутренние связки. Одну он называет «абсолютным» (сильным) отрицанием, а вторую – «нашим» (слабым) отрицанием: «Но можно создать концепцию... абсолютного отрицания. Можно представить себе такое non A, которое не имело бы ни одного из признаков A. Если понятие A состоит из признаков p,q,r,s, $\ldots$ тогда понятие non должно состоять из признаков $non - p$, $non - q$, и т.д. Наряду с этим можно мыслить сохранившимся и наше отрицание, которое отрицает не все признаки A, а только некоторые» [Там же, с. 87—88].

Обратим внимание на некоторую неточность в употреблении слова «наше» в последнем предложении приведенной цитаты: «наше» отрицание отрицает *только некоторые* признаки предиката, а значит какие-то признаки предиката в субъекте утверждаются. В то же время чуть ранее Н.А. Васильев прямо указывает, что в обычном отрицательном суждении в субъекте отрицается *хотя бы один* признак предиката, то есть такое суждение не исключает ситуации, когда отрицаются *все* признаки. Поэтому «наше» отрицание (по Васильеву) все же не совпадает по смыслу с «обычной» отрицательной связкой.

Тем не менее Н.А. Васильев четко выделяет три разновидности суждений по качеству: «Вообще мы можем или 1) утверждать все признаки A, или 2)отрицать все признаки A, или 3) некоторые признаки утверждать, некоторые отрицать. 1-й случай дает утвердительное суждение, 2-й случай – абсолютное отрицание, 3-й случай – наше отрицание. Всего будет три подразделения суждений по качеству» [Н. А. Васильев, 1989, с. 88].

Итак, при данном подходе суждения по качеству делятся на следующие три типа: помимо утвердительных суждений имеются две разновидности отрицательных суждений: «... класс наших отрицательных суждений, объявляющих утвердительное суждение ложным, распался бы на 2 класса: на суждения об абсолютной ложности и на суждения простой ложности утвердительного суждения» [Там же]. Здесь, конечно, невольно возникает желание истолковывать данный фрагмент в духе идеи многозначности, может показаться, что Васильев наряду с истиной и (обычной) ложью допускает еще одну истинностную оценку – абсолютную ложь. Однако детальный анализ его текстов свидетельствует о том, что данная идея нигде больше не развивается; в своих логических построениях Васильев обходится, как правило, двумя истинностными оценками.

Различение абсолютного и слабого отрицания четко выражено в статье Маркина В.И. и Зайцева Д.В. [Зайцев, Маркин, 1999, с. 135]: «…Интерпретация общих суждений двух других качеств основана на различении абсолютного и слабого отрицания: суждение типа «Все S не есть (в абсолютном смысле) P» выражает мысль о том, что в понятии S отрицаются **все** признаки понятия P, а суждение типа «Все S не есть (в слабом смысле) P» – что в понятии S отрицаются ***лишь некоторые*** признаки P (т.е. некоторые признаки P отрицаются в S, а некоторые утверждаются)».

Например, если с предикатом P связано понятие, содержащее признаки p,q,r,s, а с субъектом S – понятие, содержащее признаки $non-p$,$non-q$,$non-r$,$non-s$ (и возможно еще какие-то признаки), то истинным окажется суждение «Все S не есть (в абсолютном смысле) P». Если же с предикатом P связано понятие, содержащее признаки p,q,r,s, а с субъектом S – понятие, содержащее признаки p,q,$non-r$,$non-s$ (и возможно еще какие-то признаки), то истинным окажется суждение «Все S не есть (в слабом смысле) P».

Н.А. Васильев отмечает, что данной интерпретации трех типов суждений соответствует логика, отличная от основного варианта его воображаемой логики. В ней становятся корректными некоторые силлогизмы, которые не являются правильными с точки зрения основного варианта логики Васильева: «Так, напр., нетрудно видеть, что при последней интерпретации возможна I-я фигура силлогизма с абсолютным отрицанием в качестве малой посылки A есть P – большая посылка; S есть $nonA$ – меньшая посылка, тогда S есть $nonP$ – заключение. При этом формула «S есть non A», напр., должна читаться так: «A абсолютно отрицается относительно S» [Н. А. Васильев, 1989, с. 88]. Действительно, в большей посылке утверждается, что все признаки в составе P содержатся и в A, а меньшая посылка говорит о том, что каждый признак в составе A отрицается в S. Отсюда следует, что каждый признак в составе P отрицается в S.

Васильев привел только один пример необычного силлогизма, но это далеко не самый интересный правильный силлогизм в данной версии воображаемой логики. Оказывается, что при такой интерпретации суждений можно составить правильный силлогизм, в котором обе посылки отрицательные, а заключение утвердительное:

$$\begin{array}{l} A \text{ есть } nonP \\ \underline{S \text{ есть } nonA} \\ S \text{ есть } P \end{array}$$

Пусть с термином P связывается множество признаков $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$. Согласно большей посылке, в *A* содержатся признаки, противоречащие указанным, то есть негативные признаки $non - p_1, non - p_2, \ldots, non - p_n$. А согласно меньшей посылке, в *S* содержатся признаки, противоречащие входящим в *A*, в том числе и признаки, противоречащие $non - p_1, non - p_2, \ldots, non - p_n$. Таковыми являются позитивные признаки $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Следовательно, каждый из признаков, входящих в *P*, содержится и в *S*.

Глава 2. Основной вариант воображаемой логики

2.1 Реконструкция воображаемой логики: система *IL*[14]

Современная реконструкция основного варианта воображаемой логики ***IL*** осуществлена Т.П. Костюк и В.И. Маркиным [Костюк, Маркин, 1998]. Для формальной записи васильевских суждений авторами выбраны следующие силлогистические константы: бесконечный список общих терминов, в качестве метазнаков для них используются S, P, Q, S_1, P_1, Q_1, ..., и сингулярных терминов v, w, ...; силлогистические константы J_1, J_2, J_3, A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3, T_1, T_2, T_3, T_4; пропозициональные связки $\neg$, $\&$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$; левая и правая скобки[15].

Силлогистические константы используются для формальной записи васильевский суждений. Константа J_n - содержат в себе информацию о единичном объекте из определенного класса. A_n содержат в себе информацию обо всех объектах из определенного класса, I_n содержат информацию о некоторых объектах определенного класса (неопределенно-частные суждения), а T_n о некоторых объектах определенного класса содержат одну информацию, а обо всех остальных объектах этого же класса содержат другую информацию (определенно-частные суждения), причем каждый из них имеет определенную связь с предикатом, выражаемую посредством нижнего индекса $_n$: ему либо присуще соответствующее свойство $_1$, либо не присуще это свойство $_2$, либо «зараз» присуще и не присуще $_3$. С помощью этих констант образуются атомарные формулы J_1vP, J_2vP, J_3vP, A_1SP, A_2SP, A_3SP, I_1SP, I_2SP, I_3SP, T_1SP, T_2SP, T_3SP, T_3SP, где термин S выступает в роли субъекта, а общий термин P – предиката суждения. Сложные формулы образуются из простых с помощью пропозициональных связок[16].

---

[14] Материал данного раздела нашел отражение в следующей статье автора диссертационного исследования [Конькова, 2023a].

[15] В этом же языке строится аксиоматическое исчисление ***IL***, доказываются теоремы о его семантической непротиворечивости и полноте.

[16] Поскольку непосредственно в силлогизмах определенно-частные суждения T_nSP не используются, то их дальнейшее расммотрение в данном диссертационном исследовании проводиться не будет.

Модель, представляет собой следующий кортеж: $< D, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$, где $D \neq \varnothing$, $\varphi(v) \in D$, ψ_1, ψ_2, ψ_3 – функции, сопоставляющие значение каждому общему термину P некоторое непустое подмножество D и удовлетворяющие следующим условиям: $\psi_1(P) \subseteq D$, $\psi_2(P) \subseteq D$, $\psi_3(P) \subseteq D$, $\psi_1(P) \neq \varnothing$, $\psi_1(P) \cap \psi_2(P) = \varnothing$, $\psi_1(P) \cap \psi_3(P) = \varnothing$, $\psi_2(P) \cap \psi_3(P) = \varnothing$, $\psi_1(P) \cup \psi_2(P) \cup \psi_3(P) = D$.

В модели с каждым общим термином P связывается три экстенсиональные характеристики. Неформально $\psi_1(P)$ трактуется как объем этого термина, $\psi_2(P)$ как его антиобъем, а $\psi_3(P)$ как противоречивая относительно P область. Накладывается условие пустоты попарного пересечения объема, антиобъема и противоречивой области относительно P.

Условия значимости формул задаются следующим образом. Формула J_1vP значима в данной модели, если и только если $\varphi_(v) \in \psi_1(P)$, то есть найдется объект v принадлежащий объему P. Формула J_2vP значима в данной модели, если и только если найдется объект v принадлежащий антиобъему – P или, что то же самое $\varphi_(v) \in \psi_2(P)$. Если $\varphi_(v) \in \psi_3(P)$, то есть найдется объект v принадлежащий области, противоречивой относительно объема P, то значимой в модели оказывается формула J_3vP.

Формула A_1SP принимает значение истина в данной модели, если и только если $\psi_1(S) \subseteq \psi_1(P)$, то есть каждый объект из $\psi_1(S)$ входит в $\psi_1(P)$. Формула A_2SP истинна в данной модели, если и только если $\psi_1(S) \subseteq \psi_2(P)$, т.е. каждый объект из объема S входит в антиобъем P. Формула A_3SP истинна в данной модели, если и только если $\psi_1(S) \subseteq \psi_3(P)$, т.е. каждый объект из $\psi_1(S)$ входит в $\psi_3(P)$.

Если $\psi_1(S) \cap \psi_1(P) \neq \varnothing$, т.е. в объеме S найдутся объекты, принадлежащие объему P, то формула I_1SP будет значима в данной модели. Формула I_2SP значима в данной модели, если и только если существуют объекты из $\psi_1(S)$, которые входят в область $\psi_2(P)$ – $\psi_1(S) \cap \psi_2(P) \neq \varnothing$. Если и только если $\psi_1(S) \cap \psi_3(P) \neq \varnothing$, т.е. существуют объекты из $\psi_1(S)$, которые входят в противоречивую относительно P область $\psi_3(P)$, то значима в модели формула I_3SP.

Для сложных формул условия истинности обычные. Для обозначения истинности формулы A в модели $< D, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ будем использовать выражение вида $|A| = 1$. Если $|A| = 1$ во всякой модели, то формула A общезначима. Во всех остальных случаях $|A| = 0$.

2.1.1 Законы *IL*

Покажем, что все законы, принимаемые Н.А. Васильевым в воображаемой логике, являются общезначимыми в семантике ***IL***.

Законы тождества.

По определению модели $\psi_1(S) \neq \varnothing$, тогда $\psi_1(S) \cap \psi_1(S) \neq \varnothing$, следовательно в данной модели общезначим закон тождества для неопределенно-частных суждений I_1SS. А поскольку $\psi_1(S) \subseteq \psi_1(S)$, то закон тождества и для общих суждений A_1SS справедлив.

Законы обращения.

I_1SP, что равносильно $\psi_1(S) \cap \psi_1(P) \neq \varnothing$. Условия истинности антецедента и консеквента равносильны – $\psi_1(S) \cap \psi_1(P) = \psi_1(P) \cap \psi_1(S)$, тогда $I_1SP \supset I_1PS$.

$A_1SP \supset I_1PS$. Допустим, что антецедент в произвольной модели истинен, т.е. что $\psi_1(S) \subseteq \psi_1(P)$, следовательно $\psi_1(P) \cap \psi_1(S) \neq \varnothing$.

Т.П. Костюк было выдвинуто предположение о том, что предложенные Н.А. Васильевым исключающие формы суждений можно рассматривать как отрицания соответствующих высказываний: в сильном смысле – неопределенно-частных, в слабом смысле – общих ($\neg I_nSP$ и $\neg A_nSP$). Благодаря данному предположению в семантике ***IL*** общезначимы обращения общих отрицательных и индифферентных суждений в отрицание частных утвердительных суждений.

$A_2SP \supset \neg I_1PS$. Допустим, что антецедент в произвольной модели истинен, т.е. что $\psi_1(S) \subseteq \psi_2(P)$. Одно из ограничений на модель гласит: $\psi_1(P) \cap \psi_2(P) = \varnothing$. Из нашего допущения и этого ограничения следует, что $\psi_1(P) \cap$

$\psi_1(S) = \varnothing$. Последнее означает, что консеквент $\neg I_1PS$ в данной модели также истинен. Обоснование $A_3SP \supset \neg I_1PS$ проводится аналогично.

Законы подчинения.

Легко обосновать общезначимость в ***IL*** законов подчинения для суждений всех трех качеств: $A_1SP \supset I_1SP$, $A_2SP \supset I_2SP$, $A_3SP \supset I_3SP$. Допустим, что A_nSP истинна в некоторой модели ($n \in \{1,2,3\}$), т.е. $\psi_1(S) \subseteq \psi_n(P)$. Поскольку $\psi_1(S) \neq \varnothing$, так как $\psi_1(S) \cap \psi_n(P) \neq \varnothing$, т.е. I_nSP в данной модели истинна.

Законы исключенного четвертого.

Закон исключенного четвертого для единичных суждений – $J_1vP \vee J_2vP \vee J_3vP$ – является аксиомой исчисления ***IL***. Кроме того, Т.П. Костюк доказала в ***IL*** закон исключенного четвертого для неопределенно-частных суждений – $I_1SP \vee I_2SP \vee I_3SP$ [Костюк, 1999].

2.1.2 О *IL*-валидных силлогизмах

Центральным моментом любой силлогистической теории является учение о силлогизме, а выделение правильных двухпосылочных силлогизмов является главной задачей этих теорий.

Под силлогизмом в воображаемой логике как и в традиционной силлогистике понимается двухпосылочное умозаключение, в котором делается заключение о нектором отношении между двумя терминами (меньшим и большим), один из которых содержится в одной посылке (меньшей), а второй в другой (большей) на основании наличия некоторых отношений между каждым из них с третьим термином (средним), входящим в обе посылки, и отсутствующем в заключении. Как и в традиционной силлогистике, силлогизмы распределяются по фигурам в зависимости от расположения среднего термина в посылках. Модус силлогизма определяется типами большей и меньшей посылки и заключения. В воображаемой логике каждая посылка и заключение являются суждением одного из шести типов ($A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3$), поэтому общее число модусов равно 6^3, при этом каждый модус может относиться к одной из четырех фигур, поэтому общее количество модусов силлогизма равно 864м.

Поскольку любая логическая теория имеет дело не с конкретными суждениями, а с их формальными представлениями, то под силлогизмом будем далее понимать не само умозаключение, а его логическую форму $B_1,B_2 \vdash C$, где B_1,B_2 и C – атомарные формулы языка воображаемой логики.

В традиционной логике проверка силлогизмов осуществляется несколькими методами, один из которых состоит в формулировке общих правил силлогизма – набора критериев, позволяющих отличать правильные силлогизмы от неправильных. В основном варианте воображаемой логики Н.А. Васильев выделяет формальные правила для правильного силлогизма к каждой рассматриваемой им фигуре, однако системы общих правил в воображаемой логике он не рассматривал. Выделение таких правил, которые позволили бы в системе ***IL*** отделить правильные силлогизмы от неправильных, затруднительно, в силу того, что во II фигуре нет традиционных силлогизмов и класс принимаемых силлогизмов расширяется за счет суждений в виде исключающей формы. Поэтому для реализации задачи настоящего исследования покажем семантическими средствами языка ***IL*** что все принимаемые Васильевым силлогизмы обосновываются в ***IL***. Условимся, что все силлогизмы, принимаемые Васильевым, далее будем называть правильными, а отвергаемые – неправильными. Все правильные силлогизмы в ***IL*** будем называть ***IL***-валидными, а неправильные – ***IL***-опровержимыми. Силлогизм $B_1,B_2 \vdash C$ воображаемой логики назовем ***IL***-валидным, если и только если формула $(B_1\&B_2) \supset C$ является общезначимой в семантике ***IL***.

Далее покажем, что все правильные в воображаемой логике силлогизмы являются ***IL***-валидными.

Силлогизмы I фигуры. Ниже представлены формулы правильных силлогизмов воображаемой логики, выделенных Васильевым в соответствии с формальными правилами для I фигуры: большая посылка должна быть общим высказыванием, а меньшая посылка – есть утвердительное высказывание[17].

$$
\begin{array}{ll}
(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP & (A_2MP\&A_1SM) \supset A_2SP \\
(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP & (A_2MP\&I_1SM) \supset I_2SP \\
(A_3MP\&A_1SM) \supset A_3SP & (A_3MP\&I_1SM) \supset I_3SP
\end{array}
$$

Для обоснования ***IL***-валидности данных силлогизмов предварительно сгруппируем их. Силлогизмы с обеими общими посылками можно представить в общем виде $(A_nMP\&A_1SM) \supset A_nSP$, а силлогизмы с меньшей частной посылкой можно представить в общем виде $(A_nMP\&I_1SM) \supset I_nSP$. Ниже приведен пример обоснования: $(A_nMP\&A_1SM) \supset A_nSP$

+1.	$\lvert A_nMP\&A_1SM \rvert = 1$	(допущение)
2.	$\lvert A_nMP \rvert = 1$	(из 1)
3.	$\lvert A_1SM \rvert = 1$	(из 1)
4.	$\psi_1(M) \subseteq \psi_n(P)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(S) \subseteq \psi_1(M)$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(S) \subseteq \psi_n(P)$	(из 4,5)
7.	$\lvert A_nSP \rvert = 1$	(из 6 по у. и.)

Обоснование оставшихся правильных модусов проводится аналогичным образом в соответствии с условиями истинности формулы в модели.

Силлогизмы II фигуры. Напомним, что для второй фигуры Н.А. Васильев также выделяет формальные правила: первое – большая посылка должна быть общей, второе – обе посылки должны быть разного качества. Но не выделяет ни одного силлогизма, который считался бы правильным в традиционном смысле. Однако, логик отмечает: «Единственное, что можно вывести по *II фигуре* в

[17]Четыре модуса, сохраняемые из традиционной силлогистики Barbara, Celarent, Darii и Ferio и два новых модуса возможных за счет замены большей утвердительной посылки модусов Barbara и Darii на индифферентную, Васильев называет их Mindalin и Kindirinp соответственно [Н. А. Васильев, 1989, с. 73—74].

воображаемой логике – это только то, что заключение не может быть утвердительным» [Н. А. Васильев, 1989, с. 75]. Тем самым дает возможность рассмотрения и обоснования силлогизмов с заключением в виде выделяемых им исключающих форм суждений. Описанное выше предположение о рассмотрении исключающих форм в качестве отрицания утвердительных суждений позволило выделить во II фигуре двенадцать ***IL***-валидных силлогизмов. Ниже представлена формальная запись правильных силлогизмов, отвечающих формальных требованиям Васильева к правильному силлогизму данной фигуры.

$$
\begin{array}{ll}
(A_1PM\&A_2SM) \supset \neg I_1SP & (A_2PM\&A_1SM) \supset \neg I_1SP \\
(A_1PM\&A_3SM) \supset \neg I_1SP & (A_2PM\&A_3SM) \supset \neg I_1SP \\
(A_1PM\&I_2SM) \supset \neg A_1SP & (A_2PM\&I_1SM) \supset \neg A_1SP \\
(A_1PM\&I_3SM) \supset \neg A_1SP & (A_2PM\&I_3SM) \supset \neg A_1SP \\
(A_3PM\&A_1SM) \supset \neg I_1SP & (A_3PM\&A_2SM) \supset \neg I_1SP \\
(A_3PM\&I_1SM) \supset \neg A_1SP & (A_3PM\&I_2SM) \supset \neg A_1SP
\end{array}
$$

Приведем пример обоснования ***IL***-валидности силлогизма с большей общеутвердительной и меньшей общеотрицательной посылками $(A_1PM\&A_2SM) \supset \neg I_1SP$:[18]

+1.	$\vert A_1PM\&A_2SM\vert = 1$	(допущение)
2.	$\vert A_1PM\vert = 1$	(из 1)
3.	$\vert A_2SM\vert = 1$	(из 1)
4.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_1(M)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(S) \subseteq \psi_2(M)$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(M) \cap \psi_2(M) = \varnothing$	(опр. модели)
7.	$\psi_1(S) \cap \psi_1(P) = \varnothing$	(из 4,5,6)
8.	$\vert I_1SP\vert = 0$	(из 7 по у. и.)

[18] Обратим внимание на то, что отрицание частноутвердительного суждения в воображаемой логике не эквивалентно утверждению общеотрицательного в традиционной силлогистике. В воображаемой логике из общеутвердительной и общеотрицательной посылок логически следует лишь исключающая форма (неверно, что некоторые S есть P), тогда как в традиционной силлогистике из данных посылок получается правильный модус *Camestres*.

$$9.\quad |\neg I_1SP| = 1 \qquad \text{(из 8)}$$

IL-валидность остальных модусов II фигуры показывается аналогичным образом.

Силлогизмы III фигуры. В III фигуре Васильев выделяет шесть правильных модусов, совпадающих с корректными модусами традиционной силлогистики[19], и добавляет еще три новых [Костюк, 1999, с. 106—107]. Напомним правила, которым соответствуют выделяемые Васильевым силлогизмы данной фигуры: меньшая посылка должна быть утвердительной; заключение должно быть частным.

Ниже представлена формальная запись правильных силлогизмов, отвечающих формальным требованиям Васильева к правильному силлогизму данной фигуры.

$$\begin{array}{ll}
(A_1MP\&A_1MS) \supset I_1SP & (A_1MP\&I_1MS) \supset I_1SP \\
(A_2MP\&A_1MS) \supset I_2SP & (A_2MP\&I_1MS) \supset I_2SP \\
(A_3MP\&A_1MS) \supset I_3SP & (A_3MP\&I_1MS) \supset I_3SP \\
(I_1MP\&A_1MS) \supset I_1SP & (I_2MP\&A_1MS) \supset I_2SP \\
(I_3MP\&A_1MS) \supset I_3SP &
\end{array}$$

При обосновании ***IL***-валидности силлогизмов как и в I фигуре оказалось возможным их сгруппировать, так силлогизмы с модусами $A_1A_1I_1$, $A_2A_1I_2$, $A_3A_1I_3$ можно представить в виде $(A_nMP\&A_1MS) \supset I_nSP$; $A_1I_1I_1$, $A_2I_1I_2$, $A_3I_1I_3$ в виде $(A_nMP\&I_1MS) \supset I_nSP$; $I_1A_1I_1$, $I_2A_1I_2$, $I_3A_1I_3$ в виде $(I_nMP\&A_1MS) \supset I_nSP$. Ниже приведен пример обоснования ***IL***-валидности силлогизмов $(A_nMP\&A_1MS) \supset I_nSP$:

$$\begin{array}{lll}
+1. & |A_nMP\&A_1MS| = 1 & \text{(допущение)} \\
2. & |A_nMP| = 1 & \text{(из 1)}
\end{array}$$

[19] В традиционной силлогистике это модусы Darapti, Felapton, Datisi, Ferison, Disamis и Bocardo.

3. $|A_1MS| = 1$ (из 1)
4. $\psi_1(M) \subseteq \psi_n(P)$ (из 2 по у.и.)
5. $\psi_1(M) \subseteq \psi_1(S)$ (из 3 по у.и.)
6. $\psi_1(M) \neq \varnothing$ (опр. модели)
7. $\psi_1(S) \cap \psi_n(P) \neq \varnothing$ (из 4,5,6)
8. $|I_nSP| = 1$ (из 7 по у. и.)

Обоснование ***IL***-валидности остальных модусов III фигуры можно произвести аналогичным образом.

Силлогизмы IV фигуры. Н.А. Васильев лишь обмолвился, что в IV фигуре возможны правильные силлогизмы [Н. А. Васильев, 1989, с. 109][20]. Именно это указание ученого вызывает особый интерес к рассмотрению всех силлогизмов со всеми возможными вариантами заключения в данной фигуре. Ранее, в реконструкции воображаемой логики не ставился вопрос о выявлении корректных силлогизмов (силлогизмы, которые овтечают всем требованиям воображаемой логики, и должны были бы быть приняты Н.А. Васильевым). По этой причине анализ IV фигуры и выявление ***IL***-валидных силлогизмов в ней был начат с рассмотрения всех возможных *тридцати шести* комбинаций посылок, *девять* из которых сразу были исключены, так как вывод из двух частных суждений, как и в традиционной силлогистике, в воображаемой логике невозможен. Оставалось рассмотреть *двадцать пять* комбинаций посылок, при этом проверить четыре возможных заключения традиционной силлогистики, к которым добавляются по два индифферентных заключения. Всего было проверено 150 возможных модусов IV фигуры. Посредством проверки было выявлено два ***IL***-валидных модуса с заключением традиционного вида $A_1A_1I_1$ и $I_1A_1I_1$[21]. Рассмотрим их обоснование:

$(A_1PM \& A_1MS) \supset I_1SP$

[20] Впервые работа «Логика и металогика» была опубликована в международном ежегоднике «Логосъ» в 1913 году [Н. А. Васильев, 1913, с. 67].

[21] В традиционной силлогистике это модусы *Bramantip* и *Dimaris* IV фигуры.

+1.	$\lvert A_1PM\&A_1MS\rvert = 1$	(допущение)
2.	$\lvert A_1PM\rvert = 1$	(из 1)
3.	$\lvert A_1MS\rvert = 1$	(из 1)
4.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_1(M)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(M) \subseteq \psi_1(S)$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(P) \neq \varnothing$	(о.м.)
7.	$\psi_1(S) \cap \psi_1(P) \neq \varnothing$	(4,5,6)
8.	$\lvert I_1SP\rvert = 1$	(из 7)

$(I_1PM\&A_1MS) \supset I_1SP$

+1.	$\lvert I_1PM\&A_1MS\rvert = 1$	(допущение)
2.	$\lvert I_1PM\rvert = 1$	(из 1)
3.	$\lvert A_1MS\rvert = 1$	(из 1)
3.	$\psi_1(P) \cap \psi_1(M) \neq \varnothing$	(из 2 по у.и.)
4.	$\psi_1(M) \subseteq \psi_1(S)$	(из 3 по у.и.)
5.	$\psi_1(S) \cap \psi_1(P) \neq \varnothing$	(из 3,4)
6.	$\lvert I_1SP\rvert = 1$	(из 5)

Стало интересно, возможны ли в IV фигуре варианты силлогизмов аналогично II фигуре. Для обоснования следующих *шести* ***IL***-валидных силлогизмов с таким заключением: *четыре* отрицающие обще-утвердительное суждение $\neg A_1SP$ и *два* отрицающие частно-утвердительное $\neg I_1SP$ сгруппируем их попарно: [22]

$\underline{(A_1PM\&A_nMS) \supset \neg I_1SP}$ для модусов $A_1A_2\neg I_1$ и $A_1A_3\neg I_1$,

где $_n$ есть $_2$ или $_3$:

+1.	$\lvert A_1PM\&A_nMS\rvert = 1$	(допущение)
2.	$\lvert A_1PM\rvert = 1$	(из 1)
3.	$\lvert A_nMS\rvert = 1$	(из 1)

[22]Как и в случае II фигуры в традиционной силлогистике из общеутвердительной и общеотрицательной посылок в данной фигуре получается два правильных модуса *Camenes* и *Camenop*.

4.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_1(M)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(M) \subseteq \psi_n(S)$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_n(S)$	(из 4,5)
7.	$\psi_1(S) \cap \psi_n(S) = \varnothing$	(о.м.)
8.	$\psi_1(S) \cap \psi_1(P) = \varnothing$	(из 6,7)
9.	$\|I_1SP\| = 0$	(из 8 у. и.)
10.	$\|\neg I_1SP\| = 1$	(из 10)

$\underline{A_nPM\&A_1MS) \supset \neg A_1SP}$ для модусов $A_2A_1\neg A_1$ и $A_3A_1\neg A_1$, где $_n$ есть $_2$ или $_3$:

+1.	$\|A_nPM\&A_1MS\| = 1$	(допущение)
2.	$\|A_nPM\| = 1$	(из 1)
3.	$\|A_1MS\| = 1$	(из 1)
4.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_n(M)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(M) \subseteq \psi_1(S)$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(M) \cap \psi_n(M) = \varnothing$	(о.м.)
7.	$\psi_1(S) \subsetneq \psi_1(P)$	(из 4,5,6)
8.	$\|A_1SP\| \neq 1$	(из 7)
9.	$\|\neg A_1SP\| = 1$	(из 8 по у.и.)

$\underline{(A_nPM\&I_1MS) \supset \neg A_1SP}$ для модусов $A_2I_1\neg A_1$ и $A_3I_1\neg A_1$, где $_n$ есть $_2$ или $_3$:

+1.	$\|A_nPM\&I_1MS\| = 1$	(допущение)
2.	$\|A_nPM\| = 1$	(из 1)
3.	$\|I_1MS\| = 1$	(из 1)
4.	$\psi_1(P) \subseteq \psi_n(M)$	(из 2 по у.и.)
5.	$\psi_1(M) \cap \psi_1(S) \neq \varnothing$	(из 3 по у.и.)
6.	$\psi_1(M) \cap \psi_n(M) = \varnothing$	(о.м.)
7.	$\psi_1(S) \subsetneq \psi_1(P)$	(из 4,5,6)

8. $|A_1SP| \neq 1$ (из 7)
9. $|\neg A_1SP| = 1$ (из 8 по у.и.)

Рассмотрение всех остальных комбинаций посылок как с традиционным заключением, так и с заключением в виде исключающей формы показало, что ни одна из них не дает силлогизма, отвечающего требованиям к правильным силлогизмам в воображаемой логике (не являются ***IL***-валидными)

2.1.3 О *IL*-опровержимых модусах силлогизма

Покажем, что все силлогизмы, отвергаемые Н.А. Васильевым (Не являющиеся ***IL***-валидными) легко можно опровергнуть через подбор контрмодели (показать, что все они являются ***IL***-опровержимыми).

Опровержение модусов I фигуры. В I фигуре остается тридцать возможных комбинаций посылок, из которых нельзя сделать никакого заключения, дающего ***IL***-валидный силлогизм. Девять из них являются комбинациями из двух частных посылок и не подлежат дальнейшему рассмотрению в силу того, что в воображаемой логике, как и в ТС, из двух частных посылок нельзя сделать никакого заключения. Еще девять также не подлежат рассмотрению, поскольку не соответствуют одному из формальных правил фигуры – большая посылка должна быть общей. Все остальные возможные модусы I фигуры в воображаемой логике оказываются ***IL***-опровержимыми, что легко показать подбором контрмодели. Так для модусов $A_1A_2A_2$ и $A_1I_2I_2$ подходит общая контрмодель:

$$\psi_1(S) = \{a\} \quad \psi_1(P) = \{b\} \quad \psi_1(M) = \{b\}$$
$$\psi_2(S) = \{b\} \quad \psi_2(P) = \{c\} \quad \psi_2(M) = \{a\}$$
$$\psi_3(S) = \{c\} \quad \psi_3(P) = \{a\} \quad \psi_3(M) = \{c\}$$

Действительно, в этой модели при истинности посылок заключения A_2SP и I_2SP ложны. Для остальных, опровергаемых модусов несложно подобрать контрмодель аналогичным образом.

Ниже приведены контрмодели для тех модусов, которые принимаются во втором варианте воображаемой логики (данный вариант воображаемой логики будет рассмотрен в Третьей Главе), но являются ***IL***-опровержимыми. В I фигуре к таким модусам относятся: $A_1A_2A_2$, $A_2A_2A_1$, $A_1I_2I_2$, $A_2I_2I_1$, $A_3A_2A_3$, $A_3I_2I_3$. Контрмодель для модусов $A_1A_2A_2$ и $A_1I_2I_2$ уже приведена выше в связи с тем, что данные модусы верны и в традиционной силлогистике, поэтому подберем контрмодель для остальных:

для модусов $A_2A_2A_1$ и $A_2I_2I_1$ можно подобрать общую контрмодель

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{a\} & \psi_1(P)=\{c\} & \psi_1(M)=\{b\} \\ \psi_2(S)=\{b\} & \psi_2(P)=\{b\} & \psi_2(M)=\{a\} \\ \psi_3(S)=\{c\} & \psi_3(P)=\{a\} & \psi_3(M)=\{c\} \end{array}$$

В этой контрмодели посылки соответствуют условиям модели, однако легко показать, что любое из стандартных заключений A_1SP и I_1SP оказываются ложными.

Контрмодель для модусов $A_3A_2A_3$ и $A_3I_2I_3$ подбирается аналогичным образом.

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{a\} & \psi_1(P)=\{c\} & \psi_1(M)=\{b\} \\ \psi_2(S)=\{b\} & \psi_2(P)=\{a\} & \psi_2(M)=\{a\} \\ \psi_3(S)=\{c\} & \psi_3(P)=\{b\} & \psi_3(M)=\{c\} \end{array}$$

Опровержение модусов II фигуры. Покажем, что любой правильный с точки зрения ТС модус II фигуры оказывается ***IL***-опровержимым[23]. Подберем контрмодель общую для модусов $A_1A_2A_2$ и $A_1I_2I_2$, выше показано, что в воображаемой логике из посылок A_1A_2 и A_1I_2 возможно сделать заключение вида $\neg I_1$ и $\neg A_1$ соответственно:

$$\psi_1(S)=\{b\} \quad \psi_1(P)=\{a\} \quad \psi_1(M)=\{a\}$$

[23] Напомним, что во II фигуре ТС имеется шесть правильных модусов: Baroko, Cesare, Camestres, Festino, Camestrop, Cesaro.

$$\psi_2(S)=\{a\}\quad \psi_2(P)=\{c\}\quad \psi_2(M)=\{b\}$$
$$\psi_3(S)=\{c\}\quad \psi_3(P)=\{b\}\quad \psi_3(M)=\{c\}$$

Действительно, в этой модели при истинности посылок заключения A_2SP и I_2SP ложны. Для остальных, опровергаемых модусов несложно подобрать контрмодель аналогичным образом.

Следующие модусы принимаются в альтернативном варианте воображаемой логики: $A_3A_1A_3$, $A_3I_1I_3$, $A_3A_2A_3$, $A_3I_2I_3$, $A_1A_3A_3$, $A_1I_3I_3$, $A_2A_3A_3$, $A_2I_3I_3$, причем в основном варианте воображаемой логики из представленных комбинаций посылок возможно сделать заключение вида $\neg I_1$ и $\neg A_1$.
Контрмодель для модусов $A_3A_1A_3$ и $A_3I_1I_3$:

$$\psi_1(S)=\{a\}\quad \psi_1(P)=\{b\}\quad \psi_1(M)=\{a\}$$
$$\psi_2(S)=\{c\}\quad \psi_2(P)=\{a\}\quad \psi_2(M)=\{c\}$$
$$\psi_3(S)=\{b\}\quad \psi_3(P)=\{c\}\quad \psi_3(M)=\{b\}$$

Аналогичным образом можно подобрать контрмодели для следующих пар модусов $A_3A_2A_3$ и $A_3I_2I_3$, $A_1A_3A_3$ и $A_1I_3I_3$, $A_2A_3A_3$ и $A_2I_3I_3$.

Опровержение модусов III фигуры. Ниже показано, что все силлогизмы, не являющиеся ***IL***-валидными, можно опровергнуть подобрав контрмодель.[24]

Для модусов $A_1A_2I_2$, $A_1I_2I_2$ и $I_1A_2I_2$ покажем общую контрмодель:

$$\psi_1(S)=\{a\}\quad \psi_1(P)=\{b\}\quad \psi_1(M)=\{b\}$$
$$\psi_2(S)=\{b\}\quad \psi_2(P)=\{c\}\quad \psi_2(M)=\{a\}$$
$$\psi_3(S)=\{c\}\quad \psi_3(P)=\{a\}\quad \psi_3(M)=\{c\}$$

Действительно, в этой модели при истинности посылок заключение I_2SP ложно.

[24] Здесь приведены контрмодели для модусов, которые принимаются в альтернативном варианте воображаемой логики. Для всех остальных ***IL***-опровержимых модусов несложно подобрать контрмодель аналогичным образом

Для модусов $A_2A_2I_1$, $A_2I_2I_1$ и $I_2A_2I_1$ так же, как и в первом случае, приведем общую контрмодель:

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{c\} & \psi_1(P)=\{b\} & \psi_1(M)=\{a\} \\ \psi_2(S)=\{a\} & \psi_2(P)=\{a\} & \psi_2(M)=\{b\} \\ \psi_3(S)=\{b\} & \psi_3(P)=\{c\} & \psi_3(M)=\{c\} \end{array}$$

В этой модели все три комбинации посылок истинны, а заключение I_1SP ложно.

Опровержение модусов $A_3A_2I_3$, $A_3I_2I_3$ и $I_3A_2I_3$ осуществляем аналогично предыдущим случаям – подбором общей контрмодели.

Опровержение модусов IV фигуры. Для опровержения модусов традиционной силлогистики $A_1A_2A_2$ и $A_1A_2I_2$[25] предложим следующий вариант контрмодели:

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{c\} & \psi_1(P)=\{a\} & \psi_1(M)=\{a\} \\ \psi_2(S)=\{a\} & \psi_2(P)=\{b\} & \psi_2(M)=\{c\} \\ \psi_3(S)=\{b\} & \psi_3(P)=\{c\} & \psi_3(M)=\{b\} \end{array}$$

Приведем еще один пример контрмодели, опровергающей модус $A_2I_1I_2$ (Fresison в традиционной силлогистике):

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{b\} & \psi_1(P)=\{a\} & \psi_1(M)=\{b\} \\ \psi_2(S)=\{a\} & \psi_2(P)=\{c\} & \psi_2(M)=\{a\} \\ \psi_3(S)=\{c\} & \psi_3(P)=\{b\} & \psi_3(M)=\{c\} \end{array}$$

Найти контрмодель для модусов с индифферентной посылкой и заключением также не составляет труда, ниже представлена контрмодель для модуса $A_3I_1I_3$

$$\begin{array}{lll} \psi_1(S)=\{b\} & \psi_1(P)=\{a\} & \psi_1(M)=\{b\} \\ \psi_2(S)=\{a\} & \psi_2(P)=\{b\} & \psi_2(M)=\{c\} \end{array}$$

[25] В данном варианте воображаемой логики этот модус ранее обосновывался заменой заключения на отрицающую утвердительное суждение форму, в то время как в альтернативном варианте воображаемой логики данный модус оказывается корректным.

$$\psi_3(S) = \{c\} \quad \psi_3(P) = \{c\} \quad \psi_3(M) = \{a\}$$

2.2 Логика суждений существования: подход к интерпретации суждений воображаемой логики как суждений о существовании[26].

В традиционной логике суждение о существовании определяется как простое суждение, где логическим сказуемым является термин «существует». Этот термин рассматривается как предикат особого типа, отражающий особую онтологическую характеристику индивидов. В таких суждениях субъектами могут быть как сингулярные, так и общие термины, а также последовательности, полученные путем соединения нескольких общих терминов. Существует несколько подходов к интерпретации категорических суждений как суждений существования, в частности подход Франца Брентано, изложенный в Стендфорской энциклопедии [Brandl, 2018], Льюис Кэррол [Carrol, 1896] предложил проверку силлогизмов диаграммным методом, который проявляет связь между суждениями существования и категорическими суждениями.

В.И. Маркин говорит о наличии точки зрения, «согласно которой статус суждений существования более фундаментален по сравнению с атрибутивными (категорическими) суждениями в том отношении, что вторые можно – не меняя их смысла – редуцировать к первым» [Маркин, 2021]. Им сформулирован язык, фиксирующий логические формы суждений существования, предложена его естественная семантика и построено исчисление $C\Upsilon$, формализующее класс общезначимых формул. В работе [Маркин, 2022] сформулирован аналитико-табличный вариант $C\Upsilon$, использование которого позволяет автоматизировать процедуру проверки умозаключений из суждений существования.

Предложим логику суждений существования, но несколько иного типа, которая будет отражать суждения основного варианта воображаемой логики. Отличием воображаемой логики от традиционной является то, что суждения могут быть не только утвердительными и отрицательными, но и индифферентными.

[26] Данный раздел нашел отражение в следуюей публикации автора диссертационного исследования [Конькова, 2023b]

Т.П. Костюк [Костюк, 1999] и В.И. Маркин [Костюк, Маркин, 1998], следуя за идеями Васильева, связывают с каждым общим термином не две, а три объемные характеристики. В конспекте лекции «воображаемая логика» Васильев заключает следующее о существующих формах суждения по качеству: «1) простое утверждение: S есть P. 2) простое отрицание: S есть non P. 3) Соединение утверждения с отрицанием (индифферентное суждение): S есть P и non P зараз» [Н. А. Васильев, 1989, с. 129], – похожее описание форм суждений можно встретить и в тезисах «Imaginary (non-aristotelian) Logic», опубликованных в сборнике V Международного философского конгресса [Vasiliev, 1925][27]. Костюк абсолютно верно отмечает, что «отрицание «non» не должно трактоваться как часть предиката, иначе второе суждение не отличалось бы по качеству от первого и было бы тоже утвердительным. Аналогично и в третьем суждении нельзя говорить о предикате как о сложном термине» [Костюк, 1999, с. 84]. Предложенная трактовка трех форм суждений, различающих типы связи субъекта с предикатом фиксирует подразумеваемую Васильевым семантику утвердительных, отрицательных и индифферентных высказываний. В утвердительных суждениях фиксируется отношение объема субъекта к объему предиката. В отрицательных суждениях фиксируется отношение объема субъекта к антиобъему предиката. В индифферентных суждениях фиксируется отношение объема субъекта к третьей области, противоречивой относительно предиката.

Тогда суждения воображаемой логики можно понимать следующим образом: «Некоторые S есть P» – как утверждение о существовании общего элемента у объемов S и P. «Некоторые S не есть P» – как суждение о существовании общего элемента у объема S и антиобъема P. «Некоторые S есть и не есть P» – как утверждение о существовании общего элемента у объема S и противоречивой относительно P области. Общие суждения можно трактовать как сложные суждения, составными частями которых являются утверждения о несуществовании: «Все S есть P» выражает мысль о несуществовании элемента объема S в

[27] Данные тезисы опубликованы и на русском языке в сборнике «Воображаемая логика. Избранные труды. –- М.: Наука. 1989. – 264 с.

антиобъеме и противоречивой относительно P области. «Все S не есть P» выражает мысль о несуществовании элемента объема S в объеме и в противоречивом объеме P. Общеиндифферентное суждение «Все S есть и не есть P» выражает мысль о несуществовании элемента объема S в объеме и в антиобъеме P.

2.2.1 «Вообажаемая» логика суждений существования

Для реализации данного подхода рассмотрим логическую систему $\boldsymbol{IL}\Upsilon$, в языке которой содержатся следующие символы: бесконечный список общих терминов (будем использовать для них метапеременные $S,\ P,\ M,\ ...$); отметки для общих терминов $^+$ – позитивная, $^-$ – негативная и ^{0} – смешанная, константа существования Υ, пропозициональные связки и левая и правая скобки. Если S – общий термин, то S^+, S^-, S^0 будем называть отмеченными терминами. Неформально отмеченный термин S^+ репрезентирует объем термина S, отмеченный термин S^- – антиобъем термина S, а отмеченный термин S^0 – противоречивую область. В качестве метапеременных по любым отмеченным терминам будем использовать символы $X,\ Z,\ Q,...$.

Атомарными формулами языка являются выражения вида $\Upsilon X_1X_2...X_n$ ($n \geqslant 1$), где $X_1,\ X_2,\ ...,\ X_n$ – отмеченные термины. Формула $\Upsilon X_1X_2...X_n$ фиксирует логическую форму суждения существования «$X_1X_2...\ X_n$ существуют»[28]. Сложные формулы образуются из простых с помощью пропозициональных связок.

Модель фактически соответствует модели воображаемой логики без единичных суждений – кортеж вида: $<\ D, \psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3\ >$, где $D \neq \varnothing$, $\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3$ – функции, сопоставляющие каждому общему термину P некоторые множества, удовлетворяющие следующим условиям: $\psi_1(P) \subseteq D$, $\psi_2(P) \subseteq\ D$, $\psi_3(P) \subseteq D$, $\psi_1(P)\ \neq\ \varnothing$, $\psi_1(P) \cap \psi_2(P) = \varnothing$, $\psi_1(P) \cap \psi_3(P)\ =\ \varnothing$, $\psi_2(P) \cap\ \psi_3(P)\ =\ \varnothing$, $\psi_1(P) \cup \psi_2(P) \cup \psi_3(P) = D$.

[28]Обращаем внимание, что после Υ находятся последовательности не самих общих терминов, а отмеченных.

Вводится функция φ, сопоставляющая каждому отмеченному термину подмножество D: $\varphi(S^+) = \psi_1(S)$, $\varphi(S^-) = \psi_2(S)$, $\varphi(S^0) = \psi_3(S)$. $\varphi(X)$ – есть подмножество предметной области D и называется экстенсионалом отмеченного термина. Вводится понятие ν-значимости формулы A в модели $< D,\psi_1, \psi_2, \psi_3 >$.

Условие значимости атомарных формул задаются следующим образом $\nu(\Upsilon X_1 X_2 ... X_n,\ D,\ \psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3)$, е.т.е. $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_n) \neq \varnothing$

Данное семантическое определение передает смысл суждений существования: суждение «$X_1 X_2 ... X_n$ существуют» истинно тогда и только тогда, когда найдется объект, принадлежащий экстенсионалам всех отмеченных терминов $X_1 X_2 ... X_n$.

Условия значимости формул, образованных с помощью пропозициональных связок стандартные.

Формула A называется значимой в модели $< D,\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3 >$, е.т.е. $\nu(A,\ D,\ \psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3)$

Формула A называется ν-общезначимой, е.т.е. A значима в каждой модели.

Из формулы $A_1,\ A_2,\ ...,\ A_n$ логически следует формула B, е.т.е. в каждой модели $< D,\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3 >$, в которой значимы формулы $A_1,\ A_2,\ ...,\ A_n$, формула B также является значимой.

Кортеж $< D,\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3 >$ является моделью множества формул Δ, е.т.е. $\nu(C,\ D,\ \psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3)$ для любой формулы C из Δ. Тогда множество формул Δ имеет модель, е.т.е. существует $< D,\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3 >$, которая является моделью Δ.

Переопределим суждения воображаемой логики через суждения о существовании:

$I_1SP \ \equiv_{df} \ \Upsilon S^+P^+$,

$I_2SP \ \equiv_{df} \ \Upsilon S^+P^-$,

$I_3SP \ \equiv_{df} \ \Upsilon S^+P^0$,

$A_1SP \ \equiv_{df} \ \neg\Upsilon S^+P^- \& \neg\Upsilon S^+P^0$

$A_2SP \ \equiv_{df} \ \neg\Upsilon S^+P^+ \& \neg\Upsilon S^+P^0$

$A_3SP \ \equiv_{df} \ \neg\Upsilon S^+P^+ \& \neg\Upsilon S^+P^-$.

2.2.2 Аналитико-табличное исчисление «воображаемой» логики суждений существования

Сформулируем аналитико-табличный вариант данной логики, который позволит автоматизировать проверку умозаключений. [29]

Под *конфигурацией* понимается семейство непустых множеств формул языка $\boldsymbol{IL}\Upsilon$.

Аналитической таблицей назовем последовательность конфигураций, в которой каждая последующая конфигурация получается из непосредственно предыдущей по одному из правил вывода через замену некоторого множества формул на одно или несколько множеств формул.

В качестве правил вывода, во-первых, принимаются стандартные правила редукции для формул видов $(A\&B)$, $\neg(A\&B)$, $(A \vee B)$, $\neg(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $\neg(A \supset B)$, $\neg\neg A$. Во-вторых, дополнительные правила:

$$[\Upsilon i]\frac{\Gamma}{\Gamma \cup \{\Upsilon M^+\}}$$

$$[\Upsilon]\frac{\Gamma \cup \{\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\Upsilon u M^+\} | \Gamma \cup \{\Upsilon u M^-\} | \Gamma \cup \{\Upsilon u M^0\}} \qquad [\neg\Upsilon]\frac{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon u M^+, \neg\Upsilon u M^-, \neg\Upsilon u M^0\}}$$

$$[\Upsilon n]\frac{\Gamma \cup \{\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\Upsilon[u]\}} \qquad [\neg\Upsilon n]\frac{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon[u]\}}$$

– где, M – общий термин, u – последовательность отмеченных терминов, $[u]$ – последовательность отмеченных терминов, содержащая без повторений все отмеченные термины из u, причем (1) каждый термин с отметкой $^+$ предшествует термину с отметкой $^-$, а каждый термин с отметкой $^-$ предшествует термину с отметкой ^{0}. (2) отмеченный термин S^+ предшествует отмеченному термину P^+, е.т.е. S предшествует P в алфавите языка, отмеченный термин S^- предшествует

[29] Аналитико-табличное исчисление и доказательство его корректности относительно «воображаемой» логики суждений существования произведено на основании предложенного аналитико-табличного исчисления и доказательства его корректности относительно логики суждений существования В.И. Маркиным. [Маркин, 2024]

отмеченному термину P^- , е.т.е. S предшествует P в алфавите языка, отмеченный термин S^0 предшествует отмеченному термину P^0, е.т.е. S предшествует P в алфавите языка.

Множество формул замкнуто, е.т.е. оно содержит формулы вида C и $\neg C$ или содержит формулу типа Υu, где в состав u одновременно входит термин M с разными отметками: M^+, M^- или M^+, M^0 или M^-, M^0.

Конфигурация *замкнута* е.т.е. все множества формул в ее составе замкнуты.

Аналитическая таблица *замкнута*, е.т.е. ее последняя конфигурация замкнута.

Формула A *доказуема* е.т.е. существует замкнутая аналитическая таблица, первой конфигурацией которой является семейство $\{\{\neg A\}\}$.

Корректность аналитико-табличного исчисления относительно логики суждений существования Покажем, что предложенное исчисление корректно относительно логики суждений существования. Для этого докажем две леммы.

Лемма 1. *Если некоторая конфигурация в аналитической таблице содержит множество Δ, имеющее модель, то следующая конфигурация в этой таблице также будет содержать множество, имеющее модель.*

Доказательство. Допустим, что конфигурация на шаге n построения аналитической таблицы содержит множество Δ, имеющее модель. Если на шаге $n+1$ множество Δ не заменялось (а заменялось какое-то иное множество формул), то конфигурация на этом шаге будет снова содержать имеющее модель множество, а именно Δ. Рассмотрим далее случай, когда на шаге $n+1$ произошла замена множества Δ. Эта замена могла быть произведена только по одному из правил вывода.

Из пропозициональных правил рассмотрим в качестве примера правила $<\vee>$ и $<\neg\vee>$ (для остальных правил такого рода обоснование проводится сходным образом).

Правило $<\vee>$. $\Delta = \Gamma \cup \{A \vee B\}$. Поскольку Δ имеет модель, то формула $A \vee B$ в этой модели значима. В силу семантики дизъюнкции это означает, что хотя бы одна из формул – A или B – значимы в данной модели. Следовательно, какое-то из множеств следующей конфигурации $\Gamma \cup \{A\}$ или $\Gamma \cup \{B\}$ – имеет модель, причем ту же самую, что и Δ.

Правило $<\neg\vee>$. $\Delta = \Gamma \cup \{\neg(A \vee B)\}$. Поскольку Δ имеет модель, то формула $\neg(A \vee B)$ в этой модели значима. Следовательно, формула $A \vee B$ не значима в этой модели. Последнее, в силу семантики дизъюнкции, означает, что обе формулы – A и B – не значимы в этой модели. Отсюда в силу семантики пропозиционального отрицания означает, что формулы $\neg A$ и $\neg B$ – значимы в этой модели. Таким образом множество $\Gamma \cup \{\neg A, \neg B\}$ имеет модель.

Правило $<\boldsymbol{\Upsilon i}>$. $\Delta = \Gamma$. Тогда множество $\Gamma \cup \{\Upsilon M^+\}$ – имеет модель $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$, причем ту же самую, что и множество Γ. Это обусловлено тем, что в любой модели $\psi_1(M) \neq \varnothing$, а значит $\varphi(M^+) \neq \varnothing$. Поэтому формула ΥM^+ – значима в данной модели.

Правило $<\boldsymbol{\Upsilon}>$. $\Delta = \Gamma \cup \{\Upsilon u\}$. Пусть $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ является моделью для этого множества формул. Следовательно, формула Υu значима в модели $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$. Пусть u есть последовательность отмеченных терминов $X_1, X_2, ..., X_k$. В силу условия значимости атомарных формул $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_k) \neq \varnothing$, а поскольку $D \neq \varnothing$, то хотя бы одно из множеств – $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_k) \cap \psi_1(M)$ или $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_k) \cap \psi_2(M)$ или $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_k) \cap \psi_3(M)$ – не пусто. Следовательно одна из формул ΥM^+, ΥM^- или ΥM^0 значима в данной модели.

Правило $<\neg\boldsymbol{\Upsilon}>$. $\Delta = \Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}$. Пусть $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ является моделью для этого множества формул. Формула Υu не значима в данной модели, т.е. $\varphi(X_1) \cap \varphi(X_2) \cap ... \cap \varphi(X_k) = \varnothing$. Поскольку пересечение пустого множества с любым множеством является пустым, то формулы ΥM^+, ΥM^- и ΥM^0 не значимы в $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$. Следовательно отрицания этих формул – $\neg\Upsilon M^+$, $\neg\Upsilon M^-$ и $\neg\Upsilon M^0$ значимы в модели $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$.

Правило $< \boldsymbol{\Upsilon n} >$. $\Delta = \Gamma \cup \{Yu\}$. Последовательность $[u]$ может отличаться от последовательности u лишь порядком отмеченных терминов и отсутствием их повторений. Формула $\Upsilon[u]$ значима в модели $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ (аналогично формуле Υu) в силу условия значимости атомарных формул, законов коммутативности и идемпотентности для операции $\cap$.

Правило $< \neg\boldsymbol{\Upsilon n} >$. $\Delta = \Gamma \cup \{\neg Yu\}$. Пусть $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ является моделью для этого множества формул. Формула $\neg\Upsilon[u]$ не значима в $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ (аналогично формуле Υu) в силу условия значимости атомарных формул и их отрицания, а также законов коммутативности и идемпотентности для операции $\cap$.

Мы рассмотрели условия значимости для правил логики суждений существования и установили, что при применении одного из правил вывода, заменяющего имеющее модель множество формул Δ в составе конфигурации на некотором шаге построения аналитической таблицы, в следующей конфигурации также найдется множество, имеющее модель.

Лемма 1 доказана $\square$

Лемма 2. *Никакое замкнутое множество формул не имеет модели.*

Доказательство. Множество формул замкнуто в двух случаях: (1) когда оно содержит формулы вида C и $\neg C$; (2) когда его элементом является формула Υu, причем в состав u входит термин S с разными отметками: S^+, S^- или S^+, S^0 или S^-, S^0.

Случай (1) тривиален: формулы вида C и $\neg C$ исходя из условий значимости в $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ не могут быть значимы в одной и той же модели. Так как $\neg C$ значима в данной модели е.т.е C не значима в ней.

В случае (2) формула Υu, где u есть последовательность, в состав которой входит термин S с разными отметками не значима ни в одной модели, поскольку $\psi_1(P) \cap \psi_2(P) = \varnothing$, $\psi_1(P) \cap \psi_3(P) = \varnothing$, $\psi_2(P) \cap \psi_3(P) = \varnothing$, а значит и $\varphi(S^+) \cap \varphi(S^-) = \varnothing$, $\varphi(S^+) \cap \varphi(S^0) = \varnothing$, $\varphi(S^-) \cap \varphi(S^0) = \varnothing$.

Лемма 2 доказана. $\square$

Теорема 1 (Теорема о корректности)**.** *Если формула A доказуема, то A общезначима.*

Доказательство. Рассуждение ведем методом от противного. Допустим, что формула A доказуема, но не общезначима. Если формула A доказуема, то существует замкнутая аналитическая таблица, первая конфигурация которой содержит единственный элемент – множество $\{\neg A\}$. Если принять, что формула A необщезначима, то существует модель, в которой она не является значимой. Исходя из семантики пропозиционального отрицания отсюда следует, что в данной модели значима формула $\neg A$. Но тогда множество $\{\neg A\}$ имеет модель, то есть первая конфигурация в замкнутой таблице, свидетельствующей о доказуемости формулы A, содержит множество (а именно, $\{\neg A\}$), имеющее модель. Согласно Лемме 1, каждая следующая конфигурация также содержит множество, имеющее модель. В том числе, будет иметь модель и какое-то множество в последней конфигурации данной аналитической таблицы. Но это невозможно, поскольку последняя конфигурация содержит только замкнутые множества, а в силу Леммы 2 такие множества не имеют моделей. В рассуждении получено противоречие.

Теорема о корректности доказана. $\square$

Разрешающая процедура T-таблицы. Сформулируем *процедуру*, позволяющую в конечное число шагов решать вопрос о доказуемости произвольной формулы .

Выделяется список T общих терминов, содержащий все такие P, что какой-то из отмеченных терминов – P^+, P^- или P^0 – входит в состав формулы A.

1. Первая конфигурация содержит единственное множество – $\neg A$.

2. Применяются пропозициональные правила $< \& >$, $< \neg\& >$, $< \vee >$, $< \neg\vee >$, $<\supset>$, $< \neg \supset>$, $< \neg\neg >$ до тех пор, пока в каждом множестве в составе конфигурации не останутся лишь формулы видов Υu и $\neg\Upsilon u$.

3. Применяется правило $< \Upsilon i >$ по одному разу относительно каждого отмеченного термина M^+, где M входит в список T.

4. Применяются правила $< \Upsilon >$ и $< \neg\Upsilon >$ относительно любой формулы вида Υu и $\neg\Upsilon u$, где u не содержит одного и того же термина с разными отметками, и любого общего термина M из списка T такого, что ни M^+, M^-, M^0 не входят в u.

5. Применяются правила $< \Upsilon n >$ и $< \neg\Upsilon n >$ относительно всех формул вида Υu и $\neg\Upsilon u$ таких, что u в них не совпадает с $[u]$.

По завершении процедуры имеем аналитическую таблицу, которую назовет – T-таблицей. В последней конфигурации T-таблицы каждое множество содержит только формулы, которые имеют вид $\Upsilon[u]$ или $\neg\Upsilon[u]$, причем для любого термина M из списка T верно, что M^+, или M^-, или M^0 входят в $[u]$. Эти множества проверяются на замкнутость и применяется критерий из определений доказуемой формулы. Если в последней конфигурации T-таблицы все множества формул замкнуты, то формула A доказуема по определению. Если по крайней мере одно из множеств незамкнуто, то назовем его T-незамкнутым множеством.

Лемма 3. *T-незамкнутое множество имеет модель.*

Доказательство. Элементами T-незамкнутого множества могут быть формулы двух видов – $\Upsilon[u]$ или $\neg\Upsilon[u]$. При этом если $[u]$ содержит одинаковый термин с разными отметками, то $\Upsilon[u]$ не может быть элементом данного множества, так как в таком случае оно было бы замкнутым. В принципе, в состав T-незамкнутого множества могут входить формулы вида $\neg\Upsilon[u]$, где $[u]$ содержит одинаковый термин с разными отметкам, но такого рода формулы значимы в любой модели. Остальные элементы T-незамкнутого множества имеют вид $\Upsilon[u]$ или $\neg\Upsilon[u]$, причем для любого общего термина M из списка T верно, что либо M^+, либо M^-, либо M^0 (ровно один из них) входят в $[u]$.

Исходя из описанной выше процедуры, в которой обязательно применение двух правил – (1) правила $< \boldsymbol{\Upsilon i} >$ относительно любого отмеченного термина из списка T, (2) правила $< \boldsymbol{\Upsilon} >$ относительно любой формулы вида Υu и любого общего термина M из списка T, – по крайней мере одна формула $\Upsilon[u]$ входит в T-незамкнутое множество. Следовательно в данном T-незамкнутом множестве всегда найдется такая последовательность $[u]$, что $\neg\Upsilon[u]$ в нем не содержится.

Сопоставим произвольному T-незамкнутому множеству Δ следующую модель $< D^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* >$. $D^* = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta\}$. Функции ψ_1^*, ψ_2^*, и ψ_3^* определяются с учетом того, содержится ли общий термин P в списке T.

Если P входит в T, то $\psi_1^*(P) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta$ и P^+ содержится в $[u]\}$, $\psi_2^*(S) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta$ и P^- содержится в $[u]\}$, $\psi_3^*(P) = \{[u] : \Upsilon[u] \in \Delta$ и P^0 содержится в $[u]\}$.

Если P не входит в список T, то $\psi_1^*(P) = D^*$, а $\psi_2^* = \psi_3^* = \varnothing$. Покажем, что кортеж $< D^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* >$ удовлетворяет всем условиям, предъявляемым к моделям логики суждений существования. Покажем, что данный кортеж удовлетворяет всем требованиям заданной семантики.

Поскольку T-незамкнутое множество содержит хотя бы одну формулу вида $\Upsilon[u]$, D^* является непустым. Функции ψ_1^*, ψ_2^*, ψ_3^* заданы так, что $\psi_n^*(P) \subseteq D^*$. Для того, тобы доказать, что $\psi_1^* \neq \varnothing$, необходимо рассмотреть два случая. В первом из них, как уже указано выше, общий термин P входит в список T. Тогда в составе T-таблицы можно выделить последовательность множеств $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_k$, где $\lambda_1 = \{\neg A\}$, λ_k–T-незамкнутое множество δ, а каждое λ_{j+1} – результат замены множества λ_j в соответствии с некоторым правилом редукции. Согласно процедуре построения T-таблицы, формула ΥP^+ появилась в составе некоторого множества λ_j при применении правила $< \Upsilon_i >$. Остальные, отличные от P термины с отметками $^+$,$^-$ или ^{0}, появились в следующих за λ_j множествах выделенной последовательности при применениях правила $< \Upsilon >$ в составе формулы Υu, где P^+ содержится в u. Таким образом, в Δ имеется формула $\Upsilon[u]$, такая, что P^+ содержится в u. Это означает, что $\psi_1^*(P) \neq \varnothing$.

Во втором случае, когда общий термин P не входит в список T, $\psi_1^*(P) = D^*$. Но поскольку $D^* \neq \varnothing$ как уже было установлено, множество $\psi_1^*(P)$ не пусто.

Покажем, что множества ψ_1^*, ψ_2^* и ψ_3^* попарно несовместимы. Поскольку Δ – незамкнутое множество, оно не содержит таких формул $\Upsilon[u]$, в которых содержится термин P с разными отметками. Поэтому если P входит в список T, то $[u]$ не может принадлежать более, чем одному из трех рассматриваемых множеств.

Если же P не входит в список T, то ψ_2^* и ψ_3^* пусты, и поэтому $\psi_1^*(P) \cap \psi_2^*(P) = \psi_2^*(P) \cap \psi_3^*(P) = \psi_1^*(P) \cap \psi_3^*(P) = \varnothing$.

Осталось показать, что $\psi_1^*(P) \cup \psi_2^*(P) \cup \psi_3^*(P) = D^*$. Если P входит в список T, то в силу особенностей процедуры построения T-таблицы, T-незамкнутое множество Δ содержит только такие формулы вида $\Upsilon[u]$, что $[u]$ включает в себя каждый термин из T, в том числе и P, ровно с одной из отметок – $^+$,$^-$ или ^{0}. Поэтому любое такое $[u]$ окажется элементов либо $\psi_1^+(P)$, либо $\psi_2^+(P)$, либо $\psi_3^+(P)$. Если же P не входит в список T, то $\psi_1^*(P) = D^*$, а значит и $\psi_1^*(P) \cup \psi_2^*(P) \cup \psi_3^*(P) = D^*$.

Покажем, что любая формула, входящая в Δ, значима в модели $< D^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* >$.

Рассмотрим сначала те формулы из Δ, которые имеют вид $\Upsilon[u]$. Тогда $[u]$ есть последовательность типа $S_1^+ \ S_2^+ \ \ldots \ S_n^+ \ P_1^- \ P_2^- \ \ldots \ P_m^- \ M_1^0 \ M_2^0 \ \ldots \ M_l^0$, где $n \geqslant 0$, $m \geqslant 0$, $l \geqslant 0$, $n + m + l > 1$ причем в силу незамкнутости Δ никакой S_i^+ не совпадает ни с каким P_i^+ и M_f^+ (в последовательности отсутствуют общие термины с одинаковыми отметками), и для любого общего термина M из списка T верно, что в $[u]$ содержится либо отмеченный термин M^+, либо M^-, либо M^0.

Атомарная формула вида $\Upsilon[u]$ значима в модели $< D^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* >$, е.т.е. $\varphi^*(S_1^+) \cap \varphi^*(S_2^+) \cap \ldots \cap \varphi^*(S_n^+) \cap \varphi^*(P_1^-) \cap \varphi^*(P_2^-) \cap \ldots \cap \varphi^*(P_m^-) \cap \varphi^*(M_1^0) \cap \varphi^*(M_2^0) \cap \ldots \cap \varphi^*(M_l^0) \neq \varnothing$. Последнее утверждение согласно определению функции φ эквивалентно следующему $\psi_1^*(S_1) \cap \psi_1^*(S_2) \cap \ldots \cap \psi_1^*(S_n) \cap \psi_2^*(P_1) \cap \psi_2^*(P_2) \cap \ldots \cap \psi_2^*(P_m) \cap \psi_3^*(M_1) \cap \psi_3^*(M_2) \cap \ldots \cap \psi_3^*(M_l) \neq \varnothing$. Очевидно, что для каждого S_i верно, что $[u] \in \psi_1^*(S_i)$, поскольку $\Upsilon[u] \in \Delta$ и отмеченный термин S_i^+ содержится в $[u]$. Для каждого P_j верно, что $[u] \in \psi_2^*(P_j)$, ведь $[u]$ является элементом D^* (так как $\Upsilon[u] \in \Delta$), а значит отмеченный термин P_j^- содержится в $[u]$. А для каждого M_f верно, что $[u] \in \psi_3^*(M_f)$, M_f^0 содержится в $[u]$.

Рассмотрим далее формулы из Δ, которые имеют вид $\neg\Upsilon[u]$. Если в $[u]$ входят хотя бы два из отмеченных терминов M^+, M^- и M^0, то в любой модели $\Upsilon[u]$ не является значимой, так как $\psi_1(M) \cap \psi_2(M) = \varnothing$, $\psi_1(M) \cap \psi_3(M) = \varnothing$ и

$\psi_2(M) \cap \psi_3(M) = \varnothing$ а пересечение пустого множества с любым пусто. Следовательно $\neg\Upsilon[u]$ общезначима, в частности она значима и в $< D^*$,ψ_1^*, ψ_2^*, $\psi_3^* >$.

Пусть $[u]$ не содержит общих терминов с одинаковыми отметками и имеет вид $S_1^+ \, S_2^+ \, ... \, S_n^+ \, P_1^- \, P_2^- \, ... \, P_m^- \, M_1^0 \, M_2^0 \, ... \, M_l^0$ с теми же ограничениями, что и ранее. Допустим, что формула $\neg\Upsilon[u]$ не значима в $< D^*$,ψ_1^*, ψ_2^*, $\psi_3^* >$, тогда в данной модели значима формула $\Upsilon[u]$. Это означает, что $\psi_1^*(S_1) \cap \psi_1^*(S_2) \cap ... \cap \psi_1^*(S_n) \cap \psi_2^*(P_1) \cap \psi_2^*(P_2) \cap ... \cap \psi_2^*(P_m) \cap \psi_3^*(M_1) \cap \psi_3^*(M_2) \cap ... \cap \psi_3^*(M_l) \neq \varnothing$. Тогда существует последовательность $[w] \in D^*$ (то есть такая последовательность, что $\Upsilon[w] \in \Delta$), для которой верно, что $[w]$ принадлежит каждому множеству $\psi_1^*(S_i)$, каждому множеству $\psi_2^*(P_j)$ и каждому множеству $\psi_3^*(M_f)$.

Очевидно, что последовательность $[w]$ не совпадает с $[u]$, поскольку в этом случае Δ содержало бы не только $\neg\Upsilon[u]$, но и $\Upsilon[u]$, а по условию Леммы, Δ – незамкнутое множество. Тогда возможны три неисключающих друг друга случая: (a) по крайней мере один отмеченный термин S_i^+ из $[u]$ отсутствует в $[w]$, и вместо него в $[w]$ входит отмеченный термин S_i^- или S_i^0; (b) по крайней мере один отмеченный термин P_j^- из $[u]$ отсутствует в $[w]$, и вместо него в $[w]$ входит отмеченный термин P_j^+ или P_j^0, (c) по крайней мере один отмеченный термин из M_f^0 из $[u]$ отсутствует в $[w]$, и вместо него в $[w]$ входит отмеченный термин M_f^+ или M_f^-.

В случае (a) $[w] \notin \psi_1^*(S_i)$, поскольку $[w]$ содержит не отмеченный термин S_i^+, а отмеченный термин S_i^- или S_i^0. В случае (b) $[w] \notin \psi_2^*(P_j)$ поскольку $[w]$ сое=держит не P_j^-, P_j^+ или P_j^0. В случае (c) $[w] \notin \psi_3^*(M_f)$, так как $[w]$ содержит не M_f^0, а M_f^+ или M_f^-.

Таким образом любая последовательность из D^* не принадлежит какому-то $\psi_1^*(S_i)$ или какому-то $\psi_2^*(P_j)$, или какому-то $\psi_3^*(M_f)$.

Поэтому множество $\psi_1^*(S_1) \cap \psi_1^*(S_2) \cap ... \cap \psi_1^*(S_n) \cap \psi_2^*(P_1) \cap \psi_2^*(P_2) \cap ... \cap \psi_2^*(P_m) \cap \psi_3^*(M_1) \cap \psi_3^*(M_2) \cap ... \cap \psi_3^*(M_l)$ пусто, и формула $\Upsilon[u]$ не является значимой в $< D^*$,ψ_1^*, ψ_2^*, $\psi_3^* >$. Последнее противоречит принятому допущению. Следовательно, формула $\neg\Upsilon[u]$ значима в данной модели.

Мы показали, что все формулы, входящие T-незамкнутое множество Δ, значимы в модели $< D^*, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^* >$.

Лемма 3 доказана. $\square$

Полнота и разрешимость аналитико-табличного исчисления. Для доказательства полноты предложенного аналитико-табличного исчисления докажем следующие две леммы:

Лемма 4. *Пусть* $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ *является моделью множества формул* Δ*, входящего в некоторую конфигурацию аналитической таблицы. Если* Δ *получено по некоторому правилу вывода заменой множества* Λ *в составе предшествующей конфигурации, то* $< D, \psi_1, \psi_2, \psi_3 >$ *является моделью множества* Λ*.*

Доказательство. Доказательство ведется разбором случаев применения всех возможных правил вывода, в результате которых произошла замена Λ на Δ.

Правило $< \& >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{(A\&B)\}$, а $\Delta = \Gamma \cup \{A, B\}$. Поскольку из A,B логически следует $A\&B$, любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $< \neg\& >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{\neg(A\&B)\}$, а Δ есть либо $\Gamma \cup \{\neg A\}$, либо $\Gamma \cup \{\neg B\}$. Поскольку $\neg(A\&B)$ логически следует как из $\neg A$, так и из $\neg B$, любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $< \vee >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{(A \vee B)\}$, а Δ есть либо $\Gamma \cup \{A\}$, либо $\Gamma \cup \{B\}$. Поскольку $(A \vee B)$ логически следует как из A, так и из B, любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $< \neg\vee >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{\neg(A \vee B)\}$, а $\Delta = \Gamma \cup \{\neg A, \neg B\}$. Поскольку из $\neg A$,$\neg B$ логически следует $\neg(A \vee B)$, любая модель Δ является также моделью Λ.

Остальные пропозициональные правила вывода рассматриваются аналогично. Искомый тезис обосновывается с использованием верных метаутверждений: $A \supset B$ логически следует как из $\neg A$, так и из B; из A, $\neg B$ логически следует $\neg(A \supset B)$; из A логически следует $\neg\neg A$.

Правило $< \boldsymbol{\Upsilon i} >$. В этом случае Δ есть либо $\Lambda \cup \{\Upsilon M^+\}$, либо $\Lambda \cup \{\Upsilon M^-\}$, либо $\Lambda \cup \{\Upsilon M^0\}$. Поскольку $\Lambda \subseteq \Delta$, любая модель Δ является моделью и Λ.

Правило $<\ \boldsymbol{\Upsilon}\ >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{\Upsilon u\}$, а Δ есть либо $\Gamma \cup\ \{\Upsilon u M^{+}\}$, либо $\Gamma \cup \{\Upsilon u M^{-}\}$, либо $\Gamma \cup \{\Upsilon u M^{0}\}$. Несложно установить, что Υu логически следует как из $\Upsilon u M^{+}$, так и из $\Upsilon u M^{-}$, так и из $\Upsilon u M^{0}$. Поэтому любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $<\ \neg\boldsymbol{\Upsilon}\ >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}$, а $\Delta = \Gamma \cup \{\neg\Upsilon u M^{+}, \neg\Upsilon u M^{-}, \neg\Upsilon u M^{0}\}$. Несложно установить, что из $\neg\Upsilon u M^{+}$,$\neg\Upsilon u M^{-}$ и $\neg\Upsilon u M^{0}$ логически следует $\neg\Upsilon u$. Поэтому любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $<\ \boldsymbol{\Upsilon n}\ >$. $\Lambda = \Gamma \cup \{\Upsilon n\}$, а $\Delta = \Gamma \cup \{\Upsilon[u]\}$. Очевидно, что формулы Υu и $\Upsilon[u]$ логически эквиваленты. Поэтому любая модель Δ является также моделью Λ.

Правило $<\ \neg\boldsymbol{\Upsilon n}\ >$. Случай рассматривается аналогично предыдущему.

Лемма 4 доказана. $\square$

Лемма 5. *Если T-таблица, построенная по списку T всех общих терминов, входящих в формулу A, содержит в своей последней конфигурации незамкнутое множество, то множество $\{\neg A\}$ имеет модель.*

Доказательство. Пусть T-таблица начинается с конфигурации $\{\{\neg A\}\}$ и заканчивается конфигурацией, содержащей T-незамкнутое множество формул Δ. Согласно Лемме 3, Δ имеет модель, а именно $<\ D^{*}, \psi_1^{*},\ \psi_2^{*},\ \psi_3^{*}\ >$. Находим ту конфигурацию, в которой множество Δ появилось в результате применения некоторого правила вывода, заменяющего множество Λ в предшествующей конфигурации. Согласно Лемме 4, $<\ D^{*}, \psi_1^{*},\ \psi_2^{*},\ \psi_3^{*}\ >$ является моделью и для множества Λ. Далее ищем конфигурацию, в которой уже множество Λ появилось в результате применения правила, заменяющего некое другое множество формул, и снова используем Лемму 4. Повторяем указанные действия нужное число раз. В силу конечности T-таблицы в итоге окажется, что единственное множество в составе первой конфигурации – множество $\{\neg A\}$ – имеет модель, а именно $< D^{*}, \psi_1^{*}, \psi_2^{*}, \psi_3^{*} >$.

Лемма 5 доказана. $\square$

Теорема 2 (Теорема о полноте)**.** *Если формула A общезначима, то A доказуема.*

Доказательство. Рассуждаем от противного. Допустим, что формула A общезначима, но не доказуема. Поскольку формула A не является доказуемой, не существует замкнутой аналитической таблицы, начинающейся с конфигурации $\{\{\neg A\}\}$. В частности, незамкнута и T-таблица с первой такой конфигурацией. То есть, существует T-незамкнутое множество формул в последней конфигурации T-таблицы. Тогда, согласно Лемме 5, множество $\{\neg A\}$ имеет модель. В этой модели значима $\neg A$, а значит формула A значимой не является. Но, поскольку A общезначима, она должна быть значимой и в данной модели. Пришли к противоречию.

Теорема о полноте доказана. □

Теорема 3 (Теорема о разрешимости)**.** *Сформулированное ранее аналитико-табличное исчисление, адекватное логике суждений существования, разрешимо.*

Доказательство. Покажем, что описанная выше процедура построения T-таблицы является разрешающей, то есть эта процедура позволяет в конечное число шагов решать вопрос о том доказуема или недоказуема произвольная формула.

Любая формула имеет конечную длину, поэтому список отмеченных терминов, входящих в ее состав, конечен, а значит, конечен и сам список T. Процедура организована так, что число применений правил вывода ограничено списком T. Поэтому в T-таблице имеется последняя конфигурация, содержащая конечное число конечных множеств формул. В последней конфигурации T-таблицы либо все множества формул замкнуты, либо по крайней мере одно из множеств незамкнуто. В первом случае формула A доказуема, по определению. Во втором случае, в силу Леммы 5, множество $\{\neg A\}$ имеет модель. Тогда формула A не является общезначимой, а значит, в силу Теоремы о корректности, A недоказуема. Теорема о разрешимости доказана. □

Глава 3. Интенсиональная интерпретация воображаемой логики

3.1 Реконструкция интенсионального варианта воображаемой логики: система *IL*2[30]

Современная реконструкция изложенного выше варианта воображаемой логики Васильева была осуществлена Д.В. Зайцевым и В.И. Маркиным [Зайцев, Маркин, 1999]. При этом использовались точные методы формальных семантик и логических исчислений.

Для формальной записи васильевских суждений авторами реконструкции были выбраны следующие силлогистические константы: для утвердительных суждений – константа A_1, для суждений с абсолютным отрицанием – константа A_2, для суждений со слабым отрицанием – константа A_3. С помощью этих констант образуются атомарные формулы, соответствующие васильевским суждениям различных качеств – A_1SP, A_2SP и A_3SP, где общий термин S выступает в роли субъекта, а общий термин P – предиката суждения.

Авторы реконструкции обоснованно считают, что формулы A_1SP, A_2SP и A_3SP являются формами *общих* суждений. Однако для формулировки системы воображаемой логики одних только общих суждений недостаточно. Излагая основную версию этой теории, Васильев, как уже говорилось, рассматривает силлогизмы не только с общими, но и с неопределенно-частными посылками. В своем наброске альтернативного варианта воображаемой логики вопрос о семантике частных суждений Васильев даже не ставит. Упомянутые авторы восполняют этот пробел, вводя в язык дополнительные силлогистические константы для частных суждений (I_1 для утвердительного, I_2 для абсолютно отрицательного, I_3 для слабо отрицательного) и добавляя еще три типа атомарных формул: I_1SP, I_2SP и I_3SP[31].

[30]Материал данного раздела и подразделов нашел отражение в статьях: [Конькова, 2019] и [Конькова, Маркин, 2020b], а также в публикации [Конькова, Маркин, 2020a].

[31]Приведенные условия значимости для форм частных суждений не столь очевидны, как для форм общих. В статье Зайцев Д.В., Маркин В.И. Воображаемая логика-2: реконструкция одного из вариантов

Реконструкция альтернативного варианта воображаемой логики осуществляется на базе классической логики высказываний (в том же стиле, в каком Я. Лукасевич формализовал традиционную силлогистику), поэтому в язык дополнительно вводятся пропозициональные связки, сложные формулы определяются стандартным образом.

Хотелось бы обратить внимание на еще один важный момент. В основном варианте воображаемой логики имеются суждения трех качеств: утвердительные (с внутренней связкой «есть»), отрицательные (со связкой «не есть») и индифферентные (со связкой «есть и не есть»). В альтернативном варианте этой теории Васильев также рассматривает суждения трех качеств, но несколько иных: утвердительные, абсолютно отрицательные и слабо отрицательные. В то же время вторая версия воображаемой логики характеризуется им как интерпретация первой. Возникает вопрос: как соотносятся отрицательные и индифферентные суждения основного варианта с абсолютно и слабо отрицательными суждениями второго варианта? Авторы реконструкции предлагают следующее решение этой проблемы: «Слабое отрицание, указывает Н.А. Васильев, по своим логическим свойствам аналогично обычной отрицательной связке аристотелевской силлогистики... Тем не менее высказывания с абсолютным отрицанием естественно трактовать как аналог отрицательных суждений воображаемой логики, так как и те, и другие содержат исключительно негативную предикацию. Аналогом же индифферентных суждений, соединяющих утверждение с отрицанием, уместно считать высказывания со слабым отрицанием» [Зайцев, Маркин, 1999]. Поэтому в дальнейшем суждения форм A_1SP и I_1SP будем считать утвердительными, суждения форм A_2SP и I_2SP – отрицательными, а суждения форм A_3SP и I_3SP – индифферентными.

Исходной семантической конструкцией принимается интерпретирующая функция d, которая каждому общему термину сопоставляет понятие, трактуемое в интенсиональном аспекте, то есть как совокупность признаков. Оценка формул

знаменитой логической системы Н.А. Васильева [Зайцев, Маркин, 1999] содержится подробная аргументация в пользу именно такой трактовки частных суждений.

$\|^d$ связывается с d. Возможными их значениями при определенной интерпретации d являются 1 (истина) и 0 (ложь). *Понятие* есть подмножество α множества $\boldsymbol{L}\{p_1, \sim p_1, p_2, \sim p_2, p_3, \sim p_3, ...\}$, где символы p_1,p_2,... репрезентируют позитивные признаки, а $\sim p_1, \sim p_2, ...$ – негативные признаки (символ «$\sim$» является аналогом васильевского «non»). Признаки с одинаковым индексом – p_i и $\sim p_i$ – рассматриваются как противоречащие друг другу. На понятия накладываются два ограничения: (а) они не должны быть пустыми $\alpha \neq \varnothing$ (то есть содержат хотя бы один признак); (б) они не содержат противоречащих друг другу признаков p_i и $\sim p_i$ (то есть не существует p_i такого, что $p_i \in \alpha$ и $\sim p_i \in \alpha$). На множестве всех понятий (***M***) задается операция *, которая каждый позитивный признак p_i в составе произвольного понятия заменяет на противоречащий ему негативный признак $\sim p_i$, а каждый негативный признак $\sim p_i$ на противоречащий ему позитивный признак p_i (α^*: $p_i \in \alpha^* \iff \sim p_i \in \alpha$ и $\sim p_i \in \alpha^* \iff p_i \in \alpha$). Операция * обладает следующими свойствами: $\alpha \cap \alpha^* = \varnothing$; $\alpha^{**} = \alpha$; $\alpha \subseteq \beta \Rightarrow \alpha^* \subseteq \beta^*$.

Условия значимости формул задаются следующим образом. Формула A_1SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P) \subseteq d(S)$, то есть каждый признак в составе понятия, связанного с P, входит в состав понятия, связанного с S. Формула A_2SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P)^* \subseteq d(S)$, то есть для каждого признака в составе понятия, связанного с P, верно, что противоречащий ему признак входит в состав понятия, связанного с S. Формула A_3SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P) \cap d(S) \neq \varnothing$ и $d(P)^* \cap d(S) \neq \varnothing$, то есть существует признак в составе понятия, связанного с P, который входит также в состав понятия, связанного с S, и существует в составе первого понятия такой признак, что противоречащий ему признак входит в состав второго понятия.

Формула I_1SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P)^* \cap d(S) = \varnothing$, то есть в составе понятия, связанного с P, отсутствуют признаки, противоречащие тем, которые входят состав понятия, связанного с S. Формула I_2SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P) \cap d(S) = \varnothing$, то есть в составах понятий, связанных с S и P, отсутствуют одинаковые признаки. Формула I_3SP значима при интерпретации d, если и только если $d(P)\backslash d(S) \neq \varnothing$ и $d(P)^*\backslash d(S) \neq \varnothing$, то есть в составе понятия, связанного с P, найдется признак, отсутствующий в составе понятия, связанного с S, и найдется такой признак, что противоречащий ему не входит в состав второго понятия.

В этом же языке строится аксиоматическое исчисление ***IL*2**, доказываются теоремы о его семантической непротиворечивости и полноте [Зайцев, Маркин, 1999]. Таким образом, класс доказуемых в ***IL*2** формул совпадает с классом формул, общезначимых в приведенной выше семантике. Схемами аксиом ***IL*2** являются[32]:

A0.	Схемы аксиом КИВ	A9.	A_1SS
A1.	$(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP$	A10.	$\neg(A_1SP\&I_2SP)$
A2.	$(A_1MP\&A_2SM) \supset A_2SP$	A11.	$\neg(A_2SP\&I_1SP)$
A3.	$(A_2MP\&A_1SM) \supset A_2SP$	A12.	$I_1SP \supset I_1PS$
A4.	$(A_2MP\&A_2SM) \supset A_1SP$	A13.	$I_2SP \supset I_2PS$
A5.	$(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP$	A14.	$A_1SP \supset I_1SP$
A6.	$(A_1MP\&I_2SM) \supset I_2SP$	A15.	$A_2SP \supset I_2SP$
A7.	$(A_2MP\&I_1SM) \supset I_2SP$	A16.	$A_3SP \equiv \neg I_1SP\&\neg I_2SP$
A8.	$(A_2MP\&I_2SM) \supset I_1SP$	A17.	$I_3SP \equiv \neg A_1SP\&\neg A_2SP$

Единственное правило вывода – *modus ponens*.

3.1.1 Законы *IL*2

Логика ***IL*2** – это дедуктивная система, построенная в соответствии со стандартами современной символической логики. Как было показано в Главе 2, воображаемая логика в оригинальной формулировке представляет собой особую силлогистику, изложенную по канонам, принятым в традиционной логике. Чтобы понять ее отличия от обычной силлогистики, мы сравнивали классы законов (законы силлогистического тождества, принципы обращения, умозаключения,

[32]Среди постулатов ***IL*2** имеются некоторые модусы традиционной силлогистики: *Barbara* (A1), *Darii* (A5), *Celarent* (A3), *Ferio* (A7); новый модус, отмеченный Н.А. Васильевым, с абсолютно отрицательной меньшей посылкой (A2) и еще несколько необычных модусов (A4, A6, A8); закон тождества для общих высказываний (A9); законы подчинения (A14 и A15); законы противоположностей в стандартной форме (A10 и A11), и в несколько нестандартной форме (A16 и A17); законы обращения (A12 и A13).

основанные на отношениях между атрибутивными суждениями с одинаковыми субъектами и предикатами (законы логического квадрата), а также двухпосылочные силлогизмы). Для того, чтобы понять отличия интерпретации воображаемой логики от ее основного варианта, а также отличия от традиционной силлогистики проведем такое же сопоставление законов и правильных умозаключений указанных систем.

Выделим некоторые теоремы системы ***IL*2**, которым соответствуют подобного рода силлогистические законы.

Законы тождества. В ***IL*2** принимается закон тождества для общих суждений (A9), а также закон тождества для неопределенно-частных суждений. I_1SS, что легко доказывается с помощью (A9) и (A14).

Законы подчинения.

Закон фиксирует логическое отношение высказываний одинакового качества, но разного количества: частные высказывания I_n выводимы из соответствующих общих A_n: $A_1SP \supset I_1SP$ – Всякий *S* есть *P* ⇒ Некоторый *S* есть *P*; $A_2SP \supset I_2SP$ – Всякий *S* не есть *P* ⇒ Некоторый *S* не есть *P*; $A_3SP \supset I_3SP$ – Всякий *S* есть и не есть *P* ⇒ Некоторый *S* есть и не есть *P*. Формулы $A_1SP \supset I_1SP$ и $A_2SP \supset I_2SP$ являются аксиомами (A14) и (A15) соответственно.

Доказательство. $\underline{A_3SP \supset I_3SP}$

1.	$A_3SP \equiv \neg I_1SP \& \neg I_2SP$	(A16)
2.	$I_1SP \supset \neg A_3SP$	(1; ЛВ)
3.	$I_2SP \supset \neg A_3SP$	(1; ЛВ)
4.	$A_1SP \supset I_1SP$	(A14)
5.	$A_2SP \supset I_2SP$	(A15)
6.	$I_3SP \equiv \neg A_1SP \& \neg A_2SP$	(A17)
7.	$A_3SP \supset \neg A_1SP$	(2,4; ЛВ)
8.	$A_3SP \supset \neg A_2SP$	(3,5; ЛВ)
9.	$A_3SP \supset I_3SP$	(6,7,8; ЛВ)

□

Законы противоположностей.

Законы противоположностей для формул C и D обычно записываются в следующем виде: $C \supset \neg D$. С помощью аксиом (A10), (A11), (A16) и (A17) легко доказать противоположность общего и частного суждения разных качеств. Общеутвердительному суждению противоположны частные как с сильным, так и со слабым отрицанием $A_1SP \supset \neg I_2SP$ и $A_1SP \supset \neg I_3SP$, при истинности же отрицательных частных суждений ложно общеутвердительное. Кроме того имеют место законы противоположностей $A_2SP \supset \neg I_1SP$, $A_2SP \supset \neg I_3SP$, $A_3SP \supset \neg I_1SP$, $A_3SP \supset \neg I_2SP$ и обратные им соответственно. Докажем, что законы противоположностей имеют место и для общих высказываний разных качеств: $A_nSP \supset \neg A_mSP$, где n и m не равны.

Доказательство. $A_nSP \supset \neg A_mSP$

$\underline{A_1SP \supset \neg A_2SP}$

1. $\neg(A_1SP \& I_2SP)$ (A10)
2. $A_2SP \supset I_2SP$ (A15)
3. $\neg(A_1SP \& A_2SP)$ (1,2; ЛВ)
4. $A_1SP \supset \neg A_2SP$ (3)

$\underline{A_1SP \supset \neg A_3SP}$

1. $A_1SP \supset I_1SP$ (A14)
2. $A_3SP \equiv \neg I_1SP \& \neg I_2SP$ (A16)
3. $A_1SP \supset \neg A_3SP$ (1,2; ЛВ)

□

Доказательство для $A_2SP \supset \neg A_3SP$ аналогично доказательству $A_1SP \supset \neg A_3SP$.

Что касается неопределенно-частных высказываний с одинаковыми субъектами и одинаковыми предикатами, то они все совместимы между собой по истинности, а значит и попарно совместимы. Построим модель, в которой для всех трех таких высказываний выполняются условия их истинности:

$$|I_1SP|^d = 1 \iff d(P)^* \cap d(S) = \varnothing;$$

$$|I_2SP|^d = 1 \iff d(P) \cap d(S) = \varnothing;$$

$$|I_3SP|^d = 1 \iff d(P) \backslash d(S) \neq \varnothing \text{ и } d(P)^* \backslash d(S) \neq \varnothing$$

Указанные условия выполняются в следующей модели:

$d(P) = \{p_2\}$; $d(P)^* = \{\sim p_2\}$; $d(S) = \{p_1\}$. Видно, что в этой модели пересечение $d(S)$ пусто как с $d(P)$, так и с $d(P)^*$, а при вычитании из $d(P)$ и $d(P)^*$ – $d(S)$ – получаем непустое множество. Значит, I_1SP и I_2SP; I_1SP и I_3SP; I_2SP и I_3SP совместимы по истинности.

Законы исключенного четвертого.

В ***IL*2** принимается закон исключенного четвертого $A_1SP \vee A_2SP \vee I_3SP$, что доказывается непосредственно с помощью (A17). В данном законе все три члена дизъюнкции попарно несовместимы. Из аксиомы (A16) непосредственно выводится другой похожий по форме закон: $I_1SP \vee I_2SP \vee A_3SP$. Но здесь первые два дизъюнкта совместимы по истинности. Посредством законов подчинения из этих теорем выводятся более слабые утверждения: $A_1SP \vee I_2SP \vee I_3SP$, $I_1SP \vee A_2SP \vee I_3SP$ и $I_1SP \vee I_2SP \vee I_3SP$. В них тоже имеются пары совместимых по истинности дизъюнктов.

В традиционной силлогистике таких законов нет, поскольку в ней рассматриваются суждения двух, а не трех качеств, и для некоторых из пар имеют место силлогистические законы исключенного третьего.

Законы обращения.

В исчислении ***IL*2** имеются некоторые существенные отличия от исчисления ***IL***, касающиеся обращения суждений. Можно выделить пять типов обращений, принимаемых в данном исчислении:

Аксиома (A12) представляет собой обращение утвердительных неопределенно-частных высказываний $I_1SP \supset I_1PS$. Подобный закон имелся и в основном варианте воображаемой логики ***IL***.

Обращение абсолютно отрицательных неопределенно-частных высказываний $I_2SP \supset I_2PS$ – аксиома (A13). В ***IL*** такого закона нет.

Общие утвердительные высказывания обращаются с ограничением – $A_1SP \supset I_1PS$. Такой закон принимается и в ***IL***.

Доказательство. $\underline{A_1SP \supset I_1PS}$

1. $A_1SP \supset I_1SP$ (A14)
2. $I_1SP \supset I_1PS$ (A11)
3. $A_1SP \supset I_1PS$ (1,2; ЛВ)

□

Общие абсолютно отрицательные высказывания обращаются с ограничением – $A_2SP \supset I_2PS$. В ***IL*** возможно лишь их «квазиобращение» $A_2SP \supset \neg I_1PS$.

Доказательство. $\underline{A_2SP \supset I_2PS}$

1. $A_2SP \supset I_2SP$ (A15)
2. $I_2SP \supset I_2PS$ (A13)
3. $A_2SP \supset I_2SP$ (1,2; ЛВ)

□

Чистое обращение индифферентных общих высказываний $A_3SP \supset A_3PS$, в ***IL*** возможно лишь «квазиобращение» индифферентных общих суждений: $A_3SP \supset \neg I_1PS$.

Доказательство. $\underline{A_3SP \supset A_3PS}$

1. $A_3SP \equiv \neg I_1SP \& \neg I_2SP$ (A16)
2. $I_1PS \supset I_1SP$ (A12)
3. $I_2PS \supset I_2SP$ (A13)
4. $A_3PS \equiv \neg I_1PS \& \neg I_2PS$ (1,2,3; ЛВ)
5. $A_3SP \supset A_3PS$ (1,2,3,4; ЛВ)

□

Обращение индифферентных неопределенно-частных высказываний оказывается невозможным. Построим контрмодель: $d(S) = \{p_1\}$; $d(P) = \{p_1, p_2\}$. Здесь $d(P)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$. В данной модели имеем: $d(P) \backslash d(S) = \{p_2\}$, значит $d(P) \backslash d(S) \neq \varnothing$. $d(P)^* \backslash d(S) = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, значит $d(P)^* \backslash d(S) \neq \varnothing$. Поэтому

$|I_3SP|^d = 1$, но $d(S) \backslash d(P) = \varnothing$, следовательно $|I_3PS|^d = 0$. В этой же модели $d(S) \cap d(P) = \{p_1\} \neq \varnothing$, значит $|I_2PS|^d = 0$.

Для того чтобы показать, что из I_3SP не следует и утвердительное частное суждение I_1PS, рассмотрим другую модель: $d(S) = \{p_1\}$; $d(P) = \{\sim p_1, \sim p_2\}$. Здесь $d(S)^* = \{\sim p_1\}$, а $d(P)^* = \{p_1, p_2\}$. В этой модели $d(P) \backslash d(S) = \{\sim p_1, \sim p_2\} \neq \varnothing$, и $d(P)^* \backslash d(S) = \{p_2\} \neq \varnothing$, поэтому $|I_3SP|^d = 1$. Но $d(S)^* \cap d(P) = \{\sim p_1\} \neq \varnothing$, значит $|I_1PS|^d = 0$.

Следовательно, никакое суждение вида I_nPS нельзя получить из I_3SP. А в силу законов подчинения отсюда вытекает, что из I_3SP нельзя получить и общие суждения A_nPS. Таким образом, мы доказали, что частные индифферентные суждения не обратимы в ***IL*2**.

3.1.2 О ***IL*2**-валидных силлогизмах

При рассмотрении основного варианта воображаемой логики было отмечено, что центральным в любой силлогистической теории является учение о силлогизме. Выделение правильных силлогизмов является главной задачей такого рода теорий. Выделение правильных силлогизмов важно нам еще и потому, что оно является центральным моментом выявления различий между разными силлогистическими теориям (в нашем случае различий между основным вариантом воображаемой логики, традиционной силлогистикой и альтернативным вариантом воображаемой логики). Поэтому перейдем к выявлению правильных силлогизмов альтернативного варианта воображаемой логики. Делать это будем в уже описанной выше реконструкции в исчислении ***IL*2**.

Предварительные замечания. Как и в уже исследованных нами выше силлогистических теориях под силлогизмом понимается двухпосылочное умозаключение, в котором каждая посылка и заключение является суждением одного из шести типов (A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3), и эти суждения содержат три термина: один из терминов входит в обе посылки и отсутствует в заключении, а два других входят в заключение и только в одну из посылок. Понятия большего, меньшего и среднего термина, большей и меньшей посылки вводятся стандартно. Меньший термин – это субъект заключения, больший термин –- предикат заключения, средний термин –- тот, который входит в обе посылки и отсутствует в заключении. Больший и меньший термины называют крайними. Большей посылкой называется та, которая содержит больший термин, а меньшей посылкой – та, которая содержит меньший термин. При записи силлогизма договоримся большую посылку указывать первой, меньшую второй, а заключение третьим. Как и в традиционной силлогистике, силлогизмы распределяются по фигурам в зависимости от расположения среднего термина в посылках: в силлогизмах I фигуры средний термин является субъектом большей и предикатом меньшей посылки, в силлогизмах II фигуры он является предикатом обеих посылок, в силлогизмах III фигуры – субъектом обеих посылок, в силлогизмах IV фигуры предикатом большей и субъектом меньшей посылки. Модус силлогизма определяется типами большей посылки, меньшей посылки и заключения (в указанной последовательности). Поскольку каждое из трех суждений в составе силлогизма относится к одному из шести типов, общее количество модусов равно 216. А учитывая, что каждый модус может относиться к одной из четырех фигур, общее количество форм силлогизма равно 864.

Далее мы рассмотрим все возможные комбинации посылок для каждой фигуры отдельно, выделим и докажем в ***IL*2** все корректные модусы силлогизма для каждой фигуры:

Силлогизмы I фигуры. Докажем, что в I фигуре имеется 18 ***IL*2**-валидных модусов: 12 из которых совершенных: $A_1A_1A_1$, $A_1A_2A_2$, $A_2A_1A_2$, $A_2A_2A_1$, $A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$, $A_1I_1I_1$, $A_1I_2I_2$, $A_2I_1I_2$, $A_2I_2I_1$, $A_3I_1I_3$, $A_3I_2I_3$ и 6 несовершенных $A_1A_1I_1$, $A_1A_2I_2$, $A_2A_1I_2$, $A_2A_2I_1$, $A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$. Некоторые модусы являются аксиомами исчисления: $A_1A_1A_1$, $A_2A_1A_2$, $A_1I_1I_1$, $A_2I_1I_2$[33] и $A_1A_2A_2$,

[33]Указанные правильные модусы I фигуры являются корректными как в традиционной силлогистике, так и в основном варианте воображаемой логики: аксиома (A1) $(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP$ является корректным модусом *Barbara*, аксиома (A3) $(A_2MP\&A_1SM) \supset A_2SP$ – модус *Celarent*, аксиома (A5) $(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP$ – модус *Darii*, а аксиома (A7) $(A_2MP\&I_1SM) \supset I_2SP$ – модус *Ferio*.

$A_2A_2A_1$, $A_1I_2I_2$,$A_2I_2I_1$.[34] Оставшиеся модусы требуют доказательства, приведем некоторые из них. ***IL*2**-валидными являются два выделенных Васильевым индифферентных модуса из основного варианта воображаемой логики – $A_3A_1A_3$ *Mindalin* и $A_3I_1I_3$*Kindirinp*:

Доказательство. $\underline{(A_3MP \& A_1SM) \supset A_3SP}$

1.	$(A_1SM \& I_1PS) \supset I_1PM$	(A5)
2.	$(A_1SM \& I_2PS) \supset I_2PM$	(A6)
3.	$I_1PM \supset I_1MP$	(A12)
4.	$I_1SP \supset I_1PS$	(A12)
5.	$(I_1SP \& A_1SM) \supset I_1MP$	(1,3,4; ЛВ)
6.	$I_2SP \supset I_2PS$	(A13)
7.	$I_2PM \supset I_2MP$	(A13)
8.	$(I_2SP \& A_1SM) \supset I_2MP$	(2,6,7; ЛВ)
9.	$(\neg I_1MP \& A_1SM) \supset \neg I_1SP$	(5; ЛВ)
10.	$(\neg I_2MP \& A_1SM) \supset \neg I_2SP$	(8; ЛВ)
11.	$(\neg I_1MP \& \neg I_2MP \& A_1SM) \supset (\neg I_1SP \& \neg I_2SP)$	(9,10; ЛВ)
12.	$A_3SP \equiv (\neg I_1SP \& \neg I_2SP)$	(A16)
13.	$A_3MP \equiv (\neg I_1MP \& \neg I_2MP)$	(A16)
14.	$(A_3MP \& A_1SM) \supset A_3SP$	(11,12,13; ЛВ)

□

Аналогичным образом можно доказать формулу, выражающую силлогизм $(A_3MP \& I_1SM) \supset I_3SP$.

Модус $A_3A_2A_3$ – новый модус, который как и $A_1A_2A_2$ становится ***IL*2**-валидным только при интенсиональной трактовке суждений, докажем это:

Доказательство. $\underline{(A_3MP \& A_2SM) \supset A_3SP}$

[34] Данные модусы являются аксиомами (A2) $(A_1MP \& A_2SM) \supset A_2SP$ – это особенный модус, упоминавшийся самим Н.А. Васильевым [Н. А. Васильев, 1989, с. 88], (A4) $(A_2MP \& A_2SM) \supset A_1SP$, (A6) $(A_1MP \& I_2SM) \supset I_2SP$ и (A8) $(A_2MP \& I_2SM) \supset I_1SP$ – эти модусы не принимаются ни в основном варианте воображаемой логики, ни в традиционной силлогистике.

1. $(A_2SM\&I_1PS) \supset I_2PM$ (A7)
2. $(A_2SM\&I_2PS) \supset I_1PM$ (A8)
3. $I_1SP \supset I_1PS$ (A12)
4. $I_2PM \supset I_2MP$ (A13)
5. $(I_1SP\&A_2SM) \supset I_2MP$ (1,3,4; ЛВ)
6. $I_2SP \supset I_2PS$ (A13)
7. $I_1PM \supset I_1MP$ (A12)
8. $(I_2SP\&A_2SM) \supset I_1MP$ (2,6,7; ЛВ)
9. $(\neg I_2MP\&A_2SM) \supset \neg I_1SP$ (5; ЛВ)
10. $(\neg I_1MP\&A_2SM) \supset \neg I_2SP$ (8; ЛВ)
11. $(\neg I_1MP\&\neg I_2MP\&A_2SM) \supset (\neg I_1SP\&\neg I_2SP)$ (9,10; ЛВ)
12. $A_3SP \equiv (\neg I_1SP\&\neg I_2SP)$ (A16)
13. $A_3MP \equiv (\neg I_1MP\&\neg I_2MP)$ (A16)
14. $(A_3MP\&A_2SM) \supset A_3SP$ (11,12,13; ЛВ)

$\square$

В силу ранее уже доказанной нами правомерности законов подчинения модусы $A_1A_1I_1$, $A_1A_2I_2$, $A_2A_1I_2$, $A_2A_2I_1$, $A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$ следуют из модусов $A_1A_1A_1$, $A_1A_2A_2$, $A_2A_1A_2$, $A_2A_2A_1$, $A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$.

Доказательство. $\underline{(A_3MP\&I_2SM) \supset I_3SP}$

1. $(A_1SP\&I_2MS) \supset I_2MP$ (A6)
2. $I_2SM \supset I_2MS$ (A13)
3. $(A_1SP\&I_2SM) \supset I_2MP$ (1,2; ЛВ)
4. $(\neg I_2MP\&I_2SM) \supset \neg A_1SP$ (3; ЛВ)
5. $(A_2SP\&I_2MS) \supset I_1MP$ (A8)
6. $(A_2SP\&I_2SM) \supset I_1MP$ (5,2; ЛВ)
7. $(\neg I_1MP\&I_2SM) \supset \neg A_2SP$ (6; ЛВ)
8. $(\neg I_1MP\&\neg I_2MP\&I_2SM) \supset (\neg A_1SP\&\neg A_2SP)$ (4,7; ЛВ)

9.	$A_3MP \equiv (\neg I_1MP \& \neg I_2MP)$	(A16)
10.	$I_3SP \equiv (\neg A_1SP \& \neg A_2SP)$	(A17)
11.	$(A_3MP \& I_2SM) \supset I_3SP$	(8,9,10; ЛВ)

$\square$

Остальные указанные модусы легко доказываются аналогичным образом.

Силлогизмы II фигуры. В основном варианте воображаемой логики во *II фигуре* нет ни одного модуса, дающего заключение типов A_nSP и I_nSP. Докажем, что в альтернативном варианте воображаемой логики имеется двенадцать ***IL*2**-валидных модусов: восемь совершенных ($A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$, $A_1A_3A_3$, $A_2A_3A_3$, $A_3I_1I_3$, $A_3I_2I_3$, $A_1I_3I_3$, $A_2I_3I_3$) и четыре несовершенных ($A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$, $A_1A_3I_3$, $A_2A_3I_3$)[35].

Доказательство модусов $A_1A_3A_3$ и $A_2A_3A_3$ сходны между собой с той лишь разницей, что на четвертом шаге используется аксиома (A5) в первом случае с заменой ее на (A7) во втором, а на шестом шаге используется аксиома (A6) в первом случае с заменой ее на (A8):

Доказательство. $\underline{(A_nPM \& A_3SM) \supset A_3SP}$, где $_n$ есть $_1$ или $_2$

1.	$A_3SM \equiv \neg I_1SM \& \neg I_2SM$	(A16)
2.	$I_1SM \supset \neg A_3SM$	(1; ЛВ)
3.	$I_2SM \supset \neg A_3SM$	(1; ЛВ)
4.	$(A_nPM \& I_1SP) \supset I_mSM$	(A5/A7)

[35]Напомним, что в основном варианте воображаемой логики, как было показано в главе 2, модусы $A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$, $A_1A_3A_3$ и $A_2A_3A_3$ оказываются некорректными, а единственное, что можно вывести для всех четырех силлогизмов с такими посылками оказывается, исключающая форма $\neg I_1SP$. Тот факт, что данная интерпретация позволяет нам получить во II фигуре в привычном смысле корректные модусы, сильно отличает ее от основного варианта. Необходимо также отметить, что вторая фигура в альтернативном варианте воображаемой логики хоть и имеет достаточное количество корректных силлогизмов, однако ни один из них не является корректным в традиционной силлогистике, а значит нет ни одного корректного модуса, где одна из посылок является утвердительной, а вторая абсолютно отрицательной, что в традиционной силлогистике дает корректные модусы *Baroko*, *Cesare*, *Camestres*, *Festino*, *Camestrop* и *Cesaro*.

5. $(A_nPM\&A_3SM) \supset \neg I_mSP$ (4,2; ЛВ)
6. $(A_nPM\&I_2SP) \supset I_nSM$ (A6/A8)
7. $(A_nPM\&A_3SM) \supset \neg I_nSP$ (6,3; ЛВ)
8. $A_3SP \equiv \neg I_1SP\&\neg I_2SP$ (A16)
9. $(A_nPM\&A_3SM) \supset A_3SP$ (5,7,8; ЛВ)

□

Модусы $A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$ доказываются подобным образом. Несовершенные модусы $A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$, $A_1A_3I_3$, $A_2A_3I_3$ легко вывести из предыдущих доказательств с использованием в доказательстве закона подчинения.

Остается доказать корректность модусов $A_1I_3I_3$, $A_2I_3I_3$ и $A_3I_1I_3$, $A_3I_2I_3$:

Доказательство. $\underline{(A_1PM\&I_3SM) \supset I_3SP}$

1. $I_3SM \equiv \neg A_1SM\&\neg A_2SM$ (A17)
2. $A_1SM \supset \neg I_3SM$ (1; ЛВ)
3. $A_2SM \supset \neg I_3SM$ (1; ЛВ)
4. $(A_1PM\&A_1SP) \supset A_1SM$ (A1)
5. $(A_1PM\&I_3SM) \supset \neg A_1SP$ (4,2; ЛВ)
6. $(A_1PM\&A_2SP) \supset A_2SM$ (A2)
7. $(A_1PM\&I_3SM) \supset \neg A_2SP$ (6,3; ЛВ)
8. $I_3SP \equiv \neg A_1SP\&\neg A_2SP$ (A17)
9. $(A_1PM\&I_3SM) \supset I_3SP$ (5,7,8; ЛВ)

□

Остальные указанные модусы доказываются аналогично, с заменой аксиом на необходимые для каждого отдельного модуса.

Силлогизмы III фигуры. В III фигуре восемнадцать ***IL*2**-валидных модусов ($A_1A_1I_1$, $A_1A_2I_2$, $A_2A_1I_2$, $A_2A_2I_1$, $A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$, $A_1I_1I_1$, $A_1I_2I_2$, $A_2I_1I_2$, $A_2I_2I_1$,

$A_3I_1I_3$, $A_3I_2I_3$, $I_1A_1I_1$, $I_1A_2I_2$, $I_2A_1I_2$, $I_2A_2I_1$, $I_3A_1I_3$, $I_3A_2I_3$), и все они совершенные.[36]

Доказательство. $\underline{(A_1MP\&A_1MS) \supset I_1SP}$

1. $(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP$ (A5)
2. $I_1MS \supset I_1SM$ (A12)
3. $A_1MS \supset I_1MS$ (A14)
4. $(A_1MP\&A_1MS) \supset I_1SP$ (из 1,2,3)

□

Доказательство. $\underline{(A_1MP\&A_2MS) \supset I_2SP}$

1. $(A_1MP\&I_2SM) \supset I_2SP$ (A6)
2. $I_2MS \supset I_2SM$ (A13)
3. $A_2MS \supset I_2MS$ (A15)

4.4. $(A_1MP\&A_2MS) \supset I_2SP$ (из 1,2,3)

□

Для модуса $A_2A_1I_2$ доказательство проводится аналогично $A_1A_1I_1$ с использованием (A7) вместо (A5) на первом шаге. А для модуса $A_2A_2I_1$ доказательство проводится аналогично $A_1A_2I_2$ с использованием (A8) вместо (A6).

Доказательство. $\underline{(A_3MP\&A_1MS) \supset I_3SP}$

1. $(A_1SP\&I_1MS) \supset I_1MP$ (A5)
2. $(A_2SP\&I_1MS) \supset I_2MP$ (A7)
3. $A_1MS \supset I_1MS$ (A14)
4. $(\neg I_1MP\&A_1MS) \supset \neg A_1SP$ (1,3; ЛВ)

---

[36] Шесть корректных модусов III фигуры $A_1A_1I_1$, $A_2A_1I_2$, $A_1I_1I_1$, $A_2I_1I_2$, $I_1A_1I_1$ и $I_2A_1I_2$ полностью совпадают с корректными модусами основного варианта воображаемой логики и традиционной силлогистики (так как в главе 2 было показано, что в ***IL*** принимаются все корректные модусы данной фигуры из ***TC***). Кроме того, следующие три модуса $A_3A_1I_3$, $A_3I_1I_3$ и $I_3A_1I_3$ – это новые (индифферентные) модусы, выделяемые Васильевым в основном варианте воображаемой логики.

5. $(\neg I_2MP \& A_1MS) \supset \neg A_2SP$ (2,3; ЛВ)
6. $(\neg I_1MP \& \neg I_2MP \& A_1MS) \supset (\neg A_1SP \& \neg A_2SP)$ (4,5; ЛВ)
7. $A_3MP \equiv (\neg I_1MP \& \neg I_2MP)$ (A16)
8. $I_3SP \equiv (\neg A_1SP \& \neg A_2SP)$ (A17)
9. $(A_3MP \& A_1MS) \supset I_3SP$ (6,7,8; ЛВ)

□

Доказательство модуса $A_3A_2I_3$ легко получить из представленного выше заменой (A5) и (A7) на (A6) и (A8), и (A14) на (A15).

Доказательство. $\underline{(A_1MP \& I_1MS) \supset I_1SP}$

1. $(A_1MP \& I_1SM) \supset I_1SP$ (A5)
2. $I_1MS \supset I_1SM$ (A12)
3. $(A_1MP \& I_1MS) \supset I_1SP$ (1,2; ЛВ)

□

Доказательство. $\underline{(A_1MP \& I_2MS) \supset I_2SP}$

1. $(A_1MP \& I_2SM) \supset I_2SP$ (A6)
2. $I_2MS \supset I_2SM$ (A15)
3. $(A_1MP \& I_2MS) \supset I_2SP$ (1,2; ЛВ)

□

$A_2I_1I_2$ доказывается аналогично $A_1I_1I_1$ с использованием (A7) вместо (A5), а для модуса $A_2I_2I_1$ легко перестроить доказательство $A_1I_2I_2$ заменой (A6) на (A8). Остальные силлогизмы доказываются аналогично представленным выше.

Силлогизмы IV фигуры. В IV фигуре четырнадцать совершенных модусов ($A_1A_1I_1$, $A_1A_2I_2$, $A_1A_3A_3$, $A_2A_1I_2$, $A_2A_2I_1$, $A_2A_3A_3$, $A_3A_1I_3$, $A_3A_2I_3$, $A_3I_1I_3$, $A_3I_2I_3$, $I_1A_1I_1$, $I_1A_2I_2$, $I_2A_1I_2$, $I_2A_2I_1$) и два несовершенных ($A_1A_3I_3$, $A_2A_3I_3$)[37]:

[37] В данной фигуре альтернативного варианта воображаемой логики принимаются четыре модуса ***ТС*** – это модусы *Bramantip*, *Dimaris*, *Camenop* и *Fesapo*, два из которых *Bramantip*($A_1A_1I_1$) *Dimaris*($I_1A_1I_1$)

Доказательство модусов $A_1A_1I_1$,$A_1A_2I_2$,$A_2A_1I_2$ и $A_2A_2I_1$:

Доказательство. $\underline{(A_1PM\&A_1MS) \supset I_1SP}$

1. $(A_1MS\&A_1PM) \supset A_1PS$ (A1)
2. $A_1PS \supset I_1PS$ (A14)
3. $I_1PS \supset I_1SP$ (A12)
4. $(A_1PM\&A_1MS) \supset I_1SP$ (1,2,3; ЛВ)

□

При замене в представленном выше доказательстве первых трех шагов на (A2), (A15) и (A13) получаем корректный силлогизм $(A_1PM\&A_2MS) \supset I_2SP$. При замене этих же шагов на (A3), (A15) и (A13) получаем корректный силлогизм $(A_2PM\&A_1MS) \supset I_2SP$, а при замене их на (A4), (A14) и (A12) получаем корректный силлогизм $(A_2PM\& A_2MS) \supset I_1SP$.

Доказательство оставшихся силлогизмов опустим, оно проводится аналогичным образом.

3.1.3 О *IL*2-опровержимых силлогизмах

Теперь необходимо показать, что все остальное множество из 800 силлогизмов являются некорректными в данном исчислении. Для этого нужно рассмотреть для каждой возможной комбинации посылок 6 возможных заключений (в некоторых комбинациях посылок нужно опровергнуть меньшее число заключений, так как выше такие варианты доказаны как корректные силлогизмы) и опровергнуть получившиеся модусы. Опровержение модусов будем осуществлять *методом*

являются корректными и в основном варианте воображаемой логики, а остальные два возможны только с исключающей формой в заключении. А вот оставшиеся два модуса *Fresison* и *Camenes* IV фигуры ***TC*** не являются ***IL*2**-валидными и в этой интерпретации Воображаемой логики. Тем не менее, происходит значительное увеличение количества корректных силлогизмов по равнению с основным вариантом, напомним, что в главе 2 было доказано, что в IV кроме указанных двух стандартных модусов возможны модусы, выводом из которых является исключающая формула, в то время как в данной интерпретации из тех же самых комбинаций посылок возможно сделать стандартное заключение, кроме уже указанных двух таких модусов к ним относятся $A_1A_3A_3$ ($A_1A_3\neg I_1$ в ***IL***), $A_3A_1I_3$ ($A_3A_1\neg A_1$ в ***IL***) и $A_3I_1I_3$ ($A_3I_1\neg A_1$) в ***IL***.

подбора контрмодели, т.е. подбором интерпретирующей функции d, при которой обе посылки принимают значение истина, а заключение вида I_nSP и A_nSP – принимают значение ложь. Причем достаточно ограничиться контрмоделями для частных заключений, поскольку действуют законы подчинения $A_1SP \supset I_1SP$, $A_2SP \supset I_2SP$ и $A_3SP \supset I_3SP$.

Поскольку подбор контрмодели является стандартной процедурой, и для всех ***IL*2**-не валидных силлогизмов найти ее не сложно, а демонстрация ее для каждого такого силлогизма занимает большой объем, мы сгруппировали некоторые контрмодели таким образом, чтобы одна контрмодель сразу опровергала несколько силлогизмов. Но даже такая группировка занимает достаточно места, поэтому далее будут показаны лишь некоторые контрмодели для некорректных модусов в каждой из IV фигур.

Итак, в каждой фигуре возможно составить силлогизм из 36 комбинаций посылок с шестью вариантами заключений для каждой комбинации. В данном варианте воображаемой логики в каждой фигуре имеются ***IL*2**-валидные силлогизмы, поэтому в I и III фигурах нужно опровергнуть 198 силлогизмов, во II фигуре 204, а в четвертой 200. Кроме того, мы опустим опровержения силлогизмов из тех комбинации посылок, из которых как мы показали ранее можно вывести ***IL*2**-валидный силлогизм.

Опровержение модусов I фигуры. В Первой фигуре остается опровергнуть 198 силлогизмов, которые возможны из сочетания 36 комбинаций посылок. Мы не будем показывать опровержение для силлогизмов с комбинациями посылок, из которых как мы показали ранее можно вывести корректный силлогизм.

Возможно попарно подобрать общие контрмодели для следующих комбинаций посылок: (1) $A_1MP\&A_3SM$ и $A_1MP\&I_3SM$; (2) $A_2MP\&A_3SM$ и $A_2MP\&I_3SM$; (3) $A_3MP\&A_3SM$ и $A_3MP\&I_3SM$:

(1) Ниже слева приведена контрмодель,опровергающая заключения I_1SP и I_2SP, а справа – опровергающая заключение I_3SP из комбинации посылок

$A_1MP\&A_3SM$ и $A_1MP\&I_3SM$.

$$\begin{array}{rcl rcl} d(P) & = & \{p_1, p_2\} & d(P) & = & \{p_1, p_2\} \\ d(P)^* & = & \{\sim p_1, \sim p_2\} & d(P)^* & = & \{\sim p_1, \sim p_2\} \\ d(M) & = & \{p_1, p_2, p_3\} & d(M) & = & \{p_1, p_2, p_3\} \\ d(M)^* & = & \{\sim p_1, \sim p_2, \sim p_3\} & d(M)^* & = & \{\sim p_1, \sim p_2, \sim p_3\} \end{array}$$

Условия истинности посылок $d(P) \subseteq d(M)$ и $(d(M) \cap d(S) \neq \varnothing$ и $d(M)^* \cap d(S) \neq \varnothing)$ и $(d(M) \backslash d(S) \neq \varnothing$ и $d(M)^* \backslash d(S) \neq \varnothing)$ соблюдены, но $d(P) \cap d(S) \neq \varnothing$ и $d(P)^* \cap d(S) \neq \varnothing$, так как $d(P) \cap d(S) = \{p_1\}$ и $d(P)^* \cap d(S) = \{\sim p_2\}$, значит, заключения I_1SP и I_2SP ложны. Ложным оказывается и заключение I_3SP табл., здесь при истинности посылок в заключении $d(P) \backslash d(S) = \varnothing$, а значит $|I_3SP|^d = 0$.

Контрмодели для силлогизмов с комбинациями посылок (2) $A_2MP\&A_3SM$ и $A_2MP\&I_3SM$; (3) $A_3MP\&A_3SM$ и $A_3MP\&I_3SM$ подбираются аналогичным образом: $d(P) = \{p_1, \sim p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1, p_2\}$, $d(M) = \{p_1, p_2, p_3\}$, $d(M)^* = \{\sim p_1, \sim p_2, \sim p_3\}$, $d(S) = \{\sim p_1, p_3\}$.

В I Фигуре нет ни одного правильного модуса, где из комбинаций посылок с большей частной, а меньшей – общей выводились бы заключения типа I_nSP или A_nSP. Для удобства демонстрации контрмоделей сгруппируем комбинации следующим образом: (1) $I_1MP\&A_1SM$, $I_2MP\&A_1SM$, $I_3MP\&A_1SM$; (2) $I_1MP\&A_2SM$, $I_2MP\&A_2SM$, $I_3MP\&A_2SM$; (3) $I_1MP\&A_3SM$, $I_2MP\&A_3SM$, $I_3MP\&A_3SM$.

(1) Для силлогизмов с посылками $I_1MP\&A_1SM$, $I_2MP\&A_1SM$, $I_3MP\&A_1SM$ укажем общую контрмодель, в которой обе посылки истинны, но ложны формулы I_1SP и I_2SP: $d(P) = \{p_1, p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(M) = \{p_3\}$, $d(S)\{p_3, p_1, \sim p_2\}$ и контрмодель для опровержения заключения I_3SP: $d(P) = \{p_1, p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(M) = \{p_3\}$, $d(S) = \{p_3, p_1, p_2\}$.

В этих моделях соблюдены условия истинности посылок, но так как $d(P) \cap d(S) = \{p_1\}$ и $d(P)^* \cap d(S) = \{\sim p_2\}$, то и заключения I_1SP и I_2SP

ложны. Заключение I_3SP также оказывается ложным при истинных посылках. Легко подобрать контрмодели для силлогизмов с комбинациями посылок (2) $I_1MP\&A_2SM$, $I_2MP\&A_2SM$, $I_3MP\&A_2SM$; (3) $I_1MP\&A_3SM$, $I_2MP\&A_3SM$, $I_3MP\&A_3SM$.

В основном варианте ***IL***, также как и в традиционной силлогистике, из двух частных посылок нельзя вывести заключение вида A_nSP и I_nSP. Покажем, что то же самое имеет место и в ***IL*2**.

Выше мы обосновали следующее метаутверждение:

1. $I_kMP\&A_mSM \nvDash I_nSP$,

где k, m, n – произвольные индексы из {1,2,3}.

Рассуждая от противного, допустим, что для некоторых k, m, n верно:

+2. $I_kMP\&I_mSM \vDash I_nSP$.

В ***IL*2** справедливы законы подчинения, поэтому:

3. $A_mSM \vDash I_mSM$.

Из (2) и (3), в силу свойств классического отношения следования, вытекает:

4. $I_kMP\&A_mSM \vDash I_nSP$.

Утверждения (1) и (4) противоречат друг другу.

Итак, мы показали, что из двух частных посылок в силлогизмах *I фигуры* не следует никакое заключение вида I_nSP. А в силу законов подчинения из них не следует также никакое заключение вида A_nSP.

Мы рассмотрели все возможные комбинации посылок в *I фигуре* в ***IL*2**. Исходя из нашего анализа, в ***IL*2** в *I фигуре* восемнадцать правильных модусов.

Опровержение модусов II фигуры. Перейдем к опровержению некорректных модусов II фигуры. Приведем попарно контрмодели для модусов $A_1PM\&A_1SM$ и $A_1PM\&I_1SM$, $A_1PM\&A_2SM$ и $A_1PM\&I_2SM$, $A_2PM\&A_1SM$ и $A_2PM\&I_1SM$, $A_2PM\&A_2SM$ и $A_2PM\&I_2SM$, $A_3PM\&A_3SM$ и $A_3PM\&I_3SM$. Достаточно ограничиться контрмоделями, опровергающими частные заключения в силу законов подчинения $A_nSP \supset I_nSP$.

Приведем контрмодель для силлогизмов с комбинациями посылок $A_1PM\&A_1SM$ и $A_1PM\&I_1SM$, в которой обе посылки истинны, а заключения I_1SP и I_2SP опровержимы: $d(P) = \{p_1, p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(M) = \{p_1\}$, $d(S) = \{p_1, \sim p_2\}$. Несложно найти контрмодель, опровергающую заключение I_3SP: $d(P) = \{p_1, p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(M) = \{p_1\}$, $d(S) = \{p_1, p_2, p_3\}$.

Действительно, в этой модели посылки обоих модусов истинны: $d(M) \subseteq d(P)$ и $d(M) \subseteq d(S)$, а значит соблюдается условие и для частной посылки. Но $d(P) \cap d(S) \neq \varnothing$ и $d(P)^* \cap d(S) \neq \varnothing$, а значит заключения I_1SP и I_2SP ложны.

Из модели, опровергающей заключение I_3, видно, что при истинности посылок обоих модусов заключение ложно. В случае $A_1PM\&A_1SM$ $d(P)\backslash d(S) = \varnothing$, в случае $A_1PM\&I_1SM$ – так как $d(P)\backslash d(S) = \varnothing$ – заключение $|I_3SP|^d = 0$ ложно.

Аналогичным образом легко подобрать контрмодели и для оставшихся пар комбинаций посылок $A_2PM\&I_1SM$, $A_2PM\&A_2SM$ и $A_2PM\&I_2SM$, $A_3PM\&A_3SM$ и $A_3PM\&I_3SM$.

Как и в I фигуре, здесь не существует ни одного корректного силлогизма с большей частной посылкой. Снова для удобства и компактности опровержения сгруппируем посылки: (1) $I_1PM\&A_1SM$, $I_1PM\&A_2SM$, $I_1PM\&A_3SM$; (2) $I_2PM\&A_1SM$, $I_2PM\&A_2SM$, $I_2PM\&A_3SM$; (3) $I_3PM\&A_1SM$, $I_3PM\&A_2SM$, $I_3PM\&A_3SM$.

В комбинациях посылок (1) большая посылка I_1PM в силу закона обращения (A12) эквивалентна формуле I_1MP. Поэтому данные комбинации эквивалентны комбинациям посылок I фигуры, при рассмотрении которой нами было показано, что заключения вида A_nSP и I_nSP из них не выводимы.

В комбинациях посылок (2) большая посылка I_2PM в силу закона обращения (A13) эквивалентна в формуле I_2MP. Что делает данные комбинации так же как и предыдущие, эквивалентными $I_2MP\&A_1SM$, $I_2MP\&A_2SM$ и $I_2MP\&A_3SM$ – силлогизмы *I фигуры*, которые мы опровергли ранее.

Как и ранее несложно подобрать контрмодели и для комбинаций посылок (3). Только что было обосновано следующее метаутверждение: $I_kPM\&A_mSM \nvDash I_nSP$, где k, m, n – произвольные индексы из {1,2,3}. Отсюда следует, что $I_kPM\&I_mSM \nvDash I_nSP$. Обоснование этого тезиса совершенно аналогично тому, которое было представлено выше для случая двух частных посылок в *I фигуре*.

Таким образом, из двух частных посылок в силлогизмах *II фигуры* не следует никакое заключение вида I_nSP. А в силу законов подчинения из них не следует также никакое заключение вида A_nSP.

Опровержение модусов III фигуры. При рассмотрении I фигуры для комбинаций посылок $A_1MP\&A_3SM$,$I_1MP\&A_3SM$; $A_2MP\&A_3SM$, $I_2MP\&A_3SM$; а также $A_3MP\&A_3SM$ и $I_3MP\&A_3SM$ нами уже построены контрмодели с истинными посылками и ложными заключениями вида I_nSP и A_nSP. А в силу того, что в ***IL*2** доказуема теорема об обращении общих индифферентных высказываний $A_3SP \equiv A_3PS$, то указанные комбинации посылок I фигуры эквивалентны аналогичным посылкам рассматриваемой фигуры, а значит, что из комбинаций посылок $A_1MP\&A_3MS$ и $I_1MP\&A_3MS$, $A_2MP\&A_3MS$ и $I_2MP\&A_3MS$, $A_3MP\&A_3MS$ и $I_3MP\&A_3SM$ нельзя вывести заключение вида I_nSP и A_nSP.

Легко подобрать контрмодели, опровергающие заключения I_nSP и A_nSP из комбинаций посылок $A_1MP\&I_3MS$, $A_2MP\&I_3MS$ и $A_3MP\&I_3MS$. Из комбинаций посылок $I_1MP\&A_3MS$, $I_2MP\&A_3MS$ и $I_3MP\&A_3MS$ нельзя вывести заключение вида I_nSP и A_nSP. В силу того, что в ***IL*2** доказуема теорема $A_3MS \equiv A_3SM$, указанные комбинации эквивалентны следующим: $I_1MP\&A_3SM$, $I_2MP\&A_3SM$ и $I_3MP\&A_3SM$. Но при рассмотрении *I фигуры* мы установили, что из них не выводятся заключения вида I_nSP и A_nSP.

Комбинации посылок $I_1MP\&I_1MS$, $I_2MP\&I_1MS$ и $I_3MP\&I_1MS$ эквивалентны в силу (A12) комбинациям $I_1MP\&I_1SM$, $I_2MP\&I_1SM$ и $I_3MP\&I_1SM$. А комбинации $I_1MP\&I_2MS$, $I_2MP\&I_2MS$ и $I_3MP\&I_2MS$ эквивалентны в силу

(A13) комбинациям $I_1MP\&I_2SM$, $I_2MP\&I_2SM$ и $I_3MP\&I_2SM$. При рассмотрении *I фигуры* мы установили, что из двух частных посылок не выводятся заключения вида I_nSP и A_nSP. В каждой из комбинаций посылок $I_1MP\&I_3MS$, $I_2MP\&I_3MS$ и $I_3MP\&I_3MS$ меньшая посылка имеет вид I_3MS. Рассматривая случай (большая посылка частная, меньшая общая), мы показали, что из комбинаций $I_1MP\&A_3MS$, $I_2MP\&A_3MS$ и $I_3MP\&A_3MS$ нельзя вывести заключения вида I_nSP и A_nSP, I_3MS является следствием A_3MS. Поэтому и из этих комбинаций посылок невозможно вывести никакое заключение.

Опровержение модусов IV фигуры. В комбинациях посылок $A_1PM\&I_1MS$, $A_2PM\&I_1MS$ меньшая посылка в силу закона обращения (A12) эквивалентна формуле I_1SM, а в комбинациях посылок $A_1PM\&I_2MS$ и $A_2PM\&I_2MS$ меньшая посылка в силу закона обращения (A13) эквивалентна формуле I_2SM. Поэтому данные комбинации посылок эквивалентны комбинациям посылок II фигуры, при рассмотрении которой нами были опровергнуты все возможные заключения вида I_nSP и A_nSP.

В комбинациях посылок $I_1PM\&A_3MS$, $I_2PM\&A_3MS$, $I_3PM\&A_3MS$ меньшая посылка в силу того, что в ***IL*2** доказуема теорема $A_3SP \equiv A_3PS$ эквивалентна формуле A_3SM. Поэтому данные комбинации посылок эквивалентны комбинациям посылок II фигуры, которые были рассмотрены и опровергнуты нами ранее.

В комбинациях посылок $A_1PM\&I_3MS$, $A_3PM\&I_3MS$ меньшая посылка эквивалентна формуле I_3SM в силу теоремы $A_3SP \equiv A_3PS$ и закона подчинения для индифферентных суждений. Поэтому данные комбинации посылок эквивалентны комбинациям посылок I фигуры $A_1PM\&I_3SM$, $A_3PM\&I_3SM$, силлогизмы с которыми были опровергнуты нами ранее.

Остается опровергнуть силлогизмы с комбинациями посылок $I_3PM\&A_1MS$ и $I_3PM\&A_2MS$.

Контрмодель для силлогизма с посылками $I_3PM\&A_1MS$, опровергающая заключение I_1SP и I_2SP: $d(S) = \{p_1, p_2\}$, $d(M) = \{p_1, p_2, p_3\}$, $d(M)^* = \{\sim p_1, \sim p_2, \sim p_3\}$, $d(P) = \{p_1, \sim p_2\}$,$d(P)^* = \{\sim p_1, p_2\}$.

Контрмодель демонстрирует для силлогизма с посылками $I_3PM\&A_1MS$, опровергающая заключение I_3SP: $d(S) = \{p_1\}$, $d(M) = \{p_1,p_2\}$, $d(M)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(P) = \{p_1\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1\}$.

Контрмодель для силлогизма с посылками $I_3PM\&A_2MS$, опровергающая заключение I_1SP и I_2SP: $d(S)^* = \{p_1, p_2\}$, $d(S) = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(M) = \{p_1,p_2,p_3\}$, $d(M)^* = \{\sim p_1, \sim p_2, \sim p_3\}$, $d(P) = \{p_1, \sim p_2\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1,p_2\}$.

Контрмодель для силлогизма с посылками $I_3PM\&A_2MS$, опровергающая заключение I_3SP: $d(S)^* = \{p_1\}$, $d(S) = \{\sim p_1\}$, $d(M) = \{p_1,p_2\}$, $d(M)^* = \{\sim p_1, \sim p_2\}$, $d(P) = \{p_1\}$, $d(P)^* = \{\sim p_1\}$.

3.2 Система правил для *IL*2[38]

В прошлом разделе было доказано, что в интенсиональном варианте воображаемой логики существует 64 ***IL*2**-валидных силлогизма, 52 из них являются совершенными (заключение в них – наиболее сильное следствие из данных посылок), а 12 несовершенными. Известно, что в традиционной логике существуют и иные методы проверки силлогизмов. Самый распространенный из них подразумевает сопоставление силлогизмов с некоторым набором критериев, позволяющих отличать корректные силлогизмы от некорректных. Предварительно вводится понятие распределенности субъектов и предикатов в атрибутивных суждениях (субъекты распределены в общих, а предикаты – в отрицательных суждениях). Сам набор общих правил силлогизма может быть разным. Приведем один из известных его вариантов: (1) по крайней мере одна из посылок является утвердительной; (2) если одна из посылок отрицательная, то заключение отрицательное; (3) если обе посылки утвердительные, то заключение утвердительное; (4) сред-

[38]Материал данного раздела нашел отражение в статье [Конькова, Маркин, 2020b], а также в публикации [Конькова, Маркин, 2020a].

ний термин распределен по крайней мере в одной посылке; (5) крайний термин, не распределенный в посылке, не распределен в заключении. Все 24 правильных силлогизма традиционной силлогистики удовлетворяют всем пяти критериям и оцениваются как корректные (правильные), а остальные 232 силлогизма не удовлетворяют хотя бы одному правилу и оцениваются как некорректные (неправильные).

Сформулируем аналогичные критерии, которые позволили бы выделить 64 ***IL*2**-валидных силлогизма из множества всех 864-х силлогизмов альтернативного варианта воображаемой логики.

Прежде всего для шести типов суждений воображаемой логики потребуется несколько видоизменить правила распределенности терминов:

РТ-1. Субъект распределен в общих суждениях и не распределен в частных суждениях.

РТ-2. Предикат распределен в индифферентных суждениях и не распределен ни в утвердительных, ни в отрицательных суждениях.

Распределенность субъектов и предикатов суждений воображаемой логики может быть зафиксирована в таблице:

$$\begin{array}{ccc} A_1S^+P^- & A_2S^+P^- & A_3S^+P^+ \\ I_1S^-P^- & I_2S^-P^- & I_3S^-P^+ \end{array}$$

Распределенный термин отмечается знаком «+», а нераспределенный знаком «–».

Общие правила силлогизма. Далее мы предлагаем следующую систему общих правил силлогизма для рассматриваемого варианта воображаемой логики:

ОП-1. По крайней мере одна из посылок не является индифферентной.

ОП-2. Если одна из посылок индифферентная, то заключение индифферентное.

ОП-3. Если обе посылки утвердительные, то заключение утвердительное.

ОП-4. Если обе посылки отрицательные, то заключение утвердительное.

ОП-5. Если одна посылка утвердительная, а другая отрицательная, то заключение отрицательное.

ОП-6. Средний термин распределен по крайней мере в одной посылке.

ОП-7. Крайний термин, не распределенный в посылке, не распределен в заключении.

Назовем силлогизм воображаемой логики правильным (корректным), если и только если он удовлетворяет каждому из семи общих правил силлогизма. Цель дальнейших рассуждений –- доказать, что правильными являются все ***IL*2**-валидные силлогизмы и только они: каждый ***IL*2**-валидный силлогизм удовлетворяет всем семи сформулированным выше критериям, а любой силлогизм, который не является ***IL*2**-валидным, не удовлетворяет хотя бы одному из этих критериев.

Предварительно имеет смысл обосновать наличие ***некоторых общих свойств у правильных силлогизмов каждой из четырех фигур*** (в традиционной логике подобные свойства обычно называют правилами фигур силлогизма): Свойства <u>I-ой фигуры</u>: Ф1-1. Большая посылка общая; Ф1-2. Меньшая посылка не является индифферентной. Свойства <u>II-ой фигуры</u> можно сформулировать следующим образом: Ф2-1. Большая посылка общая; Ф2-2. Одна из посылок индифферентная. Свойства <u>III-ей фигуры.</u>: Ф3-1. Меньшая посылка не является индифферентной; Ф3-2. Заключение частное. Удалось сформулировать три свойства <u>IV-ой фигуры</u>: Ф4-1. Если большая посылка не является индифферентной, то меньшая посылка общая; Ф4-2. Если одна из посылок индифферентная, то большая посылка общая; Ф4-3. Если меньшая посылка не является индифферентной, то заключение частное.

Метатеорема 1. *В правильном силлогизме I фигуры меньшая посылка не является индифферентной (Ф1-2). Из остальных трех комбинаций посылок* $I_1MP\&A_3MS$, $I_2MP\&A_3MS$ *и* $I_3MP\&A_3MS$ *нельзя вывести заключение вида* I_nSP *и* A_nSP.

В силу того, что в ***IL2*** доказуема теорема $A_3MS \equiv A_3SM$, указанные комбинации эквивалентны следующим: $I_1MP\&A_3SM$, $I_2MP\&A_3SM$ и $I_3MP\&A_3SM$. Но при рассмотрении *I фигуры* мы установили, что из них не выводятся заключения вида I_nSP и A_nSP.

Покажем, что любой силлогизм I фигуры с меньшей индифферентной посылкой некорректен. Рассмотрим произвольный силлогизм I фигуры, в котором меньшая посылка индифферентная. Тогда, согласно ОП-1, большая посылка этого силлогизма не является индифферентной, а согласно ОП-2 его заключение индифферентно. В силлогизмах I фигуры больший термин является предикатом и в большей посылке, и в заключении. Предикат распределен только в индифферентных суждениях (РТ-2), поэтому больший термин не распределен в посылке, но распределен в заключении. В соответствии с ОП-7 данный силлогизм некорректен.

Метатеорема 1 доказана.

Метатеорема 2. *В правильном силлогизме I фигуры большая посылка является общей (Ф1-1).*

Покажем, что любой силлогизм I фигуры с большей частной посылкой некорректен. С этой целью рассмотрим произвольный силлогизм *I фигуры*, в котором большая посылка частная. Субъект в частных суждениях не распределен (РТ-1). Значит, субъект большей посылки не распределен, а этим субъектом в силлогизмах *I фигуры* является средний термин. Согласно Метатеореме1 меньшая посылка не является индифферентной. Значит, ее предикат не распределен (РТ-2), а таковым в силлогизмах *I фигуры* является средний термин. Таким образом, средний термин оказывается нераспределенным в обеих посылках. В соответствии с ОП-6 данный силлогизм некорректен.

Метатеорема 2 доказана.

Метатеорема 3. *В правильном силлогизме II фигуры одна из посылок является индифферентной (Ф2-2).*

Согласно ОП-1 любой силлогизм (в том числе и *II фигуры*) с двумя индифферентными посылками не является правильным. Покажем, что силлогизм *II фигуры* с двумя неиндифферентными посылками также некорректен.

Рассмотрим произвольный силлогизм *II фигуры*, в котором обе посылки не являются индифферентными. В утвердительных и отрицательных высказываниях предикат не распределен (РТ-2), а предикатом в обеих посылках *II фигуры* является средний термин. А согласно ОП-6 средний термин должен быть распределен хотя бы в одной посылке, поэтому данный силлогизм некорректен. Таким образом, в правильном силлогизме *II фигуры* ровно одна посылка должна быть индифферентной.

Метатеорема 3 доказана.

Метатеорема 4. *В правильном силлогизме II фигуры большая посылка является общей (Ф2-1).*

Покажем, что любой силлогизм *II фигуры* с частной большей посылкой некорректен.

Рассмотрим произвольный силлогизм *II фигуры*, в котором большая посылка частная. Согласно РТ-1 ее субъект не распределен, а субъектом большей посылки в силлогизмах *II фигуры* является больший термин. Согласно ОП-7 больший термин не распределен и в заключении, он является предикатом, поэтому заключение неиндифферентное (РТ-2). Но согласно Метатеореме 3 одна из посылок должна быть индифферентной. Тогда в соответствии с ОП-2 заключение также индифферентно. В рассуждении получено противоречие. Поэтому силлогизм *II фигуры* с частной большей посылкой некорректен.

Метатеорема 4 доказана.

Метатеорема 5. *В правильном силлогизме III фигуры меньшая посылка не является индифферентной (Ф3-1).*

Покажем, что любой силлогизм *III фигуры* с меньшей индифферентной посылкой некорректен.

Рассмотрим произвольный силлогизм *III фигуры* с меньшей индифферентной посылкой. В этом случае согласно ОП-1, большая посылка не является индифферентной, а согласно ОП-2 заключение индифферентно. В силлогизмах *III фигуры* больший термин является предикатом и в посылке, и в заключении. Так как большая посылка не является индифферентной, то больший термин в ней нераспределен (РТ-2). Заключение же силлогизма индифферентно, поэтому в нем больший термин распределен (РТ-2). Силлогизм, в котором больший термин не распределен в посылке и распределен в заключении, некорректен в соответствии с ОП-7.

Метатеорема 5 доказана.

Метатеорема 6. *В правильном силлогизме III фигуры заключение является частным (Ф3-2).*

Согласно Метатеореме 5 в правильных силлогизмах *III фигуры* меньшая посылка не является индифферентной. Следовательно, ее предикат не распределен (РТ-2), а предикатом меньшей посылки здесь является меньший термин. Поскольку меньший термин в посылке не распределен, он не распределен и в заключении ОП-2. Суждение, в котором не распределен субъект, является частным (РТ-1). Следовательно, заключение частное, ведь его субъект – нераспределенный меньший термин.

Метатеорема 6 доказана.

Метатеорема 7. *Если в правильном силлогизме IV фигуры большая посылка не является индифферентной, то меньшая посылка общая (Ф4-1).*

Покажем, что любой силлогизм *IV фигуры* с большей неиндифферентной посылкой и меньшей частной посылкой некорректен.

Рассмотрим произвольный силлогизм указанного вида. В силлогизмах *IV фигуры* средний термин является предикатом в большей посылке и субъектом в меньшей. Предикат в неиндифферентных суждениях не распределен (РТ-2), а субъект не распределен в частных суждениях (РТ-1). Таким образом, в данном силлогизме средний термин не распределен в обеих посылках. Согласно ОП-6 такой силлогизм некорректен.

Метатеорема 7 доказана.

Метатеорема 8. *Если в правильном силлогизме IV фигуры одна из посылок индифферентная, то большая посылка общая (Ф4-2).*

Покажем, что любой силлогизм *IV фигуры* с одной индифферентной посылкой и большей частной посылкой некорректен.

Рассмотрим произвольный силлогизм указанного вида. В силлогизмах *IV фигуры* больший термин является субъектом большей посылки, а поскольку она частная, то он в ней не распределен (РТ-1). При наличии индифферентной посылки заключение, согласно ОП-2, также будет индифферентным. Следовательно, его предикат – больший термин – распределен в заключении (РТ-2). Силлогизм, в котором крайний термин не распределен в посылке, но распределен в заключении, согласно ОП-7, некорректен.

Метатеорема 8 доказана.

Метатеорема 9. *Если в правильном силлогизме IV фигуры меньшая посылка не является индифферентной, то заключение частное (Ф4-3).*

Рассмотрим произвольный силлогизм *IV фигуры*, в котором меньшая посылка не является индифферентной. Согласно (РТ-2) предикат этой посылки не распределен. В силлогизмах *IV фигуры* предикатом меньшей посылки является меньший термин. Поскольку он в посылке не распределен, он также не распределен и в заключении в силу ОП-7. Заключение с нераспределенным субъектом является частным (РТ-1).

Метатеорема 9 доказана.

3.2.1 Доказательство двух основных свойств правильных силлогизмов

Для доказательства основной метатеоремы нам потребуется обосновать наличие у правильных силлогизмов всех четырех фигур *двух свойств*: ОС-1. По крайней мере одна из посылок является общей. ОС-2. Если одна из посылок частная, то заключение частное. Эти свойства точно такие же, как и в традиционной силлогистике. В доказательствах этих двух утверждений будем снова использовать семь общих правил силлогизма, особенности расположения терминов в посылках той или иной фигуры и правила распределенности терминов, а также только что доказанные метатеоремы.

Метатеорема 10. *В любом правильном силлогизме по крайней мере одна из посылок является общей (ОС-1).*

Покажем, что данное утверждение справедливо для правильных силлогизмов всех четырех фигур. В правильных силлогизмах *I* и *II фигуры* согласно (Ф1-1) и (Ф2-1) большая посылка общая, а значит по крайней мере одна из посылок общая.

В силлогизмах *III фигуры* средний термин является субъектом в обеих посылках. Согласно ОП-6 в правильном силлогизме он должен быть распределен по крайней мере в одной из посылок. А субъекты распределены в общих суждениях (РТ-1). Следовательно и в этом случае по крайней мере одна из посылок общая.

Рассмотрим, наконец, произвольный корректный силлогизм *IV фигуры*. Его большая посылка либо является индифферентной, либо не является таковой. Если она индифферентна, то по ОП-1 меньшая посылка такого не является. Тогда одна из посылок индифферентна, и, согласно (Ф4-2), большая посылка в этом силлогизме общая. Если же большая посылка не является индифферентной, то, согласно (Ф4-1), меньшая посылка этого силлогизма общая. Таким образом, в каждом из этих двух случаев хотя бы одна из посылок является общей.

Метатеорема 10 доказана.

Метатеорема 11. *Если в правильном силлогизме одна из посылок частная, то его заключение является частным (ОС-2).*

Покажем, что данное утверждение справедливо для правильных силлогизмов всех четырех фигур.

В правильных силлогизмах *I* и *II фигуры*, согласно (Ф1-1) и (Ф2-1), большая посылка общая, а значит частной может быть лишь меньшая посылка. Субъектом меньшей посылки в силлогизмах *I* и *II фигуры* является меньший термин. Если эта посылка частная, то меньший термин в ней не распределен (РТ-1). Но тогда меньший термин, согласно ОП-2, не распределен и в заключении. Поскольку меньший термин является субъектом заключения, то оно тоже должно быть частным.

В правильных силлогизмах *III фигуры* обосновываемое импликативное утверждение верно в силу истинности его консеквента: заключение в этих силлогизмах, согласно (Ф3-1), является частным.

Рассмотрим произвольный корректный силлогизм *IV фигуры*. Допустим, что одна из его посылок частная. Если частной является большая посылка, то в этом силлогизме нет индифферентных посылок (данное утверждение получается из (Ф4-2) по контрапозиции). Если же частной является меньшая посылка, то большая посылка индифферентная (данное утверждение получается из (Ф4-1) по контрапозиции). Но тогда, в силу ОП-1, меньшая посылка не является индифферентной. В любом случае при наличии частной посылки в правильном силлогизме *IV фигуры* меньшая посылка не будет индифферентной.

Предикатом меньшей посылки в силлогизмах *IV фигуры* является меньший термин. И поскольку меньшая посылка не является индифферентной, то меньший термин в ней не распределен (РТ-2). Но тогда он не распределен и в заключении (ОП-2). Меньший термин является его субъектом, а значит заключение будет частным (РТ-1).

Метатеорема 11 доказана.

3.2.2 Основная метатеорема

Было показано, что существует в точности 64 ***IL*2**-валидных силлогизма. Докажем, что именно эти 64 силлогизма являются правильными (удовлетворяют каждому из семи общих правил), а все остальные силлогизмы интенсионального варианта воображаемой логики являются неправильными.

Метатеорема 12. *Все **IL2**-валидные силлогизмы, и только они, являются правильными.*

Несложно убедиться в том, что каждый из 64-х ***IL*2**-валидных силлогизмов является правильным, поскольку удовлетворяет всем семи критериям ОП-1 –- ОП-7.

Остается показать, что все остальные (не являющиеся ***IL*2**-валидными) силлогизмы некорректны. Если учитывать типы большей и меньшей посылок (их количество и качество), то существует 36 их возможных комбинаций. 4 комбинации с двумя индифферентными посылками – A_3A_3, A_3I_3, I_3A_3, I_3I_3 – дают, не зависимо от того, каково заключение, для всех четырех фигур неправильные силлогизмы, так как в них нарушается правило ОП-1. Также неправильными, в силу свойства (ОС-1), будут силлогизмы любой фигуры со всевозможными комбинациями двух частных посылок: I_1I_1, I_1I_2, I_1I_3, I_2I_1, I_2I_2, I_2I_3, I_3I_1, I_3I_2, I_3I_3 (последняя комбинация посылок входит в оба списка отбрасываемых силлогизмов). Для остальных 24-х комбинаций вопрос о существовании правильных силлогизмов с посылками соответствующих типов должен решаться для каждой фигуры в частном порядке.

I фигура. В ней, в силу (Ф1-1) и (Ф1-2), неправильными являются модусы с большей частной посылкой и модусы с меньшей индифферентной посылкой. То есть к перечисленным выше 12-ти комбинациям посылок, дающим при любом заключении неправильный силлогизм, добавляются еще 12: I_1A_1, I_1A_2, I_1A_3, I_2A_1, I_2A_2, I_2A_3, I_3A_1, I_3A_2, A_1A_3, A_2A_3, A_1I_3, A_2I_3. Таким образом, правильными в *I фигуре* могут оказаться лишь модусы со следующими двенадцатью комбинациями посылок: A_1A_1, A_1A_2, A_2A_1, A_2A_2, A_3A_1, A_3A_2, A_1I_1, A_1I_2, A_2I_1, A_2I_2, A_3I_1, A_3I_2. Корректность или некорректность этих модусов теперь уже зависит от типа заключения.

В тех случаях, когда посылки правильного силлогизма обе утвердительные или отрицательные (A_1A_1, A_1I_1, A_2A_2, A_2I_2), заключение, согласно ОП-3 и ОП-4, должно быть утвердительным. Поэтому силлогизмы с указанными комбинациями посылок и заключениями типов A_2, I_2, A_3, I_3 некорректны. В случаях, когда одна из посылок правильного силлогизма утвердительная, а другая отрицательная (A_1A_2, A_2A_1, A_1I_2, A_2I_1), заключение, в силу ОП-5, должно быть отрицательным. Поэтому силлогизмы с данными комбинациями посылок и заключениями типов A_1, I_1, A_3, I_3 некорректны. В случаях, когда большая посылка правильного силлогизма является индифферентной (A_3A_1, A_3A_2, A_3I_1, A_3I_2), заключение, в соответствие с ОП-2, также должно быть индифферентным. Поэтому силлогизмы с такими комбинациями посылок и заключениями типов A_1, I_1, A_2, I_2 некорректны. В правильных силлогизмах, содержащих частную посылку (а таковой в *I фигуре* может быть только меньшая посылка), заключение, в силу (ОС-2), должно быть частным. Поэтому силлогизмы $A_1I_1A_1$, $A_1I_2A_2$, $A_2I_1A_2$, $A_2I_2A_1$, $A_3I_1A_3$, $A_3I_2A_3$ некорректны. Таким образом, все силлогизмы *I фигуры*, за исключением 18-ти IL2-валидных, не являются правильными.

II фигура. В ней, в силу (Ф2-1) и (Ф2-2), неправильными являются модусы с большей частной посылкой и модусы, в которых нет индифферентной посылки.

Таким образом к указанным 12-ти неправильным комбинациям посылок для всех фигур добавляются еще 16: I_1A_1, I_1A_2, I_1A_3, I_2A_1, I_2A_2, I_2A_3, I_3A_1, I_3A_2, A_1A_1, A_1A_2, A_2A_1, A_2A_2, A_1I_1, A_1I_2, A_2I_1, A_2I_2. Тогда правильными во *II фигуре* могут оказаться лишь модусы со следующими восьмью комбинациями посылок: A_1A_3, A_2A_3, A_3A_1, A_3A_2, A_1I_3, A_2I_3, A_3I_1, A_3I_2. Корректность или некорректность этих модусов теперь уже зависит от типа заключения.

Так как во всех правильных силлогизмах данной фигуры одна из посылок индифферентная (Ф2-2), то из ОП-2 следует, что заключение должно также быть индифферентным. Следовательно, силлогизмы с посылками каждой из указанных восьми комбинаций и заключениями типов A_1, I_1, A_2, I_2 некорректны. В правильных силлогизмах, содержащих частную посылку (а таковой во *II фигуре* может быть только меньшая посылка), заключение, в силу ОС–2, должно быть частным. Поэтому силлогизмы $A_1I_3A_3$, $A_2I_3A_3$, $A_3I_1A_3$, $A_3I_2A_3$ некорректны. Таким образом, все силлогизмы *II фигуры*, за исключением 12-ти IL2-валидных, не являются правильными.

III фигура. В третьей фигуре, в силу (Ф3-1), сразу исключаются силлогизмы, в которых меньшая посылка является индифферентной, то есть, к перечисленным выше 12-ти комбинациям посылок, дающим при любом заключении неправильный силлогизм, добавляются еще 6: A_1A_3, A_2A_3, A_1I_3, A_2I_3, I_1A_3, I_2A_3. Таким образом, правильными в I фигуре могут оказаться лишь модусы со следующими 18-ю комбинациями посылок: I_1A_1, I_1A_2, I_2A_1, I_2A_2, I_3A_1, I_3A_2, A_1A_1, A_1A_2, A_2A_1, A_2A_2, A_3A_1, A_3A_2, A_1I_1, A_1I_2, A_2I_1, A_2I_2, A_3I_1, A_3I_2. Корректность или некорректность этих модусов зависит от типа заключения.

Поскольку в правильных силлогизмах *III фигуры* заключение должно быть частным (Ф3-2), силлогизмы с каждой из 18-ти упомянутых комбинаций посылок и заключениями типов A_1,A_2,A_3 некорректны. В тех случаях, когда обе посылки правильного силлогизма утвердительные или обе отрицательные (A_1A_1, A_1I_1, A_2A_2, A_2I_2) заключение, согласно ОП-3 и ОП-4, должно быть утвердительным, то есть не может иметь тип I_2 и I_3. В случаях, когда одна из посылок правильного силлогизма утвердительная, а другая отрицательная (A_1A_2, A_2A_1, A_1I_2, A_2I_1, I_1A_2, I_2A_1), заключение, в силу ОП-5, должно быть отрицательным, то есть не может иметь тип I_1 и I_3. В случаях, когда большая посылка правильного силлогизма является индифферентной (A_3A_1, A_3A_2,A_3I_1,A_3I_2,I_3A_1,I_3A_2) заключение, в соответствие с ОП-2, также должно быть индифферентным, то есть не может иметь тип I_1 и I_2. Таким образом, все силлогизмы *III фигуры*, за исключением 18-ти ***IL*2**-валидных, не являются правильными.

IV фигура. К 12-ти комбинациям посылок, дающих при любом заключении неправильный силлогизм, добавляются, в силу (Ф4–1), 6 таких, где большая посылка не является индифферентной, а меньшая является частной ($A_1I_1, A_1I_2, A_1I_3, A_2I_1, A_2I_2, A_2I_3$), а также, в силу (Ф4–2), 4 таких, где одна из посылок индифферентна, а большая частная – ($I_1A_3, I_2A_3, I_3A_1, I_3A_2$). Таким образом, правильными в *IV фигуре* могут оказаться лишь модусы со следующими

четырнадцатью комбинациями посылок: $A_1A_1, A_1A_2,$
$A_1A_3, A_2A_1, A_2A_2, A_2A_3, A_3A_1, A_3A_2, A_3I_1, A_3I_2, I_1A_1, I_1A_2, I_2A_1, I_2A_2$. Корректность или некорректность этих модусов зависит от типа заключения.

В тех случаях, когда обе посылки правильного силлогизма утвердительные или же обе они отрицательные ($A_1A_1, A_2A_2, I_1A_1, I_2A_2$), заключение, согласно ОП-3 и ОП-4, должно быть утвердительным, а в силу (Ф4-3), оно должно быть частным. Поэтому силлогизмы с указанными комбинациями посылок и заключениями типов A_2, I_2, A_3, I_3, A_1 некорректны.

В случаях, когда одна из посылок правильного силлогизма утвердительная, а другая отрицательная ($A_1A_2, A_2A_1, I_1A_2, I_2A_1$), заключение, в силу ОП-5, должно быть отрицательным, а в силу (Ф4-3), оно должно быть частным. Поэтому силлогизмы с данными комбинациями посылок и заключениями типов A_1, I_1, A_3, I_3, A_2 некорректны.

В случаях, когда одна из посылок правильного силлогизма индифферентна ($A_1A_3, A_2A_3, A_3A_1, A_3A_2, A_3I_1, A_3I_2$) заключение, в силу ОП-2, должно быть индифферентным. Поэтому силлогизмы с этими комбинациями посылок и заключениями типов A_1, I_1, A_2, I_2 некорректны. Некорректными также являются модусы $A_3A_1A_3$, $A_3A_2A_3$ (в них заключение общее при меньшей не индифферентной посылке, что не согласуется с (Ф4-3)) и $A_3I_1A_3, A_3I_2A_3$ (в них заключение общее при наличии частной посылки, что не согласуется с (ОС-2)).

Таким образом, все силлогизмы *IV фигуры*, кроме шестнадцати ***IL*2**- валидных, не являются правильными.

Метатеорема о том, что множество ***IL*2**-валидных силлогизмов равно множеству правильных силлогизмов, доказана.

3.3 Взаимосвязь интенсионального варианта воображаемой логики и традиционной силлогистики[39]

Традиция построения силлогистических теорий, исходящая от Аристотеля, предполагает рассмотрение *объемных* отношений между общими терминами. Силлогистические константы при таком подходе выражают *экстенсиональные* отношения между объемами понятий (в традиционной логике – между двумя множествами). В данном ключе была предложена реконструкция воображаемой логики ***IL***, рассмотренная нами ранее, с тем отличием, что в ней рассматривались отношения не между двумя, а между тремя множествами.

Но в истории логики имеется альтернативный подход к интерпретации категорических суждений. Он заключается в трактовке субъекта и предиката высказывания как понятийных конструкций, но уже с точки зрения содержательных характеристик. В современном учении о понятии содержанием понятия называют признак, посредством которого выделяются и обобщаются предметы в понятии (данный признак может быть простым или сложным). В традиционной логике под содержанием понятия обычно понималась совокупность признаков – положительных (указывающих на наличие свойств) и отрицательных (указывающих на их отсутствие). Напомним, что между объемами и содержаниями понятий (если у них один универсум) действует закон обратного отношения: если одно понятие шире другого по объему, то оно беднее по содержанию и наоборот. В данном ключе была предложена реконструкция альтернативного варианта воображаемой логики ***IL*2**, подробно рассмотренная нами ранее.

Справедливо заметить, что Н.А. Васильев не был первым, кто предложил такой подход к интерпретации суждений. Многие исследователи отдают первенство в разработке данного подхода Г. Лейбницу: «По-видимому, впервые идея интенсиональной интерпретации силлогистики в отчетливом виде была высказана Г. Лейбницем, который прямо противопоставлял «содержательную» трактовку ка-

[39]Материал данного раздела нашел свое отражение в статьях [Легейдо, Конькова, 2022] и [Konkova, Legeydo, 2022], а также в публикации [Конькова, Легейдо, 2021].

тегорических суждений «объемной», схоластической» [Бочаров, Маркин, 2010, с. 301]. Данный подход Лейбниц разрабатывал в ряде работ: «Элементы исчисления» [Лейбниц, 1984, Т.3 514-523] и «Новые опыты о человеческом разумении» [Там же, Т.2 47-546]. Однако, долгое время идеи Лейбница не находили последователей, его работы, посвященные данной тематике, оказались не столь популярны и оставались в тени других философских работ. Скорее всего Н.А. Васильев, предлагая интенсиональную интерпретацию, делал это совершенно независимо от работ Лейбница. Данные работы Лейбница были переведены на английский и русский языки только во второй половине XX в., поэтому Васильев, по всей видимости, был с ними не знаком.

Уже в наше время было разработано несколько способов построения адекватной формализации идей Г.Лейбница. Одним из вариантов построения интенсиональной семантики для лейбницивского подхода является семантика для традиционной силлогистики **C4** (силлогистики Лукасевича), предложенная В.И. Маркиным [Маркин, 2001].

Совместно с М.М. Легейдо были рассмотрены два варианта интенсиональных подходов Г. Лейбница и Н.А. Васильева [Konkova, Legeydo, 2022], а также рассмотрен вопрос о взаимосвязи двух интенсиональных силлогистических систем: традиционной силлогистики **C4** и логики понятий Н.А. Васильева ***IL*2** [Конькова, Легейдо, 2021]. Было сделано предположение, что более богатая система ***IL*2** является консервативным расширением системы **C4**.

Напомним основные постулаты **C4**:

$A0.$ Аксиомы КИВ

$A1.$ $(MaP \& SaM) \supset SaP$

$A2.$ $(MaP \& SiM) \supset SiP$

$A3.$ SaS

$A4.$ SiS

Напомним интенсиональную семантику для этой системы. Рассматривается множество литералов L, которые репрезентируют признаки:

L $\{p_1, \sim p_1, p_2, \sim p_2, p_3, \sim p_3, \ldots\}$. Признаки могут быть положительные (p_i) и отрицательные ($\sim p_i$). На понятия накладываются два ограничения: (а) они не должны быть пустыми $\alpha \neq \varnothing$ (то есть содержат хотя бы один признак); (б) они не содержат противоречащих друг другу признаков p_i и $\sim p_i$ (то есть не существует p_i такого, что $p_i \in \alpha$ и $\sim p_i \in \alpha$).

На множестве всех непротиворечивых понятий ***(M)*** задается операция *, которая сопоставляет каждому понятию α противоположное ему понятие α^*: ($p_i \in \alpha^* \iff \sim p_i \in \alpha$; и $\sim p_i \in \alpha^* \iff p_i \in \alpha$).

Вводится интерпретационная функция d, сопоставляющая каждому общему термину некоторое непустое непротиворечивое понятие (трактуемое интенсионально).

Определение 1. *Условия истинности элементарных формул языка позитивной силлогистики при интерпретации d:*

$$|SaP|^d = 1 \quad \Leftrightarrow \quad d(P) \subseteq d(S);$$
$$|SiP|^d = 1 \quad \Leftrightarrow \quad d(P)^* \cap d(S) = \varnothing$$

Условия истинности сложных формул обычные.

Для решения поставленной задачи перезададим алфавит для исчисления **С4** в соответствии с алфавитом исчисления ***IL*2** – вместо константы a будет использоваться константа воображаемой логики для общих утвердительных суждений A_1, а вместо константы i – константа воображаемой логики I_1. Теперь необходимо переписать аксиомы исчисления **С4** с учетом новой записи констант, для удобства различения систем обозначим полученную систему **C4***:

C4	**C4***
$A0.$Аксиомы КИВ	$\Rightarrow A0^*.$Аксиомы КИВ
$A1.(MaP\&SaM) \supset SaP$	$\Rightarrow A1^*.(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP$
$A2.(MaP\&SiM) \supset SiP$	$\Rightarrow A2^*.(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP$
$A3.SaS$	$\Rightarrow A3^*.A_1SS$
$A4.SiS$	$\Rightarrow A4^*.I_1SS$

Единственное правило вывода – modus ponens. Полученное исчисление **C4*** обладает всеми свойствами исчисления **C4**.

Определение 2. *Условия истинности атомарных формул:*

$$| A_1SP |^d = 1 \iff d(P) \subseteq d(S)$$
$$| I_1SP |^d = 1 \iff d(P)^* \cap d(S) = \varnothing$$

Следующим шагом приведем аксиомы ***IL*2**, необходимые для решения поставленной задачи:

IL2.0.	Аксиомы КИВ		
IL2.1.	$(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP$	IL2.5.	$(A_1MP\&I_1SM) \supset I_1SP$
IL2.2.	$(A_1MP\&A_2SM) \supset A_2SP$	IL2.9.	A_1SS
IL2.3.	$(A_2MP\&A_1SM) \supset A_2SP$	IL2.12.	$I_1SP \supset I_1PS$
IL2.4.	$(A_2MP\&A_2SM) \supset A_1SP$	IL2.14.	$A_1SP \supset I_1SP$

Единственное правило вывода – modus ponens.

Интенсиональная семантика для ***IL*2** приведена в данной главе в разделе 2.1. Отметим лишь тот факт, что семантика для логики понятий использует те же самые конструкции, что и приведенная выше семантика для силлогистики **C4**. Ранее были приведены и условия истинности атомарных формул для ***IL*2**. Переформулируем их в одном ключе с условиями истинности для **C4**:

Определение 3. *Условия истинности формул логики понятий для общих и частных суждений:*

$$
\begin{aligned}
|A_1SP|^d = 1 &\iff d(P) \subseteq d(S);\\
|A_2SP|^d = 1 &\iff d(P)^* \subseteq d(S);\\
|A_3SP|^d = 1 &\iff d(P) \cap d(S) \neq \varnothing \text{ и } d(P)^* \cap d(S) \neq \varnothing;\\
|I_1SP|^d = 1 &\iff d(P)^* \cap d(S) = \varnothing;\\
|I_2SP|^d = 1 &\iff d(P) \cap d(S) = \varnothing;\\
|I_3SP|^d = 1 &\iff d(P) \backslash d(S) \neq \varnothing \text{ и } d(P)^* \backslash d(S) \neq \varnothing.
\end{aligned}
$$

Условия истинности сложных формул обычные. Формула A общезначима в данной семантике, если и только если $|A|^d = 1$ для любой интерпретирующей функции d.

Приведем обоснование тезиса – ***IL*2** является *консервативным расширением* системы **C4**. Чтобы доказать это, необходимо доказать, что ***IL*2** теория является расширением **C4**. Для решения этой задачи воспользуемся определениям *расширения и консервативного расширения теории* В.А. Смирнова [Смирнов, 2021, с. 57]:

Определение 4. *«Теория T_2 является расширением теории T_1, если и только если всякое предложение, доказуемое в T_1, доказуемо и в T_2. Если T_2 есть расширение T_1, то T_1 будем называть подтеорией T_2».*

Определение 5. *«Теория T_2 есть консервативиное расширение теории T_1 тогда и только тогда, когда T_2 есть расширение T_1 и для всякого предложения A, сформулированного в терминах теории T_1, если A доказуемо в T_2, то оно доказуемо в T_1».*

Теорема 4. *Любая формула, доказуемая в исчислении **C4*** доказуема в исчислении **IL2**.*

Доказательство ведется индукцией по длине доказательства формулы в исчислении ***C4****. Для доказательства теоремы достаточно будет показать, что все аксиомы исчисления ***C4**** доказуемы в ***IL2***.

Доказательство. A0*: аксиомы классического исчисления высказываний являются аксиомами исчисления ***IL2***, а потому доказуемы в нем;

A1*: $(A_1MP\&A_1SM) \supset A_1SP$ аксиома IL2.1 исчисления ***IL2***;

A2*: $(A_1MP\&I_1MS) \supset I_1SP$

1. $A_1MP\&I_1SM \supset I_1SP$ (IL2.5)

2. $I_1MS \supset I_1SM$ (IL2.12)

3. $A_1MP\&I_1MS \supset I_1SP$ (1,2; по законам логики высказываний)

A3*:A_1SS (аксиома IL2.9 исчисления ***IL2***);

A4*: I_1SS

1. $A_1SS \supset \ I_1SS$ (IL2.14)

2. A_1SS (IL2.9)

3. I_1SS (1,2; ЛВ)

Правило *modus ponens* имеется в обоих исчислениях. □

Теорема 4 доказана. Данная теорема эквивалентна утверждению о том, что исчисление ***IL2*** является расширением исчисления ***C4****, согласно определению 4.

Выделим в языке исчисления ***IL2*** подъязык с двумя силлогистическими константами: A_1 и I_1.

Теорема 5. *Для любой формулы подъязыка верно, что она общезначима в* ***IL2*** *тогда и только тогда, когда она общезначима в* ***C4****.

Доказательство. Для доказательства этой теоремы будем использовать следующую лемму:

Лемма 6. *Для всякой формулы* A *подъязыка* ***IL2*** *верно, что* $|\mathbf{A}|^d_{IL2} = 1$ *тогда и только тогда, когда* $|\mathbf{A}|^d_{C4^*} = 1$.

Доказательство ведется возвратной индукцией по числу пропозициональных связок в составе A: A имеет вид A_1SP: $|A_1SP|^d_{IL2} = 1$ (по опр.1) $\Leftrightarrow d(P) \subseteq d(S) \Leftrightarrow |A_1SP|^d_{C4^*} = 1$ (по опр.2)

Случай, когда формула A имеет вид I_1SP, доказывается аналогично.

Далее рассмотрим случаи, когда A – сложная формула. Используем индуктивное допущение: для любой формулы B с меньшим, чем у A, числом пропозициональных связок верно, что $|B|^d_{IL2} = 1 \Leftrightarrow |B|^d_{C4^*} = 1$. Условия истинности пропозициональных связок у ***IL*2** и **C4*** совпадают, а значит, доказательство данного пункта тривиально. □

Теорема 5 доказана, так как является простым следствием из леммы 6.

Докажем, что согласно определению 5 ***IL*2** является консервативным расширением исчисления ***C4****.

Теорема 6. *Исчисление **IL2** является консервативным расширением исчисления **C4****.

Доказательство. Факт того, что система ***IL*2** является расширением системы ***C4**** – уже доказано в Теореме 4.

Остается доказать, что для всякого предложения A, сформулированного в терминах теории **C4***, если A доказуемо в ***IL*2**, то оно доказуемо в ***C4**** следует из следующих утверждений:

(1) Семантическая непротиворечивость исчисления ***IL*2** доказана В.И. Маркиным и Д.В. Зайцевым [Зайцев, Маркин, 1999]; (2) Доказательство теоремы 5, которая говорит о том, что любая формула языка ***C4**** общезначима в ***IL*2** тогда и только тогда, когда она общезначима в ***C4****; (3) Доказательство семантической полноты исчисления ***C4**** имеется в работе В.А. Бочарова и В.И. Маркина [Бочаров, Маркин, 2010, с. 90]. □

Теорема 6 доказана.

T_2 – есть более богатая теория, чем T_1. Данная теорема эквивалентна определению 5 о том, что исчисление ***IL*2** является консервативным расширением традиционной силлогистики (силлогистики Лукасевича в интенсиональном варианте) ***C4***, поскольку доказано, что всякая формула, доказуемая в воображаемой логике, доказуема в традиционной силлогистике.

Заключение

Во введении к диссертации была поставлена цель – установить адекватность (соответствие) реконструкций воображаемой логики ***IL*** и ***IL*2** с оригинальными системами, предложенными Н.А. Васильевым и выявить взаимосвязь систем воображаемой логики с традиционной силлогистики. Для достижения поставленной цели была проведена работа по решению сопутствующих задач.

В главе 1 данного диссертационного исследования был проведен текстологический анализ работ Н.А. Васильев. Были рассмотрены оригинальные источники, в которых Н.А. Васильев изложил свои идеи основного и альтернативного (интенсионального) вариантов неклассической логики, рассмотрены обоснования логика, касающиеся возможности и необходимости построения неаристотелевой логики, проанализированы выделяемые им законы и правильные умозаключения. Определена «карта» дальнейшего анализа имеющихся реконструкций воображаемой логики.

В главе 2 решена задача анализа реконструкции основного варианта воображаемой логики (системы ***IL***). В разделе 2.1 приведено последовательное изложение системы ***IL***, являющейся реконструкцией воображаемой логики. Проанализированы и обоснованы законы, принимаемые в системе, а также проведен сравнительный анализ данных законов с традиционной силлогистикой. Из всех возможных 864 силлогизмов выделены все ***IL***-валидные силлогизмы, приведено их семантическое обоснование: 17 силлогизмов являются ***IL***-валидными (принимаемые Васильевым) в традиционном понимании, а также 18 силлогизмов особого рода – с заключением в виде одной из исключающих форм. Методом подбора контрмоделей показано, что все остальные силлогизмы являются опровержимыми в ***IL***, что соответствует идее Н.А. Васильева о формах корректных умозаключений. Все вышеописанное позволяет говорить о том, что идея основного варианта воображаемой логики успешно реализована с помощью современного логического аппарата.

В разделе 2.2 главы 2 данного диссертационного исследования решена еще одна поставленная во введении задача – построена особая логика суждений существования $\boldsymbol{IL\Upsilon}$, в которой адекватно выражены суждения воображаемой логики $\boldsymbol{IL}$. Сформулирован аналитико-табличный вариант $\boldsymbol{IL\Upsilon}$ с целью автоматизировать процедуру проверки умозаключений из суждений существования. Показана непротиворечивость (адекватность) аналитико-табличного исчисления относительно логики суждений существования.

В главе 3 решена задача, связанная с анализом альтернативного варианта воображаемой логики. В разделе 3.1 приведено последовательное изложение системы $\boldsymbol{IL2}$, являющейся реконструкцией интенсионального варианта воображаемой логики. Проанализированы и обоснованы законы, принимаемые в системе. Проанализированы формы силлогистических умозаключений для каждой фигуры силлогизма, выделено 64 $\boldsymbol{IL2}$-валидных. Установлено, что все остальные формы умозаключений таковыми не являются. Также решена еще одна задача исследования – в ходе рассмотрения системы $\boldsymbol{IL2}$ произведен её сравнительный анализ с основным вариантом воображаемой логики (системой $\boldsymbol{IL}$). В $\boldsymbol{IL2}$ принимаются обращения для общих отрицательных суждений (в сильном и слабом смысле), тогда как в $\boldsymbol{IL}$ возможно лишь «квазиобращение» таких высказываний, а закона обращения частноотрицательных суждений $I_2SP \supset I_2PS$ в $\boldsymbol{IL}$ вообще нет. Кроме того, все $\boldsymbol{IL}$-валидные силлогизмы в традиционном понимании являются и $\boldsymbol{IL2}$-валидными. Благодаря интенсиональной трактовке суждений в $\boldsymbol{IL2}$ появляются корректные модусы, где обе посылки есть отрицательные (в сильном смысле) суждения, при этом заключение таких модусов является утвердительным.

В разделе 3.2 сформулирована система общих правил силлогизма для $\boldsymbol{IL2}$: сформулированы правила распределенности терминов, общие правила и свойства фигур. Доказаны метатеоремы о том, что правильные силлогизмы обладают данными свойствами. Решена основная задача данного раздела, доказана метатеорема о равенстве множества $\boldsymbol{IL2}$-валидных силлогизмов и множества силлогизмов, удовлетворяющих сформулированным правилам. Полученные результаты позволяют говорить о том, что современная реконструкция альтернативного варианта воображаемой логики является адекватной системой, и для нее возможно сформулировать систему общих правил по аналогии с традиционной силлогистикой.

Раздел 3.3 посвящен анализу взаимосвязи воображаемой логики с традиционной силлогистикой. Дана характеристика разницы интерпретации атрибутивных суждений как объемных отношений между общими терминами (экстенсиональный подход) и интерпретации, где с субъектом и предикатом связывается их содержание (интенсиональный подход). Было установлено, что ***IL*2** семантически соотносится с интенсиональными идеями Лейбница. Рассмотрены две силлогистические системы в интенсиональной трактовке ***IL*2** и **C4**, проведен анализ семантики двух систем. Доказано предположение о том, что ***IL*2** содержит в себе **C4**, то есть является ее *консервативным расширением*. Данный результат важен для исследования связей между различными силлогистическими системами, в том числе сформулированными в разных языках.

Список литературы

Аносова В. В. Логические идеи Н.А. Васильева и паранепротиворечивые системы логики : канд.филос.наук : 09.00.01 / Аносова В. В. — МГУ имени М.В. Ломоносова, 1984.

Аносова В. В. Неклассическое отрицание в «воображаемой» логике Н.А. Васильева // Материалы IV Советско-финского коллоквиума по логике «Интенсиональные логики и логическая структура теорий». — Тбилиси, 1985.

Аносова В. В. Паранепротиворечивые логики и логические идеи Н.А. Васильева // Философские проблемы модальной и интенсиональной логики. — Москва, 1982a.

Аносова В. В. Связь логических идей Н.А. Васильева с многозначной логикой // Модальные и интесиональные логики: VIII Всесоюз. конф. Логика и методология науки. — Москва, 1982b.

Бажанов В. А. Казанский университет и рождение неклассической логики // Ученые записки Казанского Государственного Университета. — 2008. — Т. 150, № 1. — С. 26—31.

Бажанов В. А. Н.А. Васильев и его воображаемая логика. Воскрешение одной забытой идеи. — Москва : Канон+, 2009.

Бажанов В. А. Становление и развитие логических идей Н.А. Васильева // Философские науки. — 1986. — № 3. — С. 74—82.

Бажанов В. А. У истоков современной неклассической логики. — М. : Наука, 1987. — С. 79—86.

Беликов А. А. Интерпретация идей Н. А. Васильева в русле теории обобщенных истинностных значений // Ценности и смыслы. — 2018. — Т. 2. — С. 127—136.

Бочаров В. А., Маркин В. И. Силлогистические теории. — М.: Прогресс-Традиция, 2010.

Ванчугов В. В. «Прагматический эпизод» в биографии логика Н.А. Васильева // Вестник РУДН. — 2012. — Т. 3. — С. 61—67.

Васильев А. А. Логическое следование Аристотеля и логика христианской антиномии // Вестник Русской христианской гуманитарной академии. — 2011. — Т. Том. 12, Вып. 2. — С. 160—166.

Васильев Н. А. Воображаемая логика. Избранные труды. // / под ред. В. И. Смирнов. — М.: Наука, 1989.

Васильев Н. А. Логика и металогика // Международный Ежегодник по Философии Культуры Логосъ, русское издание 1912–1913. — 1913. — Т. Книга первая и вторая. — С. 53—81.

Васильев Н. А. Третий Международный философский конгресс (Гейдельберг, 31-го августа - 5-го сентября 1908 г.) // Философские науки. — 2012a. — Т. 6. — С. 121—135.

Васильев Н. А. Третий Международный философский конгресс (Гейдельберг, 31-го августа - 5-го сентября 1908 года нового стиля) // Министерство народного просвещения. — 1909. — С. 53—85.

Васильев Н. А. Третий Международный философский конгресс (Гейдельберг, 31-го августа - 5-го сентября 1908 года нового стиля) // Философские науки. — 2012b. — Т. 5. — С. 105—115.

Гегель Г. В. Ф. Энциклопедия философских наук. — Москва : Мысль, 1974.

Гессен С. И. Н.А. Васильев О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертаго. Казань, 1910. стр. 47. // Логос. — 1910. — Т. Кн.2. — С. 287—288.

Горбатов В. В. «Воображаемая логика» Н.А. Васильева и современные неклассические логики // Эпистемология и философия науки. — 2011. — Т. 27, № 1. — С. 230—234.

Горбатов В. В., Горбатова Ю. В. Модальная версия онтологического аргумента в свете логических идей Н.А. Васильева // Вестник Томского государственного университета Философия. Социология. Политология. — 2013. — Т. 24, № 4. — С. 11—25.

Зайцев Д. В. Интерпретация воображаемой логики: реконструкция идей Н.А. Васильева // Современная логика, проблемы теории, истории и применения в науке. Материалы V Общероссийской научной конференции. — СПб, 1998.

Зайцев Д. В., Маркин В. И. Воображаемая логика-2: реконструкция одного из вариантов знаменитой логической системы Н.А. Васильева // Труды научно-исследовательского семинара Логического центра Института философии РАН. Т. 13. — М., 1999. — С. 134—142.

Конькова А. В. Воображаемая логика – 2 Н.А. Васильева как силлогистическая теория. // Логические исследования / Logical Investigations. — 2019. — Т. 25, № 2. — С. 94—113.

Конькова А. В. О корректных силлогизмах основного варианта Воображаемой логики Н.А. Васильева // Логические исследования / Logical Investigations. — 2023a. — Т. 29, № 1. — С. 84—100.

Конькова А. В. Суждения о существовании в воображаемой логике Н.А. Васильева // Тринадцатые Смирновские чтения: материалы Международной научной конференции. — Москва : Воробьёв А. В, 2023b. — С. 150—154.

Конькова А. В., Легейдо М. М. Об интересной связи между традиционной силлогистикой и воображаемой логикой // Двенадцатые Смирновские чтения: материалы Международной научной конференции, Москва, 24–26 июня 2021 г. — Москва : Русское общество истории и философии науки, 2021. — С. 188—192.

Конькова А. В., Маркин В. И. Правила силлогизма для альтернативного варианта воображаемой логики Н.А. Васильева // Второй Международный Конгресс Русского общества истории и философии науки Наука как общественное благо. Сборник научных статей. Т.4. — Издательство РОИФН, 2020a. — С. 88—91.

Конькова А. В., Маркин В. И. Силлогистика с двумя видами отрицания (реконструкция одной идеи Н.А. Васильева) // Вестник Московского университета. Серия 7: Философия. — М., 2020b. — № 5. — С. 7.

Копнин П. В. Диалектика, Логика, Наука. — Москва : Издательство «НАУКА», 1973.

Костюк Т. П. Позитивные силлогистики васильевского типа. // Логические исследования. — 1998. — Т. 6. — С. 259—267.

Костюк Т. П. Реконструкция ассерторической силлогистики Н.А. Васильева // 1-й Российский Философский конгресс. человек – Философия – Гуманизм. «Онтология, гноселогия, логика и аналитическая философия». — Спб., 1997.

Костюк Т. П. Реконструкция логических систем Н.А. Васильева средствами современной логики. : канд. филос. наук : 09.00.07 / Костюк Т. П. — М. : МГУ имени М.В. Ломоносова, 1999.

Костюк Т. П., Маркин В. И. Формальная реконструкция воображаемой логики Н.А. Васильева // Современная логика: теория, история и приложения в науке, труды V Всероссийской научной конференции. — СПБ : Публикация Дом Санкт-Петербургского государственного университета, 1998. — С. 154—159.

Легейдо М. М., Конькова А. В. Об интересной связи между традиционной силлогистикой и воображаемой логикой // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. — 2022. — № 70. — С. 48—58.

Лейбниц Г. В. Сочинения в четырех томах. — М. : Мысль, 1984.

Максимов Д. Логика Н.А. Васильева и многозначные логики // Логические исследования. — 2016. — Т. 22, № 1. — С. 82—107.

Мальцев А. И. Избранные труды. Т.1. — Москва : Наука, 1976.

Мальцев А. И. К Истории алгебры в СССР за первые 25 лет // Алгебра и логика. — 1971. — Т. 10, № 1. — С. 103—118.

Маркин В. И. Интенсиональная семантика традиционной силлогистики. // Логические исследования. — 2001. — Т. 8. — С. 82—91.

Маркин В. И. Логика суждений существования и силлогистика // Логические исследования. — 2021. — Т. 27, № 2. — С. 31—47.

Маркин В. И. Логика суждений существования как средство представления знаний и автоматической проверки умозаключений // Интеллектуальные системы. Теория и приложения (ранее: Интеллектуальные системы по 2014, № 2, ISSN 2075-9460). — М., 2022. — Т. 26, № 1. — С. 422—426.

Маркин В. И. Аналитико-табличное исчисление, адекватное логике суждений существования // Logical Investigations. — 2024. — Т. 30, № 2. — С. 11—22.

Мотрошилова Н. В. «Воображаемая Логика» Н.А. Васильева и вклад В.А. Смирнова в ее исследование // Философские науки. — 1998. — Т. 4, № 1. — С. 192—201.

Порошенко О. Ю., *Прохоров-Малясов Г. С.* Описательная модель региональных философий на примере исследования казанской философии XIX-XXвв. // Гуманитарий: актуалньые проблемы гуманитарной науки и образования. — 2020. — Т. 20, № 4. — С. 433—444.

Прытков В. П., *Селезнев В. М.* Проблема самобытности русской науки // Теория и практика общественного развития. — 2014. — Т. 10. — С. 17—23.

Прядко И. П. Историософские воззрения Н.А. Васильева в контексте Серебряного века и в свете традиции восточно-христианской философии : канд. культурологии : 24.00.01 / Прядко И. П. — М. : МГПУ, 2004.

Прядко И. П. Противоречие в логических учениях начала XX В. : новаторские разработки Н.А. Васильева и П. А. Флоренского // Вестник МГОУ. Серия: Философские науки. — 2020. — № 2. — С. 12—23.

Прядко И. П. Эволюционная теория Ч. Дарвина в оценке Н.А. Васильева и Н.А. Морозова // Вестник МГОУ. Серия: Философские науки. — 2021. — № 3. — С. 50—62.

Смирнов В. А. Аксиоматизация логических систем Н.А. Васильева // Современная логика и методология науки. — М.: Издательство МГУ, 1987.

Смирнов В. А. Логические взгляды Н.А. Васильева // Очерки по истории логики в России. — М., 1962.

Смирнов В. А. Логические методы научного знания. — Москва : Ленанд, 2021.

Тоноян Л. Г. Coincidentia oppositorum: от Николая Кузанского к Николаю Казанскому (Н. А. Васильеву) // Verbum. — 2011. — № 13. — С. 515—529.

Тоноян Л. Г. Воображаемая логика Николая Васильева в свете христианской гносеологии // Вестник РХГА. — 2010. — № 2. — С. 170—184.

Arruda A. N.A. Vasiliev: A forzunner of paraconsistent logic // Philosophia Naturalis. — 1984. — Vol. 21. — P. 472—491.

Arruda A. On the imaginary logic of N.A. Vasirev // Proceedings of Fourth Latin-American Symposium on Mathematical Logic Logic. — North-Holland, 1979. — P. 1—41.

Brandl J. L. Brentano's Theory of Judgement. — The Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2018.

Carrol L. Symbolic Logic. — London : Macmillan, Co, 1896. — P. 200.

Carus P. The nature of logical and mathematical thought // Monist. — 1910. — Vol. 20. — P. 33—75, 158—159.

Chwistek L. The limits of Science. Vol. XIX. — N.Y. Harcourt, Brace, Co., 1948.

Comey D. D. V. A. Smirnov. Logičéskié vzglády N. A. Vasil'éva (The logical views of N. A. Vasil'év). Očérki po istorii logiki v Rossii (Essays in the history of logic in Russia) // The Journal of Symbolic Logic. — 1965. — Vol. 30, no. 3. — P. 368—370.

Fisch M., *Turquette A.* Peirce's Triadic Logic // Transactions of the Charles S. Peirce Society. — 1966. — Vol. 2, no. 2. — P. 71—85.

Konkova A., *Legeydo M.* Intensional Semantics for Syllogistics: what Leibniz and Vasiliev Have in Common // Logic and Logical Philosophy. — 2022. — Vol. 31, no. 2. — P. 339—356.

Maximov D. N.A. Vasilies's Logical Ideas and the Categorical Semantics of Many-Valued Logic // Logica Universalis. — 2016. — Mar. — Vol. 10. — P. 21—43.

Peirce C. S. The logic of relatives // The Monist. — 1897. — Vol. 52, no. 2. — P. 161—217.

The Logical Legacy of Nikolai Vasiliev and Modern Logic. Vol. 387 / ed. by V. I. Markin, D. Zaitsev. — Springer International Publishing, 2017.

Vasiliev N. A. Imaginary (non-aristotelian) Logic // Atti del V Congresso Internazionale di Filosofia. — Perrella, 1925. — P. 107—109.

Venanzio R. Thinking about Contradictions. The Imaginary Logic of Nikolai Aleksandrovich Vasil'ev. Vol. 386. — Springer International Publishing, 2017.