

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**о диссертации на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Бровкина Вадима Вадимовича**  
**на тему «О разрешимости второй краевой задачи для**  
 **$p$ -лапласиана на римановых многообразиях»**  
**по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и**  
**математическая физика**

Диссертационная работа В. В. Бровкина посвящена существованию решений второй краевой задачи (задачи Неймана) для уравнения с оператором  $p$ -Лапласа в главной части.

Решения дифференциальных уравнений на гладких римановых многообразиях исследовались многими авторами как у нас в стране, так и за рубежом, что подтверждает актуальность тематики диссертации. Результаты в этой области можно найти в работах А. А. Григорьяна, Н. С. Надирашвили, В. М. Миклюкова, S. Y. Cheng, J. L. Fernandez, I. Holopainen, L. Karp, T. Lyons, D. Sullivan, S. T. Yau и многих других математиков.

Заметим, что краевые задачи на римановых многообразия естественным образом обобщают краевые задачи в неограниченных областях в  $\mathbb{R}^n$  притом, что качественные свойства и поведение решений краевых задач на римановых многообразиях гораздо богаче, т.к. на них влияют метрические характеристики и геометрия многообразий. Например, теорема Лиувилля для гармонических функций в  $\mathbb{R}^n$  с ограниченным интегралом Дирихле утверждает, что всякая такая функция является константой. В то же время, на римановых многообразиях существуют гармонические функции с ограниченным интегралом Дирихле отличные от константы. В этой связи уместно упомянуть работу А. А. Григорьяна (Матем. заметки 1990. Т. 48. № 5. С. 55–61), в которой показана зависимость римановом многообразии размерности про-

странства гармонических функций с ограниченным интегралом Дирихле от числа так называемых массивных множеств.

Большое влияние на качественные свойства и поведение решений краевых задач на римановых многообразиях оказывает также тип многообразий — гиперболический или параболический, определяемый в терминах виннеровской емкости. Достоинством диссертации является то, что соискателю удалось увидеть эти различия.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 123 страницы. Во введении дано обоснование актуальности проблематики и приведен краткий обзор результатов, составляющих содержание диссертационной работы.

**В первой главе** диссертации рассматриваются решения задачи Неймана для уравнений с оператором  $p$ -Лапласа в липшицевых областях на произвольном римановом многообразии с краем, удовлетворяющие “условию на бесконечности” в виде ограниченности интеграла Дирихле.

Решения ищутся в пространстве С. Л. Соболева и понимаются в смысле интегрального тождества. При этом правый части уравнения и краевые условия могут быть произвольными распределениями (обобщенными функциями) на гладком римановом многообразии.

Соискатель подробно рассматривает случаи  $p$ -параболических и  $p$ -гиперболических областей на римановых многообразиях, а также случаи, когда функционалы правых частей и краевых условий имеют компактные носители и когда носители этих функционалов являются произвольными замкнутыми множествами. В этой же главе исследуются свойства неравенств Харди и потенциалов Эванса-Селберга на гладких римановых многообразиях.

**Вторая глава** посвящена многообразиям с модельными концами. Это достаточно общий тип многообразий, к которому традиционно прикован интерес многих авторов как у нас в стране, так и за ее пределами. В настоящий момент имеется множество статей и монографий, посвященных этим многообразиям.

Для многообразий с модельными концами соискателем получен критерий разрешимости задачи Неймана. Утверждения, доказанные в главе 2, опираются на результаты главы 1.

В главе 3 рассматриваются области вращения в  $\mathbb{R}^n$ . В этих областях при достаточно общих предположениях соискателем получены необходимые и достаточные условия существования решений задачи Неймана. Как и в случае второй главы, утверждения, доказанные в главе 3, опираются на результаты главы 1.

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть интересны специалистам в области качественной теории дифференциальных уравнений, функционального анализа и дифференциальной геометрии.

Построение диссертации логически стройно. Все ее утверждения изложены понятным языком. Условия этих утверждений легко проверяемы, а применения проиллюстрированы примерами.

Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, в которой содержатся новые результаты в актуальной области дифференциальных уравнений.

Существенных замечаний в процессе оппонирования не возникло.

Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и обоснованы подробными доказательствами. Результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах, из них 4 — в научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Автореферат соответствует требованиям и правильно отражает содержание диссертации. Результаты исследований докладывались на международных научных конференциях и научных семинарах.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим

наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Таким образом, соискатель Бровкин Вадим Вадимович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Корпусов Максим Олегович

«23» 03 2026 г.

Контактные данные:

тел.: +7 (915) 128-68-55, e-mail: korpusov@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

01.01.03 – Математическая физика.

Адрес места работы:

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова, д. 1, стр. 2, физический факультет, кафедра математики

тел.: +7 (495) 939-10-33, e-mail: math@physics.msu.ru

Подпись сотрудника кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Корпусова М. О. удостоверяю:

Начальник отдела кадров

физического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова

Сенькина Светлана Станиславовна