

**Заключение диссертационного совета МГУ.011.3
по диссертации на соискание ученой степени кандидата наук**

**Решение диссертационного совета от «22» мая 2026 г . № _5_
о присуждении Макаровой Юлии Константиновне, гражданке РФ,
ученой степени кандидата физико-математических наук.**

Диссертация «Многотипные ветвящиеся блуждания при отсутствии и наличии иммиграции» по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика принята к защите диссертационным советом 27.03.2026, протокол № 2.

Соискатель **Макарова Юлия Константиновна**, 1996 года рождения, в 2020 году окончила механико-математический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и получила диплом с отличием по направлению 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика». С 01.10.2020 по 30.09.2024 года обучалась в очной аспирантуре механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Соискатель работает в ООО «Яндекс. Технологии» в должности старший аналитик-разработчик.

Диссертация выполнена на кафедре теории вероятностей механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Научный руководитель — Яровая Елена Борисовна, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Официальные оппоненты:

• **Ульянов Владимир Васильевич** – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В.Ломоносова

• **Топчий Валентин Алексеевич** – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики Омского филиала Института математики имени С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН

• **Люлинцев Андрей Валерьевич** – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории прикладных вероятностных и алгоритмических методов Санкт-Петербургского отделения Математического института имени В.А.Стеклова РАН

дали положительные отзывы на диссертацию.

Выбор официальных оппонентов обосновывался компетентностью в соответствующей отрасли науки, наличием публикаций в соответствующей сфере исследования.

Соискатель имеет 10 работ по теме диссертации. Из них 4 статьи опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук. Одна статья без соавторов опубликована в рецензируемом научном издании из перечня ВАК.

Основные публикации по теме диссертации:

1. Han D., Makarova Yu., Molchanov S., Yarovaya E. Branching random walks with immigration // Rykov, V., Singpurwalla, N., Zubkov, A. (eds) Analytical and Computational Methods in Probability Theory, Lecture Notes in Computer Science. — 2017. — Vol. 10684. — P. 401–408. Общий объем 0.46 п. л. ИФ SJR = 0.296. Идея написания работы и постановки задач принадлежат Е.Б.Яровой и С.А.Молчанову. Одна из постановок задач предложена Д.Хан для более простой модели. Все результаты получены Ю.К.Макаровой самостоятельно.
2. Makarova Yu., Han D., Molchanov S., Yarovaya E. Branching Random Walks with Immigration. Lyapunov Stability // Markov Processes and Related Fields. — 2019. — Vol. 25. — № 4. — P. 683–708. Общий объем 1.50 п. л. ИФ SJR = 0.204. Идея написания работы и постановки задач принадлежат Е.Б.Яровой и С.А.Молчанову. Одна из постановок задач предложена Д.Хан для более простой модели. Все результаты получены Ю.К.Макаровой самостоятельно.
3. Makarova Yu., Kutsenko V., Yarovaya E. On Two-Type Branching Random Walks and Their Applications for Genetic Modelling // Recent Developments in Stochastic Methods and Application, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. — 2021. — Vol. 371. — P. 255–268. Общий объем 0.80 п. л. ИФ SJR = 0.204. Постановки задач принадлежат Е.Б.Яровой. Введение модели и описание приложений (разделы 1-2) принадлежит В.А.Куценко. Все результаты получены Ю.К.Макаровой самостоятельно (разделы 3-5).
4. Makarova Iu., Balashova D., Molchanov S., Yarovaya E. Branching Random Walks with Two Types of Particles on Multidimensional Lattices // Mathematics. — 2022. — Vol. 10. — No. 6. — P. 1–46. Общий объем 2.647 п. л. ИФ SJR = 0.446. Постановки задач принадлежат Е.Б.Яровой и С.А.Молчанову. Д.М.Балашовой принадлежат результаты разделов 5 и 7. Ю.К.Макаровой принадлежат результаты разделов об описании модели, исследованиях первого и второго момента численностей частиц (разделы 2-4) и раздела 6 о поведении численностей частиц в случае, когда частицы могут изменить тип.

На диссертацию и автореферат дополнительных отзывов не поступало.

Диссертационный совет отмечает, что представленная диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований получены следующие результаты.

В первой главе рассматривается модель ветвящихся случайных блужданий (ВСБ) с двумя типами частиц. Приводятся основные дифференциальные уравнения для производящих функций каждого из типов частиц, а также всех моментов численностей частиц субпопуляций. В случае, когда источники ветвления находятся в каждой точке решетки и генераторы блужданий каждого из типов частиц совпадают, были получены точные решения для первых моментов численностей частиц субпопуляций. Для случая, когда генераторы случайных блужданий не совпадают, были получены асимптотические представления первых моментов численностей частиц при больших временах. Для модели с одним источником ветвления на решетке было получено предельное поведение преобразований Лапласа первых моментов субпопуляций частиц каждого из типов в предположении, что генераторы блужданий различны.

Во второй главе описана модель ВСБ с иммиграцией. Сначала рассматривается случай, когда интенсивность иммиграции в каждую точку решетки $x \in \mathbb{Z}^d$ предполагается постоянной. В этом случае было изучено предельное поведение первого и второго момента численностей частиц в каждой точке решетки при больших временах. Далее проводится анализ процесса в предположении, что интенсивности иммиграции зависят от точки решетки $x \in \mathbb{Z}^d$. Для данного процесса изучена устойчивость процесса по Ляпунову. Кроме того, в этой же главе представлен сравнительный анализ нескольких моделей ВСБ, в котором будет показано, что в некоторых случаях можно достигнуть дуальности моделей, то есть случая, когда разные процессы будут описываться абсолютно одинаковыми уравнениями. При этом добавление в данные процессы, уже рассмотренного выше, процесса иммиграции нарушает дуальность.

В третьей главе рассматривается частный случай для ВСБ с двумя типами частиц. В первой главе было предположение о том, что частицы не могут менять тип за малое время. В данной главе будем предполагать, что частицы могут менять тип за малое время. Такие модели могут описывать распространение вирусов, когда один тип частиц — зараженные частицы, а второй — частицы, выработавшие иммунитет. Изучаются первый и второй момент численностей частиц каждого типа при больших временах.

Результаты диссертационной работы носят теоретический характер и могут быть использованы для дальнейшего развития теории многотипных ветвящихся случайных блужданий с наличием или отсутствием иммиграции.

Диссертация представляет собой самостоятельное законченное исследование, обладающее внутренним единством, и имеет важное значение для теории ветвящихся случайных блужданий. Положения, выносимые на защиту, содержат новые научные результаты и свидетельствуют о личном вкладе автора в науку:

1. Теорема о явном решении уравнений для первых моментов численностей субпопуляций частиц в ВСБ с двумя типами частиц при совпадающих механизмах блужданий и источниками ветвления в каждой точке \mathbb{Z}^d , $d \in \mathbb{N}$.
2. Теоремы о предельном поведении первых моментов численностей субпопуляций частиц в ВСБ с двумя типами частиц в случае, когда генератор случайного блуждания частиц первого типа имеет конечную дисперсию скачков, генератор второго типа — бесконечную, при двух различных предположениях: источники ветвления находятся в каждой точке \mathbb{Z}^d ; на \mathbb{Z}^d есть один источник ветвления.
3. Теорема о предельном поведении второго момента численностей частиц для докритического ВСБ с одним типом частиц, постоянными интенсивностями ветвления и иммиграции в каждой точке решетки, источниками ветвления в каждой точке \mathbb{Z}^d и с бесконечным числом частиц в начальный момент времени.
4. Теоремы об асимптотическом поведении первого и второго момента численностей частиц для докритического ВСБ с одним типом частиц и иммиграцией в случае, когда интенсивности ветвления и иммиграции зависят от положения частиц на решетке, источниками ветвления в каждой точке \mathbb{Z}^d и с бесконечным числом частиц в начальный момент времени.
5. Теоремы об асимптотическом поведении первого и второго момента численностей частиц в ВСБ с двумя типами частиц с возможным изменением типа частиц в случае, когда блуждания частиц обоих типов имеют конечную дисперсию скачков, и источниками ветвления в каждой точке \mathbb{Z}^d с одной начальной частицей.

На заседании 22.05.2026 диссертационный совет принял решение присудить Макаровой Юлии Константиновне ученую степень кандидата физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве _16_ человек, из них _9_ докторов наук по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика, участвовавших в заседании, из _24_ человек, входящих в состав совета, проголосовали: за — _15_, против — _0_, недействительных бюллетеней — _1_.

Заместитель председателя
диссертационного совета МГУ.011.3,
доктор физико-математических наук, доцент

Раутиан Н.А.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.011.3,
доктор физико-математических наук

Алферова Е.Д.

22.05.2026