

**ОТЗЫВ официального оппонента  
о диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
Скрипкина Антона Денисовича  
на тему: «О движении гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса»  
по специальности 1.1.7. – «Теоретическая механика, динамика машин»**

Интерес к задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой, а также различным её обобщениям (гиростат, твердое тело с роторами, системы с гироскопическими и циркулярно-гироскопическими силами) в современном мире непрерывно возрастает. Связано это с интенсивным развитием ракетно-космической отрасли, гироскопической стабилизации, робототехники и многих других направлений, в которых модель гиростата широко используется при изучении движения управляемых объектов (спутников с маховиками, космических аппаратов, различных гироскопических систем). В этой связи диссертационная работа А.Д. Скрипкина, посвященная изучению задачи о движении гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса – Сретенского, является весьма актуальной.

В работе исследуется задача о движении гиростата с неподвижной точкой, параметры которого удовлетворяют условиям, при которых уравнения движения допускают, в дополнение к интегралу энергии, площадей и геометрическому интегралу, четвёртый частный интеграл, аналогичный интегралу Гесса в классической задаче о движении тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой. Предполагается, что на гиростат действуют сила тяжести, а также гироскопические и циркулярно-гироскопические силы. В работе находятся условия, при которых уравнения движения гиростата интегрируются в квадратурах, и проводится качественный анализ движения тяжёлого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса – Сретенского.

Задача о движении гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса – Сретенского является одним из важных обобщений классической задачи о движении тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой. В классической задаче известны три случая полной интегрируемости (Эйлера, Лагранжа и Ковалевской), однако существуют также случаи частной интегрируемости, к которым относится случай Гесса. Для тяжёлого твёрдого тела в случае Гесса А.С. Кулешовым и Б.С. Бардиным с

помощью алгоритма Ковачича были получены условия интегрируемости в квадратурах, а А.М. Ковалёвым проведён качественный анализ движения методом годографов Харламова. Обобщение этого случая на гиростат было выполнено Л.Н. Сретенским в 1963 году, однако вопрос о лиувиллевой интегрируемости полученных уравнений оставался открытым более полувека. В данной работе этот пробел заполнен, причём не только для классического случая тяжести, но и для существенно более широкого класса силовых полей.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и списка иллюстраций. Общий объём диссертации составляет 161 страницу.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи данной диссертации, перечислены выносимые на защиту результаты, полученные в работе. Также приведены сведения об апробации работы, описаны методики и способы обеспечения достоверности полученных в работе научных результатов. Представлен обзор литературы по теме диссертации.

В первой главе диссертации приводится постановка задачи о движении гиростата с неподвижной точкой под действием силы тяжести в случае Гесса – Сретенского. Получены формулы для уравнений движения. Показано, что решение задачи сводится к нахождению общего решения одного линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка, коэффициенты которого являются рациональными функциями независимой переменной. При помощи алгоритма Ковачича впервые для данной задачи получены условия на параметры, при которых общее решение выражается в явном виде через лиувиллевы функции. Найденные условия накладывают ограничения как на параметры системы (координаты центра масс гиростата, его моменты инерции и компоненты гиростатического момента), так и на начальные данные. Ключевым результатом является условие коллинеарности гиростатического момента и радиус-вектора центра масс.

Вторая глава работы существенно использует результаты, полученные в первой главе. При помощи найденного общего решения методом П.В. Харламова построены уравнения подвижного и неподвижного аксоидов в задаче о движении тяжёлого

гиростата в случае Гесса – Сретенского. Проведён качественный анализ движения гиростата в зависимости от постоянной интеграла энергии. Движение гиростата представлено качением подвижного аксоида по неподвижному. Построены и проанализированы подвижный и неподвижный годографы угловой скорости; при различных значениях параметра  $\mu$  выявлены три существенно различных типа движения. Серия графических иллюстраций (рис. 2.1–2.16) наглядно демонстрирует богатство динамики даже в интегрируемом случае.

В третьей главе диссертации рассматривается задача о движении гиростата под действием поля силы тяжести и гироскопических сил. Предполагается, что коэффициенты гироскопических сил удовлетворяют условиям, при которых уравнения движения допускают частный первый интеграл, аналогичный интегралу Гесса – Сретенского. Показано, что решение также сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка и квадратурам. Применение алгоритма Ковачича позволило найти условия явной интегрируемости. Рассмотрен также случай движения только под действием гироскопических сил; полученные условия имеют простой физический смысл: вектор гиростатического момента коллинеарен радиусу-вектору из неподвижной точки в центр масс. Особого внимания заслуживает следствие 3.5.1: при вырождении гиростата в твёрдое тело задача оказывается лиувиллево интегрируемой при любых значениях параметров – это сильный и неочевидный результат.

В четвёртой главе диссертации изучается задача о движении гиростата с неподвижной точкой в поле силы тяжести, а также гироскопических и циркулярно-гироскопических сил. На параметры наложены условия, при которых уравнения движения допускают частный первый интеграл, обобщающий интеграл Гесса – Сретенского. Доказано, что решение сводится к нахождению общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Применение алгоритма Ковачича даёт условия явной интегрируемости. Это наиболее технически сложная глава – линейное дифференциальное уравнение имеет 16 полюсов (на два больше, чем в предыдущих главах). Полный перебор для алгоритма Ковачича составил 131 072 набора для

одного случая и 347 – для другого. Полученные условия лиувиллевой интегрируемости сформулированы в виде теорем 4.4.1, 4.4.2, 4.5.2, 4.5.3. Для случая отсутствия силы тяжести также установлены условия разрешимости.

В заключении ещё раз перечислены результаты диссертации, выносимые на защиту.

По тексту диссертации имеются следующие замечания.

1. В тексте введения к работе, при описании актуальности темы диссертации отсутствуют ссылки на упоминающиеся литературные источники – работы П.А. Некрасова, А.М. Ковалёва, П.В. Харламова, Л.Н. Сретенского и других.
2. В работе допущено несколько опечаток, например, на стр. 82 вместо «и не подвижного годографа» должно быть «и неподвижного годографа»; на стр. 89 и стр. 119 «гиросокопических» вместо «гироскопических», а также «инвариантым многообразием» вместо «инвариантным многообразием»; на стр. 103 «первых интегралом» вместо «первых интегралов».
3. Встречается опечатка в формуле коэффициента. На стр. 142 в выражении для  $P_{48}$  присутствуют два слагаемых с  $C^6 Q^4 p^2$ :  $-2C^6 Q^4 p^2 - 6C^6 Q^4 p^2$ . Первое из них, по смыслу, должно быть  $-2C^6 Q^4 h^2$ .
4. Имеется неверная перекрёстная ссылка. На стр. 138 указано: «Случай, при котором  $Q = 0$  был рассмотрен в разделе 5 Главы 2». Автор, очевидно, имел в виду раздел 5 Главы 3.
5. Также в диссертации встречаются стилистические неровности, не являющиеся ошибками по существу. Например, в списке иллюстраций (стр. 161–162) рис. 2.12 и 2.16 имеют одинаковое описание «Качение подвижного годографа по неподвижному», хотя изображают разные случаи ( $h > 0$  и  $h < 0$ ). Формально названия верны, но в названиях рисунков полезно было бы отразить различие параметров.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы. Диссертация А.Д. Скрипкина отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.7. – «Теоретическая

механика, динамика машин» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Скрипкин Антон Денисович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. – «Теоретическая механика, динамика машин».

Официальный оппонент:

кандидант физико-математических наук,  
доцент кафедры мехатроники и теоретической механики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Чекина Евгения Алексеевна

Контактные данные:

тел.: +7 (916) 485 05 91, e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:  
01.02.01 Теоретическая механика

Адрес места работы:

125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

МАИ, кафедра мехатроники и теоретической механики

Тел.: +7 (499) 158 44 66; e-mail:

Подпись сотрудника .....

МАИ Е.А. Чекиной удостоверяю: