

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Лазарев Федор Михайлович

**Электромагнитные свойства нейтрино
в рассеянии нейтрино на нуклонах и ядрах**

Специальность 1.3.3.
Теоретическая физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, доцент
Кузаков Константин Алексеевич

Москва — 2026

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Нейтрино в минимальных расширениях Стандартной модели	14
1.1 Масса нейтрино	15
1.2 Осцилляции нейтрино	21
1.3 Электромагнитные свойства нейтрино	26
1.4 Каналы взаимодействия нейтрино с веществом	32
1.4.1 Взаимодействие нейтрино с электронами	33
1.4.2 Когерентное упругое рассеяние нейтрино на ядре	33
Глава 2. Общее описание процессов рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах	37
2.1 Формфакторы частицы со спином $1/2$	38
2.1.1 Электромагнитные и слабые нейтральные формфакторы нуклонов	39
2.1.2 Параметризация нуклонных формфакторов	41
2.2 Формфакторы ядра	42
2.2.1 Ядерные матричные элементы	43
2.2.2 Параметризация ядерных формфакторов	47
2.3 Спин-флейворное состояние нейтрино перед рассеянием	49
2.4 Расчет сечений упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах	50
2.4.1 Сечение рассеяния на нуклоне	52
2.4.2 Сечение рассеяния на ядре	55
2.5 Выводы	56
Глава 3. Электромагнитные эффекты в упругом рассеянии нейтрино на нуклонах и ядрах	58
3.1 Диагональные зарядовые радиусы нейтрино	58
3.2 Переходные зарядовые радиусы нейтрино	60
3.3 Переходные анапольные моменты нейтрино	61
3.4 Магнитные моменты нейтрино	65
3.5 Выводы	67

Глава 4. Эффекты спиновых осцилляций нейтрино в упругом рассеянии нейтрино на электронах, нуклонах и ядрах .	72
4.1 Релятивистский спин	72
4.2 Влияния флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино на процессы рассеяния	73
4.3 Структура сечения рассеяния	76
4.4 Численные результаты	80
4.5 Выводы	81
Заключение	85
Список литературы	89

Введение

Экспериментально обнаруженные осцилляции нейтрино — одно из явлений, явно указывающее на новую физику, а именно на наличие ненулевых масс нейтрино, которые считаются безмассовыми в рамках Стандартной модели. Поэтому в настоящее время физика нейтрино является бурно развивающейся областью физики элементарных частиц.

Теории, описывающие различные механизмы возникновения массы у нейтрино, также предсказывают и новые взаимодействия, не описываемые Стандартной моделью. Поэтому исследования свойств нейтрино — это изучение нейтринных взаимодействий, которые могут проявляться как в осцилляциях, так и в процессах рассеяния нейтрино. Также, поскольку в рамках Стандартной модели нейтрино участвует только в слабых взаимодействиях, нейтринные пучки являются как инструментом исследования структуры частиц мишени в процессах рассеяния нейтрино, так и отдельным каналом, несущим определенную информацию об источнике нейтрино.

Объектом исследования диссертационной работы являются фундаментальные свойства нейтрино, в частности их электромагнитные взаимодействия. **Предметом** диссертационной работы являются процессы рассеяния нейтрино на нуклонах и ядра.

Актуальность исследования обусловлена тем, что на данный момент действуют или находятся в процессе подготовки большое количество экспериментов, целью которых является исследование свойств нейтрино, прецизионная проверка Стандартной модели, а также поиск новой физики. Особый интерес представляют эксперименты на основе процесса когерентного упругого рассеяния нейтрино на ядре ($CE\nu NS$), такие как COHERENT, Dresden-II, CONUS, CONNIE, Red-100 и т.д., так как когерентное упругое рассеяние нейтрино на ядре является новым инструментом по детектированию нейтрино. Также в настоящее время на базе Национального центра физики и математики (НЦФМ) в г. Саров готовится эксперимент по первой в мире регистрации процесса когерентного упругого рассеяния нейтрино на атоме ($CE\nu AS$).

Состояние научной разработки темы. В исходной формулировке Стандартной модели нейтрино являются безмассовыми частицами и, как следствие, в этом случае нет места для их смешивания и осцилляций, что противоречит экспериментам. Поэтому уже сейчас известно, что Стандартная модель (СМ) должна быть расширена до более общей теории, в частности, из-за нейтрино, которые являются единственными частицами, проявляющими экспериментально хорошо подтвержденные свойства за пределами Стандартной модели.

Одно из фундаментальных следствий ненулевой массы нейтрино — это наличие у нейтрино электромагнитных свойств, которые не могут быть описаны в рамках Стандартной модели взаимодействия частиц и которые допускают электромагнитное взаимодействие нейтрино с электромагнитными полями и заряженными частицами или с частицами, имеющими магнитные моменты. По этой причине изучение электромагнитных свойств нейтрино открывает окно в новую физику [1].

Среди многочисленных выполненных к настоящему времени экспериментов, целью которых является изучение электромагнитных свойств нейтрино, стоит указать на два эксперимента, в которых были получены наиболее жесткие ограничения на магнитный момент и миллизаряд нейтрино.

Это, прежде всего, российский эксперимент GEMMA по детектированию реакторных антинейтрино на Калининской атомной станции. Для регистрации событий электромагнитного рассеяния реакторных антинейтрино на электронах используется низкофоновый детектор из сверхчистого германия. Первые результаты эксперимента GEMMA были представлены в 2007 году, а начиная с 2012 года полученные ограничения сверху на магнитный момент в данном проекте являются одними из лучших в мире и регулярно включаются «Международной коллаборацией по свойствам элементарных частиц» (Particle Data Group Collaboration) в «Обзор по физике элементарных частиц» (см., в том числе, последний выпуск [2]). Последнее (наиболее жесткое) ограничение сверху на магнитный момент нейтрино эксперимента GEMMA равно величине 2.9×10^{-11} магнетонов Бора [3]. Также в работе [4] (ее исправления [5]) был рассчитан вклад в сечение рассеяния за счет возможного ненулевого миллизаряда нейтрино и с использованием данных эксперимента GEMMA получено лучшее в мире ограничение на миллизаряд нейтрино для реакторных нейтрино на уровне 1.5×10^{-12} элементарного заряда.

В другом эксперименте в подземной лаборатории в Гран Сассо (Италия) международной коллаборацией XENON при регистрации потока солнечных нейтрино 6-тонным детектором на основе жидкого и газообразного ксенона в 2022 году получено значение верхней границы магнитного момента солнечных нейтрино 6.4×10^{-12} магнетонов Бора [6]. Данный результат также включен в указанные выше “Обзоры по физике элементарных частиц”.

Особо отметим проведенное недавно измерение процесса когерентного упругого рассеяния нейтрино на ядре [7], которое является важнейшим новым результатом в фундаментальной физике элементарных частиц, открывающим новое направление исследований свойств нейтрино. В частности, на основе данных экспериментов COHERENT и Dresden-II, уже были получены новые ограничения на зарядовые радиусы нейтрино [8–11]. Полученные ограничения на нейтринные зарядовые радиусы как на важные характеристики нейтрино включены в перечень основных свойств элементарных частиц, также содержащиеся в “Обзорах по физике элементарных частиц” [2; 12–15]. Также на Калининской атомной станции как продолжение проекта GEMMA в 2021 году завершилась подготовка нового эксперимента ν Gen, целью которого является на основе использования аналогичных проекту GEMMA принципов получить более жесткое ограничение сверху на величину магнитного момента реакторных нейтрино, а также провести новое измерение когерентного упругого рассеяния нейтрино на ядре. Первые данные по рассеянию реакторных нейтрино в эксперименте ν Gen были опубликованы в 2022 году [16].

Ожидается, что в рамках исследовательской программы международного эксперимента JUNO (Китай), который только недавно начал набор данных, будет возможным также повысить чувствительность к величине магнитного момента нейтрино.

Наконец, на базе НЦФМ в г. Саров готовится эксперимент по первой в мире регистрации процесса CE ν AS. Цель эксперимента заключается, во-первых, в проверке Стандартной модели при беспрецедентно низких энергиях и, во-вторых, в поиске электромагнитных и нестандартных взаимодействий нейтрино с прежде недостижимой чувствительностью. Последнее, в частности, позволит достичь рекордного ограничения на величину магнитного момента нейтрино (почти на два порядка лучше существующих в настоящее время)[17; 18].

Целью диссертационной работы является описание процесса упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах с учетом нейтринных электромагнитных характеристик и спин-флейворных осцилляций на базе источник-детектор, а также с учетом слабых нейтральных и электромагнитных характеристик частиц мишени, связанных с их внутренней структурой.

Для достижения поставленной цели были решены нижеследующие **задачи**.

- 1) Разработка формализма для описания произвольного, в том числе смешанного, спин-флейворного in -состояния рассеяния нейтрино, учитывающего эффект флейворных и спиновых осцилляций нейтрино на базе источник-детектор.
- 2) Описание слабых нейтральных и электромагнитных взаимодействий нуклонов в терминах формфакторов с точностью, отвечающей требованиям текущих и готовящихся экспериментов.
- 3) Описание слабых нейтральных и электромагнитных взаимодействий ядер с нулевым спином в терминах формфакторов с точностью, отвечающей требованиям текущих и готовящихся экспериментов.
- 4) Получение аналитических выражений для сечения упругого рассеяния нейтрино на нуклоне с учетом нейтринных электромагнитных характеристик и спин-флейворных осцилляций на базе источник-детектор, а также с учетом слабых нейтральных и электромагнитных характеристик нуклона, связанных с его внутренней структурой.
- 5) Получение аналитических выражений для сечения упругого рассеяния на ядре с нулевым спином с учетом нейтринных электромагнитных характеристик и спин-флейворных осцилляций на базе источник-детектор, а также с учетом слабых нейтральных и электромагнитных характеристик ядра, связанных с его внутренней структурой.
- 6) Проведение численного моделирования вкладов различных электромагнитных характеристик нейтрино, а также эффектов флейворных и спиновых осцилляций нейтрино, в процессы упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах.

Методы исследования

При выполнении диссертационной работы использовались строгие методы современной теоретической физики, в частности квантовой теории поля и

теоретического аппарата физики элементарных частиц. Для символьных и численных вычислений использовалась система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1) Разработанный формализм спин-флейворной матрицы плотности дираковской частицы позволяет учитывать произвольное спин-флейворное состояние нейтрино в процессах нейтринного рассеяния.
- 2) Полученные замкнутые выражения для сечений упругого рассеяния нейтрино на нуклоне учитывают электромагнитные формфакторы как нейтрино, так и электромагнитные и слабые нейтральные формфакторы нуклона, а также произвольное спин-флейворное состояние нейтрино.
- 3) Полученные замкнутые выражения для сечений упругого рассеяния нейтрино на бесспиновом ядре учитывают электромагнитные формфакторы как нейтрино, так и электромагнитные и слабые нейтральные формфакторы ядра, а также произвольное спин-флейворное состояние нейтрино.
- 4) Странный вклад в аксиальную константу взаимодействия нуклона и вклады от диагональных и переходных зарядовых радиусов и анапольных моментов, а также от магнитных моментов нейтрино могут приводить к одинаковым эффектам в сечениях упругого рассеяния нейтрино на нуклонах.
- 5) Исследование сечений упругого рассеяния нейтрино с различной спиновой поляризацией на нуклонах и ядрах дает возможность различить вклады зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино.
- 6) Исследование сечений упругого рассеяния нейтрино с произвольной спиновой поляризацией и ненулевым магнитным моментом на нуклонах и ядрах, а также электронах открывает возможность прямого экспериментального наблюдения спиновых осцилляций нейтрино.

Научная новизна: В рамках развитого формализма впервые показано:

1. Вклады от электромагнитных характеристик нейтрино могут быть ошибочно интерпретированы как странный вклад в аксиальную кон-

- станту связи нуклона и наоборот. Поэтому, для точного определения природы возможных вкладов, требуются измерения дифференциальных сечений в довольно широких диапазонах переданной энергии.
2. Также продемонстрировано, что существует экспериментально возможность различить вклады зарядовых радиусов нейтрино от его анапольных моментов на основе процессов рассеяния нейтрино с разной спиновой поляризацией на нуклонах и ядрах.
 3. В случае ненулевого магнитного момента и спиновых осцилляций нейтрино появляется ранее не обсуждавшийся ненулевой вклад в дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах, зависящий не только от полярного, но и от азимутального угла импульса отдачи нуклона.

Структура и объём диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения.

В первой главе представлен обзор современных представлений о свойствах нейтрино в Стандартной модели (СМ) и за ее пределами. Рассмотрены механизмы генерации массы нейтрино, включая дираковский и майорановский сценарии. Подчеркивается необходимость введения правокиральных нейтрино. Обсуждаются электромагнитные свойства нейтрино: магнитные и дипольные моменты, зарядовые радиусы и анапольные моменты, а также экспериментальные ограничения на них. Приведен обзор различных каналов взаимодействия нейтрино в детекторах современных и будущих экспериментов.

Во второй главе дано изложение общей структуры вершинной функции для частицы со спином $1/2$, взаимодействующей с векторным полем, в однопозонном приближении. На основе этого записаны слабая нейтральная и электромагнитная вершинные функции нуклона, установлены связи между различными нуклонными формфакторами. На основе нуклонных взаимодействий получено описание слабых нейтральных и электромагнитных взаимодействий ядра со спином 0. Далее представлено описание произвольного спин-флейворного in -состояния рассеяния нейтрино в терминах спин-флейворной матрицы плотности. Наконец, сформулирована задача рассеяния и получены аналитические выражения для процессов упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах.

В третьей главе проведено численное моделирование вкладов диагональных и переходных зарядовых радиусов и анапольных моментов, а также магнитных моментов нейтрино в случаях рассеяния нейтрино на протоне, ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe для лево-, правоспиральных и полностью неполяризованных падающих на мишень нейтрино.

В четвёртой главе подробно обсуждается эффект азимутальной асимметрии дифференциального по телесному углу импульса отдачи частицы мишени сечения рассеяния нейтрино на электронах, нуклонах и ядрах в случае ненулевого магнитного момента нейтрино и спиновых осцилляций нейтрино на базе источник-детектор. Представлено описание релятивистского спина для дираковских частиц, которое обобщено и применено для описания ультрарелятивистского нейтрино. Описана структура полученного сечения, проведено численное моделирование указанного эффекта для рассеяния на электронах, нуклонах и ядрах, а также обсуждается возможность его экспериментального наблюдения.

В Заключении кратко изложены результаты диссертационной работы.

Апробация результатов диссертационной работы.

По теме диссертации было опубликовано 10 работ [19—28], из них 6 — в изданиях, рекомендованных для защит в диссертационном совете МГУ имени М. В. Ломоносова по специальности и отрасли наук. .

Кроме того, по результатам диссертации было сделано 15 докладов на российских и международных конференциях:

- 1) “Probe of transverse neutrino spin polarization with the electromagnetic interactions in neutrino scattering on electrons, nucleons and nuclei”, 22nd Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Москва, Россия, 21-27 августа 2025 (устный доклад).
- 2) “Electromagnetic interactions in neutrino scattering on electrons, nucleons and nuclei as a probe of transverse neutrino spin polarization”, 25rd JINR-ISU Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics, Большие Коты, Россия, 11-18 июля 2025 (устный доклад).
- 3) “Electromagnetic interactions in neutrino scattering on electrons, nucleons and nuclei as a probe of transverse neutrino spin polarization”, The XXV

- International Workshop-School High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP'270), Москва, Россия, 30 июня - 5 июля 2025 (устный доклад).
- 4) “Effects of neutrino electromagnetic properties and spin state in elastic neutrino-nucleon scattering”, The 16th International School of Neutrino Physics and Astrophysics, Саров, Россия, 23-27 сентября 2024 (устный доклад).
 - 5) “Effects of neutrino electromagnetic properties and spin state in elastic neutrino-nucleon scattering”, LXXIV International conference Nucleus-2024: Fundamental problems and applications, Дубна, Россия, 1-5 июля 2024 (устный доклад).
 - 6) “Elastic neutrino-nucleon scattering: The effects of neutrino electromagnetic properties and polarization”, The First Edition of the African Conference on High Energy Physics (ACHEP 2023), Рабат, Марокко, 23-27 октября 2023 (стендовый доклад).
 - 7) “Elastic neutrino-nucleon scattering: The effects of neutrino electromagnetic properties and polarization”, The 21st Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Москва, Россия, 24-30 августа 2023 (стендовый доклад).
 - 8) “Electromagnetic effects in elastic neutrino-nucleon and neutrino-nucleus scattering”, 23rd JINR-ISU Baikal Summer School on Physics of Elementary Particles and Astrophysics, Большие Коты, Россия, 11-18 июля 2023 (устный доклад).
 - 9) “Effects of neutrino electromagnetic properties and spin state in elastic neutrino-nucleon scattering”, The 14th International School of Neutrino Physics and Astrophysics, Саров, Россия, 18-23 июль 2022 (устный доклад).
 - 10) “Elastic neutrino scattering on nuclear systems as a probe of neutrino electromagnetic interactions”, The 41st International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2022), Болонья, Италия, онлайн-конференция, 6-13 июля 2022 (стендовый доклад).
 - 11) “Elastic neutrino-nucleon and neutrino-nucleus scattering: The BSM electromagnetic channel”, The XXX International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics, Сеул, Республика Корея, онлайн-конференция, 30 мая – 4 июня 2020 (стендовый доклад).

- 12) “Electromagnetic effects in elastic neutrino scattering on nucleons and nuclei”, EuCAPT Astroneutrino Theory Workshop 2021, Прага, Чехия, онлайн-конференция, 20 сентября - 1 октября 2021 (устный доклад).
- 13) “Electromagnetic effects in elastic neutrino scattering on nucleons and nuclei”, 17th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (TAUP 2021), Валенсия, Испания, онлайн-конференция, 26 августа – 3 сентября 2021 (стендовый доклад).
- 14) “Neutrino electromagnetic interactions in elastic neutrino scattering on nucleons and nuclei”, The European Physical Society conference on high energy physics 2021 (EPS-HEP 2021), Германия, онлайн-конференция, 26-30 июля 2021 (стендовый доклад).
- 15) “Electromagnetic neutrino interactions in elastic neutrino-proton scattering”, 40th International Conference on High Energy Physics (ICHEP2020), Прага, Чехия, онлайн-конференция, 28 июля - 6 августа 2020 (стендовый доклад).

Теоретическая и практическая значимость

Общая теоретическая значимость проведённого исследования заключается в том, что развит формализм для описания эффектов электромагнитного взаимодействия и начального произвольного (смешанного) спин-флейворного состояния нейтрино в процессах упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах. Формализм также позволяет учитывать различные модели описания частиц мишени в терминах слабых нейтральных и электромагнитных форм-факторов.

Практическая значимость работы заключается в том, что исследованные в диссертации эффекты важны для моделирования отклика детекторов нейтрино, среди каналов регистрации которых есть процессы упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и/или ядрах. В диссертации продемонстрировано характерное поведение вкладов электромагнитных характеристик нейтрино в рассматриваемые процессы. Обсуждаются их схожесть и различия с предсказаниями Стандартной модели и между собой. На основе результатов диссертации возможно определять характерные проявления исследованных эффектов в реальном детекторе.

Достоверность и обоснованность результатов

Достоверность результатов диссертации обуславливается использованием в ней апробированных методов теоретической физики. Полученные соискателем выражения в предельных случаях сводятся к достоверным и хорошо известным в литературе результатам. Кроме того, все результаты диссертации прошли апробацию: вошли в 10 опубликованных автором статей и 15 сделанных автором докладов на российских и международных конференциях.

Личный вклад автора

Вклад соискателя во всех опубликованных работах был определяющим. Все выносимые на защиту положения получены лично соискателем.

Глава 1. Нейтрино в минимальных расширениях Стандартной модели

В Главе 1 рассмотрены основные теоретические следствия массивности нейтрино. Первый раздел главы посвящен обзору теорий в которых вводится масса нейтрино. Рассмотрены простейшие способы генерации масс нейтрино, обсуждаются дираковская и майорановская природа нейтрино. Во втором разделе приводятся основные сведения о феномене осцилляций нейтрино. Третий раздел посвящен обзору электромагнитных свойств нейтрино. В четвертом разделе обсуждаются процессы регистрации нейтрино, используемые в экспериментах. Данная глава носит вводный характер.

Однако зафиксируем сначала явный вид гамма-матриц и биспинорных амплитуд плосковолновых решений уравнений Дирака в стандартном и вейлевском представлениях, так как в дальнейшем в диссертации используются оба указанных представления.

Гамма-матрицы в стандартном представлении:

$$\begin{aligned}
 \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & \boldsymbol{\gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \\
 \gamma_5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \gamma^0\gamma_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, & \boldsymbol{\gamma}\gamma_5 &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \\
 \sigma^{\mu\nu} &= \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \begin{pmatrix} 0 & i\alpha^1 & i\alpha^2 & i\alpha^3 \\ -i\alpha^1 & 0 & \Sigma^3 & -\Sigma^2 \\ -i\alpha^2 & -\Sigma^3 & 0 & \Sigma^1 \\ -i\alpha^3 & \Sigma^2 & -\Sigma^1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \boldsymbol{\alpha} = \gamma^0\boldsymbol{\gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, & \boldsymbol{\Sigma} &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Биспинорные амплитуды плосковолновых решений с импульсом \mathbf{p} и спиральностью h уравнения Дирака:

$$\begin{aligned} u_{\mathbf{p},h} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p + m} \xi_{\mathbf{p},h} \\ \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})}{\sqrt{\omega_p + m}} \xi_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p + m} \xi_{\mathbf{p},h} \\ h \sqrt{\omega_p - m} \xi_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix}, \\ v_{\mathbf{p},h} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p - m} \eta_{\mathbf{p},h} \\ -\frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})}{\sqrt{\omega_p - m}} \eta_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p - m} \eta_{\mathbf{p},h} \\ h \sqrt{\omega_p + m} \eta_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix}, \\ \omega_p &= \sqrt{p^2 + m^2}, \quad p = |\mathbf{p}|, \quad \eta_{\mathbf{p},\pm} = \pm \xi_{\mathbf{p},\mp}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Гамма-матрицы в вейлевском представлении:

$$\begin{aligned} \gamma^\mu &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^\mu = \{1, \boldsymbol{\sigma}\}, \quad \bar{\sigma}^\mu = \{1, -\boldsymbol{\sigma}\}, \\ \gamma_5 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^\mu \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\alpha} &= \gamma^0 \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Биспинорные амплитуды:

$$\begin{aligned} u_{\mathbf{p},h} &= \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \xi_{\mathbf{p},h} \\ \sqrt{p \cdot \sigma} \xi_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p - hp} \xi_{\mathbf{p},h} \\ \sqrt{\omega_p + hp} \xi_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix}, \\ v_{\mathbf{p},h} &= \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \eta_{\mathbf{p},h} \\ -\sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \eta_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\omega_p + hp} \eta_{\mathbf{p},h} \\ -\sqrt{\omega_p - hp} \eta_{\mathbf{p},h} \end{pmatrix}, \\ \omega_p &= \sqrt{p^2 + m^2}, \quad p = |\mathbf{p}|, \quad \eta_{\mathbf{p},\pm} = \pm \xi_{\mathbf{p},\mp}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Биспинорные амплитуды в обоих представлениях нормированы на удвоенную энергию, например, $u^\dagger u = 2\omega_p$.

1.1 Масса нейтрино

Как уже отмечалось во введении феномен осцилляций нейтрино указывает на ненулевую массу нейтрино. В общем случае для фермиона со спином 1/2 можно записать два различных массивных слагаемых в лагранжиан

$$\mathcal{L}_m^D = -m_D \bar{\Psi}_R \Psi_L - m_D \bar{\Psi}_L \Psi_R, \quad (1.5)$$

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} m_M \overline{(\Psi_{L,R}^c)} \Psi_{L,R} - \frac{1}{2} m_M \overline{(\Psi_{L,R})} \Psi_{L,R}^c, \quad (1.6)$$

называющиеся соответственно дираковской и майорановской массами. При этом майорановское слагаемое можно писать независимо как для лево-, так и для правокиральных полей. Однако для активных, т. е. левокиральных нейтрино такие массовые слагаемые явно нарушают калибровочную симметрию Стандартной модели. Дираковское слагаемое можно получить при помощи юкавовского взаимодействия и механизма Хиггса. Майорановское слагаемое также можно сгенерировать при помощи нарушения электрослабой симметрии, но для этого уже необходимо вводить новые поля, которых нет в Стандартной модели. Укажем два простейших слагаемых лагранжиана, приводящих к майорановской массе для активных нейтрино. Первое можно собрать из полей Стандартной модели [29]

$$-\frac{1}{2\Lambda} \left(\bar{\nu}_L \quad \bar{\ell}_L \right)^I \tilde{\Phi} F_{IJ} \tilde{\Phi}^\top \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \ell_L^c \end{pmatrix}^J + \text{h.c.}, \quad (1.7)$$

где I, J — индексы поколения или флейвора, $\ell = \{e, \mu, \tau\}$ — поля заряженных лептонов соответствующего поколения, $\nu = \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}$ — соответствующие нейтринные поля. $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2)^\top$ — хиггсовский дублет, при этом $\tilde{\Phi} = (\varphi_2^*, -\varphi_1^*)^\top$. F_{IJ} — флейворная матрица безразмерных констант взаимодействия и Λ — некий энергетический масштаб (очевидно, выше электрослабого). Как видно, это слагаемое в общем случае не сохраняет лептонные числа и не является перенормируемым, поэтому требует дальнейшего расширения теории на масштабе Λ , из которой это слагаемое могло бы получиться как эффективное низкоэнергетическое. Второе слагаемое, приводящее к майорановской массе, можно построить в виде юкавовского взаимодействия, если добавить к Стандартной модели хиггсовский триплет $\chi = (\chi^{++}, \chi^+, \chi^0)$ с гиперзарядом $Y = 2$ (обозначения таковы, что заряд частицы $Q = I_3 + Y/2$, где I_3 — проекция слабого изоспина):

$$-\frac{F_{IJ}}{\sqrt{2}} \left(\bar{\nu}_L^c \quad \bar{\ell}_L^c \right)^I (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\chi}) \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix}^J + \text{h.c.} \quad (1.8)$$

В общем случае слагаемые лагранжиана, приводящие к массивности нейтрино, имеют вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{m_\nu} = & - (m_D)_{aI} \bar{\nu}'_{L,a} \nu'_{R,I} - (m_D^*)_{aI} \bar{\nu}'_{R,I} \nu'_{L,a} - \\ & - \frac{1}{2} [(m_M)_{IJ} \bar{\nu}'_{R,I} \nu'_{R,J} + (m_M^*)_{IJ} \bar{\nu}'_{R,I} \nu'_{R,J}], \end{aligned} \quad (1.9)$$

где индекс $a = \overline{1,3}$ отвечает левокиральным полям нейтрино ν'_L , а $I, J = \overline{1, \mathcal{N}_R}$ правокиральным полям нейтрино ν'_R . Здесь мы не вводим майорановскую массу для левокиральных полей, так как это требует добавления новой физики согласно (1.7) и (1.8) помимо правых нейтрино. Однако отметим, что добавление такого слагаемого может приводить к случаю так называемых псевдодираковских нейтрино [30; 31]. Массовые слагаемые (1.9) можно переписать в виде

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}'_L & \bar{\nu}'_R{}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^\dagger & m_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_L{}^c \\ \nu'_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (1.10)$$

и далее, переходя к полям массивных нейтрино $\begin{pmatrix} \nu'_L & \nu'_R{}^c \end{pmatrix}^\dagger = V_\nu \begin{pmatrix} \nu_L & N_R \end{pmatrix}^\dagger$, где $\nu_L = \{\nu_L^1, \nu_L^2, \nu_L^3\}$ — активные нейтрино, а $N_R = \{N_R^1, \dots, N_R^{\mathcal{N}_R}\}$ — стерильные нейтрино и V_ν — унитарная матрица, диагонализующая (1.10), получаем $3 + \mathcal{N}_R$ майорановских нейтрино

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\frac{1}{2} \bar{\nu}_L^c m_\nu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{N}_R M_S N_R + \text{h.c.}, \quad (1.11)$$

где $m_\nu = \text{diag}(m_1, m_2, m_3)$ — массы активных нейтрино и $M_S = \text{diag}(M_1, \dots, M_{\mathcal{N}_R})$ — массы стерильных.

Масштаб майорановских масс правых нейтрино оказывается различным в разных сценариях расширения Стандартной модели [32]:

$m_M \gtrsim 10^9$ ГэВ. Этот диапазон мотивирован вкладами (1.9) в сценарии теорий Великого объединения (ТВО) [33], такими как с калибровочной группой $SO(10)$ [34; 35]. Модели $SO(10)$ с необходимостью требуют существования ν'_R . Для генерирующих дираковскую массу нейтрино юкавовских констант связи порядка единицы, правые нейтрино с массами, предпочитаемыми моделями ТВО, воспроизводят масштаб наблюдаемых нейтринных осцилляций. Кроме того, типичные значения параметров позволяют генерировать наблюдаемую плотность барионов во Вселенной в CP -нарушающих распадах правых нейтрино [36–38]. Предпочтительным является режим $m_M < 10^{15}$ ГэВ [39].

$m_M \sim \text{ТэВ}$. Теоретически этот диапазон масс интересен, поскольку минимален в смысле отсутствия введения новых масштабов энергий в теории: если m_M близка к электрослабому масштабу, то происхождение обоих масштабов может быть связано. Происхождение материи может быть объяснено лептогенезисом из CP -нарушающих осцилляций ν_R [40] или, если две массы N_R вырождены, — распадами. Массы нейтрино объясняются качельным механизмом, т. е. в теории получают активные майорановские нейтрино, масса

которых генерируется согласно (1.7) с $\Lambda \sim m_M$. С экспериментальной точки зрения этот диапазон масс благоприятен, поскольку доступен для экспериментов в области высоких энергий, таких как большой адронный коллайдер (БАК).

$m_M \sim \text{ГэВ}$. Если m_M имеет по крайней мере два собственных значения $\gtrsim 2 \text{ ГэВ}$ и другое собственное значение в кэВ диапазоне, введения дираковских масс нейтрино согласно механизму Хиггса и майораноских масс правокиральных нейтрино согласно (1.9) достаточно, чтобы описать нейтринные осцилляции, барионную асимметрию и темную материю и никакой другой физики между электрослабым и планковским масштабами не требуется [41].

$m_M \sim \text{кэВ}$. Правые нейтрино с массами в кэВ являются перспективными кандидатами на темную материю [32].

$m_M \sim \text{эВ}$. Правые нейтрино с массами в эВ могут дать объяснение аномалиям в нейтринных осцилляциях, которые наблюдаются в некоторых нейтринных экспериментах [42] и космологических данных [43].

$m_M = 0$. Для $\mathcal{N}_R = 3$ лептонный сектор в точности напоминает кварковый сектор без сильных взаимодействий. В этом случае нейтрино являются дираковскими частицами. Тогда массы нейтрино генерируются механизмом Хиггса точно таким же образом, как и массы других фермионов, и их малость может быть объяснена только очень маленькими юкавовскими константами связи. Хотя в принципе это возможно, но может казаться “неестественным”, если для этого нет более глубокой причины [44–47]. Более того, не существует известного принципа, который запрещал бы m_M для калибровочно синглетных полей ν'_R . Это контрастирует со случаями кварков и заряженных лептонов, для которых явный массовый член запрещён калибровочной симметрией. С другой стороны малость m_M все же “естественна”, так как тогда имеется сохранение полного лептонного числа.

Так как майорановские нейтрино не сохраняют полное лептонное число, возможен двойной безнейтринный бета-распад $n + n \rightarrow p + p + e^- + e^-$ [2], поиск которого является целью большого количества экспериментов. До сих пор указанный процесс экспериментально не обнаружен, но существуют экспериментальные ограничения на характерное время его протекания. В статье [48] недавно получен новый предел на характерное время двойного безнейтринного бета-распада ^{128}Te : $T_{\frac{1}{2}} > 3.6 \times 10^{24}$ лет.

Запишем еще определения для флейворных нейтрино и матрицы смешивания. Рассматривая взаимодействие с заряженным током в Стандартной модели

$$\mathcal{L}_{Leptons}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\ell}'_L\gamma^\mu\nu'_L W_\mu^- + \text{h.c.} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\ell}_L\gamma^\mu V_{\ell_L}^\dagger V_\nu\nu_L W_\mu^- + \text{h.c.}, \quad (1.12)$$

где V_{ℓ_L} — матрица преобразования левых лептонных полей биунитарного преобразования, при помощи которого диагонализуется массовая матрица лептонов в Стандартной модели. Вводя матрицу смешивания $U = V_{\ell_L}^\dagger V_\nu$, определяем флейворные состояния активных нейтрино $\nu_L^f = U\nu_L$. Обратим внимание, что в общем случае матрица смешивания не унитарна: $UU^\dagger = 1$, а $U^\dagger U \neq 1$.

В диссертации же рассматривается случай дираковских активных нейтрино, который можно получить, когда $m_M = 0$ и $N_R = 3$. Причем согласно формуле (1.11) имеем 6 майорановских нейтрино, и для каждого ν_L есть N_R с такой же массой. Такие 3 пары майорановских нейтрино образуют 3 дираковских спинора.

Перейдем теперь к экспериментальным ограничениям на массы нейтрино. Наблюдение осцилляций атмосферных и солнечных нейтрино на данный момент позволяет с высокой точностью измерить значения разности квадратов масс Δm_{21}^2 и Δm_{31}^2 . Однако, текущие экспериментальные данные не позволяют определить, является ли Δm_{31}^2 положительной или отрицательной величиной. Это допускает возможность существования двух различных *иерархий масс* нейтрино:

- 1) прямой иерархии масс, при которой $m_1 < m_2 < m_3$,
- 2) обратной иерархии масс, при которой $m_3 < m_1 < m_2$.

Иерархия масс нейтрино может быть измерена в осцилляционных экспериментах. Наиболее перспективными являются два способа. Во-первых, это измерение вероятности выживания электронного антинейтрино $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e}$. Примером является эксперимент JUNO [49], в котором уже начались измерения спектра электронных антинейтрино от ядерных реакторов, находящихся на расстоянии 53 км от детектора [50]. Ожидается, что будет достигнута чувствительность 3σ за шесть лет сбора данных. Во-вторых, это эксперименты с длинной базой, такие как NOvA и DUNE. В них измеряется вероятность осцилляций $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}$. Сложностью для данных экспериментов является то, что измеряемые величины зависят от неизвестной CP-нарушающей фазы δ . Кроме того, ожидается, что поток нейтрино от взрыва сверхновой также может нести информацию об иерархии масс нейтрино.

На данный момент порядок величины нейтринных масс неизвестен. Ограничение массы нейтрино сверху является целью множества экспериментов. Данные эксперименты чувствительны не к массам нейтрино по отдельности, а к некоторым их комбинациям. В частности, эксперименты по измерению спектра электронов при бета-распаде ограничивают эффективную массу электронного нейтрино, определённую как

$$m_{\nu_e}^2 = \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 m_i^2. \quad (1.13)$$

По состоянию на 2025 год лучшее лабораторное ограничение сверху на эффективную массу электронного нейтрино получено экспериментом KATRIN и составляет $m_{\nu} < 0.45$ эВ (90% CL)[51]. Ожидается, что в будущем KATRIN достигнет чувствительности к массе нейтрино на уровне 0.2 эВ.

Существует также ряд космологических ограничений на массы нейтрино. В частности, лучшее ограничение сверху на сумму масс нейтрино лежат в диапазоне $\sum_{i=1}^3 m_i < 0.07 - 0.12$ эВ [52–56]. Данное ограничение, однако, является модельно-зависимым. Как показано в работах [57; 58], неопределённости в параметрах космологической модели могут повлиять на ограничения масс нейтрино, полученные из космологических данных.

Одним из методов ограничения массы нейтрино являются также эксперименты по поиску двойного безнейтринного бета-распада. Они чувствительны к эффективной массе майорановского нейтрино $m_{\beta\beta} = |\sum_{i=1}^3 U_{ei}^2 m_i|$. Лучшие ограничения получены экспериментами GERDA и KamLAND-Zen и находятся на уровне $m_{\beta\beta} < 0.08 - 0.18$ эВ [59; 60]. Однако, у этого метода есть два недостатка. Во-первых, результаты подвержены значительной систематической ошибке из-за неточности вычисления ядерных матричных элементов двойного безнейтринного бета-распада [61; 62]. Во-вторых, данные ограничения справедливы только если нейтрино действительно являются майорановскими фермионами.

Массы нейтрино также можно ограничить снизу. Из наблюдения осцилляций нейтрино следует, что Δm_{12}^2 и Δm_{13}^2 являются ненулевыми величинами. В таком случае нулевой массой может обладать только самое лёгкое нейтрино, то есть ν_1 для случая прямой иерархии масс и ν_3 для случая обратной иерархии масс. Отсюда следует, что $m_2^2 \geq \Delta m_{21}^2$, а также $m_3^2 \geq \Delta m_{31}^2$ для прямой иерархии масс и $m_1^2 \geq |\Delta m_{31}^2|$ для обратной иерархии масс.

1.2 Осцилляции нейтрино

Гипотеза о существовании смешивания и осцилляций нейтрино впервые была выдвинута Бруно Понтекорво в работах [63; 64]. На момент публикации данных работ мюонное нейтрино ещё не было открыто, и Понтекорво обсуждал возможность осцилляций нейтрино-антинейтрино по аналогии с осцилляциями нейтральных каонов. После экспериментального открытия второго поколения нейтрино Маки, Накагава и Саката рассмотрели возможность смешивания между двумя массовыми состояниями нейтрино [65]. В дальнейшем теория осцилляций нейтрино была развита в статьях Биленького, Грибова и Понтекорво [66; 67].

Согласно современной теории смешивания, электронные, мюонные и тау нейтрино (или антинейтрино) являются суперпозицией состояний с определённой массой, которые называют *массовыми состояниями* нейтрино, то есть

$$\nu_{\alpha}^f = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} \nu_i, \quad (1.14)$$

где $\alpha = e, \mu, \tau$ — флейвор нейтрино, а индекс $i = 1, 2, 3$ нумерует состояния нейтрино с определённой массой. Унитарная матрица U называется матрицей смешивания, или же матрицей *Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты*. Для перехода от описания нейтрино к антинейтрино нужно заменить матрицу смешивания U на комплексно сопряжённую U^* . Матрица смешивания может быть параметризована с помощью трёх углов смешивания и одной фазы следующим образом:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

где по определению $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ и $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Здесь θ_{12} , θ_{13} и θ_{23} — углы смешивания, а δ — дираковская CP-нарушающая фаза.

Если нейтрино является майорановским фермионом, то в параметризации матрицы смешивания возникают две дополнительные фазы, которые называют майорановскими CP-нарушающими фазами. В таком случае матрица смешивания имеет вид

$$U_M = U \cdot D, \quad (1.16)$$

где U задана формулой (1.15), а

$$D = \text{diag}(e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}, 1). \quad (1.17)$$

Здесь α_1 и α_2 — майорановские CP-нарушающие фазы.

Смешивание нейтрино приводит к возникновению осцилляций нейтрино. Рассмотрим этот феномен в вакууме. Его строгое и последовательное описание требует привлечения квантового теоретико-полевого подхода [68—71]. Ниже, однако, для краткости ограничимся “стандартным” подходом, который представлен в подавляющем большинстве литературных источников, в той или иной мере посвященных нейтринным осцилляциям.

Эволюция массового состояния нейтрино в вакууме описывается выражением

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-i\mathcal{H}t} |\nu_i(0)\rangle, \quad (1.18)$$

где \mathcal{H} — вакуумный гамильтониан, $\nu_i(0)$ — начальный волновой пакет массивного нейтрино. Когда а) длина осцилляций (см. (1.22)) намного превышает характерные размеры “источника” и “детектора”, т.е. пространственных областей, в которых происходит соответственно рождение и регистрация нейтрино, а также б) изменение во времени перекрытия волновых пакетов нейтрино с разными массами, обусловленного разницей в их скоростях, несущественно, можно воспользоваться плосковолновым приближением (см., например, [72]):

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle. \quad (1.19)$$

Здесь $E_i = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{p}^2}$ — энергия массивного нейтрино с импульсом \mathbf{p} (среднее значение импульса нейтринного волнового пакета). Тогда, вероятность того, что нейтрино, изначально имеющее флейвор α , при детектировании будет иметь флейвор β , записывается в виде

$$P_{\alpha\beta}(t) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} \right|^2. \quad (1.20)$$

В ультрарелятивистском приближении, т. е. когда $p \gg m_i$, мы можем записать $E_i \approx p + m_i^2/2p$. Кроме того, мы можем считать, что $t \approx \mathcal{L}$, где \mathcal{L} — расстояние, пройденное нейтрино. В таком случае, после некоторых преобразований можно получить итоговое выражение для вероятности нейтринных

Параметр	$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$	$\sin^2 \theta_{13}$	$\delta, ^\circ$
Значение	$0.307^{+0.012}_{-0.011}$	$0.561^{+0.012}_{-0.015}$	$0.02195^{+0.00054}_{-0.00058}$	177^{+19}_{-20}

Таблица 1 — Экспериментальные значения параметров смешивания нейтрино из глобального анализа данных [73].

Параметр	$\Delta m_{21}^2, 10^{-5} \text{ эВ}^2$	$\Delta m_{31}^2, 10^{-3} \text{ эВ}^2$
Значение	$7.49^{+0.19}_{-0.19}$	$2.534^{+0.025}_{-0.023}$

Таблица 2 — Экспериментальные значения разностей квадратов масс нейтрино из глобального анализа данных [73].

осцилляций:

$$\begin{aligned}
P_{\alpha\beta}(\mathcal{L}) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>k} \text{Re}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin^2 \left(\frac{\pi \mathcal{L}}{2L_{ik}} \right) \\
&\quad + 2 \sum_{i>k} \text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin \left(\frac{\pi \mathcal{L}}{L_{ik}} \right), \tag{1.21}
\end{aligned}$$

где введены длины осцилляций нейтрино

$$L_{ik} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ik}^2}, \tag{1.22}$$

а $E = p$ — энергия нейтрино.

Таким образом, вероятность того, что нейтрино с флейвором α превратится в нейтрино с флейвором β , является функцией пройденного расстояния. Этот наблюдаемый в экспериментах феномен получил название *осцилляций нейтрино*. Вероятность осцилляций зависит от таких параметров, как углы смешивания, CP-нарушающая фаза, разности квадратов масс и энергия нейтрино. Значения параметров осцилляций нейтрино, полученные в результате глобального анализа данных нейтринных экспериментов, можно найти, например, в работах [2; 73]. В Таблицах 1 и 2 приведены результаты для случая прямой иерархии масс нейтрино.

Чтобы получить вероятность осцилляций антинейтрино, мы должны заменить матрицу смешивания U на комплексно сопряжённую U^* . Легко показать, что вероятность осцилляций антинейтрино записывается как

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{\alpha\beta}(L) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>k} \text{Re}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin^2 \left(\frac{\pi L}{2L_{ik}} \right) \\
&\quad - 2 \sum_{i>k} \text{Im}(U_{\beta i}^* U_{\alpha i} U_{\beta k} U_{\alpha k}^*) \sin \left(\frac{\pi L}{L_{ik}} \right). \tag{1.23}
\end{aligned}$$

От вероятности осцилляций нейтрино (1.21) она отличается лишь знаком у третьего слагаемого, содержащего мнимую часть от элементов матрицы смешивания. Таким образом, CP-нарушающая фаза δ описывает разницу между осцилляциями нейтрино и антинейтрино. Отметим, что майорановские CP-нарушающие фазы α_1 и α_2 не входят в выражения для вакуумных осцилляций нейтрино. В работе [74] показано, что невозможно различить дираковские и майорановские нейтрино путем наблюдения за процессами осцилляций нейтрино в вакууме. Более того, как было показано в [75], в случае взаимодействия нейтрино с веществом вероятности осцилляций также не зависят от майорановских CP-нарушающих фаз.

В веществе характер осцилляций нейтрино может существенно измениться. В нем будут возникать новые стационарные состояния и соответственно эффективные углы смешивания. Важной особенностью вероятности осцилляций является то, что при определённом значении плотности вещества, амплитуда осцилляций достигает единицы, то есть возникает резонансное усиление осцилляций нейтрино. В работе Михеева и Смирнова [76] было показано, что данное резонансное усиление может наблюдаться при распространении нейтрино в неоднородном веществе Солнца. Этот эффект носит название эффекта Михеева–Смирнова–Вольфенштейна. Общепринятое объяснение проблемы дефицита солнечных нейтрино учитывает эффект Михеева–Смирнова–Вольфенштейна [77]. Кроме того, ожидается, что данный эффект важен для осцилляций нейтрино от сверхновых [78].

Также осцилляции нейтрино могут быть не только флейворными, но и спиновыми, а в общем случае спин-флейворными. Спиновые осцилляции нейтрино $\nu_L \leftrightarrow \nu_R$, индуцированные взаимодействием магнитного момента нейтрино с поперечным магнитным полем \mathbf{B}^\perp , были впервые рассмотрены в работе [79]. Затем спин-флейворные осцилляции $\nu_{eL} \leftrightarrow \nu_{\mu R}$ в \mathbf{B}^\perp в вакууме обсуждались в работе [80] (ее исправления [81]), а важность учёта эффекта вещества была подчеркнута в работе [82]. Эффект резонансного усиления спиновых осцилляций нейтрино в \mathbf{B}^\perp в присутствии вещества был предложен в работах [83; 84]. Спиновые осцилляции нейтрино в магнитном поле с учётом эффекта движущегося вещества изучались в работе [85]. Возможность создания условий для резонанса в спиновых осцилляциях нейтрино за счёт эффекта движения вещества обсуждалась в работе [86]. Влияние продольного магнитного поля \mathbf{B}^\parallel рассматривалось в работе [87]. Эффекты ненулевых нарушающих CP-чётность

дираковских и майорановских фаз на нейтрино-антинейтринные¹ осцилляции в магнитном поле в астрофизических средах исследовались в работе [88]. В частности, было показано, что нейтрино-антинейтринные осцилляции в сочетании с нарушением CP-чётности майорановского типа могут влиять на отношение $\bar{\nu}_e/\nu_e$ для нейтрино, приходящих от взрыва сверхновой.

Спиновые осцилляции нейтрино в присутствии постоянного закрученного магнитного поля рассматривались в работах [89—94]. В частности, в работе [92] была предсказана возможность перехода до половины активных левых нейтрино в стерильные правые, когда поток нейтрино покидает поверхность плотной намагниченной нейтронной звезды.

Резонансный переворот спина нейтрино, индуцированный геометрической фазой в закрученном магнитном поле, был изучен в работе [95]. Было показано, что он может влиять на нейтринные затухающие всплески при нейтронизации в сверхновых, где, вероятно, существуют очень интенсивные магнитные поля. В предположении этого механизма, измерение флейворного состава нейтрино от сверхновых в предстоящих нейтринных экспериментах, таких как DUNE и Hyper-Kamiokande, может быть использовано для исследования магнитных моментов нейтрино, потенциально вплоть до значений порядка нескольких $10^{-15} \mu_B$ [95].

В работе [96] спиновые осцилляции нейтрино рассматривались в присутствии произвольного постоянного электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$. Спиновые осцилляции нейтрино в присутствии поля циркулярно и линейно поляризованных электромагнитных волн, а также суперпозиции электромагнитной волны и постоянного магнитного поля, рассматривались в работах [85; 97]. Эффект параметрического резонанса в нейтринных осцилляциях в периодически меняющихся электромагнитных полях изучался в работе [98].

Более общий случай эволюции спина нейтрино, подверженного общим типам взаимодействий с внешними скалярным s , псевдоскалярным π , векторным V_μ , аксиально-векторным A_μ , тензорным $T_{\mu\nu}$ и псевдотензорным $\Pi_{\mu\nu}$ полями, был рассмотрен в работе [99]. Из общего уравнения эволюции спина нейтрино, полученного в работе [99], следует, что ни скалярное s , ни псевдоскалярное π , ни векторное V_μ поля не могут индуцировать эволюцию спина нейтрино. Напротив,

¹в майорановском случае под антинейтрино подразумевают правоспиральной состояние нейтрино

было показано, что электромагнитное (тензорное) и слабое (аксиально-векторное) взаимодействия могут вносить вклад в эволюцию спина нейтрино.

Смешивание и осцилляции нейтрино в произвольном постоянном магнитном поле, имеющем ненулевые компоненты \mathbf{B}^\perp и \mathbf{B}^\parallel , рассматривались в работах [100–102].

В главе 4 рассмотрен простейший пример осцилляций нейтрино с диагональным магнитным моментом в однородном магнитном поле, и влияние этих осцилляций на состояние нейтрино, прилетающего в детектор, в котором происходит рассеяние.

1.3 Электромагнитные свойства нейтрино

В главе 2 дан общий вывод формфакторов частицы со спином 1/2, взаимодействующей с векторным полем в однобозонном приближении. Однако выпишем сразу выражение нейтринной электромагнитной вершинной функции, используемой в диссертации:

$$\Lambda_\mu^{(EM;\nu)fi}(q) = (\gamma_\mu - q_\mu \not{q}/q^2)[f_Q^{fi}(q^2) + f_A^{fi}(q^2)q^2\gamma_5] - i\sigma_{\mu\nu}q^\nu[f_M^{fi}(q^2) + if_E^{fi}(q^2)\gamma_5], \quad (1.24)$$

где f_Q^{fi} , f_A^{fi} , f_M^{fi} и f_E^{fi} есть, соответственно, зарядовые, анапольные, магнитные и электрические формфакторы нейтрино диагонального ($f = i$) и переходного ($f \neq i$) типов в массовом базисе. Они являются эрмитовыми матрицами в пространстве массивных состояний

$$f_{Q,A,M,E}^{fi}(q^2) = (f_{Q,A,M,E}^{fi}(q^2))^*. \quad (1.25)$$

В случае взаимодействия с реальным фотоном ($q^2 = 0$), электромагнитные формфакторы определяют стационарные характеристики нейтрино:

$$f_Q^{fi}(0) = e_{fi}, \quad 6 \left. \frac{df_Q^{fi}(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} = \langle r_{fi}^2 \rangle, \quad f_A^{fi}(0) = a_{fi}, \quad (1.26)$$

$$f_M^{fi}(0) = \mu_{fi}, \quad f_E^{fi}(0) = \varepsilon_{fi},$$

где e_{fi} , $\langle r_{fi}^2 \rangle$, a_{fi} , μ_{fi} и ε_{fi} — соответственно, нейтринные миллизаряды в единицах элементарного заряда e_0 , зарядовые радиусы² и анапольные моменты, измеряющиеся обычно в см², магнитные и электрические дипольные моменты в единицах магнетона Бора μ_B .

Для антинейтрино имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{f}_X^{fi} &= -f_X^{if} = -(f_X^{fi})^* \quad \text{для } X = Q, M, E, \\ \bar{f}_A^{fi} &= f_A^{if} = (f_A^{fi})^*. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Как и ожидалось, имеем другой знак для диагональных зарядовых, дипольных магнитных и электрических формфакторов, а для анапольных диагональные формфакторы не изменяются.

В случае майорановских нейтрино на формфакторы накладываются дополнительные условия

$$\begin{aligned} f_X^{fi} &= -f_X^{if} = -(f_X^{fi})^* \quad \text{для } X = Q, M, E, \\ f_A^{fi} &= f_A^{if} = (f_A^{fi})^*. \end{aligned} \quad (1.28)$$

То есть матрицы зарядовых, дипольных магнитных и электрических формфакторов еще оказываются и антисимметричными, кроме того, что являются эрмитовыми. Как следствие, эти матрицы могут иметь только недиагональные чисто мнимые значения. Матрица же анапольных формфакторов является симметричной и эрмитовой, т. е. все ее компоненты вещественны. Примечательно, что анапольные формфакторы являются единственными ненулевыми электромагнитными характеристиками в диагональном случае для майорановских нейтрино.

Таким образом, электромагнитные характеристики позволяют отличить майорановские нейтрино от дираковских.

Среди электромагнитных свойств нейтрино наиболее изучены теоретически магнитные и электрические дипольные моменты. В простейшем расширении Стандартной модели с массивными дираковскими нейтрино получается следующее выражение для магнитных и электрических моментов нейтрино [1; 103–107]:

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{ij}^D \\ i\varepsilon_{ij}^D \end{array} \right\} \simeq \frac{3e_0 G_F}{16\sqrt{2}\pi^2} (m_i \pm m_j) \left(\delta_{ij} - \frac{1}{2} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{li}^* U_{lj} \frac{m_\ell^2}{m_W^2} \right), \quad (1.29)$$

²Этот термин обычно используется в литературе для обозначения квадрата среднеквадратического зарядового радиуса.

где G_F — константа Ферми, m_W и m_ℓ — массы W -бозона и заряженного лептона ($\ell = e, \mu, \tau$), соответственно. Для диагональных магнитных и электрических моментов предсказываются значения

$$\mu_{kk}^D \simeq \frac{3e_0 G_F m_k}{8\sqrt{2}\pi^2} \simeq 3.2 \times 10^{-19} \mu_B \left(\frac{m_k}{1 \text{ эВ}} \right), \quad \varepsilon_{kk}^D = 0. \quad (1.30)$$

Из-за пропорциональности массам нейтрино магнитные моменты сильно подавлены. В недиагональном случае подавление усиливается из-за массы W -бозона:

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{ij}^D \\ i\varepsilon_{ij}^D \end{array} \right\} \simeq -3.9 \times 10^{-23} \mu_B \left(\frac{m_i \pm m_j}{eV} \right) \sum_{\ell=e,\mu,\tau} U_{li}^* U_{lj} \left(\frac{m_\ell}{m_\tau} \right)^2, \quad i \neq j. \quad (1.31)$$

В майорановском случае магнитные моменты нейтрино оказываются также подавлены нейтринной массой и их оставшиеся недиагональные значения оказываются на уровне недиагональных дираковских [105]. Однако, существуют модели, в которых майорановские магнитные моменты могут быть усилены на несколько порядков [103; 108–112].

В лабораторных экспериментах поиск эффекта магнитного момента нейтрино ведется с помощью процессов упругого рассеяния нейтрино на электроны ($E\nu ES$) и когерентного упругого рассеяния нейтрино на ядре ($CE\nu NS$). Поскольку взаимодействие за счет магнитного момента переворачивает спиральность, то оно входит в сечение в виде некогерентного вклада. За счет сингулярного поведения, обратно пропорционального переданной энергии, этот вклад может существенно превышать обычный вклад слабого взаимодействия в сечение в области малых переданных энергий. Таким образом, характерное изменение спектра отдачи частицы мишени по сравнению с предсказанием СМ несет информацию о величине магнитного момента. Следует отметить, что $E\nu ES$ эксперименты заметно более чувствительны к магнитному моменту нейтрино, чем $CE\nu NS$ эксперименты. В случае реакторных электронных антинейтрино наилучшее ограничение получено $E\nu ES$ экспериментом GEMMA [3] на Калининской АЭС:

$$\mu_{\nu_e} < 2.9 \times 10^{-11} \mu_B \quad (90\% \text{ CL}). \quad (1.32)$$

Приведем также наиболее жесткое ограничение на магнитный момент солнечного нейтрино:

$$\mu_{\nu_\odot} < 6.4 \times 10^{-12} \mu_B \quad (90\% \text{ CL}), \quad (1.33)$$

которое получено в эксперименте XENONnT [6]. Заметим, что магнитные моменты в (1.32) и (1.33) являются эффективными для соответствующих нейтрино (см. определение эффективного магнитного момента нейтрино в разделе 2.4.1). Ограничение (1.33) несущественно уступает наиболее жестким астрофизическим ограничениям [2]:

$$\mu_\nu \lesssim 1 \times 10^{-12} \mu_B. \quad (1.34)$$

В тоже время надо иметь в виду, что астрофизические ограничения являются модельно зависимыми в отличие от прямых лабораторных $E\nu ES$ и $CE\nu NS$ ограничений. Подробнее актуальные лабораторные и астрофизические ограничения можно найти в обзоре [113].

Также полезно указать механизм, лежащий в основе появления индуцированного магнитного момента массивного нейтрино, движущегося в плотном вырожденном электронном газе. Эффективное значение этого магнитного момента может быть на несколько порядков больше значения в (1.30) (подробности см. в работах [114–117]).

Зарядовые и анапольные формфакторы нейтрино также представляют интерес. Возможность существования ненулевого электрического заряда нейтрино (миллизаряда) рассматривается только в некоторых экзотических теориях. Однако, даже в общепринятом сценарии с нулевым миллизарядом нейтрино может иметь ненулевой зарядовый радиус, который вносит вклад в рассеяние нейтрино. Также нейтрино может иметь анапольный момент, эффект которого в рассеянии нейтрино на мишени обычно считается аналогичным эффекту зарядового радиуса (подробное обсуждение этого вопроса см. в работе [1]). Как показано в диссертации, при определенных условиях нейтринные зарядовые радиусы и анапольные моменты могут приводить к неидентичным эффектам в сечениях рассеяния нейтрино.

Напомним, что в СМ с одним поколением электрическая нейтральность нейтрино, наряду с квантованием зарядов лептонов и кварков, обусловлена компенсацией калибровочных аномалий в случае электрослабого взаимодействия. Однако, для СМ с тремя поколениями в литературе можно найти обсуждение экзотической возможности компенсации калибровочных аномалий таким образом, что два нейтрино имеют противоположные электрические заряды, а третье нейтрино электрически нейтрально, при этом заряды лептонов двух поколений

перестают квантоваться, а заряды кварков подчиняются стандартному квантованию [118–120]. В случае теорий, включающих массивные правые дираковские нейтрино, которые являются синглетами группы слабого изоспина $SU(2)$ и имеют ненулевой гиперзаряд, также в литературе можно найти обсуждение сценариев, в которых нейтрино имеет ненулевой электрический заряд [121]. В результате компенсация калибровочных аномалий требует соответствующего сдвига зарядов заряженных лептонов и кварков и, следовательно, электронов, протонов и нейтронов. Отсюда, в свою очередь следует, что заряд нейтрино должен быть достаточно малым, чтобы электрическая нейтральность вещества оставалась неизменной. Это дает ограничение [122]

$$|e_{ee}| \lesssim 3 \times 10^{-21} e_0. \quad (1.35)$$

В свете чрезвычайной малости ограничения (1.35) и указанного экзотического характера теорий, приводящих к ненулевому миллизаряду нейтрино, далее в диссертации при обсуждении нейтринного зарядового формфактора предполагается, что

$$f_Q^{fi}(0) = 0. \quad (1.36)$$

Как отмечено выше, если электрический заряд нейтрино равен нулю, зарядовый формфактор $f_Q^{fi}(q^2)$ может тем не менее содержать нетривиальную информацию об электрических свойствах нейтрино, а именно, о зарядовом радиусе нейтрино. Расчет зарядового радиуса нейтрино в рамках СМ дает диагональные в флэйворном базисе результаты³ [123–126]

$$\langle r_{\ell\ell}^2 \rangle_{SM} = -\frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \left[3 - 2 \log \frac{m_\ell^2}{m_W^2} \right], \quad (1.37)$$

где m_W и m_ℓ — массы W -бозона и заряженного лептона ($\ell = e, \mu, \tau$), соответственно. Из (1.37) получаются следующие численные значения:

$$\begin{aligned} \langle r_{ee}^2 \rangle_{SM} &= -4.1 \times 10^{-33} \text{ см}^2, \\ \langle r_{\mu\mu}^2 \rangle_{SM} &= -2.4 \times 10^{-33} \text{ см}^2, \\ \langle r_{\tau\tau}^2 \rangle_{SM} &= -1.5 \times 10^{-33} \text{ см}^2. \end{aligned} \quad (1.38)$$

В [124] (ее исправления [125]) отмечается, что СМ также предсказывает ненулевые значения для диагональных в флэйворном базисе анапольных моментов

³В диссертации используется определение зарядовых радиусов СМ, отличающееся в знаке от определений в работах [123–126] по причинам, изложенным в работе [8] (ее исправления [9]).

нейтрино. Согласно разложению вершинной функции (1.24) это просто

$$a_{\ell\ell}^{SM} = -\frac{1}{6}\langle r_{\ell\ell}^2 \rangle_{SM}. \quad (1.39)$$

Как обсуждается в [1], в СМ с безмассовыми левыми нейтрино зарядовый радиус нейтрино и анапольный момент не определены по отдельности, так что можно интерпретировать их линейную комбинацию $\langle r_{\ell\ell}^2 \rangle_{SM}/6 - a_{\ell\ell}^{SM}$, которая появляется в (1.24) при $q^2 \rightarrow 0$ после преобразования к флейворному базису, как либо зарядовый радиус, либо анапольный момент. В диссертации намеренно используются отдельные определения (1.37) и (1.39), поскольку соответствующие значения используются в расчетах, иллюстрирующих совместные эффекты электромагнитных свойств нейтрино и спиновой поляризации (см. разделы 3.2 и 3.3).

Традиционным способом получения ограничений на эффективный зарядовый радиус⁴ $\langle r_{ij}^2 \rangle_L = \langle r_{ij}^2 \rangle - 6a_{ij}$ является упругое нейтрино-электронное рассеяние (EνES) с использованием интенсивных потоков реакторных электронных антинейтрино. Ограничения на $\langle r_{\nu\mu}^2 \rangle$ были получены с использованием EνES-процесса в случае ускорительных мюонных нейтрино, образующихся в основном при распаде пионов. Эти методы были недавно дополнены измерением CEνNS-процессов с низкоэнергетическими электронными и мюонными нейтрино, которые образуются при распадах пионов и мюонов в состоянии покоя.

Вклады от ненулевых диагональных зарядовых радиусов интерферируют с вкладом слабых взаимодействий в EνES- и CEνNS-процессах, в то время как вклады переходных зарядовых радиусов суммируются некогерентно в полном сечении процесса. Действительно, в случае рассеяния за счет переходного зарядового радиуса конечный флейвор нейтрино не совпадает с начальным и так как слабые взаимодействия диагональны по флейвору, то интерференции вкладов не возникает.

Эксперименты с пучками нейтрино разных флейворов с разными характеристиками (в частности, энергетическим спектром) позволяют различать вклады различных диагональных и переходных зарядовых радиусов. Например, в эксперименте COHERENT, где используются пучки ν_e, ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ с различными энергетическими и временными распределениями. Поскольку $\left| \langle r_{\nu e\mu}^2 \rangle \right| = \left| \langle r_{\nu\mu e}^2 \rangle \right|$ вносит вклад во все события, $\langle r_{\nu e\tau}^2 \rangle$ вносит вклад только в

⁴Далее в контексте измерений величин зарядовых радиусов подразумеваются величины *эффективных* зарядовых радиусов, при этом в обозначениях это опущено.

события, индуцированные ν_e , а $\langle r_{\nu_{\mu\tau}}^2 \rangle$ вносит вклад только в события, индуцированные ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$, их можно различить. Эксперименты с солнечными нейтрино позволяют различать все зарядовые радиусы нейтрино, поскольку они регистрируют различные потоки ν_e , ν_μ и ν_τ (если $\sin^2 \theta_{23} \neq 0.5$).

Однако, результаты анализа экспериментальных данных со всеми диагональными и переходными зарядовыми радиусами сложны и страдают вырождениями, связанными с эффектами различных зарядовых радиусов. Наиболее существенным является возможная компенсация вклада диагонального зарядового радиуса вкладом соответствующего переходного зарядового радиуса.

Подробные таблицы с текущими экспериментальными ограничениями можно найти в обзоре [113]. При этом важно отметить, что эти ограничения лишь на порядок больше предсказаний Стандартной модели. Также важно обратить внимание на измерения солнечных нейтрино в экспериментах XENONnT [6; 127; 128], LUX-ZEPLIN [129] и PandaX-4T [130; 131], которые в данный момент уступают измерениям в лабораторных экспериментах. Однако, указанные эксперименты специализируются на поиске темной материи и сигнал от солнечных нейтрино в них воспринимается как фоновый. Поэтому в будущих экспериментах по поиску темной материи и изучению солнечных нейтрино, таких как DARWIN [131; 132], XLZD [133] и DarkSide [134], ожидается еще более высокая чувствительность.

1.4 Каналы взаимодействия нейтрино с веществом

В Стандартной модели взаимодействие нейтрино с кварками и лептонами осуществляется посредством обмена тяжелыми калибровочными Z^0 и W^\pm бозонами. При наличии у нейтрино электромагнитных свойств появляется дополнительный канал взаимодействия, связанный с обменом фотоном. Поскольку данный канал также возможен для процессов с обменом Z^0 бозоном, ниже мы остановимся более детально на процессах упругого рассеяния нейтрино на электронах и ядрах, в которых присутствует вклад взаимодействия нейтральных токов и которые активно исследуются экспериментально в настоящее время. В диссертации рассматриваются процессы рассеяния низкоэнергетических нейтрино, при которых происходят упругие столкновения на

тех или иных мишенях. Однако отметим, что при средних и высоких энергиях нейтрино также существует интерес к целому множеству процессов рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах, систематическое изложение текущего состояния исследования которых, можно найти в обзоре [135].

1.4.1 Взаимодействие нейтрино с электронами

Наиболее чувствительным и широко используемым методом экспериментального исследования магнитного момента нейтрино являются прямые лабораторные измерения упругого рассеяния нейтрино и антинейтрино низких энергий на электронах в реакторных, ускорительных и солнечных нейтринных экспериментах. Подробное описание некоторых важных экспериментов можно найти в работах [136; 137].

Возможность упругого рассеяния нейтрино на электроне за счёт магнитного момента нейтрино впервые была рассмотрена в [138], а сечение этого процесса было вычислено в [139] (соответствующие краткие исторические сведения см. в [140]). Здесь стоит напомнить о работе Домогацкого и Надежина [141], где было исправлено сечение из [139] и рассмотрено сечение рассеяния антинейтрино на электроне в контексте более ранних экспериментов с реакторными антинейтрино [142; 143], которые были нацелены на выявление эффектов магнитного момента нейтрино. Обсуждение вывода сечения и оптимальных условий для ограничения магнитного момента нейтрино, а также сводку формул для сечений упругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на электронах, нуклонах и ядрах можно найти в [140; 144].

1.4.2 Когерентное упругое рассеяние нейтрино на ядре

Слабые нейтральные токи без изменения странности $\Delta S = 0$, предсказанные Стандартной моделью, допускают существование упругого рассеяния (анти)нейтрино на нуклонах и ядрах без каких-либо пороговых ограничений, которое может происходить даже при очень низких энергиях. В случае ядер-

ных мишеней Фридманом [145] и, независимо, Копелиовичем и Франкфуртом [146] было указано, что если энергия (анти)нейтрино и передаваемый импульс слишком малы, чтобы вызвать какое-либо возбуждение нуклонов или рождение частиц в ядре, и ядро при этом остаётся в основном состоянии, то рассеяние на отдельных нуклонах может происходить синфазно, приводя к когерентному рассеянию. Это приводило бы к значительному увеличению сечения рассеяния, которое растёт с увеличением числа нуклонов. Необходимым условием для наблюдения явления когерентности в ν -рассеянии на ядрах является то, что при этих энергиях (анти)нейтрино передаваемый импульс q достаточно мал, чтобы удовлетворять условию $q \ll 1/R$, где R — радиус ядра.

Хотя условие когерентности благоприятствует использованию средних и тяжёлых ядерных мишеней с большим массовым числом A , оно также создаёт серьёзные проблемы для их детектирования. В когерентных реакциях, индуцированных взаимодействиями нейтральных токов, единственной наблюдаемой величиной является очень малая энергия ядра отдачи, т. е. в энергетической области \sim кэВ для (анти)нейтрино с энергией в несколько МэВ, что очень трудно измерить экспериментально. Однако, последние достижения в области технологий детектирования позволили измерять отдачи ядер с очень низкой энергией, что привело к наблюдению когерентных упругих реакций, например, коллаборацией COHERENT на источнике нейтронов в ORNL с использованием интенсивного пучка мюонных нейтрино, полученного от распада остановленных пионов [147]. Первое наблюдение когерентного упругого нейтрино-ядерного рассеяния (CE ν NS) было осуществлено этой коллаборацией с помощью детектора из сцинтилляционного кристалла CsI(Na), за которым последовало его наблюдение с однокомпонентным жидкоаргоновым детектором [148], а еще позднее — с CsI(Na) детектором, но с бóльшей экспозицией [149]. Планируется проведение многих новых экспериментов с другими ядерными мишенями для дальнейшего подтверждения наблюдения CE ν NS в ближайшем будущем [147; 150].

Физический потенциал процесса CE ν NS очень богат. Прецизионное измерение наблюдаемых величин в CE ν NS, таких как энергетические и угловые распределения ядер отдачи, предоставляет возможность исследования различных физических проблем, поскольку теоретические неопределённости в расчёте этих величин довольно малы. Это связано с тем, что значение угла Вайнберга θ_W в Стандартной модели и ядерные формфакторы в области очень малых передаваемых импульсов известны достаточно хорошо, а неопределённость

возникает только из-за определения величины потока нейтрино, что может быть улучшено в будущем. Ниже перечислены некоторые физические проблемы в физике слабых взаимодействий, где исследование CE ν NS может внести важный вклад.

- Установление явления когерентности в процессах рассеяния (анти)нейтрино на ядрах путём подтверждения зависимости сечения CE ν NS от N^2 .
- Прямое определение угла Вайнберга θ_W по прецизионным данным и знанию ядерных формфакторов, что дополнит его определение из измерений с поляризованными электронами, так как оба метода непосредственно измеряют слабый заряд ядра Q_W , выраженный через θ_W .
- Измеряемые в CE ν NS физические величины могут помочь в определении электромагнитных свойств (анти)нейтрино. Электромагнитные взаимодействия, представляющие собой обмены фотонами т.е. нейтральными частицами как и Z_0 -бозоны, также могут вносить вклад в наблюдаемые в CE ν NS энергетические и угловые распределения ядер отдачи. Прецизионное измерение этих наблюдаемых величин позволит определить электромагнитные свойства (анти)нейтрино, такие как:
 - зарядовый радиус (анти)нейтрино и его возможная зависимость от флейвора с использованием пучков $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ и $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$, полученных от распада остановленных пионов и мюонов (π DAR и μ DAR) на ускорителях;
 - магнитный момент нейтрино путём измерения энергетического и углового распределения ядра-мишени в $\nu(\bar{\nu})$ -ядерном рассеянии и его зависимость от флейвора;
 - обнаружение ненулевого магнитного момента также может помочь в определении дираковской или майорановской природы нейтрино.
- CE ν NS может быть использован как мощный инструмент для изучения нестандартных взаимодействий (NSI) и физики за пределами

Стандартной модели, особенно в векторном секторе. Любое значительное отклонение от предсказаний Стандартной модели указывало бы на наличие NSI. CE ν NS в случае ядер, у которых $N \neq Z$ и ненулевой спин, может быть использован для исследования NSI в аксиально-векторном секторе.

- CE ν NS с пучками относительно более высоких энергий может быть использован для определения нейтронного распределения в ядрах, подобно тому, как это делается с использованием измерения нарушения чётности в рассеянии электронов. Например, из данных COHERENT следует нейтронный радиус $R_n = 5.0 \pm 0.7$ фм и наличие нейтронной “кожи” (“skin”), т. е. $R_n - R_p = 0.2 \pm 0.7$ фм для Cs, что согласуется с теоретическими расчётами [151]. Такие измерения могут быть расширены на другие ядра и будут дополнять исследования, проведённые с использованием нарушения четности в рассеянии электронов.

Глава 2. Общее описание процессов рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах

В данной главе рассматривается упругое рассеяние нейтрино на частицах мишени в лабораторной системе. Для расчета сечений процессов необходимо задать кинематику процесса рассеяния, а также зафиксировать модели описания частиц, участвующих в рассеянии. Таким образом, в первом разделе главы дано описание взаимодействия частицы, имеющей спин $1/2$, с векторным полем в терминах вершинной функции и соответствующих формфакторов в однобозонном приближении. На основе этого записаны вершины электромагнитного и слабого нейтрально-токового взаимодействий нуклона, а также установлены связи формфакторов нуклонов между собой. Во втором разделе вводятся ядерные формфакторы слабых нейтральных и электромагнитных токов на основе взаимодействий нуклонов. В третьем разделе подробно обсуждается состояние нейтрино непосредственно перед рассеянием и задается его описание. Наконец, в четвертом разделе получены формулы сечения упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах.

2.1 Формфакторы частицы со спином 1/2

Кратко коснемся общего подхода к описанию свойств электромагнитных и слабых взаимодействий фермионов со спином 1/2. Параметры взаимодействия фермиона с фотоном или Z^0 -бозоном задаются вершинной функцией $\Lambda_\mu^{fi}(p_i, p_f)$, где $p_{i(f)}$ — 4-импульс начальной (конечной) частицы со спином 1/2 и массой $m_{i(f)}$. Эта вершинная функция определяет матричный элемент фермионного тока

$$\langle \mathbf{p}_f, s_f, m_f | \hat{j}_\mu(0) | \mathbf{p}_i, s_i, m_i \rangle = \bar{u}_{\mathbf{p}_f, s_f}^{m_f} \Lambda_\mu^{fi}(q, l) u_{\mathbf{p}_i, s_i}^{m_i}, \quad (2.1)$$

где $u_{\mathbf{p}, s}^m$ — биспинорная амплитуда свободной частицы с массой m , импульсом \mathbf{p} и спиральностью s . Используя $q^\mu = p_i^\mu - p_f^\mu$, $l^\mu = p_i^\mu + p_f^\mu$, метрический тензор $g^{\mu\nu}$ и антисимметричный тензор Леви-Чивиты $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$, 4×4 матрицу $\Lambda_\mu^{fi}(q, l)$ можно представить в виде линейной комбинации 16 матриц $\mathbb{1}$, γ_5 , γ^μ , $\gamma^\mu \gamma_5$ и $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$. Из эрмитовости оператора тока $\hat{j}_\mu^\dagger = \hat{j}_\mu$ следует, что

$$[\Lambda_\mu^{fi}(q, l)]^\dagger = \gamma^0 \Lambda_\mu^{if}(-q, l) \gamma^0. \quad (2.2)$$

После использования тождеств Гордона получаем [152]

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{fi}(q) = & f_1^{fi}(q^2) q_\mu + f_2^{fi}(q^2) q_\mu \gamma_5 + f_3^{fi}(q^2) \gamma_\mu + \\ & + f_4^{fi}(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 + f_5^{fi}(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_6^{fi}(q^2) \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\nu \sigma^{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

В силу требования лоренц-инвариантности шесть формфакторов $f_{1,2,3,4,5,6}^{fi}(q^2)$ являются функциями q^2 . Из них $f_{2,3,4}^{fi}(q^2)$ — эрмитовы матрицы, а $f_{1,5,6}^{fi}(q^2)$ — антиэрмитовы.

В случае электромагнитного тока имеет место калибровочная инвариантность и сохранение тока $\partial_\mu j^\mu = 0$, так что

$$q^\mu \bar{u}_f(p_f) \Lambda_\mu^{fi}(q, l) u_i(p_i) = 0. \quad (2.4)$$

Это условие (с учетом тождеств Гордона) приводит к

$$f_1^{fi} q^2 + f_3^{fi} (m_f - m_i) = 0, \quad f_2^{fi} q^2 + f_4^{fi} (m_f + m_i) = 0. \quad (2.5)$$

Следовательно, электромагнитная вершинная функция принимает вид

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(\text{EM})fi}(q) = & \left(\gamma_\mu - \frac{q_\mu \not{q}}{q^2} \right) \left[f_3^{fi}(q^2) - \frac{q^2}{m_i + m_f} f_2^{fi}(q^2) \gamma_5 \right] + \\ & + \sigma_{\mu\nu} q^\nu [f_5^{fi}(q^2) - 2i f_6^{fi}(q^2) \gamma_5]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Из этого выражения следует, что электромагнитная вершинная функция нейтрино может быть записана в виде (1.3).

Вершина для античастиц $\bar{\Lambda}_\mu^{fi}(q,l)$ определяется как

$$\langle \overline{\mathbf{p}_f, s_f, m_f} | \hat{j}_\mu^C(0) | \overline{\mathbf{p}_i, s_i, m_i} \rangle = \bar{u}_{\mathbf{p}_f, s_f}^{m_f} \bar{\Lambda}_\mu^{fi}(q,l) u_{\mathbf{p}_i, s_i}^{m_i}, \quad (2.7)$$

где $\hat{j}_\mu^C(0)$ — зарядово сопряженный ток. Здесь в определении мы учитывали, что в зарядово сопряженном токе лестничные операторы частиц заменены на лестничные операторы античастиц и наоборот. С другой стороны, пользуясь соотношением, $\hat{j}_\mu^C(0) = -\hat{j}_\mu(0)$

$$\begin{aligned} \langle \overline{\mathbf{p}_f, s_f, m_f} | \hat{j}_\mu^C(0) | \overline{\mathbf{p}_i, s_i, m_i} \rangle &= \bar{v}_{\mathbf{p}_i, s_i}^{m_i} \Lambda_\mu^{if}(q,l) v_{\mathbf{p}_f, s_f}^{m_f} = \\ &= \bar{u}_{\mathbf{p}_f, s_f}^{m_f} C [\Lambda_\mu^{if}(q,l)]^\top C^\dagger u_{\mathbf{p}_i, s_i}^{m_i}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Последний переход получен с учетом свойств C -преобразования. Таким образом, получаем [1]

$$\bar{\Lambda}_\mu^{fi}(q,l) = C [\Lambda_\mu^{if}(q,l)]^\top C^\dagger. \quad (2.9)$$

То есть формфакторы античастиц выражаются через формфакторы частиц с учетом свойств (2.2) следующим образом:

$$\begin{aligned} \{ i\bar{f}_1^{fi}, \bar{f}_2^{fi}, \bar{f}_4^{fi} \} &= \{ if_1^{if}, f_2^{if}, f_4^{if} \} = \{ (if_1^{if})^*, (f_2^{if})^*, (f_4^{if})^* \}, \\ \{ \bar{f}_3^{fi}, i\bar{f}_5^{fi}, i\bar{f}_6^{fi} \} &= - \{ f_3^{if}, if_5^{if}, if_6^{if} \} = - \{ (f_3^{if})^*, (if_5^{if})^*, (if_6^{if})^* \}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.1.1 Электромагнитные и слабые нейтральные формфакторы нуклонов

При описании рассеяния нейтрино на нуклонах мы используем электромагнитную вершинную функцию нуклона в стандартной форме [152; 153], полагая $m_f = m_i = m_N$ в уравнении (2.6), где m_N — масса нуклона:

$$\begin{aligned} \Lambda_\mu^{(EM;N)}(q) &= \gamma_\mu F_Q^N(q^2) - \frac{i}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_M^N(q^2) + \\ &+ \frac{1}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 F_E^N(q^2) - (q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) \gamma_5 \frac{F_A^N(q^2)}{m_N^2}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь $F_{Q,M,E,A}$ — соответственно зарядовый, магнитный, электрический и аномальный формфакторы для протона ($N = p$) и нейтрона ($N = n$).

В случае слабого нейтрального тока мы пренебрегаем токами второго рода, которые нарушают изотопическую инвариантность сильного взаимодействия, т. е. полагаем $f_1 = f_6 = 0$ в уравнении (2.3). В результате получаем [72; 154]

$$\begin{aligned} \Lambda_{\mu}^{(\text{NC};N)}(q) = & \gamma_{\mu} F_1^N(q^2) - \frac{i}{2m_N} \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} F_2^N(q^2) - \\ & - \gamma_{\mu} \gamma_5 G_A^N(q^2) + \frac{1}{m_N} G_P^N(q^2) q^{\mu} \gamma_5, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где F_1^N , F_2^N , G_A^N , и G_P^N — соответственно дираковский, паулиевский, аксиальный и псевдоскалярный слабые нейтральные формфакторы нуклона. Далее мы опускаем псевдоскалярный формфактор G_P^N , так как его вклад в сечение рассеяния нейтрино на нуклоне исчезает в пределе нулевой массы нейтрино.

Ограничиваясь в описании внутренней структуры нуклонов легкими кварками u , d и s , для которых приближенно выполняется флейворная $SU(3)$ симметрия, и используя гипотезы сохранения векторного тока и частичного сохранения аксиального тока, мы можем связать слабые нейтральные токи нуклонов с их электромагнитными токами. Это приводит к соотношениям между соответствующими формфакторами [72; 155] (здесь мы ограничиваемся зарядовыми и магнитными формфакторами в случае электромагнитного тока). В частности, имеем

$$\begin{aligned} F_{1,2}^p(q^2) &= \left(\frac{1}{2} - 2s_W^2 \right) F_{Q,M}^p - \frac{3}{2} F_{Q,M}^n - \frac{1}{2} F_{1,2}^s, \\ F_{1,2}^n(q^2) &= \left(\frac{1}{2} - 2s_W^2 \right) F_{Q,M}^n - \frac{3}{2} F_{Q,M}^p - \frac{1}{2} F_{1,2}^s, \\ G_A^p(q^2) &= \frac{1}{2} G_A(q^2) - \frac{1}{2} G_A^s(q^2), \\ G_A^n(q^2) &= -\frac{1}{2} G_A(q^2) - \frac{1}{2} G_A^s(q^2), \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $s_W^2 = \sin^2 \theta_W$, G_A — изовекторный аксиальный формфактор, а $F_{1,2}^s$ и G_A^s — странные формфакторы нуклона, представляющие собой дополнительные изоскалярные (с точки зрения слабого взаимодействия) нуклонные вклады.

2.1.2 Параметризация нуклонных формфакторов

В литературе зависимость формфакторов нуклонов от q^2 часто описывается в дипольном приближении. Однако, параметризация нуклонных формфакторов в дипольном приближении не всегда достаточна для детального анализа экспериментальных данных по рассеянию лептонов на нуклонах. По этой причине мы используем здесь более точный подход, разработанный в [154; 155].

Введем электромагнитные формфакторы Сакса $G_{E,M}^N$:

$$F_Q^N(q^2) = \frac{G_E^N(q^2) - \frac{q^2}{4m_N^2} G_M^N(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2}}, \quad F_M^N(q^2) = \frac{G_M^N(q^2) - G_E^N(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2}}. \quad (2.14)$$

Эти формфакторы параметризуются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{G_M^N(q^2)}{\mu_N} &= \frac{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} a_M^N}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} b_{M1}^N + \left(\frac{q^2}{4m_N^2}\right)^2 b_{M2}^N - \left(\frac{q^2}{4m_N^2}\right)^3 b_{M3}^N}, \\ G_E^p(q^2) &= \frac{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} a_E^p}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} b_{E1}^p + \left(\frac{q^2}{4m_N^2}\right)^2 b_{E2}^p - \left(\frac{q^2}{4m_N^2}\right)^3 b_{E3}^p}, \\ G_E^n(q^2) &= \frac{-\frac{q^2}{4m_N^2} \lambda_1}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2} \lambda_2} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где μ_N — магнитный момент нуклона в единицах ядерного магнетона. Для изовекторного аксиального формфактора используем параметризацию

$$G_A(q^2) = g_A \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2}. \quad (2.16)$$

Теперь приведем численные значения всех используемых здесь параметров [154]:

$$\begin{aligned} m_N &= 938 \text{ МэВ}, & \mu_p &= 2.793, & \mu_n &= -1.913, \\ M_V &= 843 \text{ МэВ}, & g_A &= 1.267, & M_A &= 1049 \text{ МэВ}, \\ a_E^p &= -0.19, & b_{E1}^p &= 11.12, & b_{E2}^p &= 15.16, & b_{E3}^p &= 21.25, \\ a_M^p &= 1.09, & b_{M1}^p &= 12.31, & b_{M2}^p &= 25.57, & b_{M3}^p &= 30.61, \\ & & \lambda_1 &= 1.68, & \lambda_2 &= 3.63, \\ a_M^n &= 8.28, & b_{M1}^n &= 21.3, & b_{M2}^n &= 77, & b_{M3}^n &= 238. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Странные формфакторы параметризуются как [156]

$$\begin{aligned}
 F_1^S(q^2) &= \frac{\frac{q^2}{6} \langle r_S^2 \rangle}{\left(1 - \frac{q^2}{4m_N^2}\right)} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \\
 F_2^S(q^2) &= \frac{\mu_S}{\left(1 - \frac{q^2}{4m_N^2}\right)} \left(1 - \frac{q^2}{M_V^2}\right)^{-2}, \\
 F_A^S(q^2) &= g_A^S \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2},
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

где $\langle r_S^2 \rangle$ — странный радиус нуклона, μ_S — странный магнитный момент нуклона, а g_A^S — странный вклад в спин нуклона. Измерения странных векторных формфакторов $F_{1,2}^S$ в рассеянии электронов с нарушением четности указывают на их значения, близкие к нулю [157]. Поэтому в диссертации, следуя [158], мы пренебрегаем вкладами странности, т. е. предполагаем, что $F_{1,2}^S = 0$. Однако, мы учитываем странный вклад в слабый аксиальный формфактор. Мы рассматриваем $0.2 \geq g_A^S \geq -0.2$, что почти полностью перекрывает экспериментально допустимый диапазон значений g_A^S (см., например, работу [158]). В диссертации сравниваются сечения рассеяния, рассчитанные с учетом и без учета указанных странных формфакторов.

2.2 Формфакторы ядра

Основную трудность в расчетах сечений рассеяния с участием ядер представляет вычисление матричных элементов токов взаимодействий. В этом разделе эти матричные элементы будут получены в нерелятивистском приближении в терминах ядерных формфакторов.

2.2.1 Ядерные матричные элементы

В диссертации состояние точечной дираковской частицы с определенным импульсом \mathbf{p} и спиральностью s нормируется следующим образом:

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}, s\rangle &= \sqrt{2E_{\mathbf{p}}}(2\pi)^{3/2} a_{\mathbf{p}, s}^{\dagger} |0\rangle, \\ \langle \mathbf{q}, \lambda | \mathbf{p}, s\rangle &= 2E_{\mathbf{p}}(2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \delta_{s\lambda}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Состояние ядра с Z протонами и N нейтронами определим согласно

$$\begin{aligned} |\Psi(\mathbf{P})\rangle &= \frac{1}{\sqrt{Z!N!(2\pi)^{3A}}} \int \left(\prod_{i=1}^A \frac{d^3 p_i}{2E_{p_i}} \sum_{s_i} \right) \Psi_{P|s_1 \dots s_A}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_A) \cdot \\ &\cdot |\mathbf{p}_1, s_1; \dots; \mathbf{p}_A, s_A\rangle, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $A = Z + N$ — массовое число, Ψ — волновая функция ядра в импульсном представлении, индексы от 1 до Z относятся к протонам, а остальные — к нейтронам (операторы рождения/уничтожения коммутируют для частиц разного сорта), \mathbf{P} — полный импульс ядра. Нормируем это состояние также, как и $|\mathbf{p}, s\rangle$, т. е.

$$\langle \Psi(\mathbf{P}') | \Psi(\mathbf{P}) \rangle = (2\pi)^3 2E_{\mathbf{P}} \delta^{(3)}(\mathbf{P} - \mathbf{P}'). \quad (2.21)$$

Необходимо вычислить

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^{(EM), \mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= \langle \Psi'(\mathbf{P}') | \hat{J}_p^{(EM), \mu}(0) + \hat{J}_n^{(EM), \mu}(0) | \Psi(\mathbf{P}) \rangle, \\ \mathcal{J}^{(NC), \mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= \langle \Psi'(\mathbf{P}') | \hat{J}_p^{(NC), \mu}(0) + \hat{J}_n^{(NC), \mu}(0) | \Psi(\mathbf{P}) \rangle, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где нуклонные токи определяются вершинами (2.11) и (2.12) соответственно. Во избежание громоздких формул проведем вычисления для состояний $|\Phi(\mathbf{P})\rangle$, отвечающих частицам одного сорта (обобщение на случай частиц разного сорта не составляет труда). Имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^{\mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= \langle \Phi'(\mathbf{P}') | \hat{j}^{\mu}(0) | \Phi(\mathbf{P}) \rangle = \\ &= \langle \Phi'(\mathbf{P}') | \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q' d^3 q}{\sqrt{4E_{q'} E_q}} \sum_{r'r} \bar{u}_{q', r'} \Lambda^{\mu}(q - q') u_{q, r} a_{q', r'}^{\dagger} a_{q, r} | \Phi(\mathbf{P}) \rangle. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Коммутируя операторы рождения и уничтожения и пользуясь антисимметричностью волновых функций, получаем ток \mathcal{J}^{μ} в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^{\mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= \frac{1}{(2\pi)^{3A+3}} \int \left(\prod_{i=1}^A \frac{d^3 p_i}{2E_{p_i}} \right) \frac{d^3 p'}{2E_{p'}} \sum_{s'\{s\}} \sum_{a=1}^A \cdot \\ &\cdot \bar{u}_{p', s'} \Lambda^{\mu}(p_a - p') u_{p_a, s_a} \Psi_{P'|\{s'\}_a}^* (\{\mathbf{p}'\}_a) \Psi_{P|\{s\}}(\{\mathbf{p}\}), \end{aligned} \quad (2.24)$$

где $\{\mathbf{p}\}$ и $\{s\}$ обозначают соответственно набор переменных \mathbf{p}_i и s_i , $i = \overline{1, A}$. Скобки же $\{\mathbf{p}'\}_a$ и $\{s'\}_a$ обозначают наборы, в которых соответственно проведены замены $\mathbf{p}_a \rightarrow \mathbf{p}'$ и $s_a \rightarrow s'$. В рассматриваемых процессах упругого рассеяния нейтрино на покоящемся ядре энергии налетающих нейтрино и соответственно энергии отдачи ядер таковы, что ядро можно описывать в нерелятивистском приближении. Для этого сначала запишем биспинорные амплитуды и вершину явно в дираковском представлении гамма-матриц (соглашения см. в Главе 1, выражения (1.1) и (1.2))

$$u_{\mathbf{p},s} = \sqrt{E_{\mathbf{p}} + m_N} \begin{pmatrix} \xi_{\mathbf{p},s} \\ (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \\ E_{\mathbf{p}} + m_N \end{pmatrix} \xi_{\mathbf{p},s} = \begin{pmatrix} \sqrt{E_{\mathbf{p}} + m_N} \xi_{\mathbf{p},s} \\ s \sqrt{E_{\mathbf{p}} - m_N} \xi_{\mathbf{p},s} \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

где $\xi_{\mathbf{p},s}$ — спиновое состояние со спиральностью $s = \pm 1$, $\boldsymbol{\sigma}$ — вектор матриц Паули. Вершины же записываются в виде

$$\Lambda_{(\text{EM};N)}^{\mu}(q) = \left\{ \begin{pmatrix} Q_N & -\frac{\kappa_N}{2m_N}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \\ -\frac{\kappa_N}{2m_N}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}) & -Q_N \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} \frac{i\kappa_N}{2m_N}[\mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma}] & Q_N \boldsymbol{\sigma} \\ -Q_N \boldsymbol{\sigma} & \frac{i\kappa_N}{2m_N}[\mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma}] \end{pmatrix} \right\} \quad (2.26)$$

$$\Lambda_{(\text{NC};N)}^{\mu}(q) = \left\{ \begin{pmatrix} g_V^N & -\frac{\kappa_N^{\text{NC}}}{2m_N}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - g_A^N \\ -\frac{\kappa_N^{\text{NC}}}{2m_N}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + g_A^N & -g_V^N \end{pmatrix}, \right. \\ \left. \begin{pmatrix} \frac{i\kappa_N^{\text{NC}}}{2m_N}[\mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma}] - g_A^N \boldsymbol{\sigma} & g_V^N \boldsymbol{\sigma} \\ -g_V^N \boldsymbol{\sigma} & \frac{i\kappa_N^{\text{NC}}}{2m_N}[\mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma}] + g_A^N \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \right\}.$$

Здесь в выражении для вершин формфакторы взяты при нулевом переданном импульсе, которые дают соответствующие электромагнитные/слабые нейтральные характеристики нуклона: $F_Q^N(q=0) = Q_N$ — электрический заряд, $\frac{F_M^N(q=0)}{2m_N} = \frac{\kappa_N}{2m_N}$ — аномальный магнитный момент, $F_1^N(q=0) = g_V^N$ и $G_A(q=0) = g_A^N$ — слабые векторная и аксиальная константы связи нуклона, которые можно выразить через параметры, задающие нуклонные формфакторы, согласно разделам 2.1.1 и 2.1.2. Наконец, $\frac{F_2^N(q=0)}{2m_N} = \frac{\kappa_N^{\text{NC}}}{2m_N}$ — слабый нейтральный аномальный магнитный момент. Также в электромагнитной вершине отброшены электрический дипольный и анапольный формфакторы, а в слабой вершине снова опущен псевдоскалярный формфактор. Таким образом, в нулевом порядке по $\frac{P}{M}$, где M — масса многочастичного состояния, имеем

$$\bar{u}_{\mathbf{p}',s'} \Lambda_{\text{EM};N}^{\mu}(p_a - p') u_{\mathbf{p}_a,s_a} \approx 2m_N \xi_{\mathbf{p}',s'}^{\dagger} \{Q_N, \mathbf{0}\} \xi_{\mathbf{p}_a,s_a}, \quad (2.27)$$

$$\bar{u}_{\mathbf{p}',s'} \Lambda_{\text{NC};N}^{\mu}(p_a - p') u_{\mathbf{p}_a,s_a} \approx 2m_N \xi_{\mathbf{p}',s'}^{\dagger} \{g_V^N, -g_A^N \boldsymbol{\sigma}\} \xi_{\mathbf{p}_a,s_a}.$$

В нерелятивистском случае можно выбрать любое направление квантования спина, поэтому выберем его вдоль третьей оси лабораторной системы координат. Тогда $\xi_{p,+} = (1, 0)^\top$, $\xi_{p,-} = (0, 1)^\top$ и далее матричные элементы матриц в обкладках этих состояний мы будем просто обозначать соответствующими индексами. Также учтем, что волновая функция многочастичного состояния факторизуется на движение центра масс с импульсом \mathbf{P} и внутреннее состояние системы

$$\Psi_{\mathbf{P}|\{s\}}(\{\mathbf{p}\}) = \sqrt{2E_{\mathbf{P}} \left(\prod_{i=1}^A 2E_{p_i} \right)} (2\pi)^{3A+3} \psi_{\{s\}}(\{\tilde{\mathbf{p}}\}) \delta \left(\mathbf{P} - \sum_{a=1}^A \mathbf{p}_a \right), \quad (2.28)$$

где $\tilde{\mathbf{p}}_a = \mathbf{p}_a - \mathbf{P}$ — импульсы в системе центра масс. Теперь согласно (2.21) нормировка есть

$$\int \left(\prod_{i=1}^A d^3 p_i \right) |\psi_{\{s\}}(\{\mathbf{p}\})|^2 \delta \left(\sum_{a=1}^A \mathbf{p}_a \right) = 1. \quad (2.29)$$

Наконец, собирая все вместе, делая обобщение на ядро, т. е. на многочастичное состояние с двумя сортами частиц, а также переходя в систему центра масс ядра $\mathbf{p}_i \rightarrow \mathbf{P} + \mathbf{p}_i$, получаем вид матричных элементов токов в нулевом порядке

нерелятивистского приближения для движения ядра:

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}^{(EM),\mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= 2M \int d^3r \left(\prod_{i=1}^A d^3p_i \right) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})} \sum_{s'\{s\}} \cdot \\
&\cdot \sum_{a=1}^A \Psi_{\{s\}'_a}^*(\{\mathbf{p}\}) \{Q_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) \delta_{s's_a}, \mathbf{0}\} \Psi_{\{s\}}(\{\mathbf{p}\}) \delta \left(\sum_{j=1}^A \mathbf{p}_j \right) = \\
&= 2M \int d^3r e^{i((\mathbf{P}-\mathbf{P}')\cdot\mathbf{r})} \langle JM'_J | \left\{ \sum_{a=1}^A Q_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a), \mathbf{0} \right\} | JM_J \rangle = \\
&= 2M \left\{ \mathcal{F}_{M'_J M_J}^Q(\mathbf{P} - \mathbf{P}'), \mathbf{0} \right\}, \\
\mathcal{J}^{(NC),\mu}(\mathbf{P} - \mathbf{P}') &= 2M \int d^3r \left(\prod_{i=1}^A d^3p_i \right) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})} \sum_{s'\{s\}} \cdot \\
&\cdot \sum_{a=1}^A \Psi_{\{s\}}^*(\{\mathbf{p}\}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) \{g_V^a \delta_{s's_a}, -g_A^a \boldsymbol{\sigma}_{s's_a}\} \Psi_{\{s\}}(\{\mathbf{p}\}) \delta \left(\sum_{a=1}^A \mathbf{p}_a \right) = \\
&= 2M \int d^3r e^{i((\mathbf{P}-\mathbf{P}')\cdot\mathbf{r})} \langle JM'_J | \left\{ \sum_{a=1}^A g_V^a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a), \right. \\
&\left. - g_A^a \boldsymbol{\sigma}^{(a)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) \right\} | JM_J \rangle = \\
&= 2M \left\{ \mathcal{F}_{M'_J M_J}^1(\mathbf{P} - \mathbf{P}'), -\mathcal{G}_{M'_J M_J}^A(\mathbf{P} - \mathbf{P}') \right\}.
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Здесь M — масса ядра, первые Z импульсных и спиновых переменных относятся к протонам, а остальные к нейтронам, поэтому $Q_a = 1$, $g_V^a = g_V^p$, $g_A^a = g_A^p$ — заряд, слабые нейтральные векторная и аксиальная константы связи протона при $a \leq Z$ соответственно, а при $a > Z$: $Q_a = 0$, $g_V^a = g_V^n$, $g_A^a = g_A^n$ — те же характеристики нейтрона. $|JM_J\rangle$ обозначает основное состояние ядра со спином J и его проекцией на третью ось M_J , $\boldsymbol{\sigma}^{(a)}/2$ — оператор спина, действующий на a -ю частицу. Также были введены ядерные формфакторы

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{M'_J M_J}^Q(\mathbf{q}) &= \int d^3r e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})} \langle JM'_J | \sum_{a=1}^A Q_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) | JM_J \rangle, \\
\mathcal{F}_{M'_J M_J}^1(\mathbf{q}) &= \int d^3r e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})} \langle JM'_J | \sum_{a=1}^A g_V^a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) | JM_J \rangle, \\
\mathcal{G}_{M'_J M_J}^A(\mathbf{q}) &= \int d^3r e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})} \langle JM'_J | \sum_{a=1}^A g_A^a \boldsymbol{\sigma}^{(a)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) | JM_J \rangle
\end{aligned} \tag{2.31}$$

— соответственно, зарядовый, слабые векторный и аксиальный формфакторы. В диссертации рассматривается рассеяние на ядрах со спином 0, что упрощает вычисление квадратов ядерных матричных элементов. Для вычисления ядерных матричных элементов нужно разложить соответствующие операторы по неприводимым сферическим тензорам и далее воспользоваться теоремой Вигнера–Эккарта. В случае спина 0 в скалярные функции зарядового и слабого векторного формфакторов дает вклад только сферический тензор нулевого ранга. Аксиальные же формфакторы в этом случае зануляются:

$$\begin{aligned}
\langle 00 | \sum_{a=1}^A g_A^a \sigma_{\mu}^{(a)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) | 00 \rangle &= \\
&= \sum_{lm} \frac{1}{r^2} Y_{lm}^* \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \langle 00 | \sum_{a=1}^A g_A^a \delta(r - r_a) Y_{lm} \left(\frac{\mathbf{r}_a}{r_a} \right) \sigma_{\mu}^{(a)} | 00 \rangle = \\
&= \sum_{lmj m_j} \frac{1}{r^2} Y_{lm}^* \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \langle 00 | \sum_{a=1}^A g_A^a \delta(r - r_a) C_{lm1\mu}^{jm_j} \left[Y_{lm} \left(\frac{\mathbf{r}_a}{r_a} \right) \times \sigma_{\mu}^{(a)} \right]_{m_j}^j | 00 \rangle = \\
&= \frac{r_{\mu}}{4\pi r^4} \langle 00 | \sum_{a=1}^A g_A^a \delta(r - r_a) (\mathbf{r}_a \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(a)}) | 00 \rangle = 0,
\end{aligned} \tag{2.32}$$

где в последнем переходе используется отбор по четности. В этих выкладках нижний индекс μ обозначает ковариантные циклические компоненты соответствующего вектора, $C_{lm1\mu}^{jm_j}$ — коэффициент Клебша–Гордона и $\left[Y_{lm} \left(\frac{\mathbf{r}_a}{r_a} \right) \times \sigma_{\mu}^{(a)} \right]_{m_j}^j$ — m_j -я компонента сферического тензора ранга j , полученного из тензорного произведения тензоров с рангами l и 1, наконец, $\langle J' M'_J | \dots | J M_J \rangle$ — приведенный матричный элемент.

Таким образом, в случае бесспинового ядра остаются два формфактора $\mathcal{F}_Q(q) = \mathcal{F}_{00}^Q(\mathbf{q})$ и $\mathcal{F}_1(q) = \mathcal{F}_{00}^1(\mathbf{q})$.

2.2.2 Параметризация ядерных формфакторов

В диссертации проводится численное моделирование для упругого рассеяния нейтрино на ядрах с нулевым спином ^{40}Ar и ^{132}Xe . В этом подразделе выпишем параметризацию формфакторов ядер, представленную в работах [159; 160], в которых используются результаты крупномасштабного моделирования

ИЗОТОП	^{40}Ar	^{132}Xe
$b, \text{ фМ}$	1.9399	2.2950
c_0^+	40	132
c_1^+	-20.9778	-132.835
c_2^+	2.41486	38.4665
c_3^+	-0.0368597	-4.06999
c_4^+	0	0.149636
c_5^+	0	-0.00111463
c_0^-	-4	-24
c_1^-	3.42422	35.253
c_2^-	-0.618209	-14.4437
c_3^-	0.0268957	2.11305
c_4^-	0	-0.105689
c_5^-	0	9.61344×10^{-4}

Таблица 3 — Значения параметров структурных факторов отклика ядер ^{40}Ar и ^{132}Xe

ядер в рамках оболочечной модели. Для этого сначала введем структурные факторы изоскалярного $\mathcal{F}_+^M(q)$ и изовекторного $\mathcal{F}_-^M(q)$ откликов ядра

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_Q(q) &= \frac{\mathcal{F}_+^M(q) + \mathcal{F}_-^M(q)}{2}, \\ \mathcal{F}_1(q) &= g_V^p \frac{\mathcal{F}_+^M(q) + \mathcal{F}_-^M(q)}{2} + g_V^n \frac{\mathcal{F}_+^M(q) - \mathcal{F}_-^M(q)}{2}.\end{aligned}\quad (2.33)$$

В этой формуле оставлены только вклады нулевого приближения по $\frac{P}{M}$ в форм-факторы ядра. Параметризация структурных факторов имеет вид

$$\mathcal{F}_\pm^M(u) = e^{-u/2} \sum_{n=0}^5 c_n^\pm u^n, \quad u = \frac{1}{2} q^2 b^2. \quad (2.34)$$

В таблице 3 выписаны значения параметров $b, c_n^\pm, n = \overline{0,5}$ для изотопов ^{40}Ar и ^{132}Xe .

2.3 Спин-флейворное состояние нейтрино перед рассеянием

Мы рассматриваем процесс, в котором ультрарелятивистское нейтрино с 4-импульсом $k^\mu = \{E_\nu, \mathbf{k}\}$ вылетает из источника (реактора, ускорителя, Солнца и т.д.) и упруго рассеивается на нуклоне/ядре в детекторе с передачей последнему энергии-импульса $q^\mu = \{T, \mathbf{q}\}$. Если нейтрино имеет ненулевой магнитный момент, его спин-флейворные осцилляции могут происходить из-за взаимодействия с магнитным полем в источнике и с межзвездными и/или межгалактическими магнитными полями. В самом общем случае состояние нейтрино в детекторе может быть смешанным как в пространстве флейворов/масс, так и в спиновом пространстве. Мы можем описать состояние нейтрино до рассеяния статистическим оператором, действующим в гильбертовом пространстве массовых и спиновых состояний нейтрино, записывая спин-флейворную матрицу плотности в базисе тензорного произведения массивных состояний и спиральностей

$$\rho_{ij} = \rho_{ij}^L u_{k,-}^{(\nu_i)} \bar{u}_{k,-}^{(\nu_j)} + \kappa_{ij} u_{k,-}^{(\nu_i)} \bar{u}_{k,+}^{(\nu_j)} + \kappa_{ji}^* u_{k,+}^{(\nu_i)} \bar{u}_{k,-}^{(\nu_j)} + \rho_{ij}^R u_{k,+}^{(\nu_i)} \bar{u}_{k,+}^{(\nu_j)}, \quad (2.35)$$

где α и β — эрмитовы матрицы, $u_{k,\pm}^{(\nu_i)}$ — биспинорная амплитуда массивного нейтринного состояния $|\nu_i\rangle$ с 4-импульсом k и положительной (+) или отрицательной (−) спиральность, и в представлении Вейля (1.4) она имеет вид

$$u_{k,\pm}^{(\nu_i)} = \begin{pmatrix} \sqrt{(k \cdot \sigma)} \xi_{k,\pm} \\ \sqrt{(k \cdot \bar{\sigma})} \xi_{k,\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{E_\nu(m_i) \mp |\mathbf{k}|} \xi_{k,\pm} \\ \sqrt{E_\nu(m_i) \pm |\mathbf{k}|} \xi_{k,\pm} \end{pmatrix}, \quad E_\nu(m_i) = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{k}^2}. \quad (2.36)$$

В ультрарелятивистском пределе эти биспинорные амплитуды также являются собственными состояниями оператора киральности, т. е. γ^5 ,

$$u_{k,+}^{(\nu_i)} = \sqrt{2E_\nu} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_{k,+} \end{pmatrix}, \quad u_{k,-}^{(\nu_j)} = \sqrt{2E_\nu} \begin{pmatrix} \xi_{k,-} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

и $E_\nu = |\mathbf{k}|$. Подставляя (2.37) в (2.35), мы можем переписать матрицу плотности как обобщение ультрарелятивистской спиновой матрицы плотности для дираковской частицы:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{2} \not{k} \left(\tilde{\rho}_{ij} - \zeta_{ij}^\parallel \gamma_5 + (\zeta_{ij}^\perp \cdot \boldsymbol{\gamma}_\perp) \gamma_5 \right), \quad (2.38)$$

где $\tilde{\rho}_{ij} = \frac{1}{2E_\nu} \text{tr}(\rho_{ij} \gamma^0) = \rho_{ij}^L + \rho_{ij}^R$ представляет собой приведенную матрицу плотности в пространстве масс нейтрино. $\frac{1}{2} \zeta_{ij}^\parallel = \frac{1}{2} (\rho_{ij}^R - \rho_{ij}^L)$ и $\zeta_{ij}^\perp = \zeta_{ij}^x \mathbf{e}_x + \zeta_{ij}^y \mathbf{e}_y =$

$(\kappa_{ij} + \kappa_{ji}^*)\mathbf{e}_x - i(\kappa_{ij} - \kappa_{ji}^*)\mathbf{e}_y$, заданные в трехмерном базисе $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{k}/E_\nu\}$, являются матрицами продольных (\parallel) и поперечных (\perp) относительно импульса нейтрино \mathbf{k} диагональных ($i = j$) и недиагональных ($i \neq j$) компонент спиновой поляризации в системе покоя нейтрино. Если есть состояние с нулевой массой нейтрино, то диагональные и переходные компоненты ζ^\perp , включающие это состояние зануляются (исключается соответствующее правокиральное нейтрино, так как в этом случае его уже можно воспринимать как отдельную независимую частицу). Таким образом, матрица плотности (2.38) содержит информацию обо всех компонентах спина нейтрино, так что, например, $\frac{1}{2E_\nu} \text{tr}(\rho_{ij} \gamma^0 \frac{1}{2} \Sigma) = \frac{1}{2} \zeta_{ij}^\parallel \frac{\mathbf{k}}{E_\nu}$ являются значениями оператора спина, усредненными по спиновым состояниям нейтрино в лабораторной системе отсчета (имеется только продольная часть, как и должно быть в ультрарелятивистском пределе). Но при этом поперечные компоненты спина остаются наблюдаемыми. Также отметим, что матрица плотности (2.35) может быть определена с учетом того, что в ультрарелятивистском пределе компоненты спин-флейворной матрицы плотности в массовом базисе, обычно используемой в расчетах осцилляций нейтрино, связаны с компонентами $\frac{1}{4E_\nu^2} (u_{k,r'}^{(\nu_i)})^\dagger \rho_{ij} \gamma^0 u_{k,r}^{(\nu_j)}$. Такая матрица плотности, действующая на вектор-столбцы в базисе состояний нейтрино $(\nu_1^R \ \nu_2^R \ \nu_3^R \ \nu_1^L \ \nu_2^L \ \nu_3^L)^\top$, может быть представлена как

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_R & \kappa^\dagger \\ \kappa & \rho_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\rho} + \zeta^\parallel & \zeta^x - i\zeta^y \\ \zeta^x + i\zeta^y & \tilde{\rho} + \zeta^\parallel \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left(\tilde{\rho} \mathbb{1} + (\zeta \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \right), \quad (2.39)$$

где $\mathbb{1}$ и матрицы Паули $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ являются блочными, компоненты которых являются матрицами, действующими на массовые состояния.

2.4 Расчет сечений упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах

Матричный элемент перехода $\nu_i + X \rightarrow \nu_n + X$, где $X = \{p, n, (Z, N)\}$ обозначает протон, нейтрон или ядро с Z протонами и N нейтронами, вызванный слабым взаимодействием, определяется выражением

$$\mathcal{M}^{(w)} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\mathbf{k}',r'}^{(\nu_n)} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \delta^{ni} u_{\mathbf{k},r}^{(\nu_i)} J_\mu^{(\text{NC})}(-q), \quad (2.40)$$

где $J_\lambda^{(\text{NC})}(q)$ — слабый нейтральный ток нуклона или ядра. Матричный элемент, обусловленный электромагнитным взаимодействием, дается выражением

$$\mathcal{M}^{(\gamma)} = \frac{4\pi\alpha}{q^2} \bar{u}_{\mathbf{k}',r'}^{(\nu_n)} \Lambda_\mu^{(\text{EM};\nu)ni}(q) u_{\mathbf{k},r}^{(\nu_i)} J^{(\text{EM})\mu}(-q), \quad (2.41)$$

где $J_\mu^{(\text{EM})}(q)$ — электромагнитный ток нуклона или ядра. На рисунке 2.1 представлены соответствующие диаграммы Фейнмана. В диссертации предполагается, что частицы мишени являются свободными.

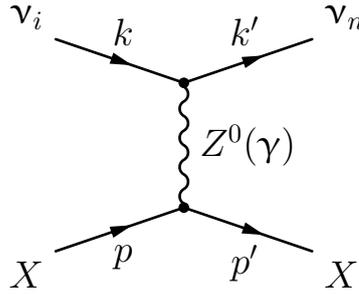


Рисунок 2.1 — Диаграмма Фейнмана рассеяния нейтрино на частице мишени X (нуклоне или ядре) за счет обмена Z^0 бозоном (фотоном γ).

Поскольку нас интересует рассеяние ультрарелятивистских нейтрино, мы пренебрегаем массой нейтрино в расчетах сечения. В лабораторной системе отсчета с осью z , направленной вдоль импульса падающего нейтрино, вычисляем угловое дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d^2\sigma}{\sin\theta d\theta d\varphi} = \frac{|\mathcal{M}|^2 t^2}{64\pi^2 (s - m^2)^2 m^2} \left(1 - \frac{4m^2}{t}\right)^{3/2}, \quad (2.42)$$

где m — масса частицы мишени, а s, t — переменные Мандельстама

$$s = (k + p)^2 = m^2 + 2E_\nu m, \quad t = (k - k')^2 = -\frac{4m^2 E_\nu^2 \cos^2 \theta}{(E_\nu + m)^2 - E_\nu^2 \cos^2 \theta},$$

θ и φ — соответственно, полярный и азимутальный углы импульса отдачи частицы мишени. Также предполагается суммирование по конечному и усреднение по начальному спинам частицы мишени ($\frac{1}{2J+1} \sum_{M'_J M_J}$), суммирование по конечному спину $\sum_{r'}$ и конечным массивным состояниям \sum_f нейтрино. Также можно перейти к дифференциальному сечению по переданной энергии $\frac{d\sigma}{dT}$, которое определяет форму спектра энергии отдачи частицы мишени. Сечения связаны друг с другом согласно

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{T}{T+2m}} \frac{E_\nu + m}{E_\nu}, \quad \frac{d\sigma}{dT} = \frac{m(E_\nu + m)}{E_\nu \sqrt{T}(T+2m)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\varphi. \quad (2.43)$$

Квадрат модуля матричного элемента для начального и конечного состояний нейтрино ρ_{ij} и $\rho_{n'n}^f$, соответственно, имеет следующую структуру:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \sum_{i,j,n,n'=1}^3 \frac{1}{2J+1} \sum_{M'_J M_J} \sum_{r'f} \text{tr}\{\rho_{n'n}^f \mathcal{O}_{ni}^{M'_J M_J} \rho_{ij} \gamma^0 (\mathcal{O}_{n'j}^{M'_J M_J})^\dagger \gamma^0\}, \quad (2.44)$$

где $\mathcal{O}_{ni}^{M'_J M_J}$ описывает взаимодействия с нейтральными слабыми и электромагнитными токами частицы мишени

$$\mathcal{O}_{ni}^{M'_J M_J} = \delta_{ni} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) J_\mu^{M'_J M_J(\text{NC})}(-q) - \frac{4\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F^2 q^2} \Lambda_{ni}^{(\text{EM};\nu)\mu}(q) J_\mu^{M'_J M_J(\text{NC})}(-q). \quad (2.45)$$

В расчетах также учитывается, что $\sum_{r'f} \rho_{n'n}^f = \delta_{n'n} k'$. Сечение можно разбить на следующие части:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma^L}{d\Omega} + \frac{d\sigma^R}{d\Omega} + \frac{d\sigma^\perp}{d\Omega}, \quad (2.46)$$

где $\frac{d\sigma^K}{d\Omega}$ представляют собой сечения с проекцией начального нейтринного состояния на лево- ($K = L$) и право- ($K = R$) спиральные состояния, соответственно. Каждое из них можно дальше разделить на сохраняющее спиральность (hp) и переворачивающее её (hf) слагаемые. Последняя часть сечения $\frac{d\sigma^\perp}{d\Omega}$ описывает интерференционный вклад спиральных нейтринных состояний и зависит от компонент поперечной спиновой поляризации ζ_{ij}^x и ζ_{ij}^y , записанных в терминах $\kappa_{ij} = \frac{1}{2}(\zeta_{ij}^x + i\zeta_{ij}^y)$ [см. текст после (2.38)]

Важно отметить, что сечения $\frac{d\sigma^{L,R}}{d\Omega}$ зависят только от полярного угла θ и не зависят от поперечных компонент поляризации нейтрино. Кроме того, только электромагнитное взаимодействие вносит вклад в сечение для правых нейтрино ($K = R$). Сечение $\frac{d\sigma^\perp}{d\Omega}$ зависит как от полярного, так и от азимутального углов импульса отдачи нуклона и включает в себя члены, обусловленные интерференцией слабого и электромагнитного взаимодействий.

2.4.1 Сечение рассеяния на нуклоне

Предполагая, что нуклон мишени свободен, учитывая, что спин нуклона $J = 1/2$, $M_J \rightarrow s$ и $M'_J \rightarrow s'$, матричные элементы токов нуклонов в формулах

(2.40) и (2.41) можно подставить в соответствии с (2.11) и (2.12):

$$\begin{aligned}
J_{\mu}^{s's(\text{NC})}(-q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \Lambda_{\mu}^{(\text{NC};N)}(-q) u_{\mathbf{p},s}^{(N)} \\
&= F_1^N(q) J_{\mu}^V(q) - G_A^N(q) J_{\mu}^A(q) + \frac{i}{2m_N} F_2^N(q) J_{\mu}^M(q), \\
J_{\mu}^{s's(\text{EM})}(-q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \Lambda_{\mu}^{(\text{EM};N)}(-q) u_{\mathbf{p},s}^{(N)} \\
&= F_Q(q)^N J_{\mu}^V(q) - (\delta_{\mu}^{\lambda} q^2 - q^{\lambda} q_{\mu}) \frac{F_A^N(q)}{m_N^2} J_{\lambda}^A(q) + \\
&\quad + \frac{i}{2m_N} F_M^N(q) J_{\mu}^M(q) - \frac{F_E^N(q)}{2m_N} J_{\mu}^E(q),
\end{aligned} \tag{2.47}$$

где

$$\begin{aligned}
J_{\mu}^{s's,V}(q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \gamma_{\mu} u_{\mathbf{p},s}^{(N)}, & J_{\mu}^{s's,A}(q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \gamma_{\mu} \gamma_5 u_{\mathbf{p},s}^{(N)}, \\
J_{\mu}^{s's,M}(q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \sigma_{\mu\alpha} q^{\alpha} u_{\mathbf{p},s}^{(N)}, & J_{\mu}^{s's,E}(q) &= \bar{u}_{\mathbf{p}',s'}^{(N)} \sigma_{\mu\alpha} q^{\alpha} \gamma_5 u_{\mathbf{p},s}^{(N)},
\end{aligned} \tag{2.48}$$

а $u_{\mathbf{p},s}^{(N)}$ — биспинорная амплитуда нуклона с импульсом \mathbf{p} и спиральностью s .

Вычисления дают

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^K}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_{\text{hp}}^K}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\text{hf}}^K}{d\Omega}, \\
\frac{d\sigma_{\text{hp}}^K}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 t^2 (s - m_N^2)}{16\pi^2 m_N^2 (s + m_N^2)} \left(1 - \frac{4m_N^2}{t}\right)^{3/2} \times \\
&\quad \times \left[2 \left(1 + \frac{st}{(s - m_N^2)^2}\right) \left(C_V^K + C_A^K - \frac{t}{4m_N^2} (C_M^K + C_E^K)\right) - \right. \\
&\quad - \frac{4m_N^2 t}{(s - m_N^2)^2} \left(C_A^K - \frac{t}{4m_N^2} C_M^K\right) + \\
&\quad + \frac{t^2}{(s - m_N^2)^2} (C_V^K + C_A^K - 2\text{Re } C_{V\&M}^K) \\
&\quad \left. \pm \frac{2t}{s - m_N^2} \left(2 + \frac{t}{s - m_N^2}\right) \text{Re} (C_{V\&A}^K - C_{A\&M}^K) \right],
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{\text{hf}}^K}{d\Omega} &= \frac{\alpha^2 t^2 (s - m_N^2)}{8m_e^2 m_N^3 (s + m_N^2)} \left(1 - \frac{4m_N^2}{t}\right)^{3/2} |\mu_{\nu}^K|^2 \times \\
&\quad \times \left[- \frac{2m_N (F_Q^N)^2}{t} \left(1 + \frac{t}{s - m_N^2}\right) - \right. \\
&\quad - \frac{2t}{m_N^3} \left(1 + \frac{st}{(s - m_N^2)^2}\right) (F_A^N)^2 + \frac{m_N t}{(s - m_N^2)^2} F_Q^N F_M^N + \\
&\quad \left. + \frac{(F_M^N)^2}{8m_N} \left(4 + \frac{4st + t^2}{(s - m_N^2)^2}\right) + \frac{(F_E^N)^2}{8m_N} \left(2 + \frac{t}{s - m_N^2}\right)^2 \right],
\end{aligned} \tag{2.50}$$

где $+$ ($-$) соответствует $K = L$ ($K = R$) и [161]

$$\begin{aligned}
C_V^K &= Tr \left[(F_1^N \delta_L^K - F_Q^N Q^K)^2 \rho^K \right], C_M^K = Tr \left[(\delta_L^K F_2^N - F_M^N Q^K)^2 \rho^K \right], \\
C_A^K &= Tr \left[\left(\delta_L^K G_A^N - \frac{t F_A^N Q^K}{m_N^2} \right)^2 \rho^K \right], C_E^K = Tr \left[(F_E Q^K)^2 \rho^K \right], \\
C_{V\&A}^K &= Tr \left[\left(\delta_L^K G_A^N - \frac{t F_A^N Q^K}{m_N^2} \right) (-F_1^N \delta_L^K + F_Q^N Q^K) \rho^K \right], \\
C_{V\&M}^K &= Tr \left[(\delta_L^K F_2^N - F_M^N Q^K) (-F_1^N \delta_L^K + F_Q^N Q^K) \rho^K \right], \\
C_{A\&M}^K &= Tr \left[(\delta_L^K F_2^N - F_M^N Q^K) \left(\delta_L^K G_A^N - \frac{t F_A^N Q^K}{m_N^2} \right) \rho^K \right], \\
Q^{L,R} &= \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F t} (f^Q \mp t f^A), \quad \rho^{L,R} = \frac{1}{2}(\tilde{\rho} \mp \zeta^{\parallel}), \\
|\mu_V^{L,R}|^2 &= Tr \left[(f^M \pm i f^E) (f^M \mp i f^E) \rho^{L,R} \right].
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Часть сечения, содержащая поперечный спин нейтрино, есть

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^\perp}{d\Omega} &= - \frac{\sqrt{2}G_F\alpha(s - m_N^2)(4m_N^2 - t)^{3/2}}{8\pi m_e m_N^2 (s + m_N^2)} \sqrt{1 + \frac{st}{(s - m_N^2)^2}} \times \\
&\times \left\{ \frac{2t}{s - m_N^2} \frac{t F_A^N}{m_N^2} (F_Q^N + F_M^N) C_{\mu\nu,Q}^+ \right. \\
&+ C_{\mu\nu,Z^0}^\perp \left[\left(2 + \frac{t}{s - m_N^2} \right) \left(F_1^N F_Q^N + \frac{t F_A^N}{m_N^2} G_A^N - t \frac{F_2^N F_M^N}{4m_N^2} \right) \right. \\
&- \left. \left. \frac{t}{s - m_N^2} \left(\frac{t F_A^N}{m_N^2} (F_1^N + F_2^N) + G_A^N (F_Q^N + F_M^N) \right) \right] \right. \\
&- \left(2 + \frac{t}{s - m_N^2} \right) \left((F_Q^N)^2 + \left(\frac{t F_A^N}{m_N^2} \right)^2 - \right. \\
&- \left. \left. t \left(\frac{F_M^N}{2m_N} \right)^2 - t \left(\frac{F_E^N}{2m_N} \right)^2 \right) C_{\mu\nu,Q}^- \right\},
\end{aligned} \tag{2.52}$$

где

$$\begin{aligned}
C_{\mu\nu,Z^0}^\perp &= \text{Re} Tr \left[(f^M + i f^E) \kappa^\dagger e^{i\varphi} \right], \\
C_{\mu\nu,Q}^\pm &= \text{Re} Tr \left[[Q^L (f^M + i f^E) \pm (f^M + i f^E) Q^R] \kappa^\dagger e^{i\varphi} \right].
\end{aligned} \tag{2.53}$$

2.4.2 Сечение рассеяния на ядре

В диссертации рассматриваются рассеяние нейтрино на ядре при энергии нейтрино порядка единиц и десятков МэВ. При таких энергиях справедливо $E_\nu \ll M$, а значит максимальная переданная энергия ядру $T_{Max} = \frac{2E_\nu^2}{2E_\nu + M} \approx 2E_\nu \frac{E_\nu}{M}$. При этом, отношение переданной энергии к массе ядра получается второго порядка малости по сравнению с отношением энергии нейтрино к массе ядра, что позволяет считать ядро нерелятивистским даже в нулевом порядке по его скорости отдачи. Процесс рассеяния нейтрино на ядре предполагается в кинематическом режиме

$$qR_{Nucl} \lesssim 1, \quad (2.54)$$

где q — переданный импульс, R_{Nucl} — радиус ядра. Это неравенство для переданной энергии имеет вид $T \leq T_{Max} \lesssim \frac{1}{2MR_{Nucl}^2} = T_c$. Условие когерентности же получается в случае $qR_{Nucl} \ll 1$, когда амплитуды рассеяния на нуклонах ядра суммируются с одинаковой фазой, и налетающее нейтрино не может “разглядеть” внутреннюю структуру ядра, и в кинематическом режиме (2.54) когерентность реализуется как минимум в области $T \ll T_{Max}$. Далее в главе 3 когерентность рассеяния обсуждается на конкретных примерах численного моделирования рассеяния нейтрино на ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe .

Отметим здесь, что аналогичные рассуждения можно провести и в случае рассеяния нейтрино на нуклоне. Таким образом, имеем следующие режимы рассеяния. При $qR_{Nucl} \ll 1$ имеем когерентное рассеяние на ядре и, следовательно, на отдельном нуклоне тоже, и формально формфакторы ядра можно брать в нуле $\mathcal{F}_Q(0) = Z$, $\mathcal{F}_1(0) = Zg_V^p + Ng_V^n$. Далее с повышением энергии налетающего нейтрино существует диапазон $q \leq \frac{1}{R_{Nucl}} \ll \frac{1}{R_N}$, где R_N — характерный размер нуклона; сначала теряется когерентность рассеяния на ядре, однако для нейтрино нуклон все еще остается точечным. В этом случае в нуле брать можно только формфакторы нуклона, через которые выражаются формфакторы ядра, что было показано в разделе 2.2.1 (см. текст после формулы (2.26)). Наконец, увеличивая энергию нейтрино еще выше, теряется и когерентность при рассеянии на нуклоне. В таком случае, при выводе ядерных формфакторов необходимо учитывать следующие слагаемые в разложении нуклонных формфакторов. Ко-

герентность на ядре теряется при энергиях нейтрино порядка десятка МэВ, на нуклоне — порядка 1 ГэВ.

Проводя вычисления аналогичные случаю с нуклонами, т. е. подставляя матричные элементы токов ядра в формулы (2.40) и (2.41) в соответствии с (2.30), получаем сечение рассеяния нейтрино на ядре со спином 0

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{d\sigma^L}{d\Omega} + \frac{d\sigma^R}{d\Omega} + \frac{d\sigma^\perp}{d\Omega}, \\ \frac{d\sigma^K}{d\Omega} &= \frac{2G_F^2 E_\nu^2}{\pi^2} \cos\theta \left[\left(\sin^2\theta - 2\frac{E_\nu}{M} \cos^2\theta \right) C_V^K \right] + \\ &+ \frac{\alpha^2}{m_e^2 \cos\theta} \left(1 - 2\frac{E_\nu}{M} \cos^2\theta \right) |\mu_\nu^K|^2 \mathcal{F}_Q^2 \\ \frac{d\sigma^\perp}{d\Omega} &= -\frac{2\sqrt{2}\alpha G_F}{\pi m_e} E_\nu \cos\theta \sin\theta \left(1 - 2\frac{E_\nu}{M} \cos^2\theta \right) \left[C_{\mu_\nu, Z^0}^\perp \mathcal{F}_Q \mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_Q^2 C_{\mu_\nu, Q}^- \right], \end{aligned} \quad (2.55)$$

где

$$C_V^K = Tr \left[\left(-\mathcal{F}_1 \delta_L^K + \mathcal{F}_Q Q^K \right)^2 \rho^K \right], \quad (2.56)$$

а C_{μ_ν, Z^0}^\perp и $C_{\mu_\nu, Q}^-$ такие же как в (2.51). Также выпишем здесь дважды дифференциальное сечения по переданной энергии T и азимутальному углу ядра отдачи φ

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^K}{dTd\varphi} &= \frac{G_F^2 M}{4\pi^2} \left[\left(2 - \frac{2T}{E_\nu} - \frac{TM}{E_\nu^2} \right) C_V^K \right] + \frac{\alpha^2}{2m_e^2} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu} + \frac{T^2}{4E_\nu^2} \right) |\mu_\nu^K|^2 \mathcal{F}_Q^2, \\ \frac{d^2\sigma^\perp}{dTd\varphi} &= -\frac{\alpha G_F}{\pi m_e} \sqrt{MT} \left(1 - \frac{T}{E_\nu} - \frac{TM}{2E_\nu^2} \right) \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{2E_\nu} \right) \left[C_{\mu_\nu, Z^0}^\perp \mathcal{F}_Q \mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_Q^2 C_{\mu_\nu, Q}^- \right]. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Подчеркнем, что в случае нулевых электромагнитных характеристик нейтрино и в режиме когерентности, что позволяет брать формфакторы ядра при $q = 0$, сечение ведет себя линейно по переданной энергии T .

2.5 Выводы

В Главе 2 диссертации дано подробное описание вершинной функции частицы спина 1/2. На основе этого выписаны нуклонные вершины слабого нейтрально-токового и электромагнитного взаимодействий. Показана взаимосвязь

нуклонных слабых нейтральных и электромагнитных формфакторов. Наконец, приведена параметризация нуклонных формфакторов, используемая в численных расчетах диссертации.

На основе нуклонных взаимодействий получены формфакторы ядра. Показано, что в случае нерелятивистского ядра со спином 0 вычисление матричных элементов токов взаимодействий существенно упрощается. Также приведена параметризация формфакторов ядер ^{40}Ar и ^{132}Xe .

Кроме того, подробно описана кинематика процесса рассеяния, а также состояние прилетающего в детектор нейтрино. Впервые это состояние описано в самом общем виде в терминах спин-флейворной матрицы плотности.

Наконец, на основе всего вышеизложенного получены формулы рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах с учетом электромагнитных свойств нейтрино, возможных спин-флейворных нейтринных осцилляций на базе источник-детектор, а также подробного описания частиц мишени.

Глава 3. Электромагнитные эффекты в упругом рассеянии нейтрино на нуклонах и ядрах

В этой главе приводятся основные результаты исследования электромагнитных эффектов в упругом рассеянии нейтрино на нуклонах и ядрах. Очевидно, что проявления электромагнитных свойств нейтрино должны быть гораздо более выражены в нейтрино-протонном, чем в нейтрино-нейтронном рассеянии. Действительно, расчеты показывают, что относительный вклад магнитного момента нейтрино (зарядового радиуса или анапольного момента) в сечение нейтрино-нуклонного взаимодействия в случае нейтрона примерно на восемь (три) порядка меньше, чем в случае протона. Поэтому для иллюстрации характерных эффектов этих свойств ниже мы приводим результаты, полученные путем численного расчета дифференциального сечения упругого нейтрино-протонного рассеяния. В первом разделе данной главы рассматривается влияние диагональных зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино в рамках Стандартной модели на ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe , во втором — переходных зарядовых радиусов лево- и правоспиральных нейтрино на протонах и ядрах, в третьем — переходных анапольных моментов лево- и правоспиральных нейтрино на протонах и ядрах, наконец, в четвертом — магнитных моментов лево- и правоспиральных нейтрино на протонах и ядрах.

3.1 Диагональные зарядовые радиусы нейтрино

Во-первых, представим численные расчеты для сечений, дифференциальных по отношению к переданной энергии T , с учетом и без учета зарядовых радиусов нейтрино. Расчеты выполнены для энергий нейтрино, характерных для таких источников, как реакторы, сверхновые и остановленные пионы (πDAR) $\sim 1 - 50$ МэВ. В расчетах использованы значения в рамках Стандартной модели (1.38) и (1.39). Однако в случае рассеяния на протоне их влияние настолько мало, что соответствующие результаты визуально неотличимы от результатов без них. Поэтому на рисунках 3.1 и 3.2 показаны случаи рассеяния на ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe соответственно.

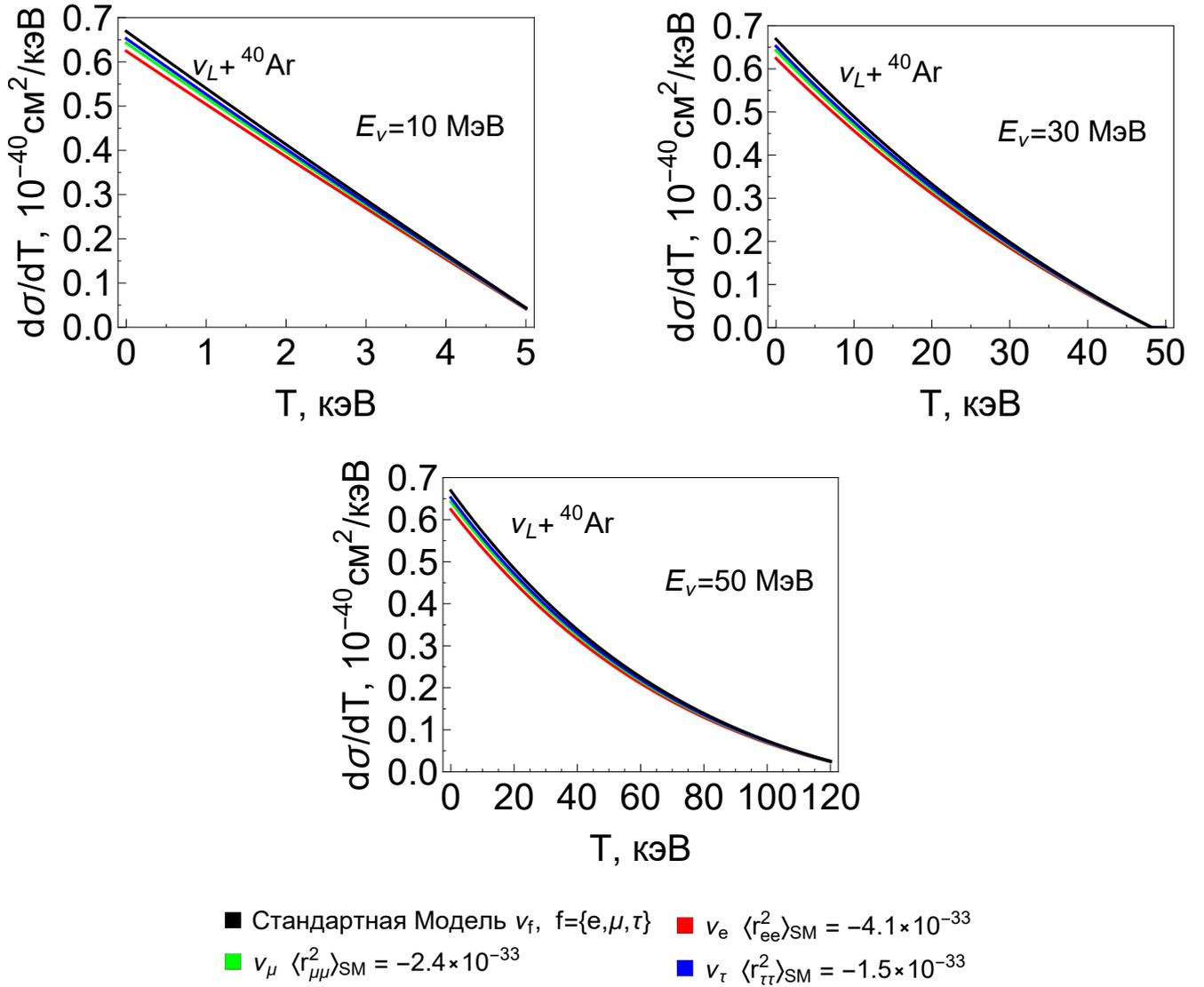


Рисунок 3.1 — Влияние диагональных зарядовых радиусов нейтрино (в см^2) на дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ^{40}Ar при различных энергиях нейтрино.

На них отчетливо видно, как с ростом энергии нейтрино зависимость сечения от переданной энергии перестает быть линейной, что свидетельствует о потере когерентности процесса. Действительно, согласно формуле (2.57) при нулевом магнитном моменте нейтрино, в режиме когерентности коэффициент \mathcal{C}_V^K , определяющийся формфакторами ядра, является константой, и таким образом остается только линейная зависимость $\sim 2 - \frac{2T}{E_\nu} - \frac{TM}{E_\nu^2}$, которая и определяет поведение сечения.

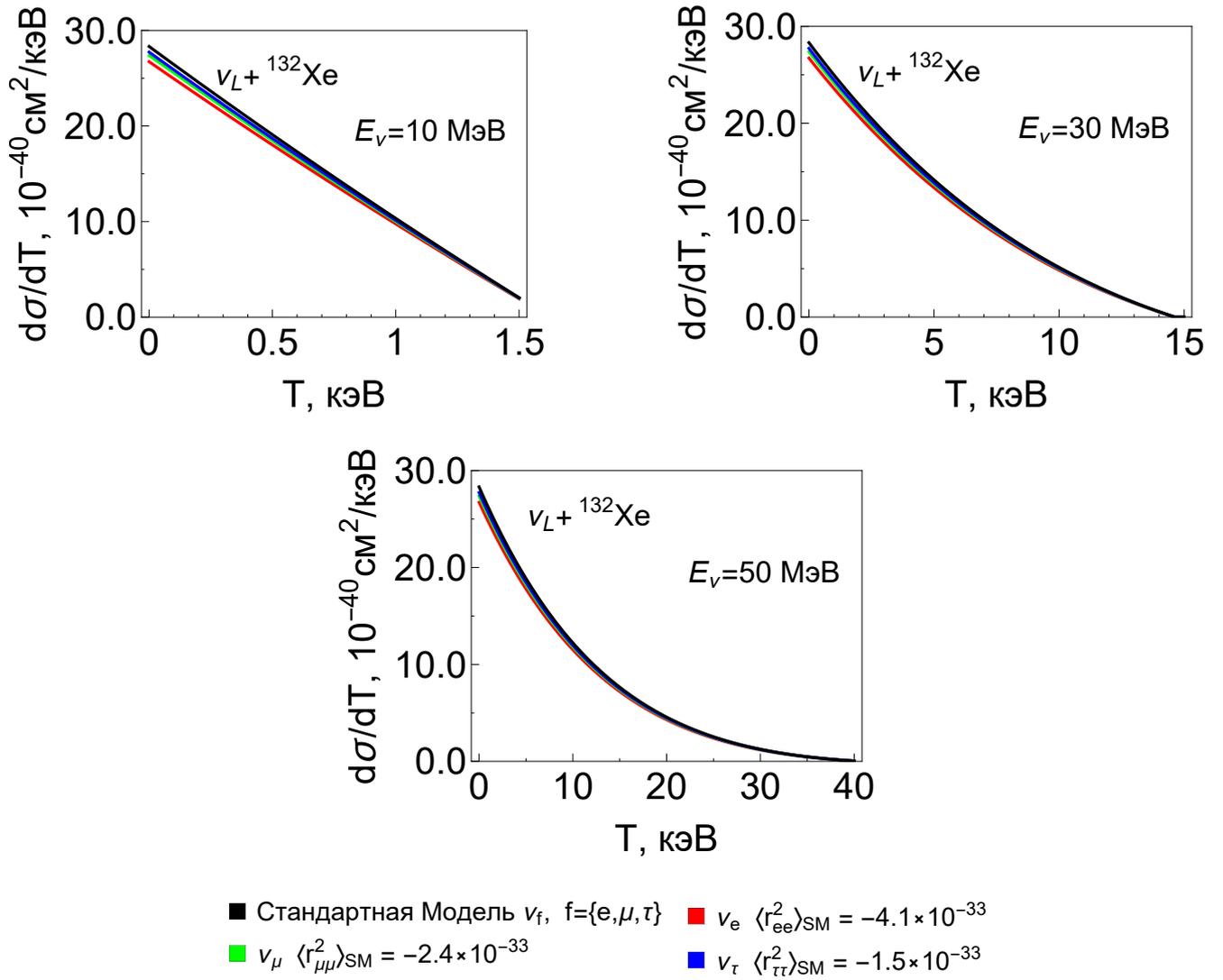


Рисунок 3.2 — Влияние диагональных зарядовых радиусов нейтрино (в см^2) на дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ^{132}Xe при различных энергиях нейтрино.

3.2 Переходные зарядовые радиусы нейтрино

Теперь рассмотрим эффект переходных зарядовых радиусов нейтрино в случае нейтрино от сверхновых. Также будем учитывать возможные различные спиновые состояния нейтрино.

Обычно считается, что из-за флейворных осцилляций нейтрино и их декогеренции на большой базе источник-детектор сверхновые нейтрино должны прибывать в детектор в виде некогерентной смеси трех флейворных состояний ($\ell = e, \mu, \tau$). Для каждого флейвора нейтрино рассмотрим три различных спиновых состояния: прибывающее нейтрино может быть либо левым, либо правым,

либо полностью неполяризованным. В случае рассеяния на протоне результаты в рамках Стандартной модели получены как с учетом, так и без учета странного вклада в формфакторы протона в соответствии с изложенным в разделе 2.1.2. На рисунках 3.3, 3.4 и 3.5 показано влияние переходных зарядовых радиусов нейтрино. Для последнего мы использовали значения (в см²) в диапазоне, который согласуется с текущими экспериментальными ограничениями [2; 10; 11]:

$$0 \leq |\langle r_{e\mu}^2 \rangle|, |\langle r_{e\tau}^2 \rangle|, |\langle r_{\mu\tau}^2 \rangle| < 3 \times 10^{-31}. \quad (3.1)$$

В таком случае результаты не зависят от флейвора нейтрино.

3.3 Переходные анапольные моменты нейтрино

Рассмотрим также возможные вклады анапольных моментов нейтрино. Текущие эксперименты по рассеянию нейтрино ограничивают эффективные зарядовые радиусы $\langle r_{ij}^2 \rangle_L = \langle r_{ij}^2 \rangle - 6a_{ij}$, которые являются линейными комбинациями зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино. А именно, следует сделать замену $\langle r_{ij}^2 \rangle \rightarrow \langle r_{ij}^2 \rangle_L$ в уравнении (3.1). Поэтому, при вычислении влияния переходных анапольных моментов, предполагая нулевые зарядовые радиусы, получаем результаты, идентичные результатам на рисунках 3.3, 3.4 и 3.5.

На рисунках 3.6, 3.7 и 3.8 показаны расчеты с зарядовыми радиусами и анапольными моментами нейтрино при условии, что между ними выполняется соотношение как и в Стандартной модели (1.39), т. е.,

$$a_{ij} = -\frac{1}{6}\langle r_{ij}^2 \rangle, \quad i, j = \{1, 2, 3\}. \quad (3.2)$$

Рисунки 3.3, 3.4 и 3.5 демонстрируют, что ЭМ свойства нейтрино проявляются в значительной степени как для левых, так и для правых нейтрино, тогда как рисунки 3.6, 3.7 и 3.8 демонстрируют, что эффекты зарядовых радиусов и анапольных моментов можно различать. Так, в силу (3.2) сечение для левых нейтрино зависит от линейной комбинации $\langle r_{ij}^2 \rangle_L = \langle r_{ij}^2 \rangle - 6a_{ij} = 2\langle r_{ij}^2 \rangle$ и демонстрирует максимальный ЭМ-эффект, тогда как для правополяризованных нейтрино сечение зависит от линейной комбинации $\langle r_{ij}^2 \rangle_R = \langle r_{ij}^2 \rangle + 6a_{ij} = 0$ и вообще нет никакого ЭМ-эффекта. В то же время следует отметить, что в

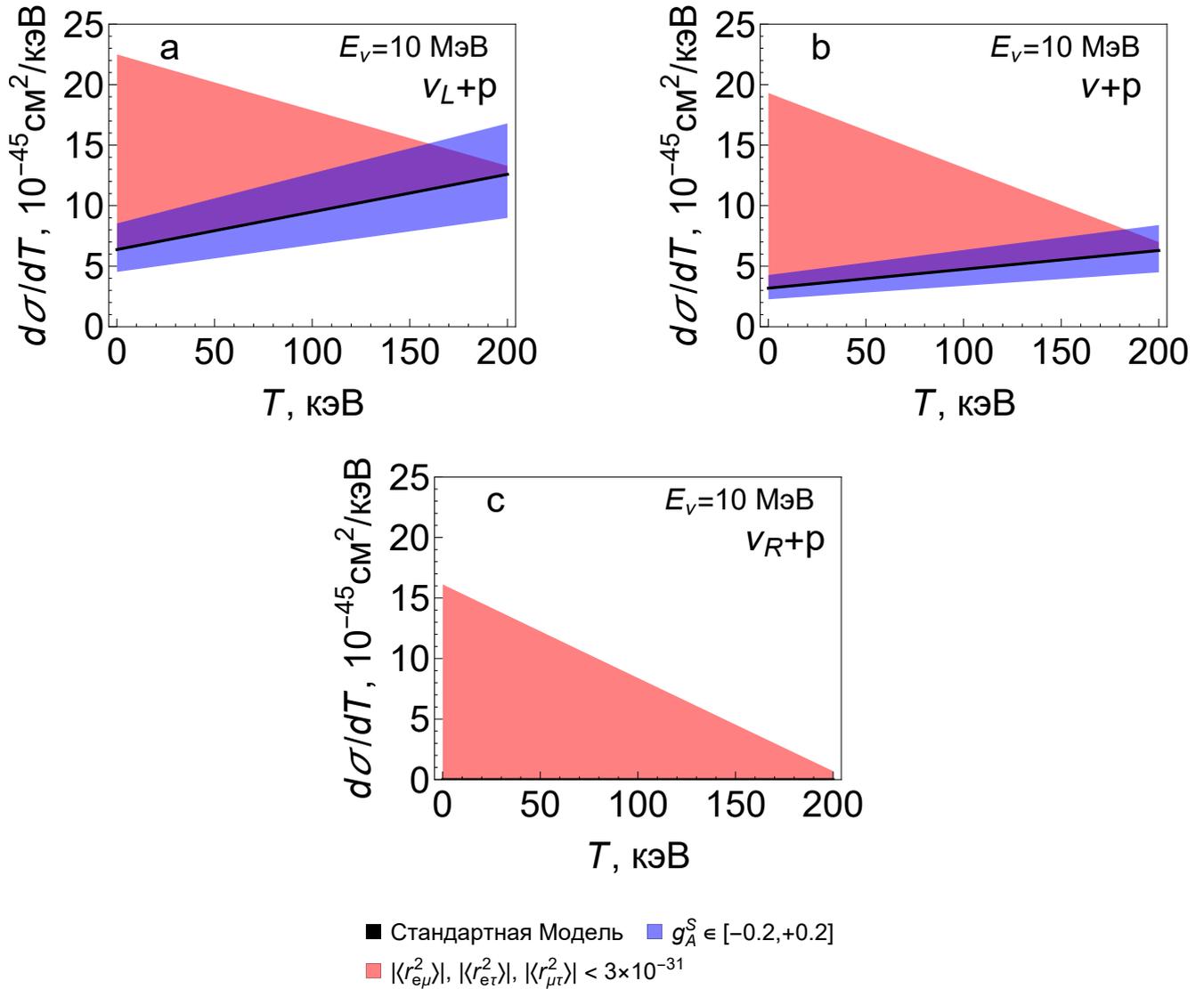
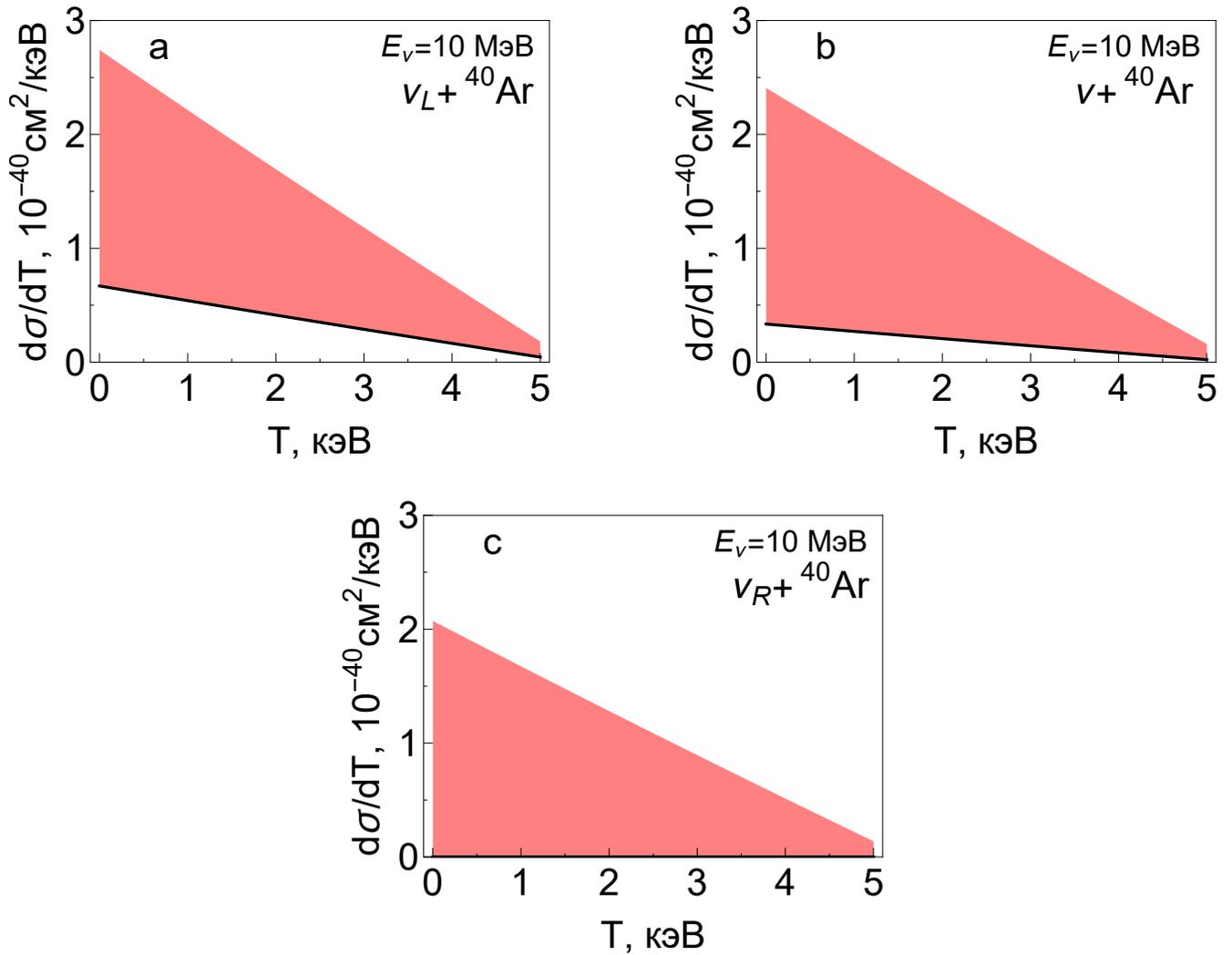


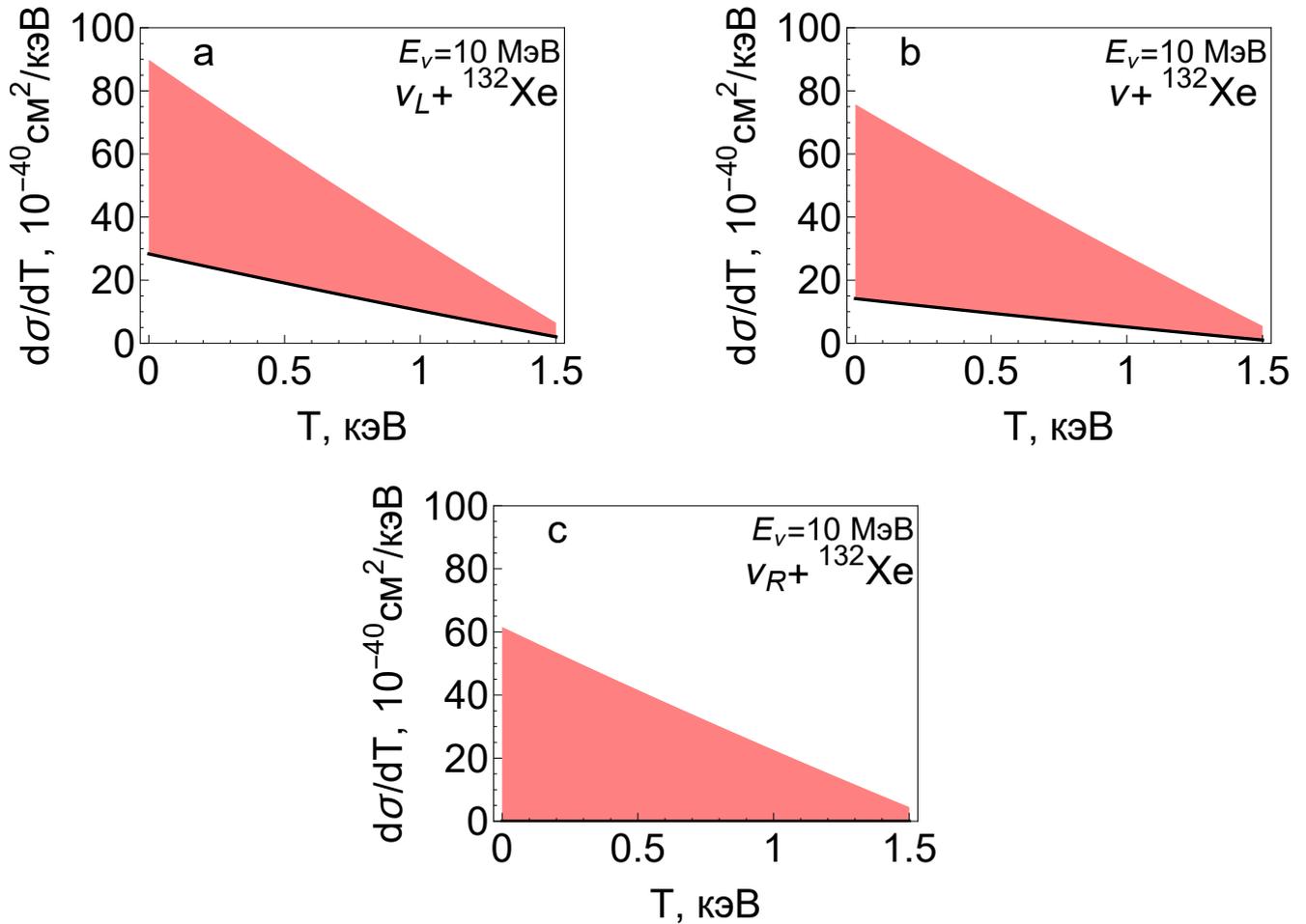
Рисунок 3.3 — Влияние переходных зарядовых радиусов нейтрино на дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне в случаях различных начальных спиновых состояний нейтрино в детекторе: левоспиральное (а), полностью неполяризованное (b) и правоспиральное (с). Энергия нейтрино равна $E_\nu = 10 \text{ MeV}$, что типично для сверхновой в качестве источника.



■ Стандартная Модель ■ $\langle r_{e\mu}^2 \rangle, \langle r_{e\tau}^2 \rangle, \langle r_{\mu\tau}^2 \rangle < 3 \times 10^{-31}$

Рисунок 3.4 — Влияние переходных зарядовых радиусов нейтрино на дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ${}^{40}\text{Ar}$ в случаях различных начальных спиновых состояний нейтрино в детекторе: левоспиральное (a), полностью неполяризованное (b) и правоспиральное (c). Энергия нейтрино равна $E_\nu = 10 \text{ MeV}$, что типично для сверхновой в качестве источника.

ка.



■ Стандартная Модель ■ $|\langle r_{e\mu}^2 \rangle|, |\langle r_{e\tau}^2 \rangle|, |\langle r_{\mu\tau}^2 \rangle| < 3 \times 10^{-31}$

Рисунок 3.5 — Влияние переходных зарядовых радиусов нейтрино на дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ${}^{132}\text{Xe}$ в случаях различных начальных спиновых состояний нейтрино в детекторе: левоспиральное (a), полностью неполяризованное (b) и правоспиральное (c). Энергия нейтрино равна $E_\nu = 10 \text{ MeV}$, что типично для сверхновой в качестве источника.

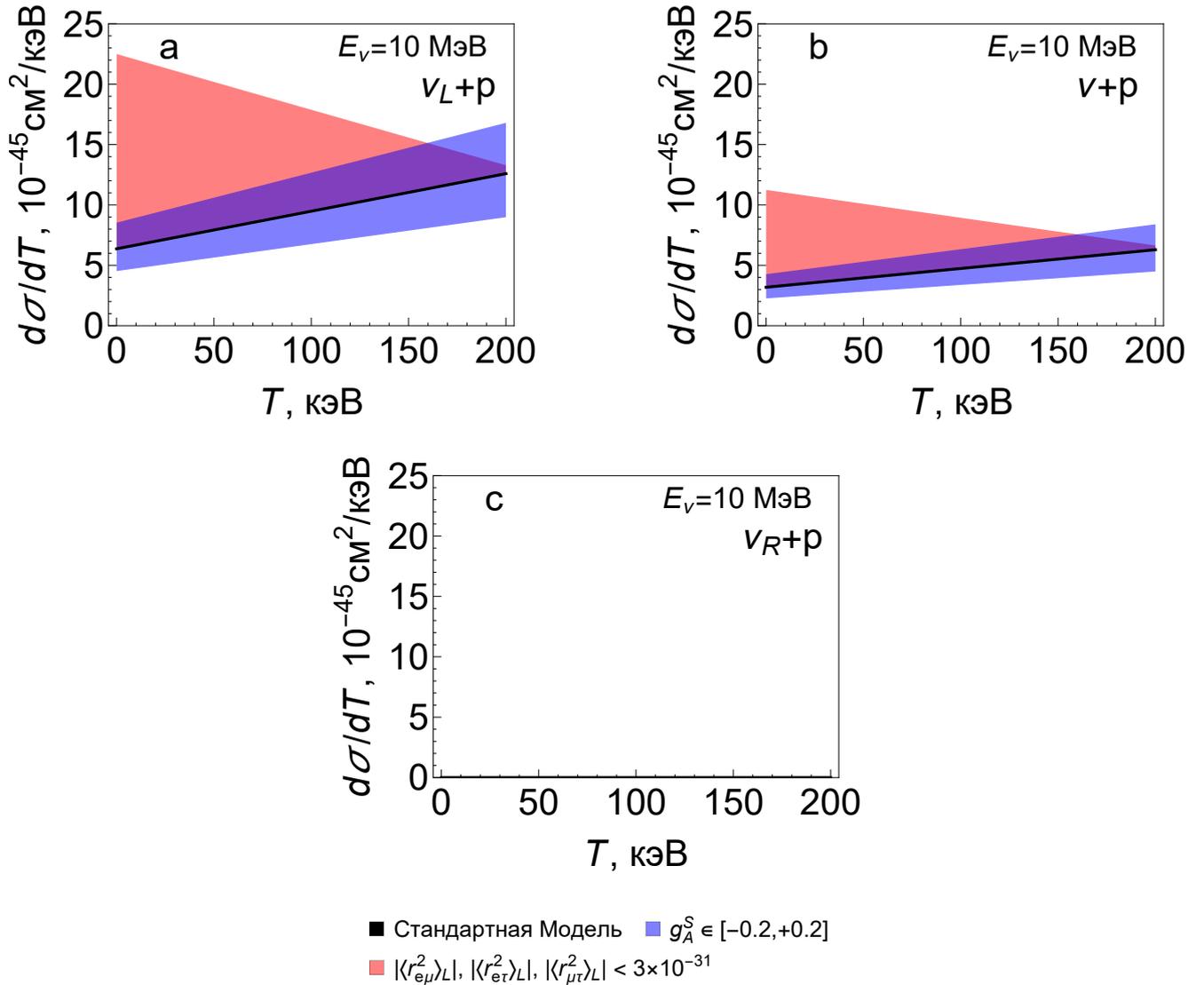


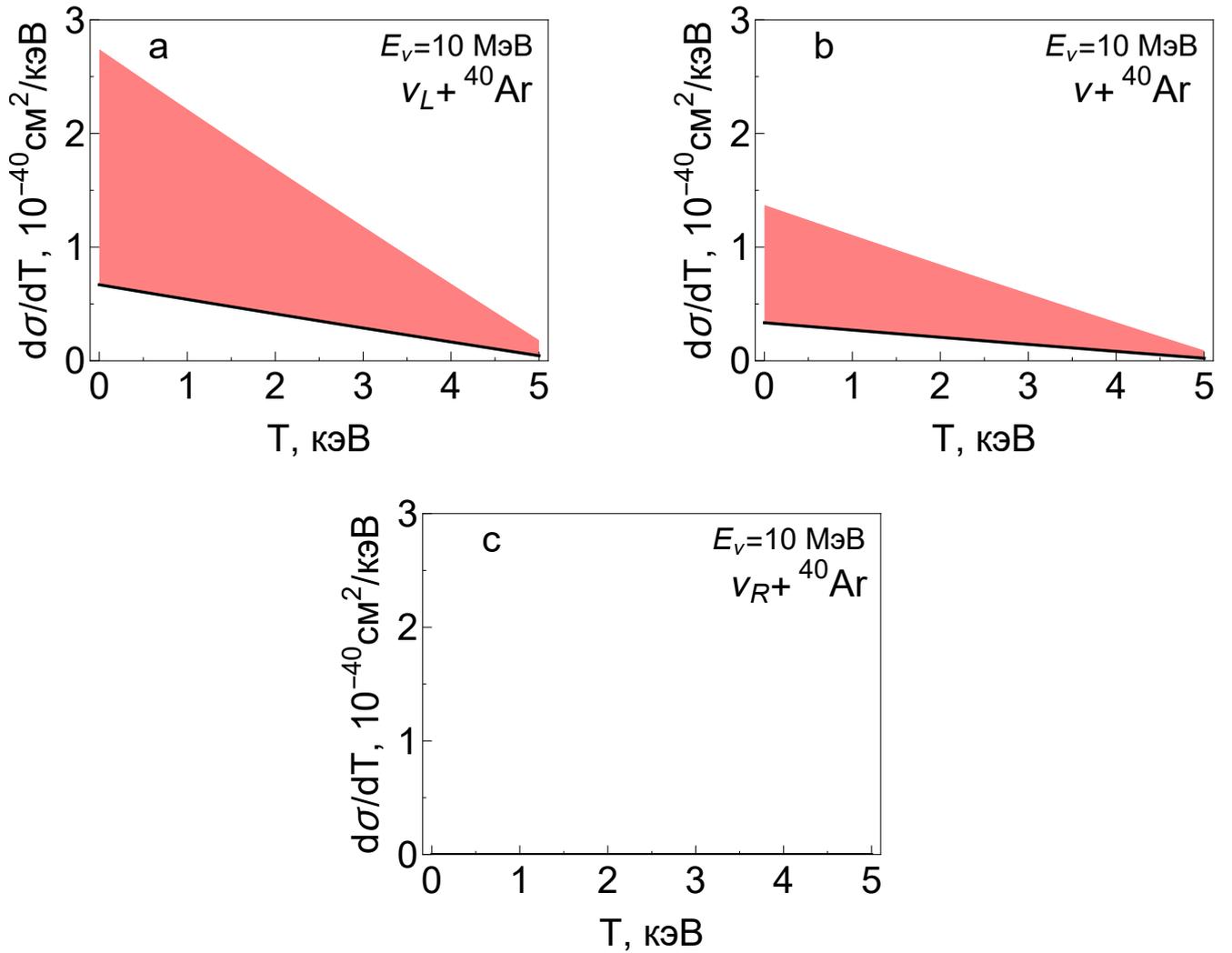
Рисунок 3.6 — То же, что и на рис. 3.3, но в случае эффективных переходных зарядовых радиусов нейтрино.

общем случае теорий за пределами Стандартной модели соотношение (3.2) не обязательно выполняется, и зарядовый радиус и анапольный момент нейтрино могут возникать как независимые ЭМ-характеристики.

3.4 Магнитные моменты нейтрино

На рисунках 3.9, 3.10 и 3.11 показаны эффекты магнитных моментов нейтрино (в единицах μ_B) лежащие в диапазонах [162]

$$|\mu_{ee}| < 1.5 \times 10^{-11}, \quad |\mu_{\mu\mu}| < 2.3 \times 10^{-11}, \quad |\mu_{\tau\tau}| < 2.1 \times 10^{-11}, \quad (3.3)$$



■ Стандартная Модель ■ $|\langle r_{e\mu}^2 \rangle_L|, |\langle r_{e\tau}^2 \rangle_L|, |\langle r_{\mu\tau}^2 \rangle_L| < 3 \times 10^{-31}$

Рисунок 3.7 — То же, что и на рис. 3.4, но в случае эффективных переходных зарядовых радиусов нейтрино.

которые также отражают типичные значения верхних пределов, полученные для магнитного момента нейтрино из различных экспериментов по рассеянию нейтрино [2; 10; 11; 163; 164]. Поскольку для ненулевого магнитного момента нейтрино сечение $\frac{d\sigma}{dT}$ сингулярно при $T \rightarrow 0$, представлена область малых переданных энергий $T \ll E_\nu$. Следует отметить, что в таком кинематическом режиме поперечное сечение практически не зависит от E_ν . Обратим внимание, что в случае рассеяния на протоне эффект от магнитного момента нейтрино перекрывается с эффектом от странного аксиального формфактора нуклона. В свою очередь, эффект магнитного момента нейтрино в случае рассеяния на бесспиновых ядрах проявляется при крайне низких энергиях отдачи. Ограничения на магнитный момент в $\text{CE}\nu\text{NS}$ экспериментах оказываются на порядки менее

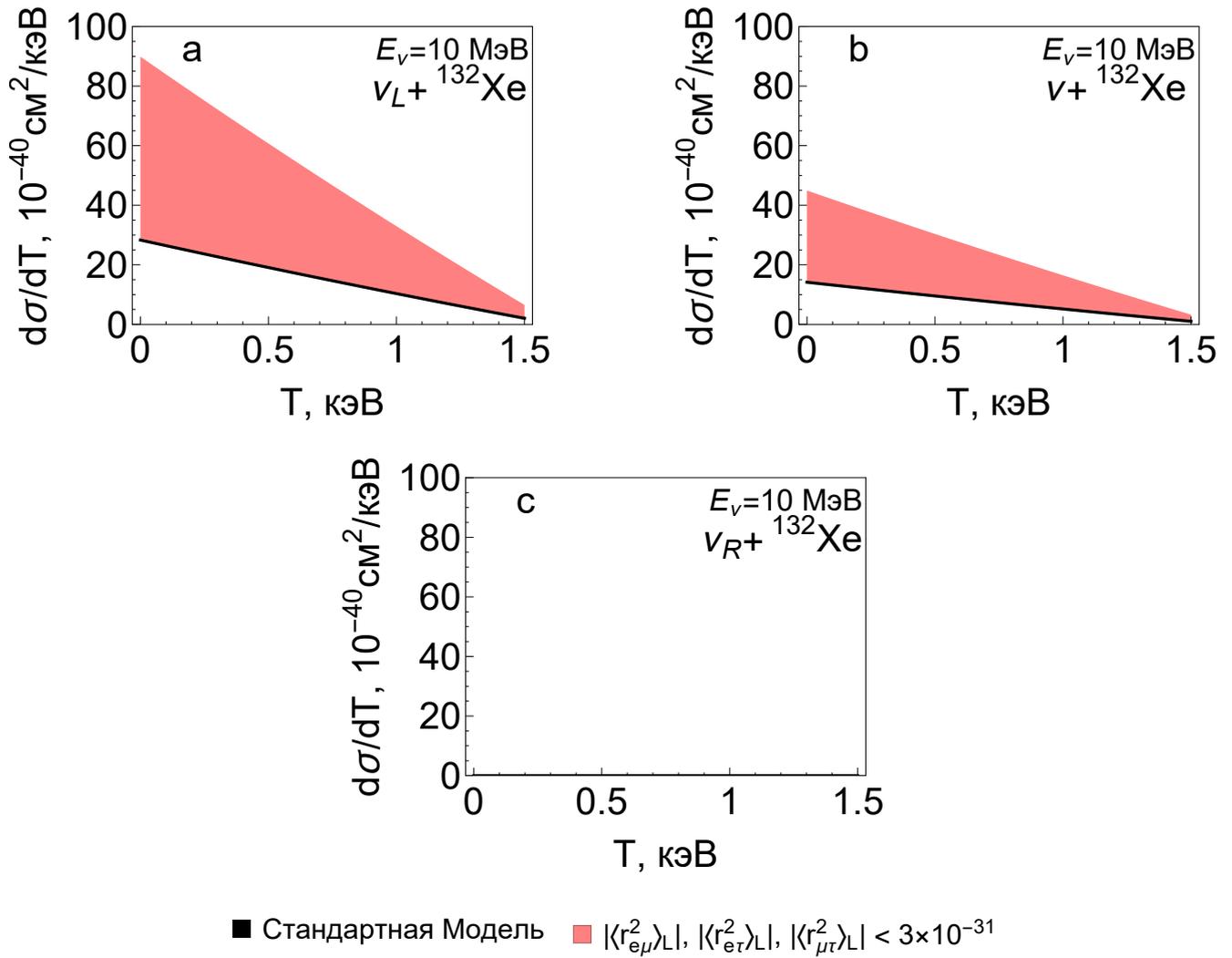


Рисунок 3.8 — То же, что и на рис. 3.5, но в случае эффективных переходных зарядовых радиусов нейтрино.

жесткие по сравнению с экспериментами, в которых нейтрино рассеиваются на более легких частицах мишени.

3.5 Выводы

В этой главе представлены основные результаты численного моделирования процессов упругого рассеяния нейтрино на протоне, а также ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe с учетом различных электромагнитных характеристик нейтрино, таких как диагональные и переходные зарядовые радиусы и анапольные моменты, магнитные моменты. Также показаны эти эффекты не только для левоспиральных нейтрино, но и для правоспиральных.

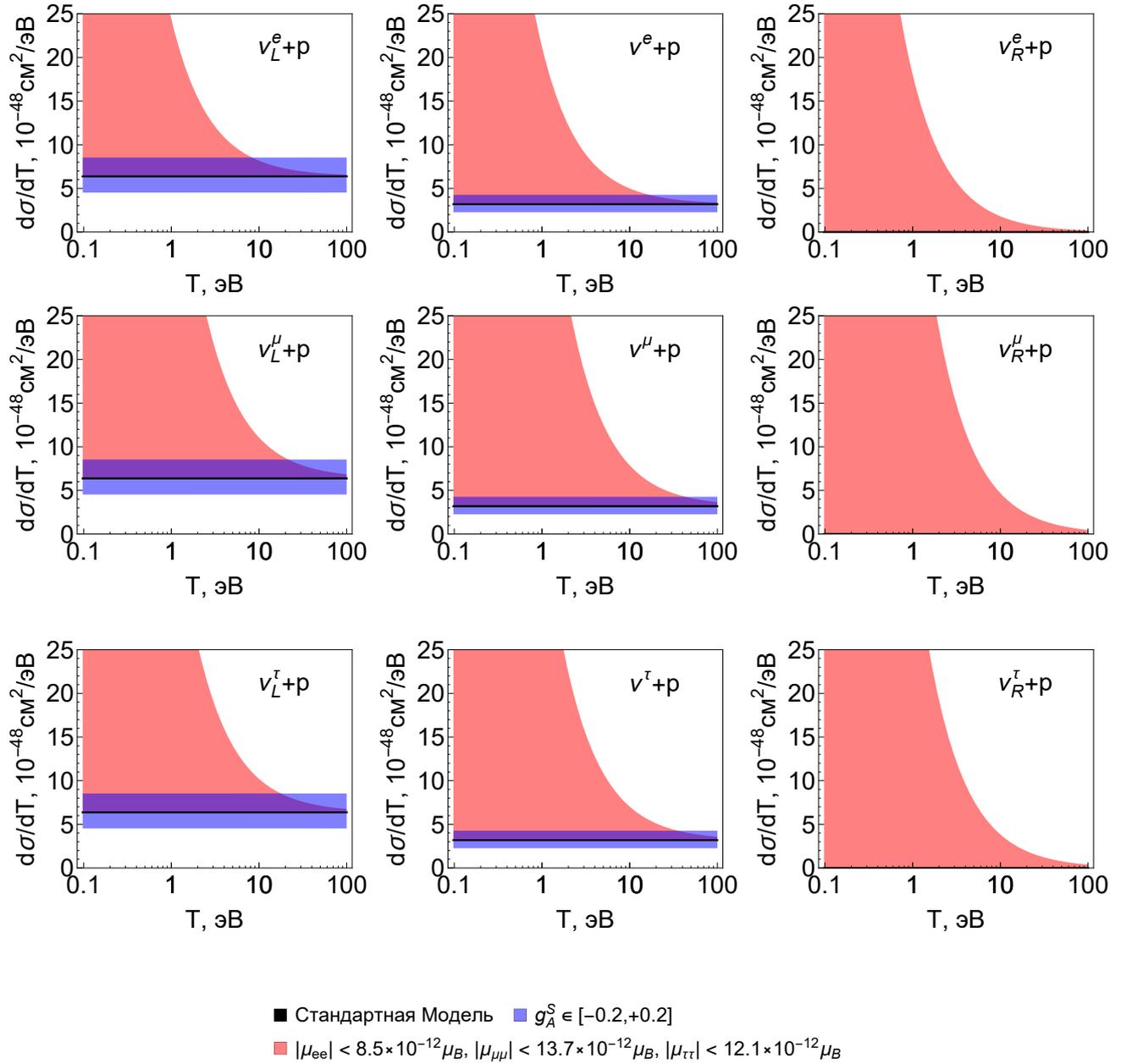


Рисунок 3.9 — Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне в случаях различных начальных состояний нейтрино в детекторе. Верхняя, средняя и нижняя строки соответствуют электронному, мюонному и таонному флейворам. Левый, средний и правый столбцы соответствуют левоспиральным, полностью неполяризованным и правоспиральным нейтрино.

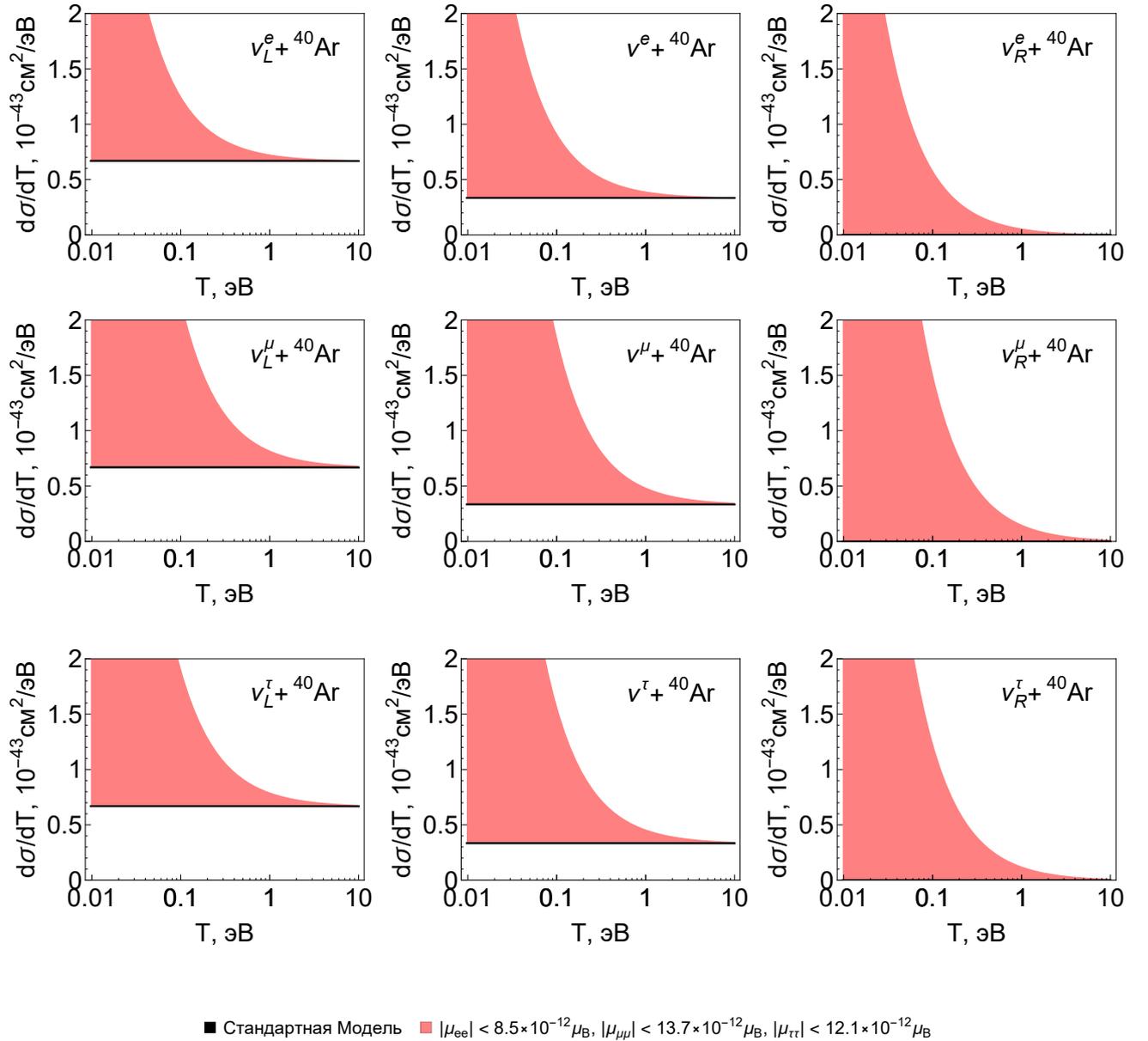


Рисунок 3.10 — Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ^{40}Ar в случаях различных начальных состояний нейтрино в детекторе. Верхняя, средняя и нижняя строки соответствуют электронному, мюонному и таонному флейворам. Левый, средний и правый столбцы соответствуют левоспиральным, полностью неполяризованным и правоспиральным нейтрино.

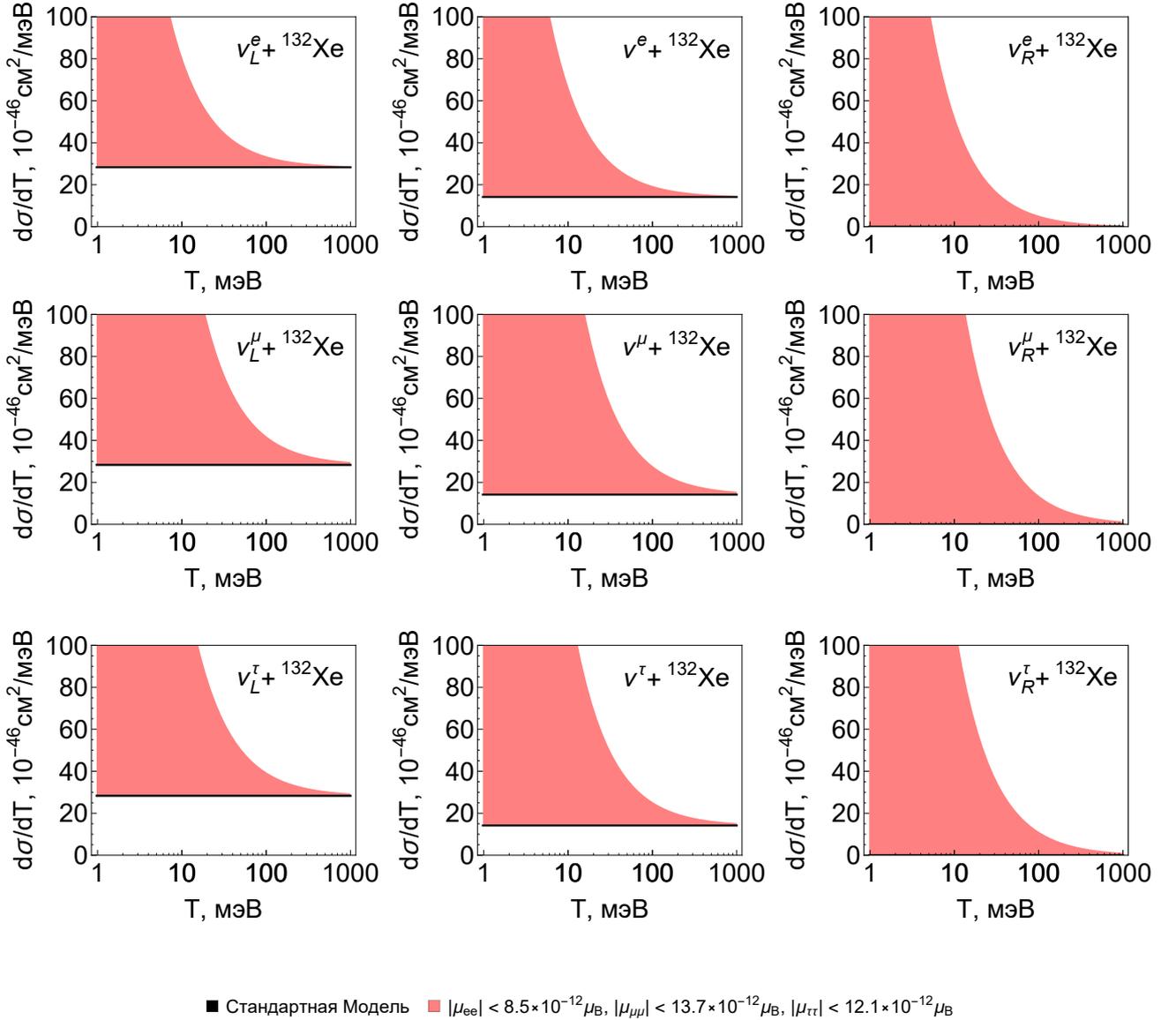


Рисунок 3.11 — Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на ядре ^{132}Xe в случаях различных начальных состояний нейтрино в детекторе. Верхняя, средняя и нижняя строки соответствуют электронному, мюонному и таонному флейворам. Левый, средний и правый столбцы соответствуют левоспиральным, полностью неполяризованным и правоспиральным нейтрино.

В случае рассеяния нейтрино на протоне, показано также и влияние странного аксиального формфактора нуклона. Его эффект перекрывается с эффектом от электромагнитных характеристик нейтрино. Поэтому, чтобы различать эти эффекты, в экспериментах необходимо промерять сечения в достаточно широком диапазоне переданных энергий.

Для случае рассеяния нейтрино на ядрах, представлены расчеты сечения при различных значениях энергии налетающего нейтрино: с ее ростом наблюдается потеря когерентности в процессе рассеяния. Эффект переходных зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино существенно увеличивает сечения как для случая рассеяния на протоне, так и на ядрах. Эффект же магнитных моментов нейтрино существенно проявляется в области низких переданных энергий. В случае рассеяния на ^{40}Ar эти энергии оказываются порядка эВ, в случае же ^{132}Xe — порядка мэВ. При этом текущие CEνNS эксперименты способны регистрировать энергии отдачи ядер не ниже кэВ.

Наконец, численное моделирование проводилось не только для левоспиральных нейтрино, но и для правоспиральных. Результаты явно демонстрируют, что зарядовые радиусы и анапольные моменты принципиально различимы в экспериментах по рассеянию. Так, зарядовые радиусы не зависят от спинового состояния нейтрино, в то время как анапольные моменты для лево- и правоспиральных нейтрино имеют различные знаки.

Существенный вклад в сечение от электромагнитных характеристик для правоспиральных нейтрино указывает на необходимость учета спинового нейтринного состояния в расчетах потоков нейтрино от различных источников. Как минимум, требуется вычислять потоки не только активных левоспиральных нейтрино, но и правых. В общем же случае прилетающие в детектор нейтрино должны описываться спин-флavorной матрицей плотности.

В заключении ещё раз подчеркнём, что полученные результаты представляют интерес для текущих и готовящихся экспериментов по когерентному упругому рассеянию нейтрино на ядре, а также, в частности, для учета канала упругого рассеяния нейтрино на протоне в эксперименте JUNO, который будет чувствителен к потокам нейтрино от взрыва сверхновой в пределах нашей Галактики.

Глава 4. Эффекты спиновых осцилляций нейтрино в упругом рассеянии нейтрино на электронах, нуклонах и ядрах

В этой главе подробно рассмотрим вклады $\frac{d\sigma^\perp}{d\Omega}$ в сечения рассеяния, возникающие при ненулевом магнитном моменте и спиновых осцилляциях нейтрино. В первом разделе этой главы приводятся теоретико-групповое описание релятивистского спина и его поведение в ультрарелятивистском случае. Во втором разделе дается краткий обзор спиновых и спин-флейворных осцилляций нейтрино. Далее, в следующем разделе подробно обсуждается структура сечения и на каких мишенях эффекты спиновых осцилляций могут быть максимальны и наблюдаемы в реальных экспериментах. Наконец, в четвертом разделе представлены численные результаты, демонстрирующие эти эффекты в упругом рассеянии нейтрино на электронах, протонах и ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe .

4.1 Релятивистский спин

Согласно Вигнеру, релятивистская частица описывается неприводимым представлением группы Пуанкаре, в которой имеются два оператора Казимира $P_\mu P^\mu$ и $W_\mu W^\mu$, где P^μ — оператор импульса (генератор трансляций), а

$$W^\mu = -\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\alpha\beta\gamma}M_{\alpha\beta}P_\gamma \quad (4.1)$$

— вектор Паули–Любанского. $M_{\alpha\beta}$ — генераторы группы Лоренца. Однако, у вектора Паули–Любанского есть только три независимые компоненты, так как справедливо свойство $W_\mu P^\mu = 0$. Собственные значения операторов Казимира определяют массу m и модуль спиральности j частицы

$$P_\mu P^\mu = m^2, \quad W_\mu W^\mu = -m^2 j(j+1). \quad (4.2)$$

Для дираковской частицы имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= -i\nabla, & P^0 &= (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{P}) + \gamma^0 m, \\ M_{\alpha\beta} &= x_\alpha P_\beta - x_\beta P_\alpha + \frac{1}{2}\sigma_{\alpha\beta}, \\ W^\mu &= \left\{ \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{P}), \frac{1}{4}\{\boldsymbol{\Sigma}, P^0\} \right\}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Для состояний частицы с фиксированным импульсом \mathbf{p} получаем совсем простой вид $W^\mu = \frac{1}{2} \{(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p}), \omega_p \boldsymbol{\Sigma}\}$.

С помощью вектора Паули–Любанского можно записать матрицу плотности массивной дираковской частицы

$$\rho = \frac{1}{2} (\not{p} + m) \left(1 - \frac{2}{m} \psi \gamma_5 \right), \quad (4.4)$$

где $w^\mu = \frac{1}{2\omega_p} \text{tr}(\rho \gamma^0 W^\mu)$ — среднее значение оператора Паули–Любанского. Так, в системе покоя средняя 4-поляризация $2w'^\mu = \{0, m\boldsymbol{\zeta}\}$, где $\boldsymbol{\zeta}$ — среднее значение оператора $\boldsymbol{\Sigma}$ в системе покоя. Переходя в лабораторную систему при помощи преобразований Лоренца и вводя продольную $\zeta^\parallel = (\boldsymbol{\zeta} \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|})$ и поперечную $\boldsymbol{\zeta}^\perp = \boldsymbol{\zeta} - \zeta^\parallel \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$ движению компоненты поляризации, получаем

$$2w^\mu = \left\{ (\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{p}), \omega_p \zeta^\parallel \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} + m \boldsymbol{\zeta}^\perp \right\}. \quad (4.5)$$

Тогда, в ультрарелятивистском пределе матрица плотности записывается в виде

$$\rho = \frac{1}{2} \not{p} \left(1 - \zeta^\parallel \gamma_5 + (\boldsymbol{\zeta}^\perp \cdot \boldsymbol{\gamma}^\perp) \gamma_5 \right). \quad (4.6)$$

Подчеркнем, что усреднение оператора спина $\boldsymbol{\Sigma}$ в лабораторной системе отсчета дается выражением $\frac{1}{\omega_p} \boldsymbol{w} = \frac{1}{2} \zeta^\parallel \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} + \frac{1}{2\gamma} \boldsymbol{\zeta}^\perp$ и в ультрарелятивистском пределе обратный гамма-фактор подавляет поперечную компоненту спина. Таким образом наличие поперечной составляющей поляризации в системе покоя в формуле (4.6) объясняется поперечной компонентой вектора Паули–Любанского и интерпретируется как величина, характеризующая суперпозицию лево- и правоспиральных состояний частицы в ультрарелятивистском пределе.

Записанная в разделе 2.3 матрица плотности является обобщением формулы (4.6) для ультрарелятивистских нейтрино как для частиц с неопределенной массой.

4.2 Влияния флейворных и спин-флейворных осцилляций нейтрино на процессы рассеяния

Рассмотрим в качестве примера случаи вакуумных осцилляций нейтрино на базе источник-детектор и случай спин-флейворных осцилляций в присутствии магнитного поля и ненулевого магнитного момента нейтрино. Как и в

разделе 1.2, будем пользоваться плосковолновым приближением при описании состояний массивных нейтрино. В первом случае, если ультрарелятивистское нейтрино родилось в источнике во флэйворном состоянии $|\nu_\ell\rangle$, тогда его состояние в мишени перед моментом рассеяния будет

$$|\nu_\ell(\mathcal{L})\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{li}^* e^{-i\frac{m_i^2}{2E\nu}\mathcal{L}} |\nu_i, -\rangle, \quad (4.7)$$

здесь \mathcal{L} — расстояние от источника до детектора и знак минус в массовом состоянии нейтрино явно подчеркивает определенное (с точностью до величины порядка обратного лоренц-фактора нейтрино) значение спиральности нейтрино. Матрица плотности, отвечающая (4.7), есть

$$\rho_\ell(\mathcal{L}) = |\nu_\ell(\mathcal{L})\rangle\langle\nu_\ell(\mathcal{L})| = \sum_{i,j=1}^3 U_{li}^* U_{lj} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E\nu}\mathcal{L}} |\nu_i, -\rangle\langle\nu_j, -|. \quad (4.8)$$

Сравнивая с формулой (2.35), получаем $\kappa = \rho_R = 0$ и $\rho_{ij}^L = U_{li}^* U_{lj} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E\nu}\mathcal{L}}$. Далее, согласно тексту после (2.38) имеем $\tilde{\rho} = \rho_L = -\zeta^\parallel$, $\zeta^\perp = 0$, а в (2.38) получаем

$$\rho_{ij} = \frac{1 - \gamma_5}{2} \not{k} U_{li}^* U_{lj} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E\nu}\mathcal{L}}. \quad (4.9)$$

Именно из-за осцилляций нейтрино в различных нейтринных экспериментах получают ограничения на разные эффективные значения, например, магнитного момента. Так, согласно (2.51), $\rho^R = 0 \implies |\mu_\nu^R|^2 = 0$, а

$$|\mu_\nu^L|^2 = \sum_n \left| \sum_i U_{li}^* e^{-i\frac{m_i^2}{2E\nu}\mathcal{L}} (\mu_{ni} - i\varepsilon_{ni}) \right|^2. \quad (4.10)$$

Например, в случае короткой базы $\mathcal{L} \approx 0$ эффективный магнитный момент имеет вид

$$|\mu_\nu^L|^2 \approx \sum_n \left| \sum_i U_{li}^* (\mu_{ni} - i\varepsilon_{ni}) \right|^2 = ((\mu + i\varepsilon)(\mu - i\varepsilon))_{\ell\ell} = \sum_{\ell'} |(\mu - i\varepsilon)_{\ell\ell'}|^2. \quad (4.11)$$

Как видно из последнего перехода, эксперименты с короткой базой, ограничивают не только диагональный магнитный момент, отвечающий флейвору ℓ , но также и переходные магнитные моменты для этого флейвора. Это объясняется тем, что конечное состояние нейтрино по флейвору/массе в детекторе неразличимо. В случае же длинной базы, вообще говоря, нужно учитывать эффекты

декогеренции, т. е. при раскрытии квадрата модуля в (4.10) воспользоваться заменой $e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E\nu}\mathcal{L}} \rightarrow \delta_{ij}$ [161]. Тогда

$$|\mu_\nu^L|^2 \approx \sum_{i,n} |U_{li}|^2 |(\mu_{ni} - i\varepsilon_{ni})|^2, \quad (4.12)$$

и такой эффективный момент очевидно отличается от (4.11). При этом, в данном пределе он также не зависит от расстояния между источником и детектором. Однако, во многих реалистичных случаях, когда требуется учитывать присутствие вещества, например, в случае солнечных нейтрино, существенное влияние оказывает МСВ эффект, поэтому эффективный магнитный момент на длинной базе зависит еще и от энергии нейтрино.

Перейдем теперь к осцилляциям нейтрино в однородном магнитном поле. Согласно работе [165] для дираковских нейтрино с диагональным магнитным моментом в постоянном и однородном магнитном поле \mathbf{B} можно построить спиновый оператор

$$S_i = \frac{m_i}{\sqrt{m_i^2 \mathbf{B}^2 + \mathbf{p}^2 B_\perp^2}} \left[(\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{B}) - \frac{i}{m_i} \gamma_0 \gamma_5 ([\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{B}) \right], \quad (4.13)$$

где B_\perp — компонента магнитного поля, поперечная импульсу нейтрино. Подробнее обсуждение различных спиновых операторов для дираковской частицы можно найти в работах [166; 167]. Далее можно найти стационарные состояния $|\nu_i^s\rangle$, являющиеся собственными состояниями этого спинового оператора с собственными значениями $s = \pm$. Поэтому лево- ($K = L$) и правоспиральные ($K = R$) состояния нейтрино можно разложить по этим стационарным состояниям

$$|\nu_{i,K}\rangle = \sum_s R_{Ks}^* |\nu_i^s\rangle. \quad (4.14)$$

Далее, рассмотрим нейтрино, родившееся в источнике с флейвором ℓ и спиральность K . Тогда, в детекторе будет состояние

$$|\nu_\ell^K(\mathcal{L})\rangle = \sum_{i,s} U_{li}^* R_{Ks}^* e^{-iE_i^s \mathcal{L}} |\nu_i^s\rangle, = \sum_{i,s,K'} U_{li}^* R_{Ks}^* e^{-iE_i^s \mathcal{L}} R_{K's} |\nu_{i,K'}\rangle. \quad (4.15)$$

В последнем переходе мы вернулись в базис спиральных состояний. E_i^s — энергия соответствующего стационарного состояния. Выпишем ее точное и ультрарелятивистское выражения

$$E_i^s = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{p}^2 + \mu_i^2 \mathbf{B}^2 + 2\mu_i s \sqrt{m_i^2 \mathbf{B}^2 + \mathbf{p}^2 B_\perp^2}} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} + \frac{\mu_i^2 B^2}{2p} + \mu_i s B_\perp. \quad (4.16)$$

При этом для полей существенно много меньше швингеровского и текущих ограничений на магнитный момент можно пренебречь и слагаемым $\frac{\mu_i^2 B^2}{2p}$. Вводя $\tilde{R}_{KK'}^{i*} = \sum_s R_{Ks}^* R_{K's} e^{-iE_i^s \mathcal{L}}$, записываем матрицу плотности

$$\rho_\ell^K(\mathcal{L}) = |\mathbf{v}_\ell^K(\mathcal{L})\rangle\langle\mathbf{v}_\ell^K(\mathcal{L})| = \sum_{i,j,K'K''} U_{li}^* U_{lj} \tilde{R}_{KK'}^{i*} \tilde{R}_{KK''}^j |\mathbf{v}_{i,K'}\rangle\langle\mathbf{v}_{j,K''}|. \quad (4.17)$$

Опять сравнивая с формулой (2.35), получаем

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^L &= U_{li}^* U_{lj} \tilde{R}_{KL}^{i*} \tilde{R}_{KL}^j, \\ \rho_{ij}^R &= U_{li}^* U_{lj} \tilde{R}_{KR}^{i*} \tilde{R}_{KR}^j, \\ \kappa_{ij} &= U_{li}^* U_{lj} \tilde{R}_{KL}^{i*} \tilde{R}_{KR}^j. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Выпишем здесь также и редуцированную на массовые состояния матрицу плотности

$$\tilde{\rho}_{ij} = U_{li}^* U_{lj} \sum_{K'} \tilde{R}_{KK'}^{i*} \tilde{R}_{KK'}^j = U_{li}^* U_{lj} e^{-i\frac{\Delta m_{ij}^2}{2E\nu} \mathcal{L}}. \quad (4.19)$$

Последний переход получен, подставляя выражение для $\tilde{R}_{KK'}^{i*}$, учитывая унитарность матрицы R и выражение для энергий стационарных состояний в указанном режиме. Это выражение в точности совпадает с матрицей плотности в случае вакуумных осцилляций.

Далее в этой главе демонстрируется эффект азимутальной асимметрии сечения, вызванный именно ненулевой матрицей κ .

4.3 Структура сечения рассеяния

Полученное в главе 2 сечение можно переписать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \tilde{A}(\theta) + \tilde{B}_s(\theta) \sin \varphi + \tilde{B}_c(\theta) \cos \varphi, \quad (4.20)$$

где $\tilde{A}(\theta) = \frac{d\sigma_L}{d\Omega} + \frac{d\sigma_R}{d\Omega}$ в соответствии с (2.49) и (2.50) в случае рассеяния на нуклоне и с (2.55) в случае рассеяния на ядре. Также коэффициенты $C_{\mu\nu,Z^0}^\perp$ и $C_{\mu\nu,Q}^\pm$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} C &= \text{Re}K \cos \varphi - \text{Im}K \sin \varphi, \\ K_{\mu\nu,Z^0}^\perp &= \text{Tr} [(f^M + if^E) \kappa^\dagger], \\ K_{\mu\nu,Q}^\pm &= \text{Tr} [[Q^L (f^M + if^E) \pm (f^M + if^E) Q^R] \kappa^\dagger]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Таким образом, для рассеяния на нуклоне выражения для $\tilde{B}_c(\theta)$ ($\tilde{B}_s(\theta)$) получаются заменой в формуле (2.52) коэффициентов $C_{\mu\nu, Z^0}^\perp$ и $C_{\mu\nu, Q}^\pm$ на реальную (минус мнимую) части коэффициентов $K_{\mu\nu, Z^0}^\perp$ и $K_{\mu\nu, Q}^\pm$ соответственно. В случае рассеяния на ядре нужно делать замены в формуле (2.55).

Будем рассматривать наиболее простой случай. Для нейтрино с характерной для сверхновых энергией $E_\nu = 10$ МэВ будем полагать ненулевые диагональные магнитные моменты (3.3) на уровне $10^{-11} \mu_B$ и значения зарядовых радиусов и анапольных моментов, предсказываемые Стандартной моделью (1.38) и (1.39). Тогда, $Q^R \equiv 0$ и, следовательно, все коэффициенты $C^R \equiv 0$. Рассматривать будем случаи полностью неполяризованных и поперечно поляризованных нейтрино. В обоих случаях $\zeta^\parallel \equiv 0$ и, следовательно, $|\mu_\nu^{L,R}|^2 = \text{Tr} \left[(f^M)^2 \frac{1}{2} \tilde{\rho} \right] = \frac{1}{2} |\mu_\nu|^2$. Также $K_{\mu\nu, Z^0}^\perp = \text{Tr} [f^M \kappa^\dagger]$, $K_{\mu\nu, Q}^\pm = \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F t} \text{Tr} \left[([f^Q, f^M]_\pm - t[f^A, f^M]_\mp) \kappa^\dagger \right] \Rightarrow K_{\mu\nu, Q}^+ = \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F} \text{Tr} \left[\frac{1}{3} \langle r^2 \rangle f^M \kappa^\dagger \right]$, $K_{\mu\nu, Q}^- = \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F} \text{Tr} [-2f^A f^M \kappa^\dagger] = -\frac{4\sqrt{2}\pi\alpha}{G_F} K^-$ и с учетом (1.39) $K_{\mu\nu, Q}^+ = K_{\mu\nu, Q}^-$. Для нуклона анапольный F_A и электрический дипольный F_E формфакторы полагаем равными 0.

Проанализировать различные вклады, однако, удобнее все же в случае сечения $\frac{d^2\sigma}{dTd\varphi} = A(T) + B_s(T) \sin \varphi + B_c(T) \cos \varphi$, к которому можно перейти при помощи (2.43). Имеется три существенно различных слагаемых в сечении рассеяния. Первые два не зависят от азимутального угла и соответственно определяются слабым взаимодействием и взаимодействием магнитного момента нейтрино. Последний интересующий нас вклад определяется магнитным моментом и поперечной спиновой поляризацией нейтрино. Так как сечение может зависеть от комбинаций $\frac{T}{E_\nu}$ или $\frac{T}{m_N}$ ($\frac{T}{M}$ в случае ядра), которые оказываются меньше единицы, то ограничимся только лидирующими слагаемыми по переданной энергии для каждого из интересующих нас слагаемых в сечении:

$$\begin{aligned}
A(T) &= \frac{G_F^2 m_N}{2\pi^2} \left[C_V^L + C_A^L + (C_A^L - C_V^L) \frac{m_N T}{2E_\nu^2} \right] + \frac{\alpha^2 |\mu_\nu|^2}{2m_e^2 E_\nu} \left[\frac{E_\nu}{T} F_Q^2 \right], \\
B_s(T) &= \frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Im} K_{\mu\nu, Z^0}^\perp F_1 F_Q + \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Im} K^- F_Q^2, \\
B_c(T) &= -\frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Re} K_{\mu\nu, Z^0}^\perp F_1 F_Q - \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Re} K^- F_Q^2.
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Particle	m	Q	Q_w	C_w
e^-	511 кэВ	-1	$g_V^e = \mp \frac{1}{2} + 2s_W^2 = -0.038(0.962)$	0.13(0.57)
p	938 МэВ	1	$g_V^p = \frac{1}{2} - 2s_W^2 = 0.038$	0.13
n	940 МэВ	0	$g_V^n = -0.5$	0.25
^{40}Ar	37.2 ГэВ	18	$\mathcal{F}_1 = 18g_V^p + 22g_V^n =$ $= -10.324$	53.29
^{132}Xe	122.9 ГэВ	54	$\mathcal{F}_1 = 54g_V^p + 78g_V^n =$ $= -36.971$	683.43

Таблица 4 — Масса и слабые и электрические заряды частиц мишени

В случае же ядра согласно (2.57) имеем аналогичные лидирующие слагаемые

$$\begin{aligned}
A(T) &= \frac{G_F^2 M}{2\pi^2} \left(1 - \frac{MT}{2E_\nu^2}\right) C_V^L + \frac{\alpha^2 |\mu_\nu|^2}{2m_e^2 E_\nu} \left[\frac{E_\nu}{T} \mathcal{F}_Q^2\right], \\
B_s(T) &= \frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \sqrt{\frac{M}{T}} \text{Im} K_{\mu_\nu, Z^0}^\perp \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_Q + \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Im} K^- \mathcal{F}_Q^2, \\
B_c(T) &= -\frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \sqrt{\frac{M}{T}} \text{Re} K_{\mu_\nu, Z^0}^\perp \mathcal{F}_1 \mathcal{F}_Q - \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} \sqrt{\frac{m_N}{T}} \text{Re} K^- \mathcal{F}_Q^2.
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Таким образом, имеется линейный по переданной энергии вклад на масштабе $\frac{G_F^2 m}{2\pi^2} C_w$, где m — масса частицы мишени, C_w определяется слабыми характеристиками частиц мишени ($C_V^L + C_A^L$ в случае нуклона, C_V^L в случае ядра). Далее, имеем поведение $\frac{E_\nu}{T}$ на масштабе, определяющимся квадратом магнитного момента нейтрино и квадратом электрического заряда Q частицы мишени $\frac{\alpha^2 |\mu_\nu|^2}{2m_e^2 E_\nu} Q^2$. Наконец, азимутальная асимметрия ведет себя как $\sqrt{\frac{m}{T}}$ и имеет масштабы $\frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \mu_\nu Q_w Q$, где Q_w — слабый заряд, и $\frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} a_\nu \mu_\nu Q^2$. В таблице 4 приведены необходимые характеристики частиц мишени, а в таблице 5 — численные оценки масштабов обсуждаемых вкладов для них. Уже становится очевидно, что эффект азимутальной асимметрии сечения может быть виден в области низких переданных энергий, а именно в той области, где вклад от слабого взаимодействия начинает уступать вкладу с квадратом магнитного момента нейтрино. Другими словами, при высоких переданных энергиях доминируют слабые взаимодействия, а при очень низких сингулярное поведение $\frac{1}{T}$. Это означает, что азимутальную асимметрию $\frac{1}{\sqrt{T}}$ нужно искать в промежуточной области.

С другой стороны, в таблице 5 виден заметный рост вклада слабых взаимодействий для ядер, возникающий из-за когерентного режима рассеяния.

Particle	$\frac{G_F^2 m}{2\pi^2} C_w$	$\frac{\alpha^2 \mu_\nu ^2}{2m_e^2 E_\nu} Q^2$	$\frac{G_F \alpha}{m_e \pi} \mu_\nu Q_w Q$	$\frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{m_e} a_\nu \mu_\nu Q^2$
e^-	4.5×10^{-25} (2.0×10^{-24})	2.3×10^{-27}	3.0×10^{-26} (7.7×10^{-25})	4.7×10^{-26}
p	8.2×10^{-22}	2.3×10^{-27}	3.0×10^{-26}	4.7×10^{-26}
n	1.6×10^{-21}	0	0	0
^{40}Ar	1.4×10^{-17}	7.4×10^{-25}	1.5×10^{-22}	1.5×10^{-23}
^{132}Xe	5.8×10^{-16}	6.7×10^{-24}	1.6×10^{-21}	1.4×10^{-22}

Таблица 5 — Масштабы различных вкладов в сечение

Остальные же вклады остаются более или менее на том же уровне, за исключением вклада в третьем столбце. Этот вклад оказывается любопытным, так как он пропорционален произведению слабого и электрического зарядов. В случае протона имеем маленький слабый заряд и единичный электрический, в случае нейтрона электрический заряд равен нулю, однако для ядра оба заряда оказываются немаленькими, что и обуславливает рост этого вклада.

Подбирая мишени с большими слабыми и электрическими зарядами, мы при этом проигрываем в энергиях отдачи мишени из-за роста ее массы. Соответственно, можно пойти другим путем и рассматривать легчайшие частицы мишени, т. е. электроны, минимизируя вклад слабых взаимодействий. Для них также можно получить аналитические выражения и на этой основе провести численное моделирование. Укажем, что общие формулы для рассеяния на электронах получаются заменой нуклонных формфакторов на электронные. Однако, помимо этого нужно учесть дополнительный вклад заряженных токов в случае рассеяния электронного нейтрино на электронах. А именно, нужно сделать замены $\delta_{ij} F_1^N(q^2) \rightarrow (\hat{g}_V^e)_{ij} = g_V^e \delta_{ij} + U_{ei}^* U_{ej}$ и $\delta_{ij} G_A^N(q^2) \rightarrow (\hat{g}_A^e)_{ij} = g_A^e \delta_{ij} + U_{ei}^* U_{ej}$, где слабые константы связи равны $g_V^e = -\frac{1}{2} + 2s_W^2$ и $g_A^e = -\frac{1}{2}$. Приведем здесь для сравнения аналогичные нуклонному и ядерным случаям вклады в сечения, однако отметим, что они уже не обязательно являются лидирующими, так как энергия налетающего нейтрино оказывается больше массы электрона, и, как следствие, переданная энергия может быть также сравнима с массой. При этом во всех случаях численного моделирования мы пользовались

наиболее общими формулами:

$$\begin{aligned}
A(T) &= \frac{G_F^2 m_e}{2\pi^2} \left[C_V^L(e^-) + C_A^L(e^-) + (C_A^L(e^-) - C_V^L(e^-)) \frac{m_e T}{2E_\nu^2} \right] + \frac{\alpha^2 |\mu_\nu|^2}{2m_e^2 E_\nu} \left[\frac{E_\nu}{T} \right], \\
B_s(T) &= -\frac{G_F \alpha}{\pi \sqrt{m_e T}} \text{Im} K_{\mu_\nu, Z^0}^\perp g_V^e - \frac{G_F \alpha}{\pi \sqrt{m_e T}} \text{Im} K_{\mu_\nu, W}^\perp + \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{\sqrt{m_e T}} \text{Im} K^-, \\
B_c(T) &= \frac{G_F \alpha}{\pi \sqrt{m_e T}} \text{Re} K_{\mu_\nu, Z^0}^\perp g_V^e + \frac{G_F \alpha}{\pi \sqrt{m_e T}} \text{Re} K_{\mu_\nu, W}^\perp - \frac{4\sqrt{2}\alpha^2}{\sqrt{m_e T}} \text{Re} K^-,
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$C_V^K(e^-) = \text{Tr} \left[(-\hat{g}_V^e \delta_L^K - Q^K)^2 \rho^K \right], \quad (\hat{g}_V^e)_{ij} = g_V^e \delta_{ij} + U_{ei}^* U_{ej}$$

$$C_A^K(e^-) = \text{Tr} \left[(\delta_L^K \hat{g}_A^e)^2 \rho^K \right], \quad (\hat{g}_A^e)_{ij} = g_A^e \delta_{ij} + U_{ei}^* U_{ej} \tag{4.25}$$

$$K_{\mu_\nu, W}^\perp = \text{Re} \text{Tr} \left[(\hat{g}_V^e - g_v^e) (f^M + i f^E) \kappa^\dagger e^{i\varphi} \right].$$

Для рассеяния электронного нейтрино на электроне возникают дополнительные вклады от заряженного тока, и некоторые из них (вклады пропорциональные $K_{\mu_\nu, W}^\perp$) усиливают азимутальную асимметрию сечения. В таблице 5 значения, указанные в скобках, соответствуют рассеянию электронных нейтрино.

4.4 Численные результаты

В работе были проведены численные расчеты, демонстрирующие эффект азимутальной асимметрии сечения, для рассеяния нейтрино на протоне, ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe и электронах. Подчеркнем, что численные расчеты проводились согласно общим формулам, полученным в главе 2.

Рисунок 4.1 иллюстрирует влияние поперечной спиновой поляризации нейтрино на сечение, дифференциальное по телесному углу импульса отдачи протона. Отметим, что только при наличии поперечной составляющей спиновой поляризации нейтрино сечение зависит от азимутального угла нуклона отдачи. Мы предполагаем, что начальное нейтрино полностью поперечно поляризовано относительно начального импульса нейтрино и сравниваем этот случай с тем, когда нейтрино полностью не поляризовано. Как следует из (2.52) и (2.53) или (4.22) и (4.21), вклад поперечной спиновой поляризации нейтрино в сечение пропорционален магнитным и/или электрическим дипольным моментам нейтрино, так что он полностью исчезает, если они имеют нулевые значения. Эффект проявляется в столь малых масштабах, что вклады от значений СМ зарядовых

радиусов и анапольных моментов нейтрино также становятся заметными, и, более того, они имеют тенденцию усиливать обсуждаемый эффект.

Рисунок 4.2 демонстрирует эффект азимутальной асимметрии сечения для рассеяния нейтрино на протоне, ^{40}Ar и ^{132}Xe . Заметим, что в случае протона область, где этот эффект отчетливо виден, находится при полярном угле θ близком к 90° , в той области где вклад слабых взаимодействий уменьшается, а вклад квадрата магнитного момента нейтрино начинает быть доминирующим. То есть эффект виден на фоне минимума по полярному углу. Отметим, что вклад слабых взаимодействий убывает с ростом полярного угла в рассеянии нейтрино на протоне. В случае же рассеяния на ядрах вклад слабых взаимодействий имеет максимум, а область близкая к $\theta \approx 90^\circ$, где сечение начинает снова возрастать, становится чрезвычайно узкой, поэтому эффект азимутальной асимметрии сечения виден уже именно на фоне максимума.

Наконец, на рисунке 4.3 представлено сечение рассеяния нейтрино на электронах, дважды дифференциальное по переданной энергии и азимутальному углу импульса отдачи электрона. Обратим внимание, что в случае рассеяния электронного нейтрино эффект максимален и может быть виден даже при переданных энергиях, сравнимых с массой электрона.

4.5 Выводы

В этой главе подробно описывается и предлагается для экспериментального наблюдения эффект азимутальной асимметрии сечения упругого рассеяния нейтрино, возникающий при определенных спиновых состояниях нейтрино и ненулевых магнитных моментах нейтрино. А именно, с точки зрения лабораторной системы отсчета, в которой нейтрино движется ультрарелятивистски, эти состояния являются суперпозициями лево- и правоспиральных нейтрино. С другой же стороны, так как нейтрино имеет ненулевую массу, эти состояния можно получить, задав в системе покоя нейтрино его спин вдоль направления, отличного от направления буста, отвечающего переходу в лабораторную систему.

В работе проведен анализ рассеяния для разных спиновых состояний нейтрино на различных мишенях. Несмотря на малость, эффект ненулевой во всех рассматриваемых случаях: для рассеяния на протоне, ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe и элект-

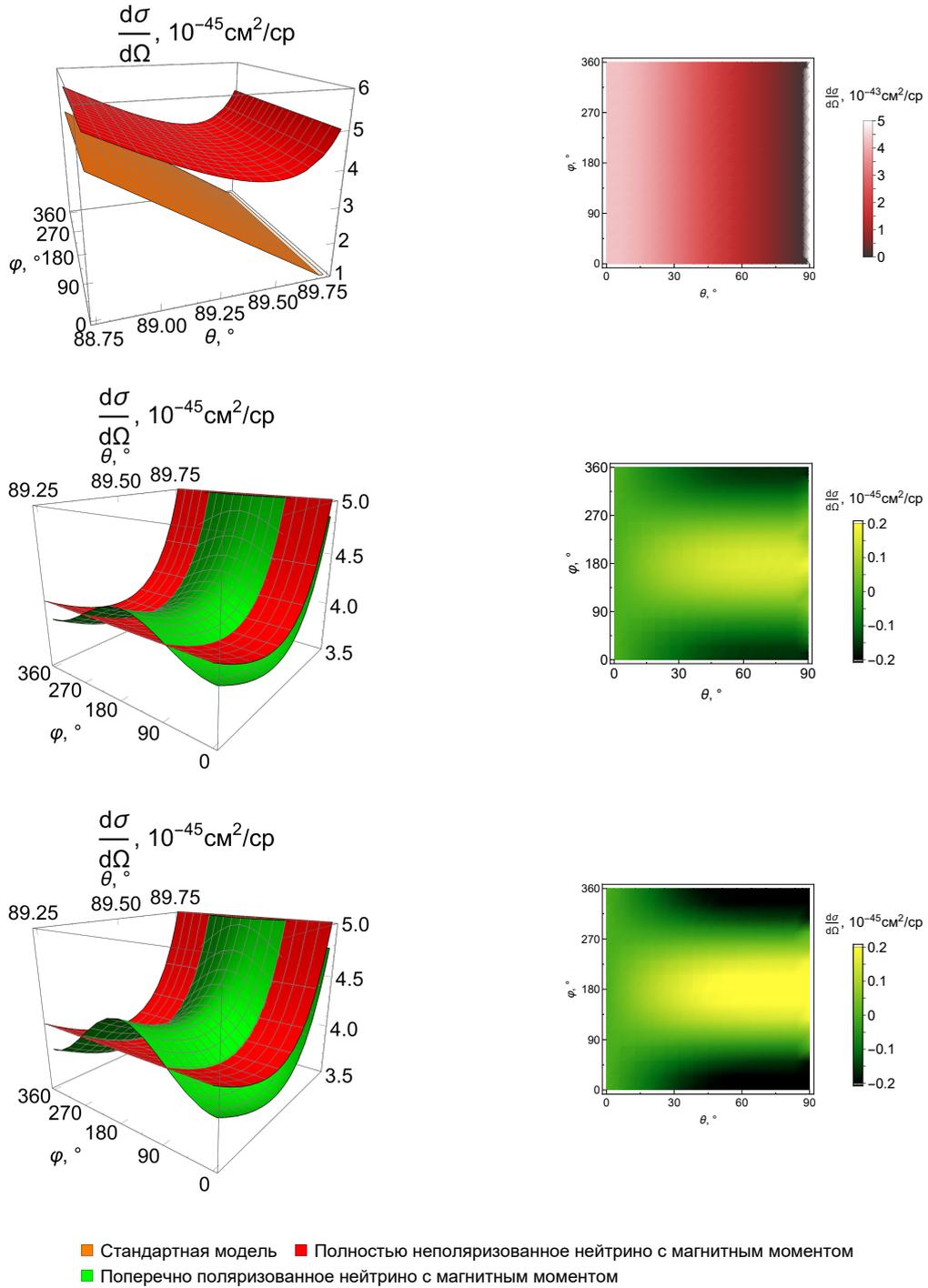


Рисунок 4.1 — Угловое дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне в случаях различных начальных спиновых состояний нейтрино в детекторе. В первой строке на 3D-графике представлены сечения для полностью неполяризованных нейтрино (i) в рамках СМ и (ii) с учетом магнитных моментов нейтрино $10^{-11} \mu_B$, а двумерный график плотности показывает только последнее поперечное сечение. Во второй строке на 3D графике сравниваются поперечные сечения, учитывающие магнитные моменты нейтрино $10^{-11} \mu_B$ в случаях полностью неполяризованных и поперечно поляризованных нейтрино, тогда как график плотности показывает разницу между этими сечениями. Наконец, третья строка такая же, как и вторая, но с учетом влияния значений СМ зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино.

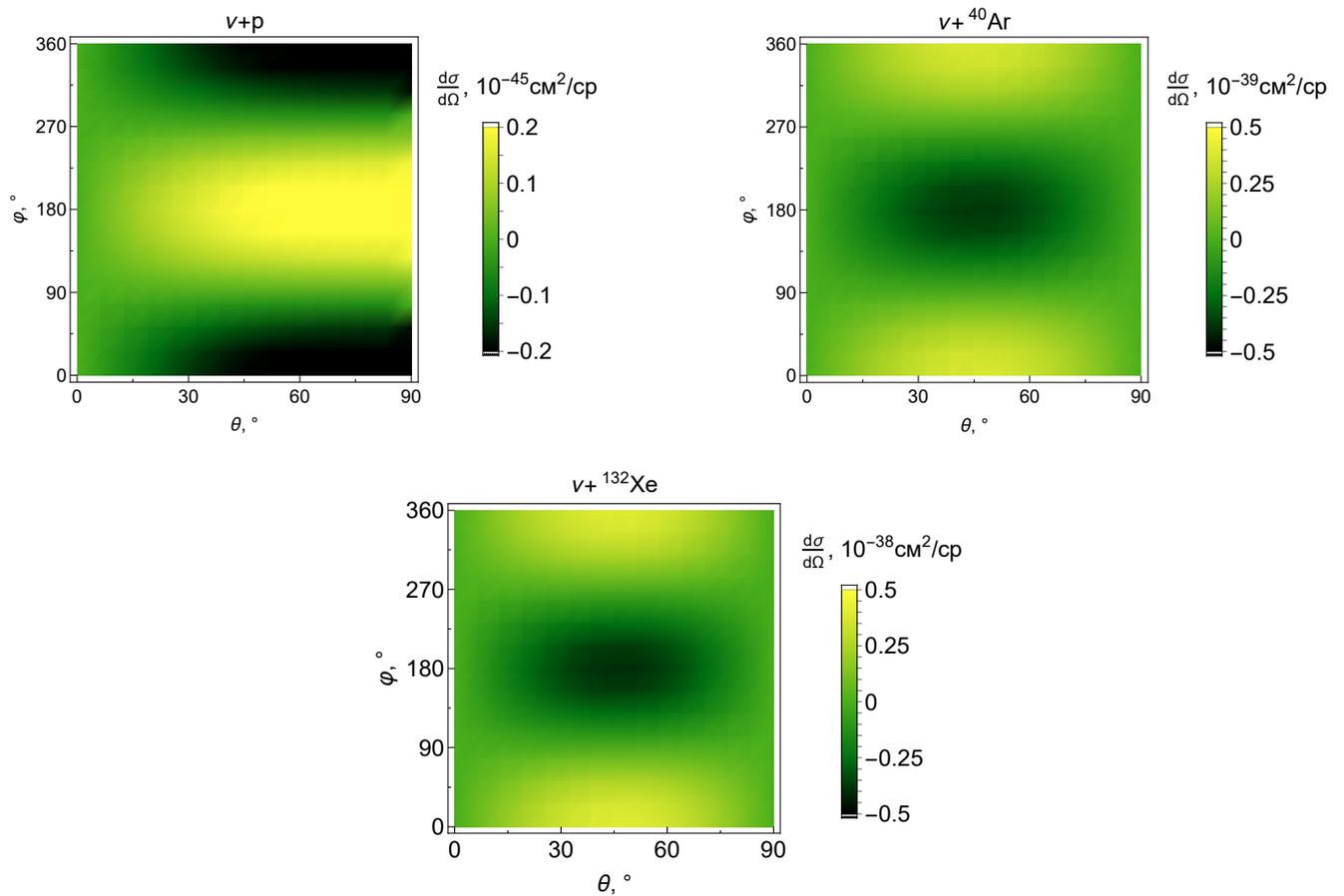


Рисунок 4.2 — Угловые дифференциальные сечение упругого рассеяния нейтрино на протоне, ^{40}Ar и ^{132}Xe в случае поперечной спиновой поляризации нейтрино. Учитывается магнитный момент нейтрино $10^{-11}\mu_B$, а также значения СМ зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино .

тронах. Отметим, что эффект проявляется в различных областях значений углов отдачи частиц мишени, в зависимости от самой мишени. Также, случай рассеяния электронного нейтрино на электронах демонстрирует уже достаточно сильный эффект, согласуясь с тем фактом, что именно из экспериментов по рассеянию нейтрино на электронах получены самые жесткие лабораторные ограничения на магнитный момент нейтрино. Наблюдение эффекта азимутальной асимметрии сечения в эксперименте будет свидетельствовать о наличии магнитного момента у нейтрино и прямо указывать на связанные с этим спиновые осцилляции.

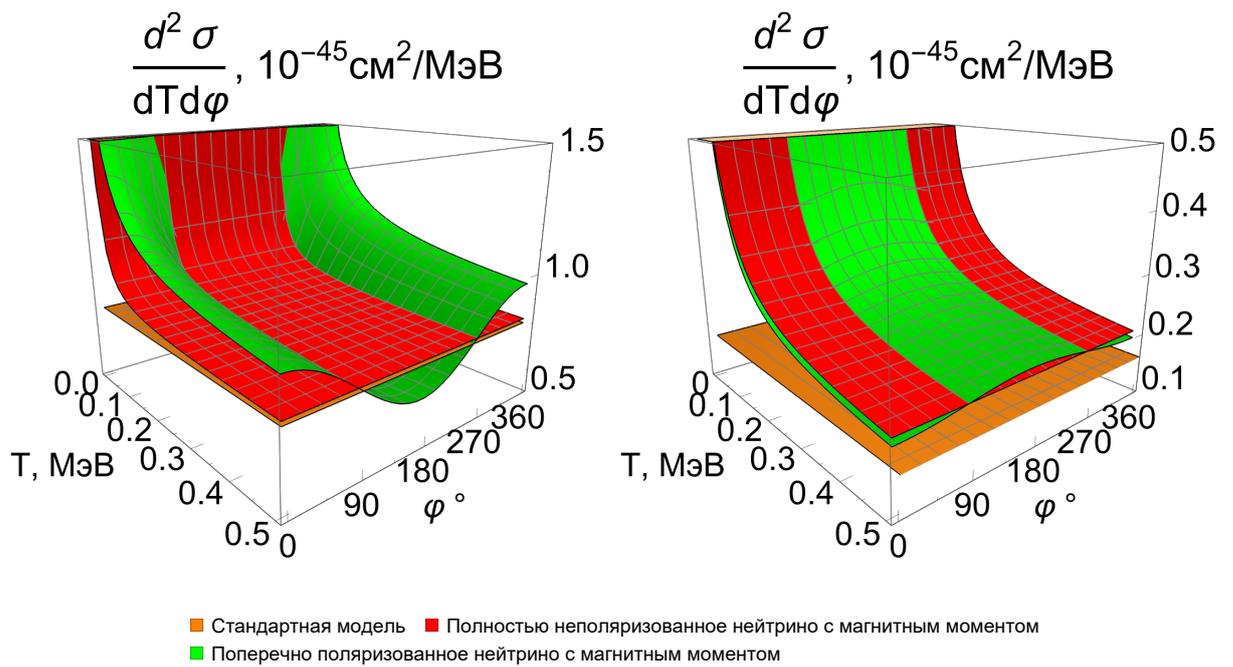


Рисунок 4.3 — Дважды дифференциальное по переданной энергии и азимутальному углу импульса отдачи электрона сечение упругого рассеяния нейтрино на электроном в случаях различных начальных спиновых состояний нейтрино в детекторе. Слева рассеяние электронного нейтрино, справа мюонного или таонного

Заключение

Диссертация посвящена развитию теории рассеяния нейтрино, изучению электромагнитных свойств, а также влияния спиновой поляризации нейтрино в процессах упругих столкновений нейтрино с нуклонами и ядрами.

В контексте начала эры прецизионных измерений в физике нейтрино, диссертантом поставлена и успешно решена задача рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах с учетом электромагнитных свойств и спиновой поляризации нейтрино. В свете ожидаемой беспрецедентной точности текущих и готовящихся нейтринных экспериментов, в диссертации также использованы подходы, позволяющие детально учитывать внутреннюю структуру нуклонов и ядер в слабом нейтральном и электромагнитном каналах рассеяния.

Основные результаты диссертации:

- 1) Разработано новое описание произвольного спин-флейворного состояния нейтрино в терминах спин-флейворной матрицы плотности для дираковской частицы. Это позволяет учитывать эффекты не только, как обычно, флейворных, но и спиновых осцилляций нейтрино на базе источник-детектор.
- 2) Получены аналитические выражения для сечений упругого рассеяния нейтрино на нуклоне с учетом как электромагнитных формфакторов нейтрино, так и электромагнитных и слабых нейтральных формфакторов нуклона, а также произвольного спин-флейворного состояния нейтрино. Соответствующий формализм может быть также использован в случае упругого рассеяния нейтрино на ядре со спином $1/2$.
- 3) Получены аналитические выражения для сечений упругого рассеяния нейтрино на бесспиновом ядре с учетом как электромагнитных формфакторов нейтрино, так и электромагнитных и слабых нейтральных формфакторов ядра, а также произвольного спин-флейворного состояния нейтрино.
- 4) Проведены численные расчеты сечения рассеяния нейтрино на нуклонах, которые демонстрируют перекрытие странного вклада в аксиальную константу взаимодействия нуклона с вкладами от таких электромагнитных характеристик нейтрино, как диагональные и пере-

ходные зарядовые радиусы и анапольные моменты, а также магнитные моменты.

- 5) Проведены численные расчеты сечений рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe , демонстрирующие поведение вкладов зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино для лево- и правоспиральных нейтрино. На этой основе показано, что существует возможность экспериментально различить эти два набора электромагнитных характеристик нейтрино.
- 6) Проведены численные расчеты сечений рассеяния нейтрино на электронах, нуклонах и ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe , демонстрирующие эффект азимутальной асимметрии в угловом распределении частиц отдачи при ненулевом магнитном моменте нейтрино и суперпозиции спиральных состояний нейтрино, которая возникает вследствие спиновых или спин-флейворных осцилляций нейтрино. Это открывает принципиальную возможность непосредственного наблюдения спиновых осцилляций нейтрино в эксперименте.

Полученные выражения для сечений упругого рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах могут быть применены в анализе и интерпретации данных различных экспериментов, в частности MicroBoone, XENONnT, JUNO, COHERENT, CONUS, Red-100 и др., как для поиска электромагнитных свойств нейтрино, так и для проверки Стандартной модели, поиска нейтронного электрического дипольного момента нейтрона, изучения распределения нейтронов в ядре и т.д.

Диссертантом продемонстрировано существенное влияние электромагнитных свойств нейтрино на поведения сечений не только в случае активных левоспиральных, но и в случае правоспиральных нейтрино, чье электромагнитное взаимодействие не менее интенсивно, чем левоспиральных нейтрино. Для этого было проведено численное моделирование рассеяния нейтрино на нуклонах и ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe с учетом диагональных и переходных зарядовых радиусов и анапольных моментов, а также магнитных моментов нейтрино. Например, из результатов следует явное различие в поведении сечений в случаях зарядовых радиусов и анапольных моментов нейтрино. Подчеркнем, что это различие видно при добавлении к рассмотрению правоспиральных нейтрино. Основное же следствие заключается в том, что при рассмотрении спиновых осцилляций за счет ненулевого магнитного момента, переходы нейтрино с

изменением нейтринного спина можно измерять не только косвенно — по уменьшению потока активных нейтрино в детекторе, но и с помощью измерения процессов упругого рассеяния нейтрино в детекторе, вклад в которое будут давать в том числе правоспиральные нейтрино с ненулевыми электромагнитными характеристиками.

Наконец, диссертантом предлагается поиск в эксперименте нового дополнительного вклада в упругое рассеяние нейтрино на нуклонах и ядрах, возникающего при ненулевом магнитном моменте нейтрино и при наличии спиновых осцилляций нейтрино. Этот вклад предсказывает азимутальную асимметрию в угловом распределении частиц отдачи. Проведенные автором численные расчеты демонстрируют этот эффект на протонах, ядрах ^{40}Ar и ^{132}Xe , а также в рассеянии на электронах.

Благодарности

Завершить диссертационную работу хотел бы словами благодарности своему научному руководителю — профессору кафедры физики атомного ядра и квантовой теории столкновений Кузакову Константину Алексеевичу за постановку научной проблемы и руководство работой.

Автор очень признателен членам нейтринной научной группы на физическом факультете МГУ, в особенности профессору Александру Ивановичу Студеникину, а также Константину Леонидовичу Станкевичу, Артему Романовичу Попову, Алексею Андреевичу Личкунову и Максиму Михайловичу Вялкову за плодотворные и вдохновляющие научные дискуссии.

Автор благодарен сотрудникам кафедры теоретической физики физического факультета МГУ Владимиру Викторовичу Белокурову, Владимиру Чеславовичу Жуковскому, Анатолию Викторовичу Борису, Андрею Евгеньевичу Лобанову и Константину Викторовичу Степаньянцу за поддержку.

Хочу также выразить признательность Игорю Павловичу Волобуеву, Максиму Сергеевичу Дворникову, Ольге Андреевне Рубцовой и Александру Валентиновичу Григорьеву за интерес к результатам работы и ценные замечания.

Автор выражает отдельные слова благодарности своим близким друзьям: Александру Анатольевичу Бездетко, Юрию Алексеевичу Кузьмину, Александру Денисовичу Шишкунову, Ксении Владимировне Киркевич, Максиму Андреевичу Кирьянову и Михаилу Амировичу Ахметжанову, — за крепкую и многолетнюю дружбу и поддержку на всем выбранном мной пути физика-теоретика.

Наконец автор глубоко признателен своим родителям Ольге Геннадьевне Лазаревой и Михаилу Николаевичу Кирпичеву за любовь и воспитание, поддержку и веру в мои силы.

Список литературы

1. *Giunti, C.* Neutrino electromagnetic interactions: A window to new physics / C. Giunti, A. Studenikin // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Т. 87, вып. 2. — С. 531–591. — DOI: 10.1103/RevModPhys.87.531.
2. Review of Particle Physics / S. Navas [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2024. — Т. 110, вып. 3. — С. 030001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.110.030001.
3. The results of search for the neutrino magnetic moment in GEMMA experiment / A. Beda [и др.] // *Adv. High Energy Phys.* — 2012. — Т. 2012. — С. 350150. — DOI: 10.1155/2012/350150.
4. *Studenikin, A.* New bounds on neutrino electric millicharge from limits on neutrino magnetic moment / A. Studenikin // *Europhys. Lett.* — 2014. — Т. 107, № 2. — С. 21001. — DOI: 10.1209/0295-5075/107/21001. — Исправления в [5].
5. *Studenikin, A.* Erratum: New bounds on neutrino electric millicharge from limits on neutrino magnetic moment / A. Studenikin // *Europhys. Letters.* — 2014. — Т. 107, № 3. — С. 39901. — DOI: 10.1209/0295-5075/107/39901.
6. Search for new physics in electronic recoil data from XENONnT / E. Aprile [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2022. — Т. 129, № 16. — С. 161805. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.161805.
7. Observation of coherent elastic neutrino-nucleus scattering / D. Akimov [и др.] // *Science.* — 2017. — Т. 357, № 6356. — С. 1123–1126. — DOI: 10.1126/science.aao0990.
8. Neutrino charge radii from COHERENT elastic neutrino-nucleus scattering / M. Cadeddu [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Т. 98, вып. 11. — С. 113010. — DOI: 10.1103/PhysRevD.98.113010. — Исправления в [9].
9. Erratum: Neutrino charge radii from COHERENT elastic neutrino-nucleus scattering [*Phys. Rev. D* 98, 113010 (2018)] / M. Cadeddu [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Т. 101, вып. 5. — 059902(E). — DOI: 10.1103/PhysRevD.101.059902.

10. Physics results from the first COHERENT observation of coherent elastic neutrino-nucleus scattering in argon and their combination with cesium-iodide data / M. Cadeddu [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Т. 102, вып. 1. — С. 015030. — DOI: 10.1103/PhysRevD.102.015030.
11. Impact of the Dresden-II and COHERENT neutrino scattering data on neutrino electromagnetic properties and electroweak physics / M. Atzori Corona [и др.] // *J. High Energy Phys.* — 2022. — Т. 2022, № 9. — С. 164. — DOI: 10.1007/JHEP09(2022)164.
12. *Patrignani, C.* Review of Particle Physics / C. Patrignani // *Chinese Physics C.* — 2016. — Т. 40, № 10. — С. 100001. — DOI: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
13. Review of Particle Physics / M. Tanabashi [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Т. 98, вып. 3. — С. 030001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001.
14. Review of Particle Physics / P. A. Zyla [и др.] // *PTEP.* — 2020. — Т. 2020, № 8. — С. 083C01. — DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.
15. Review of Particle Physics / R. Workman [и др.] // *PTEP.* — 2022. — Т. 2022. — С. 083C01. — DOI: 10.1093/ptep/ptac097.
16. First results of the ν GeN experiment on coherent elastic neutrino-nucleus scattering / I. Alekseev [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Т. 106, вып. 5. — С. L051101. — DOI: 10.1103/PhysRevD.106.L051101.
17. Potentialities of a low-energy detector based on ^4He evaporation to observe atomic effects in coherent neutrino scattering and physics perspectives / A. Studenikin [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Т. 100, № 7. — С. 073014. — DOI: 10.1103/PhysRevD.100.073014.
18. SATURNE: Current status and physics potential / M. Cadeddu [и др.] // *Int. J. Mod. Phys. E.* — 2024. — Т. 33, № 11. — С. 2441011. — DOI: 10.1142/S0218301324410118.
19. Neutrino Scattering on Superfluid Helium with Account for Neutrino Electromagnetic Properties and Collective Effects / K. Kouzakov [и др.] // *Phys. Atom. Nucl.* — 2025. — Т. 88, № 3. — С. 556–559. — DOI: 10.1134/S1063778825600836.

20. *Kouzakov, K.* Elastic Neutrino-Nucleon Scattering: The Effects of Electromagnetic Properties and Polarization / K. Kouzakov, F. Lazarev, A. Studenikin // Springer Proceedings in Physics. — 2025. — Vol. 425. — Pp. 237—240. — DOI: 10.1007/978-3-031-88933-2_40.
21. *Kouzakov, K. A.* Electromagnetic interactions in elastic neutrino-nucleon scattering / K. A. Kouzakov, F. M. Lazarev, A. I. Studenikin // Physical Review D. — 2025. — Vol. 111, no. 3. — P. 035025. — DOI: 10.1103/PhysRevD.111.035025.
22. *Kouzakov, K. A.* Effects of neutrino electromagnetic properties and spin polarization in elastic neutrino–nucleon scattering / K. A. Kouzakov, F. M. Lazarev, A. I. Studenikin // International Journal of Modern Physics E. — 2025. — Vol. 34, no. 02/03. — P. 2541001. — DOI: 10.1142/S0218301325410010.
23. *Kouzakov, K.* Electromagnetic Contribution to Scattering of Arbitrarily Polarized Neutrinos on Nucleons / K. Kouzakov, F. Lazarev, A. Studenikin // Moscow University Physics Bulletin. — 2024. — Vol. 79, issue 1, supplement. — Pp. 296—299. — DOI: 10.3103/S0027134924701820.
24. *Кузаков, К. А.* Упругое рассеяние нейтрино на нуклонах и электромагнитные свойства нейтрино / К. А. Кузаков, Ф. М. Лазарев, А. И. Студеникин // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. — 2023. — Т. 78, № 6. — С. 2360203. — DOI: 10.55959/MSU0579-9392.78.2360203.
25. *Кузаков, К. А.* Электромагнитные свойства нейтрино в уругом рассеянии нейтрино на протоне / К. А. Кузаков, Ф. М. Лазарев, А. И. Студеникин // Ядерная физика. — 2023. — Т. 86, № 3. — С. 407—415. — DOI: 10.31857/S0044002723030121.
26. *Kouzakov, K.* Neutrino electromagnetic interactions in elastic neutrino-nucleus scattering / K. Kouzakov, F. Lazarev, A. Studenikin // Proceedings of Science. — 2022. — Vol. 398. — P. 203. — DOI: 10.22323/1.398.0203.
27. *Kouzakov, K.* Electromagnetic effects in elastic neutrino scattering on nucleons / K. Kouzakov, F. Lazarev, A. Studenikin // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 2156. — P. 012225. — DOI: 10.1088/1742-6596/2156/1/012225.

28. *Kouzakov, K.* Electromagnetic neutrino interactions in elastic neutrino-proton scattering / K. Kouzakov, F. Lazarev, A. Studenikin // Proceedings of Science. — 2021. — Vol. 390. — P. 205. — DOI: 10.22323/1.390.0205.
29. *Weinberg, S.* Baryon and Lepton Nonconserving Processes / S. Weinberg // Phys. Rev. Lett. — 1979. — T. 43. — C. 1566—1570. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.1566.
30. *Kobayashi, M.* Pseudo Dirac scenario for neutrino oscillations / M. Kobayashi, C. S. Lim // Phys. Rev. D. — 2001. — T. 64. — C. 013003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.64.013003.
31. *Fong, C. S.* Constraining the pseudo-Dirac nature of neutrinos using astrophysical neutrino flavor data / C. S. Fong, Y. Porto // Phys. Rev. D. — 2025. — T. 112, № 6. — C. 063001. — DOI: 10.1103/yc27-61w5.
32. *Drewes, M.* The Phenomenology of Right Handed Neutrinos / M. Drewes // Int. J. Mod. Phys. E. — 2013. — T. 22, № 08. — C. 1330019. — DOI: 10.1142/S0218301313300191.
33. *Georgi, H.* Unity of All Elementary Particle Forces / H. Georgi, S. L. Glashow // Phys. Rev. Lett. — 1974. — T. 32. — C. 438—441. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.32.438.
34. *Georgi, H.* The State of the Art—Gauge Theories / H. Georgi // AIP Conf. Proc. / под ред. H. C. C. E. W. Carlson. — 1975. — T. 23. — C. 575—582. — DOI: 10.1063/1.2947450.
35. *Fritzsch, H.* Unified Interactions of Leptons and Hadrons / H. Fritzsch, P. Minkowski // Annals Phys. — 1975. — T. 93. — C. 193—266. — DOI: 10.1016/0003-4916(75)90211-0.
36. *Buchmuller, W.* Leptogenesis as the origin of matter / W. Buchmuller, R. D. Peccei, T. Yanagida // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2005. — T. 55. — C. 311—355. — DOI: 10.1146/annurev.nucl.55.090704.151558.
37. *Blanchet, S.* The minimal scenario of leptogenesis / S. Blanchet, P. Di Bari // New J. Phys. — 2012. — T. 14. — C. 125012. — DOI: 10.1088/1367-2630/14/12/125012.
38. *Fong, C. S.* Leptogenesis in the Universe / C. S. Fong, E. Nardi, A. Riotto // Adv. High Energy Phys. — 2012. — T. 2012. — C. 158303. — DOI: 10.1155/2012/158303.

39. *Maltoni, F.* Upper bound on the scale of Majorana neutrino mass generation / F. Maltoni, J. M. Niczyporuk, S. Willenbrock // Phys. Rev. Lett. — 2001. — T. 86. — C. 212—215. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.212.
40. *Akhmedov, E. K.* Baryogenesis via neutrino oscillations / E. K. Akhmedov, V. A. Rubakov, A. Y. Smirnov // Phys. Rev. Lett. — 1998. — T. 81. — C. 1359—1362. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.1359.
41. *Canetti, L.* Sterile Neutrinos as the Origin of Dark and Baryonic Matter / L. Canetti, M. Drewes, M. Shaposhnikov // Phys. Rev. Lett. — 2013. — T. 110, № 6. — C. 061801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.061801.
42. *Giunti, C.* eV-scale Sterile Neutrinos / C. Giunti, T. Lasserre // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2019. — T. 69. — C. 163—190. — DOI: 10.1146/annurev-nucl-101918-023755.
43. *Archidiacono, M.* Two Sides of the Same Coin: Sterile Neutrinos and Dark Radiation, Status and Perspectives / M. Archidiacono, S. Gariazzo // Universe. — 2022. — T. 8, № 3. — C. 175. — DOI: 10.3390/universe8030175.
44. *Dienes, K. R.* Neutrino oscillations without neutrino masses or heavy mass scales: A Higher dimensional seesaw mechanism / K. R. Dienes, E. Dudas, T. Gherghetta // Nucl. Phys. B. — 1999. — T. 557. — C. 25. — DOI: 10.1016/S0550-3213(99)00377-6.
45. Neutrino masses from large extra dimensions / N. Arkani-Hamed [и др.] // Phys. Rev. D. — 2001. — T. 65. — C. 024032. — DOI: 10.1103/PhysRevD.65.024032.
46. *Grossman, Y.* Neutrino masses and mixings in nonfactorizable geometry / Y. Grossman, M. Neubert // Phys. Lett. B. — 2000. — T. 474. — C. 361—371. — DOI: 10.1016/S0370-2693(00)00054-X.
47. *Arkani-Hamed, N.* Light active and sterile neutrinos from compositeness / N. Arkani-Hamed, Y. Grossman // Phys. Lett. B. — 1999. — T. 459. — C. 179—182. — DOI: 10.1016/S0370-2693(99)00672-3.
48. New direct limit on neutrinoless double beta decay half-life of Te128 with CUORE / D. Adams [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2022. — T. 129, № 22. — C. 222501. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.222501.
49. Neutrino physics with JUNO / F. An [и др.] // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. — 2016. — T. 43, № 3. — C. 030401. — DOI: 10.1088/0954-3899/43/3/030401.

50. First measurement of reactor neutrino oscillations at JUNO / A. Abusleme [и др.]. — 2025. — arXiv:2511.14593.
51. Direct neutrino-mass measurement based on 259 days of KATRIN data / M. Aker [и др.] // Science. — 2025. — Т. 388, № 6743. — adq9592. — DOI: 10.1126/science.adq9592.
52. Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological tions from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory / S. Alam [и др.] // Phys. Rev. D. — 2021. — Т. 103, № 8. — С. 083533. — DOI: 10.1103/PhysRevD.103.083533.
53. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters / N. Aghanim [и др.] // Astron. Astrophys. — 2020. — Т. 641. — А6. — DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. — Исправления в [54].
54. Planck 2018 results - VI. Cosmological parameters (Corrigendum) / N. Aghanim [и др.] // Astron. Astrophys. — 2021. — Т. 652. — С. С4. — DOI: 10.1051/0004-6361/201833910e.
55. DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations / A. G. Adame [и др.] // JCAP. — 2025. — Т. 02. — С. 021. — DOI: 10.1088/1475-7516/2025/02/021.
56. *Allali, I. J.* Neutrino mass bounds from DESI 2024 are relaxed by Planck PR4 and cosmological supernovae / I. J. Allali, A. Notari // JCAP. — 2024. — Т. 12. — С. 020. — DOI: 10.1088/1475-7516/2024/12/020.
57. *Di Valentino, E.* Neutrino mass bounds in the era of tension cosmology / E. Di Valentino, A. Melchiorri // Astrophys. J. Lett. — 2022. — Т. 931, № 2. — С. L18. — DOI: 10.3847/2041-8213/ac6ef5.
58. Cosmological limits on the neutrino mass sum for beyond- Λ CDM models / H. Shao [и др.] // Phys. Rev. D. — 2025. — Т. 111, № 8. — С. 083535. — DOI: 10.1103/PhysRevD.111.083535.
59. Final results of GERDA on the search for neutrinoless double- β Decay / M. Agostini [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Т. 125, № 25. — С. 252502. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.252502.
60. Search for the Majorana Nature of Neutrinos in the Inverted Mass Ordering Region with KamLAND-Zen / S. Abe [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2023. — Т. 130, № 5. — С. 051801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.130.051801.

61. *Engel, J.* Status and Future of Nuclear Matrix Elements for Neutrinoless Double-Beta Decay: A Review / J. Engel, J. Menéndez // Rept. Prog. Phys. — 2017. — Т. 80, № 4. — С. 046301. — DOI: 10.1088/1361-6633/aa5bc5.
62. *Dolinski, M.* Neutrinoless double-beta decay: status and prospects / M. Dolinski, A. Poon, W. Rodejohann // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2019. — Т. 69. — С. 219—251. — DOI: 10.1146/annurev-nucl-101918-023407.
63. *Pontecorvo, B.* Mesonium and anti-mesonium / B. Pontecorvo // Sov. Phys. JETP. — 1957. — Т. 6. — С. 429.
64. *Pontecorvo, B.* Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge / B. Pontecorvo // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1957. — Т. 34. — С. 247.
65. *Maki, Z.* Remarks on the unified model of elementary particles / Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata // Prog. Theor. Phys. — 1962. — Т. 28. — С. 870—880. — DOI: 10.1143/PTP.28.870.
66. *Gribov, V.* Neutrino astronomy and lepton charge / V. Gribov, B. Pontecorvo // Phys. Lett. B. — 1969. — Т. 28. — С. 493. — DOI: 10.1016/0370-2693(69)90525-5.
67. *Bilenky, S.* Quark-Lepton analogy and neutrino Oscillations / S. Bilenky, B. Pontecorvo // Phys. Lett. B. — 1976. — Т. 61. — С. 248. — DOI: 10.1016/0370-2693(76)90141-6.
68. *Egorov, V. O.* Neutrino oscillation processes in a quantum-field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2018. — Т. 97, № 9. — С. 093002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.97.093002.
69. *Волобуев, И.* Процессы нейтринных осцилляций с изменением лептонного аромата в квантовом теоретико-полевоом подходе / И. Волобуев, В. Егоров // ЖЭТФ. — 2019. — Т. 155, № 5. — С. 839—846. — DOI: 10.1134/S0044451019050079.
70. *Egorov, V.* Coherence length of neutrino oscillations in a quantum field-theoretical approach / V. Egorov, I. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2019. — Т. 3. — С. 033004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.100.033004.
71. *Волобуев, И.* Квантовое теоретико-полевоое описание осцилляций нейтрино в терминах зависящих от расстояния пропагаторов / И. Волобуев, В. Егоров // Письма в ЭЧАЯ. — 2023. — Т. 20, 3(248). — С. 494—500.

72. *Giunti, C.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics / C. Giunti, C. W. Kim. — Oxford University Press, 2007. — DOI: 10.1093/acprof:oso/9780198508717.001.0001.
73. NuFit-6.0: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations / I. Esteban [и др.] // JHEP. — 2024. — Т. 12. — С. 216. — DOI: 10.1007/JHEP12(2024)216.
74. *Bilenky, S.* On oscillations of neutrinos with Dirac and Majorana masses / S. Bilenky, J. Hosek, S. Petcov // Phys. Lett. B. — 1980. — Т. 94. — С. 495—498. — DOI: 10.1016/0370-2693(80)90927-2.
75. Implications of the Mikheev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) mechanism of amplification of neutrino oscillations in matter / P. Langacker, S. Petcov [и др.] // Nucl. Phys. B. — 1987. — Т. 282. — С. 589—609. — DOI: 10.1016/0550-3213(87)90699-7.
76. *Mikheyev, S.* Resonance amplification of oscillations in matter and spectroscopy of solar neutrinos / S. Mikheyev, A. Smirnov // Sov. J. Nucl. Phys. — 1985. — Т. 42. — С. 913—917.
77. Review of particle physics / R. Workman [и др.] // PTEP. — 2022. — Т. 2022. — С. 083C01. — DOI: 10.1093/ptep/ptac097.
78. *Raffelt, G.* Supernova neutrino oscillations / G. Raffelt // Phys. Scripta T / под ред. L. Bergström [и др.]. — 2005. — Т. 121. — С. 102—105. — DOI: 10.1088/0031-8949/2005/T121/014.
79. *Cisneros, A.* Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations / A. Cisneros // Astrophys. Space Sci. — 1971. — Т. 10. — С. 87—92. — DOI: 10.1007/BF00654607.
80. *Schechter, J.* Majorana neutrinos and magnetic fields / J. Schechter, J. Valle // Phys. Rev. D. — 1981. — Т. 24. — С. 1883—1889. — DOI: 10.1103/PhysRevD.25.283. — Исправления в [81].
81. *Schechter, J.* Erratum: Majorana neutrinos and magnetic fields / J. Schechter, J. Valle // Phys. Rev. D. — 1982. — Т. 25, вып. 1. — С. 283—283. — DOI: 10.1103/PhysRevD.25.283.
82. *Okun, L.* Neutrino electrodynamics and possible effects for solar neutrinos / L. Okun, M. Voloshin, M. Vysotsky // Sov. Phys. JETP. — 1986. — Т. 64. — С. 446—452.

83. *Akhmedov, E.* Resonant amplification of neutrino spin rotation in matter and the solar neutrino problem / E. Akhmedov // Phys. Lett. B. — 1988. — T. 213. — C. 64–68. — DOI: 10.1016/0370-2693(88)91048-9.
84. *Lim, C.-S.* Resonant spin - flavor precession of solar and supernova neutrinos / C.-S. Lim, W. Marciano // Phys. Rev. D. — 1988. — T. 37. — C. 1368–1373. — DOI: 10.1103/PhysRevD.37.1368.
85. *Lobanov, A. E.* Neutrino oscillations in moving and polarized matter under the influence of electromagnetic fields / A. E. Lobanov, A. I. Studenikin // Phys. Lett. B. — 2001. — T. 515. — C. 94–98. — DOI: 10.1016/S0370-2693(01)00858-9.
86. *Studenikin, A.* Neutrinos in electromagnetic fields and moving media / A. Studenikin // Phys. Atom. Nucl. — 2004. — T. 67. — C. 993–1002. — DOI: 10.1134/1.1755390.
87. *Akhmedov, E. K.* Resonant Amplification of Neutrino Oscillations in Longitudinal Magnetic Field / E. K. Akhmedov, M. Y. Khlopov // Mod. Phys. Lett. A. — 1988. — T. 3. — C. 451–457. — DOI: 10.1142/S0217732388000532.
88. *Popov, A.* Manifestations of nonzero Majorana CP -violating phases in oscillations of supernova neutrinos / A. Popov, A. Studenikin // Phys. Rev. D. — 2021. — T. 103, вып. 11. — C. 115027. — DOI: 10.1103/PhysRevD.103.115027.
89. *Vidal, J.* Nondynamical contributions to left-right transitions in the solar neutrino problem / J. Vidal, J. Wudka // Phys. Lett. B. — 1990. — T. 249. — C. 473–477. — DOI: 10.1016/0370-2693(90)91019-8.
90. *Smirnov, A. Y.* The Geometrical phase in neutrino spin precession and the solar neutrino problem / A. Y. Smirnov // Phys. Lett. B. — 1991. — T. 260. — C. 161–164. — DOI: 10.1016/0370-2693(91)90985-Y.
91. *Akhmedov, E. K.* Neutrinos with mixing in twisting magnetic fields / E. K. Akhmedov, S. T. Petcov, A. Y. Smirnov // Phys. Rev. D. — 1993. — T. 48. — C. 2167–2181. — DOI: 10.1103/PhysRevD.48.2167.
92. *Likhachev, G. G.* Neutrino oscillations in the magnetic field of the sun, supernovae, and neutron stars / G. G. Likhachev, A. I. Studenikin // J. Exp. Theor. Phys. — 1995. — T. 81. — C. 419–425.

93. *Dvornikov, M.* Neutrino oscillations in matter and in electromagnetic fields / M. Dvornikov // J. Phys. G. — 2008. — T. 35. — C. 025003. — DOI: 10.1088/0954-3899/35/2/025003.
94. *Dmitriev, A.* Neutrino electromagnetic properties: new approach to oscillations in magnetic fields / A. Dmitriev, R. Fabbriatore, A. Studenikin // PoS. — 2015. — T. CORFU2014. — C. 050. — DOI: 10.22323/1.231.0050.
95. *Jana, S.* Resonances of Supernova Neutrinos in Twisting Magnetic Fields / S. Jana, Y. Porto // Phys. Rev. Lett. — 2024. — T. 132, № 10. — C. 101005. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.132.101005.
96. *Egorov, A. M.* Neutrino oscillations in electromagnetic fields / A. M. Egorov, A. E. Lobanov, A. I. Studenikin // Phys. Lett. B. — 2000. — T. 491. — C. 137—142. — DOI: 10.1016/S0370-2693(00)01006-6.
97. *Dvornikov, M. S.* Neutrino oscillations in the field of a linearly polarized electromagnetic wave / M. S. Dvornikov, A. I. Studenikin // Phys. Atom. Nucl. — 2001. — T. 64. — C. 1624—1627. — DOI: 10.1134/1.1409503.
98. *Dvornikov, M. S.* Parametric resonance in neutrino oscillations in periodically varying electromagnetic fields / M. S. Dvornikov, A. I. Studenikin // Phys. Atom. Nucl. — 2004. — T. 67. — C. 719—725. — DOI: 10.1134/1.1707133.
99. *Dvornikov, M.* Neutrino spin evolution in presence of general external fields / M. Dvornikov, A. Studenikin // JHEP / под ред. M. Greco. — 2002. — T. 09. — C. 016. — DOI: 10.1088/1126-6708/2002/09/016.
100. *Fabbriatore, R.* Neutrino spin-flavor oscillations derived from the mass basis / R. Fabbriatore, A. Grigoriev, A. Studenikin // J. Phys. Conf. Ser. — 2016. — T. 718, № 6. — C. 062058. — DOI: 10.1088/1742-6596/718/6/062058.
101. *Studenikin, A.* Electromagnetic properties of neutrinos: three new phenomena in neutrino spin oscillations / A. Studenikin // EPJ Web Conf. / под ред. V. A. Andrianov [и др.]. — 2016. — T. 125. — C. 04018. — DOI: 10.1051/epjconf/201612504018.
102. Spin-flavor oscillations of ultrahigh-energy cosmic neutrinos in interstellar space: The role of neutrino magnetic moments / P. Kurashvili [и др.] // Phys. Rev. D. — 2017. — T. 96, № 10. — C. 103017. — DOI: 10.1103/PhysRevD.96.103017.

103. *Fujikawa, K.* Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino-Spin Rotation / K. Fujikawa, R. E. Shrock // Phys. Rev. Lett. — 1980. — T. 45, вып. 12. — С. 963–966. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.45.963.
104. *Pal, P. B.* Radiative Decays of Massive Neutrinos / P. B. Pal, L. Wolfenstein // Phys. Rev. D. — 1982. — T. 25. — С. 766. — DOI: 10.1103/PhysRevD.25.766.
105. *Shrock, R.* Electromagnetic properties and decays of dirac and majorana neutrinos in a general class of gauge theories / R. Shrock // Nucl. Phys. B. — 1982. — T. 206. — С. 359–379. — DOI: 10.1016/0550-3213(82)90273-5.
106. *Dvornikov, M.* Electric charge and magnetic moment of massive neutrino / M. Dvornikov, A. Studenikin // Phys. Rev. D. — 2004. — T. 69. — С. 073001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.69.073001.
107. *Dvornikov, M. S.* Electromagnetic form-factors of a massive neutrino / M. S. Dvornikov, A. I. Studenikin // J. Exp. Theor. Phys. — 2004. — T. 99. — С. 254–269. — DOI: 10.1134/1.1800181.
108. *Barr, S. M.* A Mechanism for large neutrino magnetic moments / S. M. Barr, E. M. Freire, A. Zee // Phys. Rev. Lett. — 1990. — T. 65. — С. 2626–2629. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.2626.
109. *Babu, K. S.* Large transition magnetic moment of the neutrino from horizontal symmetry / K. S. Babu, R. N. Mohapatra // Phys. Rev. D. — 1990. — T. 42. — С. 3778–3793. — DOI: 10.1103/PhysRevD.42.3778.
110. *Pal, B. K.* Zee model on Majorana neutrino mass and magnetic moment / B. K. Pal // Phys. Rev. D. — 1991. — T. 44. — С. 2261–2264. — DOI: 10.1103/PhysRevD.44.2261.
111. *Boyarkin, O. M.* Electromagnetic properties of neutrinos in the left-right model / O. M. Boyarkin, G. G. Boyarkina // Phys. Rev. D. — 2014. — T. 90, № 2. — С. 025001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.90.025001.
112. *Lindner, M.* Revisiting Large Neutrino Magnetic Moments / M. Lindner, B. Radovčić, J. Welter // JHEP. — 2017. — T. 07. — С. 139. — DOI: 10.1007/JHEP07(2017)139.
113. Neutrino electromagnetic properties / C. Giunti [и др.] // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2025. — T. 75. — С. 1–29. — DOI: 10.1146/annurev-nucl-102122-023242.

114. *Ternov, A. I.* Neutrino induced magnetic moment and spin precession / A. I. Ternov // JETP Letters. — 2016. — Т. 104, № 2. — С. 75—81. — DOI: 10.1134/S0021364016140137.
115. *Ternov, A. I.* Matter-induced magnetic moment and neutrino helicity rotation in external fields / A. I. Ternov // Phys. Rev. D. — 2016. — Т. 94, вып. 9. — С. 093008. — DOI: 10.1103/PhysRevD.94.093008.
116. *Grigoriev, A.* Neutrino spin operator and dispersion in moving matter / A. Grigoriev, A. Studenikin, A. Ternov // Eur. Phys. J. C. — 2022. — Т. 82, № 4. — С. 287. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-022-10244-w.
117. *Grigoriev, A.* Matter polarization effect on neutrino spin oscillations / A. Grigoriev, A. Ternov, E. Trunina // PoS. — 2022. — Т. ICHEP2022. — С. 1153. — DOI: 10.22323/1.414.1153.
118. Charge quantization in the Standard Model and some of its extensions / R. Foot [и др.] // Mod. Phys. Lett. A. — 1990. — Т. 05, № 32. — С. 2721—2731. — DOI: 10.1142/S0217732390003176.
119. *Foot, R.* Electric-charge quantization / R. Foot, H. Lew, R. R. Volkas // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. — 1993. — Т. 19, № 3. — С. 361. — DOI: 10.1088/0954-3899/19/3/005.
120. Neutrino charge constraints from scattering to the weak gravity conjecture to neutron stars / A. Das [и др.] // Phys. Rev. D. — 2020. — Т. 102, вып. 11. — С. 115009. — DOI: 10.1103/PhysRevD.102.115009.
121. *Babu, K. S.* Quantization of electric charge from anomaly constraints and a Majorana neutrino / K. S. Babu, R. N. Mohapatra // Phys. Rev. D. — 1990. — Т. 41, вып. 1. — С. 271—277. — DOI: 10.1103/PhysRevD.41.271.
122. *Raffelt, G. G.* Limits on neutrino electromagnetic properties — an update / G. G. Raffelt // Phys. Rep. — 1999. — Т. 320, № 1. — С. 319—327. — DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(99\)00074-5](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(99)00074-5).
123. Charge radius of the neutrino / J. Bernabéu [и др.] // Phys. Rev. D. — 2000. — Т. 62, вып. 11. — С. 113012. — DOI: 10.1103/PhysRevD.62.113012.
124. *Bernabéu, J.* Observability of the Neutrino Charge Radius / J. Bernabéu, J. Papavassiliou, J. Vidal // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Т. 89, вып. 10. — С. 101802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.101802. — Исправления в [125].

125. *Bernabéu, J.* Erratum: Observability of the Neutrino Charge Radius [Phys. Rev. Lett. 89, 101802 (2002)] / J. Bernabéu, J. Papavassiliou, J. Vidal // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Т. 89, вып. 22. — 229902(E). — DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.229902.
126. *Bernabéu, J.* The neutrino charge radius as a physical observable / J. Bernabéu, J. Papavassiliou, J. Vidal // Nucl. Phys. B. — 2004. — Т. 680, № 1. — С. 450—478. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2003.12.025>.
127. *Khan, A. N.* Light new physics and neutrino electromagnetic interactions in XENONnT / A. N. Khan // Phys. Lett. B. — 2023. — Т. 837. — С. 137650. — DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137650.
128. Implications of first LZ and XENONnT results: A comparative study of neutrino properties and light mediators / S. K. A. [и др.] // Phys. Lett. B. — 2023. — Т. 839. — С. 137742. — DOI: 10.1016/j.physletb.2023.137742.
129. First Dark Matter Search Results from the LUX-ZEPLIN (LZ) Experiment / J. Aalbers [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2023. — Т. 131, № 4. — С. 041002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.131.041002.
130. Search for Light Fermionic Dark Matter Absorption on Electrons in PandaX-4T / D. Zhang [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2022. — Т. 129, № 16. — С. 161804. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.161804.
131. *Giunti, C.* Testing neutrino electromagnetic properties at current and future dark matter experiments / C. Giunti, C. A. Ternes // Phys. Rev. D. — 2023. — Т. 108, № 9. — С. 095044. — DOI: 10.1103/PhysRevD.108.095044.
132. Solar neutrino detection sensitivity in DARWIN via electron scattering / J. Aalbers [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2020. — Т. 80, № 12. — С. 1133. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-020-08602-7.
133. The XLZD Design Book: Towards the Next-Generation Liquid Xenon Observatory for Dark Matter and Neutrino Physics / J. Aalbers [и др.]. — 2024. — arXiv:2410.17137.
134. DarkSide-20k sensitivity to light dark matter particles / F. Acerbi [и др.] // Commun. Phys. — 2024. — Т. 7, № 1. — С. 422. — DOI: 10.1038/s42005-024-01896-z.

135. *Sajjad Athar, M.* Neutrinos and their interactions with matter / M. Sajjad Athar, A. Fatima, S. K. Singh // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2023. — T. 129. — C. 104019. — DOI: 10.1016/j.pnpnp.2022.104019.
136. *Wong, H. T.* Neutrino magnetic moments / H. T. Wong, H.-B. Li // Mod. Phys. Lett. A. — 2005. — T. 20. — C. 1103—1117. — DOI: 10.1142/S0217732305017482.
137. First Result for Neutrino Magnetic Moment from Measurements with the GEMMA Spectrometer / A. G. Beda [и др.] // Phys. Atom. Nucl. — 2007. — T. 70. — C. 1873—1884. — DOI: 10.1134/S1063778807110063.
138. *Carlson, J. F.* The impacts of fast electrons and magnetic neutrons / J. F. Carlson, J. R. Oppenheimer // Phys. Rev. — 1932. — T. 41. — C. 763—792. — DOI: 10.1103/PhysRev.41.763.
139. *Bethe, H. A.* Ionization Power of a Neutrino with Magnetic Moment / H. A. Bethe // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1935. — T. 31, № 1. — C. 108—115. — DOI: 10.1017/S0305004100012998.
140. *Kyuldjiev, A. V.* Searching for Effects of Neutrino Magnetic Moments at Reactors and Accelerators / A. V. Kyuldjiev // Nucl. Phys. B. — 1984. — T. 243. — C. 387—397. — DOI: 10.1016/0550-3213(84)90482-6.
141. *Domogatsky, G. V.* Modern theory of star evolution and experiments of f. reines on antineutrino-electron scattering detection / G. V. Domogatsky, D. K. Nadezhin // Yad. Fiz. — 1970. — T. 12. — C. 1233—1242.
142. *Cowan, C. L.* Upper limit on the neutrino magnetic moment / C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison // Phys. Rev. — 1954. — T. 96. — C. 1294. — DOI: 10.1103/PhysRev.96.1294.
143. *Cowan, C. L.* Neutrino magnetic moment upper limit / C. L. Cowan, F. Reines // Phys. Rev. — 1957. — T. 107. — C. 528—530. — DOI: 10.1103/PhysRev.107.528.
144. *Vogel, P.* Neutrino Electromagnetic Form-Factors / P. Vogel, J. Engel // Phys. Rev. D. — 1989. — T. 39. — C. 3378. — DOI: 10.1103/PhysRevD.39.3378.
145. *Freedman, D. Z.* Coherent effects of a weak neutral current / D. Z. Freedman // Phys. Rev. D. — 1974. — T. 9, вып. 5. — C. 1389—1392. — DOI: 10.1103/PhysRevD.9.1389.

146. *Kopeliovich, V. B.* Isotopic and chiral structure of neutral current / V. B. Kopeliovich, L. L. Frankfurt // JETP Lett. — 1974. — Т. 19. — С. 145—147.
147. *Barbeau, P. S.* COHERENT at the Spallation Neutron Source / P. S. Barbeau, Y. Efremenko, K. Scholberg // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2023. — Т. 73. — С. 41—68. — DOI: 10.1146/annurev-nucl-101918-023518.
148. First Measurement of Coherent Elastic Neutrino-Nucleus Scattering on Argon / D. Akimov [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2021. — Т. 126, № 1. — С. 012002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.012002.
149. Measurement of scintillation response of CsI[Na] to low-energy nuclear recoils by COHERENT / D. Akimov [и др.] // JINST. — 2022. — Т. 17, № 10. — P10034. — DOI: 10.1088/1748-0221/17/10/P10034.
150. The COHERENT Experimental Program / D. Akimov [и др.] // Snowmass 2021. — 2022.
151. Determining the nuclear neutron distribution from Coherent Elastic neutrino-Nucleus Scattering: current results and future prospects / P. Coloma [и др.] // JHEP. — 2020. — Т. 08, № 08. — С. 030. — DOI: 10.1007/JHEP08(2020)030.
152. *Nowakowski, M.* All electromagnetic form factors / M. Nowakowski, E. A. Paschos, J. M. Rodríguez // Eur. J. Phys. — 2005. — Т. 26, № 4. — С. 545. — DOI: 10.1088/0143-0807/26/4/001.
153. *Haxton, W. C.* Atomic parity nonconservation and nuclear anapole moments / W. C. Haxton, C. E. Wieman // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2001. — Т. 51, Volume 51, 2001. — С. 261—293. — DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.51.101701.132458>.
154. Electromagnetic form factors of the nucleon: New fit and analysis of uncertainties / W. M. Alberico [и др.] // Phys. Rev. C. — 2009. — Т. 79, вып. 6. — С. 065204. — DOI: 10.1103/PhysRevC.79.065204.
155. *Papoulias, D. K.* Impact of Nonstandard Interactions on Neutrino-Nucleon Scattering / D. K. Papoulias, T. S. Kosmas // Adv. High Energy Phys. — 2016. — Т. 2016, № 1. — С. 1490860. — DOI: <https://doi.org/10.1155/2016/1490860>.

156. *Garvey, G. T.* Determination of proton strange form factors from νp elastic scattering / G. T. Garvey, W. C. Louis, D. H. White // *Phys. Rev. C.* — 1993. — Т. 48, вып. 2. — С. 761–765. — DOI: 10.1103/PhysRevC.48.761.
157. *Liu, J.* Global analysis of nucleon strange form factors at low Q^2 / J. Liu, R. D. McKeown, M. J. Ramsey-Musolf // *Phys. Rev. C.* — 2007. — Т. 76, вып. 2. — С. 025202. — DOI: 10.1103/PhysRevC.76.025202.
158. *Butkevich, A. V.* Flux-integrated semiexclusive cross sections for charged-current quasielastic and neutral-current elastic neutrino scattering off ^{40}Ar and a sterile neutrino oscillation study / A. V. Butkevich // *Phys. Rev. D.* — 2023. — Т. 107, вып. 7. — С. 073001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.107.073001.
159. Analysis strategies for general spin-independent WIMP-nucleus scattering / M. Hoferichter [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Т. 94, № 6. — С. 063505. — DOI: 10.1103/PhysRevD.94.063505.
160. *Hoferichter, M.* Coherent elastic neutrino-nucleus scattering: EFT analysis and nuclear responses / M. Hoferichter, J. Menéndez, A. Schwenk // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Т. 102, вып. 7. — С. 074018. — DOI: 10.1103/PhysRevD.102.074018.
161. *Kouzakov, K. A.* Electromagnetic properties of massive neutrinos in low-energy elastic neutrino-electron scattering / K. A. Kouzakov, A. I. Studenikin // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Т. 95, вып. 5. — С. 055013. — DOI: 10.1103/PhysRevD.95.055013.
162. New constraint on neutrino magnetic moment and neutrino millicharge from LUX-ZEPLIN dark matter search results / M. A. Corona [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2023. — Т. 107, вып. 5. — С. 053001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.107.053001.
163. First upper limits on neutrino electromagnetic properties from the CONUS experiment / H. Bonet [и др.] // *Eur. Phys. J. C.* — 2022. — Т. 82, № 9. — С. 813. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-022-10722-1.
164. Excess electronic recoil events in XENON1T / E. Aprile [и др.] // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Т. 102, вып. 7. — С. 072004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.102.072004.

165. *Lichkunov, A.* Three-flavour neutrino oscillations in a magnetic field / A. Lichkunov, A. Popov, A. Studenikin // International Journal of Modern Physics A. — 2026. — DOI: 10.1142/S0217751X26500156. — в публикации, онлайн версия <https://doi.org/10.1142/S0217751X26500156>.
166. *Тернов, А. И.* Массивные нейтрино во внешних полях и в плотных средах : Докторская диссертация / Тернов Алексей Игоревич. — Моск. гос. ун-т им. МВ Ломоносова, 2015.
167. *Тернов, А. И.* Основы релятивистской квантовой механики / А. И. Тернов. — Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО), 2024.