Отзыв официального оппонента

на диссертацию Денисова Петра Васильевича

О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - "Дифференциальные уравнения и математическая физика"

Актуальность темы диссертации

Проблема стабилизации решений гиперболических и параболических уравнений при больших временах занимает особое место в качественной теории дифференциальных уравнений и ей посвящены многочисленные исследования А.Н. Тихонова, А.С. Калашникова, В.А. Ильина, О.А. Олейник, В. Н. Кондратьева, С. А. Эйдельмана и многих других известных математиков. Поэтому актуальность тематики диссертационной работы П. В. Денисова, посвященной аналогичным вопросам для параболических по Петровскому систем дифференциальных уравнений, не вызывает сомнений.

Научная новизна диссертационного исследования

Помимо введения, диссертационная работа включает в себя две главы. В первой главе рассматривается задача Коши для параболической системы с постоянными и только старшими коэффициентами

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{|k|=2b} (-i)^{|k|} A^k \frac{\partial^k u}{\partial x^k}, \tag{1}$$

$$u(x,0) = u^0(x), \tag{2}$$

где $u = (u_1, \ldots, u_m)$, $A^k \in \mathbb{C}^{m\times m}$, $x = (x_1, \ldots, x_N)$ и k означает мультииндекс $(k_1, \ldots, k_N)$ длины $|k| = k_1 + \ldots + k_N$. Предполагается, что вектор- функция u^0, представляющая собой данные Коши, непрерывна и ограничена во всем $\mathbb{R}^N$.

Вторая глава посвящена вопросам стабилизации решения задачи Коши для параболического уравнения высокого порядка

$$\Omega^p u = 0, \tag{3}$$

$$\Omega^k u\big|_{t=0} = f_k, \quad 0 \le k \le p-1, \tag{4}$$

где Ω означает оператор теплопроводности $\Delta - \partial/\partial t$.

Все результаты диссертационной работы являются новыми и наиболее значимыми представляются следующие из них.

Для задачи (1), (2) автор исследует связь равномерных по x пределов средних

$$\lim_{t\to\infty} \frac{1}{t}\int_0^t u(x,\tau)d\tau = 0 \tag{i}$$

и средних Рисса

$$\lim_{t\to\infty} \frac{1+\alpha}{t}\int_0^t \left(1-\frac{\tau}{t}\right)^\alpha u(x,\tau)d\tau = 0, \quad \alpha > 0, \tag{ii}$$

с аналогичным равномерным по x пределом

$$\lim_{t\to\infty} u(x,t)dt = 0 \tag{iii}$$

исходного решения u, а также с равномерными по x пределами средних от данных Коши по кубам

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{|K_R^x|}\int_{K_R^x} u^0(y)dy = 0 \tag{iv}$$

и средних по шарам

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{|B_R^x|}\int_{B_R^x} u^0(y)dy = 0 \tag{v}$$

с центром в точке x, где $|K_R^x|$ и $|B_R^x|$ означают объемы соответствующих множеств.

Эта связь (теоремы 1 – 4) заключается в эквивалентностях

$$(i) \Leftrightarrow (ii) \Leftrightarrow (iii)$$

и

$$(iii) \Leftrightarrow (iv) \Leftrightarrow (v).$$

Следует отметить, что эти важные результаты получены с помощью сравнительно простых средств на основе довольно остроумных оценок без привлечения "тяжелой артиллерии"тауберовых теорем. Затем они более или менее автоматически перенесены на параболические системы

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{1\le|k|\le 2b} (-i)^{|k|} A^k(t) \frac{\partial^k u}{\partial x^k}$$

с переменными по t коэффициентами.

Основываясь на интегральном представлении решений уравнения (3), полученном в работе М. Николеску, автор изучает поведение решения задачи (4) при $t \to \infty$. Точнее, он устанавливает его стабилизацию к некоторой вспомогательной функции v.

Отметим несколько замечаний к работе.

1. В работе молчаливо предполагается, что коэффициенты и решение системы (1) являются компоексснозначными, следовало бы этот факт указать особо.

2. В формуле (25) автореферата упущена зависимость функции F от второго аргумента t, а в равенстве (34) фигурирует Ω_l с лишним индексом l лишний (кстати, в диссертации эти неточности устранены).

Общая оценка диссертационной работы

Диссертационная работа выполнена на актуальную тему на высоком научном уровне. Ее результаты представляют собой определенное достижение в теории дифференциально - разностных уравнений и создают очевидные перспективы дальнейшего развития этой теории. Все эти результаты диссертации являются новыми и снабжены подробными доказательствами, опубликованы в российских и международных журналах, входящими в SCOPUS, и апробированы на российских и международных конференциях

В целом, диссертация Денисова П. В. отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. - "Дифференциальные уравнения и математическая физика"(по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова. Работа оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, автор этой диссертационной работы, Денисов Петр Васильевич, безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 "Дифференциальные уравнения и математическая физика".

Ведущий научный сотрудник
Федерального исследовательского центра РАН,
доктор физико-математических наук
по специальности 01.01.02,
профессор Солдатов Александр Павлович

Подпись проф. Солдатова А. П.
удостоверяю
Ученый секретарь ФИЦ ИУ РАН,
д.т.н. В.Н. Захаров

119333, Москва, ул. Вавилова, 40,
тел.: 8-499-135-04-40,
soldatov48@gmail.com