

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Попандопуло Никита Андреевич

**Численное моделирование особенностей динамики
окололунных объектов**

Специальность: 1.3.1. Физика космоса, астрономия

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2025

Работа выполнена на кафедре астрономии и космической геодезии Физического факультета Национального исследовательского Томского государственного университета.

Научный руководитель: **Бордовицына Татьяна Валентиновна**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Кузнецов Эдуард Дмитриевич,**
доктор физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой астрономии, геодезии, экологии и мониторинга окружающей среды Института естественных наук и математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

Кондратьев Борис Петрович,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова

Нефедьев Юрий Анатольевич,
доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры астрономии и космической геодезии Института физики Федерального государственного автономного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Защита состоится 23 октября 2025 года в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.013.1 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119234, г. Москва, Университетский п-кт, д. 13, конференц-зал.

E-mail: dissovet@sai.msu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В.Ломоносова (Ломоносовский п-кт, д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3518>

Автореферат разослан 22 сентября 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
МГУ.013.1,
доктор физико-математических наук

А. И. Богомазов

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Актуальность работы обусловлена современными программами освоения Луны, такими как NASA Artemis и проект «Лунная деревня» (организации ESA, MIT, SOM), которые усилили интерес к спутнику со стороны государственных, частных и научных организаций. Луна рассматривается как объект для долгосрочного освоения, а обнаружение на её поверхности молекул воды (миссия SOFIA NASA) открывает перспективы создания баз для обеспечения длительных миссий. Изучение динамики окололунного пространства необходимо для безопасных полётов и проектирования устойчивых орбит, что подтверждает опыт миссии «Луна-25». Для решения этих задач требуется программно-математическое обеспечение (ПМО) для анализа и прогнозирования орбит, оценки времени жизни спутников, планирования манёвров и поиска оптимальных траекторий. Полученные результаты станут основой для проектирования глобальной навигационной спутниковой системы Луны с учётом устойчивости орбитальной группировки и плотности покрытия поверхности, что создаёт базу для эффективного освоения ресурсов Луны. Таким образом, исследования динамики окололунного пространства создают основу для разработки методов и технологий освоения Луны и эффективного использования её ресурсов.

Исследования движения искусственных спутников Луны (ИСЛ) начались с применения аналитических методов. Первые работы, в частности С. Oesterwinter, (1966), были направлены на разработку теорий, учитывающих основные возмущения: притяжение Земли и Солнца, а также неравномерность гравитационного поля Луны. Однако их точность была ограничена.

С появлением миссий Lunar Prospector и GRAIL стали доступны высокоточные модели гравитационного поля Луны. Развитие вычислительной техники дало возможность применять численные методы для учета сложных гравитационных и негравитационных возмущений. Так, в работе [1] исследовано влияние наклонения на время жизни ИСЛ, а в [2] — стабильность почти круговых орбит.

Отдельное внимание уделялось орбитальной стабильности и разработке численных методов. В ряде исследований, подобных работе [3], проанализированы долгосрочные изменения орбитальных параметров и зависимости времени жизни орбит от элементов. Более сложные модели, учитывающие влияние третьих тел, предложены в работе [4], а методы коррекции траекторий для минимизации отклонений — в [5]. В работе [6] исследованы эллиптические наклонные орбиты для покрытия полярных регионов.

Численные методы широко применяются при анализе покрытия и проектировании лунных навигационных систем. В [7] показана эффективность сочетания орбит Halo и дальних ретроградных орбит для обеспечения высокого уровня покрытия и устойчивости конфигурации; в [8] представлена имита-

ционная модель навигационной привязки КА к селенодинамической системе и цифровой карте Луны, позволяющая оценивать точность навигации и требования к параметрам конфигурации.

Тем не менее, ряд вопросов остаётся открытым. Авторы [9] исследовали тессеральные резонансы высокого порядка, а в работе [10] — влияние апсидального векового резонанса на рост эксцентриситета. Однако комплексного анализа резонансных механизмов для ИСЛ до настоящего времени не проводилось, так же, как и оценки влияния светового давления (СД) на резонансную структуру. Помимо упомянутого, в работах других авторов не проводился подробный анализ связи между влиянием сложного по структуре гравитационного поля Луны и эволюцией орбитальных элементов низколетящих спутников, что ограничивало понимание причин короткого времени жизни этих объектов. Отсутствовали масштабные численные исследования орбитальной эволюции навигационных спутников в окололунном пространстве, направленные на выявление устойчивых конфигураций спутниковой системы и оценку навигационного покрытия поверхности Луны.

Настоящая работа восполняет эти пробелы.

Цели и задачи диссертационной работы

Целью данной работы является построение полной картины особенностей динамики окололунных объектов методами численного моделирования.

Для реализации поставленной цели, направленной на изучение ключевых аспектов динамики окололунных объектов, были сформулированы и решены следующие задачи:

- разработано программное обеспечение, позволяющее с высокой точностью исследовать движение ИСЛ и влияние вековых и орбитальных резонансов на их динамику;
- исследована причина короткой продолжительности жизни на орбитах низколетящих окололунных объектов;
- исследована структура и произведен анализ влияния вековых и орбитальных резонансов на средних и больших высотах окололунного пространства;
- выявлены особенности влияния СД на эволюцию орбитальных параметров ИСЛ, включая его воздействие на резонансную структуру движения объекта;
- рассмотрена возможность применения полученных результатов для проектирования окололунной ГНСС, удовлетворяющей требованиям структурной устойчивости и видимости навигационных спутников с поверхности Луны.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются временные ряды, описывающие динамику модельных окололунных объектов, равномерно размещённых в окололунном пространстве по заданным критериям. Такие ряды были рассчитаны для множества ИСЛ на 10-летнем интервале времени с использованием ПМО «Численная модель движения систем ИСЛ». Предмет исследования — динамическая структура окололунного орбитального пространства и особенности движения окололунных объектов.

Методология исследования

Основные законы динамики небесных тел служат методологической основой исследования.

Метод исследования — численно-аналитическое моделирование орбитальной эволюции объектов. Оно позволяет получить массив векторов положения и оскулирующих элементов орбит в заданные моменты времени. Для этих же моментов вычисляются компоненты частотного базиса как численным, так и аналитическим методами.

Резонансные характеристики определялись с использованием аналитических подходов. Для расчёта характеристик вековых и полuveковых резонансов применялись идеи, предложенные Дж. Куком в его работе по исследованию влияния солнечных возмущений на орбиты спутников; необходимые выражения извлекались из аргумента однократно и двукратно осреднённой возмущающей функции по методике [11].

Научная новизна

Научная новизна работы состоит в следующем:

- проведено численное моделирование движения большого числа окололунных объектов в диапазоне больших полуосей 1838–26070 км и наклонений 0° – 180° для круговых и эллиптических орбит, с анализом влияния различных возмущающих факторов;
- разработана численно-аналитическая методика выявления влияния вековых и орбитальных резонансов на динамику окололунных объектов, применимая для широкого диапазона эксцентриситетов и наклонений;
- впервые построены карты распределения вековых резонансов, показывающие зоны их значительного влияния на орбитальную эволюцию;
- выполнен комплексный анализ механизма Лидова–Козаи: выявлены все характерные режимы (эффект Лидова–Козаи, слабый и точный резонансы) и установлено, что долгоживущие устойчивые “замороженные” орбиты на средних и больших высотах связаны с захватом в точ-

- ный резонанс;
- построены карты устойчивости орбит в пространстве аргумента перигея, наклона и эксцентриситета с учётом гравитационных возмущений от Земли и Солнца;
- дано объяснение особенностей динамики низколетящих окололунных объектов;
- исследовано влияние СД на орбитальную динамику ИСЛ и резонансную структуру движения этих объектов;
- предложена эскизная модель лунной ГНСС с оценками структурной устойчивости и видимости системы на поверхности Луны.

Теоретическая и практическая значимость

Разработана численно-аналитическая методика выявления влияния вековых и орбитальных резонансов, позволяющая эффективно исследовать орбиты с различными эксцентриситетами и наклонами.

Проведено масштабное численное моделирование движения окололунных объектов, что позволило определить ключевые параметры, влияющие на стабильность орбит, и предложить оптимальные траектории для долговременных миссий.

Построены карты окололунного пространства, показывающие области значительного влияния вековых резонансов (в том числе механизма Лидова–Козаи) и позволяющие выявлять зоны с наибольшей долговременной устойчивостью.

Предложена модель лунной ГНСС с устойчивой конфигурацией и высоким уровнем покрытия поверхности, обеспечивающая надёжную видимость около половины спутников группировки на всей поверхности Луны при учёте корректирующих манёвров.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанная численная модель движения искусственных спутников Луны позволяет проводить высокоточное моделирование движения окололунных объектов и исследовать динамику этих объектов.
2. Короткое время жизни низколетящих окололунных объектов на орбите обусловлено преобладающим влиянием радиальной составляющей гравитационного поля Луны, что приводит к быстрому росту эксцентриситетов.
3. На средних и больших высотах окололунного орбитального пространства влияние вековых резонансов, прежде всего механизма Лидова–Козаи, приводит к большому росту эксцентриситетов орбит.
4. Механизм Лидова–Козаи в окололунном пространстве проявляется в трёх формах — эффект, резонанс и точный резонанс, причём точный резонанс

способен обеспечивать динамическую устойчивость орбит на длительных интервалах времени.

5. Влияние светового давления на движение искусственных спутников Луны приводит к дополнительному увеличению эксцентриситета орбит, сокращению времени жизни спутников и изменению структуры резонансных зон.
6. Предложенная конфигурация лунной глобальной навигационной спутниковой системы обеспечивает структурную устойчивость орбит и высокую плотность навигационного покрытия поверхности Луны.

Личный вклад автора

В статьях 1 (личный вклад 70%), 3 (личный вклад 70%) автор разработал численно-аналитическую методику выявления вековых резонансов, провёл её тестирование и подготовил значительную часть текста. В статьях 2 (личный вклад 75%), 4 (личный вклад 75%), 5 (личный вклад 75%) и 8 (личный вклад 75%) автор является первым автором и выполнил большую часть работы. В статье 6 (личный вклад 60%) автор усовершенствовал численную модель движения ИСЛ с учётом возмущений и параллельных вычислений, выполнил расчёты и участвовал в анализе результатов. В статье 7 (личный вклад 60%) автор выполнил моделирование окололунных орбитальных структур для проектирования космического сегмента лунной ГНСС, подготовил карты видимости и анализ покрытия поверхности Луны, участвовал в написании текста. В статье 9 (личный вклад 15%) автор провёл расчёты для окололунного сегмента в рамках исследования резонансных структур околопланетных орбитальных пространств и участвовал в подготовке текста.

Степень достоверности результатов

Моделирование движения ИСЛ выполнялось с использованием разработанного автором ПМО, основанного на высокоточных численных методах и современных гравитационных моделях (в том числе GR1200), которые широко применяются в научных исследованиях динамики окололунных объектов. Часть исходных данных и параметров моделей была заимствована из авторитетных международных каталогов и публикаций, что обеспечивает воспроизводимость расчётов. Полученные результаты согласуются с независимыми расчётами других авторов для сопоставимых условий, а также подтверждаются известными теоретическими зависимостями и аналитическими оценками. Тестирование программного комплекса проводилось на ряде модельных задач с известным решением, что подтвердило его корректность и точность.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы опубликованы в 9 статьях в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе ядра РИНЦ «eLibrary Science Index», международными базами данных (Web of Science, Scopus, RSCI) и рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.3.1. Физика космоса, астрономия.

Результаты научной работы были представлены на следующих научных конференциях:

1. XI Международная научная конференция «Околоземная астрономия и космическое наследие», Казань, 2019.
2. 49-я Международная студенческая научная конференция «Физика космоса», Екатеринбург, 2020.
3. Одиннадцатый Московский международный симпозиум по исследованиям Солнечной системы, Москва, 2020.
4. Международная конференция Europlanet Science Congress, онлайн, 2020.
5. X Всероссийская научная конференция с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2020», Томск, 2020.
6. Всероссийская конференция «XLV Академические чтения по космонавтике», Москва, 2021.
7. Всероссийская астрономическая конференция с международным участием «Астрономия в эпоху многоканальных исследований», Москва, 2021.
8. XI Всероссийская научная конференция с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2021», Томск, 2021.
9. XII Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», Томск, 2022.
10. XII Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», Томск, 2023.

Содержание работы

Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения, списка использованных источников (85 наименований) и двух приложений, содержит 66 рисунков и 11 таблиц. Общий объем работы составляет 120 страниц.

Первая глава посвящена разработке численной модели движения систем ИСЛ. В ней описаны используемые системы координат, уравнения движения и учтённые возмущающие факторы, включая несферичность гравитационного потенциала Луны, притяжение Земли и Солнца, а также воздействие СД. Для интегрирования уравнений движения применён коллокационный интегратор Lobbie [12], проведена оценка достигаемой точности, показавшая, что ошибки округления на годовом интервале составляют величины порядка 10^{-3} – 10^{-1} мм для орбит различной высоты. Изложена методика исследования влия-

ния вековых и орбитальных резонансов, а также подход к распараллеливанию вычислений для эффективного использования суперкомпьютеров. Приведено описание интерфейса разработанного программного обеспечения, упрощающего работу с моделью.

Вторая глава фокусируется на описании общей структуры возмущений, действующих на ИСЛ. Выполнено численное моделирование динамики большого количества объектов на круговых орбитах в околосолнечном пространстве в течение 10-летнего периода. Оцениваются влияния гравитационного поля Луны, Земли и Солнца на положение ИСЛ.

Одной из ключевых особенностей динамики околосолнечных объектов является увеличение эксцентриситета их орбит. Исследуется, как начальные параметры орбит, такие как большая полуось, наклонение и долгота восходящего узла, воздействуют на орбитальную стабильность. Особое внимание уделено анализу изменений эксцентриситета и времени жизни объектов на орбитах в зависимости от этих параметров. Оценки, представленные на рисунке 1а и 1б, показывают, что срок существования объектов на орбите тесно связан с ростом их эксцентриситета.

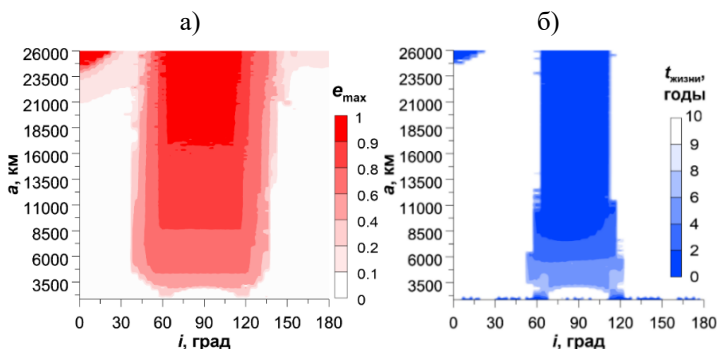


Рисунок 1 — Оценки роста эксцентриситета а) и времени жизни объекта на орбите б) в зависимости от начальных значений большой полуоси и наклонения объектов под влиянием возмущений от гармоник селенопотенциала до 50-го порядка и степени, Земли, Солнца

Проведён численный анализ влияния высокопорядковых орбитальных резонансов 1:9 и 1:27 на динамику искусственных спутников Луны в областях разной интенсивности гравитационного поля. Установлено, что резонансные эффекты локальны и в целом слабо отражаются на долгосрочной эволюции орбит. В поле Луны выявлено не менее восьми аномалий, способных их вызывать. Устойчивое резонансное поведение обнаружено только для компонент Φ_1 и Φ_4 : первая вызывает долгопериодические вариации большой полуоси, вторая — слабый вековой рост эксцентриситета при неизменности остальных параметров. Остальные компоненты мультиплетов устойчивости не проявляют.

Третья глава посвящена особенностям динамики спутников на низких

окололунных орбитах. Рассматриваются гравитационные воздействия со стороны Луны, которые оказывают доминирующее влияние на движение объектов на малых высотах. Воздействие третьих тел сведено к минимуму, что позволяет сосредоточиться на анализе гравитационного поля Луны. Общие результаты главы представлены на рисунке 2.

Ранее проведённые исследования [3], а также результаты главы 2 показывают, что большинство окололунных объектов на низких орбитах имеют короткое время существования (рисунки 2а и 2б). Для выявления источника силы, вызывающей этот рост, проанализированы вариации гравитационного воздействия Луны в орбитальной системе координат (рисунки 2в). Наибольшее воздействие наблюдается вдоль радиальной (S) составляющей, что подтверждается визуальной корреляцией с графиком изменения эксцентриситета (рисунок 2б). Причём радиальная сила превышает трансверсальную (T) и бинормальную (W) на два порядка.

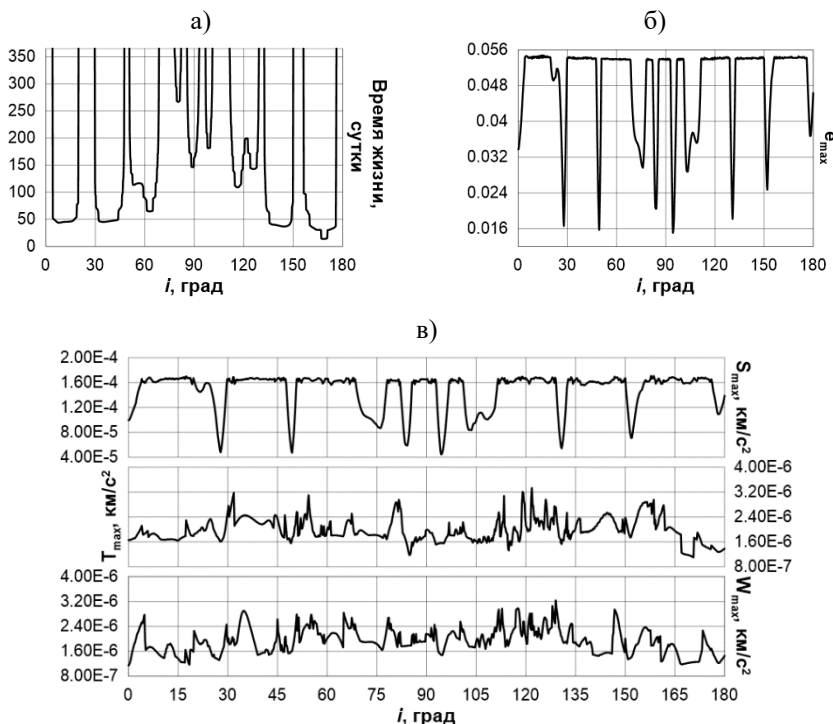


Рисунок 2 — Зависимость на высоте 100 км от наклона: а) продолжительность жизни на орбите; б) максимальное значение эксцентриситета; в) (сверху-вниз) радиальная, трансверсальная и бинормальные составляющие силы

В *четвёртой главе* представлены результаты анализа динамики спутников на средних и высоких орбитах. Показано, что в полярных и приполяр-

ных зонах наблюдается значительный рост эксцентриситета и сокращение времени существования. Поскольку одной из ключевых особенностей вековых резонансов является увеличение эксцентриситета орбит околопланетных объектов [11], проведено углублённое исследование их влияния на динамику ИСЛ.

Рассмотрены апсидально-нодальные резонансы 1–4 порядков и полувековые резонансы со средним движением третьих тел 2–5 порядков. Анализ выполнялся по динамике аргумента возмущающей функции: либрация соответствует устойчивому резонансу, сочетание либрации и циркуляции — неустойчивому, циркуляция — отсутствию резонанса. Типы резонансов и их цветовые обозначения приведены на рисунке 3. По результатам моделирования построены карты распределения апсидально-нодальных вековых резонансов (рисунок 4).

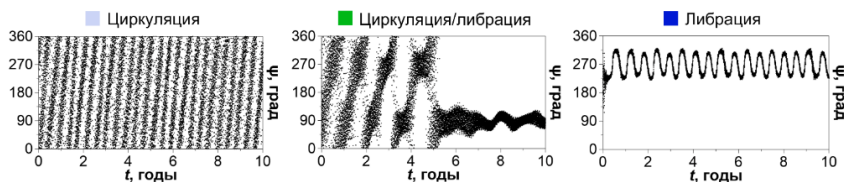


Рисунок 3 — Правила выбора типа резонансных характеристик и цветовое обозначение

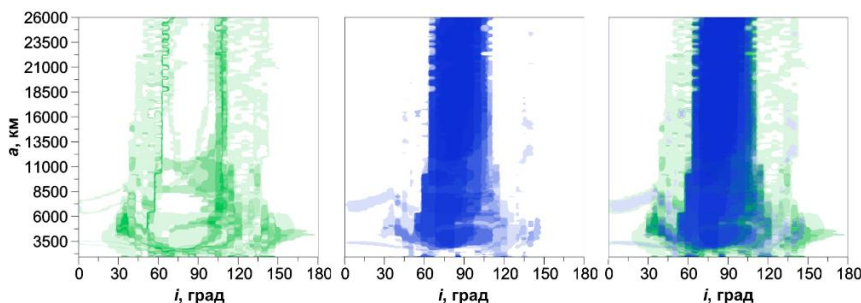


Рисунок 4 — Карты наложений вековых резонансов: а) наложение только неустойчивых резонансов; б) наложение только устойчивых резонансов; в) наложение устойчивых и неустойчивых резонансов

Особое внимание уделено механизму Лидова–Козаи [13, 14, 15], имеющему резонансную природу. Он характерен для иерархических тройных систем, где внешнее возмущающее тело расположено на большом расстоянии от центрального и возмущаемого. При выполнении определённых условий орбитальное движение возмущаемого тела сопровождается значительными вариациями эксцентриситета и наклона (эффект Лидова–Козаи), а также изменением аргумента перигея (резонанс Лидова–Козаи).

Влияние резонанса Лидова–Козаи определяется наклоном орбиты объекта относительно орбиты возмущающего тела. Если внешнее возмущающее тело движется по круговой орбите, то усредненные уравнения движения возмущаемого тела содержат сохраняющуюся величину — третью компоненту орбитального углового момента, известную как интеграл Моисеева–Лидова–Козаи $c_1 = \sqrt{(1-e^2)} \cos i = \text{const}$. Согласно теории [13], острый резонанс, приводящий к быстрому увеличению эксцентриситета, возникает, когда долгота перигентра относительно узла $\omega = \pm 90^\circ$, значение интеграла c_1 приближается к нулю, а интеграл Лидова $c_2 = \left(\frac{2}{5} - \sin^2 \omega \sin^2 i\right) e^2$ имеет отрицательное значение.

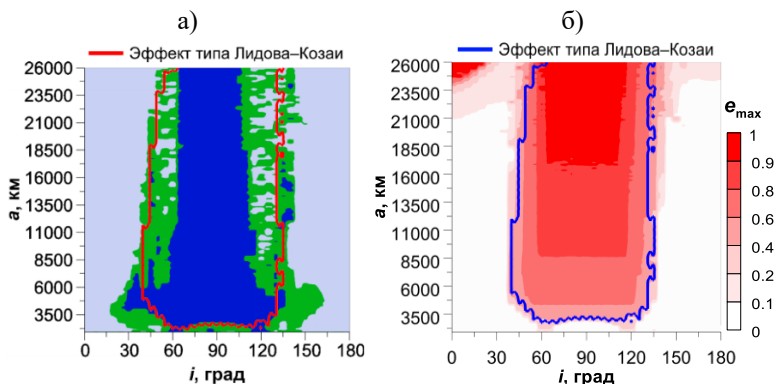


Рисунок 5 — Области а) влияния резонанса типа Лидова–Козаи на динамику ИСЛ и б) проявления эффекта типа Лидова–Козаи в сравнении с областями роста эксцентриситета в окололунном пространстве

Несмотря на значительные возмущения со стороны внешнего тела, в теории Лидова–Козаи существуют стационарные решения [6, 14], при которых орбитальные параметры демонстрируют либрационное поведение. Это явление называют резонансом Лидова–Козаи, а соответствующие решения — точным резонансом. Численный эксперимент (рисунок 5а) показал, что область действия резонанса Лидова–Козаи распространяется вдоль большой полуоси до ~ 6000 км и охватывает наклоны 60° – 105° . Анализ динамики ИСЛ подтвердил проявление эффекта Лидова–Козаи для большинства орбит в этой зоне, ограниченной красной линией.

Важно отметить, что область проявления эффекта Лидова–Козаи имеет заметную корреляцию с зонами окололунного пространства, в которых наблюдается значительный рост эксцентриситета (рисунок 5б). Поэтому причиной роста эксцентриситета на средних и больших высотах окололунного пространства главным образом являются проявления механизма Лидова–Козаи. Дополнительно отметим, что вне области, обведённой на рисунке 5а красным конту-

ром, механизм Лидова–Козаи может проявляться как постепенный захват в резонанс при довольно слабом эффекте Лидова–Козаи.

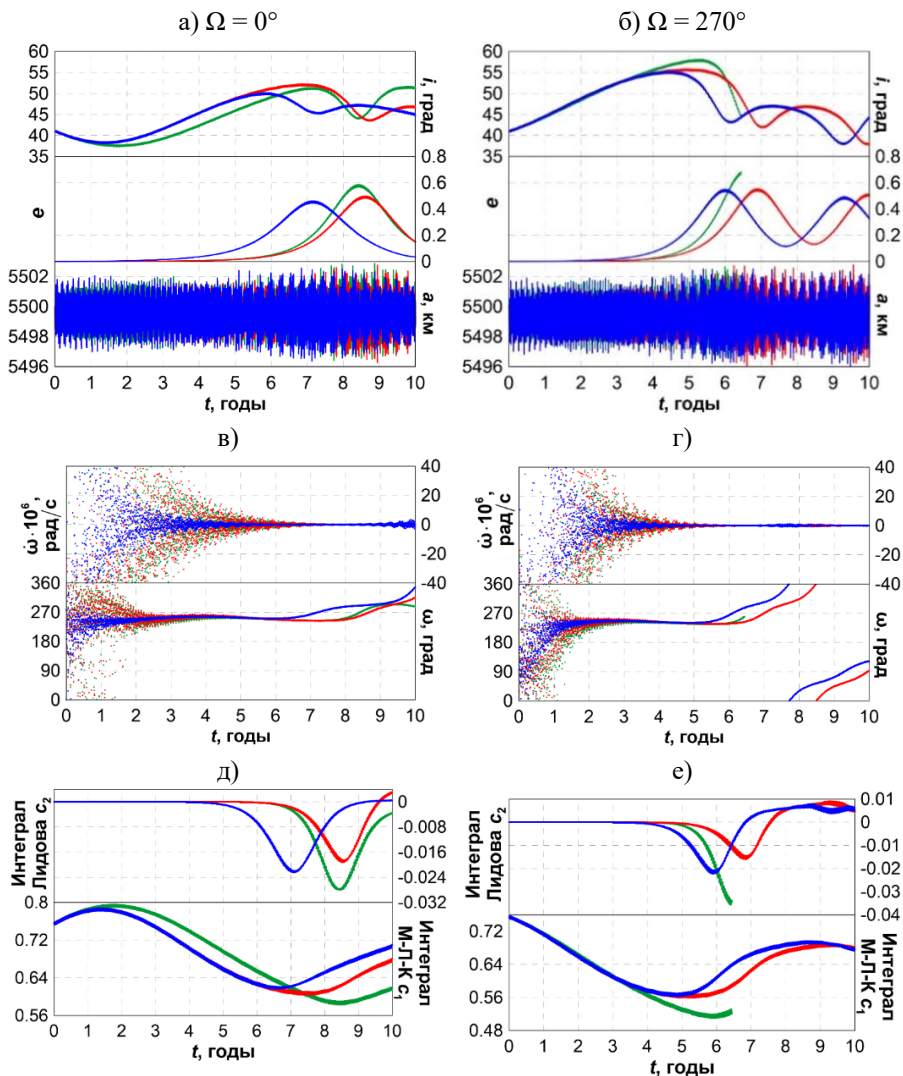


Рисунок 6 — Пример проявления эффекта Лидова–Козаи при учёте возмущений от: полного гравитационного поля Луны, Земли и Солнца (синий), от сжатия Луны, Земли и Солнца (красный) и только Земли и Солнца (зелёный). Показаны орбитальная эволюция элементов i , e , a при Ω , равном а) 0° и б) 270° ; динамика интегралов Лидова и Моисеева–Лидова–Козаи — в) 0° , г) 270° ; эволюция резонансного соотношения и критического аргумента — д) 0° , е) 270°

Эффект Лидова–Козаи проявляется при циркуляции аргумента перицентра и сопровождается взаимосвязанными колебаниями эксцентриситета и наклона. Интересно отметить, что в проявлении эффекта типа Лидова–Козаи присутствуют свои особенности при учёте несферичности Луны. Рассмотрим их на примере орбитальной эволюции объектов, показанных на рисунке 6. Были выбраны два модельных объекта, у которых орбитальные элементы $a = 5500$ км, $e = 0.0$, $i = 41^\circ$, $\omega = 0^\circ$, $M = 0^\circ$ совпадают. На левой панели рисунка 6 представлены результаты для объекта с $\Omega = 0^\circ$, а на правой — $\Omega = 270^\circ$.

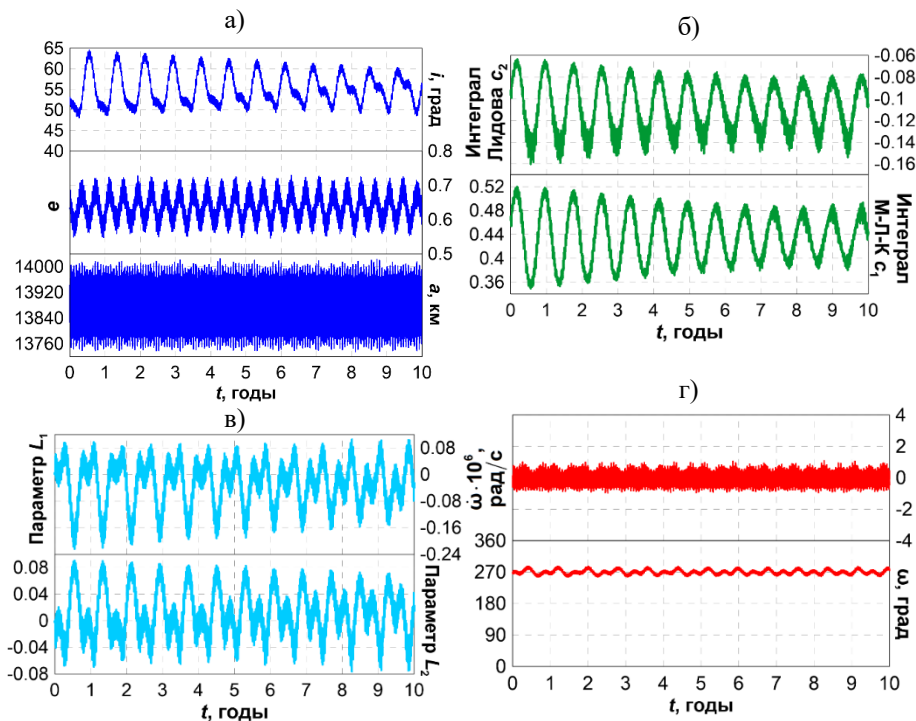


Рисунок 7 — Пример орбитальной эволюции, соответствующей стационарному решению: а) орбитальная эволюция (сверху вниз) элементов i , e , a ; б) изменение во времени (сверху вниз) интегралов Лидова и Моисеева–Лидова–Козаи; в) изменение со временем (сверху вниз) параметров стационарных решений L_1 и L_2 (описание в тексте); г) эволюция (сверху вниз) резонансного соотношения $\dot{\omega}$ и критического аргумента ω

Особенность реального движения окололунных объектов заключается в том, что на них помимо влияния внешних тел, вызывающих резонанс типа Лидова–Козаи, также воздействует несферичность центрального тела. Как показано на рисунке 6 влияние сжатия Луны (графики, отмеченные красным цве-

том) или всего поля (график синего цвета) частично подавляет чистый эффект типа Лидова–Козаи (графики, отмеченные зелёным цветом). При этом если в движении ИСЛ учитывается полное гравитационное поле Луны, то эффект типа Лидова–Козаи проявляться в его динамике раньше (графики, отмеченные синим цветом).

Точный резонанс Лидова–Козаи наблюдается вблизи стационарных решений, где орбитальные параметры сохраняются практически неизменными, обеспечивая наибольшую устойчивость орбиты. Пример орбитальной эволюции, демонстрирующий результат влияния точного резонанса Лидова–Козаи приведён на рисунке 7. На левой панели данного рисунка приведены графики с изменениями во времени параметров $L_1 = c_1\sqrt{5/3} - (1 - e^2)$, $L_2 = c_1\sqrt{3/5} - \cos^2 i$, полученных из условий существования стационарных решений.

Как видно, из рисунка 7 величины L_1 и L_2 осциллируют около нуля, что подтверждает близость выбранных орбитальных параметров к стационарным решениям. Графики, приведённые на рисунках 7б и 7г, подтверждают наличие в динамике объекта точного резонанса Лидова–Козаи.

Пятая глава связана с описанием исследования влияния СД на орбитальную динамику окололунных объектов. Рассматриваются численные модели, учитывающие воздействие СД на орбиты спутников с параметрами парусности 0.1 и 1 м²/кг. Выявлено, что под действием СД в окололунном пространстве формируются дополнительные области, в которых наблюдается рост эксцентриситета орбит, сокращающий продолжительность жизни ИСЛ. Для объяснения данного эффекта использован подход, описанный в третьей главе. На рисунке 8 представлена структура действия СД в орбитальной системе координат, из которой следует, что ключевым фактором роста эксцентриситета является направленное воздействие вдоль радиального направления.

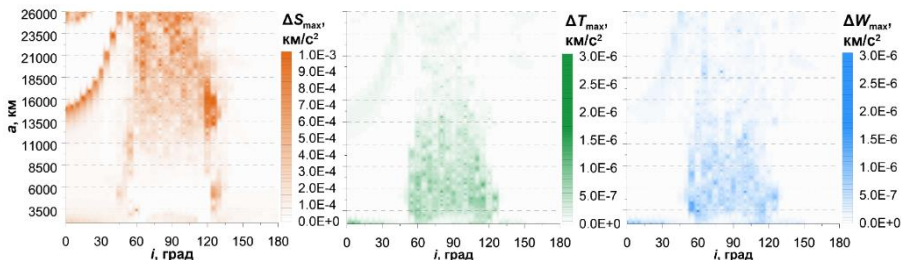


Рисунок 8 — Оценка вклада СД в движение ИСЛ при $A/m = 1$ м²/кг

Дополнительно было обнаружено воздействие СД на резонансную структуру движения ИСЛ. Резонансные карты, построенные в главе 4, были дополнены результатами с учётом влияния СД для двух вариантов парусности. Основным следствием воздействия СД на орбитальную динамику окололунных объектов является расширение области устойчивого влияния вековых ре-

зонансов. Данный вывод справедлив для всех рассмотренных вековых резонансов.

Шестая глава посвящена эскизному проектированию лунной ГНСС. Как было описано в главе 4, в теории Лидова–Козаи выделяют стационарные решения, позволяющие минимизировать колебания орбитальных параметров и обеспечивают долгосрочную стабильность орбиты. Данные знания были использованы для поиска и исследования устойчивой конфигурации лунной ГНСС. Для достижения этой цели была разработана система, угловые орбитальные элементы которой представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Орбитальные параметры Ω , ω , M лунной ГНСС

Орбитальная группировка	ω , °	Ω , °	M , °
Северная	270	0	0, 90, 180, 270
		120	30, 120, 210, 300
		240	60, 150, 240, 330
Южная	90	60	0, 90, 180, 270
		180	30, 120, 210, 300
		300	60, 150, 240, 330

Для поиска устойчивой конфигурации лунной ГНСС была выполнена серия расчетов эфемерид на 10-летний временной интервал для каждой орбиты спутниковой группировки. В ходе исследования видимости окололунных навигационных спутников была проведена оценка покрытия поверхности Луны спутниковой системой. Для иллюстрации результатов были построены карты, позволяющие визуализировать покрытие лунной поверхности системой спутников и оценить плотность навигационного покрытия.

Путём экспериментального подбора среди результатов структурной устойчивости и оценок видимости были определены оптимальные начальные параметры орбит лунной ГНСС: $a = 8R_M$, $e = 0.7$ и $i = 58^\circ$, при которых достигаются минимальные возмущения эксцентриситета за десятилетний период (таблица 2). Карта видимости для этой навигационной системы представлена на рисунке 9.

Таблица 2 — Максимальные возмущения в эксцентриситете и наклонении за 10 лет для оптимальной конфигурации лунной ГНСС: $a = 8R_M$, $e = 0.7$, $i = 58^\circ$

Номер ИСЛ	1	5	9	13	17	21
ω , °	270			90		
Ω , °	0	120	240	60	180	300
$\Delta e_{\max}$	0.052	0.071	0.073	0.061	0.059	0.069
$\Delta i_{\max}$	9.78	8.76	13.46	8.97	13.85	9.58

Данные таблицы 2 показывают, что даже при больших наклонениях и эксцентриситетах колебания остаются в допустимых пределах, подтверждая устойчивость предложенной конфигурации. Максимальные изменения эксцентриситета $\Delta e_{\max}$ составляют 0.052–0.073, наклонения $\Delta i_{\max}$ — 8.76°–13.85°, что является приемлемым для долгосрочной стабильности. Согласно карте видимости (рисунок 9), на значительной части поверхности Луны одновременно наблюдаются 10–11 спутников, обеспечивая высокий уровень покрытия.

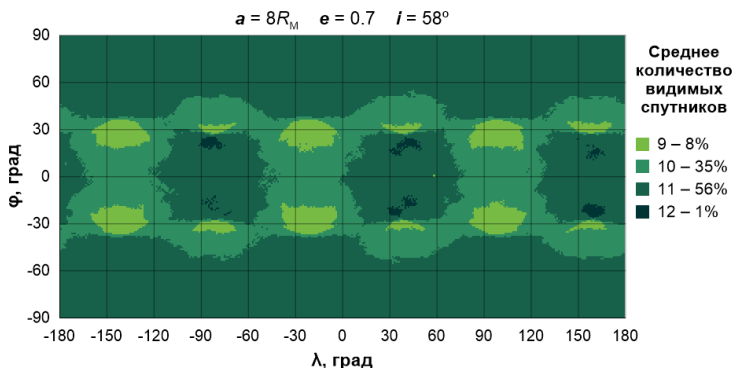


Рисунок 9 — Карта видимости НКА для оптимальной конфигурации лунной ГНСС: $a = 8R_M$, $e = 0.7$, $i = 58^\circ$

В **заключении** перечислены основные результаты, представленные в диссертационной работе:

1. Разработана численная модель движения систем ИСЛ с учётом гравитационного поля Луны до высокого порядка и степени, притяжения Земли и Солнца (как материальных точек) и СД. Модель решает систему ДУ второго порядка с использованием высокоточного адаптивного интегратора Lobbie, реализована в среде параллельных вычислений, снабжена пользовательским интерфейсом. Разработана методика анализа вековых и орбитальных резонансов по поведению резонансных аргументов. Тестирование подтвердило высокую точность и эффективность модели; сравнение с результатами других авторов показало её достоверность.
2. Проанализировано влияние гравитационного поля Луны, а также притяжения Земли и Солнца на ИСЛ. Установлено, что вариации начальных значений наклонения, большой полуоси и долготы восходящего узла существенно влияют на орбитальную эволюцию. Учёт полного поля Луны резко сокращает время жизни низкоорбитальных объектов за счёт роста эксцентриситета, особенно при наклонениях 60°–120° и больших полуосях свыше 8500 км.
3. В гравитационном поле Луны выявлены 8 зон, способных порождать орбитальные резонансы. Анализ резонансов 1:9 и 1:27 показал их слабое влияние; признаки устойчивого взаимодействия отмечены только у компо-

нентов Φ_1 и Φ_4 , вызывающих небольшой рост эксцентриситета и долгопериодические вариации большой полуоси.

4. На низких орбитах ключевым фактором динамики ИСЛ является радиальная составляющая поля Луны, вызывающая рост эксцентриситета и сближение с поверхностью. Определены диапазоны наклонений и полуосей максимального влияния; долгота восходящего узла оказывает слабый эффект.
5. На средних и высоких орбитах значительное влияние оказывают вековые резонансы, в том числе механизм Лидова–Козаи. Выявлены слабый резонанс с умеренным ростом эксцентриситета, стабилизирующие стационарные решения и эффект Лидова–Козаи в виде взаимосвязанных колебаний наклонения и эксцентриситета. Построены карты наложения устойчивых и неустойчивых зон, коррелирующих с областями роста эксцентриситета и сокращения времени жизни спутников.
6. Исследовано влияние светового давления (0.1 и $1 \text{ м}^2/\text{кг}$): с ростом парусности эксцентриситет увеличивается на всех высотах, расширяются зоны с коротким временем жизни, появляются области роста за счёт радиальной составляющей силы СД. СД изменяет резонансную структуру, расширяя зоны апсидально-нодальных резонансов и формируя новые области их наложения.
7. Проведено эскизное проектирование лунной ГНСС на высокоэллиптических орбитах. Оптимальная конфигурация — шесть орбит ($a = 8$ радиусов Луны, $e = 0.7$, $i = 58^\circ$), обеспечивающие стабильность 10 лет и одновременную видимость 10–11 спутников на всей поверхности Луны.

Полученные результаты углубляют понимание динамики окололунных объектов, включая влияние гравитационного поля Луны, третьих тел, СД и резонансных эффектов на эволюцию орбит. Разработанные ПМО и методы анализа позволяют детально исследовать поведение ИСЛ и формируют основу для проектирования устойчивых лунных навигационных систем с минимальными затратами на орбитальную коррекцию за счёт структурной устойчивости ГНСС.

Список публикаций по теме диссертации

Результаты диссертационной работы опубликованы в 9 статьях в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базе ядра РИНЦ «eLibrary Science Index», международными базами данных (Web of Science, Scopus, RSCI) и рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.3.1. Физика космоса, астрономия.

1. А. Г. Александрова, Т. В. Бордовицына, **Н. А. Попандопуло**, И. В. Томилова. Новый подход к вычислению вековых частот в динамике околоземных объектов на орбитах с большими эксцентриситетами. Известия высших учебных заведений. Физика, том 63, № 1(745), стр. 57–62,

2020. EDN: NNLYYO. Импакт-фактор 0.350 (РИНЦ). Личный вклад 25%. Объем 0.72 печатных листа.
- A. G. Aleksandrova, T. V. Bordovitsyna, **N. A. Popandopulo**, I. V. Tomilova. A New Approach to Calculation of Secular Frequencies in the Dynamics of Near-Earth Objects in Orbits with Large Eccentricities. Russian Physics Journal, Vol. 63, No. 1, pp. 64–70, 2020. EDN: PNWMSS. Импакт-фактор 0.130 (JCI). Личный вклад 25%. Объем 0.84 печатных листа.
2. **Н. А. Попандопуло**, А. Г. Александрова, И. В. Томилова, В. А. Авдюшев, Т. В. Бордовицына. Численное моделирование динамики искусственных спутников Луны. Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы, том 56, № 4, стр. 266–284, 2022. EDN: CATLGU. Импакт-фактор 0.990 (РИНЦ). Личный вклад 75%. Объем 2.28 печатных листа.
N. A. Popandopulo, A. G. Aleksandrova, I. V. Tomilova, V. A. Avdyushev, T. V. Bordovitsyna. Numerical Modeling of the Dynamics of Artificial Satellites of the Moon. Solar System Research, Vol. 56, No. 4, pp. 252–270, 2022. EDN: MOZBFO. Импакт-фактор 0.180 (JCI). Личный вклад 75%. Объем 2.28 печатных листа.
 3. **Н. А. Попандопуло**, А. Г. Александрова, Т. В. Бордовицына. К обоснованию численно-аналитической методики выявления вековых резонансов. Известия высших учебных заведений. Физика, том 65, № 6(775), стр. 47–52, 2022. EDN: UNVHRP. Импакт-фактор 0.367 (РИНЦ). Личный вклад 75%. Объем 0.72 печатных листа.
N. A. Popandopulo, A. G. Aleksandrova, T. V. Bordovitsyna. To the Substantiation of a Numerical-Analytical Method for Revealing Secular Resonances. Russian Physics Journal, Vol. 65, No. 6, pp. 959–965, 2022. EDN: HIMLXG. Импакт-фактор 0.130 (JCI). Личный вклад 75%. Объем 0.84 печатных листа.
 4. **Н. А. Попандопуло**, А. Г. Александрова, Т. В. Бордовицына. Анализ динамической структуры вековых резонансов в окололунном орбитальном пространстве. Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2022, № 77, стр. 110–124. EDN: BEIQQK. Импакт-фактор 0.490 (РИНЦ). Личный вклад 75%. Объем 1.8 печатных листа.
N. A. Popandopulo, A. G. Aleksandrova, T. V. Bordovitsyna. Analysis of a Dynamic Structure of Secular Resonances in Circumlunar Orbital Space. Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics, 2022, No. 77, pp. 110–124. EDN: ВМККАН. Импакт-фактор 0.050 (JCI). Личный вклад 75%. Объем 1.8 печатных листа.
 5. **N. A. Popandopulo**, A. G. Aleksandrova. Searching for Optimal Areas of Circumlunar Space for Placement of Satellites Moving in Circular Orbits. Russian Physics Journal, Vol. 67, No. 7, pp. 1058–1064, 2024. EDN: HJILXE. Импакт-фактор 0.130 (JCI). Личный вклад 75%. Объем 0.84 печатных листа.
 6. **Н. А. Попандопуло**, А. Г. Александрова, Н. А. Кучерявченко, Т. В. Бордовицына, Д. С. Красавин. Усовершенствованная численная модель движения искусственных спутников Луны и её применение в исследе-

довании особенностей динамики окололунных объектов. *Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы*, том 58, № 6, стр. 783–806, 2024. EDN: NGVXCS. Импакт-фактор 0.800 (РИНЦ). Личный вклад 75%. Объем 2.88 печатных листа.

N. A. Popandopulo, A. G. Aleksandrova, N. A. Kucheryavchenko, T. V. Bordovitsyna, D. S. Krasavin. Improved Numerical Model of Motion of Artificial Satellites of the Moon and Its Application in Research Features of the Dynamics of Circumlunar Objects. *Solar System Research*, Vol. 58, No. 6, pp. 780–800, 2024. EDN: OOKWVI. Импакт-фактор 0.180 (JCI). Личный вклад 75%. Объем 2.52 печатных листа.

7. V. A. Avdyushev, **N. A. Popandopulo**. Analysis of Circumlunar Orbital Structures for Designing the Space Segment of a Lunar Global Navigation Satellite System. *Cosmic Research*, Vol. 63, No. 4, pp. 342–351, 2025. DOI: 10.1134/S0010952524601361 (EDN не известен). Импакт-фактор 0.160 (JCI). Личный вклад 50%. Объем 1.2 печатных листа.
8. **N. A. Popandopulo**, V. A. Avdyushev, I. V. Tomilova, T. V. Bordovitsyna. Numerical Modeling of the Influence of the Lidov–Kozai Mechanism on the Dynamics of Nearlunar Objects. *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 35(1), pp. 17–28, 2025. DOI: 10.17184/eac.9606 (EDN не известен). Импакт-фактор 0.170 (SJR). Личный вклад 75%. Объем 0.72 печатных листа.
9. И. В. Томилова, Т. В. Бордовицына, А. Г. Александрова, Е. В. Блинкова, **Н. А. Попандопуло**, Т. В. Шафоростов. Численно-аналитический подход к исследованию резонансных структур околопланетных орбитальных пространств. *Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы*, том 59, № 3, стр. 239–256, 2025. EDN: KWELQA. Импакт-фактор 1.333 (РИНЦ). Личный вклад 15%. Объем 0.72 печатных листа.
I. V. Tomilova, T. V. Bordovitsyna, A. G. Aleksandrova, E. V. Blinkova, **N. A. Popandopulo**, T. V. Shaforostov. Numerical and Analytical Approach to the Study of Resonant Structures of Near-Planetary Orbital Spaces. *Solar System Research*, Vol. 59, No. 3, pp. 39–53, 2025. EDN: VGCABD. Импакт-фактор 0.180 (JCI). Личный вклад 15%. Объем 0.72 печатных листа.

Список литературы

1. Wang H.-H., Liu L. A study on the relationship between the orbital lifetime and inclination of low lunar satellites // *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*. 2005. V. 5(6). P. 665—670.
2. Ramanan R.V., Adimurthy V. An analysis of near circular lunar mapping orbits // *J. Earth Syst. Sci.* 2005. V. 114 (6). P. 619—626.
3. Song Y.J., Park S.Y., Kim H.D., Sim E.S. Development of precise lunar orbit propagator and lunar polar orbiter's lifetime analysis // *J. Astron. and Space Sci.* 2010. V. 27 (2). P. 97—106. DOI: 10.5140/JASS.2010.27.2.097

4. Carvalho J. P. S., Moraes R. V., Prado A. Some orbital characteristics of lunar artificial satellites // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2010. V. 108(4). P. 371—388. DOI: 10.1007/S10569-010-9310-6.
5. Gonçalves L., Rocco E., Prado A. Orbital Disturbance Analysis due to the Lunar Gravitational Potential and Deviation Minimization through the Trajectory Control in Closed Loop // *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Article ID 529268. DOI: 10.1155/2013/529268.
6. Ely T. A. Stable Constellations of Frozen Elliptical Inclined Lunar Orbits // *The Journal of the Astronautical Sciences*. 2005. V. 53(3). P. 301—316.
7. Gao Z., Wang J., Wang Z., Zhou Z. Coverage Analysis of Lunar Communication/Navigation Constellations Based on Halo Orbits and Distant Retrograde Orbits // *Advances in Space Research*. 2020. V. 66(4). P. 1102—1118. DOI: 10.1016/j.asr.2020.05.031
8. Andreev A. O., Demina N. Yu., Nefedyev Yu. A., Petrova N. K., Zagidullin A. A. Creation of a Simulation Model of Spacecrafts' Navigation Referencing to the Digital Map of the Moon // *Cyber-Physical Systems: Modelling and Intelligent Control. Studies in Systems, Decision and Control*. 2021. V. 338. P. 193—204. DOI: 10.1007/978-3-030-66077-2_15
9. Russell R.P., Lara M. Long-Lifetime Lunar Repeat Ground Track Orbits // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2007. V. 30(4). P. 982—993. DOI: 10.2514/1.27104
10. Legnaro E., Efthymiopoulos C. Secular dynamics and the lifetimes of lunar artificial satellites under natural force-driven orbital evolution // *Acta Astronautica*. 2024. V. 225. P. 768—787. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.09.051
11. Бордовицына Т. В., Томилова И. В. Особенности структуры вековых резонансов в динамике околоземных космических объектов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2016. Т. 59, № 3. С. 41—48. DOI: 10.1007/s11182-016-0781-0
12. Авдюшев В.А. Коллокационный интегратор Lobbie в задачах орбитальной динамики // *Астрономический вестник*. 2022. Т. 56. № 1. С. 36—46 DOI: 10.31857/S0320930X22010017
13. Lidov M.L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies // *Planetary and Space Science*. 1962. V. 9. P. 719—759.
14. Kozai Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // *Astron. J.* 1962. Vol. 67. P. 591—598.
15. Shevchenko I.I. The Lidov–Kozai Effect – Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy // *Springer*. 2017. 198 p.