ОТЗЫВ
официального оппонента о диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Киракосяна Вазгена Валериковича на тему «Автоморфизмы групп Шевалле некоторых типов над коммутативными кольцами» по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Актуальность темы исследования. Диссертация посвящена двум взаимосвязанным направлениям теории групп Шевалле над коммутативными кольцами: описанию автоморфизмов и изучению локально внутренних эндоморфизмов. При переходе от поля к кольцу возникает разница между полной и элементарной группами, а в формулах Шевалле нельзя сокращать 2 и 3, стандартность автоморфизмов не следует из полевой классификации. Ранее в локальной классификации оставались случаи F_4 при необратимой двойке и G_2 при необратимой тройке. Актуален вопрос о Ш-жёсткости: локально внутренний эндоморфизм инъективен, но заранее не обязан быть автоморфизмом.

Структура и общая характеристика работы. В диссертации 115 страниц, введение, три главы, заключение и список литературы из 70 пунктов. Глава 1 содержит сведения о системах корней, базисах Шевалле, элементарных и полных группах над кольцами и стандартных типах автоморфизмов. Важно, что внутренние автоморфизмы отделены от автоморфизмов-сопряжений, индуцированных матрицами нормализатора. Основные результаты диссертации доказаны в главах 2 и 3.

Глава 2. В теоремах 2.5 и 2.6 доказано, что все автоморфизмы $G(F_4, R)$ над локальным кольцом с необратимой 2 и все автоморфизмы $G(G_2, R)$ над локальным кольцом с необратимой 3 - композиции кольцевого, диаграммного и строго внутреннего автоморфизмов. Автоморфизм приводится к кольцевой и диаграммной составляющим вместе с автоморфизмом-сопряжением, затем доказывается внутренность последнего. Исходный шаг - редукция по радикалу Джекобсона и применение полевой

классификации. Подъём с поля вычетов на исходное кольцо осуществляется линеаризацией: соотношения Шевалле дают полиномиальную систему относительно матричных поправок из радикала. Для типа F_4 используются элементы порядка 3, а для типа G_2 – диагональные инволюции. Затем восстанавливаются образы всех $x_\alpha(t)$. Доказывается, что отображение параметров - кольцевой эндоморфизм, а аргумент с матричными единицами сюръективен. Устанавливается сюръективность эндоморфизма Фробениуса. Матрица нормализатора после внутренней нормализации приводится к виду 1 + Y над радикалом. Обнуление заранее выбранных координат и повторная линеаризация показывают, что C - произведением обратимого скаляра и элемента G(R), то есть автоморфизм-сопряжение строго внутренний.

Глава 3. Основной результат: Ш-жёсткость $E_{ad}(A_1, R)$, $E_{ad}(A_2, R)$, $E_{ad}(B_2, R)$ при обратимости 2 и $E_{ad}(G_2, R)$ при обратимости 2 и 3. Для полных присоединённых групп утверждение доказано в типах A_2, B_2 и G_2, а для A_1 – при условии нормальности элементарной подгруппы. Эти теоремы не опираются на классификацию автоморфизмов или мономорфизмов. Основой служит локализация по максимальным идеалам: над полем применяются разложения Брюа, над локальным кольцом – разложение Гаусса и тождества ранга 1, после чего параметры склеиваются над исходным кольцом. Используются инвариантность следа и единственность корневых координат. Для A_1 аргумент проводится непосредственно в трёхмерном присоединённом представлении. Для A_2, B_2 и G_2 фиксируется произведение простых корневых элементов, описан его централизатор, нормализуются образы положительных корневых элементов, диагональных инволюций и элементов Вейля. Затем формулы для следа вынуждают отображение параметров на длинных корневых подгруппах быть тождественным, а коммутаторные соотношения дают то же для коротких корней. Переход от E_{ad} к G_{ad} выполнен через нормальность элементарной подгруппы и тривиальность её централизатора в присоединённой группе.

Научная новизна и теоретическая значимость. Основные результаты новы. Теоремы для F_4 и G_2 закрывают два локальных случая, где прежние методы зависели от обратимости характеристического простого. Результаты по Ш-жёсткости расширяют известный круг групп, для которых все локально внутренние эндоморфизмы внутренние. Самостоятельный интерес имеют разработанные приёмы нормализации, сочетание линеаризации с анализом нормализатора и прямой локально-глобальный подход к сохраняющим классы эндоморфизмам.

Обоснованность и достоверность результатов. Выносимые на защиту положения строго доказаны, а используемые внешние результаты даны с необходимыми условиями и ссылками. Компьютерные вычисления применяются в чётко обозначенных конечномерных задачах: для проверки рангов конкретных систем и выбора допустимых нормализаций; дальнейший вывод осуществляется на основании теоремы о линеаризации. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Основные результаты опубликованы в трёх рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Результаты докладывались на научных семинарах механико-математического факультета МГУ и международной конференции. Содержание диссертации относится к алгебре, теории групп Шевалле над кольцами и теории коммутативных колец и соответствует заявленной специальности. Я не обнаружил недочетов, умаляющих значимость данной диссертации. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Ее содержание соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова.

Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Киракосян Вазген Валерикович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей математики
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский
Университет «МЭИ»

Туганбаев Аскар Аканович [redacted] 14.09.2026 г.
Контактные данные: тел.: [redacted], e-mail: [redacted]

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел
Адрес места работы: 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14,

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Университет «МЭИ»,
Кафедра высшей математики Тел.: +7(495)3627874; e-mail:
tuganbaev@mpei.ru
Подпись А.А.Туганбаева удостоверяю: [redacted]

Заместитель начальника
Управления по работе с персоналом
[redacted]