

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Антипова Виктора Алексеевича
на тему: «О вероятностях разорения с инвестициями в рисковый актив»
по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая
статистика**

Актуальность темы исследования. С точки зрения теории случайных процессов в диссертации исследуется процесс, равный размеру капитала страховой компании в момент t при условии, что в момент времени $t=0$ он составлял величину u . Именно, изучается вероятность выхода этого процесса из множества положительных чисел, (т.е. разорения страховой компании) как функция начального капитала, и, в частности, вопросы её гладкости и асимптотического поведения при больших его значениях.

Построение математических моделей размера капитала страховых компаний и их исследование было начато в основополагающих работах Ф. Лундберга (1903) и Х. Крамера (1930, 1955). Здесь рассматривалась страховая компания, получающая с некоторой скоростью с страховые взносы и выплачивающая дивиденды в случае наступления страховых требований. Размеры их имеют одну и ту же функцию распределения. Моменты наступления страховых требований подчиняются пуассоновскому процессу, не зависящему от страховых выплат.

Однако, в модели Лундберга—Крамера не предполагается наличие инвестиций в рисковый актив. Поэтому в дальнейших работах был предложен ряд моделей, в которых такие инвестиции производятся, что существенно расширяет возможные практические применения. Как указано в диссертации, одной из первых работ в этом направлении была работа А.Г. Фроловой (1994). Она тоже является ученицей Юрия Михайловича Кабанова. Здесь предполагалось, что динамика капитала компании задаётся геометрическим броуновским движением с параметром сноса a и волатильности s . При этом считалось, что компания инвестирует весь свой капитал в рисковый актив.

Строгий и полный анализ этой модели представлен в работе А. Фроловой, Ю. Кабанова и С. Пергаменщикова (2002). Интересно отметить, что, если в модели Лундберга—Крамера вероятность разорения компании экспоненциально быстро стремится к нулю, то в этой модели она имеет степенную асимптотику на бесконечности. В диссертации приводится также обзор других результатов в этом направлении.

Вероятностные модели, рассматриваемые в диссертации, имеют, с одной стороны, наглядную интерпретацию и приложения в страховом деле. С другой стороны, они приспособлены для исследования и получения точных математических утверждений. Поэтому актуальность темы сомнений не вызывает.

Содержание работы. Во введении автор излагает историю рассматриваемой темы и обосновывает выбор направления исследования.

В первой главе диссертации рассмотрено усложнение указанной выше модели А.Г. Фроловой с дополнительными предположениями, что страховая компания инвестирует долю k своего капитала в рисковый актив, а оставшуюся часть капитала хранит на безрисковом счёте со ставкой r . Таким образом, по сравнению с моделью Фроловой, в этой модели появляются два новых параметра: k и r . При этом доказано, что вероятность разорения является гладкой функцией начального капитала, имеющей степенную асимптотику на бесконечности. Также даётся явное выражение для показателя степени через параметры модели. В конце главы приводятся результаты численных экспериментов, подтверждающих полученные результаты для случая лёгких и тяжёлых хвостов функции распределения размера страховых выплат.

Во второй главе рассматривается модель с инвестициями, допускающая как положительные, так и отрицательные страховые выплаты, имеющие дробно-рациональное преобразование Лапласа. Как и в первой главе, предполагается, что динамика капитала страховой компании подчиняется геометрическому броуновскому движению с параметрами μ и σ . В

предположении достаточной гладкости вероятности разорения доказано, что она имеет степенную асимптотику с некоторым показателем, зависящим от параметров модели, и приводится явный вид этого показателя.

Третья глава содержит результаты для модели страховой компании, инвестирующей свой капитал в рисковый актив, динамика цены которого задана геометрическим броуновским движением с параметрами, моделируемыми марковским процессом с конечным числом состояний. Основной результат главы заключается в доказательстве гладкости вероятности разорения как функции начального капитала в рассматриваемой модели и выводе интегро-дифференциального уравнения для вероятности разорения.

Четвёртая глава посвящена исследованию вероятности разорения на конечном временном интервале для общей модели Орнштейна—Уленбека. Показано, что вероятность разорения является непрерывной функцией времени и начального капитала. Получено интегро-дифференциальное уравнение в частных производных, понимаемое в вязкостном смысле. Показано, что вероятность разорения является решением этого уравнения. Доказана теорема единственности, утверждающая, что два непрерывных вязкостных решения совпадают, если они имеют одинаковое поведение на границе.

Новизна, достоверность и степень обоснованности результатов. Результаты, представленные в диссертации, являются оригинальными и были получены посредством строгих математических доказательств, демонстрирующих глубокое понимание автором теории вероятностей и математической статистики, а также теории интегро-дифференциальных уравнений. Основные результаты диссертации опубликованы в четырёх статьях. Три из них написаны В.А. Антиповым в соавторстве с научным руководителем Ю.М. Кабановым, а одна диссертантом единолично. Постановка задачи и общий подход к решению принадлежат Ю.М. Кабанову. Все результаты получены В.А. Антиповым самостоятельно. Все четыре статьи

по теме диссертации опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук. Кроме того, ключевые результаты работы были представлены на шести научных конференциях, четыре из которых имеют статус международных. Также результаты диссертации доложены на четырёх научных семинарах. Автореферат содержит основные положения диссертации и полностью отражает ее содержание.

Замечания.

1. На странице 7 диссертации (первый абзац) не указано, что такое g . Далее вряд ли стоит указывать, что монотонность доказана, это утверждение в доказательстве не нуждается. Степенную асимптотику имеет вероятность разорения компании, вероятность же неразорения стремится к 1.

2. Стр. 17 Теорема 1. Вместо положим нужно: предположим. Второй абзац снизу: не указано, что такое β .

3. Стр. 71 нужно убрать дефис в п.н.

4. В цитируемой в диссертации работе Фроловой 1994 года указано, что она неопубликована, хотя приводятся конкретные страницы в материалах конференции. По-моему, эту работу можно считать опубликованной.

5. На странице 53, 1-й абзац сверху, не указано, на каком множестве $f \leq \Psi$. Аналогичное замечание и по поводу следующего абзаца.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения

о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Антипов Виктор Алексеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела теории вероятностей
и математической статистики,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
«Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук»
Якимив Арсен Любомирович

«14» сентября 2026 г.

Контактные данные:

тел.: +7(964) 501-10-88, e-mail: arsen@mi-ras.ru.
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
01.01.05 Теория вероятностей и математическая статистика

Адрес места работы:

119333, г. Москва, ул. Губкина, д. 8
Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук,
отдел теории вероятностей и математической статистики
Тел.: +7(495)984-81-41 * 37-48; e-mail: arsen@mi-ras.ru.

Подпись А.Л. Якимива удостоверяю: