

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**о диссертации на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук**  
**Ван Луцзе**  
**на тему: «Эйлеровы численные модели динамики**  
**гипоупругой многоматериальной среды»**  
**по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные**  
**методы и комплексы программ**

В диссертационной работе Ван Луцзе «Эйлеровы численные модели динамики гипоупругой многоматериальной среды» рассматривается задача, связанная с разработкой моделей течения многоматериальной гипоупругой среды, соответствующих численных методов и программных комплексов для моделирования многоматериального упругопластического течения на стационарных эйлеровых сетках. Разработанная модель и программный комплекс предлагают возможность моделирования физико-механических процессов в неоднородных гетерогенных средах сквозным образом на фиксированных эйлеровых сетках в применении ко многим промышленным задачам.

**Структура и содержание диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения.

Во введении подробно рассматривается актуальность темы исследования, демонстрируются степень разработанности в данной области, формулируются цель и задачи исследования, обосновывается новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, а также приводятся положения, выносимые на защиту.

В первой главе представлен подробный анализ математических и термодинамических свойств модели Уилкинса и решена одномерная задача Римана с учетом сдвигового напряжения.

Во второй главе выведена неравновесная модель с помощью процедуры усреднения по пространству, примененной к гипопругой модели Уилкинса. В результате асимптотического анализа полученная неравновесная модель диффузной границы биматериальной упругой среды может быть преобразована в упрощенную (редуцированную) равновесную модель в пределе бесконечно малого времени релаксации по скорости и напряжениям.

В третьей главе на основе консервативных по пути в фазовом пространстве схем, разработан численный метод Годуновского типа, основанный на приближенных римановских решателях HLL и HLLC. Используется специальный выбор пути, который сводит двухволновое HLL, а также трехволновое HLLC приближенное решение задачи Римана к линейным уравнениям.

В четвертой главе предлагается новая модель гипопругой среды, согласующаяся с законами термодинамики, и анализируются ее соответствующие математические свойства.

В заключении формулируются основные результаты работы.

Автореферат соответствует установленным требованиям и полностью отражает основное содержание диссертации.

### **Научная новизна и значимость.**

В рамках работы предлагается систематическая методология моделирования и вычислений для решения задач больших деформаций в неоднородных гетерогенных средах.

Традиционный лагранжевый метод испытывает серьезный недостаток в задачах с большими деформациями — сильное искажение сетки, сопровождающее отслеживание фазовых границ. В то же время эйлерова модель, основанная на методе диффузной границы, эффективно

решает эту проблему. Однако существующая литература по таким моделям в основном ограничивается гиперупругими определяющими соотношениями и не охватывает широко применяемую в научных исследованиях и инженерной практике гипоупругую модель (такую как классическая модель Уилкинса). В этой связи новизна работы заключается в следующем:

1. построена обобщенная эйлерова модель на основе метода диффузной границы, которая уникальным образом описывает динамическое поведение гетерогенных сред, состоящих из двух различных гипоупругих материалов, разделенных контактными разрывом, что заполняет значительный пробел в моделировании в этой области;
2. для решения этой неконсервативной модели разработан численный метод, основанный на консервативной по пути в фазовом пространстве схеме, который строго гарантирует отсутствие нефизических численных осцилляций, вызванных неконсервативными членами
3. за счет применения термодинамических модификаций к модели Уилкинса построенная модель безусловно удовлетворяет условию невозрастание энтропии, что обеспечивает как универсальность, так и термодинамическую согласованность модели.

**Замечания:**

1. На рис. 1.1, 1.2 диссертации полезно было бы пояснить, какие величины отложены по осям, в чем смысл индексов \* и \*\*.
2. В диссертации термин «сетка» используется вместо термина «узел сетки» (например, на с. 50 диссертации).

3. В подписях к рисункам 2 и 3 в автореферате слово «сеток» следует заменить на слово «ячеек».
4. В автореферате имеются неудачные фразы, например, «начальные значения левой и правой сторон» (с. 23), «при сдвиге происходит продольная близость материала» (с. 27).
5. Было бы целесообразно пояснить, какая координата отложена по оси абсцисс на графиках в главе 3 – координата материальной частицы или координата точки пространства в заданный момент времени.
6. Желательно было написать более подробно о расчете перемещений, указав возникающие при этом погрешности.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Ван Луцзе заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
заведующий кафедрой математического моделирования и вычислительной математики факультета прикладной математики и кибернетики ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Зингерман Константин Моисеевич

\_\_\_\_\_

подпись

02.02.2026

дата подписания

Контактные данные:

тел.: +7(910)533-40-87, e-mail: zingerman@rambler.ru  
Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:  
01.02.04 Механика деформируемого твердого тела.

Адрес места работы:

170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33,  
Тверской государственный университет  
Тел.: +7 (482) 258-05-22, доб. 119.; e-mail: Zingerman.km@tversu.ru

Подпись сотрудника ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет» К.М. Зингермана удостоверяю:

И.о. проректора по научной деятельности  
Ю.В.

\_\_\_\_\_ Чемарина

подпись

02.02.2026

дата подписания