ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
Киракосяна Вазгена Валериковича
на тему «Автоморфизмы групп Шевалле некоторых типов над коммутативными кольцами»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Основной целью структурной теории групп Шевалле над коммутативными кольцами, как ее понимали в конце 20-го века Майкл Стайн, Вильберд ван дер Каллен, Николай Вавилов и другие авторы, являлось доказательство следующих результатов:

1. стандартные коммутационные формулы;
2. нормальное строение;
3. описание автоморфизмов;
4. нильпотентная структура K_1, т. е. группы, измеряющей разницу между группой Шевалле и ее элементарной подгруппой;
5. центральность K_2 в группе Стейнберга (группа K_2 отвечает за нетривиальные соотношения в элементарной подгруппе).

Стандартные коммутационные формулы и нормальное строение были получены в работах Джованни Таддеи и Леонида Васерштейна в 1986 году при условии обратимости структурных констант, а в полной общности в работах Иче Абе 1988-89 гг. Нильпотентность $K_1^{\mathrm{SL}_n}(R)$ над конечномерным кольцом R была доказана Энтони Баком в 1991 и перенесена на все группы Шевалле Николаем Вавиловым и Рузбехом Хазратом в работе 2003 года. Центральность $K_2^{\mathrm{SL}_n}(R)$ была получена Вильбердом ван дер Калленом в 1977 и была перенесена на все группы Шевалле в серии работ Сергея Синчука, Андрея Лавренова и Егора Воронецкого, окончательный результат датирован 2024 годом. Во всех упомянутых результатах необратимость структурных констант была исключением, заставляющим модифицировать понятие стандартности, или по крайней мере требовала отдельного рассмот-

рения.

Описание автоморфизмов является основной темой диссертации Киракосяна. Первой работой про описание автоморфизмов группы PSL_n над полем была работа Шрайера и ван дер Вардена 1928 года. В дальнейшем, начиная с 1950-х годов автоморфизмы классических групп, а позже групп Шевалле над полями и кольцами изучались в десятках работ. Окончательный результат над полями, без условия обратимости структурных констант, был получен в работах Роберта Стейнберга и Джеймса Хамфри. Долгое время считалось, что описание автоморфизмов над нетеровыми кольцами с обратимыми структурными константами был получен Иче Абе в работе 1993 года. Однако при внимательном рассмотрении в доказательстве Абе обнаружились существенные пробелы[1]. Пробелы были закрыты в серии работ Елены Буниной и ее учеников. Одновременно в этих работах было снято условие на нетеровость кольца. После упомянутых работ неразобранными оставались случаи групп исключительных типов над кольцами с необратимыми структурными константами. Эти случаи разобраны во второй главе диссертации при условии, что кольцо локально, что является важным шагом к получению окончательного результата для произвольных колец.

Стоит отметить, что результаты про описание автоморфизмов групп Шевалле уже наши себе применение. Во-первых, это описание является важным для доказательства равносильности элементарной эквивалентности групп Шевалле $G_P(\Phi, R_1)$ и $G_P(\Phi, R_2)$ элементарной эквивалентности колец R_1 и R_2 (Елена Бунина). Во-вторых, этот результат позволяет единообразно доказать некоторые свойства нормализатора группы Шевалле, абсолютно неприводимо вложенной в другую группу Шевалле. Эти свойства важны при изучении решетки подгрупп группы Шевалле (Роман Лубков, Алексей Степанов). Таким образом, **тема диссертации является важной и актуальной для развития структурной теории групп Шевалле над кольцами**.

Доказательство стандартности описания автоморфизмов в основном сле-

[1]Я присутствовал на семинаре Николая Вавилова, на котором эта работа разбиралась, и были обнаружены некоторые пробелы

дует работам Буниной. Метод линеаризации, который основывается на очень простом утверждении, используется в доказательстве несколько раз. При этом несколько раз он неприменим без ограничения на подпространство, которое автору диссертации надо было угадать. Вероятно, для этой угадки, как и при самом использовании метода, существенно были задействованы компьютерные вычисления. Возможно, при отсутствии компьютера можно было бы найти способ доказать существование нужного подпространства, однако ничего плохого в том, что подпространства были предъявлены явно, как и в использовании компьютера для вычисления рангов больших матриц, я не вижу.

Третья глава диссертации также связана с автоморфизмами групп Шевалле над кольцами и с разбором особых случаев. А именно, в ней доказано, что любой локально внутренний эндоморфизм элементарной группы Шевалле $E_{\mathrm{ad}}(\Phi, R)$ является внутренним при условии, что ранг системы Φ не превосходит двух, а R – призвольное коммутативное кольцо, в котором структурные константы обратимы. Напомним, что эндоморфизм абстрактной группы G называется локально внутренним, если любой элемент группы сопряжен со своим образом. Ранее аналогичный результат был получен Еленой Буниной и Борисом Кунявским для произвольной системы корней при условии, что кольцо R локально. В отличии от работы Буниной и Кунявского доказательство в диссертации не использует классификацию автоморфизмов групп Шевалле.

Тот же результат декларируется и для самих групп Шевалле $G_{\mathrm{ad}}(\Phi, R)$, однако, по мнению оппонента, доказательство содержит пробел. А именно, в доказательстве берется локально внутренний эндоморфизм φ группы $G_{\mathrm{ad}}(\Phi, R)$, сужается на элементарную подгруппу, и используется факт, что сужение является локально внутренним эндоморфизмом. Непонятно, почему $\varphi(x)$ сопряжено с x элементом из элементарной подгруппы. Из того что φ является локально внутренним эндоморфизмом группы $G_{\mathrm{ad}}(\Phi, R)$ следует только сопряженность элементом из $G_{\mathrm{ad}}(\Phi, R)$.

Остальные замечания связаны только с изложением материала, которое

в некоторых местах слишком неформальное или не подробное.

1. В формулировке принципа линеаризации (теорема 2.10) написано "Обозначим через $\bar{P}_i$ линейную часть многочлена P_i, приведенную по модулю радикала J". Для меня намного понятнее было бы определение $\bar{P}_i$, как образа P_i при факторизации по идеалу, порожденному J, а также квадратами и попарными произведениями независимых переменных. В частности, при таком определении и доказательство теоремы сразу очевидно.
2. В фрмулировке предложения 2.13 используется термин "разложение пространства относительно элемента", которое не было определено.
3. Следствие 2.15 не доказано при том, что для меня его доказательство совсем не очевидно. Более того, в доказательстве леммы 2.18 написано "применяя рассуждение следствия 2.15...", при том что никакого рассуждения, относящегося к следствию 2.15, нет.
4. В доказательстве леммы 2.18 написано, что некоторые 2 матрицы можно одновременно привести к диагональному виду. Я понимаю, что над полем $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{-1}$ это можно сделать, но без вычислений не вижу, почему двойка, которая не обратима по условию, не появится в знаменателе. Там же исползуется термин "спектральные идемпотенты", который не определен.
5. На странице 54 дается ссылка по поводу принадлежности элемента к главной клетке Гаусса "см. [16]". При этом [16] – это 25-страничная статья. Такие ссылки предполагают, что интересующийся читатель должен просмотреть всю статью в поисках нужного утверждения, что невежливо по отношению к читателю.
6. В доказательстве леммы 2.39 было бы очень удобно использовать метод весовых диаграмм, развитый и используемый Николаем Вавиловым и его соавторами.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Все результаты диссертации являются новыми, достоверными и обоснованными. Диссертация отвечает требованиям, установ-

ленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Киракосян Вазген Валерикович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:
доктор физико-математических наук,
доцент факультета Математики и компьютерных наук
Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет»
Степанов Алексей Владимирович [redacted] 17 сентября 2026 г.

Подпись от руки
Степанова А.В.
УДОСТОВЕРЯЮ
[redacted]
Ведущий специалист по кадрам
«17» 09 2026 г.
[redacted]

Контактные данные:
тел.: [redacted], e-mail: [redacted]
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Адрес места работы:
199178, Санкт-Петербург, 14 линия В.О., д.29
Санкт-Петерургский государственный университет,
факультет математики и компьютерных наук
Тел.: +7(812)3636232; e-mail: aleksey.stepanov@spbu.ru