

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
Чистякова Ивана Александровича
на тему: «Методы приближённого решения задач управления
нелинейными системами за счёт их кусочной линеаризации»
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и
математическая физика**

Актуальность темы исследования.

Диссертационная работа посвящена решению важной задачи теории управления — разработке методов построения внутренних оценок множества разрешимости для нелинейных систем. Работа выполнена в рамках классической постановки задачи целевого управления на фиксированном конечном интервале времени, в которой требуется найти позиционную стратегию управления, обеспечивающую попадание траектории системы в заданное компактное множество.

Задачи такого рода относятся к фундаментальным проблемам математической теории управления. Их решение имеет непосредственное значение для широкого круга приложений. Однако, как справедливо отмечает автор, для нелинейных систем аналитическое построение множества разрешимости, как правило, не представляется возможным. Точный результат известен лишь для простейших случаев, что делает необходимым развитие приближённых методов. Данная диссертационная работа вносит существенный вклад в это направление, предлагая конструктивные численные алгоритмы, позволяющие гарантированно выделить подмножество начальных состояний, из которых задача разрешима. С учётом как теоретической значимости проблемы, так и практических потребностей в гарантированных подходах к управлению, тема диссертации представляется безусловно актуальной.

Краткая характеристика основного содержания работы и новизна полученных результатов.

Диссертационная работа, изложенная на 106 страницах, состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

В первой главе диссертации рассматривается задача целевого управления для класса систем, в которых нелинейные члены в правой части системы дифференциальных уравнений зависят только от одной фиксированной компоненты фазового вектора. На основе линеаризации этих членов осуществляется переход к вспомогательной задаче управления для кусочно-аффинной системы с ограниченной помехой. Эта задача, в свою очередь, сводится к вычислению оценок функции цены, являющейся решением уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана в частных производных. Указанные оценки позволяют не только построить подмножество множества разрешимости, но и получить решение задачи синтеза управлений. Новизна подхода заключается в выборе класса непрерывных кусочно-кубических функций, где ищутся указанные оценки функции цены, а также в выводе оценок, гарантирующих попадание траектории исходной нелинейной системы, замкнутой предложенным управлением, в заданную окрестность целевого множества.

Во второй главе рассмотрен более общий случай, когда нелинейные члены зависят сразу от нескольких компонент фазового вектора. В связи с этим автором предложена модификация метода, при которой поиск оценок функции цены производится в классе непрерывных кусочно-квадратичных функций, заданных на совокупности симплексов. Требование непрерывности является необходимым для доказательства основной теоремы, однако представляет существенную сложность при построении численного решения. Автором предложен способ устранения разрывов на основе решения вспомогательных оптимизационных задач на каждом шаге численного интегрирования.

Третья глава диссертации посвящена дальнейшему развитию метода и связана с построением разрывных функций цены и разрывных управлений. Отказ от требования непрерывности позволяет получить более точную внутреннюю оценку множества разрешимости, однако указанный подход применим только к автономным системам. Автором выведена гарантированная внутренняя оценка множества разрешимости, а также доказано, что искомые в алгоритме разрывные кусочно-аффинные управления существуют и гарантируют существование решения задачи Коши для замкнутой системы.

В четвёртой главе диссертационной работы на примере алгоритма обучения с подкреплением продемонстрировано, что предложенный метод построения априорных гарантированных оценок попадания траектории системы в целевое множество применим и для управлений, полученных в результате кусочно-аффинной аппроксимации произвольных управляющих стратегий. Кроме того, приведены результаты работы всех предложенных в диссертации методов на модельных примерах, а также исследована их точность и вычислительная сложность.

Степень обоснованности положений, выносимых на защиту, является достаточной, что подтверждается строгими математическими доказательствами для всех утверждений работы, а также проведёнными численными экспериментами. По теме диссертации соискателем подготовлено 6 научных статей, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI и рекомендованных для защиты диссертаций в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Замечания по диссертации.

1. В диссертационной работе в недостаточной степени исследована точность полученных решений задачи целевого управления в

зависимости от параметров численных методов, в том числе от выбора весовых коэффициентов в разделе 1.5, а также от конкретного разбиения на симплексы (при фиксированном диаметре разбиения); поведение траекторий системы при различных конфигурациях следовало бы изобразить на графиках.

2. В работе не отражено, допускают ли предложенные численные методы модификацию на случай присутствия в системе дифференциальных уравнений дополнительной неопределённости.
3. На рис. 4.7, 4.11–4.12 более интересным было бы изображение зависимостей погрешности от диаметра разбиения, а не от количества рассмотренных областей.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, считаю, что соискатель Чистяков Иван Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры динамических систем
и процессов управления
факультета вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова»

Фурсов Андрей Серафимович

20.04.2026
подпись, дата

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 9328853, e-mail: ~~fursov@cs.msu.ru~~

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Адрес места работы:

119991, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1, стр. 52,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова», факультет вычислительной математики и кибернетики,
кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления.
Тел.: +7 (495) 9328853; e-mail: nds@cs.msu.su