

## ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

о диссертационной работе Степанянца П. С.

**«Орторекурсивные разложения по функциональным системам специального вида»,**  
представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Разложения функций по специальным системам широко применяются в математическом анализе, теории функций, решении уравнений с частными производными и других разделах современной математики. Хорошо известны ортогональные разложения по тригонометрическим системам, а также ряды Фурье по произвольным ортонормированным системам в гильбертовых пространствах. Важным обобщением ортогональных разложений являются орторекурсивные разложения, которые применимы и к неортогональным системам и наследуют ключевые свойства ортогональных разложений. Особый интерес представляет использование переполненных систем при орторекурсивных разложениях.

В диссертации П.С. Степанянца изучаются неортогональные системы: классическая система Фабера–Шаудера, исторически известная как первый пример базиса в пространстве непрерывных функций, а также модифицированная система Фабера–Шаудера. Модифицированная система получается из исходной путем ее переполнения так называемыми половинными сдвигами. Использование такой модификации обеспечивает равномерную сходимость орторекурсивных рядов при разложении непрерывных функций.

Диссертация П.С. Степанянца состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Введение содержит, в частности, напоминание необходимых определений (включая определение системы Фабера–Шаудера и определение орторекурсивных разложений) и ранее известных результатов, цели работы, обоснование актуальности, положения, выносимые на защиту. Также к введению можно отнести подраздел с кратким изложением результатов диссертационной работы.

В первой главе диссертации автор получает технические результаты, описывающие изменения частичных сумм для орторекурсивных разложений по классической и модифицированной системам Фабера–Шаудера. Также формулируются леммы, использующиеся для доказательств результатов, изложенных во второй и третьей главах.

Во второй главе рассматриваются орторекурсивные разложения по классической системе Фабера–Шаудера. Отметим три основных результата о сходимости орторекурсивного разложения функции  $f$ . Для непрерывной на отрезке  $[0; 1]$  функции  $f$

орторекурсивный ряд Фурье по системе Фабера–Шаудера сходится к  $f$  во всех точках, кроме, быть может, точек вида  $k/2^n$  (Теорема 2.1). Если  $f$  принадлежит пространству  $L_1[0; 1]$ , то соответствующий орторекурсивный ряд Фурье сходится к  $f$  почти всюду на отрезке  $[0; 1]$  (Теорема 2.2). Если  $f$  из  $L_p[0; 1]$  для некоторого  $1 \leq p < \infty$ , то этот ряд сходится к  $f$  по норме пространства  $L_p[0; 1]$  (Теорема 2.3).

В третьей главе изучается модифицированная система Фабера–Шаудера. Здесь рассматриваются произвольные подсистемы, образованные подпоследовательностью так называемых пачек элементов модифицированной системы с произвольной нумерацией внутри каждой пачки. Для непрерывной функции орторекурсивный ряд Фурье по таким подсистемам сходится к ней равномерно (Теорема 3.1). При разложении суммируемой функции  $f$  по указанным подсистемам полученный орторекурсивный ряд Фурье сходится к  $f$  почти всюду (Теорема 3.2). Наконец, для функций  $f$  из пространств  $L_p$ ,  $1 \leq p < \infty$ , соответствующий ряд сходится к  $f$  по норме пространства  $L_p$  (Теорема 3.3).

Отдельно следует отметить результаты, относящиеся к вопросу о поточечной сходимости. К этому кругу вопросов относятся Теорема 2.1, в которой непосредственно получено множество сходимости, а также Теоремы 2.2 и 3.2 о сходимости почти всюду. Заметим, что в Теореме 2.1 условие об исключении точек вида  $k/2^n$  является в общем случае неулучшаемым. Результаты о поточечной сходимости орторекурсивных разложений встречаются довольно редко, и автор разработал новые подходы, позволившие получить указанные утверждения.

Также следует отметить, что П.С. Степанянцу удалось выйти за пределы класса  $L_2$  и получить результаты (о сходимости почти всюду, о сходимости в  $L_p$ ) для всего класса суммируемых функций, что является нетипичным при изучении орторекурсивных разложений по функциональным системам. Во многом, именно этот “качественный переход” потребовал от автора разработки новых алгоритмов, которые он применил в доказательствах.

Диссертационная работа П.С. Степанянца является законченным научным исследованием, полученные в ней результаты представляют несомненный научный интерес. Автору удалось разработать новые методы доказательств и преодолеть значительные технические трудности. Основное содержание диссертации изложено в четырёх статьях, три из которых в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук. Материалы диссертации неоднократно докладывались на международных и

всероссийских конференциях и различных научных семинарах. Приятно отметить систематичность диссертационной работы.

Считаю, что диссертация П.С. Степанянца «Орторекурсивные разложения по функциональным системам специального вида», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ, удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Рекомендую принять диссертацию к защите в диссертационном совете МГУ.011.3 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель,  
профессор кафедры математического анализа  
механико-математического факультета  
МГУ имени М.В. Ломоносова,  
(119234, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,  
механико-математический факультет,  
тел.: +74959391801  
email: lukashenko@mail.ru,  
сайт: <https://matan.math.msu.su>)  
доктор физико-математических наук, профессор

Лукашенко Тарас Павлович

“ 9 ” июня 2026 года

Подпись профессора кафедры  
математического анализа,  
доктора физико-математических наук,  
профессора Т.П. Лукашенко удостоверяю  
декан механико-математического  
факультета МГУ имени М.В. Ломоносова,  
член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук, профессор

Шафареви́ч Андрей Игоревич