

**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Никулина Михаила Александровича
на тему: «Некоторые свойства квантовых и классических
бильярдов на софокусных столах»
по специальности 1.1.3. Геометрия и топология**

Диссертационная работа Никулина М.А. относится к области дифференциальной геометрии и топологии, методами которой исследуются такие современные объекты математической физики, как квантовые и классические бильярды. В настоящий момент исследованиям различных бильярдных систем посвящено достаточно большое количество публикаций. Таким образом, тема диссертации представляет собой **актуальную математическую проблему**.

В исследовании Никулина М.А. внимание сосредоточено на квантовых и модифицированных классических бильярдах в областях, ограниченных софокусными квадрами. Отличительными особенностями диссертации являются постановки, при которой бильярдные столы, заполнены средами разной оптической плотности, с косинусным законом преломления на границе раздела сред, а в случае свободной квантовой частицы на бильярдном столе, ограниченном софокусными квадрами, рассматриваются асимптотики собственных значений и собственных функций оператора энергии при стремлении эксцентриситета к нулю. В данных особенностях ярко отображается **научная новизна** диссертации.

Теоретическая и практическая значимость диссертации заключается в возможности применения полученных результатов для исследования собственных функций и собственных значений оператора Лапласа в областях, ограниченных софокусными квадрами.

Разработанная в процессе диссертационного исследования Никулиным М.А. техника позволяет исследовать асимптотику спектра в случае областей, обладающих углами на границе.

Результаты в направлении исследований бильярда с косинусным законом преломления безусловно расширяют класс интегрируемых бильярдных систем, что должно привести, в частности, к нахождению новых интегрируемых случаев с нетривиальной топологией слоения Лиувилля.

Перечислим здесь **Положения, выносимые на защиту**

1. Классический бильярд на софокусных столах, разделенных софокусными квадрами на области, заполненные изотропными средами с различными показателями «оптической плотности» является интегрируемым в предположении, что на границе раздела сред выполняется косинусный закон преломления.

2. Топологическая классификация поверхностей постоянного уровня дополнительного интеграла для двух «оптических систем» с косинусным законом преломления, т.е. для софокусных столов, разделенных софокусными квадрами на области, заполненные изотропными средами с различными показателями «оптической плотности» при условии, что на границе раздела сред выполняется косинусный закон преломления.

3. Асимптотика уровней энергии свободной квантовой частицы в двух областях, ограниченных дугами гипербол и внешнего эллипса, которые при стремлении фокального расстояния к нулю принимают форму кругового сектора при стремлении фокального расстояния к нулю, и спектр наблюдаемой, соответствующей дополнительному интегралу классической системы.

Все положения, выносимые на защиту, как видно из текста диссертации, **строго обоснованы и доказаны**. Все свойства асимптотики уровней энергии, приведенные в Положении 3 доказаны в Теоремах 4, 5, 6 второй главы диссертации. Интегрируемость классического бильярда на софокусных столах, разделенных софокусными квадрами на области, заполненные изотропными средами с различными показателями преломления в предположении, что на границе раздела сред выполняется косинусный закон преломления, указанная в Положении 1, доказана в Теореме 9 главы 3.

Топологическая классификация вышеупомянутых бильярдов, представляющая содержание Положения 2 приведена в Теореме 10 главы 4, а также Теоремах 11, 12, 13 главы 5 диссертации.

Текст диссертации хорошо структурирован, изложение ясное, снабжено достаточным количеством иллюстраций. Содержание автореферата полностью соответствует диссертации. Содержание результатов диссертационного исследования опубликовано в 4 статьях в ведущих научных рецензируемых изданиях, рекомендованных в Положении о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Результаты докладывались автором известных на всероссийских математических конференциях.

Перечислим ряд замечаний к тексту диссертации.

1. В условии Теоремы 4, Главы 2, стр. 45, выражение (2.2) для $\kappa_{k,m}^2(\delta)$ расположено за границами полей, что делает его неудобочитаемым.
2. Некоторое количество пунктуационных и орфографических ошибок.
3. Рисунки 5.5 и 5.6 предпочтительнее было бы сделать с использованием различных цветов и стилей линий, что позволило бы нагляднее представить структуру областей $\left\{\frac{\xi}{\gamma}\right\} < \frac{\varepsilon}{\gamma}$ и $\left\{\frac{\xi}{\gamma}\right\} > \frac{\varepsilon}{\gamma}$, а также обозначения граничных кривых.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций

на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Никулин Михаил Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой теоретической механики
ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

СОКОЛОВ Сергей Викторович


20.05.2026

Контактные данные:

тел.: +7 (495) 408-7866, e-mail: sokolov.sv@phystech.edu

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.02.01 — Теоретическая механика

Адрес места работы:

141701, Московская область, г. Долгопрудный,

Институтский переулок, д. 9,

Московский физико-технический институт,

кафедра теоретической механики

Тел.: +7 (495) 408-7866; e-mail: sokolov.sv@phystech.edu

Подпись С.В. Соколова удостоверяю:

Подпись руки
ЗАВЕРЯЮ: *Соколова С.В.*
АДМИНИСТРАТОР КАНЦЕЛЯРИИ
АДМИНИСТРАТИВНОГО ОТДЕЛА
С. А. КОРАБЛЕВА