

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*На правах рукописи*

**Мясников Никита Валерьевич**

**Статические и динамические конфигурации намагниченности  
в тонких магнитных плёнках с электрически модулируемым  
взаимодействием Дзялошинского-Мория**

Специальность 1.3.12 Физика магнитных явлений

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор РАН  
Пятаков Александр Павлович

Москва – 2026

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	<b>12</b>
1.1 Введение: спинтроника, магноника и магнитоэлектрические материалы . . . . .	12
1.2 Взаимодействие Дзялошинского-Мория, неоднородный магнитоэлектрический эффект и доменные стенки . . . . .	23
1.3 Некоторые исследования в области ВДМ и магноники . . . . .	39
1.4 Подходы к моделированию динамики и статики намагниченности	44
1.5 Выводы из обзора литературы и постановка задачи . . . . .	48
<b>Глава 2. Проявления электрически модулируемого ВДМ в статике намагниченности</b> . . . . .	<b>50</b>
2.1 Граничное условие для электрически модулируемого ВДМ . . . . .	50
2.1.1 Методы . . . . .	50
2.1.2 Влияние электрического поля на однородно распределённую намагниченность . . . . .	51
2.1.3 Граничное условие как причина зарождения доменов . . . . .	58
2.2 Структура скрученной доменной стенки в плёнках с кристаллографической ориентацией (210) . . . . .	61
2.2.1 Методы . . . . .	61
2.2.2 Структура скрученной доменной стенки . . . . .	63
2.2.3 Переключение структуры стенки внешним магнитным полем . . . . .	68
2.3 «Преломление» ДС в электрическом поле полоскового электрода	72
2.3.1 Методы . . . . .	72
2.3.2 Результат численного моделирования . . . . .	74

2.4	Выводы . . . . .	78
<b>Глава 3.</b>	<b>Проявления электрически модулируемого ВДМ в динамике намагниченности . . . . .</b>	<b>79</b>
3.1	Динамика ДС в одномерной модели под воздействием электриче- ского поля и возбуждение спиновых волн . . . . .	79
3.1.1	Методы . . . . .	79
3.1.2	Аналитические следствия из уравнений динамики . . . . .	80
3.1.3	Результаты численного моделирования динамики ДС под воздействием электрического поля $E_z$ . . . . .	83
3.1.4	Результаты численного моделирования динамики ДС под воздействием электрического поля $E_x$ . . . . .	91
3.1.5	Взаимосвязь амплитуды, частоты и волнового числа спи- новой волны, вызванной локальным возмущением . . . . .	96
3.2	ДС как вращатель фазы проходящей спиновой волны . . . . .	98
3.2.1	Методы . . . . .	98
3.2.2	Разность фаз спиновых волн, проходящих через ДС Блоха и ДС Нееля . . . . .	99
3.3	Выводы . . . . .	104
	<b>Основные результаты . . . . .</b>	<b>105</b>
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>107</b>
	<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>	<b>108</b>
	<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>112</b>
	<b>Приложение А. Дополнительные иллюстрации к разделам . . . . .</b>	<b>127</b>
A.1	Раздел 2.1 . . . . .	127
A.2	Раздел 2.2 . . . . .	128
A.3	Раздел 3.1 . . . . .	129
A.4	Раздел 3.2 . . . . .	130

## Введение

**Актуальность работы.** Пространственно неоднородные магнитные структуры изучаются многие десятилетия: от доменных стенок и линий Блоха до скирмионов с различной киральностью. Наличие таких структур является следствием конкуренции различных взаимодействий: обменного, диполь-дипольного, взаимодействия магнитных моментов с кристаллической решёткой (магнитная анизотропия), взаимодействия Дзялошинского-Мория. На смену традиционным способам управления пространственно неоднородными магнитными структурами с помощью магнитного поля приходят новые подходы. Для этого могут использоваться локальный нагрев, оптическое излучение, спин-поляризованные токи и внешнее электрическое поле. Один из способов задавать свойства магнитных неоднородностей сводится к взаимодействию Дзялошинского-Мория – оно способно задавать киральность доменных стенок и скирмионов [1], а также изменять их размеры по толщине магнитной плёнки [2]. Взаимодействие Дзялошинского-Мория, связанное с нарушением центральной симметрии, в отдельных случаях способствует стабилизации магнитных структур, обладающих электрической поляризацией. Этот факт позволяет использовать внешнее электрическое поле для управления такими структурами как доменные стенки, линии Блоха, скирмионы. Также спиновые волны, обладающие ненулевым волновым вектором, претерпевают изменения во внешнем электрическом поле. Величина характерной энергии взаимодействия Дзялошинского-Мория также может зависеть от внешнего электрического поля [3]. Электрически модулируемое взаимодействие Дзялошинского-Мория интересно с фундаментальной точки зрения: на микроскопическом уровне оно обеспечивается антисимметричной поправкой к изотропному обменному взаимодействию. В практическом плане перестройка взаимодействия Дзялошинского-Мория представляет интерес для приложений в двух областях магнитной электроники: спинтронике и магنونике. В рамках спинтроники взаимодействие Дзялошинского-Мория интересно тем, что его величина и знак определяют свойства пространственной модуляции векторного поля намагниченности, поэтому у магнитных

неоднородностей появляется дополнительная степень свободы – киральность. С этой точки зрения перестройка взаимодействия Дзялошинского-Мория электрическим полем является перспективным направлением, так как она позволяет изменять свойства взаимодействия локально без структурных изменений (т.е. без изменения состава однофазных материалов и/или без изменения свойств подложки). В рамках магноники, в частности, рассматривается способность взаимодействия Дзялошинского-Мория изменять свойства спиновых волн, распространяющихся в противоположных направлениях, т.е. материалы могут обладать свойством невзаимности по отношению к направлению спиновой волны, что позволяет косвенным образом измерять параметры взаимодействия Дзялошинского-Мория [4].

Электрически модулируемое взаимодействие Дзялошинского-Мория примечательно ещё и тем, что оно может проявляться при комнатных температурах, в отличие от некоторых случаев, когда внутренне присущее материалу взаимодействие проявляется в определённом диапазоне невысоких по сравнению с комнатной температур. Так, в плёнках феррита граната при комнатной температуре наблюдались магнитоэлектрическое управление доменными стенками [5–8], электроиндуцированное зарождение цилиндрических магнитных доменов с  $180^\circ$ -стенкой [9; 10] и с  $90^\circ$ -стенкой [11], преломление доменных стенок в электрическом поле полоскового электрода [12], сдвиг фазы спиновой волны [13]. С теоретической точки зрения отмеченные явления как правило анализируются в статике на основе объёмных взаимодействий, имеющих место в микромагнитных неоднородностях (с этим связано другое название электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория – неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие). Актуальность работы связана с необходимостью прояснения особенностей электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория: вклад в граничное условие и поверхностные эффекты, связь со сложной магнитной анизотропией, влияние на спиновые волны.

**Целью диссертационной работы** является теоретическое исследование статике и динамики векторного поля намагниченности с учётом электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория. В работе решены следующие задачи:

1. Анализ следствий вклада, который даёт электрически модулируемое вза-

имодействие Дзялошинского-Мория в статическое граничное условие для намагниченности;

2. Моделирование структуры доменной стенки на основе параметров экспериментального образца плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией (210), обладающего сложной магнитной анизотропией;
3. Уточнение механизма взаимодействия ДС с электрическим полем с учётом её скрученной структуры по толщине плёнки;
4. Теоретический анализ механизма «преломления» доменных стенок в электрическом поле полоскового электрода;
5. Изучение динамики доменной стенки под действием ступенчатого импульса пространственно однородного внешнего электрического поля;
6. Исследование влияния электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория на спиновые волны, проходящие через доменную стенку.

**Научная новизна** диссертационной работы состоит в следующем:

1. Впервые рассмотрен вклад электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория в граничное условие для распределения намагниченности и предложена формула модифицированного граничного условия;
2. Впервые произведён численный расчёт распределения векторного поля намагниченности в доменных стенках плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией (210) с учётом сложной магнитной анизотропии и полей размагничивания;
3. Предложен новый механизм магнитного управления величиной и знаком взаимодействия скрученной доменной стенки с внешним электрическим полем, основанный на сдвиге горизонтальной линии Блоха;
4. Численно исследовано «преломление» доменной стенки в электрическом поле полоскового электрода;

5. Численно и аналитически исследовано поведение доменной стенки и возникновение спиновых волн в результате действия ступенчатого импульса пространственно однородного электрического поля;
6. Изучен фазовый сдвиг, вносимый электрически стабилизированной доменной стенкой в проходящую через неё спиновую волну

**Научная значимость** состоит в расширении представлений об особенностях влияния внешнего электрического поля на векторное поле намагниченности. Продемонстрировано, что электрически модулируемое взаимодействие Дзялошинского-Мория влияет не только на микромагнитные структуры (например, доменные стенки), но и на пространственно однородную намагниченность. Также уточнён механизм сдвига доменной стенки во внешнем электрическом поле: на основе параметров экспериментального образца плёнки феррита граната показана связь скрученности доменной стенки с направлением её сдвига во внешнем электрическом поле. Кроме того, рассмотрены динамические процессы: возбуждение спиновых волн за счёт внешнего электрического поля и их прохождение через электрически контролируемую доменную стенку.

**Практическая значимость** работы обусловлена тем, что управление состоянием намагниченности с помощью внешнего электрического поля позволяет создавать новые устройства спинтроники и магноники, открывая новые перспективы в отношении компактности и энергоэффективности таких устройств. Замена принципа управления с помощью электрического тока на управление с помощью электрически модулируемого взаимодействия Дзялошинского-Мория позволяет использовать внешние электрические поля для управления намагниченностью без тепловых потерь. Принцип действия таких устройств основан на доменных стенках и/или на спиновых волнах, свойства которых меняются во внешнем электрическом поле.

#### **Научные положения и результаты, выносимые на защиту:**

1. Модифицированное статическое граничное условие для намагниченности за счёт дополнительного вклада, обусловленного электрически модулируемым взаимодействием Дзялошинского-Мория, определяет возможность влияния внешнего электрического поля на пространственно-однородное распределение намагниченности;

2. Структура скрученной доменной стенки в образце плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией (210) содержит горизонтальную линию Блоха, положение которой определяет интегральную реакцию доменной стенки на внешнее электрическое поле;
3. Явление «преломления» доменной стенки в области полоскового электрода объясняется электрически модулируемым взаимодействием Дзялошинского-Мория, приводящим к изменению её длины в области расположения электрода;
4. Реакция доменной стенки на ступенчатый импульс пространственно однородного электрического поля выражается в её движении, динамическом изменении её ширины и возбуждении спиновых волн;
5. Спиновые волны, прошедшие через доменную стенку Блоха и волны, прошедшие через электрически контролируемую доменную стенку Нееля, имеют фазовый сдвиг друг относительно друга, равный  $\pi$ .

**Соответствие паспорту специальности.** Диссертация соответствует паспорту специальности 1.3.12 Физика магнитных явлений (физико-математические науки), п.6:

6. Моделирование свойств и физических явлений в материалах с различными видами магнитного упорядочения, а также в композитных структурах на их основе.

**Апробация результатов.** Результаты, изложенные в диссертационной работе, были представлены на конференциях:

1. XXXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам «Ломоносов—2024», Москва, 2024;
2. XXXV Всероссийская Школа-семинар «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2024»), Красновидово, 2024;
3. XXV Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах», Москва, 2024;

4. XXXVI Всероссийская Школа-семинар «Волновые явления: физика и приложения» имени профессора А.П. Сухорукова (Волны-2025), Красновидово, 2025;
5. IX Euro-Asian Symposium «Trends in Magnetism», Южно-Сахалинск, 2025.

Кроме того, основные результаты, представленные в диссертации, обсуждались на научных семинарах кафедры физики колебаний физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

**Публикации.** Основные результаты изложены в 5 статьях в рецензируемых научных журналах. Публикации по материалам диссертации, индексируемые в базах данных Web of Science и Scopus:

1. **N. Myasnikov**, A. Podkletnova, E. Nikolaeva, A. Pyatakov. *The iron garnet stripe domain structure “refraction” effect at the electrode location* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2024 – Vol. 595. – P. 171497. (SJR Q2 IF: 3.0 DOI: 10.1016/j.jmmm.2023.171497). Личный вклад диссертанта: выбор модели и численного метода, проведение расчётов, подготовка изображений и текста статьи;
2. А. С. Каминский, А. А. Карпачева, Т. Б. Косых, **Н. В. Мясников**, Е. П. Николаева, А. В. Николаев, А. П. Пятаков, А. С. Сергеев. *Новые горизонты микромагнетизма: электрическое управление топологическими магнитными структурами* // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. – 2024 – Т. 79. – № 6. (А. S. Kaminskiy, A. A. Karpacheva, T. B. Kosykh, N. V. Myasnikov, E. P. Nikolaeva, A. V. Nikolaev, A. P. Pyatakov, A. S. Sergeev. *New horizons of micromagnetism: electric field control of topological magnetic structures* // Moscow University Physics Bulletin. 2024. Vol. 79. P. 740.) (SJR Q4 IF: 0.501 DOI: 10.55959/MSU0579-9392.79.2460502) Личный вклад диссертанта: подготовка результатов на основе численного моделирования, обсуждение результатов, подготовка текста статьи;
3. **N. V. Myasnikov**, A. P. Pyatakov. *Simulation of Phase Shift of Spin Waves Passing through an Electrically Controlled Domain Wall* // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2025 – Vol. 88. – P. S53. (SJR Q3 IF: 0.627 DOI: 10.1134/S106287382470878X) Личный вклад диссертанта:

выбор модели и численного метода, проведение расчётов, подготовка изображений и текста статьи;

4. **Н. В. Мясников**, А. П. Пятаков. *Моделирование возбуждения спиновых волн воздействием электрического поля на доменную стенку в магнитных плёнках с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием* // Известия РАН. Серия физическая. – 2025 – Т. 89. – № 1. – С. 136. (N.V. Myasnikov, A.P. Pyatakov. *Simulation of the Excitation of Spin Waves by the Effect of an Electric Field on Domain Walls in Magnetic Films with Inhomogeneous Magnetoelectric Interaction* // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2025. Vol. 79. P. 138.) (SJR Q3 IF: 0.627 DOI: 10.1134/S1062873824709267) Личный вклад диссертанта: выбор модели и численного метода, проведение расчётов, подготовка изображений и текста статьи;
5. **Н. В. Мясников**, А. П. Пятаков. *Вклад неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия в статическое граничное условие для намагниченности* // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. – 2026 – Т. 81. – № 2. (N.V. Myasnikov, A.P. Pyatakov. *Contribution of Inhomogeneous Magnetoelectric Interaction to the Static Boundary Condition for Magnetization* // Moscow University Physics Bulletin. 2026. Vol. 81. No. 2. P. 333.) (SJR Q4 IF: 0.501 DOI: 10.55959/MSU0579-9392.81.2620503) Личный вклад диссертанта: выбор модели и численного метода, проведение расчётов, подготовка изображений и текста статьи;

**Достоверность полученных результатов** сводится к обоснованности исходных положений, согласию между аналитическими и численными расчётами, использованию хорошо известных и проверенных численных методов, качественному соответствию экспериментальным данным. Численная схема расчётов была успешно проверена на известных задачах из области микромагнитных вычислений.

**Личный вклад автора.** Все оригинальные результаты получены автором, большая часть из них – на основе разработанных автором программ. Автором разработан и проверен код на языке Python, позволяющий проводить микромагнитное моделирование на графических процессорах с учётом произ-

вольных по своей структуре эффективных магнитных полей. Обсуждение результатов и подготовка публикаций осуществлялась вместе с соавторами.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация содержит введение, 3 главы, основные результаты, заключение, список сокращений и условных обозначений, список литературы. Объём составляет 132 страницы, включающих 48 рисунков в тексте и 7 в приложении, 4 таблицы и 80 формул. Библиография содержит 130 наименований (5 из них отражают публикации диссертанта).

## Глава 1

### Обзор литературы

#### 1.1 Введение: спинтроника, магноника и магнитоэлектрические материалы

Спинтроника и магноника являются активно развивающимися областями электроники [14–16]. Основная идея спинтроники – использование магнитного момента электрона (и/или дырки) с целью хранить и передавать информацию. Контроль над магнитной степенью свободы электрона может достигаться по-разному, например, за счёт поляризующих слоёв, обладающих магнитным порядком, или за счёт спин-орбитального взаимодействия. Довольно часто в литературе обсуждается одна из основных идей спинтроники – генерация спин-поляризованных электронов (или спин-поляризованного тока). Обзор [15] даёт широкое представление о способах такой генерации. К примеру, спин-поляризованные электроны могут быть инжектированы в материал без магнитного порядка после прохождения ферромагнитного слоя. На взаимодействии спин-поляризованных электронов с намагниченностью основаны явления туннельного магнитосопротивления [17–19] и гигантского магнитосопротивления [20; 21]. В первом случае проводимость туннелирующих между двумя ферромагнитными электродами электронов зависит от взаимной ориентации магнитных моментов в этих плёнках, во втором случае сопротивление многослойной структуры Fe/Cr изменяет свою величину на 50% при включении магнитного поля. Ток, поляризованный по спину, способствует так называемой «передаче спинового момента» (spin-transfer torque) [22; 23], которая проявляется, к примеру, в изменении положения намагниченности в ферромагнетике за счёт спиновой поляризации тока. Три отмеченные явления были использованы при создании различных устройств спинтроники. Явления туннельного магнитосопротивления и гигантского магнитосопротивления были использованы при создании считывающих головок для жёстких дисков (hard drive disks) [24]. Явление spin-transfer torque наряду с эффектами магнитосопротивления

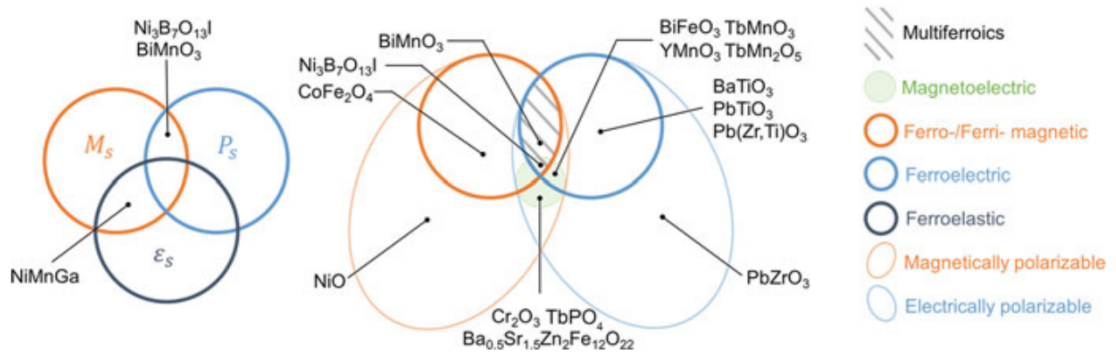
было использовано для создания систем с памятью произвольного доступа – spin-transfer torque magnetic random access memory (STT-MRAM) [25; 26]. На Рис. 1.1 приведена временная шкала, показывающая различные эффекты и устройства спинтроники.

Кроме классических материалов для эффектов и устройств спинтроники также известны магнитоэлектрические материалы (композитные и однофазные). Основная идея магнитоэлектрической спинтроники – использовать электрическое поле для управления магнитными моментами [27]. В науке о магнетизме выделяют группу однофазных материалов [28; 29], включающую магнитоэлектрические материалы, в которых электрическая поляризация может быть наведена внешним магнитным полем, или, наоборот, намагничённость может быть наведена внешним электрическим полем, и материалы-мультиферроики. Идея о взаимосвязи электрической поляризации ( $\vec{P}$ ) и магнитного поля ( $\vec{H}$ ), намагничённости ( $\vec{M}$ ) и электрического поля ( $\vec{E}$ ) была высказана Пьером Кюри [30] на основе соображений симметрии. В работе [31] Дебай ввёл термин «магнитоэлектрические» для линейных взаимосвязей  $\vec{P} - \vec{H}$ ,  $\vec{M} - \vec{E}$ . На возможность существования линейного магнитоэлектрического эффекта в сре-

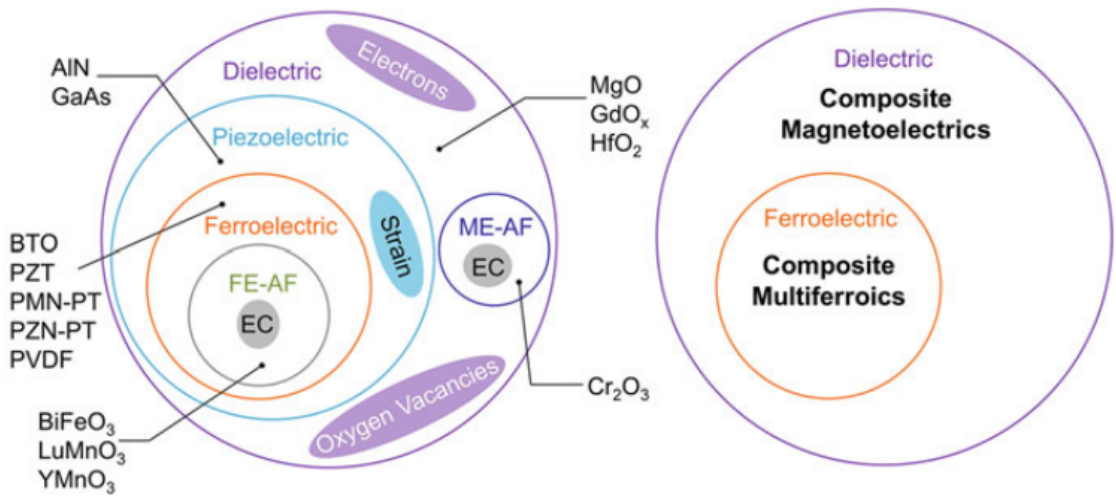
Electrical spin generation	1957 RKKY	1975 Jullière	1988 GMR 1999 Spin injection	1995 RT-TMR Spin-valve 1996 STT theory 2000 Conductance mismatch	2001 Giant TMR theory 1999 STT experiment	2004 Giant TMR 2003 Spin oscillator 2004 LLG equation	2016 Neuromorphic operation			
Spin-orbit effects	1960 DMI theory 1958 SOT theory 1958 Skyrmion theory	1971 Spin Hall theory			2004 Domain motion by a current	2004 Spin Hall experiment 2006 Inverse spin Hall 2009 Skyrmions				
Electric field application				1990 Spin FET concept 1989 FM DMS		2000 Voltage-control FM				
Electromagnetic wave application				1995 Photoexcitation 1998 Spin STM	2002 Spin pumping 2002 FMR	2010 Magnonics				
Spin-band splitting				1993 Spin injection 1999 Spin LED						
Influence of thermal gradient					2008 Spin Seebeck	2017 Spin Nernst				
Geometrical phase	1959 AB effect		1981 AAS effect 1984 Berry phase	1992 Persistent current theory 1999 Ballistic MR						
Mechanical rotation	1015 Barnett effect					2011 Spin mechatronics theory 2016 Hydrodynamic spin current 2018 MOKE detection				
Materials	1903 Heusler alloy discovery		1983 Half-metallic Heusler alloy 1988 DMS		2005 Topological insulator					
Products	1956 HDD	1972 MRAM concept		1997 GMR-HDD 1995 GMR sensors	2002 MRAM	2008 TMR-HDD 2016 TMR sensors 2011 Racetrack memory prototype	2019 STT-MRAM			
		1970	1980	1990	1G	2000	2G	2010	3G	2020

Рис. 1.1: Явления и устройства спинтроники согласно [15]

де с нарушенной симметрией относительно инверсии времени указывали Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц [32]. Дальнейшее развитие представлений о взаимодействиях в системах магнитных моментов и, в частности, о магнитоэлектрическом эффекте связано с работами И.Е. Дзялошинского [33; 34]. В работе 1957 года [33] Дзялошинским на основе теории Ландау для фазовых переходов был объяснён слабый ферромагнетизм антиферромагнетиков, что затем в совокупности с работой Мория [35] привело к возникновению термина *взаимодействие Дзялошинского-Мория* (ВДМ). Это взаимодействие активно обсуждается в настоящее время в связи со стабилизацией устойчивых магнитных структур – скирмионов [3; 36–40]. В работе 1960 года [34] Дзялошинским теоретически была показана возможность линейного магнитоэлектрического эффекта в антиферромагнетике  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ . Экспериментально этот эффект был подтверждён Астровым [41; 42]. Затем были открыты десятки магнитоэлектрических материалов [29; 43]. Отдельно выделяются так называемые материалы-мультиферроики, в которых магнитное и электрическое упорядочения сосуществуют. Изначально, в соответствии с определением из работы [44], к мультиферроикам относились те материалы, что сочетали в себе минимум два упорядочения из трёх (ферромагнитное, сегнетоэлектрическое и сегнетоэластическое) (см. Рис. 1.2 *a*, слева). Примерами таких материалов могут служить  $\text{BiMnO}_3$  (ферромагнетик + сегнетоэлектрик) [29; 45] и  $\text{NiMnGa}$  (ферромагнетик + сегнетоэластик) [29]. Затем антиферромагнитные и антисегнетоэлектрические свойства были включены в определение мультиферроиков. Кроме того, в круг материалов, описываемых термином «мультиферроик» в широком смысле, попадают материалы, где сегнетоэлектрическое упорядочение не должно быть собственным, но может наводиться за счёт упорядочения магнитных моментов. Согласно классификации Хомского [46], материалы, где ферромагнетизм и сегнетоэлектричество сосуществуют независимо, относятся к категории I мультиферроиков, а материалы, где электрическая поляризация наводится за счёт определённого магнитного упорядочения, – к категории II. На сегодняшний день принята следующая классификация материалов, сочетающих в себе магнитные и электрические свойства (см. Рис. 1.2 *a*, справа) [28; 29]: к пересечению множеств электрически и магнитно поляризуемых веществ относятся как магнитоэлектрические материалы (например, проявляющий линейный магнитоэлектрический эффект  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ), так



а



б

Рис. 1.2: Классификация однофазных (а) и композитных (б) магнитоэлектрических материалов; а – слева: диаграмма к термину «мультиферроик»; справа: диаграмма, поясняющая классификацию однофазных магнитоэлектрических материалов [28; 29]; б – слева: классификация композитных МЭ материалов в соответствии с входящим в состав диэлектриком (закрашенные эллипсы поясняют механизм обратного МЭ эффекта); справа: схема, поясняющая различие между композитными МЭ материалами и мультиферроикам – к последним относятся композиты с сегнетоэлектриком в составе. ЕС – обменная связь (exchange coupling), FE-AF – сегнетоэлектрический антиферромагнетик, ME-AF – МЭ антиферромагнетик.

и мультиферроики (в широком смысле).

С точки зрения величины МЭ эффектов и работы при комнатной температуре интересны МЭ композиты. Композитные МЭ материалы и мультиферроики сочетают в себе материалы с магнитным упорядочением и диэлектрики, в частности, пьезоэлектрики или сегнетоэлектрики, что приводит к появлению магнитоэлектрических эффектов, не характерных для составных частей по отдельности (см. классификацию на Рис. 1.2 б слева). При этом композит являет-

ся мультиферроиком, если в его состав входит сегнетоэлектрик (Рис. 1.2 б справа). Выделяют прямой и обратный МЭ эффекты в композитах [29]: управление электрической поляризацией с помощью магнитного поля посредством передачи механических напряжений от магнитострикционного материала к пьезо/сегнетоэлектрику называют прямым МЭ эффектом, а управление магнитным порядком с помощью электрического поля – обратным. В отличие от прямого МЭ эффекта, обратный обладает несколькими механизмами: кроме передачи механического напряжения может быть задействован, например, механизм обменной связи (exchange coupling), когда намагниченность ферромагнетика реагирует на электрически индуцируемую перестройку магнитоэлектрического антиферромагнетика  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  [29; 47]. Электрическое поле в композитных структурах, состоящих из слоёв ферромагнетика и сегнетоэлектрика, может влиять на магнитную анизотропию, величину суммарного магнитного момента, тип магнитного упорядочения, температуру Кюри, спиновую поляризацию [27].

МЭ материалы находят применения в различных областях. Например, МЭ эффект в композитных материалах используется при создании сенсоров магнитного поля, работающих при комнатной температуре. Такие сенсоры можно разделить на три группы [48]. Работа сенсоров первой группы основана на прямом МЭ эффекте [49–51]: возникающее электрическое напряжение отражает величину измеряемого магнитного поля. Например, в работе [49] переменное поле с величиной порядка единиц нанотесла было измерено с помощью композита FeGa/PZT, расположенного на кремниевом кантилере с резонансной частотой 333 Гц. Проблема плохой чувствительности сенсоров, работающих на механическом резонансе, по отношению к магнитным полям с малой частотой (сотни мГц) была решена с помощью второй группы сенсоров [52–54] – их работа основана на изменении резонансных свойств пьезоэлектрика, которое обусловлено действием внешнего магнитного поля на магнитострикционный материал. Например, может изменяться величина электрического напряжения, даваемого пьезоэлектрическим кантилером, который находится в механическом резонансе под воздействием внешнего дополнительного электрического поля, в зависимости от прикладываемого магнитного поля [54], минимальная регистрируемая величина магнитного поля при этом составляет 1.2 нТ на частоте 200 мГц. Работа третьей группы сенсоров основана на эффекте изменения

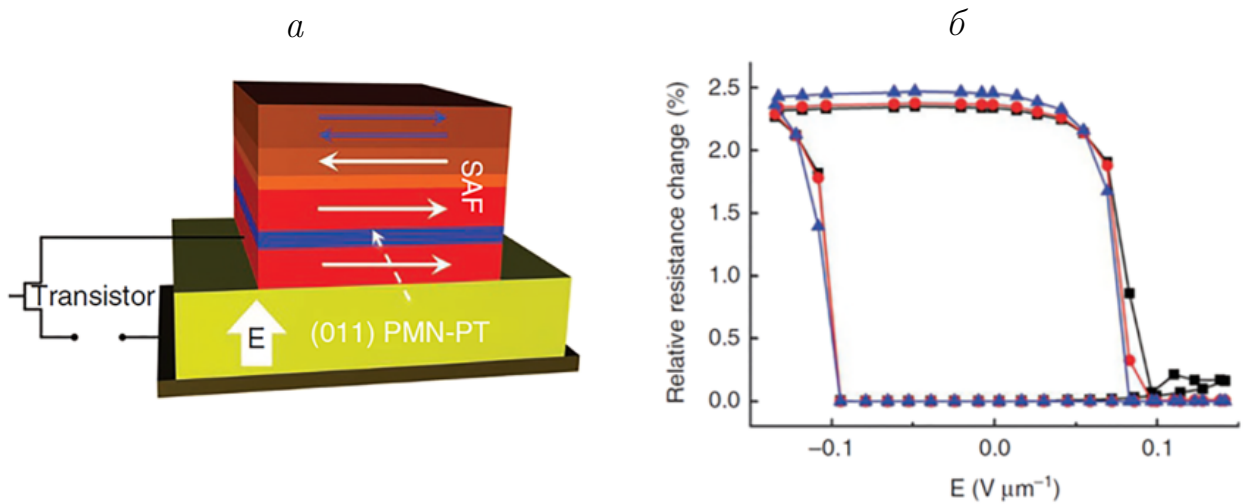


Рис. 1.3: *a* – структура MeRAM-ячейки; *б* – наблюдаемое изменение электрического сопротивления ячейки при подаче электрического поля на сегнетоэлектрик. Рисунки из работы [57].

модуля Юнга магнитоэлектрического материала при воздействии на него внешнего магнитного поля [55; 56]. Изменение модуля Юнга приводит к изменению резонансной частоты механических колебаний. В работе [56] продемонстрирована возможность регистрировать магнитные поля вплоть до уровня шума  $5.1 \text{ T}/\sqrt{\text{Гц}}$  на частоте 1 Гц.

Одной из самых перспективных областей для применения МЭ материалов в спинтронике является создание МЭ памяти произвольного доступа (MeRAM). В то время как чисто магнитная память произвольного доступа (MRAM) использует спин-поляризованный ток для переключения ячеек памяти, МЭ память использует для этого композитный МЭ материал. Изменение состояния MeRAM-ячейки происходит за счёт переключения свободного ферромагнитного слоя. Это переключение достигается путём приложения электрического поля к сегнетоэлектрику, который наводит механические напряжения в свободном ферромагнитном слое и поворачивает намагниченность в этом слое. Таким образом происходит процесс записи информации. Чтение происходит за счёт измерения электрической проводимости: поскольку проводимость зависит от соотношения намагниченностей фиксированного и свободного ферромагнитного слоёв, по её величине можно сказать, в каком состоянии находится свободный слой. На Рис. 1.3*a* показана реализация структуры ячейки MeRAM [57]. Перечислим слои сверху вниз: фиксирующий антиферромагнет-

тик, синтетический антиферромагнетик (фиксированный и контрольный ферромагнитные слои, разделённые тонким немагнитным слоем), туннельный барьер или немагнитный металлический слой, свободный ферромагнитный слой, электрод. Рис. 1.3б показывает гистерезисный характер переключения сопротивления ячейки при переключении электрического поля, прикладываемого к сегнетоэлектрику. Переключение сопротивления на 2.5 % соответствует повороту намагниченности в свободном слое на 90 градусов в плоскости ячейки. Работа такой памяти требует энергии переключения всего 0.16 фДж/бит и малого времени записи – около 10 нс, что как минимум не уступает стандартным схемам MRAM, а в плане энергии переключения значительно их превосходит [57].

Отдельная ветвь электроники, рассматривающая спиновые волны (или магноны на квантовом языке), называется магноникой. Концепция спиновых волн была выдвинута Блохом в 1932 г. [58] и позже развита в работах [59; 60] 40-х и 50-х годов. Несмотря на то, что примерно в тоже время было известно о свойствах периодических структур создавать зоны пропускания и запрещённые зоны для света [61], аналогичные идеи для спиновых волн были опубликованы на десятки лет позже [62]. Первые исследования фотонных кристаллов [63; 64] привели к возникновению понятия о магнонном кристалле [65], как, например, о периодической двумерной системе ферромагнитных стержней [66]. Согласно обзору [16], магноника имеет дело с возбуждением, распространением, контролем и детектированием спиновых волн, проходящих через периодическую магнитную структуру и испытывающих либо пассивную (например, за счёт свойств структуры, по которой идёт распространение), либо активную модуляцию (например, за счёт внешнего электрического поля). Однако, наличие периодичности структуры не так важно в контексте отдельных аспектов манипулирования спиновыми волнами, например обсуждать возбуждение спиновых волн можно без введения всякой периодичности. В макроскопическом приближении спиновую волну можно представить как прецессионное движение коллективно возбуждённых магнитных моментов [67], или, другими словами, как волну прецессии. Рис. 1.4 иллюстрирует эту идею: хотя каждый из магнитных моментов имеет отношение к отдельному атому, коллективное возбуждение одинаково ориентированных магнитных моментов может быть охарактеризовано длиной

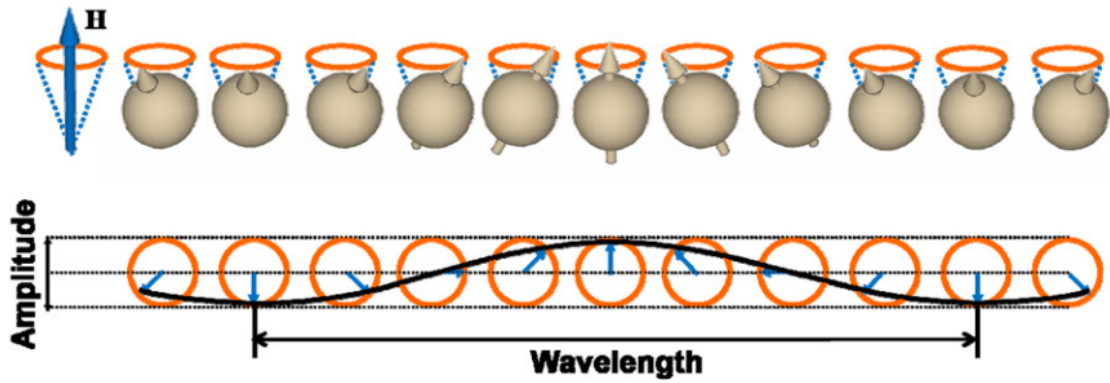


Рис. 1.4: Иллюстрация спиновой волны. Изображение из работы [67].

спиновой волны и её амплитудой. Если говорить о спиновых волнах как об инструменте для работы с информацией, можно выделить несколько преимуществ магноники [16]:

- Спиновые волны являются возмущениями магнитно упорядоченной подсистемы и поэтому не могут утекать в окружающее пространство, не обладающее магнитным порядком. Это позволяет создавать спин-волновые шины передачи информации, например, в работе [68] ферромагнитная плёнка NiFe была использована в качестве такой шины для передачи информации, закодированной в фазе спиновой волны. Кроме того, при распространении спиновой волны в линейном режиме магнитные моменты могут отклоняться на малые углы от выделенного направления, что соответствует малой энергии возбуждения и малым потерям;
- Размеры элементов устройств магноники ограничены снизу постоянной решётки, так как это естественное ограничение на длину спиновой волны. В работе [69] была исследована спиновая динамика в образцах ЖИГ (железоиттриевый гранат) с сечением  $50 \times 44$  нм при характерной постоянной решётки 1.2376 нм. Этот факт приближает устройства магноники к устройствам КМОП (комплементарная структура металл – оксид – полупроводник, англ. CMOS) с точки зрения возможностей миниатюризации;
- Высокая длина распространения и широкий частотный диапазон. Даже при комнатной температуре спиновые волны обменной природы, которые особенно интересны для миниатюрных устройств, могут распространяться в

ЖИГ на расстояния порядка тысяч своих длин, вплоть до 100 мкм [70]. Уменьшение длины волны ведёт к повышению частоты, и, таким образом, оказывается возможной спиновая динамика в терагерцевом диапазоне частот [16; 71].

Спиновые волны, как правило, рассматривают в магнитостатическом приближении, когда из рассмотрения исключаются переменные электрические поля. Поэтому все спиновые волны можно назвать магнитостатическими [72]. Однако, в англоязычной литературе магнитостатическими спиновыми волнами (MS SWs) называют частный случай волн, возникновение которых обусловлено диполь-дипольным взаимодействием, которое также иногда называют магнитостатическим взаимодействием. Далее для ясности мы будем называть такие спиновые волны магнитостатическими (МСВ). Кроме МСВ существуют также обменные спиновые волны, существование которых связано с обменным взаимодействием, и дипольно-обменные волны смешанной природы. МСВ разделяют на подтипы [70; 73; 74]:

- обратная объёмная МСВ (Backward Volume MagnetoStatic Wave) – направление распространения волны совпадает с направлением внешнего магнитного поля, задающего положение невозмущённой намагниченности, при этом фазовая и групповая скорости противоположны по знаку;
- прямая объёмная МСВ (Forward Volume MagnetoStatic Waves) – волна распространяется перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля, фазовая и групповая скорости сонаправлены;
- поверхностная МСВ (Magnetostatic Surface Spin Wave – она же мода Деймона-Эшбаха) – волна, распространяющаяся вблизи поверхности перпендикулярно внешнему магнитному полю, фазовая и групповая скорости сонаправлены.

Строго говоря, такая терминология не применима к обменным волнам, но имеет смысл указывать, к какой геометрии из перечисленных выше относится волна.

На Рис. 1.5а показаны теоретические дисперсионные кривые для спиновых волн, распространяющихся в волноводе из железиттриевого граната для

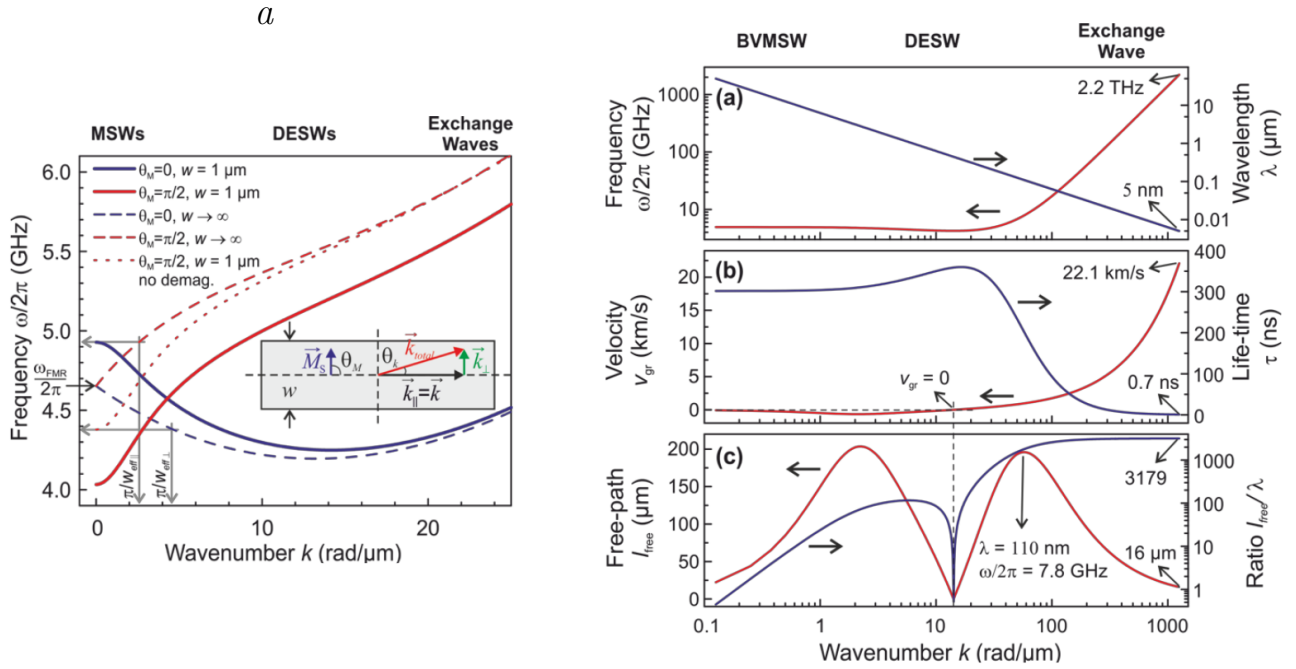


Рис. 1.5: Различные типы спиновых волн, их частоты и длины волн: *a* – дисперсионные характеристики различных спиновых волн (над рисунком указаны типы волн в соответствии с механизмом их возникновения: магнитостатические (MSWs), дипольно-обменные (DESWs), обменные (Exchange Waves)); *б* – длины волн и их частоты (сверху), групповые скорости и времена жизни (по центру), характерная длина пробега и её отношение к длине волны в зависимости от волнового числа (снизу). Рисунки из работы [70].

различных соотношений между положением невозмущенной намагниченности и направлением волнового вектора. Пунктирные линии характеризуют дисперсию волн в случае волновода бесконечной ширины, сплошные – в случае волновода шириной 1 мкм. Параметры материалы следующие: намагниченность насыщения  $M_s = 140\ \text{кА/м}$  ( $140 \times 4\pi\ \text{Гс}$ ), константа обменного взаимодействия  $A_{ex} = 3.5\ \text{пДж/м}$  ( $3.5\ \text{эрг/см}$ ), магнитная анизотропия не учитывается. Магнитное поле в плоскости волновода  $H_{ext} = 100\ \text{мТл}$  ( $1000\ \text{Гс}$ ). Толщина волновода 100 нм. На дисперсионных кривых выделяют три области: слева область МСВ (MSWs), справа область обменных спиновых волн (Exchange Waves) и переходная область, в которой каждое из взаимодействий играет роль (DESWs). Из Рис. 1.5*a* видно, что вне зависимости от ширины волновода обратная МСВ (синие кривые) в области с доминирующим диполь-дипольным взаимодействием обладает отрицательной групповой скоростью. В области дисперсионной кривой, где проявляются обменные силы, групповая скорость имеет положитель-

ную величину. Поверхностная МСВ (красные кривые) имеет только положительную групповую скорость. В волноводе бесконечной ширины дисперсионные кривые для обратной и поверхностной МСВ начинаются в одной точке – точке ферромагнитного резонанса (ФМР, FMR), которая соответствует однородной в пространстве прецессии с характерной частотой (указана на Рис. 1.5а чёрной стрелкой). При этом в волноводе конечной ширины  $w$  всегда реализуется стоячая спиновая волна, свойства которой зависят от  $w$ . Поэтому дисперсионные кривые для волновода конечной ширины при нулевом волновом числе не совпадают с точкой ФМР, а задаются эффективной шириной волновода  $w_{eff}$  (на Рис. 1.5а величина частоты прецессии при нулевой длине волнового вектора, направленного вдоль волновода, отмечена серыми стрелками).

На Рис. 1.5б сверху приведена дисперсионная зависимость (красная линия) и соответствующие длины волн (синие линии) для спиновой волны, распространяющейся в рассмотренном выше волноводе в геометрии обратной МСВ. Из рисунка видно, что при длине волны 5 нм (что имеет смысл с учётом постоянной решётки 1.24 нм) частота спиновой волны будет составлять 2.2 ТГц. Это отражает интересную перспективу в использовании таких коротких спиновых волн: малая длина волны обещает небольшие размеры устройств, высокая частота – большее количество передаваемой информации. Центральная часть Рис. 1.5б показывает зависимость групповой скорости (красная линия) и характерное время пробега спиновой волны (синяя линия) от волнового числа. Согласно [70; 73] характерное время пробега может быть оценено как

$$\tau = \left( \alpha \omega(k) \frac{\partial \omega(k)}{\partial \omega_H} \right)^{-1}, \quad (1.1)$$

где  $\omega(k)$  – дисперсионная зависимость,  $\omega_H = \gamma \mu_0 H_{eff}$  – характерная частота движений (в случае обратной МСВ в значительной степени определяется внешним магнитным полем),  $H_{eff}$  – эффективное магнитное поле,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $\alpha$  – константа затухания Гильберта. Из рисунка видно, что рост частоты прецессии сопровождается падением характерного времени пробега. Нижняя часть Рис. 1.5б отображает характерную длину свободного пробега, вычисленную как произведение групповой скорости и характерного времени пробега, и отношение этой длины к длине волны (красная и синяя линии соответственно). Отсюда можно заключить, что спиновые волны обмен-

ной природы в железиттриевом гранате обладают наилучшим соотношением длины свободного пробега к длине волны, что в совокупности с малой длиной волны и высокой частотой выгодно их выделяет с точки зрения применений.

В качестве наиболее распространённых материалов магноники выступают [16; 70]:

- железиттриевый гранат ( $Y_3Fe_5O_{12}$ ) в монокристаллической форме – материал с малым затуханием Гильберта (по порядку величины  $10^{-5}$ ), с малым количеством неоднородностей и характерным временем пробега в сотни наносекунд;
- пермаллой (сплав никеля и железа) – металл с малым затуханием Гильберта (по порядку величины  $\alpha = 0.001$ );
- $Co_{40}Fe_{40}B_{20}$  в аморфном состоянии [75] – сплав с малым затуханием Гильберта (по порядку величины  $\alpha = 0.001$ ) и большой намагниченностью насыщения (1250 кА/м или  $1.25 \times 4\pi$  Гс);
- сплавы Гейслера (высокая  $M_s$  и малое затухание).

## 1.2 Взаимодействие Дзялошинского-Мория, неоднородный магнитоэлектрический эффект и доменные стенки

Взаимодействие Дзялошинского-Мория (ВДМ) активно исследуется в последнее время в связи с применением скирмионов в областях магнитной памяти, систем с выделенной киральностью (т.е. с выделенным направлением разворота намагниченности) и спиновых волн, свойства которых зависят от направления распространения [1]. Своё название это взаимодействие получило по именам исследователей, объяснивших слабый ферромагнетизм антиферромагнетиков ( $Fe_2O_3$ , в частности). И. Е. Дзялошинский [33] исходил из соображений симметрии и теории фазовых переходов Ландау, им было показано, что симметрия  $Fe_2O_3$  позволяет включить в термодинамический потенциал Гиббса слагаемые вида  $l_{1x}m_y - l_{1y}m_x$ , где  $l_{1x}, l_{1y}$  – компоненты вектора Нееля,  $m_x, m_y$  – компоненты вектора среднего магнитного момента элементарной ячейки. Такие слагаемые имеют релятивистскую природу и приводят к слабому ферромагнетизму. Т. Мория [35] рассмотрел поправки к энергии в модели суперобмена, вносимые

спин-орбитальным взаимодействием. Он показал, что поправка к гамильтониану обменного взаимодействия в материалах с нарушенной симметрией относительно инверсии имеет вид:

$$\hat{H}_{DM} = - \left( \vec{D}_{12} \cdot \left[ \hat{\vec{S}}_1 \times \hat{\vec{S}}_2 \right] \right), \quad (1.2)$$

где  $\vec{D}_{12}$  – постоянный вектор, называемый в современных публикациях вектором Дзялошинского,  $\hat{\vec{S}}_1, \hat{\vec{S}}_2$  – операторы спинов. Выражение (1.2) содержит векторное произведение, что явно указывает на его антисимметричный характер (перестановка операторов приводит к изменению знака энергии). Таким образом, явление слабого ферромагнетизма в  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  получило объяснение как на основании соображений симметрии, так и на основании теории возмущений, с помощью которой Мория установил, чем определяется величина вектора  $\vec{D}_{12}$ : константой спин-орбитального взаимодействия и матричными элементами оператора, соответствующего вектору Нееля. Таким образом, ВДМ является следствием спин-орбитального взаимодействия, т.е. чем оно выше в системе, тем более явным образом будет проявляться ВДМ, т.е. тем сильнее будут сжиматься спины атомов. Очень часто ВДМ обсуждается в связи с компактными

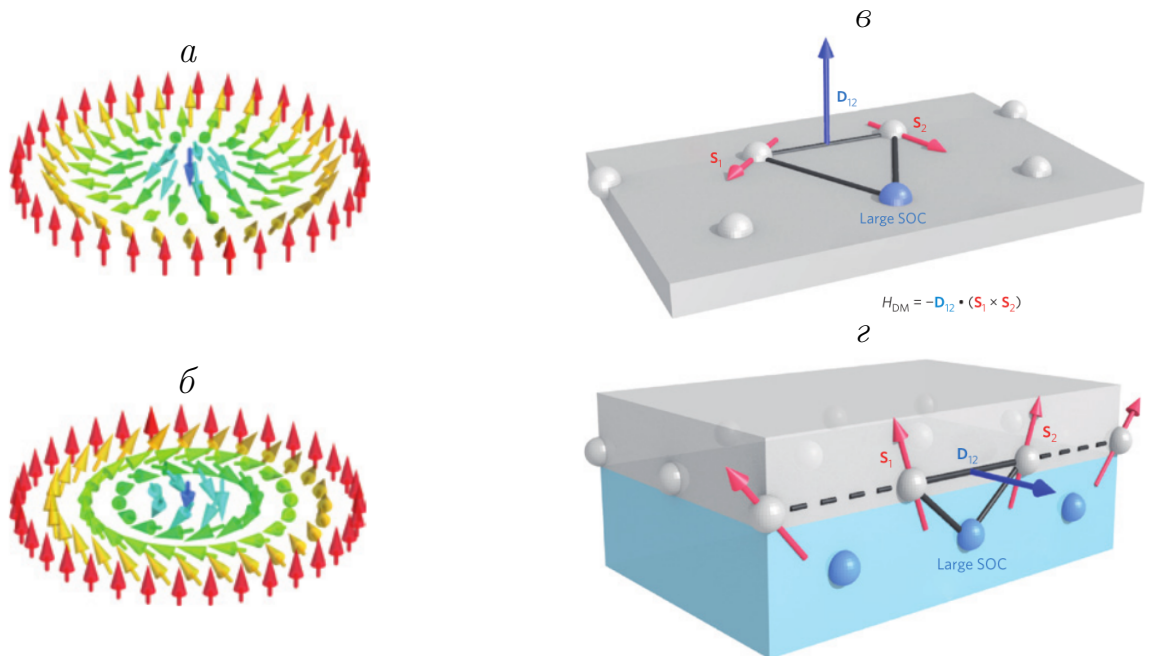


Рис. 1.6: ВДМ и скирмионы: *a* – неелевский скирмион; *б* – блоховский скирмион; *в* – схема возникновения ВДМ за счёт непрямого обмена между двумя спинами и одним атомом с большим спин-орбитальным взаимодействием; *г* – схема возникновения ВДМ на границе между ферромагнетиком (серая область) и металлом с сильным спин-орбитальным взаимодействием (голубая область). Изображения из работы [39].

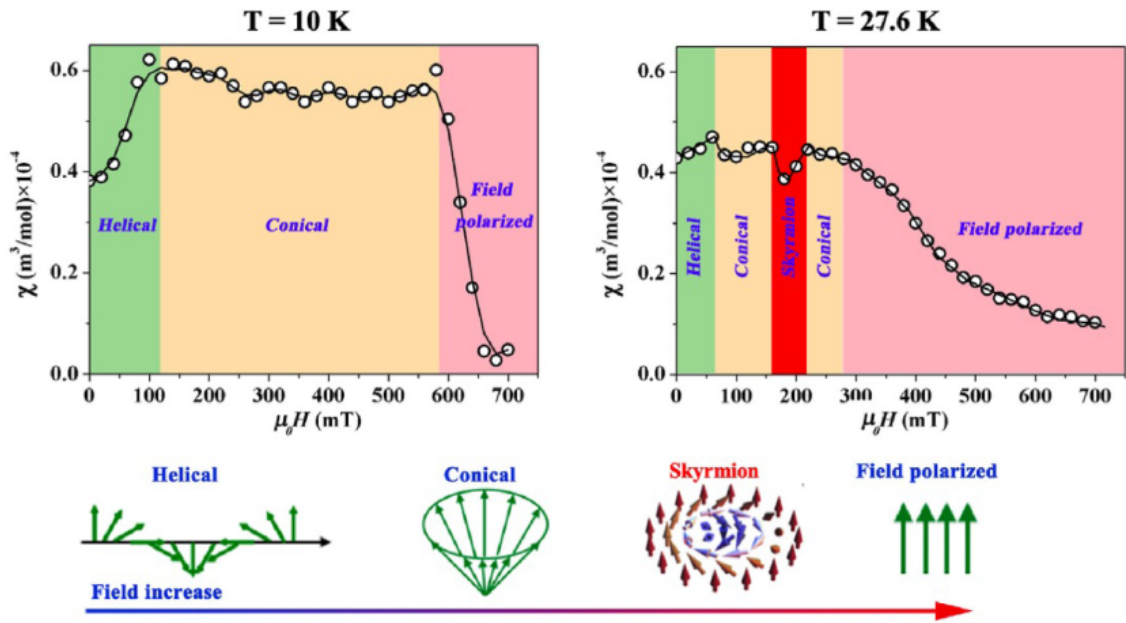


Рис. 1.7: Фазовая диаграмма MnSi: *слева сверху* – три фазы при температуре 10 К; *справа сверху* – четыре фазы при температуре 27.6 К; *снизу* – обозначения присутствующих фаз. Изображение из работы [76]

структурами - скирмионами [3; 36–40], которые в перспективе могут применяться как переносчики информации. Поскольку ВДМ приводит к скосу магнитных моментов, оно стабилизирует скирмион (см. Рис. 1.6*а*, *б*). Схемы возникновения ВДМ за счёт спин-орбитального взаимодействия в однофазном материале и на границе ферромагнетика с тяжёлым металлом приведены на Рис. 1.6*в*, *г* соответственно.

ВДМ может проявляться как в однофазных материалах, так и в плёнках, состоящих из нескольких слоёв магнитоупорядоченных материалов и тяжёлых металлов. Большой перечень однофазных материалов, обладающих ВДМ, можно найти в [76]. Приведём здесь несколько примеров. В металле MnSi ВДМ проявляется при невысоких температурах [77]. Рис. 1.7 показывает зависимость магнитной восприимчивости материала от магнитного поля при различных температурах и соответствующие фазы (геликоидальную, коническую, скирмионную, однородно намагниченную). Из рисунка видно, что при температуре 10 К скирмионная фаза отсутствует, блоховские скирмионы появляются при температуре 27.6 К. В полупроводнике с частично замещённым кремнием  $\text{MnSi}_{1-x}\text{Ge}_x$  ВДМ приводит не только к стабилизации скирмионов при температуре меньше 50 К, но и к стабилизации при  $T > 100$  К другой структуры, называемой в



Рис. 1.8: Возможные варианты (*a*, *б*) трёхмерной спиновой структуры под названием hedgehog (ёж), реализующейся в материале MnGe. Стрелками показано направление магнитных моментов. Изображения из работы [13].

англоязычной литературе hedgehog (т.е. ёж), которой, как и скирмиону, можно приписать топологический заряд (см. обзор [76] и работы [78; 79]). На Рис. 1.8 приведены примеры такой спиновой структуры. С точки зрения «возникающего магнитного поля» (emergent magnetic field), которое связано с геометрической фазой Берри и оказывает влияние на движение электронов, т.е. приводит к топологическому эффекту Холла, первая из них (Рис. 1.8*a*) соответствует расходящемуся из центра сферы магнитному полю, вторая (Рис. 1.8*б*) – сходящемуся. ВДМ стабилизирует неелевские скирмионы в магнитном диэлектрике GaV<sub>4</sub>S<sub>8</sub> [80]. Поскольку ВДМ проявляется в системах с нарушенной симметрией по отношению к инверсии, активно проводятся исследования этого взаимодействия на границах между слоями различных материалов, где симметрия заведомо нарушена. В случае микромагнетизма величину ВДМ измеряют в единицах энергии, приходящейся на площадь (например, мДж/м<sup>2</sup>). Так, в тонкой плёнке Pt(2нм)/Co(1.1нм)/Cu(1нм) [81] величина ВДМ лежала в пределах 0.4-1.6 мДж/м<sup>2</sup> и зависела от температуры, в плёнке Pt/CoGd(5нм)/Pt<sub>1-x</sub>W<sub>x</sub> составляла 0.1–0.2 мДж/м<sup>2</sup> [82] в зависимости от концентрации вольфрама, в плёнке Ta(2нм)/Pt(2.2нм)/Co(0.8нм)/Ir(t)/Ta(4нм) 0.5–2.0 мДж/м<sup>2</sup> и определялась толщиной слоя иридия [83].

Плотность энергии ВДМ на макроскопическом уровне в терминах векторного поля намагниченности  $\vec{m}$  описывается с помощью так называемых инвариантов Лифшица (см. упоминание инвариантов в [84] в связи с фазовыми переходами 2-го рода). Согласно [76; 85] в контексте микромагнетизма инварианты имеют вид:

$$\mathcal{L}_{ij}^{(k)} = m_i \partial_k m_j - m_j \partial_k m_i, \quad (1.3)$$

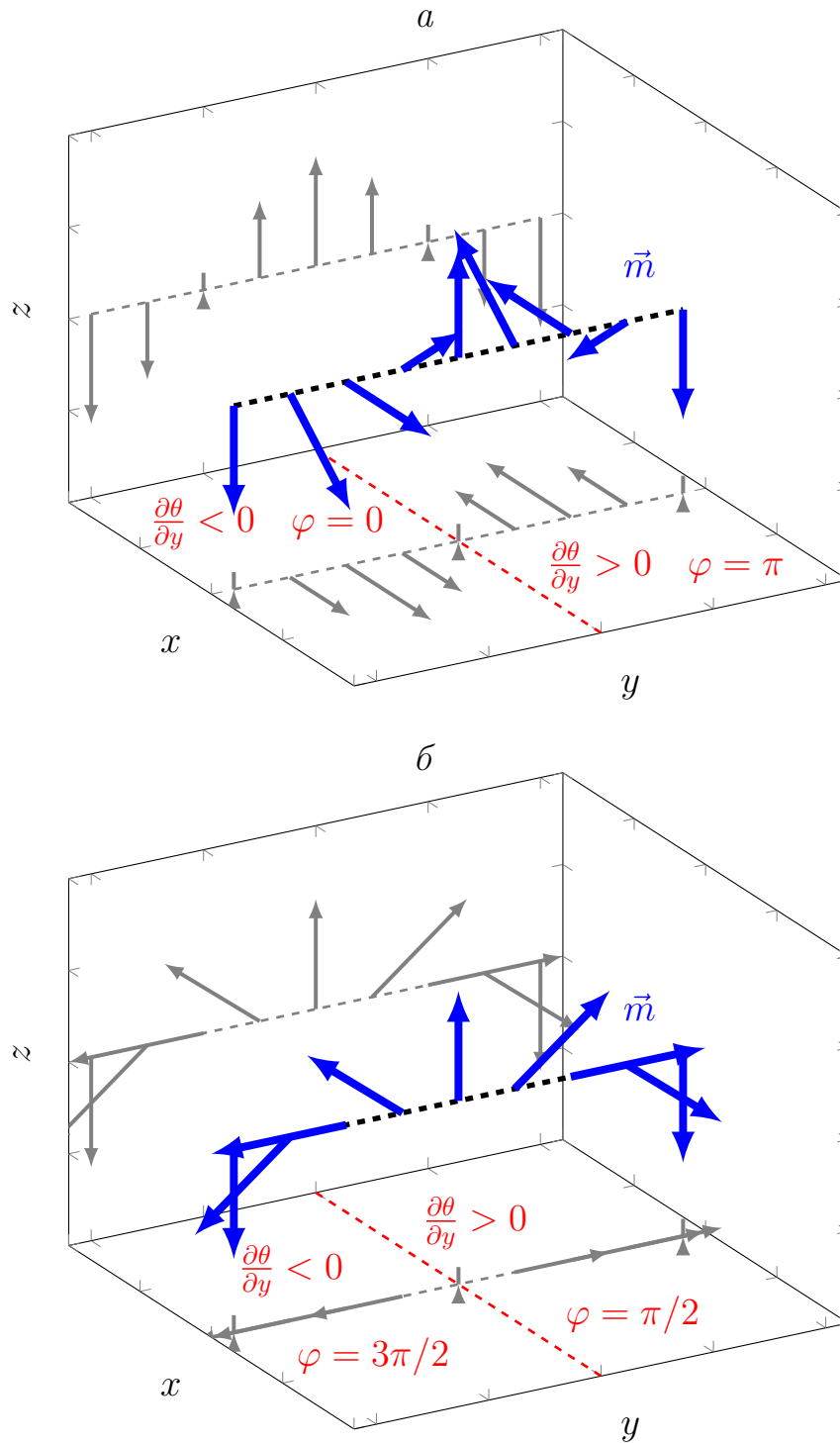


Рис. 1.9: Структуры, стабилизируемые за счёт ВДМ. *a* – геликоида, *б* – циклоида. Синие стрелки символизируют магнитные моменты, серые – проекции на плоскости  $(xy)$  и  $(yz)$ .

где  $i, j, k$  соответствуют декартовым координатам. Слагаемые такого вида обеспечивают закручивание магнитных моментов в плоскости  $ij$  вдоль оси  $k$ . Действительно, если рассмотреть разворот вектора намагниченности  $\vec{m}$  вдоль оси  $Oy$ , с учётом параметризации  $\vec{m}$  углами сферической системы (см. Рис. 1.22 б)

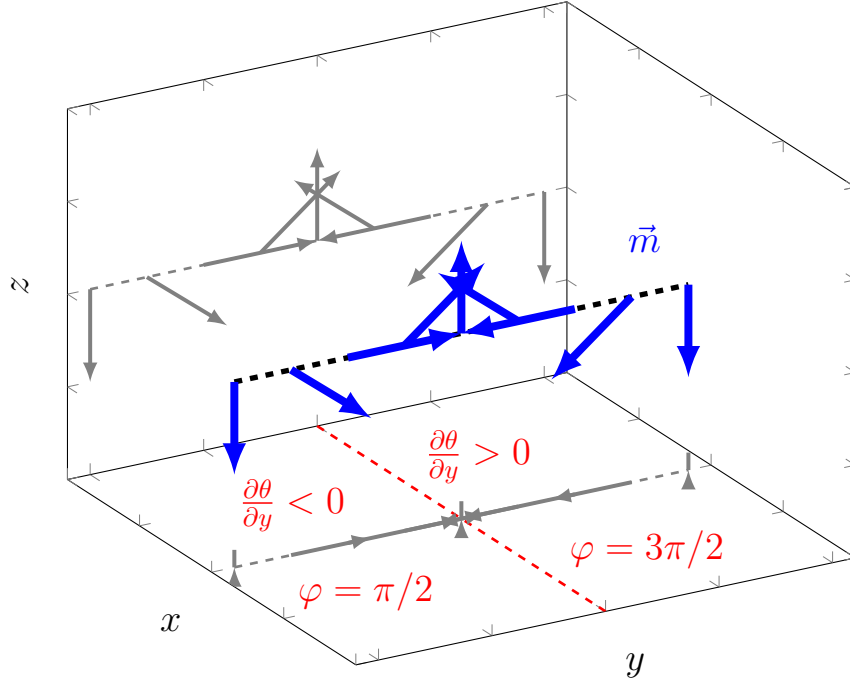


Рис. 1.10: Циклоида со вторым типом киральности по отношению к Рис. 1.9б.

$m_x = \sin(\theta(y)) \cos(\varphi)$ ,  $m_y = \sin(\theta(y)) \sin(\varphi)$ ,  $m_z = \cos(\theta)$  получаем, что

$$\mathcal{L}_{zx}^{(y)} = \cos(\varphi) \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad (1.4)$$

$$\mathcal{L}_{yz}^{(y)} = -\sin(\varphi) \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad (1.5)$$

т.е. при минимальной своей величине инвариант  $\mathcal{L}_{zx}^{(y)}$  способствует установлению геликоиды (см. Рис. 1.9а), а инвариант  $\mathcal{L}_{yz}^{(y)}$  – циклоиды (Рис. 1.9б). В терминах углов один период геликоиды состоит из двух участков  $\frac{\partial \theta}{\partial y} < 0, \varphi = 0$  и  $\frac{\partial \theta}{\partial y} > 0, \varphi = \pi$ ; один период циклоиды также состоит из двух участков:  $\frac{\partial \theta}{\partial y} < 0, \varphi = 3\pi/2$  и  $\frac{\partial \theta}{\partial y} > 0, \varphi = \pi/2$ . Различные кристаллографические точечные группы симметрии допускают соответствующие комбинации инвариантов  $\mathcal{L}_{ij}^{(k)}$ . Например, для классов (по символике Шёнфлиса)  $C_{nv}$  и  $O$  свойственны, соответственно, следующие комбинации [76; 85]:

$$F_{DM}^{C_{nv}} = D(\mathcal{L}_{xz}^{(x)} + \mathcal{L}_{yz}^{(y)}) = D(m_z(\nabla \cdot \vec{m}) - (\vec{m} \cdot \nabla)m_z), \quad (1.6)$$

$$F_{DM}^O = D(\mathcal{L}_{zy}^{(x)} + \mathcal{L}_{xz}^{(y)} + \mathcal{L}_{yx}^{(z)}) = D(\vec{m} \cdot [\nabla \times \vec{m}]). \quad (1.7)$$

В первом случае ВДМ способствует появлению циклоиды, во втором – геликоиды. Коэффициент  $D$  в (1.6,1.7) задаёт величину взаимодействия и киральность,

т.е. свойство разворота намагниченности, связанное с отсутствием зеркальной симметрии. В самом деле, из Рис. 1.9 видно, что отражение магнитных моментов относительно плоскости  $(xz)$  не переводит изображённые структуры сами в себя. Смена знака  $D$  приводит к изменению типа геликоиды (или циклоиды), но не к переходу от геликоиды к циклоиде или наоборот. Из выражений (1.4, 1.5) следует, что смена знака инварианта требует либо смены знака  $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ , либо смены величины угла  $\varphi$ . На примере циклоиды, изображённой на Рис. 1.10, видно, что и то и другое ведёт к одной и той же структуре. Таким образом, ВДМ способствует появлению структур с определённой киральностью, конкретный тип которой определяется знаком взаимодействия.

Разворот намагниченности связан не только с киральностью, но и с электрической поляризацией [86; 87]. На макроскопическом уровне взаимодействие, отвечающее за появление у микромагнитных структур электрической поляризации получило название неоднородного магнитоэлектрического (МЭ) или флексомагнитоэлектрического взаимодействия [7]. Второй вариант отражает тот факт, что у электрической поляризации разворачивающейся намагниченности есть аналог – электрическая поляризация, возникающая в результате градиента механического напряжения, т.е. в результате флексоэлектрического эффекта. Этот эффект в отличие от пьезоэлектрического эффекта не требует отсутствия центра симметрии, поскольку градиент механического напряжения сам по себе задаёт выделенное направление [88]. Среди видов деформации, обладающей градиентом (кручения и изгиба), можно назвать один, обладающий свойством выделять направление – деформация изгиба. В самом деле, при изгибе пластины она вблизи одной своей поверхности растягивается, а вблизи другой – сжимается. Поэтому эти две поверхности различаются и возникает выделенное – полярное – направление. К примеру, деформация однородного растяжения или деформация кручения такого направления не выделяют. Аналогичным образом, электрической поляризацией должна обладать такая микромагнитная структура, которая способствует появлению выделенного направления. На такую роль подходит приведённая выше циклоида – она в рамках аналогии соответствует деформации изгиба. С точки зрения симметрии, вектор намагниченности сам по себе не может обеспечивать появление вектора электрической поляризации, так как первый является чётным по отношению

к операции пространственной инверсии ( $\mathcal{P}$ -чётным) и нечётным по отношению к инверсии времени ( $\mathcal{T}$ -нечётным), а второй – наоборот. В качестве решения этой проблемы может выступить комбинация  $\vec{m}\nabla\vec{m}$ , дающая вектор, схожий по симметрии с вектором электрической поляризации, поскольку использование вектора намагниченности  $\vec{m}$  дважды исключает  $\mathcal{T}$ -нечётность, а использование производной по координате привносит  $\mathcal{P}$ -нечётность. Идея использовать комбинацию  $\vec{m}\nabla\vec{m}$  для описания электрической поляризации и само название неоднородного МЭ взаимодействия были представлены в работах [89; 90]. Позже в работах [91; 92] было показано, что свободная энергия неоднородного МЭ взаимодействия  $f_{me}$  и электрическая поляризация  $\vec{P}$ , вызванная неоднородностью намагниченности, могут быть записаны следующим образом:

$$f_{me} = -(\vec{E} \cdot \vec{P}); \quad (1.8)$$

$$\vec{P} = \gamma_{me}\chi_e((\nabla \cdot \vec{m})\vec{m} - (\vec{m} \cdot \nabla)\vec{m}), \quad (1.9)$$

где  $\gamma_{me}$  – магнитоэлектрический коэффициент,  $\chi_e$  – диэлектрическая восприимчивость. Нельзя не заметить сходства выражений (1.6) и (1.9) по структуре – они оба используют инварианты Лифшица. В терминах  $\mathcal{L}_{ij}^{(k)}$  вектор поляризации (1.9) имеет вид:

$$P_x = \gamma_{me}\chi_e(\mathcal{L}_{xy}^{(y)} + \mathcal{L}_{xz}^{(z)}), \quad (1.10)$$

$$P_y = \gamma_{me}\chi_e(\mathcal{L}_{yx}^{(x)} + \mathcal{L}_{yz}^{(z)}), \quad (1.11)$$

$$P_z = \gamma_{me}\chi_e(\mathcal{L}_{zx}^{(x)} + \mathcal{L}_{zy}^{(y)}). \quad (1.12)$$

Поскольку в каждом из слагаемых верхний индекс совпадает с одним из нижних, все они способствуют появлению циклоид, каждое слагаемое – вдоль одной из трёх осей. Вместо константы  $D$  из (1.6, 1.7) в выражении (1.8) находится сомножитель – напряжённость электрического поля, знак которого задаёт свойства разворота намагниченности (киральность). Например, компонента электрического поля  $E_z$  способствует образованию циклоид в плоскости  $(xy)$ . Отметим также, выражение (1.12) для компоненты  $P_z$  содержит ровно такую же комбинацию инвариантов Лифшица, что и выражение (1.6) для ВДМ в материале с выделенной осью  $Oz$ .

Микроскопический механизм возникновения электрической поляризации

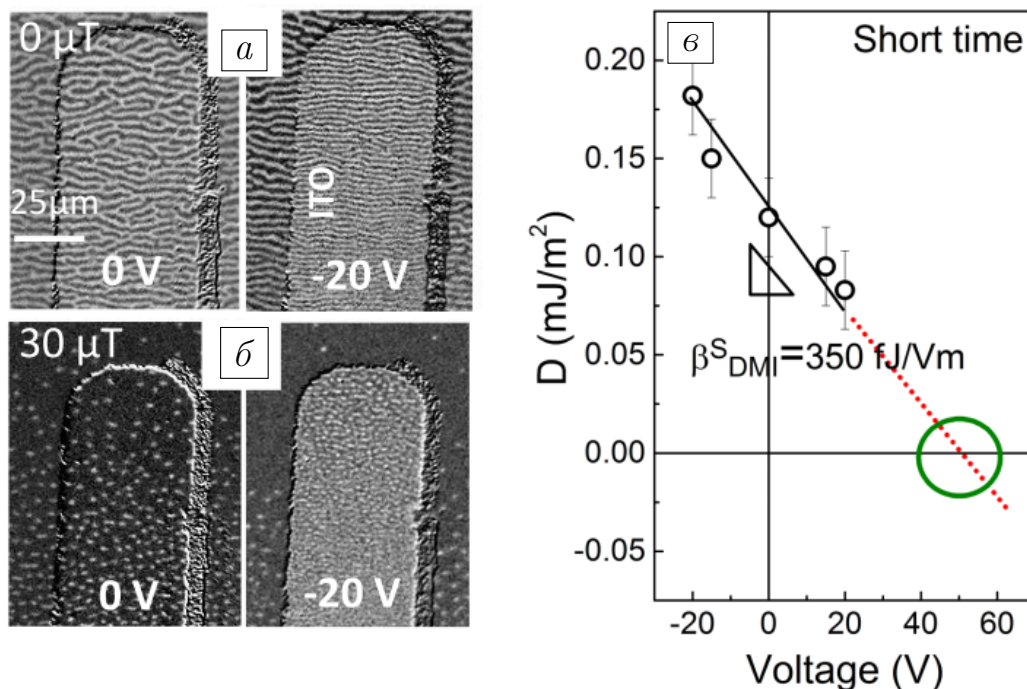


Рис. 1.11: К исследованию связи константы ВДМ  $D$  с электрическим напряжением. Доменная структура в образце Ta(3)/FeCoB(0.9)TaOx(1) (толщина в нм) в нулевом магнитном поле (а) и при магнитном поле 30 мТ (б). Зависимость константы  $D$  от прикладываемого напряжения. Изображения из работы [3].

сводится к взаимодействию Дзялошинского-Мория вида (1.2). Переход от микроскопического выражения (1.2) к макроскопическому (1.8) был продемонстрирован на примере феррита висмута в работе [93], где учитывались смещения ионов железа и кислорода и было показано, что плотность энергии неоднородного МЭ взаимодействия описывается инвариантом Лифшица. Из сравнения (1.8, 1.9) с (1.6) следует, что неоднородное МЭ взаимодействие (1.8, 1.9) на макроскопическом уровне описывается инвариантом Лифшица и константой  $D$ , прямо пропорциональной напряжённости электрического поля. В итоге, неоднородное МЭ взаимодействие может быть сведено к *электрически модулируемому ВДМ* (ЭМВДМ) на микроскопическом и макроскопическом уровнях. Электрическую модуляцию энергии  $D$  поверхностного ВДМ изучали в материале Ta(3)/FeCoB(0.9)TaOx(1) (толщина в нм) [3]. На основе измерений равновесной ширины доменов (см. Рис. 1.11а, б) был сделан вывод о зависимости энергии поверхностного ВДМ от прикладываемого напряжения – она приведена на Рис. 1.11в. Из рисунка видно, что энергия ВДМ уменьшается (коэффициент

$\beta_{DMI}^s$  показывает константу линейной аппроксимации, т.е. как сильно изменяется  $D$  с перестройкой напряжённости электрического поля) и может изменять свой знак (при экстраполяции).

В контексте настоящей работы особенно важным является вопрос о наличии ВДМ в материале феррита граната, который обладает кубической решёткой и является, таким образом, центрально-симметричным. В работе [94] было показано, что включение в модель суперобмена между ионами железа спин-орбитального взаимодействия с помощью векторного потенциала

$$\vec{A} = \frac{m\lambda^2}{\hbar} \left[ \vec{E} \times \vec{\sigma} \right], \quad (1.13)$$

где  $\vec{E}$  – оператор электрического поля,  $\vec{\sigma}$  – матрица Паули,  $\lambda$  – характерный масштаб действия спин-орбитального взаимодействия, приводит к появлению антисимметричного обмена вида (1.2) с константой

$$\vec{D}_{12} = -J \frac{ea}{E_{SO}} \left[ \vec{E} \times \vec{e}_{12} \right], \quad (1.14)$$

где  $J$  – обменный интеграл,  $e$  – заряд электрона,  $a$  – расстояние между ионами железа,  $\vec{e}_{12}$  – единичный вектор в направлении, соединяющем магнитные ионы,  $E_{SO} = \frac{\hbar^2}{2m\lambda^2}$ . Такой подход соответствует тому, что гамильтониан (1.2) можно записать в виде, аналогичном скалярному произведению (1.8), где электрическая поляризация на микроскопическом уровне соответствует дипольному моменту, связанному с переходом электрона между  $d$ -орбиталями железа и  $p$ -орбиталями кислорода. При этом величина этого дипольного момента пропорциональна векторному произведению  $\left[ \hat{S}_1 \times \hat{S}_2 \right]$  [95], т.е. неоднородное распределение магнитных моментов может приводить к электрической поляризации (в зависимости от типа такого распределения). Одно из возможных проявлений этой взаимосвязи заключается в зависимости дисперсионного соотношения для спиновой волны от величины внешнего электрического поля. В работе [96] на основе инварианта Лифшица теоретически показано, что перпендикулярное волновому вектору электрическое поле величиной  $10^6$  МВ/м за счёт электрически модулируемого ВДМ приводит к изменению величины волнового вектора на 1% в случае обратной объёмной МСВ, распространяющейся в железо-иттриевом гранате (ЖИГ). Это соответствует вращению фазы на  $\pi$  для спиновой волны с волновым вектором  $9 \text{ мкм}^{-1}$  при её распространении на  $20 \text{ мкм}$ . При этом сдвиг

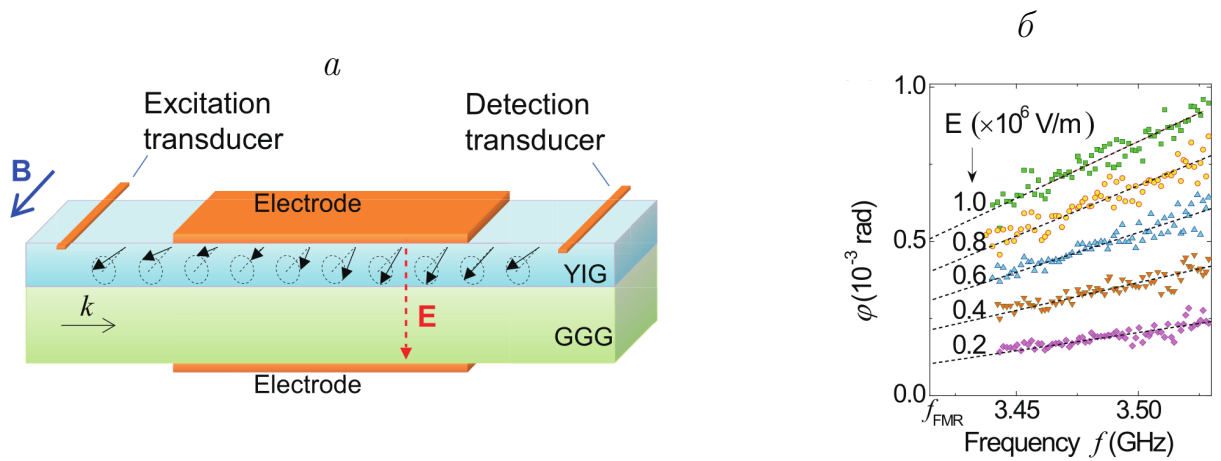


Рис. 1.12: Влияние внешнего электрического поля на фазу спиновой волны: *a* – схематическое изображение волновода из ЖИГ (YIG), электрода и проводников для возбуждения/считывания; *b* – зависимость фазы спиновой волны от её частоты при различных электрических полях. Изображения из работы [13].

фазы должен происходить более эффективно в случае обменных спиновых волн, которые обладают более высокими величинами волнового вектора. Экспериментальное исследование сдвига фазы МСВ в волноводе из ЖИГ изложено в работе [13]. Поверхностная спиновая волна, распространявшаяся в волноводе из ЖИГ (см. Рис. 1.12 *a*), приобретала электроиндуцированный ( $E \sim 10^6$  В/м) фазовый сдвиг (см. Рис. 1.12 *b*) величиной в несколько тысячных долей радиана. Таким образом, неоднородный МЭ эффект может быть сведён к электрически модулируемому ВДМ, которое проявляется, в частности, в плёнках феррита граната. Поэтому в дальнейшем вместо термина неоднородное МЭ взаимодействие используется термин электрически модулируемое ВДМ (ЭМВДМ).

На основе (1.8, 1.9) были объяснены разнообразные эффекты влияния внешнего электрического поля на микромагнитные неоднородности – доменные стенки (ДС) и цилиндрические магнитные домены (ЦМД), имеющие место в плёнках феррита граната  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ . Среди них: магнитоэлектрическое управление ДС [5–8], электроиндуцированное зарождение ЦМД с  $180^\circ$ -границей [9; 10] и с  $90^\circ$ -границей [11], преломление ДС в электрическом поле полоскового электрода [12]. Важно отметить, что все выше перечисленные явления рассматривались из статических соображений, хотя известно, что исследования динамики могут предоставить дополнительную информацию о системе, будь то ВДМ [83] или свойства мультиферроиков [97; 98]. Кроме того, исследования динамики доменных стенок в плёнках ферритов-гранатов можно

проводить с субпикосекундным временным и нанометровым пространственным разрешением [99], что в принципе позволяет изучать динамику ДС под действием внешнего электрического поля.

Для подробного описания некоторых из явлений, отмеченных выше, следует дать необходимую информацию о доменных стенках (ДС). Возникновение магнитных доменов сопровождается появлением ДС – областей, где происходит разворот намагниченности от одного её направления в одном домене до другого в соседнем домене. Структура этого разворота может быть разной и определяется, вообще говоря, взаимодействиями в материале. В случае оси лёгкого намагничивания, лежащей в плоскости ДС, её структура соответствует ДС Блоха и задаётся двумя параметрами: углом  $\theta_B$  между намагниченностью и осью лёгкого намагничивания и углом  $\varphi_B$  между плоскостью стенки и намагниченностью [32; 100]:

$$\theta_B(y) = 2 \arctan \left( \exp \left( \frac{y}{\Delta_B} \right) \right); \quad (1.15)$$

$$\varphi_B = 0, \pi. \quad (1.16)$$

где  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u}$  – параметр, задающий ширину ДС и определяющийся константой обменного взаимодействия  $A$  (см. ниже) и константой одноосной магнитной анизотропии  $K_u$  (см. ниже). Выделяют также ДС Нееля, когда намагниченность перпендикулярна плоскости ДС:

$$\theta_N(y) = 2 \arctan \left( \exp \left( \frac{y}{\Delta_N} \right) \right); \quad (1.17)$$

$$\varphi_N = \pi/2, 3\pi/2. \quad (1.18)$$

где  $\Delta_N = \sqrt{A/(K_u + 2\pi M_s^2)}$ ,  $M_s$  – намагниченность насыщения. Параметры ширины отличаются из-за того, что ДС Нееля обладает объёмным магнитным зарядом (т.е. ненулевой дивергенцией намагниченности). Структура ДС Блоха и ДС Нееля приведена на Рис. 1.13 в виде чёрных стрелок с учётом параметризации  $m_x = \sin(\theta_{B,N}) \cos(\varphi_{B,N})$ ,  $m_y = \sin(\theta_{B,N}) \sin(\varphi_{B,N})$ ,  $m_z = \cos(\theta_{B,N})$ . Очевидно, что наблюдается сходство между геликоидой и циклоидой на Рис. 1.9 с одной стороны и ДС Блоха и ДС Нееля на Рис. 1.13 с другой стороны. В соответствии со сказанным выше ДС Нееля, имеющая сходство с циклоидой, должна обладать электрической поляризацией. Выражение (1.9) для частных

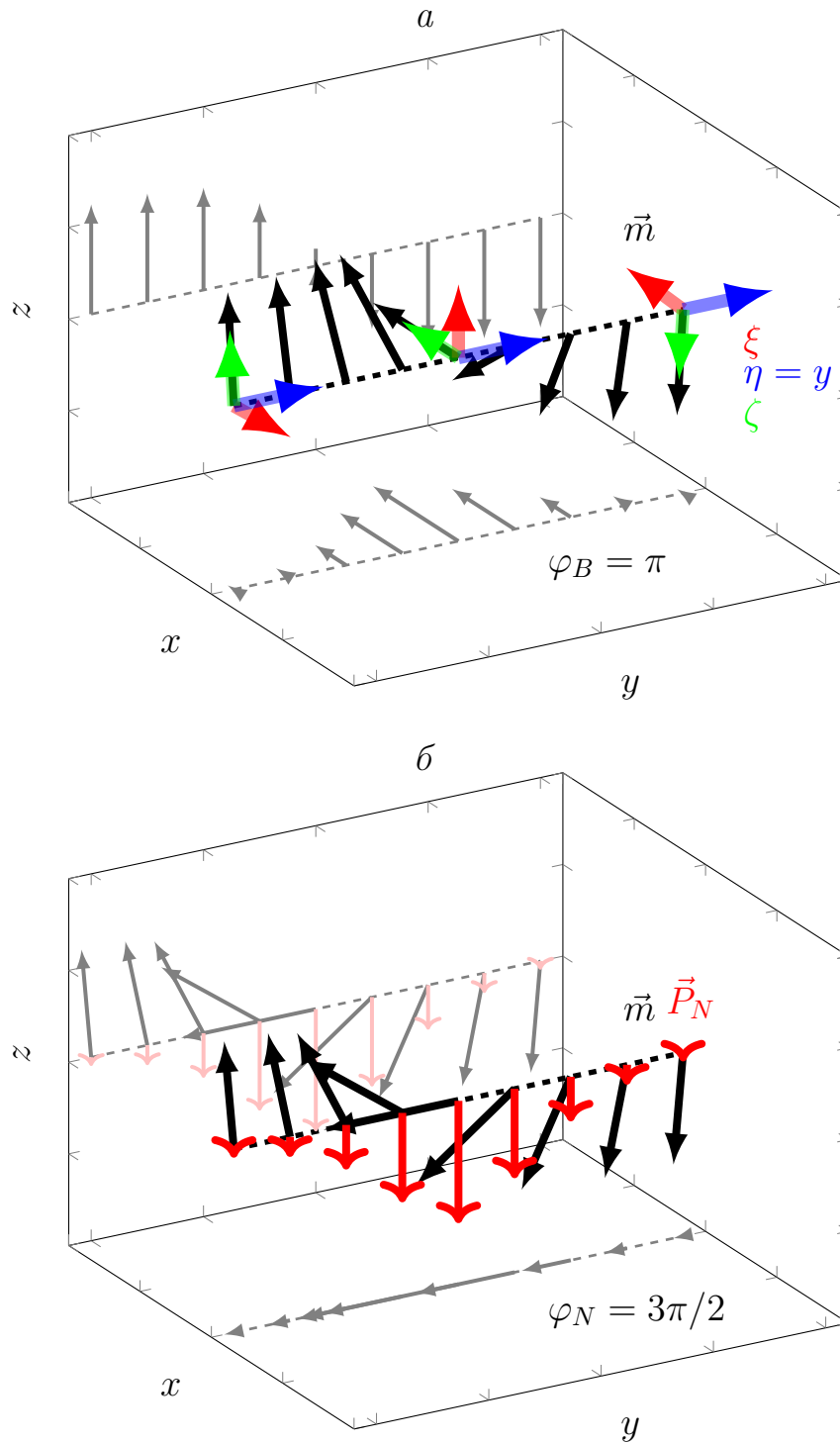


Рис. 1.13: Структура ДС Блоха и вращающаяся вместе с намагниченностью система координат  $(\xi, \eta, \zeta)$  (а), ДС Нееля (б) и её электрическая поляризация. Чёрные стрелки обозначают магнитные моменты, серые – их проекции. Красные стрелки на рисунке б стрелки обозначают электрическую поляризацию, розовые – её проекцию.

случаев ДС вида (1.15-1.18) даёт отсутствие электрической поляризации у ДС

Блоха и электрическую поляризацию ДС Нееля [101]:

$$\vec{P}_N(y) = \gamma_{me} \chi_e \frac{\partial \theta_N(y)}{\partial y} \vec{e}_z. \quad (1.19)$$

Это выражение показывает, что знак электрической поляризации определяется структурой разворота намагниченности в ДС, т.е. киральностью. Электрическая поляризация  $\vec{P}_N$  показана на Рис. 1.13б красными стрелками (розовые стрелки обозначают её проекцию).

ДС в магнитных плёнках имеют дополнительную особенность – они обладают так называемой скрученной структурой. Это связано с тем, что намагниченность в доменах создаёт поля размагничивания вокруг себя если обладает нормальной по отношению к поверхности плёнки компонентой. Такая компонента на поверхности называется в рамках микромагнитных вычислений поверхностным магнитным зарядом. Поскольку у соседних доменов знак этого заряда противоположный, силовые линии поля размагничивания, исходящие от одного домена, замыкаются на соседнем. В области ДС это приводит к дополнительному магнитному полю вблизи поверхности плёнки, направленному перпендикулярно плоскости ДС, причём направление этого поля меняется при переходе от одной поверхности плёнки к противоположной. В итоге, вблизи поверхностей ДС выгодно иметь структуру Нееля, а в центре – структуру Блоха, поскольку вторая не создаёт полей размагничивания в объёме. На Рис. 1.14 приведено схематическое изображение скрученной ДС. Скрученность ДС является следствием подстройки ДС под размагничивающее поле со стороны доменов и может быть использована для подстройки динамики ДС. Например, в работе [102] на основе расчётов показано, что приложение магнитного поля  $H_{\parallel}$  в плоскости плёнки помимо нормального продвигающего поля  $H_{\perp}$  приводит, во-первых, к повышению скорости ДС  $v_{DW}$  на линейном участке зависимости  $v_{DW}(H_{\perp})$  при совпадении намагниченности в центре стенки и  $H_{\parallel}$  по направлению, и, во-вторых, к продлению этого линейного режима, т.е. к преодолению порога Уокера.

Возвращаясь к МЭ свойствам ДС, можно сказать, что переключение ДС от чистой структуры Блоха (или скрученной структуры) к чистой ДС Нееля должно приводить к возникновению у ДС электрической поляризации и, следовательно, к её отклику на внешнее электрическое поле. Кроме того, изменение

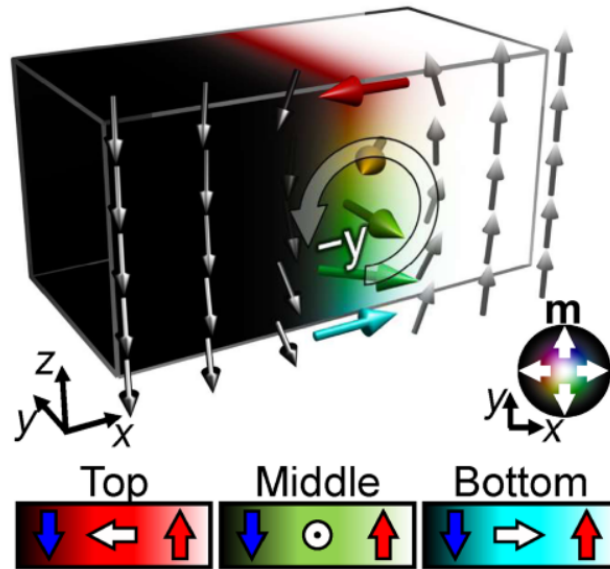


Рис. 1.14: Схематическое изображение структуры скрученной ДС. Изображение из работы [102].

киральности ДС Нееля должно приводить к смене знака электрической поляризации. Две эти идеи были экспериментально подтверждены в работе [8] на примере плёнки феррита граната  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ . Суть эксперимента состоит в регистрации отклика ДС на внешнее электрическое поле зонда в зависимости от магнитного поля  $H_{\parallel}$ , прикладываемого в плоскости плёнки перпендикулярно плоскости ДС. Магнитооптический снимок, содержащий изображение зонда, нескольких ДС и отмеченное направление  $H_{\parallel}$ , приведён на Рис. 1.15а. Красной и синей линией отмечены две соседние ДС, отклик которых проиллюстрирован на Рис. 1.15б. Положительное смещение соответствует притяжению ДС к зонду, отрицательное – отталкиванию. Рис. 1.15б показывает, что

- соседние ДС при значениях  $|H_{\parallel}| > 50 \text{ Э}$  имеют различный характер взаимодействия ДС с внешним электрическим полем: одна ДС притягивается, другая – отталкивается; это объясняется тем, что поле  $H_{\parallel}$  для соседних стенок задаёт одинаковое положение намагниченности в плоскости плёнки, но разную киральность. Действительно, внутри ДС одинаковая величина намагниченности в плоскости плёнки задаёт киральность только при заданном положении намагниченности в доменах, поэтому киральность соседних ДС, как и поляризация, оказывается различной;

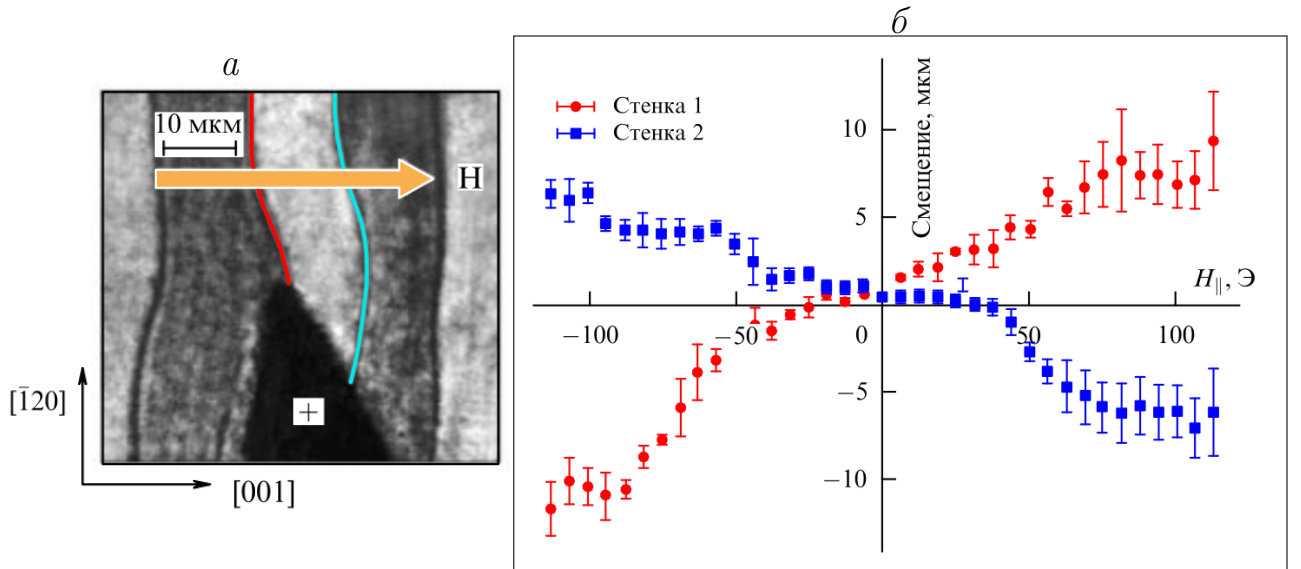


Рис. 1.15: Магнитоэлектрический отклик ДС на положительное напряжение электрического зонда (показан чёрной заливкой) в образце  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ . *a* – магнитооптический снимок доменов и ДС, красным и синим показаны ДС, реакция которых охарактеризована на рисунке *б*, стрелкой показано направление магнитного поля  $H_{||}$ ; *б* – зависимость электроиндуцированного смещения ДС от величины магнитного поля  $H_{||}$ , положительная величина соответствует притяжению ДС к зонду, отрицательная – отталкиванию. Изображения из работы [8].

- возрастание абсолютной величины  $H_{||}$  ведёт к увеличению абсолютной величины смещения, что может быть объяснено постепенной перестройкой структуры ДС от скрученной к чисто неелевской.

ДС может обладать участками с различным разворотом намагниченности. В таком случае границы между этими участками называют линиями Блоха [100]. Вертикальная блоховская линия (ВБЛ), простирающаяся на всю толщину плёнки и разграничивающая два участка ДС Блоха с различным разворотом намагниченности, приведена на Рис. 1.16*a*. В области ВБЛ ширина ДС оказывается меньше, а ширина линии Блоха в модели с обменным взаимодействием, одноосной магнитной анизотропией и полями размагничивания задаётся выражением:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}}. \quad (1.20)$$

Выражение (1.20), показывает, что в случае, когда в плоскости плёнки нет выделенных направлений, ширина линии Блоха определяется конкуренцией обменного взаимодействия и полей размагничивания. Горизонтальная блоховская

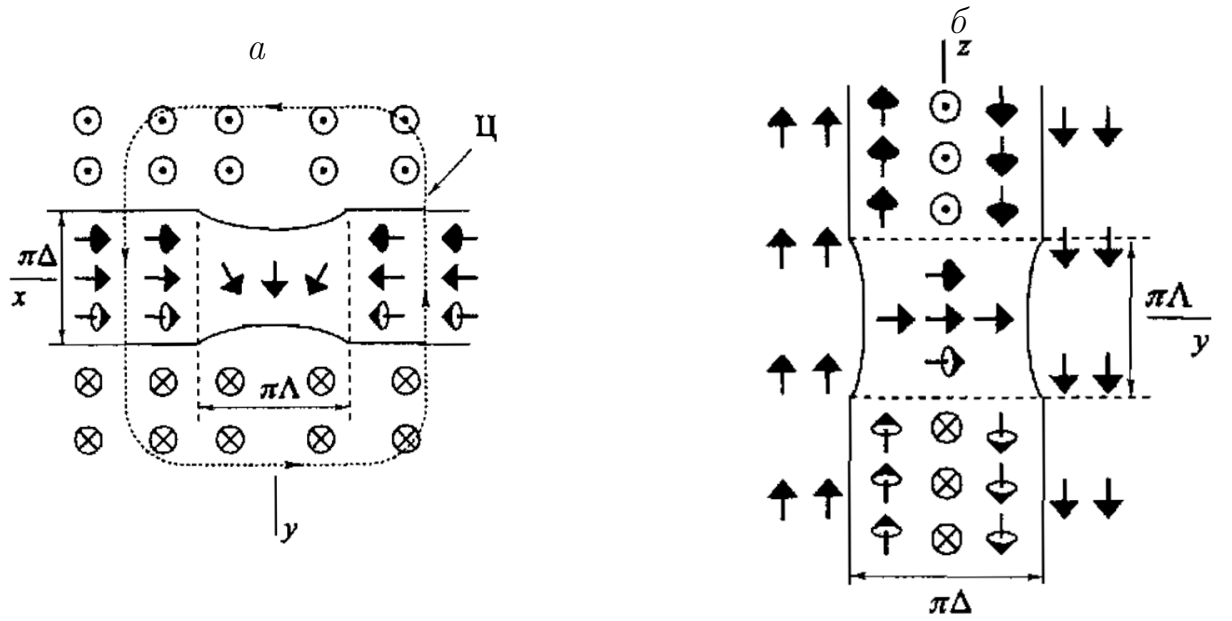


Рис. 1.16: Границы в границах: *a* – вертикальная блоховская линия (ВБЛ), *б* – горизонтальная блоховская линия (ГБЛ). Обозначение  $\pi\Delta$  соответствует ширине ДС,  $\pi\Lambda$  – ширине блоховской линии. Намагниченность в доменах направлена по оси  $z$ . Изображения из книги [100].

линия, расположенная в плоскости плёнки, приведена на Рис. 1.16б.

### 1.3 Некоторые исследования в области ВДМ и магноники

Как было показано выше, неоднородное МЭ взаимодействие может быть сведено к электрически модулируемому ВДМ. В любом случае, макроскопическое описание соответствующих явлений в терминах свободной энергии содержит инварианты Лифшица. Оказывается важным, что в выражении (1.9) содержится дивергенция намагниченности, так как это приводит к изменению полной вариации свободной энергии и даёт дополнительный вклад в граничное условие для намагниченности. Для конкретных случаев инвариантов Лифшица это граничное условие выведено в работе [103]. В работе [2] показано, что граничное условие, обеспеченное ВДМ, приводит к изменению радиуса скирмиона по толщине плёнки (см. Рис. 1.17). Важно отметить, что для инварианта Лифшица вида (1.9) вид граничного условия и его влияние на намагниченность не рассматривались, но в перспективе это представляет интерес, поскольку вклад электрически модулируемого ВДМ в граничное условие для намагниченности даёт возможность локально возмущать её с помощью сосредоточенного внешнего электрического поля.

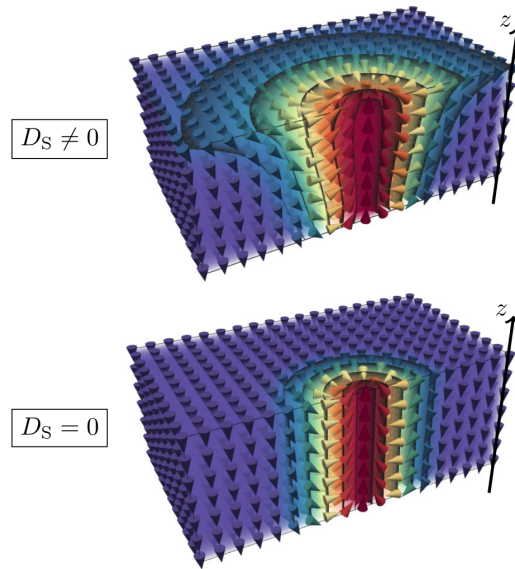


Рис. 1.17: Скирмион в случае учёта граничного условия, связанного с ВДМ (сверху), и без него (снизу). Стрелками показана намагниченность. Изображение из работы [2].

В рамках магноники остро стоит проблема генерации спиновых волн. Популярная схема для их возбуждения содержит проводник, в котором протекает переменный ток, создающий магнитное поле нужной частоты (см. Рис. 1.12). Такая схема используется для возбуждения магнитостатических спиновых волн. Вместе с тем, из Рис. 1.5 следует, что наибольшей длиной пробега в ферритах граната обладают высокочастотные обменные спиновые волны. В работе [104] теоретически рассмотрена возможность генерации обменных спиновых волн за счёт движения ДС в нанотрубках. В нанотрубке длиной 4 мкм, внешним диаметром 60 нм и толщиной 10 нм с параметрами пермаллоя возможна стабильная ДС, разграничивающая два домена с намагниченностью, коллинеарной с осью трубки. Движение ДС во внешнем магнитном поле 8 мТл (800 Э), сонаправленном с осью трубки, сопровождается возбуждением коротких обменных спиновых волн (см. Рис. 1.18а). Частота и длина возбуждаемой спиновой волны при этом связаны с движением ДС: Рис. 1.18б показывает, что характеристики волны задаются точками пересечения зависимости фазовой скорости спиновой волны от волнового числа и горизонтальными прямыми, соответствующими скорости ДС. Иными словами, спиновые волны аналогично эффекту Черенкова излучаются как результат быстрого движения ДС со скоростью, совпадающей с фазовой скоростью спиновых волн. Таким образом, генерация обменных спино-

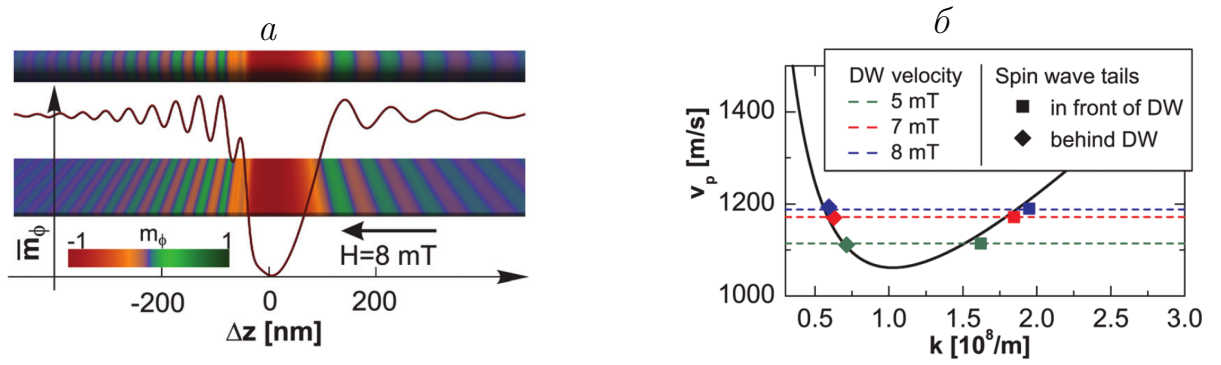


Рис. 1.18: Возбуждение обменных спиновых волн в нанотрубке: *a* – изображение компоненты  $m_\varphi$  намагниченности (направленной по касательной к поверхности цилиндра перпендикулярно его оси) в трубке (сверху) и в развёрнутом виде (снизу); *б* – зависимость фазовой скорости спиновой волны в однородно намагниченной нанотрубке от волнового числа (сплошная линия) и рассчитанные фазовые скорости спиновых волн, возбуждаемые движением ДС (квадратные и ромбические маркеры). Цветом и пунктирными линиями показаны соответствующие скорости ДС. Изображения из работы [104].

вых волн может быть связана с движением микро- и наномагнитных структур.

Ещё одна идея о применении ДС в магнонике изложена в работе [105]. Авторы рассматривали двухслойный материал ферромагнетик(СoFeV) / сегнетоэлектрик(ВаTiO<sub>3</sub>). Нижний слой ВаTiO<sub>3</sub> за счёт механических напряжений зонально наводил одноосную магнитную анизотропию в СoFeV – см. Рис. 1.19*a*. Намагниченность в одном из доменов переключалась с помощью внешнего магнитного поля, прикладываемого либо вдоль либо перпендикулярно ДС, которые в данной системе являются закреплёнными между доменами. Такое переключение соответствует изменению структуры ДС. Авторами экспериментально и теоретически было показано, что более широкая ДС (head-to-head) пропускает спиновую волну на частоте 9.85 ГГц, а узкая ДС (head-to-tail) практически не пропускает. Рис. 1.19*б* иллюстрирует интенсивность спиновой волны после прохождения ДС (DW): интенсивность в случае head-to-tail оказывается практически нулевой (красные точки). Моделирование показало, что спиновая волна отражается от узкой стенки из-за сильного эффективного магнитного поля внутри неё.

ДС может также работать как фазовращатель для спиновых волн, проходящих через неё. Теоретическая работа [107] содержит идею о двухплечевом интерферометре, в одном плече которого содержится ДС, а в другом намагниченность однородна. Сдвиг фазы спиновой волны, внесённый за счёт ДС,

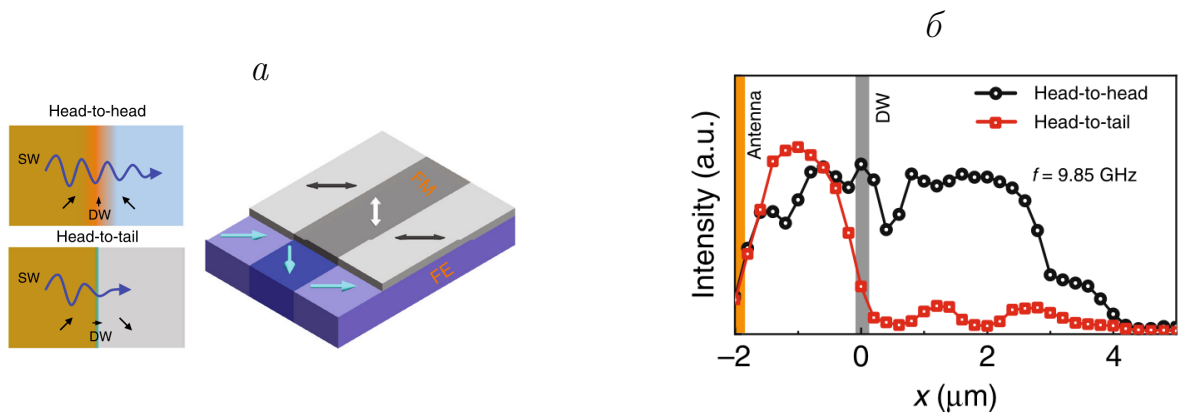


Рис. 1.19: ДС как фильтр спиновых волн. *a* – идея работы (слева) и общий вид структуры (справа): ферромагнетик CoFeB (прямоугольник в серых тонах) и сегнетоэлектрик (в синих тонах). Чёрные и белые стрелки указывают направление осей лёгкого намагничивания, синие – положение электрической поляризации. *б* – зависимость интенсивности спиновой волны от координаты, перпендикулярной ДС: чёрные и красные точки соответствуют разным по структуре ДС (head-to-head и head-to-tail). Изображения из работы [105].

приводит к интерференции в месте сочленения плечей интерферометра. Другая идея [106] состоит в том, чтобы использовать две ДС, по одной в каждом плече, но эти ДС должны обладать разной киральностью (см. Рис. 1.20). При этом деструктивная интерференция будет наблюдаться в том случае, когда ДС имеют смешанную структуру, т.е. не относятся не к типу ДС Блоха, не к типу ДС Нееля. Это возможно в том случае, если ВДМ оказывается сопоставимо по величине с энергией размагничивания внутри ДС. В работе [106] показано, что в такой ситуации ДС имеет две возможные структуры с одной величиной энергии и переключение между ними может производиться внешним магнитным полем. На Рис. 1.20*a* приведено схематическое изображение интерферометра, стрелками показана компонента намагниченности в плоскости рисунка, соответствующей середине ДС. Квадратом, звёздочкой и кружком помечены ДС, соответственно, неелевской, смешанной и блоховской природы. Штрих обозначает смену киральности. В случае одинаковой киральности наблюдается только конструктивная интерференция, а деструктивная – только в ситуации с двумя ДС смешанной структуры – они помечены как  $\star$  и  $\star'$  на Рис. 1.20*б*.

Работа [108] примечательна тем, что она даёт аналитический результат для вращения фазы спиновой волны, прошедшей через ДС Блоха. Идея состоит в том, чтобы перейти во вращающуюся систему координат (см. Рис. 1.13*a*), в которой намагниченность внутри ДС имеет единственную ненулевую компо-

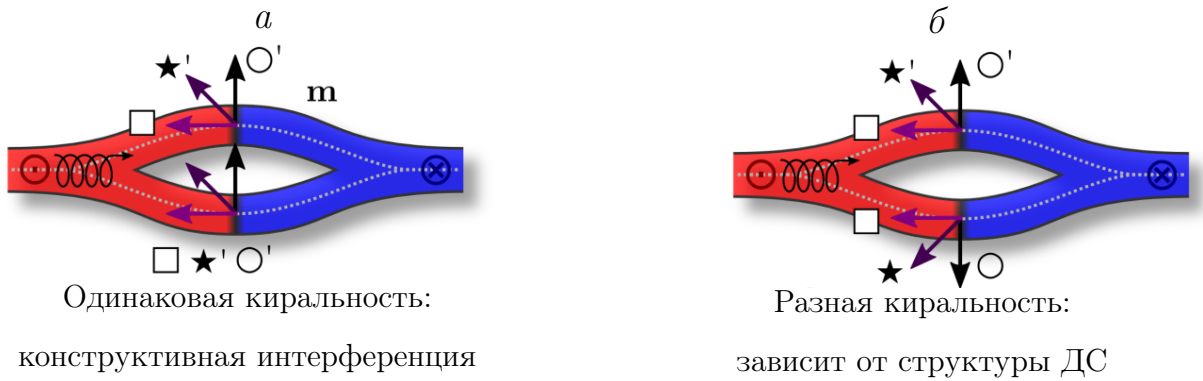


Рис. 1.20: Интерферометр, основанный на вращении фазы спиновой волны за счёт ДС. При одинаковой киральности ДС наблюдается только конструктивная интерференция – *a*; деструктивная интерференция наблюдается только в случае смешанной структуры ДС при их разной киральности – на рисунке *b* такие ДС отмечены как  $\star$  и  $\star'$ . Квадратом, звёздочкой и кружком помечены ДС, соответственно, блоховской, неелевской и смешанной природы. Изображения из работы [106].

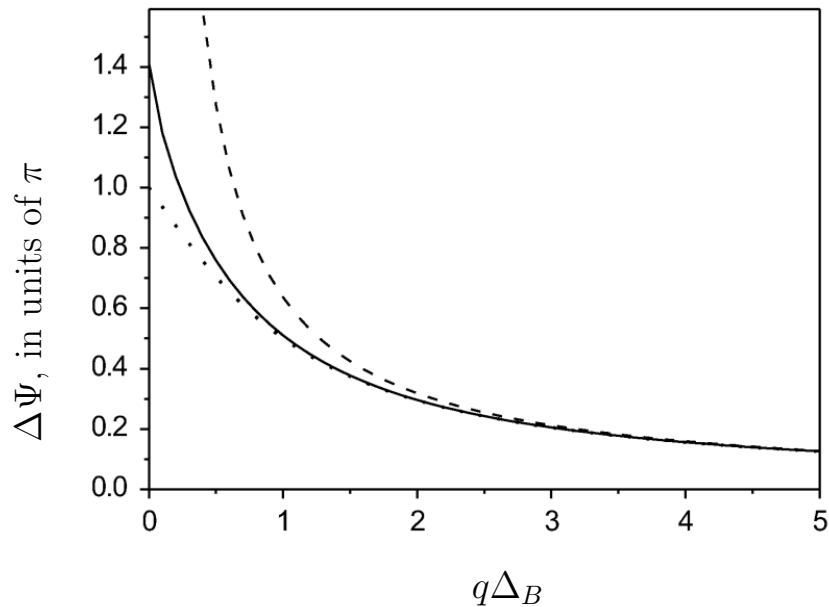


Рис. 1.21: Зависимость фазового сдвига для фазовой волны, вносимого ДС Блоха, от длины волны. Сплошная линия соответствует точному решению линеаризованного уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта, пунктирная – решению по методу ВКБ, штриховая – асимптотике, показывающей убывание по гиперболе в коротковолновом приближении. Изображение из работы [108].

ненту, направленную вдоль одной из осей новой системы координат. Авторами было получено два решения: точное и по методу ВКБ (Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна). На Рис. 1.21 показано, что вносимый со стороны ДС Блоха сдвиг фазы волны  $\Delta\Psi$  уменьшается, если волновое число  $q$  падающей волны увеличи-

вается. Иными словами, чем меньше длина падающей волны, тем слабее волна замечает наличие ДС Блоха. Согласно работе [108], сдвиг фазы происходит из-за локального изменения волнового числа при постоянной частоте. Изменение волнового числа происходит внутри области с ДС и после прохождения ДС оно имеет такое же значение, что и на входе, т.е. длина волны не изменяется.

#### 1.4 Подходы к моделированию динамики и статики намагниченности

Динамика векторного поля намагниченности описывается уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта [32; 109]:

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\frac{|\gamma|}{1 + \alpha^2} [\vec{m} \times \vec{H}^{eff}] - |\gamma| \frac{\alpha}{1 + \alpha^2} [\vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{H}^{eff}]], \quad (1.21)$$

где  $\vec{m}$  – безразмерное векторное поле с единичным модулем в каждой точке,  $\alpha$  – константа затухания,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $\vec{H}^{eff}$  – эффективное магнитное поле, определяемое как вариационная производная свободной энергии  $f_{int}$  по вектору намагниченности:

$$\vec{H}^{eff} = -\frac{1}{M_s} \frac{\delta f_{int}(\vec{m})}{\delta \vec{m}}, \quad (1.22)$$

где  $M_s$  – намагниченность насыщения. Уравнение (1.21) описывает затухающую прецессию намагниченности в эффективном магнитном поле  $\vec{H}^{eff}$  (см. Рис. 1.22 а). Отметим, что выбранный вид уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21) позволяет использовать явные численные схемы интегрирования, поскольку второе слагаемое в выражении (1.21) явно не содержит производной намагниченности по времени, как это имеет место в альтернативной записи. К примеру, популярные пакеты для микромагнитных вычислений OOMMF [110] и MuMax3 [111] используют именно такие явные численные схемы. Для отыскания равновесного распределения намагниченности также часто используют уравнение (1.21): за счет второго слагаемого при проведении расчётов добиваются релаксации системы во времени до такого состояния, когда векторы  $\vec{m}$  и  $\vec{H}^{eff}$  оказываются коллинеарными (с некоторой точностью). При этом мерой их коллинеарности является величина вращающего момента (англ. torque)  $-\left[\vec{m} \times \vec{H}^{eff}\right]$ , измеряемая в единицах напряжённости (или индукции) магнит-

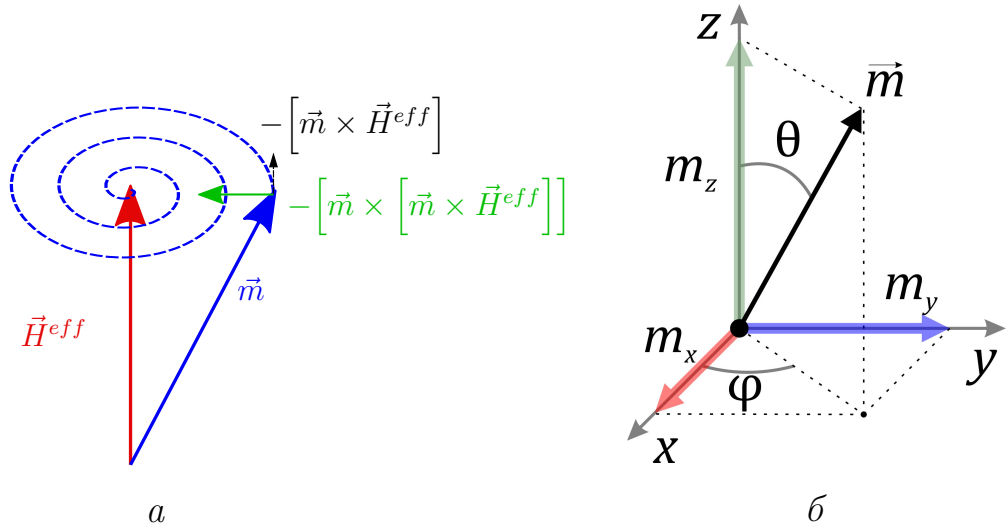


Рис. 1.22: *a* – схематичное изображение прецессии магнитного момента  $\vec{m}$  вокруг вектора эффективного магнитного поля  $\vec{H}^{eff}$ . Вектор  $-\vec{m} \times \vec{H}^{eff}$  направлен перпендикулярно плоскости, содержащей  $\vec{m}$  и  $\vec{H}^{eff}$ , а вектор  $-\vec{m} \times [\vec{m} \times \vec{H}^{eff}]$  стремится привести магнитный момент к прямой, на которой лежит вектор  $\vec{H}^{eff}$ ; *б* – схематическое изображение компонент намагниченности и углов  $\theta, \varphi$ .

ного поля. Например, пакет MuMax3 позволяет добиваться величины вращающего момента порядка  $10^6$  Тл. Полезно также привести другое представление уравнения (1.21) – уравнения динамики для углов  $\theta$  и  $\varphi$  (см. Рис. 1.22 *б*), которые могут быть использованы для параметризации нормированного вектора намагниченности [100]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{M_s \sin \theta} \frac{\delta f}{\delta \varphi} - \alpha \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\gamma}{M_s \sin \theta} \frac{\delta f}{\delta \theta} + \frac{\alpha}{\sin \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (1.24)$$

Далее используется гиромагнитное отношение для электрона. В уравнении (1.21) основную информацию о взаимодействиях в системе содержит эффективное магнитное поле  $\vec{H}^{eff}$ . Примеры вкладов в свободную энергию, описывающих различные взаимодействия, и соответствующие эффективные магнитные поля приведены ниже. Плотность свободной энергии обменного взаимодействия и соответствующее эффективное магнитное поле имеют вид [100; 112]:

$$f_{exch} = A \sum_{i=x,y,z} (\nabla m_i)^2, \quad (1.25)$$

$$\vec{H}_{exch}^{eff} = \frac{2A}{M_s} \Delta \vec{m}, \quad (1.26)$$

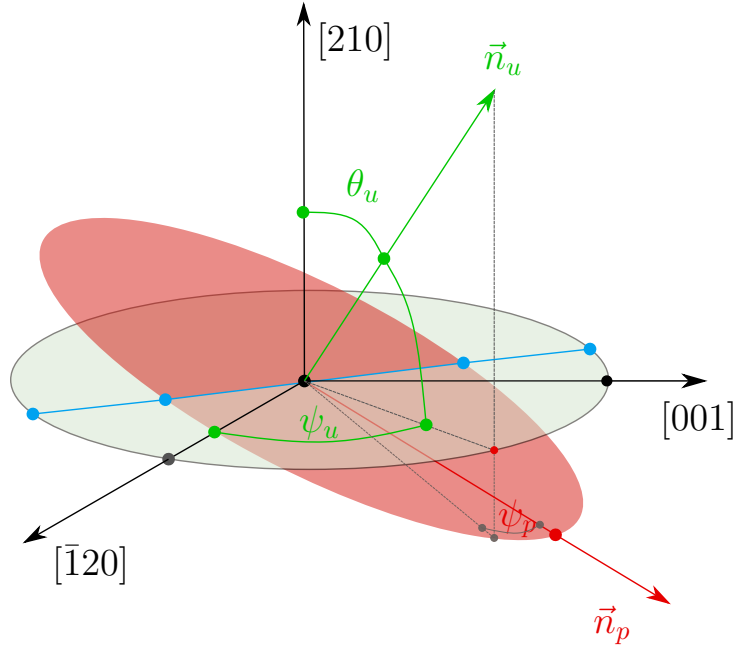


Рис. 1.23: Модель орторомбической магнитной анизотропии в плёнках (210) феррита граната согласно [113; 114].

где  $A$  - константа обменного взаимодействия,  $M_s$  - намагниченность насыщения. Для орторомбической магнитной анизотропии характерно наличие оси лёгкого намагничивания и плоскости лёгкого намагничивания:

$$f_{an} = -K_u(\vec{n}_u \cdot \vec{m})^2 + K_p(\vec{n}_p \cdot \vec{m})^2, \quad (1.27)$$

$$\vec{H}_{an}^{eff} = \frac{2K_u}{M_s}\vec{n}_u(\vec{n}_u \cdot \vec{m}) - \frac{2K_p}{M_s}\vec{n}_p(\vec{n}_p \cdot \vec{m}), \quad (1.28)$$

где  $K_u, K_p$  - константы магнитной анизотропии,  $\vec{n}_u$  и  $\vec{n}_p$  есть единичные векторы, задающие в случае  $K_u > 0$  и  $K_p > 0$  ось лёгкого намагничивания и плоскость лёгкого намагничивания, соответственно (см. Рис. 1.23). Такая модель наведённой магнитной анизотропии используется для описания магнитных плёнок феррита граната [113; 114]. В основной системе отсчёта, связанной с осями  $[\bar{1}20]$ ,  $[001]$ ,  $[210]$ , перпендикулярные друг другу векторы  $\vec{n}_u$  и  $\vec{n}_p$  задаются выражениями:

$$\vec{n}_u = \begin{pmatrix} \sin(\theta_u) \cos(\psi_u) \\ \sin(\theta_u) \sin(\psi_u) \\ \cos(\theta_u) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \vec{e}_{[\bar{1}20]} \\ \vec{e}_{[001]} \\ \vec{e}_{[210]} \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

$$\vec{n}_p = \begin{pmatrix} -\sin(\psi_u) \sin(\psi_p) + \cos(\theta_u) \cos(\psi_u) \cos(\psi_p) \\ \cos(\psi_u) \sin(\psi_p) + \cos(\theta_u) \sin(\psi_u) \cos(\psi_p) \\ -\sin(\theta_u) \cos(\psi_p) \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \vec{e}_{[\bar{1}20]} \\ \vec{e}_{[001]} \\ \vec{e}_{[210]} \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

где  $\theta_u, \psi_u, \psi_p$  – углы, определённые относительно основной системы координат (см. Рис. 1.23). Особый интерес представляет структура скрученной ДС с учётом такой сложной магнитной анизотропии, так как ранее моделирование для такой модели анизотропии не проводилось, хотя известно, в частности, что в плёнках ферритов гранатов разная магнитная анизотропия приводит к различным структурам доменов и ДС [115; 116] (замыкающим доменам, ленточным доменам,  $90^\circ$ - и  $180^\circ$ -доменным стенкам). Плотность энергии кубической магнитной анизотропии наименьшего порядка и соответствующее эффективное магнитное поле имеют вид:

$$f_{an-c} = -K_c \left( (\vec{m} \cdot \vec{n}_{100})^2 (\vec{m} \cdot \vec{n}_{010})^2 + (\vec{m} \cdot \vec{n}_{100})^2 (\vec{m} \cdot \vec{n}_{001})^2 + (\vec{m} \cdot \vec{n}_{010})^2 (\vec{m} \cdot \vec{n}_{001})^2 \right), \quad (1.31)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{an-c}^{eff} = \frac{2K_c}{M_s} & \left( \vec{n}_{100} (\vec{m} \cdot \vec{n}_{100}) \left[ (\vec{m} \cdot \vec{n}_{010})^2 + (\vec{m} \cdot \vec{n}_{001})^2 \right] + \right. \\ & + \vec{n}_{010} (\vec{m} \cdot \vec{n}_{010}) \left[ (\vec{m} \cdot \vec{n}_{100})^2 + (\vec{m} \cdot \vec{n}_{001})^2 \right] + \\ & \left. + \vec{n}_{001} (\vec{m} \cdot \vec{n}_{001}) \left[ (\vec{m} \cdot \vec{n}_{100})^2 + (\vec{m} \cdot \vec{n}_{010})^2 \right] \right), \end{aligned} \quad (1.32)$$

где  $K_c$  – константа кубической анизотропии,  $\vec{n}_{100}, \vec{n}_{010}, \vec{n}_{001}$  есть векторы, лежащие на рёбрах элементарной кубической ячейки.

Согласно [112; 117; 118] для объёма  $\Omega$  с границей  $\Gamma$  плотность энергии диполь-дипольного взаимодействия и соответствующее ему магнитное поле могут быть записаны через скалярный потенциал  $\phi$  (в системе СГС):

$$\phi(\vec{r}) = 4\pi \left( -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{M_s \operatorname{div} \vec{m}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{M_s (\vec{m}(\vec{r}') \cdot \vec{n}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS' \right) \quad (1.33)$$

$$f_{dm} = -\frac{1}{2} M_s \left( \vec{H}^{dm} \cdot \vec{m} \right); \quad (1.34)$$

$$\vec{H}^{dm}(\vec{r}) = -\nabla \phi(\vec{r}), \quad (1.35)$$

где  $\vec{n}$  – внешняя нормаль к границе. В случае однородной намагниченности размагничивающее поле может быть записано через тензор размагничивающих

коэффициентов  $K_{ij}(\vec{r})$  [117]:

$$\vec{H}_i^{dm}(\vec{r}) = -4\pi K_{ij}(\vec{r}) M_s m_j; \quad (1.36)$$

$$K_{ij}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{\Omega} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \quad (1.37)$$

Для плотности энергии электрически модулируемого ВДМ и соответствующего эффективного магнитного поля справедливы выражения:

$$f_{me} = -\gamma_{me} \chi_e \left( \vec{E} \cdot ((\nabla \cdot \vec{m}) \vec{m} - (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{m}) \right), \quad (1.38)$$

$$\left( \vec{H}_{me}^{eff} \right)_i = \frac{\gamma_{me} \chi_e}{M_s} \left( 2E_i \partial_\beta m_\beta - 2E_\beta \partial_i m_\beta + m_\beta \partial_\beta E_i - m_\beta \partial_i E_\beta \right), \quad (1.39)$$

где  $\gamma_{me}$  – магнитоэлектрический коэффициент.

### 1.5 Выводы из обзора литературы и постановка задачи

В предыдущих разделах показано, что появление электрической поляризации, обусловленной электрически модулируемым ВДМ, является довольно общим явлением – появление электрической поляризации у спиновой циклоиды следует как из соображений симметрии, так и из микроскопических моделей. Этот эффект позволяет – в духе спинтроники – использовать внешнее электрическое поле для контроля состояния магнитных моментов в плёнках феррита граната. Явление «преломления» ДС в электрическом поле полоскового электрода на данный момент не имеет подтверждения в виде расчёта. В рамках магноники ЭМВДМ интересно с точки зрения воздействия на свойства спиновых волн. Вместе с тем, можно выделить некоторые пробелы в его описании: инвариант Лифшица (1.9) должен давать вклад в граничное условие для намагниченности, а динамика ДС под воздействием электрического поля теоретически не исследовалась. Кроме того, интересны следующие моменты: срез скрученной ДС вертикальной плоскостью с учётом сложной магнитной анизотропии, изменение свойств спиновых волн, проходящих через контролируруемую электрическим полем ДС – по аналогии с Рис. 1.20. По итогам обзора литературы можно сформулировать следующие задачи для дальнейших исследований:

- Теоретический анализ дополнительного вклада в статическое граничное условие для векторного поля намагниченности, обеспечиваемого электрически модулируемым взаимодействием Дзялошинского-Мория;

- Численное моделирование структуры ДС на основе параметров экспериментального образца плёнки феррита граната с учётом сложной магнитной анизотропии и полей размагничивания;
- Анализ механизма «преломления» ДС в электрическом поле полоскового электрода;
- Теоретический анализ динамики ДС под воздействием пространственно однородного внешнего электрического поля;
- Численное моделирование прохождения спиновой волны через электрически контролируемую ДС.

## Глава 2

# Проявления электрически модулируемого ВДМ в статике намагниченности

## 2.1 Граничное условие для электрически модулируемого ВДМ

### 2.1.1 Методы

Данный раздел посвящён вкладу ЭМВДМ в граничное условие для статике намагниченности. Для его вывода были проведены аналитические вычисления на основе вариационного исчисления – была рассчитана вариация суммы энергий обменного взаимодействия и ЭМВДМ. Определение вариации функционала  $F[\vec{m}]$  выглядит следующим образом [119; 120]:

$$\delta F[\vec{m}] = \left. \frac{\partial}{\partial \xi} F[\vec{m} + \xi \delta \vec{m}] \right|_{\xi=0}, \quad (2.1)$$

где  $\delta \vec{m}$  есть приращение функции  $\vec{m}(\vec{r})$ .

Следствия граничного условия были рассмотрены с помощью численного расчёта равновесного распределения намагниченности на основе уравнения (1.21), реализованного автором в собственном коде на языке программирования Python с помощью библиотеки JAX для вычислений на графическом процессоре. Областью моделирования выступал параллелепипед, ориентированный по осям  $[\bar{1}20]$ ,  $[001]$ ,  $[210]$ . В рамках этого раздела рассматриваются два набора материальных параметров: один характеризует плёнку феррита граната, активно изучаемую экспериментально, другой описывает пробную модель феррита граната для наблюдения в расчётах доменной структуры. Эти наборы параметров даны в таблицах 2.1, 2.2. В случае второго (пробного) образца рассматривается только вертикальная (коллинеарная с направлением  $Oz$ ) ось лёгкого намагничивания. В качестве источника электрического поля использовался точечный заряд. Достигнутая в ходе затухающей прецессии величина полного вращающего момента (англ. torque) составляла 0.1 Э.

Таблица 2.1: Параметры образца №88Д-21  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$  (согласно нумерации А. М. Балбашова)

Параметр	Величина в СГС	Величина в СИ
Константа обменного взаимодействия $A$	$1 \times 10^{-7}$ эрг/см	$1 \times 10^{-12}$ Дж/м
Константа магнитной анизотропии $K_u$	1054 эрг/см <sup>3</sup>	105.4 Дж/м <sup>3</sup>
Константа магнитной анизотропии $K_p$	1830 эрг/см <sup>3</sup>	183.0 Дж/м <sup>3</sup>
Константа кубической магнитной анизотропии $K_c$	1016 эрг/см <sup>3</sup>	101.6 Дж/м <sup>3</sup>
Угол $\theta_u$	46.2°	
Угол $\psi_u$	-16.7°	
Угол $\psi_p$	9.7°	
Намагниченность насыщения $M_s$	43.48 Гс	3460 А/м

### 2.1.2 Влияние электрического поля на однородно распределённую намагниченность

Поскольку плотность энергии электрически модулируемого ВДМ (1.38) содержит слагаемое, выраженное в виде дивергенции, это взаимодействие, подобно обменному, должно приводить к дополнительному условию для намагниченности на границе области (т.е. тела с ненулевой намагниченностью). Следуя [120], рассмотрим в безразмерных переменных вариацию суммарной энергии  $\mathcal{F}$  обменного взаимодействия и ЭМВДМ по отношению к вектору намагниченности  $\vec{m}$  внутри области  $\Omega$  с границей  $\Gamma$ . В качестве безразмерных координат выберем декартовы координаты  $x_d, y_d, z_d$ , отсчитываемые в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_{DW} = \sqrt{A/K_p}$ , где  $A$  – коэффициент обменного взаимодействия,  $K_p$  – параметр, характеризующий магнитную анизотропию. Введём также безразмерное электрическое поле  $\vec{E}^d = \vec{E}/E_0$ , где  $E_0$  – характерная величина электрического поля. В таком случае безразмерная плотность энергии

Таблица 2.2: Параметры пробного образца

Параметр	Величина в СГС	Величина в СИ
Константа обменного взаимодействия $A$	$1 \times 10^{-7}$ эрг/см	$1 \times 10^{-12}$ Дж/м
Константа магнитной анизотропии $K_u$	$100$ эрг/см <sup>3</sup>	$10.0$ Дж/м <sup>3</sup>
Намагниченность насыщения $M_s$	$62.83$ Гс	$5000$ А/м

ЭМВДМ (1.38), отсчитываемая в единицах  $K_u$ , примет вид:

$$f_{me}^d = -p \left( \vec{E}^d \cdot ((\nabla \cdot \vec{m})\vec{m} - (\vec{m} \cdot \nabla)\vec{m}) \right), \quad (2.2)$$

где верхние индексы  $d$  указывают на безразмерные (dimensionless) величины, а параметр  $p = (\gamma_{me}\chi_e E_0)/(\sqrt{AK_u})$  определяет величину вклада ЭМВДМ и зависит от характерного масштаба электрического поля  $E_0$ . Тогда полная энергия  $\mathcal{F}$  обменного взаимодействия и ЭМВДМ записывается так [121\*]:

$$\mathcal{F} = \int_{\Omega} \left[ \sum_{i=1,3} (\nabla m_i)^2 - p \left( \vec{E}^d \cdot ((\nabla \cdot \vec{m})\vec{m} - (\vec{m} \cdot \nabla)\vec{m}) \right) \right] dV, \quad (2.3)$$

Вариация  $\delta\mathcal{F}$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{F} = & \int_{\Omega} [2\partial_{\beta} (\delta m_i \partial_{\beta} m_i) - 2(\Delta \vec{m} \cdot \delta \vec{m})] dV - \\ & - p \int_{\Omega} \left[ \operatorname{div} \vec{m} \left( \vec{E}^d \cdot \delta \vec{m} \right) - \left( \vec{E}^d \cdot (\delta \vec{m} \cdot \nabla) \vec{m} \right) - \partial_{\beta} \left( \vec{E}^d \cdot \vec{m} \right) \delta m_{\beta} + \right. \\ & \left. + \delta m_{\beta} \partial_i \left( E_i^d \cdot m_{\beta} \right) + \partial_{\beta} \left( \left( \vec{E}^d \cdot \vec{m} \right) \delta m_{\beta} \right) - \partial_{\beta} \left( m_{\beta} \left( \vec{E}^d \cdot \delta \vec{m} \right) \right) \right] dV, \end{aligned}$$

здесь по повторяющимся индексам ведётся суммирование, а под выражением  $\delta m_{\beta}$  имеется ввиду компонента вектора вариации намагниченности  $\delta \vec{m}$ . Выделяя слагаемые, в которых вариация  $\delta \vec{m}$  является сомножителем в скалярном произведении и не находится под знаком производной, получаем, что, в соответствии с (1.26, 1.39), эффективные магнитные поля обменного взаимодействия

и ЭМВДМ в безразмерных переменных имеют вид:

$$\begin{aligned}\vec{H}_{exch}^{eff,d} &= 2\Delta\vec{m}, \\ (H_{me}^{eff,d})_i &= p\left(2(E^d)_i\partial_\beta m_\beta - 2(E^d)_\beta\partial_i m_\beta + m_\beta\partial_\beta(E^d)_i - m_\beta\partial_i(E^d)_\beta\right).\end{aligned}$$

Поэтому вариация  $\mathcal{F}$  имеет вид:

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{F} &= -\int_{\Omega}\left[\left(\vec{H}_{exch}^{eff,d} + \vec{H}_{me}^{eff,d}\right)\cdot\delta\vec{m}\right]dV + \\ &+ \int_{\Omega}\left[2\partial_\beta(\delta m_i\partial_\beta m_i)\right]dV - \\ &+ p\int_{\Omega}\left[-\partial_\beta\left(\vec{E}^d\cdot\vec{m}\right)\delta m_\beta + \partial_\beta\left(m_\beta\left(\vec{E}^d\cdot\delta\vec{m}\right)\right)\right]dV,\end{aligned}$$

Здесь в двух последних интегралах находятся слагаемые, выраженные в дивергентной форме, поэтому путём применения теоремы Остроградского-Гаусса и приведения подобных слагаемых получаем [121\*]:

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{F} &= -\int_{\Omega}\left[\left(\vec{H}_{exch}^{eff,d} + \vec{H}_{me}^{eff,d}\right)\cdot\delta\vec{m}\right]dV + \\ &+ 2\int_{\Gamma}\left(\delta\vec{m}\cdot\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\right)dS + \\ &+ p\int_{\Gamma}\left[\left(\delta\vec{m}\cdot\left[\vec{m}\times\left[\vec{E}^d\times\vec{n}\right]\right]\right)\right]dS,\end{aligned}\tag{2.4}$$

где  $\vec{n}$  – внешняя нормаль к границе  $\Gamma$ . Учитывая, что вариация намагниченности может иметь только тангенциальные по отношению к вектору  $\vec{m}$  компоненты ( $\vec{m}$  имеет фиксированную длину), можно переписать вариацию с использованием вектора  $\delta\vec{\theta}$ , перпендикулярного  $\vec{m}$ :  $\delta\vec{m} = \left[\delta\vec{\theta}\times\vec{m}\right]$ . Тогда из (2.4) следует, что в любой точке на границе  $\Gamma$  справедливо граничное условие [121\*]:

$$\left[\vec{m}\times\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial n} + \frac{p}{2}\left[\vec{m}\times\left[\vec{E}^d\times\vec{n}\right]\right]\right)\right]\Bigg|_{\Gamma} = 0.\tag{2.5}$$

Поскольку производная по направлению нормали  $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}$  и двойное векторное произведение  $\left[\vec{m}\times\left[\vec{E}^d\times\vec{n}\right]\right]$  представляют собой векторы, перпендикулярные век-

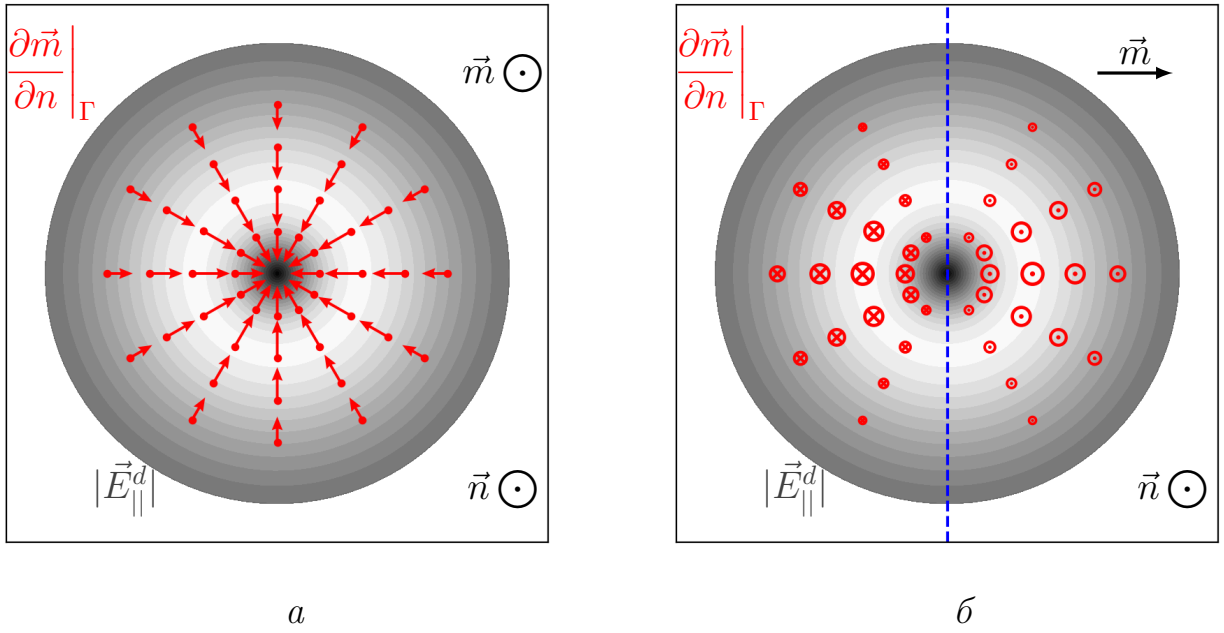


Рис. 2.1: Иллюстрация влияния электрического поля положительного точечного заряда на намагниченность за счёт граничного условия в случае  $\vec{m} \uparrow \uparrow \vec{n}$  (а) и в  $\vec{m} \perp \vec{n}$  (б). В первом случае граничное условие приводит к радиально симметричному повороту намагниченности в сторону от вектора нормали  $\vec{n}$ , во втором случае - к антисимметричному выходу намагниченности из плоскости, перпендикулярной  $\vec{n}$ . Заливкой показан модуль плоскостной компоненты электрического поля  $\vec{E}_{\parallel}^d$ . На рисунке а (б) красными стрелками (маркерами) отмечена единственная ненулевая – плоскостная (нормальная), т.е.  $\perp \vec{n}$  (коллинеарная с  $\vec{n}$ ) – компонента производной  $\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}$  в соответствии с (2.8), длина стрелки (размер маркера) указывает величину производной [121\*].

тору  $\vec{m}$ , окончательно получаем граничное условие [121\*]

$$\left( \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} + \frac{p}{2} \left[ \vec{m} \times \left[ \vec{E}^d \times \vec{n} \right] \right] \right) \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (2.6)$$

Если вернуться к обычным переменным, то это граничное условие имеет вид:

$$\left( 2A \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} + \gamma_{me} \chi_e \left[ \vec{m} \times \left[ \vec{E} \times \vec{n} \right] \right] \right) \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (2.7)$$

Здесь первое слагаемое – производная по направлению нормали – есть стандартная часть граничного условия [112; 122], обусловленная обменным взаимодействием. Второе слагаемое связано исключительно с электрически модулируемым ВДМ. В декартовой системе координат  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  для случая, когда нормаль  $\vec{n} = \vec{e}_z$  задаёт плоскость как границу области, справедливо выражение

[121\*]:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma} &= - \left[ \vec{m} \times \left[ \vec{E}^d \times \vec{n} \right] \right] \Big|_{\Gamma} = \\
&= -\frac{p}{2} \left( E_x^d m_z \vec{e}_x + E_y^d m_z \vec{e}_y - (E_x^d m_x + E_y^d m_y) \vec{e}_z \right) \Big|_{\Gamma} = \\
&= -\frac{p}{2} \left( m_z \vec{E}_{\parallel}^d - \left( \vec{m}_{\parallel} \cdot \vec{E}_{\parallel}^d \right) \vec{e}_z \right) \Big|_{\Gamma},
\end{aligned} \tag{2.8}$$

где  $\vec{E}_{\parallel}^d = E_x^d \vec{e}_x + E_y^d \vec{e}_y$ ,  $\vec{m}_{\parallel} = m_x \vec{e}_x + m_y \vec{e}_y$  есть составляющие векторов электрического поля и намагниченности, лежащие в плоскости границы  $\Gamma$ . Из (2.6) следует, что в отличие от классического случая, когда производная намагниченности по направлению нормали должна обнуляться на границе, в случае с ЭМВДМ эта производная не обязательно должна быть равна нулю – в зависимости от того, как сочетаются между собой векторные поля намагниченности и  $\vec{E}^d$ . Зафиксировав намагниченность, рассмотрим, как граничное условие (2.8) влияет на тенденцию её разворота вблизи границы в случае приложения электрического поля положительного точечного заряда. Рассмотрим два случая однородного распределения намагниченности: когда  $\vec{m}$  коллинеарна с нормалью к границе  $\vec{n}$  и когда  $\vec{m} \perp \vec{n}$ , т.е. когда намагниченность лежит параллельно поверхности границы. В первом случае ( $\vec{m}_{\parallel} = 0$ ,  $m_z \neq 0$ ), как следует из (2.8), направление производной  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$  определяется только направлением  $\vec{E}_{\parallel}^d$ , т.е. имеет только плоскостные компоненты. Иными словами, электрическое поле точечного заряда стремится уложить намагниченность на границе в плоскость, перпендикулярную  $\vec{n}$  [121\*]. Во втором случае ( $\vec{m}_{\parallel} \neq 0$ ,  $m_z = 0$ ) производная  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$  имеет только одну компоненту, коллинеарную с осью  $Oz$  и нормалью  $\vec{n}$ , знак которой определяется скалярным произведением  $\left( \vec{m}_{\parallel} \cdot \vec{E}_{\parallel}^d \right)$ . Поскольку электрическое поле точечного заряда  $\vec{E}_{\parallel}^d$  есть радиально симметричное поле, это соответствует тому, что намагниченность на границе области выходит из плоскости антисимметричным образом: направление, перпендикулярное  $\vec{m}_{\parallel}$ , в этом случае выступает разделительной линией между двумя областями с различным знаком  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$  [121\*]. На Рис. 2.1 показано, как на намагниченность влияет электрическое поле положительного точечного заряда (модуль его составляющей  $\vec{E}_{\parallel}^d$  показан заливкой): если намагниченность имеет только компоненту, коллинеарную с нормалью (Рис. 2.1а), то граничное условие способствует симметричному отклонению вектора  $\vec{m}$  в плоскость, перпендикулярную  $\vec{n}$  (см. красные стрелки

на Рис. 2.1а, показывающие направление и относительную величину  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$ ); если намагниченность имеет только компоненту, перпендикулярную нормали, то граничное условие приводит к антисимметричному выходу намагниченности из плоскости – см. Рис. 2.1б, где красными маркерами  $\odot$  ( $\otimes$ ) показана направленная из плоскости рисунка (направленная в плоскость рисунка) производная  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$ . Размер маркера отражает относительную величину этой производной. Синяя пунктирная линия задаёт прямую, на которой производная по направлению меняет знак. Отметим, что в центре, где  $\vec{E}_{\parallel}^d = 0$ , намагниченность не претерпевает изменений, и, кроме того, что модуль  $\vec{E}_{\parallel}^d$  задаёт величину  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$  – величина производной в центре равна нулю, затем она возрастает и уменьшается на периферии (см. длину стрелок на Рис. 2.1а). При смене направления электрического поля на противоположное (т.е. при смене знака заряда) производная  $\left. \frac{\partial \vec{m}}{\partial n} \right|_{\Gamma}$  также поменяет знак, т.е. стрелки и маркеры на Рис. 2.1 сменяют направление на обратное.

Для полной картины влияния электрического поля на намагниченность в доменах необходимо проведение численного расчёта с учётом граничного условия (2.6). Поскольку полный расчёт для модели феррита граната с размерами в несколько периодов доменной структуры (по порядку величины 10 мкм) невозможен по техническим причинам (нужна подробная сетка и большое количество оперативной памяти), вычисления равновесного состояния были проведены для параллелепипеда  $2.94 \times 2.94 \times 0.28$  мкм, характеризующегося параметрами образца №88Д-21 из таблицы 2.1. Равновесное распределение намагниченности в области моделирования приведено на Рис. 2.2а – намагниченность имеет практически постоянное направление, определяемое только магнитной анизотропией. Электрическое поле точечного заряда за счёт граничного условия (2.6) возмущает однородную намагниченность. Поскольку величина этого возмущения мала даже при  $E_0 = 1$  МВ/см, на Рис. 2.2б, в приведена векторная разность  $d\vec{m}$  конечного и начального (Рис. 2.2а) векторных полей намагниченности при  $E_0 = 1$  МВ/см и  $E_0 = -1$  МВ/см, соответственно. На этих рисунках цветом показана величина  $dm_z$ , а стрелками векторная сумма компонент, попадающих в плоскость рисунка, т.е. на верхней части рисунка стрелки отображают сумму  $dm_x \vec{e}_x + dm_y \vec{e}_y$ , на нижней –  $dm_x \vec{e}_x + dm_z \vec{e}_z$  (здесь  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  – орты декартовой системы координат). Во-первых, из рисунков следует, что изначально наклонён-

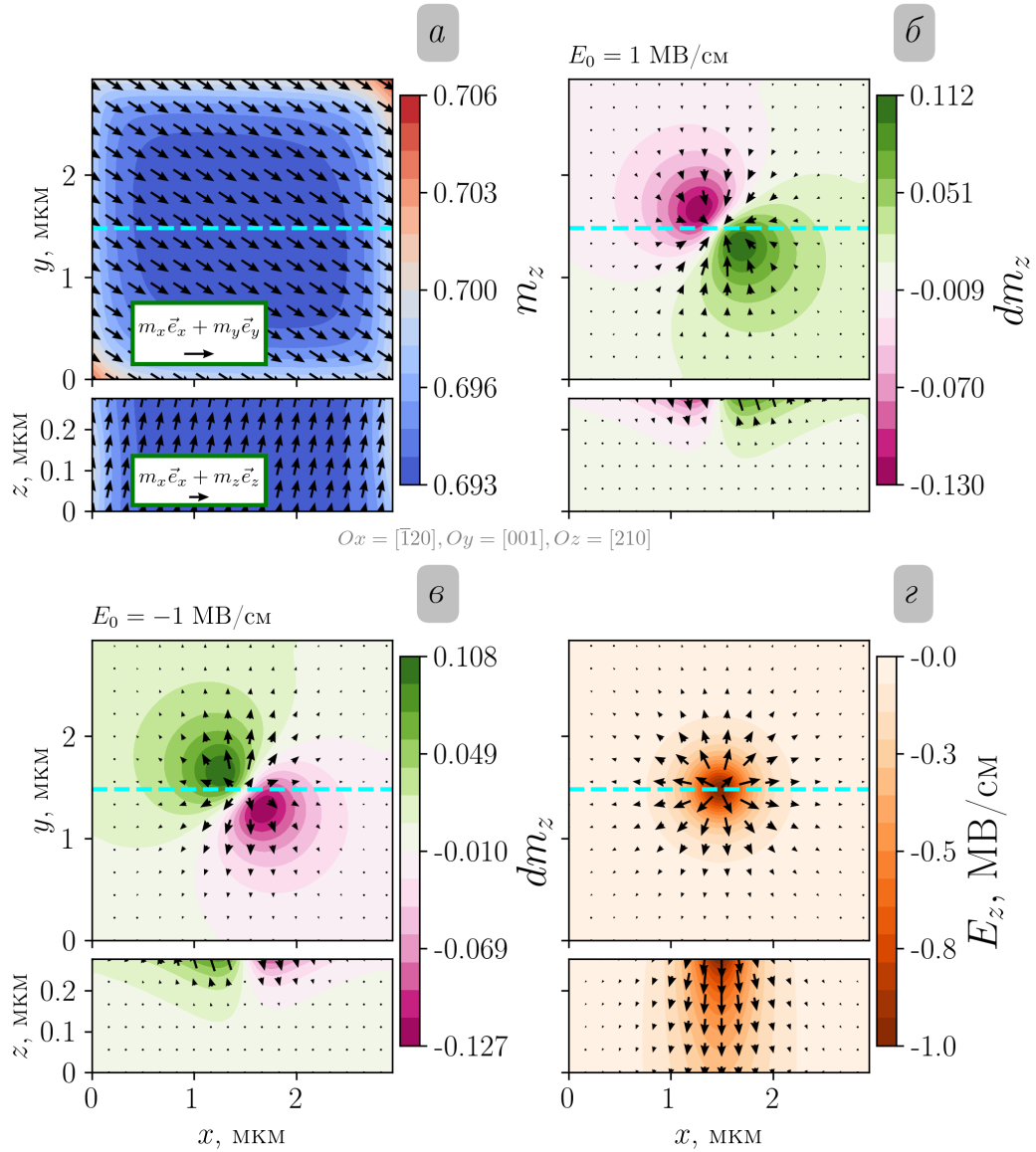


Рис. 2.2: Влияние граничного условия на намагниченность: *a* – начальная однородная намагниченность, *б*, *в* – векторная разность  $d\vec{m}$  между возмущённым и начальными полями намагниченности при напряжённости электрического поля 1 МВ/см и -1 МВ/см, *г* – электрическое поле положительного точечного заряда. Стрелками показана векторная сумма компонент, находящихся в плоскости рисунка. Верхняя часть каждого рисунка отображает векторную величину на поверхности параллелепипеда. Голубая линия показывает положение вертикального  $Oxz$  сечения (нижняя часть каждого рисунка) [121\*].

ная относительно нормали к поверхности намагниченность возмущается таким образом, что возмущения в плоскости моделируемой области ( $dm_x, dm_y$ ) и возмущение ( $dm_z$ ) имеют характер, схожий с тем, что было отмечено выше на основе (2.8) и представлено на Рис. 2.1: намагниченность одновременно склоняется к центру электрического поля (Рис. 2.2г) и антисимметричным образом изме-

няет свою  $m_z$ —компоненту [121\*]. Во-вторых, смена знака электрического поля приводит к изменению знаков возмущений. В-третьих, вносимое электрическим полем возмущение имеет величину около 10% от намагниченности насыщения [121\*] и проникает в глубину образца на 100 нм при том, что электрическое поле дальше проникает вглубь ( $E_z$  на Рис. 2.2*г* на половине толщины области уменьшается приблизительно в 2 раза).

### 2.1.3 Граничное условие как причина зарождения доменов

В предыдущем разделе было показано, что внешнее электрическое поле способно воздействовать на пространственно однородно намагниченность посредством ЭМВДМ, например, на намагниченность в домене. Обзор литературы также содержит информацию об электроиндуцированном зарождении ЦМД из монодоменного состояния образца. Для того, чтобы продемонстрировать такую возможность теоретически, были проведены микромагнитные вычисления в пробном образце  $12.6 \times 12.6 \times 1.2$  мкм с параметрами из таблицы 2.2. Можно заметить, что все параметры по порядку величины совпадают с параметрами реально исследуемого образца 2.1 за исключением одного – константы магнитной анизотропии  $K_u$ , характеризующей в данном случае вертикальную ось лёгкого намагничивания. Её величина была уменьшена на порядок для того, чтобы повысить вклад полей размагничивания в полную энергию и способствовать появлению доменов в небольшой по своим размерам области. Магнитные домены, реализующиеся в пробном образце, приведены на Рис. 2.3*а*. Для того, чтобы реализовалась конкретная структура доменов, магнитная анизотропия была локально случайным образом уменьшена на 10%, но для последующих вычислений такое искажение параметра  $K_u$  исключалось из рассмотрения. На каждом из Рис. 2.3*а-г*, как и ранее в этом разделе, верхняя часть стрелками отображает векторную сумму  $m_x\vec{e}_x + m_y\vec{e}_y$ , нижняя – сумму  $m_x\vec{e}_x + m_z\vec{e}_z$ . Для двух частей цветовая схема одинакова – она отображает компоненту  $m_z$ . Зелёной линией отмечено положение сечения, приведённого на нижней части каждого рисунка. Из Рис. 2.3*а*, видно, что в образце реализуются магнитные домены, ширина которых сопоставима с шириной ДС. Для достижения состояния насыщения (Рис. 2.3*б*) прикладывалось магнитное поле  $H_z^{ext} = 30$  Э. Воздействие электрического поля положительного точечного заряда (см. структуру поля на

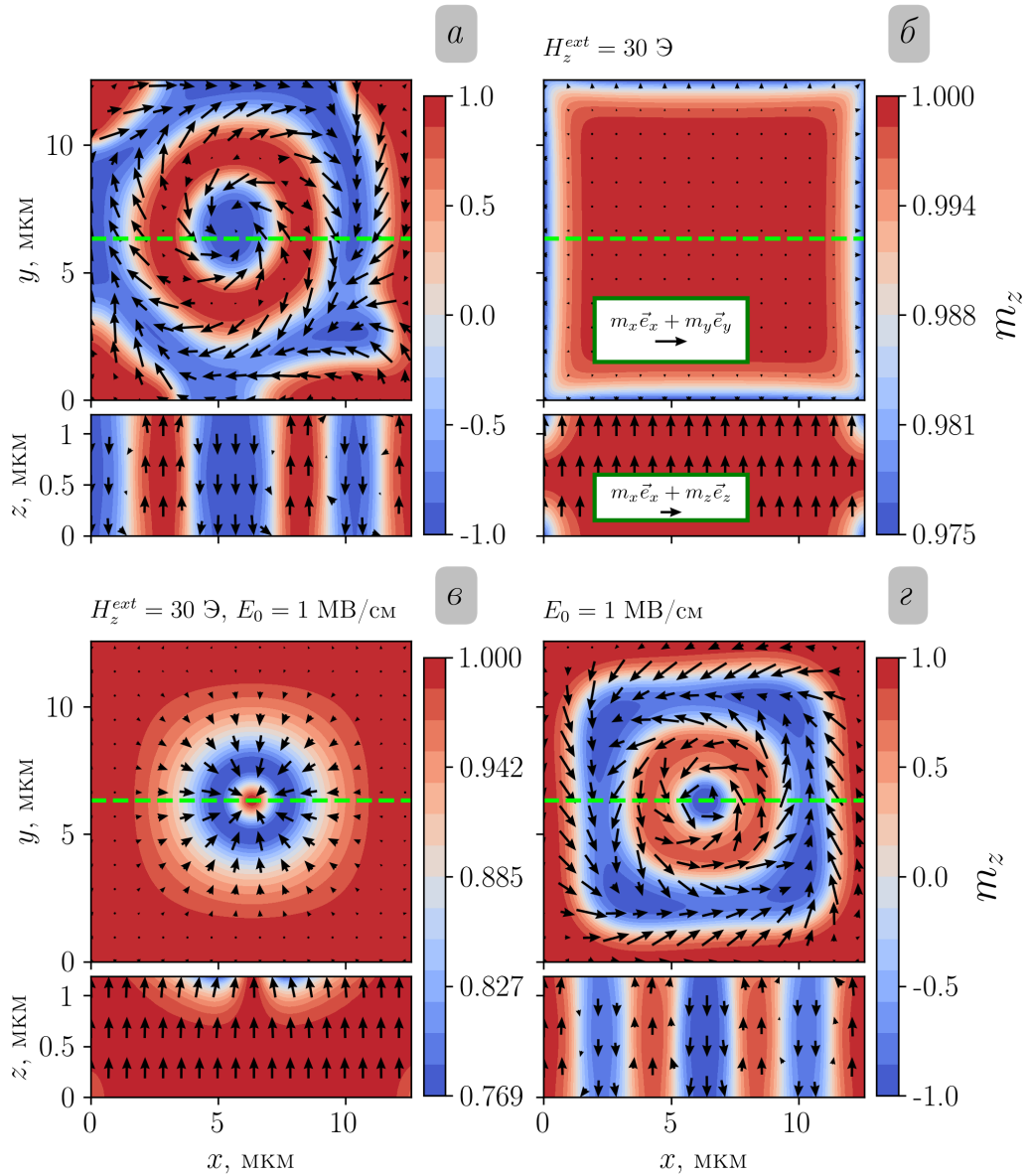


Рис. 2.3: Последовательность конфигураций намагниченности, демонстрирующая зарождение доменов электрическим полем: *a* – случайная доменная структура; *б* – монодоменное состояние, вызванное магнитным полем  $H_z^{ext} = 30 \text{ Oe}$ ; *в* – влияние электрического поля  $E_0 = 1 \text{ MB/cm}$  на изначально однородную намагниченность; *г* – возникающая при выключении магнитного поля доменная структура. Цветом показана компонента намагниченности  $m_z$ , стрелками – векторная сумма компонент намагниченности, попадающих в плоскость рисунка. На каждом рисунке сверху приведён верхний срез образца, снизу – сечение образца, отмеченное зелёной линией [121\*].

Рис. 2.4б) в полном соответствии с Рис. 2.1 приводит к радиально симметричному скосу намагниченности (Рис. 2.3в), изменение  $m_z$  при этом составляет примерно 25 %. Из-за изменения линейных размеров области моделирования в 5 раз (см. подписи к осям на Рис. 2.2 и Рис. 2.3) глубина проникновения возму-

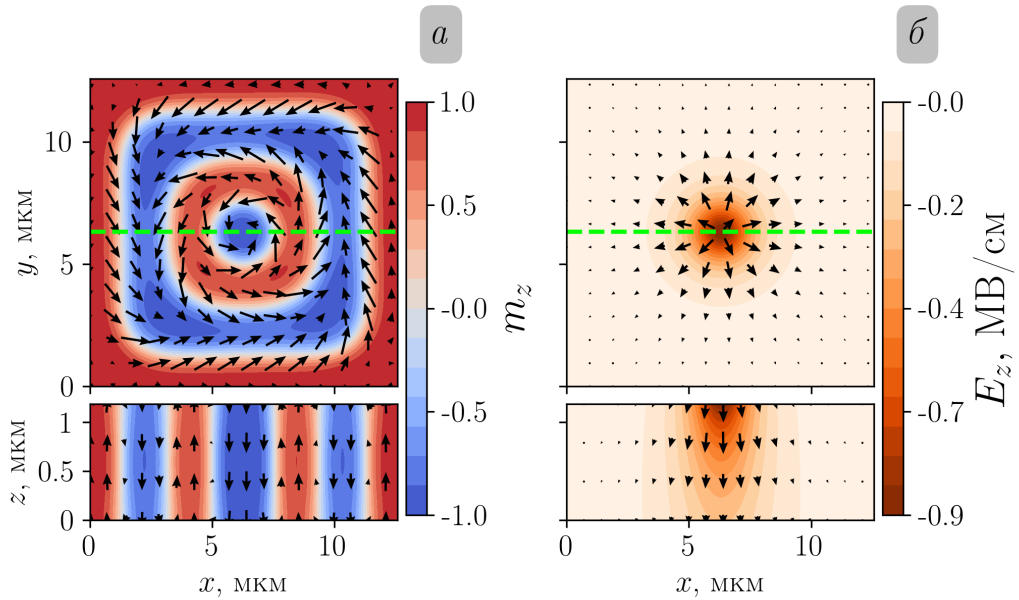


Рис. 2.4: Финальная доменная структура: *a* – состояние намагниченности после снятия электрического и магнитного поля, *б* – структура электрического поля, вызывающего скос намагниченности и задающего положение центрального домена [121\*].

щения также увеличивается в 5 раз: от 100 нм до 500 нм. Скос намагниченности, вносимый электрическим полем, превращается в доменную структуру при выключении магнитного поля – см. Рис. 2.3*г* [121\*]. Промежуточные состояния намагниченности при магнитных полях  $H_z^{ext} = 15$  Э и  $H_z^{ext} = 10$  Э приведены в приложении А на Рис. А.1, где видно, что при постепенном снижении магнитного поля скос намагниченности превращается в доменную структуру, прорастая по глубине плёнки. Финальная доменная структура, соответствующая выключенным магнитным и электрическим полям, приведена на Рис. 2.4*a*. Заметной разницы между Рис. 2.4*a* и Рис. 2.3*г* нет, и для того, чтобы её увидеть, нужно детально рассмотреть вертикальное сечение образца, проходящий через центр симметрии электрического поля (такие сечения представлены на каждом Рис. 2.3*a-g* внизу). Более подробные сечения доменной структуры вертикальной плоскостью, проходящей через центр симметрии электрического поля, приведены на Рис. 2.5: слева (Рис. 2.5*a*) доменная структура под воздействием электрического поля, справа – без него (Рис. 2.5*б*). Цветовая схема позволяет рассмотреть скрученность доменных стенок: между доменами (вертикальные стрелки) вблизи горизонтальных поверхностей поля размагничивания стремятся увеличить компоненту  $m_x$ . Так как поверхностные магнитные заряды (см.

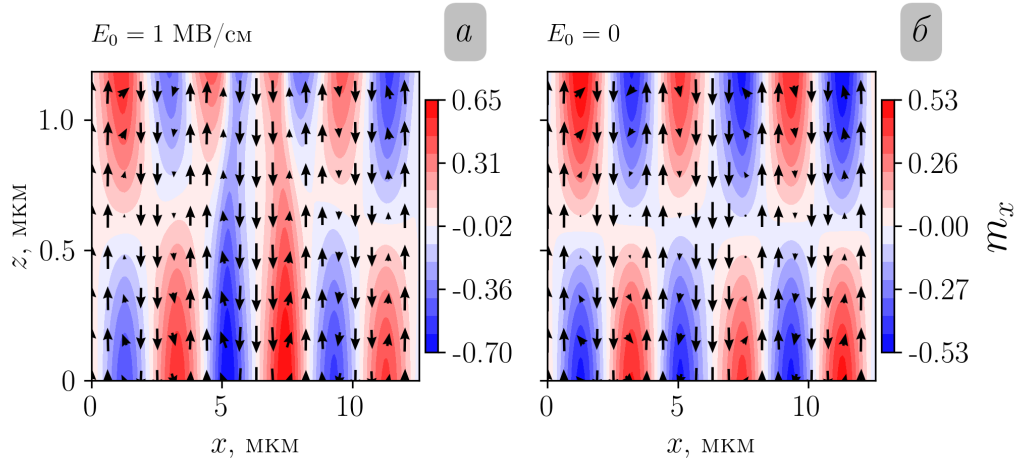


Рис. 2.5: Сравнение сечений доменной структуры с электрическим полем (а) и без него (б). Стрелками показана векторная сумма компонент намагниченности, попадающих в плоскость рисунка ( $m_x, m_z$ ). Цветовая схема отражает компоненту  $m_x$  [121\*].

(1.34)), находящиеся в рамках одного домена на разных поверхностях, имеют различные знаки, ДС оказывается скрученной асимметрично. Из Рис. 2.5 следуют два вывода. Во-первых, электрическое поле возмущает намагниченность в домене на верхней границе в соответствии с результатом предыдущего раздела. Это возмущение на Рис. 2.5а выглядит как дополнительная пара из красного и синего пятен у верхней поверхности по сравнению с нижней. Во-вторых, из сравнения Рис. 2.5а с Рис. 2.5б следует, что ЭМВДМ способствует более высоким значениям скрученности у нижней границы ( $m_x = -0.70$  на Рис. 2.5а против  $m_x = -0.53$  на Рис. 2.5б). Это объясняется тем, что структура скрученной ДС у нижней границы имеет такое направление разворота (киральность), которое даёт электрическую поляризацию, совпадающую по направлению с внешним электрическим полем.

## 2.2 Структура скрученной доменной стенки в плёнках с кристаллографической ориентацией (210)

### 2.2.1 Методы

В этом разделе рассматривается структура скрученной доменной стенки в плёнке с орторомбической магнитной анизотропией (см. (1.27), Рис. 1.23). Так-

же учтена кубическая магнитная анизотропия (1.31). Все вклады в магнитную анизотропию могут быть описаны в декартовой системе с ортами  $[\bar{1}20]$ ,  $[001]$ ,  $[210]$ , которую в рамках этого раздела будем называть основной системой координат. Будем также называть рабочей ту систему координат, в которой рассматривается срез доменной стенки. Под срезом ДС здесь понимается такое сечение ДС вертикальной по отношению к плёнке плоскостью, которое даёт полную информацию о структуре ДС с учётом того, что ДС имеет однородную структуру вдоль направления, перпендикулярного срезу. Поскольку срез ДС может быть описан с помощью двух декартовых координат ( $y, z$  в данном разделе), а вдоль третьего измерения ДС (вдоль координаты  $x$ ) считается однородной, рассматривалась двухмерная модель, делающая поправки на однородность доменной стенки – тензор размагничивающих коэффициентов (см. (1.37)) был модифицирован таким образом, чтобы учесть размагничивающее поле от 10000 копий моделируемого среза, присоединённых к нему вдоль оси  $Ox$  симметричным образом (5000 с одной стороны от среза и 5000 – с другой). Также были учтены поля размагничивания от соседних 30 пар доменов. Кроме магнитной анизотропии и размагничивающего поля в модель было включено обменное взаимодействие в виде (1.26). Численное моделирование было проведено с помощью пакета для микромагнитных вычислений MuMax3 [111]: равновесное состояние векторного поля намагниченности рассчитывалось путём итерационного решения уравнения (1.21) таким образом, что затухающая прецессия намагниченности сходилась к состоянию локального энергетического минимума системы. Мерой близости к равновесию являлась величина модуля полного вращающего момента  $[\vec{m} \times \vec{H}^{eff}]$  (измеряемая в эрстедах), которая в данном случае вблизи равновесия имела значение 0.05 Э. Вычисления проводились на сетке размером в  $1 \times 500 \times 1000$  ячеек с шагом по объёму  $50 \times 10 \times 10 \text{ нм}^3$  (размер среза  $5 \times 10$  микрометров). Параметры рассчитываемого образца № 87Д-19 приведены в таблице 2.3. Энергия взаимодействия ДС с электрическим зондом была рассчитана из тех соображений, что характерный радиус кривизны зонда составляет 5 мкм и что его электрическое поле может быть описано как поле точечного электрического заряда, отстоящего от поверхности плёнки на 5 мкм.

Таблица 2.3: Параметры образца №87Д-19  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$  (согласно нумерации А. М. Балбашова)

Параметр	Величина в СГС	Величина в СИ
Константа обменного взаимодействия $A$	$0.5 \times 10^{-7}$ эрг/см	$0.5 \times 10^{-12}$ Дж/м
Константа магнитной анизотропии $K_u$	852.9 эрг/см <sup>3</sup>	85.29 Дж/м <sup>3</sup>
Константа магнитной анизотропии $K_p$	2440 эрг/см <sup>3</sup>	244.0 Дж/м <sup>3</sup>
Константа кубической магнитной анизотропии $K_c$	1275 эрг/см <sup>3</sup>	127.5 Дж/м <sup>3</sup>
Угол $\theta_u$	40°	
Угол $\psi_u$	189.4°	
Угол $\psi_p$	9.44°	
Намагниченность насыщения $M_s$	53.47 Гс	4265 А/м

### 2.2.2 Структура скрученной доменной стенки

Магнитная анизотропия не только задаёт положение намагниченности в доменах, но и наряду с другими взаимодействиями определяет структуру ДС (свойства разворота намагниченности, наклон ДС). Заранее положение ДС (относительно осей основной системы координат) с минимальной поверхностной энергией в плёнке со сложной магнитной анизотропией не известно, поэтому необходимо было это положение определить. Для этого была произведена серия расчётов, отличающихся поворотом всех векторов  $(\vec{n}_u, \vec{n}_p, \vec{n}_{100}, \vec{n}_{010}, \vec{n}_{001})$ , задающих магнитную анизотропию, относительно рабочей системы координат. При этом угол поворота  $\beta$ , взятый с обратным знаком, соответствует повороту ДС относительно основной системы координат (см. поясняющую вставку на Рис. 2.6в). В рамках такого подхода были найдены две структуры ДС, соответствующие различным минимумам энергии. Они приведены на Рис. 2.6а, б: цветом показана компонента намагниченности  $m_x$ , стрелками – векторная

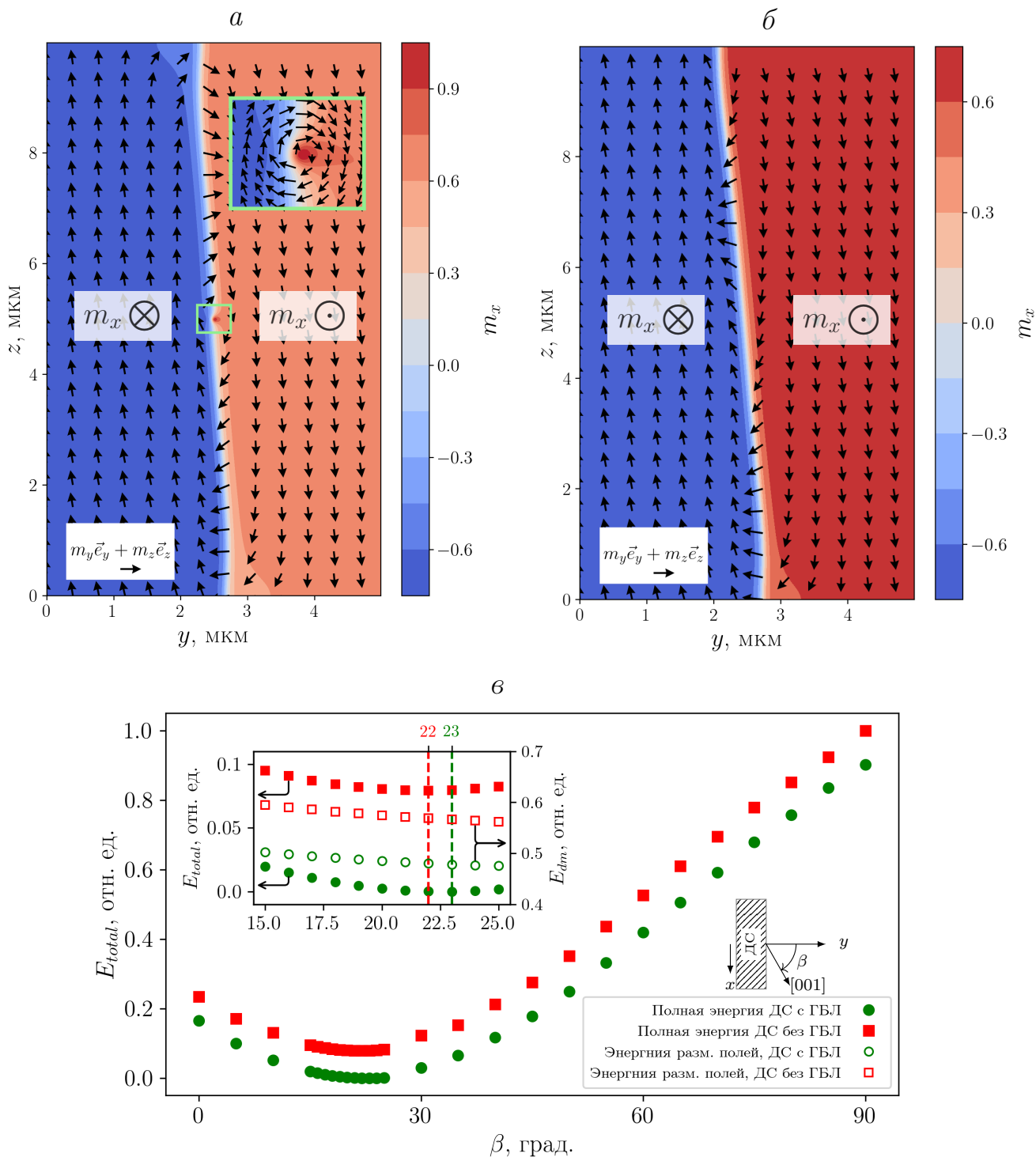


Рис. 2.6: Структура ДС в образце №87Д-19 пленки феррита граната с кристаллографической ориентацией 210: *a* – ДС с ГБЛ, прямоугольником выделена область, содержащая ГБЛ (цветовая схема соответствует компоненте намагниченности  $m_x$ ); *b* – ДС без ГБЛ, *в* – зависимость энергии среза ДС от поворота в кристалле, рисунки *a*, *b* соответствуют минимумам, показанным на вставке. Полые кружки и квадраты обозначают энергию размагничивающих полей для скрученной ДС (красные) и для ДС без скрученности. На вставке значения слева соответствуют полной энергии, значения справа – только энергии полей размагничивания.

сумма компонент  $m_y, m_z$ , т.е. та часть вектора намагниченности, что попадает в плоскость рисунка. На первом рисунке отражена структура скрученной ДС с учётом сложной магнитной анизотропии: в центре рисунка внутри прямоугольника видна магнитная неоднородность, являющаяся в данном случае следствием скрученности, т.е. следствием подстройки структуры ДС под поля размагничивания. На втором рисунке отражена структура ДС, не содержащая никаких следов скрученности, но реализующая, тем не менее, локальный минимум энергии (решение хорошо известного пакета MuMax3 сходится к этому состоянию). Рис. 2.6в показывает, что при любом положении ДС относительно основной системы координат, скрученная структура обладает меньшей энергией. Неоднородность, находящуюся в центре скрученной ДС, с полным правом можно назвать горизонтальной блоховской линией (ГБЛ), так как она, во-первых, является компактной неоднородностью, и, во-вторых, разделяет два участка ДС с различной структурой, но одинаковой энергией. В отличие от классического случая, отмеченного в обзоре литературы, когда в выражении (1.20) характерная ширина линии Блоха определяется конкуренцией между обменным взаимодействием и полем размагничивания, в данном случае магнитная анизотропия, задающая выделенные направления в плоскости плёнки, также влияет на ширину ГБЛ. В рассматриваемом образце квадрат намагниченности насыщения на один-два порядка меньше констант анизотропии, что соответствует малым локальным полям размагничивания внутри ДС. Поэтому ширина ГБЛ в основном определяется, подобно ширине ДС, конкуренцией обмена и анизотропии, т.е. характерная ширина ГБЛ совпадает по порядку величины с характерной шириной ДС. Разворот намагниченности в ГБЛ, как следует из вставки на Рис. 2.6а, имеет одинаковую ширину в горизонтальном и вертикальном направлениях, что указывает на сравнимую ширину ГБЛ и ДС. Однако энергетическая выгодность ДС с ГБЛ является следствием того, что при используемых параметрах задачи создание в центре ДС структуры вроде ГБЛ является более энергетически выгодным, чем наличие единой структуры ДС по толщине плёнки с участком намагниченности, противоположной размагничивающему полю. Это иллюстрирует вставка на Рис. 2.6в: при изменении положения ДС в плоскости плёнки вблизи энергетического минимума энергия размагничивающего поля  $E_{dm}$  всегда ниже для случая скрученной ДС ( $E_{dm}$

на вставке имеет отдельную шкалу справа и обозначена полыми квадратами и кружками: зелёными для скрученной ДС и красными для ДС без скрученности). Также из Рис. 2.6в следует, что наличие ГБЛ практически не влияет на положение ДС: плоскость ДС оказывается повернутой примерно на одинаковый угол относительно основной системы координат. При этом Рис. 2.6а, б показывают, что минимальной энергии соответствует состояние с небольшим наклоном ДС, так как это приводит к уменьшению её эффективной площади. Иными словами, рост энергии на Рис. 2.6в при отстройке от минимума в первую очередь определяется наклоном ДС. Центральная часть Рис. 2.7а цветом отображает  $y$ -компоненту  $H_y^{dm}$  размагничивающего поля (стрелки отображают векторную сумму  $y$ - и  $z$ -компонент этого поля, т.е. ту его часть, которая попадает в плоскость рисунка) для скрученной ДС во всём её срезе. Чёрные линии сверху и снизу Рис. 2.7а показывают зависимость  $H_y^{dm}$  от координаты на поверхностях плёнки. На поверхности плёнки величина размагничивающего поля составляет 30 Э, из которых 5 Э приходятся на окружающие ДС домены. Отсюда видно, что в соответствии с (1.33) так называемые магнитные поверхностные заряды (обеспечиваемые нормальной к поверхности компонентой намагниченности) формируют магнитное поле, которое вблизи поверхности направлено не так, как в объёме. Размагничивающее поле в объёме определяется так называемым объёмным магнитным зарядом (т.е. дивергенцией намагниченности, см. (1.33)), оно стремится устранить магнитный заряд («размагнитить» его) внутри ДС. Чёрные линии на Рис. 2.7а показывают зависимость  $y$ -компоненты размагничивающего поля от координаты на поверхности плёнки. Из сравнения Рис. 2.6а и Рис. 2.7а видно, что в случае скрученной ДС намагниченность в ней и поле размагничивания имеют общее направление вблизи каждой из поверхностей плёнки, в отличие от ДС, не обладающей скрученностью, где намагниченность и поле сонаправлены только у одной поверхности. В итоге, скрученная ДС оказывается выгоднее по энергии за счёт описанного выше согласования намагниченности и поля размагничивания, несмотря на повышение энергии обменного взаимодействия и магнитной анизотропии, связанного с появлением ГБЛ. Особо стоит отметить, что возникновение ГБЛ никак не связано в данной модели с электрически модулируемым взаимодействием Дзялошинского-Мория. Таким образом, ГБЛ является следствием скрученности (подстройки намагниченности

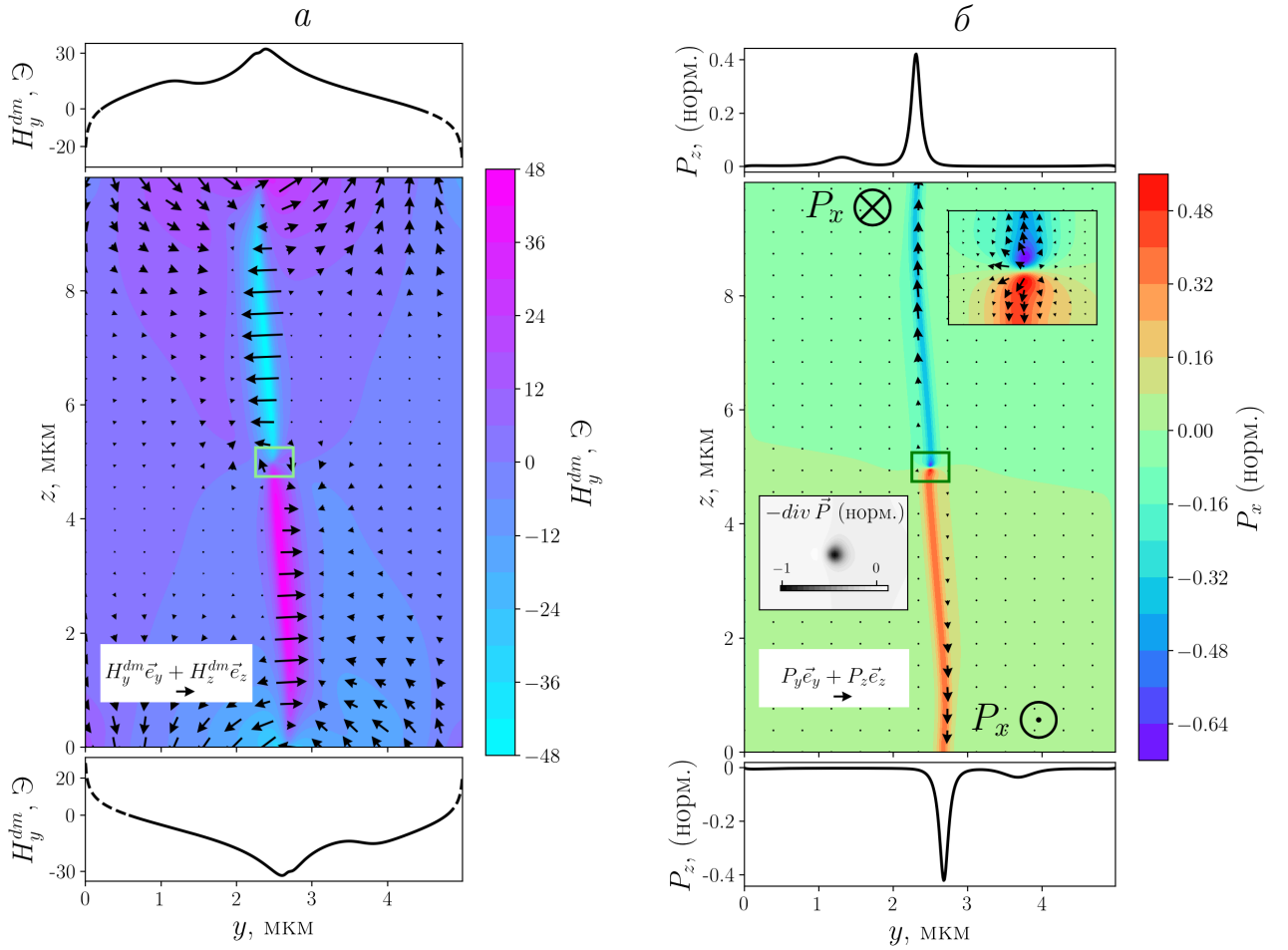


Рис. 2.7: Поле размагничивания и электрическая поляризация ДС: *a* – в центре: компонента поля размагничивания  $H_y^{dm}$  (цветная заливка) и векторная сумма компонент  $H_y^{dm}$  и  $H_z^{dm}$  (чёрные стрелки); сверху и снизу: зависимость  $H_y^{dm}$  от координаты на соответствующей поверхности; пунктиром помечены участки отрицательного поля  $H_y^{dm}$ , которые возникают из за нескомпенсированных поверхностных магнитных зарядов на левом и правом краях среза ДС; *б* – в центре: компонента электрической поляризации  $P_x$  (цветная заливка) и векторная сумма компонент  $P_y$  и  $P_z$  (чёрные стрелки); сверху и снизу: зависимость  $P_z$  от координаты на соответствующей поверхности; на вставке сверху показана электрическая поляризация ГБЛ, на вставке снизу – объёмный связанный заряд ГБЛ. Зелёной рамкой помечен участок, отображённый на Рис. А.2.

под поля размагничивания, создаваемые доменами), хотя её размер по большей части задаётся обменным взаимодействием и магнитной анизотропией.

Разворот вектора намагниченности внутри ГБЛ приводит к возникновению электрической поляризации в соответствии с (1.38). Приведём здесь ещё раз выражение для электрической поляризации, возникающей за счёт ЭМВДМ:

$$\vec{P} = \gamma_{me}\chi_e((\nabla \cdot \vec{m})\vec{m} - (\vec{m} \cdot \nabla)\vec{m}) \quad (2.9)$$

Рис. 2.7б показывает нормированную на свой максимальный модуль электрическую поляризацию (2.9), которая вызвана разворотом намагниченности. Как было отмечено в обзоре литературы, ДС Нееля в плёнках ферритов гранатов обладает электрической поляризацией, причём структуры ДС с различной киральностью обладают противоположной по знаку электрической поляризацией. ДС с ГБЛ не является в областях ниже и выше ГБЛ чистой ДС Нееля, но в ней присутствует схожий разворот намагниченности. Структура ДС на Рис. 2.6а такова, что она даёт преимущественно две компоненты электрической поляризации:  $P_x$ , направленную перпендикулярно плоскости Рис. 2.7б, и  $P_z$ , лежащую в плоскости рисунка. Компонента  $P_x$  возникает из-за того, что намагниченность, которая в доменах лежит практически полностью в плоскости ДС, претерпевает похожий на циклоидальный разворот в плоскости плёнки. Компонента  $P_z$  как и на Рис. 1.13б связана с циклоидальным разворотом в плоскости Рис. 2.6а. При этом участки ДС выше и ниже ГБЛ имеют различную по знаку поляризацию. ДС также обладает электрической поляризацией в области ГБЛ – она показана на верхней вставке Рис. 2.7б. Более подробно структура ГБЛ, полей размагничивания и электрической поляризации вблизи неё приведены на Рис. А.2 в приложении А. Верхняя и нижняя части Рис. 2.7б показывают компоненту электрической поляризации  $P_z$  на поверхностях плёнки. Видно, что скрученная ДС обладает поверхностными зарядами одного знака. Однако полный связанный заряд ДС оказывается равным нулю, так как ГБЛ обладает объёмным связанным зарядом ( $-\text{div } \vec{P}$ ) – он показан на нижней вставке Рис. 2.7б.

### 2.2.3 Переключение структуры стенки внешним магнитным полем

Отдельно стоит обсудить влияние внешнего магнитного поля на положение ГБЛ и связь этого положения с реакцией ДС на внешнее электрическое поле. Как следует из Рис. 2.6а и Рис. 2.7а, ГБЛ, с одной стороны, находится в области, где существует внешнее магнитное поле, создаваемое поверхностными и объёмными магнитными зарядами, и, с другой стороны, ГБЛ является местом, где встречаются два различных типа разворота намагниченности. Размагничивающее поле от поверхностных зарядов носит антисимметричный характер – направление поля меняется от одной поверхности плёнки к другой.

Смещение ГБЛ от центра привело бы к тому, что намагниченность вблизи ГБЛ оказывалась бы в области, где на  $\vec{m}$  действует противоположно направленное магнитное поле. Поэтому неудивительно, что ГБЛ находит своё устойчивое положение вблизи середины толщины магнитной плёнки, в ином случае возникнет дисбаланс полей размагничивания, который вернёт ГБЛ обратно в центр плёнки. Иными словами, положение ГБЛ между двумя участками ДС напоминает состояние ДС между двумя доменами: ДС должна в этом случае занимать такое положение, чтобы домены были одинакового объёма и чтобы ни в одном из них не возникало избыточного размагничивающего поля, направленного против намагниченности и приводящего к его сокращению. По аналогии с ДС линия Блоха будет двигаться при приложении внешнего магнитного поля, выгодно выделяющего по энергии один из участков ДС с характерным направлением разворота. В частности, устойчивое положение ГБЛ сдвигается под воздействием магнитного поля, приложенного в плоскости плёнки перпендикулярно ДС, т.е. коллинеарно оси  $Oy$ . Сдвиг ГБЛ сопровождается изменением полной электрической поляризации ДС. Таким образом, интегральное воздействие внешнего электрического поля на ДС за счёт электрически модулируемого ВДМ может кардинально измениться при заметном смещении ГБЛ. С целью рассчитать реакцию ДС на электрическое поле точечного заряда, смещённого горизонтально на расстояние 10 мкм от стенки и вертикально на расстояние 5 мкм от поверхности плёнки, была рассчитана серия конфигураций намагниченности при различных магнитных полях в плоскости плёнки  $H_y^{ext}$ . Чтобы препятствовать горизонтальному смещению ДС из-за расширения одного из доменов, ДС была помещена в стабилизирующее магнитное поле, имеющее профиль гиперболического тангенса. В приложении А на Рис. А.3 приведены карты распределения плотности энергии  $f_{me}$  (см. (1.38)) для случая невозмущённой ДС и для случая магнитного поля  $H_y^{ext} = 10$  Э. Из Рис. 2.7б следует, что сдвиг ГБЛ вверх или вниз изменит интегральную поляризацию ДС, так как длина каждого участка стенки выше или ниже ГБЛ изменится. Поэтому интегральное воздействие внешнего электрического поля на ДС изменит свою величину, а при достаточно большом смещении ГБЛ и свой знак. Полная энергия МЭ взаимодействия ДС с точечным зарядом  $F_{me}$  является функцией расстояния  $s$  между ДС и зарядом. В связи с тем, что легко доступные вычислительные мощности позволяют

решать только двухмерную задачу, но не трехмерную, был выбран следующий способ расчёта реакции ДС на электрическое поле точечного заряда. Для набора значений магнитного поля  $H_y^{ext}$  были найдены соответствующие конфигурации намагниченности. Далее для каждой из конфигураций рассчитывалась полная энергия взаимодействия ДС с точечным зарядом с учётом однородности стенки вдоль оси  $Ox$  при различных значениях  $s$ . Набор  $\{s_i\}$  включал в себя 20 эквидистантных значений со средней точкой  $s_0 = 10$  мкм и шагом 50 нм. Таким образом, зависимость  $F_{me}(s)$  была рассчитана на дискретном наборе  $\{s_i\}$ , что позволило путём численного дифференцирования найти знак производной  $F_{me}$  по  $s$ . Иными словами, в соответствии с работой Тиля [123] была введена обобщённая сила

$$\mathcal{F}_{me} = \left. \frac{\partial F_{me}(s)}{\partial s} \right|_{s=s_0}, \quad (2.10)$$

знак которой показывает, притягивает или отталкивает точечный заряд ДС: если энергия  $F_{me}$  растёт с увеличением  $s$ , то  $\mathcal{F}_{me} > 0$  и заряд притягивает ДС, если  $\mathcal{F}_{me} < 0$ , то заряд отталкивает ДС. Рис. 2.8 показывает зависимость  $\mathcal{F}_{me}$  от магнитного поля  $H_y^{ext}$  (синие точки) и распределение компоненты  $P_z$  по срезу ДС (на вставках). Из Рис. 2.8 следует, что

1. верхняя часть ДС (от ГБЛ и выше) имеет компоненту электрической поляризации  $P_z$ , которая противоположна компоненте  $E_z$  электрического поля положительного точечного заряда – это способствует отталкиванию ДС от заряда;
2. нижняя часть ДС (от ГБЛ и ниже) имеет компоненту электрической поляризации  $P_z$ , которая сонаправлена с компонентой  $E_z$  электрического поля положительного точечного заряда – это способствует притяжению ДС к заряду.

Отсюда следует, что воздействие на ГБЛ внешнего магнитного поля приводит к смене характера интегрального взаимодействия ДС и точечного заряда: изначально наблюдаемое отталкивание при  $H_y^{ext} = 0$  сменяется притяжением уже при  $H_y^{ext} = -5$  Э. Описанный выше расчёт показывает, что при  $|H_y^{ext}| > 20$  Э зависимость выходит на насыщение, что связано с приближением ГБЛ к поверхности плёнки и установлением единого профиля электрической поляризации по

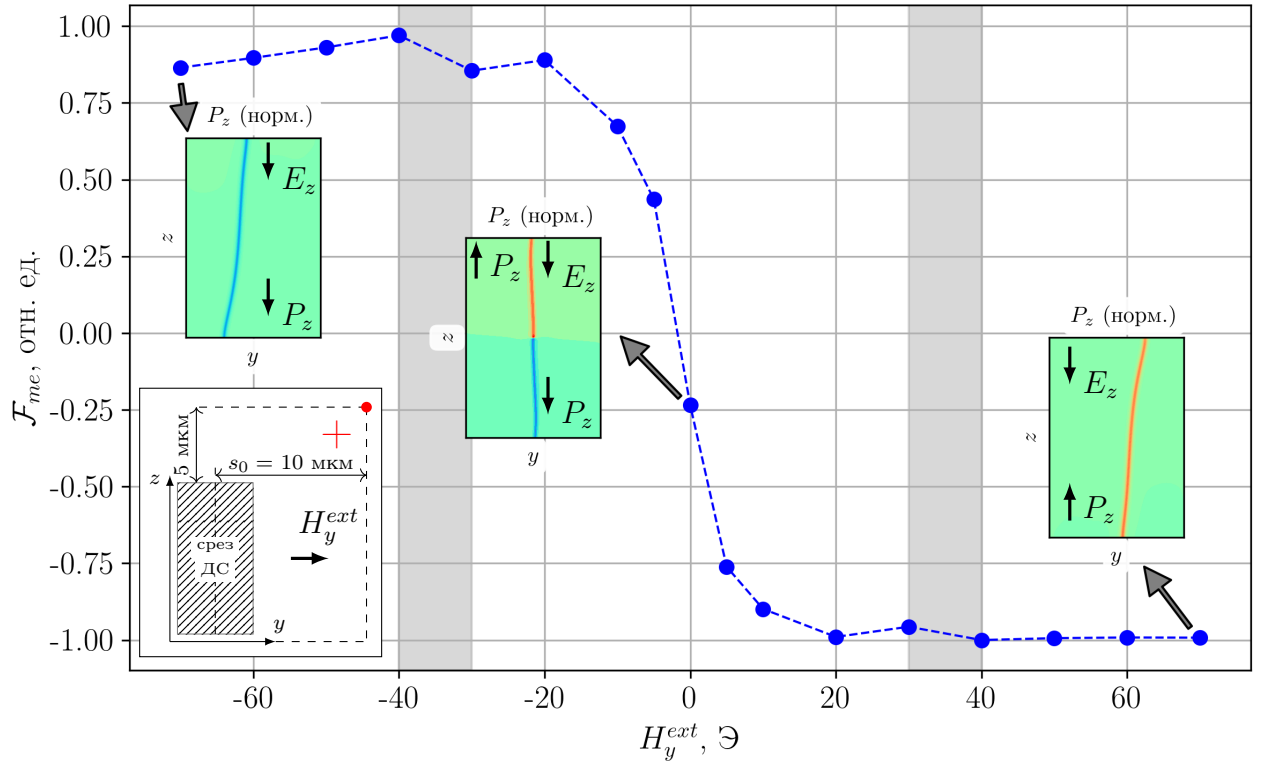


Рис. 2.8: Зависимость обобщённой силы  $\mathcal{F}_{me}$ , действующей на ДС со стороны точечного электрического заряда, от магнитного поля  $H_y^{ext}$ , приложенного в плоскости плёнки перпендикулярно ДС. На вставках показана электрическая поляризация ДС в терминах компоненты  $P_z$ . Серым цветом выделены области между значениями магнитного поля  $-30$  Э и  $-40$  Э,  $30$  и  $40$  Э, в которых ГБЛ исчезает из структуры ДС. В левом нижнем углу приведена геометрия задачи.

всей ДС. Серым цветом выделены области магнитных полей, в которых ГБЛ исчезает из структуры ДС. Примечательно, что исчезновение ГБЛ приводит к увеличению абсолютного значения обобщённой силы, что связано с тем, что вместе с ГБЛ из ДС исчезает последний участок, способствующий притяжению (отталкиванию) при  $H_y^{ext} > 0$  ( $H_y^{ext} < 0$ ).

Таким образом, сдвиг и исчезновение ГБЛ приводит к изменению характера интегрального взаимодействия ДС и точечного заряда по знаку и величине. При этом зависимость обобщённой силы от магнитного поля  $H_y^{ext}$  качественно совпадает с экспериментально наблюдаемой зависимостью электроиндуцированного смещения ДС от магнитного поля в плоскости (см. синие точки на 1.15б в обзоре литературы). В эксперименте наблюдается смена знака смещения стенки при магнитных полях около  $25$  Э. Это может быть связано с характером

зависимости обобщённой силы  $\mathcal{F}_{me}$  от внешнего магнитного поля  $H_y^{ext}$ : она на Рис. 2.8 при магнитных полях  $\pm 20$  Э достигает насыщения, что соответствует наибольшей величине силы и, соответственно, смещение ДС при  $|H_y^{ext}| > 20$  Э должно быть наиболее заметно в эксперименте. При сравнении также следует учитывать, что смещение ДС в эксперименте есть результат перехода через динамический процесс, который может сопровождаться дополнительным воздействием на ГБЛ со стороны гиротропной силы [100]. Кроме того, в эксперименте наблюдается один знак смещения ДС при малых магнитных полях, а рассматриваемая модель этого не описывает. Такое различие может быть объяснено тем, что в расчёте никак не учтена подложка плёнки, которая вносит дополнительный градиент деформации и, таким образом, индуцирует электрическую поляризацию [124], т.е. подложка вносит асимметрию между поверхностями плёнки. Поэтому в реальности можно ожидать смещения ГБЛ от центра плёнки в устойчивом положении без внешних магнитных полей. Тем не менее, механизм переключения притяжения-отталкивания ДС через смещение ГБЛ представляется единственно возможным с учётом сложной магнитной анизотропии, так как ранее предлагавшийся механизм – через перестройку ДС от стенки Блоха к стенке Нееля во внешнем поле  $H_y^{ext}$  – не получает подтверждения в численном моделировании. Численный расчёт показывает, что магнитного поля  $H_y^{ext} = 70$  Э не хватает, чтобы изменить структуру ДС, изображённую на Рис. 2.6б, так, чтобы она поменяла знак своей электрической поляризации. Это совершенно неудивительно, так как эффективное магнитное поле магнитной анизотропии имеет величину  $2K_p/M_s = 1145.5$  Э, что намного больше 70 Э.

## 2.3 «Преломление» ДС в электрическом поле полоскового электрода

### 2.3.1 Методы

Для расчёта влияния электрического поля полоскового электрода на намагниченность сначала нужно выяснить структуру этого поля. Для решения этой задачи была применена Python-библиотека ВЕМ-pp [125], реализующая метод граничных элементов (boundary element method, ВЕМ). Суть этого метода состоит в том, чтобы, используя вычислительную сетку на двумерной по-

верхности, с помощью решения линейной системы уравнений найти решение для потенциала электрического поля  $u$ , который вне электрода удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta u = 0. \quad (2.11)$$

Из области математической физики известно, что решение уравнения (2.11) в трёхмерном случае представимо в виде:

$$u(\vec{r}) = \int_{\Gamma_e} G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial u(\vec{r}')}{\partial n'} dS' - \int_{\Gamma_e} \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} u(\vec{r}') dS', \quad (2.12)$$

где  $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|}$  есть функция Грина для уравнения Лапласа,  $\Gamma_e$  – граница (двумерная поверхность) электрода. Поскольку проводящий электрод обладает внутри себя всюду постоянным потенциалом, в выражении (2.12) второе слагаемое тождественно равно нулю, так как объём электрода не содержит зарядов. Поэтому скалярный потенциал электрического поля определяется только поверхностным зарядом проводящего электрода [126\* + suppl.]:

$$u(\vec{r}) = \int_{\Gamma_e} G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial u(\vec{r}')}{\partial n'} dS'. \quad (2.13)$$

Подстановка  $u(\vec{r})|_{\Gamma_e} = U_0$ , учитывающая, что на границе электрода потенциал постоянен и равен  $U_0$ , даёт уравнение относительно поверхностного заряда  $\frac{\partial u(\vec{r}')}{\partial n'}$ , для решения которого и была применена библиотека ВЕМ-pp [125]. После вычисления поверхностного заряда на электроде в соответствии с (2.13) был вычислен потенциал в области под электродом и соответствующее электрическое поле:

$$E(\vec{r}) = -\nabla u(\vec{r}). \quad (2.14)$$

Структура электрического поля полоскового электрода с размерами  $10 \times 54.7 \times 0.5$  мкм приведена на Рис. 2.9. Сечение посередине длины электрода (т.е. посередине его ребра с длиной 54.7 мкм) показано на Рис. 2.9а. Электрическое поле непосредственно вблизи электрода (Рис. 2.9б) имеет более сконцентрированный характер, чем электрическое поле на расстоянии 2.7 мкм от нижней грани электрода (Рис. 2.9в) [126\* + suppl.].

Численный расчёт равновесного распределения намагниченности был проведён на основе уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта с помощью библиотеки

ЖАХ для двумерной области. Это соответствует тому, что векторное поле намагниченности де-факто считается неизменным вдоль оси  $Oz$ . В модель были включены эффективные магнитные поля обменного взаимодействия, магнитной анизотропии (орторомбической и кубической), электрическим модулируемого ВДМ. Ввиду большой вычислительной сложности поле размагничивания не рассчитывалось. Это оправдано тем, что в рассматриваемой модели вдоль оси  $Oz$  поле размагничивания существовать не может, а поле размагничивания в плоскости  $Oxy$  имеет малую величину на фоне магнитной анизотропии при рассматриваемых параметрах задачи (см. таблицу 2.4). В ходе затухающей прецессии намагниченности достигнутые в результате релаксации значения вращающего момента (англ. torque) составляли 0.5 Э.

### 2.3.2 Результат численного моделирования

На Рис. 2.10 приведён результат численного расчёта «преломления» ДС. Поскольку рассматривается двумерная модель (т.е. намагниченность на плос-

Таблица 2.4: Параметры образца №87Д-1  $(\text{BiLu})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$  (согласно нумерации А. М. Балбашова)

Параметр	Величина в СГС	Величина в СИ
Константа обменного взаимодействия $A$	$0.5 \times 10^{-7}$ эрг/см	$0.5 \times 10^{-12}$ Дж/м
Константа магнитной анизотропии $K_u$	$-312$ эрг/см <sup>3</sup>	$-31.2$ Дж/м <sup>3</sup>
Константа магнитной анизотропии $K_p$	$3338$ эрг/см <sup>3</sup>	$333.8$ Дж/м <sup>3</sup>
Константа кубической магнитной анизотропии $K_c$	$1555$ эрг/см <sup>3</sup>	$155.5$ Дж/м <sup>3</sup>
Угол $\theta_u$	50.2°	
Угол $\psi_u$	-203°	
Угол $\psi_p$	-185°	
Намагниченность насыщения $M_s$	62.17 Гс	4947 А/м

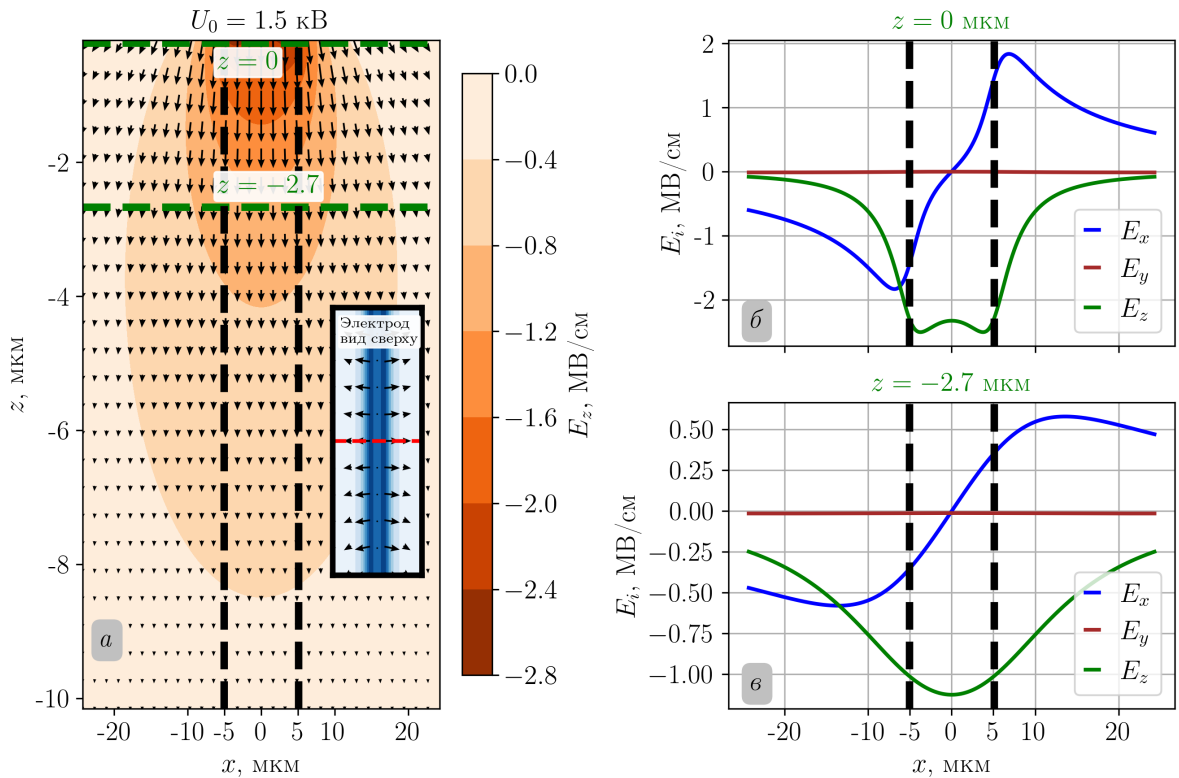


Рис. 2.9: Структура электрического поля полоскового электрода: *a* – электрическое поле под электродом: цветовая шкала соответствует компоненте  $E_z$ , стрелки соответствуют векторной сумме  $E_x\vec{e}_x + E_z\vec{e}_z$ ; на вставке показан вид сверху, красной линией отмечено вертикальное сечение; *б* – структура электрического поля непосредственно под электродом, *в* – на расстоянии 2.7 мкм от нижней поверхности электрода. Чёрными штриховыми линиями показаны координаты границ электрода [126\* + suppl.].

кости), можно рассматривать влияние разных профилей электрического поля. Результат, приведённый на Рис. 2.10, соответствует профилю электрического поля, показанному на Рис. 2.9б. Более слабое поле на Рис. 2.9в не приводит к заметному эффекту «преломления». Чтобы соответствовать условиям эксперимента, электрод был повернут на 20 градусов относительно направления нормали к невозмущённой ДС: он показан на Рис. 2.10 затемнённым прямоугольником в левом столбце (Рис. 2.10а,в), а его границы в правом столбце (Рис. 2.10б, г) отмечены чёрными линиями. Электрическое поле способствует явному искривлению ДС вблизи электрода (см. Рис. 2.10а,б): ДС стремится увеличить свою длину в области под электродом [126\*][127\*] и меняет свой наклон вне электрода (см. белую пунктирную линию на Рис. 2.10а, где штриховыми линиями отмечено положение (наклон) ДС). Это является следстви-

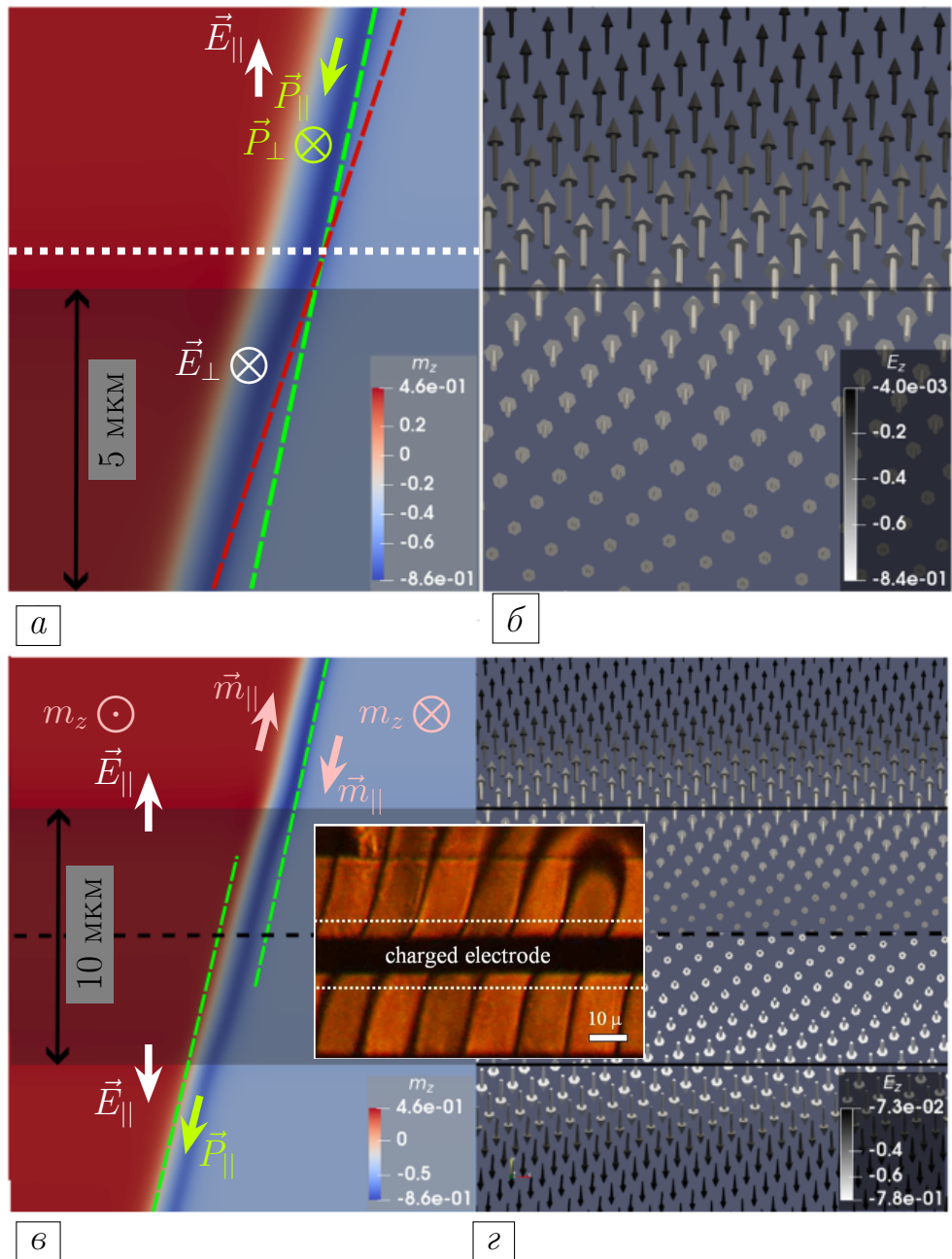


Рис. 2.10: Результат численного моделирования «преломления» ДС. *a, б*: ДС и электрическое поле (показано стрелками) вблизи границы электрода (показан затемнённым прямоугольником), *в, з*: под электродом и вокруг него. Штриховые линии обозначают положение ДС. Белая пунктирная линия обозначает область вне электрода, где наблюдается искривление ДС. На вставке показан магнитооптический снимок нескольких ДС, испытывающих «преломление» [126\*].

ем того, что ДС по всей своей длине обладает электрической поляризацией  $\vec{P} = \vec{P}_{\parallel} + \vec{P}_{\perp}$ , где  $\vec{P}_{\parallel}, \vec{P}_{\perp}$  – лежащие в плоскости плёнки и перпендикулярно ей компоненты электрической поляризации. Поскольку электрическая поляризация обусловлена разворотом намагниченности в ДС,  $\vec{P}_{\parallel}$  находится в плоскости

ДС. В отличие от случая ДС Нееля (см. Рис. 1.13б), из-за сложной магнитной анизотропии рассматриваемая ДС имеет более сложную структуру, что приводит к появлению двух (а не одной, как у ДС Нееля) компонент электрической поляризации. Появление  $\vec{P}_{\parallel}$  связано с тем, что намагниченность при переходе от одного домена к другому имеет свойство разворачиваться сложным образом, как бы сочетая в себе две циклоиды: одну в плоскости плёнки и другую, свойственную ДС Нееля (см. Рис. 1.13б). Электрическое поле, показанное на Рис. 2.10б, и поляризация  $\vec{P} = \vec{P}_{\parallel} + \vec{P}_{\perp}$  не совпадают по направлению, выше электрода компонента электрического поля  $\vec{E}_{\parallel}$  образует с  $\vec{P}_{\parallel}$  тупой угол. Ниже электрода,  $\vec{E}_{\parallel}$  и  $\vec{P}_{\parallel}$  образуют острый угол. Электрическое поле  $\vec{E}_{\perp} = E_z \vec{e}_z$  и  $\vec{P}_{\perp}$  всегда в данной ситуации сонаправлены. Таким образом, ниже центрального сечения электрода (на Рис. 2.10 в показано чёрной штриховой линией) ДС стремится увеличить свою длину за счёт того, что ЭМВДМ задаёт электрическую поляризацию, слабо отклонённую по направлению от внешнего электрического поля. Выше центрального сечения электрода  $\vec{E}_{\parallel}$  и  $\vec{P}_{\parallel}$  практически противонаправлены, что невыгодно с точки зрения увеличения длины ДС. Но в области под электродом доминирует электрическое поле  $\vec{E}_{\perp} = E_z \vec{e}_z$  (см. Рис. 2.9б), сонаправленное с  $\vec{P}_{\perp}$ . В итоге, ДС в области под электродом увеличивает свою длину, так как это способствует понижению её полной энергии.

Качественное соответствие между расчётом и экспериментом можно уяснить из вставки на Рис. 2.10, содержащей магнитооптический снимок. Видно, что и в теории, и в эксперименте относительно невозмущенного состояния (когда ДС расположена вдоль прямой) длина ДС увеличивается в области под электродом. На Рис. 2.10 в это показано с помощью двух зелёных штриховых линий, между которыми располагается ДС: она переходит от одной линии к другой за счёт увеличения своей длины под электродом. Нельзя не отметить, что в эксперименте наблюдается более сильное искривление ДС вблизи электрода. Такое расхождение может быть связано с ограничениями модели. Во-первых, магнитооптический снимок показывает усреднённую по толщине плёнки намагниченность, а теоретическая модель в силу ограничения вычислительных мощностей располагает только двумерным равновесным распределением намагниченности при заданном профиле электрического поля. В этом смысле модель является неполной, так как правильнее было бы рассматривать

участок плёнки с полноценной толщиной. Во-вторых, магнитооптический снимок показывает, что доменные стенки сверху и снизу от электрода смещены за счёт «преломления» на значительное расстояние, составляющее как минимум треть от ширины домена, которая составляет около 10 мкм. Такое поведение ДС указывает на то, что вся доменная структура претерпевает изменения после подачи электрического поля. Это означает, что происходит перераспределение полей размагничивания. Расчёт даже двумерной системы при ширине электрода 10 мкм с учётом полей размагничивания является очень ресурсоёмкой задачей.

## 2.4 Выводы

В настоящей главе было показано, что

1. Электрически модулируемое ВДМ даёт вклад в граничное условие для статистики намагниченности, которое приводит к влиянию внешнего электрического поля на пространственно однородную намагниченность, а не только на микромагнитные структуры;
2. Внешнее электрическое поле 1 МВ/см посредством граничного условия способно изменять нормальную к поверхности плёнки компоненту намагниченности на 10% и служить причиной зарождения магнитных доменов;
3. ДС в образце плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией (210) имеет скрученную структуру и разделяется на два участка с различным разворотом намагниченности, разделённых горизонтальной линией Блоха;
4. Перестройка скрученной ДС внешним магнитным полем, направленным в плоскости образца перпендикулярно ДС, состоит в смещении линии Блоха к одной из поверхностей плёнки и приводит к смене характера интегрального взаимодействия ДС с внешним электрическим полем – притяжение ДС к источнику электрического поля сменяется отталкиванием и наоборот;
5. Электрическое поле полоскового электрода приводит к увеличению длины ДС («преломлению») в области под электродом за счёт взаимосвязи внешнего электрического поля и электрической поляризации ДС.

## Глава 3

# Проявления электрически модулируемого ВДМ в динамике намагниченности

## 3.1 Динамика ДС в одномерной модели под воздействием электрического поля и возбуждение спиновых волн

### 3.1.1 Методы

Для анализа динамики ДС после подачи ступенчатого импульса пространственно однородного электрического поля мы используем аналитические и численные методы решения уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21), описывающего динамику ферромагнитной доменной стенки. Численное моделирование проводилось методом конечной разности с учётом параметров из таблицы 2.2, приведённой ранее в предыдущей главе. Рассматривался показатель затухания Гильберта  $\alpha = 10^{-4}$ . На размер области в  $200 \Delta_B$  приходилось 4000 узлов вычислительной сетки. Для анализа результатов было использовано преобразование Гильберта [128], позволяющее определять мгновенную частоту сигналов. Суть этого преобразования состоит в том, чтобы (i) для вещественного периодического сигнала  $g(t)$  вычислить быстрое преобразование Фурье; (ii) обнулить вклад гармоник на отрицательных частотах и удвоить вклад гармоник на положительных частотах; (iii) взять обратное преобразование Фурье. В итоге получается чисто мнимый сигнал, сдвинутый по фазе относительно исходного на  $\pi/2$ , но определённый на том же диапазоне значений. Сумму исходного и полученного сигналов можно представить в виде так называемого аналитического сигнала  $g_a(t)$ :

$$g_a(t) = g(t) + \mathcal{H}(g)(t) = C(t) \exp(i\Psi(t)), \quad (3.1)$$

где  $g_a(t)$  – аналитический сигнал,  $\mathcal{H}(g)(t)$  – преобразование Гильберта для исходного сигнала,  $C(t)$  и  $\Psi(t)$  – действительные амплитуда и фаза комплексного аналитического сигнала. Из аналитического сигнала можно извлечь огибающую  $C(t)$  и фазу  $\Psi(t)$  исходного сигнала. По фазе можно вычислить мгновен-

ную частоту

$$f_{inst} = \frac{d\Psi(t)}{dt}, \quad (3.2)$$

характеризующую колебательный процесс в конкретный момент времени.

### 3.1.2 Аналитические следствия из уравнений динамики

С целью прояснить особенности динамики ДС, возникающей в связи с электрически модулируемым ВДМ, рассмотрим самый простой случай ДС – одномерную ДС в ферромагнетике, т.е. ситуацию, когда векторное поле намагниченности зависит только от одной пространственной координаты и не распадается на составляющие в виде подрешеток. Кроме того, будем рассматривать слагаемое (1.26) для соответствующего эффективного магнитного поля, слагаемое (1.28) без учёта оси  $\vec{n}_p$  при условии, что ось  $\vec{n}_u$  совпадает с осью  $Oz$ , и эффективное поле размагничивания величиной  $4\pi M_s m_y$  с характерной энергией  $f_{dm} = 2\pi M_s^2 m_y^2$ . В такой модели структура ДС Блоха и ДС Нееля задаётся аналитически [100] в соответствии с выражениями (1.15, 1.16) и (1.17, 1.18): Выражения (1.15, 1.16) и (1.17, 1.18) при заданных граничных условиях описывают решение, реализующее минимум полной энергии, т.е. суммы энергии обменного взаимодействия, энергии магнитной анизотропии и энергии размагничивающего поля. Это означает, что при такой структуре ДС векторное произведение намагниченности и эффективного магнитного поля тождественно равно нулю в каждой точке ДС. Поэтому сразу после приложения электрического поля единственным нескомпенсированным слагаемым в уравнении (1.21) будет векторное произведение намагниченности и эффективного магнитного поля ЭМВДМ. Рассмотрим для простоты воздействие пространственно однородного электрического поля, подаваемого ступенькой во времени, на ДС Блоха и ДС Нееля. Поскольку в предложенной модели у ДС не может возникать продольная электрическая поляризация (вдоль оси  $Oy$ ), будем учитывать по отдельности компоненты  $E_x, E_z$  однородного электрического поля.

В случае электрического поля  $E_z$  На основе (1.23, 1.24) с учётом только поля (1.39) получаем следующие уравнения для углов  $\theta, \varphi$ , задающих намагни-

ченность:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = v_{E_z} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin(\theta), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = v_{E_z} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\alpha}{\sin(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (3.4)$$

Здесь  $v_{E_z} = 2\gamma D_z m_x / M_s$ , ( $D_z = \gamma_{me} \chi_e E_z$ ) есть коэффициент, играющий роль скорости, которую внешнее электрическое поле сообщает ДС. При малом коэффициенте затухания  $\alpha$  второе слагаемое в уравнениях (3.3, 3.4) даёт незначительный вклад в динамику, что характерно для плёнок феррита граната ( $\alpha = 10^{-4}$ ). Такая ситуация реализуется для угла  $\theta$ : ДС Блоха и Нееля обладают ненулевой производной  $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ , поэтому второе слагаемое в уравнении (3.3) оказывается пренебрежимо малым. В таком случае имеем уравнение [129\*]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = v_{E_z} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad (3.5)$$

которое относится к классу уравнений переноса с известным решением вида  $f(t - y/v(\theta))$ , где  $v(\theta)$  – множитель перед производной по координате, имеющий размерность скорости [129\*]. Важно отметить, что коэффициент  $v_{E_z}$  зависит от компоненты намагниченности  $m_x$ , откуда следует, что величина этой скорости и её знак могут изменяться по профилю ДС [129\*]. На Рис. 3.1а, б приведены профили ДС Блоха и ДС Нееля (построенные в соответствии с (1.15- 1.18)) в виде трёх компонент намагниченности. Чёрными стрелками на Рис. 3.1а отмечена скорость  $v_{E_z}$ , сообщаемая ДС Блоха со стороны внешнего однородного электрического поля  $E_z$ . Поскольку величина и направление этой скорости определяются компонентой  $m_x$  в стенке Блоха,  $v_{E_z}$  имеет постоянный знак и переменную величину по профилю стенки. Иными словами, электрическое поле  $E_z$  сообщает по отношению к ДС Блоха скорость и сдвигает стенку как целое. При этом направление движения стенки изменится на противоположное при изменении знака  $m_x$ , т.е. смена киральности ДС Блоха на противоположную приведёт к смене знака  $v_{E_z}$ . ДС Нееля никак не реагирует на электрическое поле  $E_z$ , поскольку, во-первых, не обладает компонентой намагниченности  $m_x$  и, во-вторых, характеризуется постоянным углом  $\varphi$ , что даёт  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$ .

Уравнение (3.4) также содержит два слагаемых, но в отличие от (3.3) здесь первое слагаемое в начальный момент времени равно нулю, поскольку

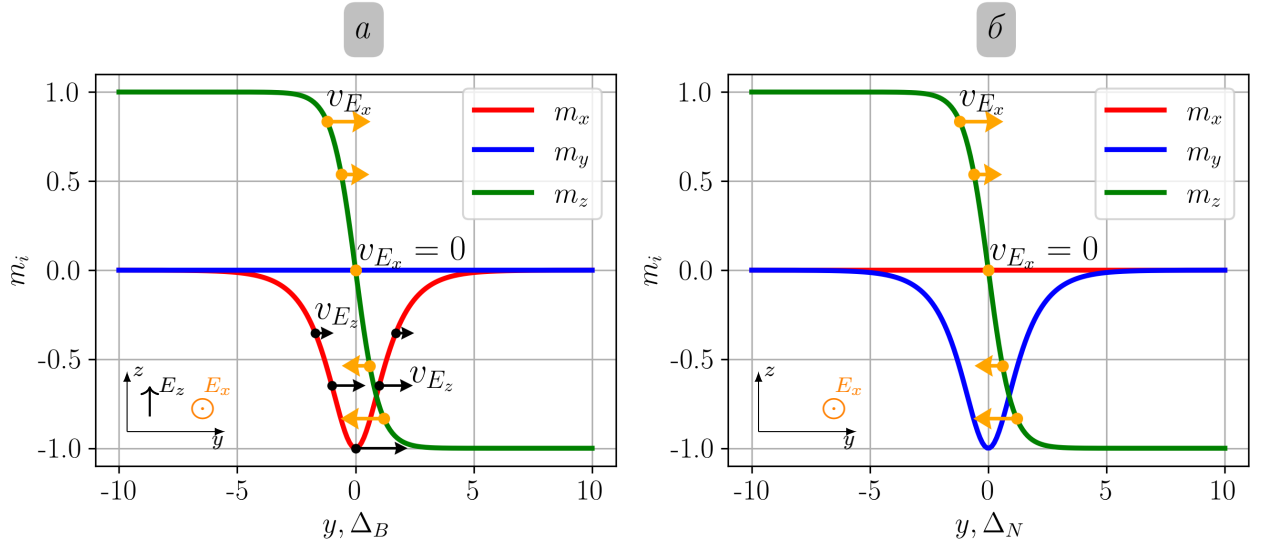


Рис. 3.1: Структура ДС Блоха (а) и ДС Нееля (б) – линиями отмечены зависимости компонент вектора намагниченности от координаты; стрелками отмечены скорости, сообщаемые однородным электрическим полем  $E_x$  (жёлтые стрелки) или  $E_z$  (чёрные стрелки) доменной стенке в первый момент динамики. Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм [129\*].

в ДС Блоха и Нееля угол  $\varphi$  постоянен. Поэтому в первый момент времени в уравнении (3.4) отлично от нуля только второе слагаемое. Так как для ДС Блоха справедливо соотношение  $\frac{\partial \theta}{\partial y} = \sin(\theta)/\Delta_B$ , это уравнение может быть записано так:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\alpha}{\sin(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{v_{E_z}}{\sin(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \alpha v_{E_z} / \Delta_B \sim m_x. \quad (3.6)$$

Отсюда следует, что электрическое поле  $E_z$  способствует увеличению угла  $\varphi$  в стенке, т.е. способствует переходу ДС Блоха в ДС Нееля. Известно, что по отношению к ЭМВДМ ДС Нееля является энергетически выгодной структурой по сравнению с ДС Блоха [101], так как плотность энергии (1.38) при не зависящем от координаты угле  $\varphi$  имеет вид

$$f_{me} = -\gamma_{me} \chi_e E_z \sin(\varphi) \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (3.7)$$

и способствует стенке Нееля ( $\varphi = \pi/2$ ) как стенке с минимальной энергией при малых полях размагничивания. Таким образом, ДС Нееля обладает меньшей энергией по сравнению с ДС Блоха в поле  $E_z$  и никак не реагирует на это поле.

В случае электрического поля  $E_x$  аналог уравнений (3.3, 3.4) имеет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -v_{E_x} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin(\theta), \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -v_{E_x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\alpha}{\sin(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (3.9)$$

где  $v_{E_x} = 2\gamma D_x m_z / M_s$ , ( $D_x = \gamma_{me} \chi_e E_x$ ) играет роль скорости, сообщаемой со стороны электрического поля  $E_x$  по отношению к ДС. Уравнение переноса в этом случае получается похожим на (3.5) [129\*]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -v_{E_x} \frac{\partial \theta}{\partial y}. \quad (3.10)$$

Скорость  $v_{E_x}$  в отличие от  $v_{E_z}$  меняет не только свою величину по профилю ДС Блоха и ДС Нееля, но и свой знак – на Рис. 3.1а, б жёлтыми стрелками отмечены относительная величина и направление этой скорости. Так как в целом по стенке среднее значение  $m_z$  равно нулю, среднее значение  $v_{E_x}$  также равно нулю, т.е. ДС не сдвигается как целое, но в начальный момент динамики стремится изменить свою ширину – сжаться или расшириться, в зависимости от знака  $E_x$ . Аналогично (3.6) можно записать выражение для угла  $\varphi$ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\alpha v_{E_x} / \Delta_{B,N} \sim m_z. \quad (3.11)$$

Отсюда следует, что электрическое поле  $E_x$  приводит к антисимметричному изменению угла  $\varphi$  внутри ДС Блоха и Нееля.

Уравнения (3.3, 3.4, 3.8, 3.9) и вытекающие из них применимы только в начальный момент времени после подачи ступенчатого импульса электрического поля, так как оно возмущает ДС и тем самым приводит к появлению в уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21) дополнительных эффективных магнитных полей. Следовательно, для исследования динамики ДС необходимо использовать численные схемы интегрирования уравнения (1.21).

### 3.1.3 Результаты численного моделирования динамики ДС под воздействием электрического поля $E_z$

В одномерной модели на основе уравнения 1.21 с начальным условием (1.15, 1.16) была получена зависимость вектора намагниченности в ДС Блоха и Нееля от времени. Начальное состояние намагниченности в ДС Блоха приведе-

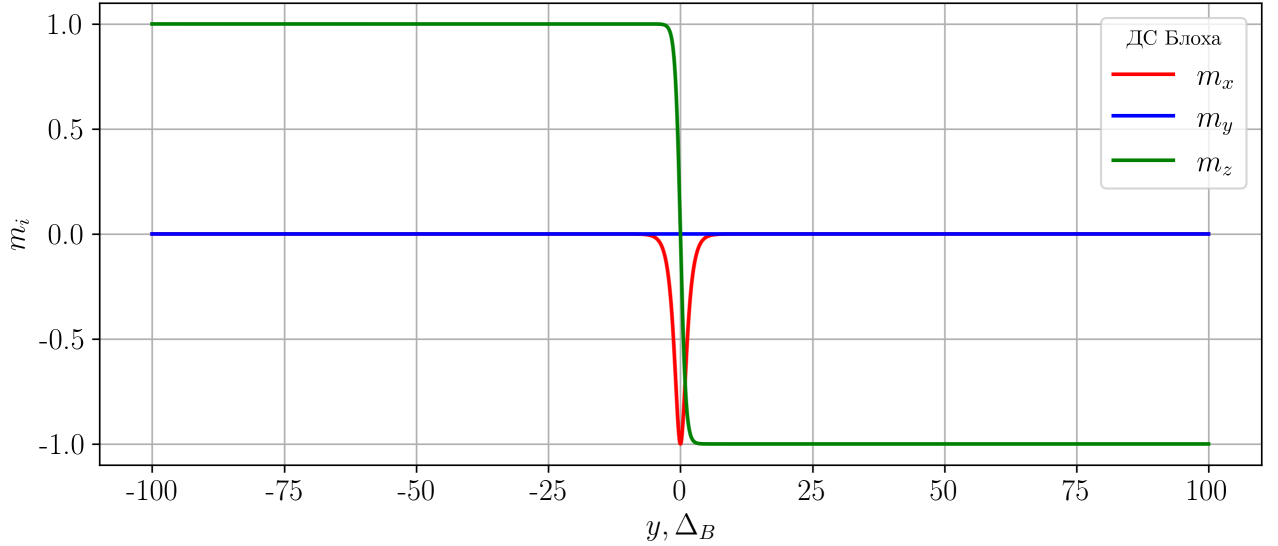


Рис. 3.2: Начальное состояние ДС Блоха. Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм [129\*].

но на Рис. 3.2. На Рис. 3.3 приведена возмущённая однородным электрическим полем  $E_z$  ДС Блоха (время после подачи ступенчатого импульса электрического поля  $t = 1.17$  нс). В соответствии с тем, что было отмечено в разделе 3.1.2, ДС Блоха претерпевает сдвиг вправо (Рис. 3.3а) при  $E_z > 0$  и влево  $E_z < 0$  (Рис. 3.3б) [129\*]. Движение сопровождается появлением у стенки компоненты  $m_y$ , которая обеспечивает выгодную с точки зрения минимизации энергии ЭМВДМ структуру ДС и киральность. Это соответствует тому, что при смене знака  $E_z$  изменяется знак  $m_y$  вблизи центра ДС Блоха. Как было отмечено ранее, изменение знака компоненты  $m_x$  в ДС Блоха приводит к смене направления движения ДС – см. Рис. 3.4 [129\*]. Независимо от структуры ДС Блоха и знака электрического поля в ходе динамики возбуждаются спиновые волны: прецессирующие вокруг оси  $Oz$  вблизи точки с координатой  $y_0 = 50\Delta_B$  компоненты  $m_x, m_y$  показаны на нижней вставке каждого из Рис. 3.3а,б, Рис. 3.4. В соответствии с классификацией спиновых волн, данной в обзоре литературы, наблюдаемые в моделировании волны относятся к типу обменных спиновых волн, распространяющихся в геометрии поверхностной МСВ. Интересна связь характеристик спиновой волны (частоты, длины волны и амплитуды) с величиной вызывающего её электрического поля. Так как динамика является нелинейной, эти три характеристики оказываются связанными между собой, поэтому для анализа спектральных свойств спиновых волн необходимо, во-первых, вы-

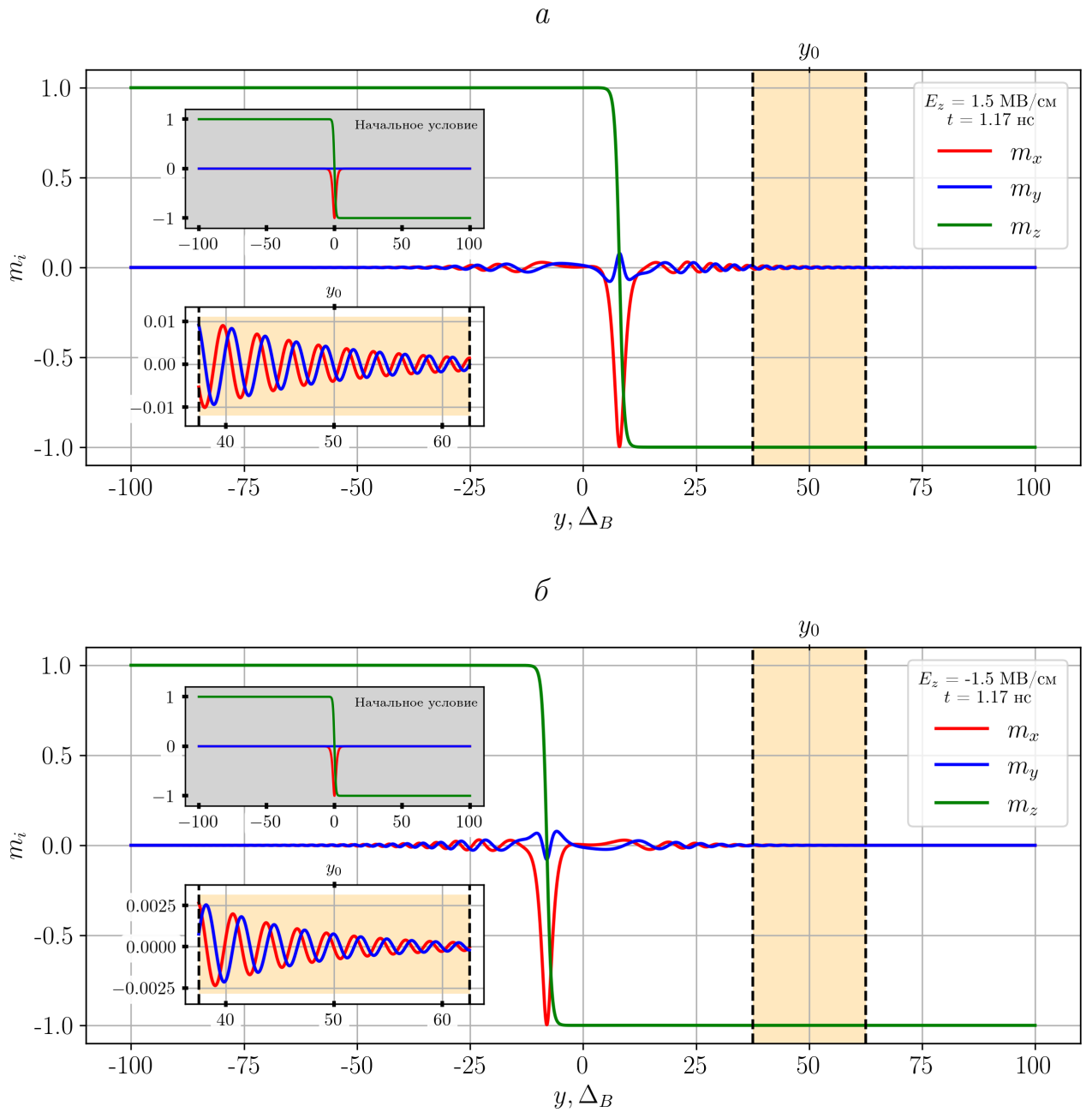


Рис. 3.3: Результат численного моделирования – ДС Блоха через  $t = 1.17$  нс после подачи ступенчатого импульса пространственно однородного электрического поля  $E_z = 1.5$  МВ/см (*a*) и  $E_z = -1.5$  МВ/см (*б*). На верхней вставке показано начальное состояние ДС (начальное условие), на нижней вставке приведены компоненты намагниченности  $m_x, m_y$  вблизи точки  $y_0 = 50\Delta_B$ . Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм. Жёлтой заливкой показана область, отображённая на вставке [129\*].

брать точку в пространстве и область вокруг неё с целью рассматривать прецессию намагниченности во времени (в этой точке) и в пространстве (в этой области), во-вторых, нужно выбрать амплитуду спиновой волны, чтобы сравнивать спектральные характеристики волн при различных условиях. В качестве такой точки был выбран узел вычислительной сетки с координатой  $y_0 = 50\Delta_B$ , отсто-

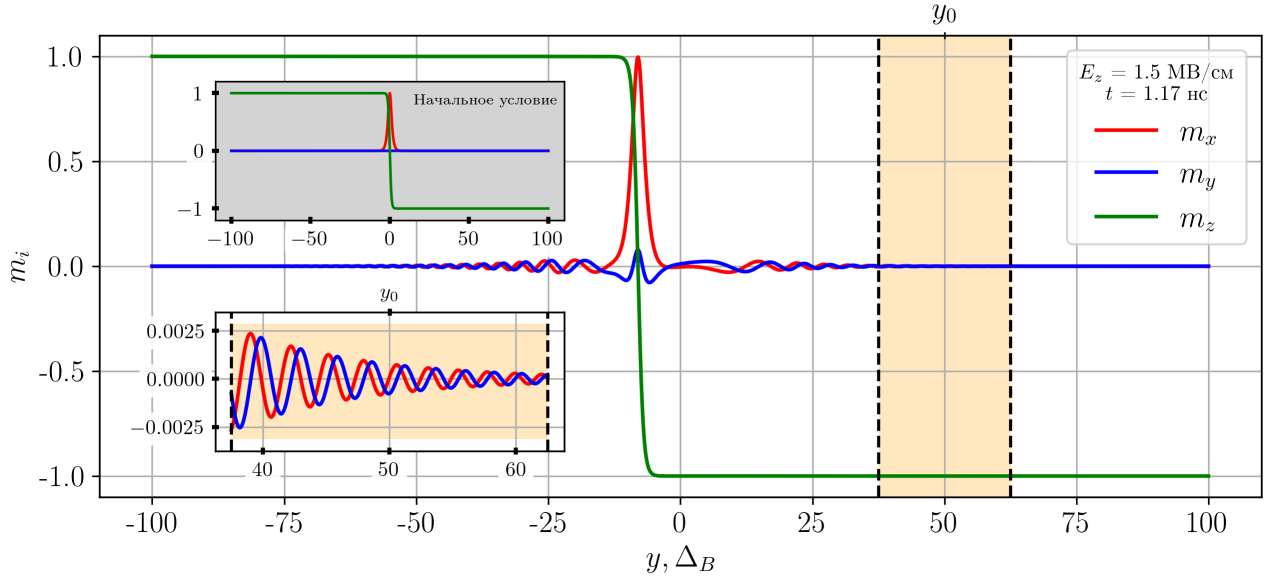


Рис. 3.4: Воздействие однородного электрического поля  $E_z = 1.5$  МВ/см на ДС Блоха с противоположной по знаку компонентой  $m_x$ . На верхней вставке показано начальное состояние ДС (начальное условие), на нижней вставке приведены компоненты намагниченности  $m_x$ ,  $m_y$  вблизи точки  $y_0 = 50\Delta_B$ . Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм. Жёлтой заливкой показана область, отображённая на вставке [129\*].

ящий от середины невозмущённой ДС на 5 мкм. Спектральные характеристики в дальнейшем сравниваются для амплитуд волны  $m_I = 5 \times 10^{-4}$  и  $m_{II} = 10^{-3}$ . Спиновые волны такой амплитуды рассматривались, например, в теоретической части работы [105]. Рассмотрим, каковы спектральные характеристики спиновой волны, возбуждаемой однородным электрическим полем  $E_z = 1.5$  МВ/см. На Рис. 3.5а приведена зависимость компоненты  $m_y$  от времени в точке  $y_0$ . Возбуждаемая электрическим полем ДС Блоха создаёт спиновую волну, которая приходит в точку  $y_0$  спустя некоторое время (ориентировочно 0.5 нс). Амплитуда прецессии в этой точке со временем нарастает. С помощью преобразования Гильберта был получен аналитический сигнал, а из него – огибающая (см. жёлтую линию на верхней части Рис. 3.5а) и мгновенная частота, характеризующая прецессию в конкретный момент времени (см. коричневую линию на нижней части Рис. 3.5а). Амплитуды спиновой волны  $m_I, m_{II}$  приходят в точку  $y_0$  в разные моменты времени  $t_I, t_{II}$ , которым соответствуют мгновенные частоты волны  $f_I = 22$  ГГц и  $f_{II} = 17$  ГГц. Пространственные профили спиновой волны, соответствующие этим моментам времени, приведены на Рис. 3.5б,

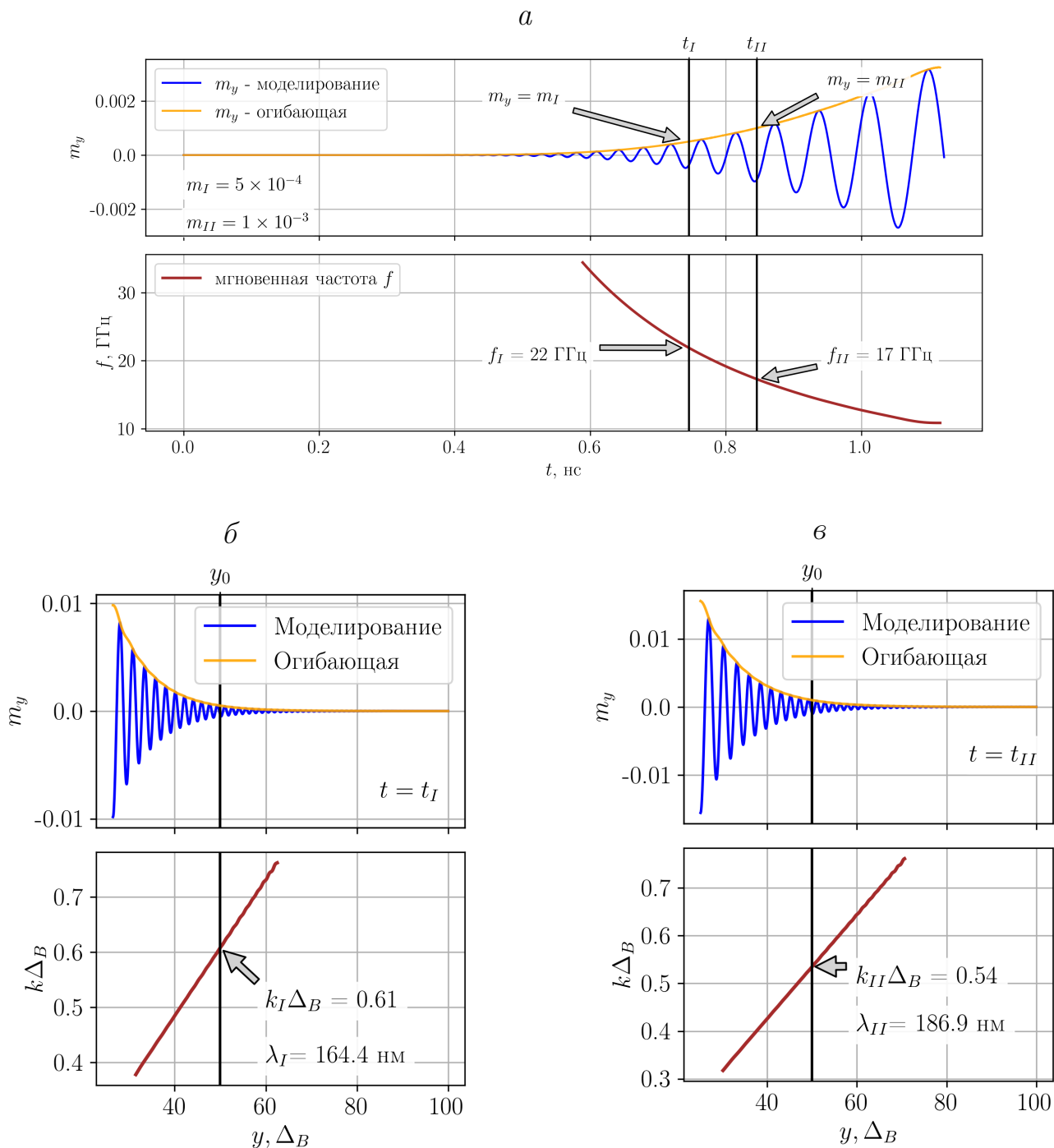


Рис. 3.5: Спектральные характеристики спиновой волны, вызванной возмущением ДС Блоха электрическим полем  $E_z = 1.5 \text{ МВ/см}$ : *а* – зависимость компоненты  $m_y$  в точке  $y_0 = 50\Delta$  от времени (сверху) и соответствующая мгновенная частота (снизу); верхняя часть *б*, *в* – зависимости компоненты  $m_y$  от пространственной координаты в моменты времени  $t_I$  (*б*) и  $t_{II}$  (*в*), когда через точку  $y_0 = 50\Delta$  проходят амплитуды волны  $m_I = 5 \times 10^{-4}$ ,  $m_{II} = 1 \times 10^{-3}$ ; нижняя часть *б*, *в* соответствует мгновенному волновому числу  $k$ . Стрелками указаны мгновенные частоты  $f_I$ ,  $f_{II}$  и мгновенные волновые числа  $k_I$  и  $k_{II}$ , соответствующие моментам времени  $t_I, t_{II}$  и точке  $y_0$ .

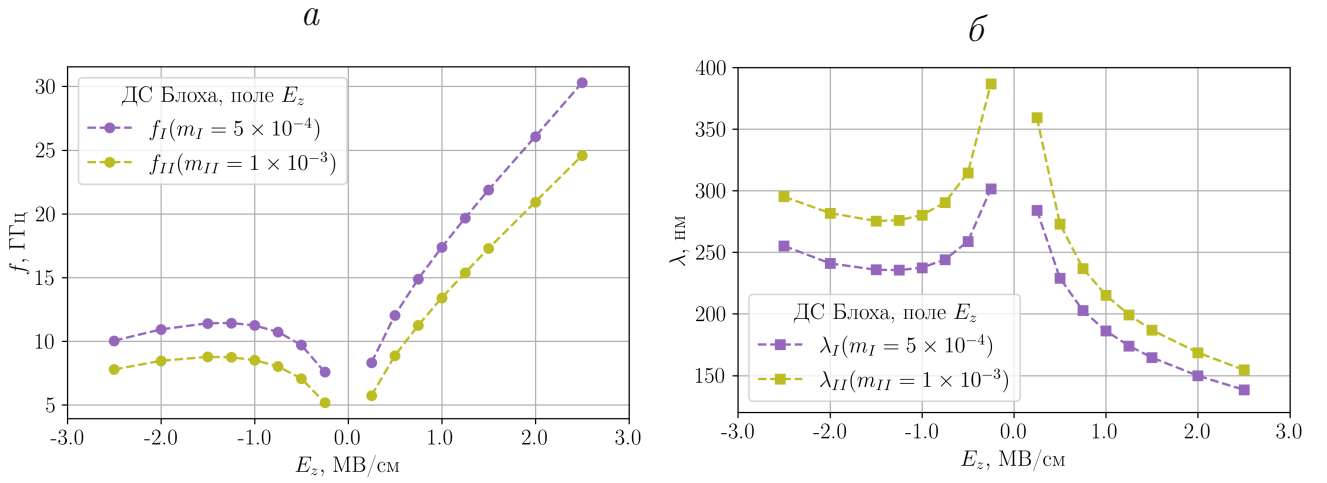


Рис. 3.6: мгновенные частоты (а) и длины волн (б) для различных величин однородного электрического поля  $E_z$ , воздействующего на ДС Блоха. Рассматриваемые моменты времени  $t_I$  и  $t_{II}$  соответствуют моментам прихода амплитуд  $m_I = 5 \times 10^{-4}$ ,  $m_{II} = 1 \times 10^{-3}$  в точку  $y_0 = 50\Delta$ .

в). С помощью преобразования Гильберта были получены зависимости мгновенного волнового числа (и, соответственно, длины волны) от координаты (см. Рис. 3.5б, в, внизу). Точке  $y_0$  соответствуют длины волн  $\lambda_I = 164$  нм и  $\lambda_{II} = 187$  нм.

Вычисленные таким образом спектральные характеристики для различных значений электрического поля  $E_z$ , действующего на ДС Блоха, приведены на Рис. 3.6. Положительные значения  $E_z$  соответствуют приближению стенки к точке  $y_0$  (как на Рис. 3.3а), отрицательные – отдалению (как на Рис. 3.3б). Такая асимметрия проявляется на Рис. 3.6: в случае если точка наблюдения находится впереди ДС относительно направления её движения (положительные значения  $E_z$ ), то рост величины электрического поля приводит к росту частоты и понижению длины волны; если точка наблюдения находится позади ДС (т.е. ДС удаляется от  $y_0$  при отрицательных значениях  $E_z$ ), то зависимости частот и длин волн от  $E_z$  имеют экстремумы (максимум для частот и минимум для длин волн). Это связано с тем, что при отрицательных  $E_z$  в точку наблюдения  $y_0$  доходят спиновые волны, распространяющиеся против направления движения стенки. Сочетание этих двух процессов и приводит к такой немонотонной зависимости спектральных характеристик при  $E_z < 0$ . Кроме того, из Рис. 3.6 следует, что с ростом амплитуды спиновой волны частота прецессии уменьшается, а длина волны растёт [129\*].

Необходимо прояснить причины возникновения спиновых волн. Для этого нужно рассмотреть вращающие моменты (англ. torque), действующие на намагниченность внутри ДС Блоха. Под вращающим моментом того или иного взаимодействия здесь понимается векторное произведение намагниченности на соответствующее безразмерное эффективное магнитное поле. Эффективное магнитное поле в безразмерной форме возникает естественным образом, если отсчитывать пространственные координаты в единицах ширины ДС Блоха  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u}$ , а магнитные поля в единицах эффективного магнитного поля анизотропии  $2K_u/M_s$ . Например, для обменного взаимодействия:

$$\vec{\tau}^{exch} = - \left[ \vec{m} \times \vec{H}_{exch}^{eff,d} \right], \quad (3.12)$$

где  $\vec{H}_{exch}^{eff,d} = \Delta \vec{m}$  (оператор Лапласа, действующий на вектор  $\vec{m}$  покомпонентно). В начальный момент времени ДС Блоха находится в невозмущенном состоянии, а вращающие моменты обменного взаимодействия и анизотропии ( $\vec{\tau}^{exch}, \vec{\tau}^{an}$ ) уравниваются друг друга, так что их суммарный момент  $\vec{\tau}^{sum} = \vec{\tau}^{exch} + \vec{\tau}^{an}$  равен нулю. В первой строке Рис. 3.7 приведены компоненты вращающих моментов  $\tau_y^{exch}, \tau_y^{an}, \tau_y^{sum}$  (Рис. 3.7а) и структура ДС Блоха (Рис. 3.7б,в) в начальный момент времени относительно системы координат, привязанной к центру стенки  $y_c$  (т.е. к точке, где компонента  $m_x$  минимальна). Стоит отметить, что именно компонента  $\tau_y^{sum}$  приводит к появлению прецессии изначально нулевой компоненты  $m_y$  со временем, поэтому в дальнейшем обсуждается только эта компонента. Суммарный вращающий момент равен нулю и поэтому ДС Блоха является стабильной структурой ( $m_y$  равно нулю из-за локальных полей размагничивания). Как было отмечено выше, электрическое поле  $E_z > 0$  возмущает стенку и сообщает различным её участкам разные скорости: центр стенки движется вправо быстрее чем её периферия [129\*]. Это приводит к тому, что справа от центра ДС Блоха градиент намагниченности увеличивается по своей величине. Отсюда следует, что вращающий момент  $\vec{\tau}^{exch}$  также увеличивается: Рис. 3.7г показывает, что в начале динамики справа от центра стенки вращающий момент  $\tau_y^{exch}$  имеет меньшее значение по сравнению с равновесием. В итоге, справа от центра ДС возникает отрицательный вращающий момент  $\tau_y^{sum}$ . Из-за более быстрого движения центра стенки слева от него градиент намагниченности и  $\vec{\tau}^{exch}$  уменьшаются по величине, а вращающий момент

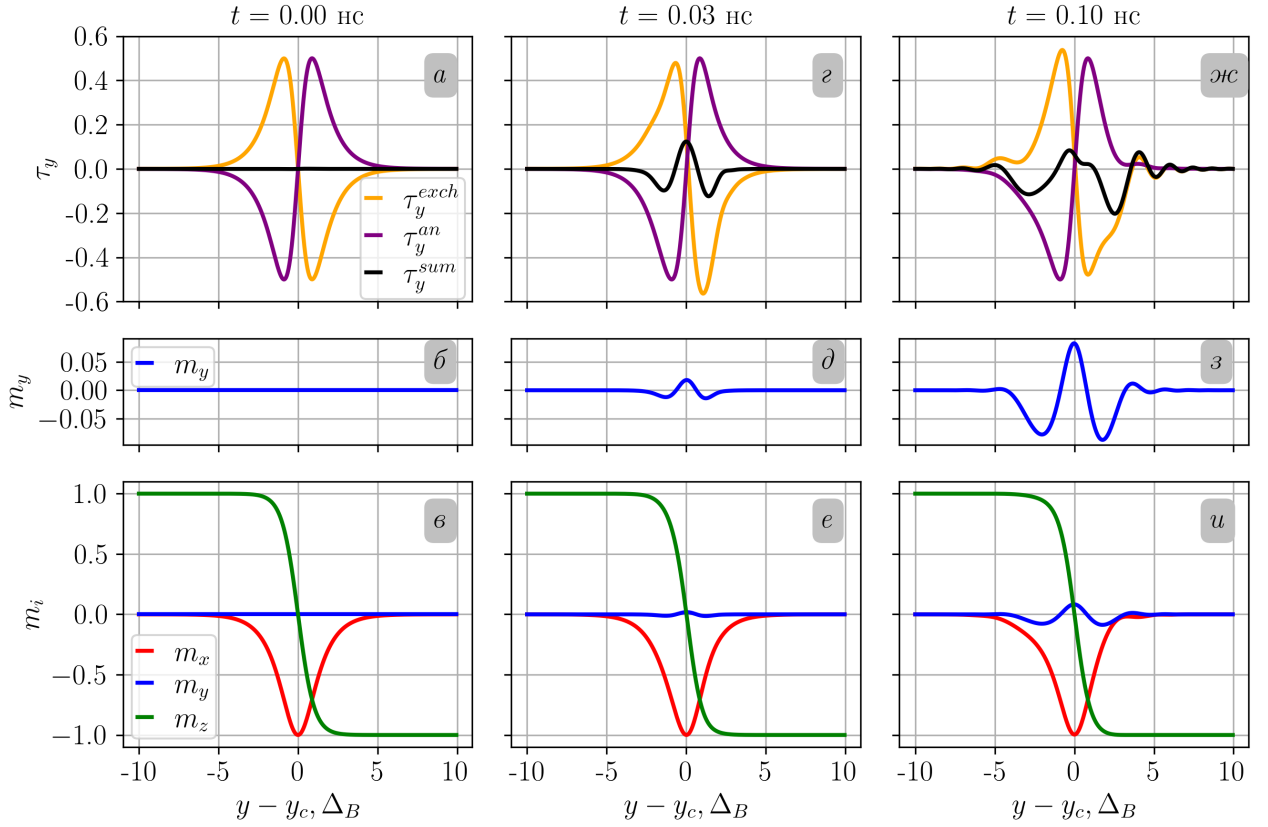


Рис. 3.7: Динамика ДС Блоха в первые моменты времени после приложения однородного электрического поля  $E_z = 1.5$  МВ/см:  $t = 0$  нс (а, б, в),  $t = 0.03$  нс (г, д, е),  $t = 0.10$  нс (ж, з, и). Верхний ряд (а, г, ж) показывает вращающиеся моменты обменного взаимодействия  $\tau_y^{exch}$  (оранжевая линия), магнитной анизотропии  $\tau_y^{an}$  (фиолетовая линия) и их сумму  $\tau_y^{sum}$  (чёрная линия). Средний ряд (б, д, з) показывает компоненту намагниченности  $m_y$ . Нижний ряд показывает структуру ДС Блоха в ходе динамики. Координата  $y_c$  соответствует минимальной величине  $m_x$ .

магнитной анизотропии остаётся примерно постоянным. В результате суммарный момент  $\tau_y^{sum}$  имеет профиль, отражённый на Рис. 3.7г: два отрицательных участка разделены положительным участком, и все они вызваны раскомпенсированием вращающихся моментов обмена и анизотропии. Отрицательные участки  $\tau_y^{sum}$  в соответствии с уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21) способствуют появлению двух локальных минимумов компоненты  $m_y$  (Рис. 3.7д,е). Локальные минимумы  $\tau_y^{sum}$  и вызываемые ими минимумы  $m_y$  со временем распространяются к периферии ДС Блоха (см. Рис. 3.7ж,з), что приводит к возбуждению спиновой волны – см. область справа от ДС на Рис. 3.7ж,з,и. Таким образом, раскомпенсация вращающихся моментов обменного взаимодействия и магнитной анизотропии, вызванная ЭМВДМ, приводит к появлению возмуще-

ний  $m_y$  (см. Рис. 3.7б,д,з) и возбуждению спиновой волны. Необходимо отметить, что рост  $m_y$  по центру стенки связан не только с положительным  $\tau_y^{sum}$ , но и с влиянием ЭМВДМ, которое в соответствии с (3.6) стремится перевести ДС Блоха в ДС Нееля за счёт второго слагаемого в уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта. Но это слагаемое обеспечивает динамику на больших временах из-за малости  $\alpha$  и не может приводить к прецессии. Важно также отметить, что само ЭМВДМ не даёт вклада в  $\tau_y^{sum}$ , так как эффективное поле ЭМВДМ (1.39) имеет на рассматриваемых временах только компоненту  $(H_{me}^{eff})_y$ , которая не может приводить к появлению компоненты вращающего момента  $\tau_y^{sum}$ .

ДС Нееля не реагирует на однородное электрическое поле  $E_z$ , поэтому в этом разделе она не упоминается.

### 3.1.4 Результаты численного моделирования динамики ДС под воздействием электрического поля $E_x$

Теперь рассмотрим влияние однородного электрического поля  $E_x$  на ДС Блоха и ДС Нееля. Невозмущенная структура ДС Нееля приведена на Рис. 3.8.

Аналогично случаю ДС Блоха в однородном электрическом поле  $E_z$ , электрическое поле  $E_x$  прикладывалось ступенькой во времени. На Рис. 3.9 показано влияние поля  $E_x$  на ДС Блоха спустя время  $t = 1.17$  нс после начала динамики. Видно, что ДС Блоха не смещается в сторону, как это и было отмечено ранее на основе уравнений (3.8, 3.9) [129\*]. Также стоит обратить внимание на то, что компонента  $m_y$ , изначально равная нулю везде, претерпевает антисимметричное изменение, т.е. на Рис. 3.9 она имеет нулевое значение по центру стенки, а слева и справа от центра вблизи него – разные знаки. Это согласуется с выводом из выражения (3.11) о том, что угол  $\varphi$ , задающий соотношение между  $m_x$  и  $m_y$ , изменяется антисимметричным образом. Знак  $m_y$  вблизи центра стенки инвертируется при переходе от положительного поля  $E_x$  к отрицательному (см. Рис. 3.9а,б). Нельзя не отметить тот факт, что при неподвижной стенке смена знака  $E_x$  от положительного к отрицательному приводит к понижению пространственной частоты прецессии (см. вставки на Рис. 3.9). Это связано с тем, что в первом случае ( $E_x > 0$ ) ДС стремится сократить свою ширину на первых этапах динамики, а во втором ( $E_x < 0$ ) – наоборот, увеличить. Сокращение ширины стенки приводит к росту энергии и вращающего момента обменного

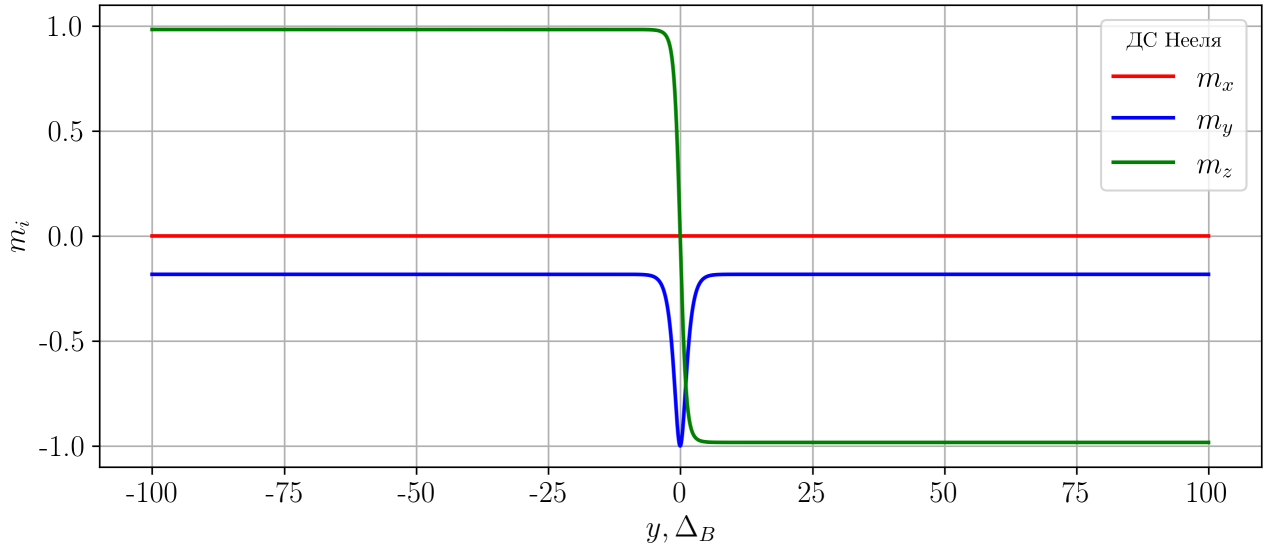


Рис. 3.8: Начальное состояние ДС Нееля. Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм [129\*].

взаимодействия, что сопровождается выходом этой энергии в виде спиновых волн с более высоким волновым числом.

Для ДС Нееля все сказанное в текущем подразделе остаётся справедливым. ДС Нееля, стабилизированная до приложения электрического поля внешним магнитным полем  $H_y = -8\pi M_s = -126$  Э, приведена на Рис. 3.8. Однородное электрическое поле  $E_x$  не приводит к её сдвигу, но вызывает спиновые волны – см. Рис. 3.10.

Спектральные характеристики спиновых волн, возникающих при воздействии электрического поля  $E_x$  на ДС Блоха и Нееля приведены на Рис. А.4 и Рис. А.5. Из рисунков следует, что частоты прецессии одинаково возрастают с ростом модуля  $|E_x|$  при различных знаках  $E_x$ , в то время как длины волн такой симметрией не обладают. Это неудивительно, поскольку поле  $E_x > 0$  приводит на ранних этапах динамики к уменьшению ширины (сжатию) ДС, а поле  $E_x < 0$  – наоборот к увеличению ширины (расширению) ДС. Поскольку сжатие ДС неминуемо приводит к повышению энергии обменного взаимодействия, а растяжение – нет, в сжатой и растянутой ДС влияние обменного взаимодействия оказывается разным. Так, спиновая волна возбуждается различным образом: в случае сжатой ДС избыточным по сравнению со стабильной ДС оказывается обменное взаимодействие, а в случае растянутой – магнитная анизотропия. Это различие и приводит к тому, что длины волн (как для ДС Блоха, так и для ДС

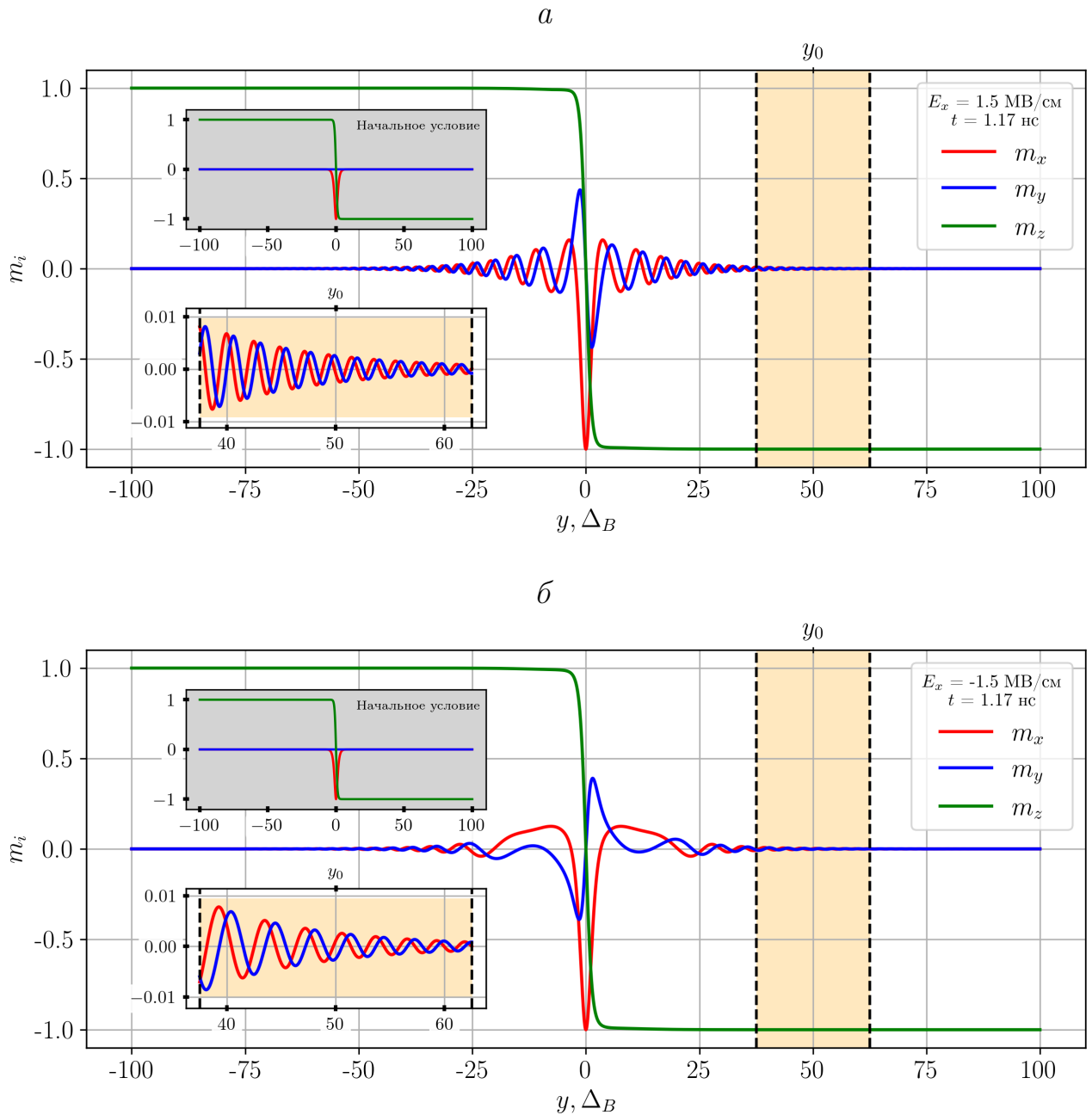


Рис. 3.9: Результат численного моделирования – ДС Блоха через  $t = 1.17$  нс после подачи ступенчатого импульса пространственно однородного электрического поля  $E_x = 1.5$  МВ/см (*a*) и  $E_x = -1.5$  МВ/см (*б*). На верхней вставке показано начальное состояние ДС (начальное условие), на нижней вставке приведены компоненты намагниченности  $m_x, m_y$  вблизи точки  $y_0 = 50\Delta_B$ . Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм. Жёлтой заливкой показана область, отображённая на вставке [129\*].

Нееля) оказываются разными для случаев  $E_x > 0$  и  $E_x < 0$ . Рис. 3.11 показывает сжатие ДС Блоха во время динамики – см. нижний ряд рисунка. В результате сжатия внутри ДС Блоха возникают участки с избыточным вращающим моментом обменного взаимодействия (см. Рис. 3.11*з*). Ровно так же как и в случае электрического поля  $E_z$  возникает ненулевой суммарный вращающий момент

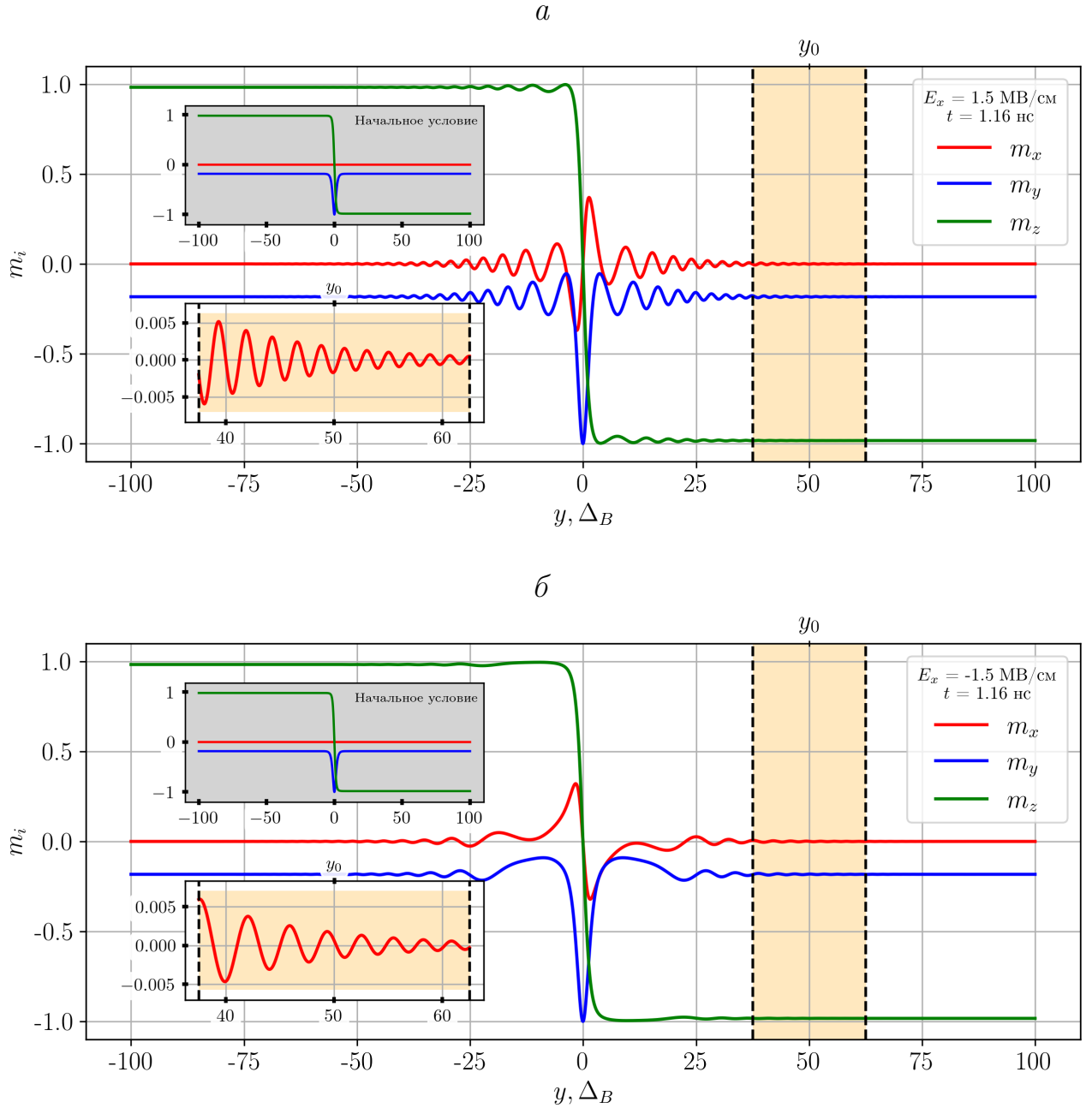


Рис. 3.10: Результат численного моделирования – ДС Нееля через  $t = 1.17$  нс после приложения однородного электрического поля  $E_x = 1.5$  МВ/см (*a*) и  $E_x = -1.5$  МВ/см (*б*). На верхней вставке показано начальное состояние ДС (начальное условие), на нижней вставке приведена компонента намагниченности  $m_x$  вблизи точки  $y_0 = 50\Delta_B$ . Координата отсчитывается в единицах ширины доменной стенки  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u} = 100$  нм. Жёлтой заливкой показана область, отображённая на вставке [129\*].

– его  $y$ –компонента показана чёрной линией. В результате такой раскомпенсации возникает компонента  $m_y$  намагниченности (см. Рис. 3.11*д*). Профиль этой компоненты со временем увеличивается по величине и расширяется, что и приводит к возбуждению спиновых волн (см. Рис. 3.11*ж, з, и*). Рис. А.6 (см.

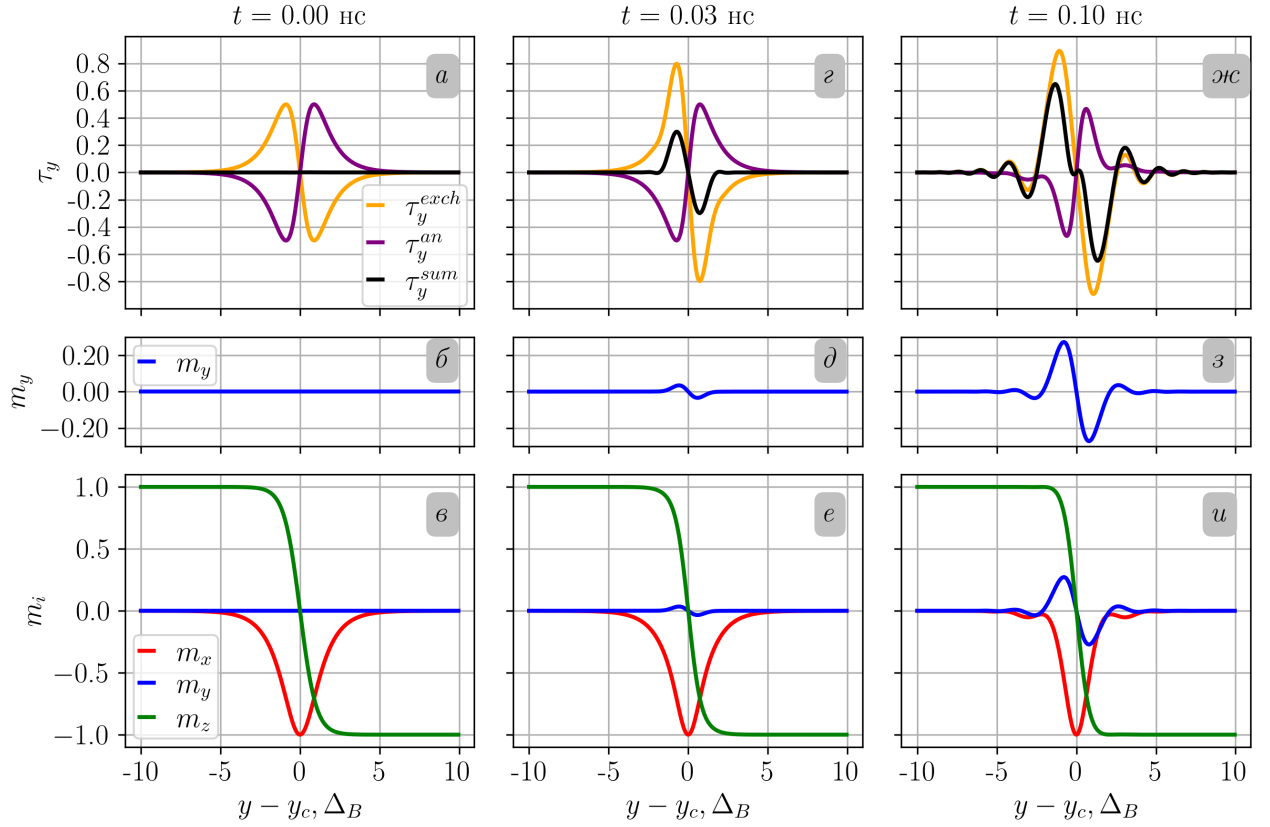


Рис. 3.11: Динамика ДС Блоха в первые моменты времени после приложения однородного электрического поля  $E_x = 1.5$  МВ/см:  $t = 0$  нс (а, б, в),  $t = 0.03$  нс (г, д, е),  $t = 0.10$  нс (ж, з, и). Верхний ряд (а, г, ж) показывает вращающие моменты обменного взаимодействия  $\tau_y^{exch}$  (оранжевая линия), магнитной анизотропии  $\tau_y^{an}$  (фиолетовая линия) и их сумму  $\tau_y^{sum}$  (чёрная линия). Средний ряд (б, д, з) показывает компоненту намагниченности  $m_y$ . Нижний ряд показывает структуру ДС Блоха в ходе динамики. Координата  $y_c$  соответствует минимальной величине  $m_x$ .

приложение А) абсолютно аналогичным образом показывает расширение ДС Блоха во время динамики – см. нижний ряд рисунка. В этом случае из-за расширения ДС Блоха величина вращающего момента обменного взаимодействия падает. Как и ранее, возникает нескомпенсированный суммарный момент  $\tau_y^{sum}$ , приводящий к возмущению ДС и возбуждению спиновой волны. Для ДС Нееля процессы расширения и сужения ДС полностью аналогичны, что выражается в сходстве Рис. А.4 и Рис. А.5.

### 3.1.5 Взаимосвязь амплитуды, частоты и волнового числа спиновой волны, вызванной локальным возмущением

Рассмотрим аналитически динамику намагниченности в одномерной модели в линейном приближении, когда амплитуда прецессии мала по сравнению с той компонентой намагниченности, что коллинеарна с осью прецессии. Будем учитывать только первое слагаемое в уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21), т.е. исключим затухание из модели. Пусть однородное магнитное поле  $H_{ext,z} > 0$  задаёт ось прецессии, тогда эффективные магнитные поля внешнего воздействия и обменного взаимодействия имеют вид:

$$\vec{H}_{ext}^{eff} = H_{ext,z} \vec{e}_z; \quad (3.13)$$

$$\vec{H}_{exch}^{eff} = \frac{2A}{M_s} \Delta \vec{m}. \quad (3.14)$$

Тогда уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21) выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\gamma \left[ H_{ext,z} \begin{pmatrix} m_y \\ -m_x \\ 0 \end{pmatrix}^T + \frac{2A}{M_s} \begin{pmatrix} m_y \Delta m_z - m_z \Delta m_y \\ m_z \Delta m_x - m_x \Delta m_z \\ m_x \Delta m_y - m_y \Delta m_x \end{pmatrix}^T \right] \cdot \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \\ \vec{e}_z \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

В линейном приближении будем рассматривать малые по сравнению с постоянной во времени и пространстве  $m_z > 0$  компоненты  $m_x, m_y$ . Если исключить слагаемые высокого порядка малости, например  $m_x \Delta m_y$ , и считать  $m_z$  постоянной, то имеет место следующее:

$$\frac{\partial \vec{m}}{\partial t} = -\gamma \left[ H_{ext,z} \begin{pmatrix} m_y \\ -m_x \\ 0 \end{pmatrix}^T + \frac{2A}{M_s} \begin{pmatrix} -m_z \Delta m_y \\ m_z \Delta m_x \\ 0 \end{pmatrix}^T \right] \cdot \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \\ \vec{e}_z \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Теперь введём комплексную намагниченность

$$m_+ = m_x + im_y, \quad (3.17)$$

где  $i$  – мнимая единица. В принятых обозначениях и приближениях уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта (1.21) имеет вид:

$$\frac{\partial m_+}{\partial t} = i\gamma H_{ext,z} m_+ - i \frac{2\gamma A}{M_s} m_z \Delta m_+. \quad (3.18)$$

Путём замены  $m_+(y, t) = m_0(y, t)e^{i\omega_0 t}$ , где  $\omega_0 = \gamma H_{ext, z}$ , получаем уравнение для  $m_0$ :

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} = -i \frac{2\gamma A}{M_s} m_z \Delta m_0. \quad (3.19)$$

Перейдём в безразмерную систему координат, в которой координата  $y_d$  отсчитывается в единицах ширины ДС Блоха  $\Delta_B = \sqrt{A/K_u}$ , где  $K_u$  – константа магнитной анизотропии. Введём также характерную частоту  $\omega_{an} = \frac{2\gamma K_u}{M_s}$ . Тогда уравнение (3.19) имеет вид:

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} = -i\omega_{an} m_z \frac{\partial^2 m_0}{\partial y_d^2}. \quad (3.20)$$

Уравнение (3.20) является уравнением теплопроводности на бесконечной прямой с известным решением  $\Phi_+(y_d, t)$  для начального условия в виде дельта-функции:

$$\Phi_+(y_d, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi(-i\omega_{an}m_z)t}} \exp\left(-\frac{y_d^2}{4(-i\omega_{an}m_z)t}\right). \quad (3.21)$$

Выражение (3.21) описывает расплывающийся профиль намагниченности, возникающий из локального возмущения: начальное состояние намагниченности  $m_+$  в виде дельта-функции со временем уменьшает свою амплитуду и увеличивает ширину. Кроме того, комплексная экспонента в (3.21) описывает прецессию с нарастающим в пространстве волновым числом. Комплексная намагниченность  $m_+$  играет роль аналитического сигнала по отношению к  $m_x$ , поэтому имеет смысл рассмотреть её фазу. С учётом прецессии во внешнем магнитном поле и множителя перед комплексной экспонентой в (3.21) фаза  $\Psi(y_d, t) = \arg m_+(y_d, t)$  имеет вид:

$$\Psi(y_d, t) = \frac{\pi}{4} + \omega_0 t - \frac{y_d^2}{4\omega_{an}m_z t}. \quad (3.22)$$

Мгновенная частота прецессии  $\omega_{inst}$  определяется производной фазы  $\Psi(y_d, t)$  по времени

$$\omega_{inst}(y_d, t) = \frac{\partial \Psi(y_d, t)}{\partial t} = \omega_0 + \frac{y_d^2}{4\omega_{an}m_z t^2} \sim \frac{y_d^2}{t^2}. \quad (3.23)$$

Отсюда следует, что в конкретной точке (при фиксированной координате  $y$ ), отстоящей от центра расплывающегося профиля мгновенная частота будет уменьшаться со временем. Иными словами, амплитуда прецессии в этой точке будет

повышаться (когда профиль намагниченности дойдёт до неё), а частота прецессии – уменьшаться. Такая картина полностью соответствует Рис. 3.5а: с ростом амплитуды спиновой волны её мгновенная частота падает. Мгновенное волновое число  $k_{inst}$ , определяемое как производная фазы  $\Psi(y_d, t)$  по координате, имеет вид:

$$k_{inst}(y_d, t) = \frac{\partial \Psi(y_d, t)}{\partial y_d} = -\frac{y_d}{2\omega_{an} m_z t} \sim \frac{y}{t}. \quad (3.24)$$

Отсюда видно, что в конкретный момент времени мгновенное волновое число прямо пропорционально координате, что совпадает с Рис. 3.5б,в. Таким образом, свойства возбуждаемых электрическим полем спиновых волн, отражённые на Рис. 3.5, являются неотъемлемым свойством ферромагнитного упорядочения. Иными словами, любое возмущение сопровождается прецессией намагниченности, которая описывается уравнением теплопроводности (3.18). Отсюда следует вывод о том, что отмеченное выше возбуждение спиновых волн за счёт ЭМВДМ можно разложить на два процесса: на перестройку ДС, связанную с воздействием электрического поля, и на последующее возбуждение спиновых волн за счёт обменного взаимодействия, которому способствует неравновесное распределение намагниченности на периферии ДС.

## 3.2 ДС как вращатель фазы проходящей спиновой волны

### 3.2.1 Методы

В текущем разделе рассматривается прохождение спиновой волны через ДС, свойства которой зависят от наличия/отсутствия внешнего электрического поля. В качестве модели, как и ранее, используется одномерная ДС, задаваемая тремя компонентами намагниченности  $m_x(y, t)$ ,  $m_y(y, t)$ ,  $m_z(y, t)$ . Используемые параметры соответствуют таблице 2.2. Параметр затухания Гильберта  $\alpha = 10^{-4}$ . ДС Блоха является стабильной структурой – она в терминах компонент изображена на Рис. 3.12а. Приложение внешнего электрического поля точечного заряда приводит к перестройке ДС Блоха – она переходит в ДС Нееля (см. Рис. 3.12б). При этом ширина ДС Нееля оказывается на 7% меньше по сравнению с ДС Блоха. Для того, чтобы возбудить спиновую волну, использовалось локальное вращающееся в плоскости  $Oxy$  магнитное поле  $H^{ext} = 70$  Э (для возбуждения волны с частотой 28.15 ГГц) и  $H^{ext} = 25$  Э (для возбуждения волны с частотой 5.42 ГГц). Точка его приложения показана на Рис. 3.12 – ей соот-

ветствует координата  $y_1 = -50\Delta_B$ , где  $\Delta_B = 100$  нм есть параметр, задающий ширину ДС Блоха. Магнитное поле  $H^{ext}$  вращалось в плоскости  $Oxy$  против часовой стрелки, что соответствует направлению прецессии намагниченности вокруг оси  $Oz$  при  $m_z > 0$ . В расчётах были использованы две частоты магнитного поля: 5.42 ГГц и 28.15 ГГц. Установившаяся амплитуда волн в каждом случае составляла 0.0008 от намагниченности насыщения. В данной модели на таких частотах возбуждались спиновые волны с длинами  $\lambda = 350$  и  $\lambda = 127$  нм, соответственно. Магнитное поле  $H^{ext}$  включалось не ступенькой во времени, а экспоненциально выходило на насыщение амплитуды с характерным временем 1 нс. Такое включение магнитного поля помогает избежать переходного процесса, сопровождающегося дрожанием амплитуды прецессии в пространстве и времени. Для определения фазы  $\Psi$  спиновой волны использовалось отношение компонент намагниченности, т.е.

$$\Psi = \arctan(m_y/m_x). \quad (3.25)$$

### 3.2.2 Разность фаз спиновых волн, проходящих через ДС Блоха и ДС Нееля

Основная идея этого подраздела состоит в том, чтобы сравнить фазу спиновой волны, прошедшей через ДС Блоха, и фазу спиновой волны, прошедшей через электрически контролируруемую ДС Нееля, в одной и той же пространственной области. Это резко отличается от того, что обсуждалось в обзоре литературы (см. Рис. 1.21), когда рассматривался фазовый сдвиг, вносимый со стороны ДС, т.е. когда сравнивалась фаза волны до ДС с фазой той же самой волны после ДС. На Рис. 3.13 представлена спиновая волна, проходящая через ДС Блоха (Рис. 3.13а,б,в) и ДС Нееля, контролируруемую электрическим полем (Рис. 3.13г). В центральной части Рис. 3.13 видна область разворота намагниченности непосредственно внутри ДС, для лучшего отображения масштаб выбран таким образом, чтобы отразить наличие спиновой волны. Благодаря такому масштабу видно, что для спиновой волны наличие ДС становится заметным на расстоянии примерно  $5\Delta_B$  от её центра, т.е. для спиновой волны с амплитудой 0.001 ширина стенки составляет около  $10\Delta_B$ . Из рисунка видно, что спиновая волна проходит через ДС, слегка возмущая её. Для того, что-

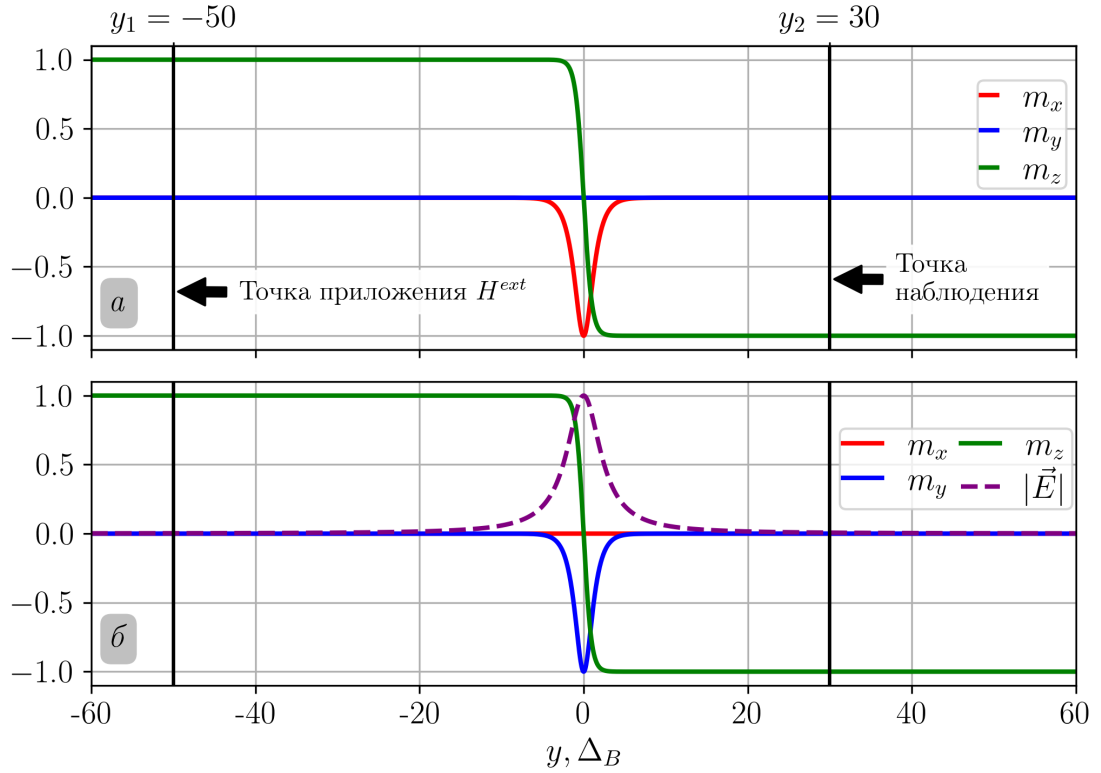


Рис. 3.12: ДС Блоха (а) и ДС Нееля (б), стабилизированная электрическим полем точечного заряда. Спиновые волны возбуждались приложением магнитного поля  $H^{ext}$  в точке  $y_1 = -50\Delta_B$ . Точкой наблюдения является точка  $y_2 = 30\Delta_B$ . Координата  $y$  отсчитывается в единицах  $\Delta_B = 100$  нм [130\*].

бы изучить свойства прошедшей спиновой волны, прецессия намагниченности рассматривалась в точке наблюдения  $y_2 = 30\Delta_B$ . На Рис. 3.14а представлена развёртка прецессии намагниченности во времени для точки  $y_2 = 30\Delta_B$ : красной линией отмечена компонента намагниченности  $m_x^B$  для спиновой волны, проходящей через ДС Блоха, светло-зелёной линией – компонента намагниченности  $m_x^N$  для спиновой волны, проходящей через ДС Нееля. Из рисунка видно, что эти две спиновые волны оказываются в противофазе [130\*]. Для того, чтобы вычислить разницу фаз между  $m_x^N$  и  $m_x^B$  были рассчитаны две фазы  $\Psi^B$  и  $\Psi^N$  в соответствии с (3.25) – их зависимость от времени приведена на Рис. 3.14б. Видно, что фаза довольно быстро нарастает. Разность фаз  $\Delta\Psi = \Psi^N - \Psi^B$  оказывается постоянной (с точностью до шума величиной на четыре порядка меньше). Поскольку именно электрическое поле посредством модулируемого ВДМ стабилизирует ДС Нееля, интересным оказывается вопрос о зависимости разности фаз  $\Delta\Psi$  от напряжённости электрического поля  $E_0$ . Такие зависимости

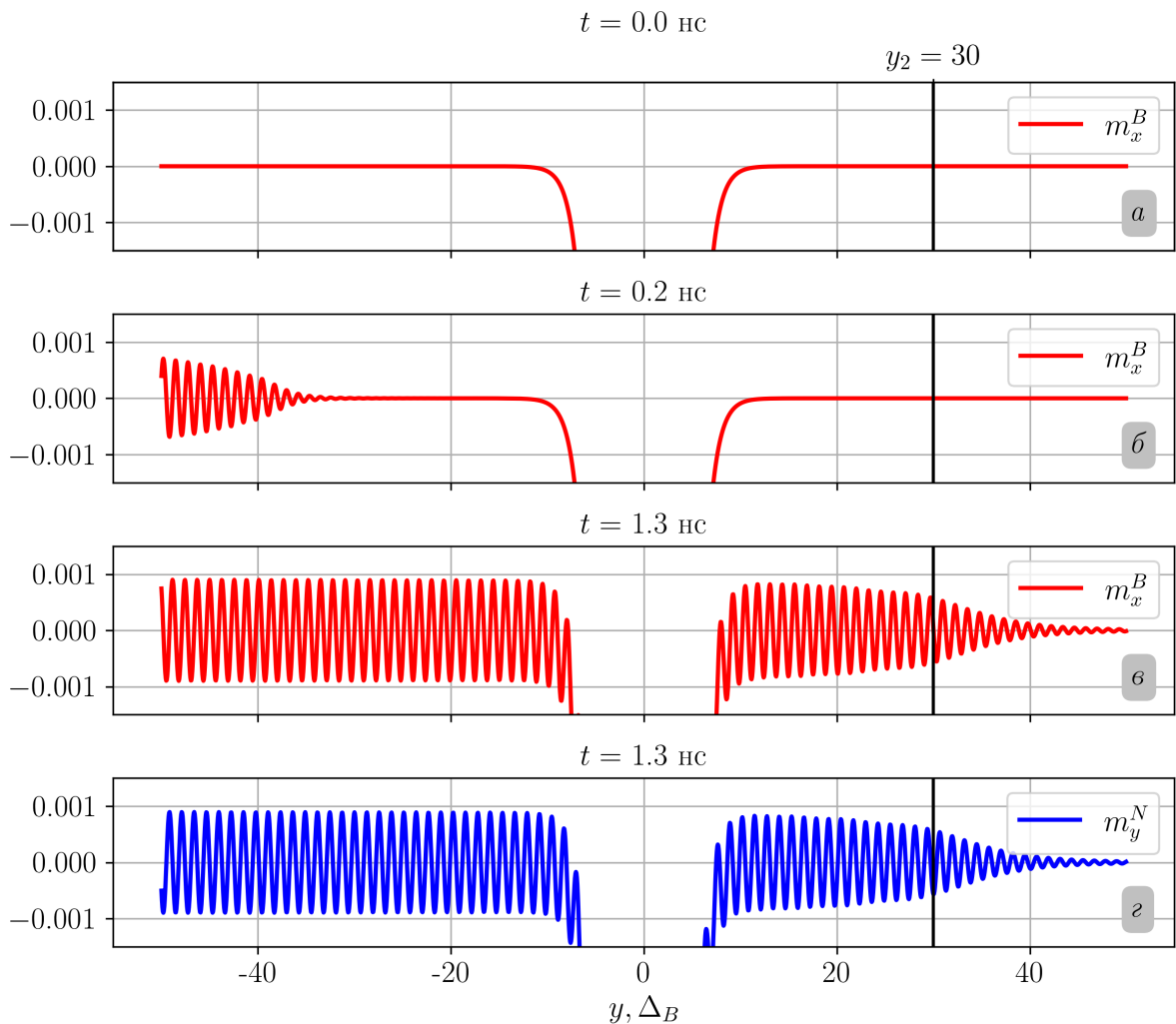


Рис. 3.13: Прохождение спиновой волны с частотой 28.15 ГГц через ДС Блоха (*а, б, в*) и через ДС Нееля (*г*). Компонента  $m_x^B$  в ДС Блоха из начального состояния (*а*) переходит в возмущённое состояние (*б, в*), когда волна проходит через ДС. Аналогичным образом возмущается компонента  $m_y^N$  в ДС Нееля (*г*). Время указано с момента подачи магнитного поля [130\*].

приведены на Рис. 3.14*в* для двух частот 5.42 ГГц и 28.15 ГГц. Отсюда следует, что разность фаз слабо зависит от модуля напряжённости электрического поля в диапазоне 1 МВ/см – 2 МВ/см: изменение составляет около 8 % от  $\pi$ . Проследить зависимость разности фаз при меньших электрических полях оказывается затруднительным, поскольку из-за конкуренции эффективного поля электрически модулируемого ВДМ и поля размагничивания ДС Нееля смещается и центры симметрии ДС и электрического поля не совпадают. Таким образом, в конкретной пространственной точке волны, прошедшие через ДС Блоха и ДС Нееля при электрическом поле 1-2 МВ/см, оказываются практически в противофазе.

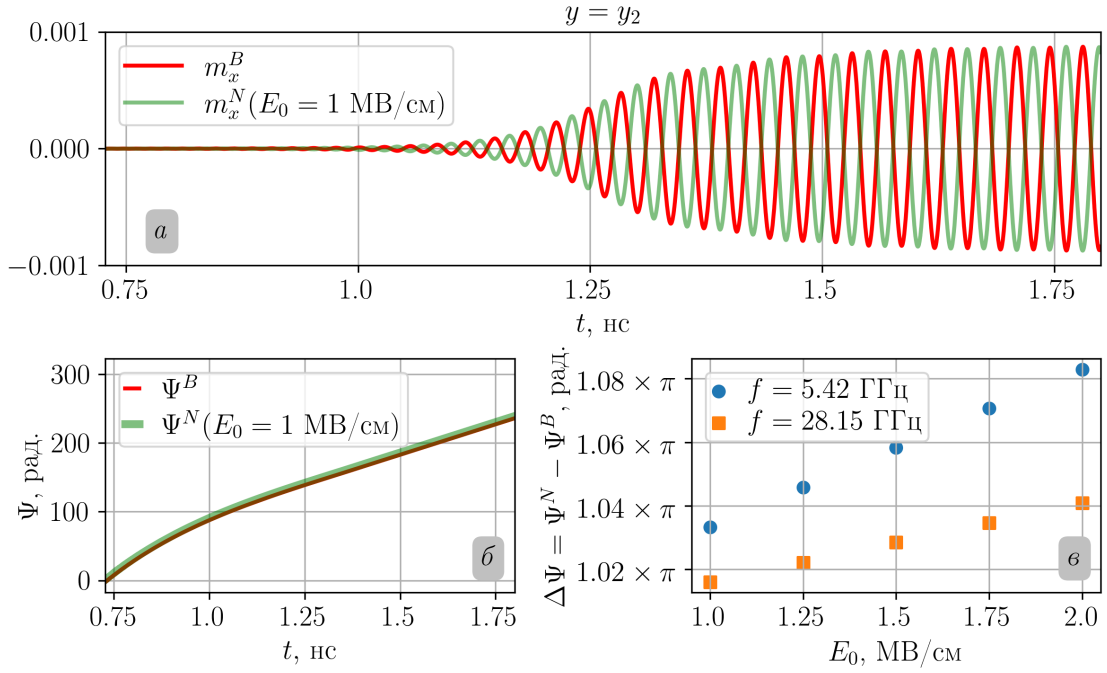


Рис. 3.14: Сравнение фаз спиновых волн, прошедших через ДС Блоха ( $m_x^B$ ) и ДС Нееля ( $m_x^N$ ), во времени. *a* – временная развёртка прецессии для компонент  $m_x^B$  и  $m_x^N$ ; *б* – зависимость фаз  $\Psi^B$  от  $\Psi^N$ ; *в* – зависимость разности фаз  $\Delta\Psi = \Psi^N - \Psi^B$  от модуля напряжённости электрического поля  $E_0$  [130\*].

Зависимость компонент намагниченности от пространственной координаты вне доменной стенки в окрестности точки  $y_2 = 30\Delta_B$  приведена на Рис. 3.15*а*. Отсюда следует, что и в пространстве спиновые волны, прошедшие через разные стенки, находятся в противофазе [130\*]. Разность фаз (Рис. 3.15*б, в*) составляет около  $\pi$  и изменяется в пределах 10 % при перестройке электрического поля от 1 МВ/см до 2 МВ/см.

Из выше сказанного можно сделать ложный вывод о том, что величина разности фаз между двумя спиновыми волнами, прошедшим через разные ДС, не зависит от величины напряжённости электрического поля. Для этого, следуя работе [108] (см. также Рис. 1.13*а*), рассмотрим линеаризованное уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта во вращающейся системе координат, в которой намагниченность внутри ДС Нееля имеет единственную ненулевую компоненту, направленную по оси  $\zeta$  (направление осей  $\xi, \eta, \zeta$  показано на Рис. А.7 в приложении А). Учтём эффективное магнитное поле (1.39) электрически модулируемого ВДМ. Во вращающейся системе координат в линейном приближении справедливы следующие уравнения для компонент намагниченности  $m_\xi$  и  $m_\eta$

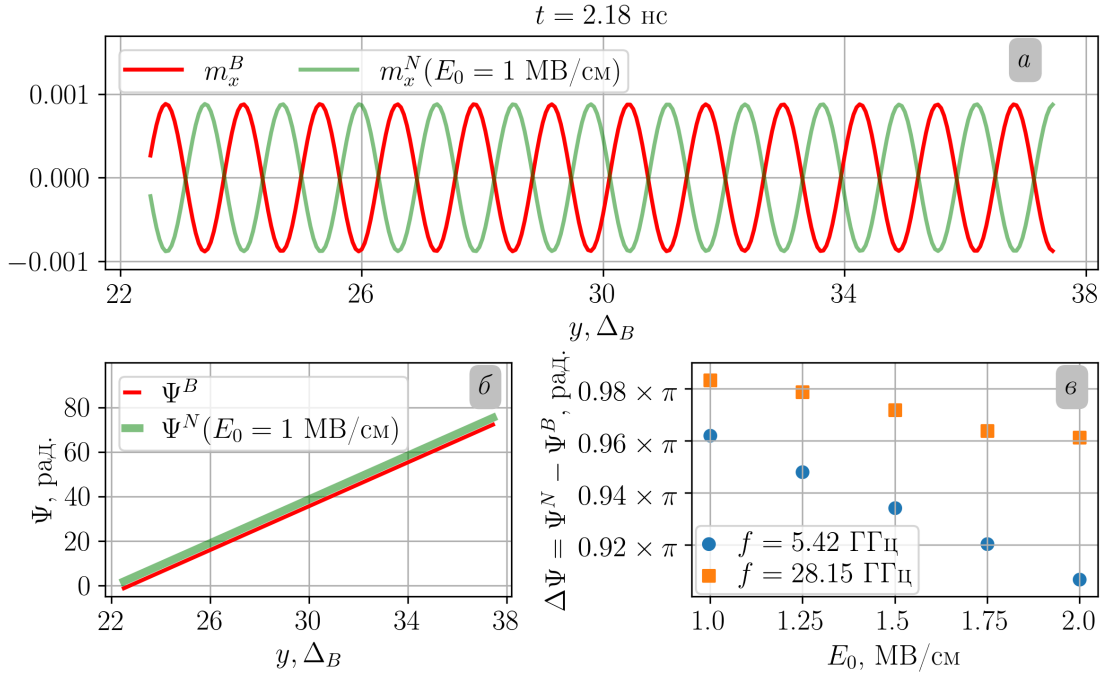


Рис. 3.15: Сравнение фаз спиновых волн, прошедших через ДС Блоха ( $m_x^B$ ) и ДС Нееля ( $m_x^N$ ), в пространстве. *a* – пространственная развёртка прецессии для компонент  $m_x^B$  и  $m_x^N$ ; *б* – зависимость фаз  $\Psi^B$  от  $\Psi^N$  от координаты; *в* – зависимость разности фаз  $\Delta\Psi = \Psi^N - \Psi^B$  от модуля напряжённости электрического поля  $E_0$  [130\*].

СПИНОВОЙ ВОЛНЫ:

$$\frac{\partial m_\xi}{\partial t} = -\frac{2K_u\gamma m_\eta(y)}{M_s} + \frac{4K_u\gamma m_\eta(y)}{M_s \cosh^2(y)} + \frac{2K_u\gamma}{M_s} \frac{\partial^2 m_\eta(y)}{\partial y^2}, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial m_\eta}{\partial t} = \frac{2K_u\gamma m_\xi(y)}{M_s} - \frac{4K_u\gamma m_\xi(y)}{M_s \cosh^2(y)} - \frac{2K_u\gamma}{M_s} \frac{\partial^2 m_\xi(y)}{\partial y^2} - \frac{4\gamma\gamma_{me}\chi_e E_z m_\xi(y)}{M_s \cosh(y)}, \quad (3.27)$$

где гиперболический косинус появляется исключительно из математики, описывающей структуру стенки, но не из неоднородности внешних полей. Из уравнений (3.26, 3.27) следует, что, во-первых, в линейном приближении на спиновую волну оказывает влияние только электрическое поле  $E_z$ , и во-вторых, наличие электрически модулируемого ВДМ изменяет соотношение между компонентами  $m_\xi$  и  $m_\eta$ . Действительно, электрическое поле входит только во второе уравнение. Получается, что ДС Нееля при наличии электрического поля и без него будет оказывать принципиально разное влияние на проходящую спиновую волну.

Используя результат этого подраздела, можно переработать идею, высказанную в работе [106] и проиллюстрированную на Рис. 1.20. Вместо двух доменных стенок с разной киральностью в плечах спин-волнового интерферометра могут быть использованы ДС Блоха (в одном плече) и электрически контролируемая ДС Нееля (в другом плече). Электроиндуцированная перестройка ДС Блоха в ДС Нееля будет приводить к тому, что в области сложения волн конструктивная интерференция сменится деструктивной. Таким образом, возможен интерферометр для спиновых волн с электрическим управлением.

### 3.3 Выводы

В рамках текущей главы были получены следующие результаты:

1. Показано, что электрически модулируемое ВДМ приводит к динамике ДС Блоха и ДС Нееля путём сообщения каждому участку ДС определённой скорости: электрическое поле  $E_z$  приводит к сдвигу ДС Блоха и не воздействует на ДС Нееля, электрическое поле  $E_x$  приводит к динамическому изменению ширины ДС Блоха и Нееля;
2. На основе численного моделирования показано, что воздействие электрического поля на ДС приводит к возбуждению спиновых волн, частоты и длины волн которых зависят от величины напряжённости электрического поля;
3. При помощи расчётов продемонстрировано, что спиновые волны, прошедшие через ДС Блоха и электрически контролируемую ДС Нееля оказываются в противофазе.

## Основные результаты

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Проведены аналитические и численные расчёты, показывающие, что электрически модулируемое ВДМ даёт вклад в граничное условие для статистики намагниченности, которое приводит к влиянию внешнего электрического поля на пространственно однородную намагниченность, а не только на микромагнитные структуры (например, ДС). Внешнее электрическое поле 1 МВ/см посредством граничного условия способно изменять нормальную к поверхности плёнки компоненту намагниченности на 10% и служить причиной зарождения магнитных доменов;
2. Проведено численное моделирование скрученных ДС в образце плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией (210). Из полученных данных следует, что ДС имеет скрученную структуру и разделяется на два участка с различным разворотом намагниченности, разделённых горизонтальной линией Блоха. Перестройка скрученной ДС внешним магнитным полем, направленным в плоскости образца перпендикулярно ДС, состоит в смещении линии Блоха к одной из поверхностей плёнки и приводит к смене характера интегрального взаимодействия ДС с внешним электрическим полем – притяжение ДС к источнику электрического поля сменяется отталкиванием и наоборот;
3. Исследовано влияние электрического поля полоскового электрода на ДС. Микромагнитное моделирование показывает, что электрическое поле приводит к увеличению длины ДС («преломлению») в области под электродом за счёт взаимосвязи внешнего электрического поля и электрической поляризации ДС;
4. Рассмотрена динамическая реакция ДС на внешнее однородное электрическое поле за счёт электрически модулируемого ВДМ. Из полученных результатов следует, что электрическое поле приводит к динамике ДС Блоха

и ДС Нееля путём сообщения каждому участку ДС определённой скорости: электрическое поле  $E_z$  приводит к сдвигу ДС Блоха и не воздействует на ДС Нееля, электрическое поле  $E_x$  приводит к динамическому изменению ширины ДС Блоха и Нееля. Кроме того, возмущение ДС приводит к возбуждению обменных спиновых волн;

5. Проведено исследование взаимодействия спиновых волн с ДС Блоха и электрически контролируемой ДС Нееля. Микромагнитное моделирование показывает, что спиновые волны, прошедшие через ДС Блоха и волны, прошедшие через электрически контролируемую ДС Нееля, оказываются в противофазе при напряжённостях электрического поля 1-2 МВ/см.

## Заключение

Полученные в работе результаты показывают, что электрически модулируемое взаимодействие Дзялошинского-Мория приводит к разнообразным явлениям, как в статике намагниченности, так и в динамике. С точки зрения представлений о возможностях управления намагниченностью за счёт внешнего электрического поля особенно интересным является результат, связанный с граничным условием и локальным влиянием электрического поля на пространственно однородную намагниченность. В этом случае представление о том, что только микромагнитные неоднородности могут реагировать на внешнее электрическое поле, оказывается значительно дополненным. Механизм перестройки реакции скрученной ДС на электрическое поле также является интересным и важным результатом, так как движение горизонтальной линии Блоха оказывается связанным с экспериментально наблюдаемым эффектом сдвига доменной стенки.

Особенно стоит отметить, что, по представлениям автора, опубликованных исследований электрически модулируемого ВДМ в связи с магноники совсем немного. Поэтому результаты из настоящей работы позволяют взглянуть на этот аспект с новой стороны.

В заключение необходимо сказать, что моделирование статике и динамики намагниченности часто сталкивается с ограничениями численных подходов. Получившие в последнее время значительное развитие методы моделирования, основанные на искусственных нейронных сетях могут изменить такое положение вещей (например, размер ячейки вычислительной сетки может перестать играть такую значительную роль в микромагнитном моделировании в моделях, основанных на физически информированных нейронных сетях и нейронных операторах Фурье). Кроме того, динамические исследования, приведённые в рамках этой работы, должны найти продолжение в более сложных моделях, учитывающих наличие двух (или более) подрешеток.

## Список сокращений и условных обозначений

### Сокращения

МСВ	– магнитостатическая спиновая волна
ФМР	– ферромагнитный резонанс
МЭ	– магнитоэлектрический
ВДМ	– взаимодействие Дзялошинского-Мория
ЖИГ	– железо-иттриевый гранат
ЭМВДМ	– электрически модулируемое ВДМ
ЦМД	– цилиндрический магнитный домен
ДС	– доменная стенка
ГБЛ	– горизонтальная линия Блоха
уравнение ЛЛГ	– уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта

### Условные обозначения

Обозначение	Значение
$x_d, y_d, z_d$	безразмерные декартовы координаты, отсчитываемые в единицах $\Delta_B$ ; используются в разделах 2.1.2 и 3.1.5
$\vec{m}$	векторное поле намагниченности, нормированное на намагниченность насыщения
$M_s$	намагниченность насыщения
$A$	константа обменного взаимодействия (обменная жёсткость)
$K_u, K_p$	константы орторомбической магнитной анизотропии
$K_c$	константа кубической анизотропии
$\gamma$	гиромагнитное отношение

$\alpha$	константа затухания Гильберта
$\gamma_{me}$	константа ЭМВДМ
$L_{ij}^{(k)}$	инвариант Лифшица
$\chi_e$	электрическая восприимчивость
$\Delta_B = \sqrt{A/K_u}$	параметр, задающий ширину доменной стенки Блоха
$\Delta_N = \sqrt{A/(K_u + 2\pi M_s^2)}$	параметр, задающий ширину доменной стенки Нееля
$f_{exch}$	объёмная плотность энергии обменного взаимодействия
$f_{an}$	объёмная плотность энергии орторомбической магнитной анизотропии
$f_{an-c}$	объёмная плотность энергии кубической магнитной анизотропии
$\phi$	скалярный потенциал размагничивающего поля
$f_{dm}$	объёмная плотность энергии размагничивающего поля
$f_{me}$	объёмная плотность энергии ЭМВДМ
$F_{me}$	полная (интегральная) энергия ЭМВДМ
$\mathcal{F}_{me}$	обобщённая сила
$\vec{H}^{ext}$	вектор внешнего магнитного поля
$\vec{H}^{eff}$	вектор эффективного магнитного поля
$\vec{H}_{exch}^{eff}$	вектор эффективного магнитного поля обменного взаимодействия
$\vec{H}_{an}^{eff}$	вектор эффективного магнитного поля орторомбической магнитной анизотропии

$\vec{H}_{an-c}^{eff}$	вектор эффективного магнитного поля кубической магнитной анизотропии
$\vec{H}_{me}^{eff}$	вектор эффективного магнитного поля ЭВДМ
$\theta, \varphi$	полярный и азимутальный углы, задающие вектор намагниченности $\vec{m}$
$\theta_u, \psi_u, \psi_p$	углы, задающие векторы $\vec{n}_u, \vec{n}_p$
$\vec{n}_u, \vec{n}_p$	векторы, задающие орторомбическую магнитную анизотропию
$\vec{n}_{100}, \vec{n}_{010}, \vec{n}_{001}$	векторы, задающие кубическую магнитную анизотропию
$\vec{n}$	вектор внешней нормали
$p = (\gamma_{me}\chi_e E_0)/(\sqrt{AK_u})$	безразмерный параметр, задающий вклад ЭВДМ в полную энергию
$\beta$	угол поворота скрученной ДС относительно кристаллографических осей
$\vec{E}$	вектор напряжённости внешнего электрического поля
$E_0$	характерная величина модуля $\vec{E}$
$\vec{E}^d = \vec{E}/E_0$	вектор безразмерного электрического поля
$\vec{P}$	вектор электрической поляризации
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	орты декартовой системы координат
$v_{E_z}$	скорость, сообщаемая точкам ДС внешним электрическим полем $E_z$
$v_{E_x}$	скорость, сообщаемая точкам ДС внешним электрическим полем $E_x$
$g_a(t)$	аналитический сигнал, полученный с помощью преобразования Гильберта

$\Psi$	фаза волны
$C(t)$	огibaющая аналитического сигнала
$\vec{\tau}^{int} = - \left[ \vec{m} \times \left( \vec{H}_{int}^{eff} \right)^d \right]$	безразмерный вращающий момент (англ. torque) со стороны безразмерного эффективного магнитного поля взаимодействия $int \left( \vec{H}_{int}^{eff} \right)^d$ измеряется в единицах $2K_u/M_s$
$\xi, \eta, \zeta$	вращающаяся система координат, используемая для описания доменной стенки (см. раздел 3.1.5, а также Рис. 1.13, Рис. 1.21, Рис. А.7)

## Список литературы

Знаком \* помечены публикации автора по тематике диссертации

1. Camley R. E., Livesey K. L. Consequences of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction // *Surface Science Reports*. — 2023. — Vol. 78, no. 3. — P. 100605.
2. Mulkers J., Hals K. M. D., Leliaert J., Milošević M. V., Van Waeyenberge B., Everschor-Sitte K. Effect of boundary-induced chirality on magnetic textures in thin films // *Physical Review B*. — 2018. — Vol. 98, no. 6. — P. 064429.
3. Srivastava T., Schott M., Juge R., Křižáková V., Belmeguenai M., Rousigné Y., Bernand-Mantel A., Ranno L., Pizzini S., Chérif S.-M., Stashkevich A., Auffret S., Boulle O., Gaudin G., Chshiev M., Baraduc C., Béa H. Large-Voltage Tuning of Dzyaloshinskii–Moriya Interactions: A Route toward Dynamic Control of Skyrmion Chirality // *Nano Letters*. — 2018. — Vol. 18, issue 8, no. 8. — P. 4871–4877.
4. Lucassen J., Schippers C. F., Verheijen M. A., Fritsch P., Geluk E. J., Barcones B., Duine R. A., Wurmehl S., Swagten H. J. M., Koopmans B., Lavrijsen R. Extraction of Dzyaloshinskii-Moriya interaction from propagating spin waves // *Physical Review B*. — 2020. — Vol. 101, issue 6, no. 6. — P. 064432.
5. Логгинов А. С., Мешков Г. А., Николаев А. В., Пятаков А. П. Магнитоэлектрическое управление доменными границами в пленке феррита-граната // *Письма в ЖЭТФ*. — 2007. — Т. 86, вып. 2. — С. 124–127.
6. Logginov A., Meshkov G., Nikolaev A., Nikolaeva E., Pyatakov A., Zvezdin A. K. Electric Field Driven Magnetic Domain Wall Motion in Iron Garnet Films // *Solid State Phenomena*. — 2009. — Vol. 152/153. — P. 143–146.
7. Pyatakov A. P., Zvezdin A. K. Magnetoelectric and multiferroic media // *Physics-Uspekhi*. — 2012. — Vol. 55, no. 6. — P. 557–581.

8. Pyatakov A. P., Sergeev A. S., Nikolaeva E. P., Kosykh T. B., Nikolaev A. V., Zvezdin K. A., Zvezdin A. K. Micromagnetism and topologic defects in magnetoelectric media // *Uspekhi Fizicheskikh Nauk.* — 2015. — Vol. 185, no. 10. — P. 1077–1088.
9. Куликова Д. П., Пятаков А. П., Николаева Е. П., Сергеев А. С., Косых Т. Б., Пятакова З. А., Николаев А. В., Звездин А. К. Зарождение цилиндрических магнитных доменов в пленках ферритов гранатов с помощью электрического зонда // *Письма в ЖЭТФ.* — 2016. — Т. 104, вып. 3. — С. 196–200.
10. Kulikova D. P., Gareev T. T., Nikolaeva E. P., Kosykh T. B., Nikolaev A. V., Pyatakova Z. A., Zvezdin A. K., Pyatakov A. P. The Mechanisms of Electric Field-Induced Magnetic Bubble Domain Blowing // *physica status solidi (RRL) - Rapid Research Letters.* — 2018. — Vol. 12, no. 6. — P. 1800066.
11. Antipin K. S., Gareev T. T., Myasnikov N. V., Nikolaeva E. P., Pyatakov A. P. Bipolar electric field-induced nucleation of magnetic domains with 90 domain walls // *Journal of Applied Physics.* — 2021. — Vol. 129, issue 2, no. 2. — P. 24103.
12. Подклетнова А. А., Колющенко М. А., Мясников Н. В., Николаева Е. П. and Каминский А. С., Николаев А. В., Пятаков А. П. Эффект «преломления» магнитных доменных границ на электрических неоднородностях // *Письма в ЖЭТФ.* — 2023. — Т. 118, № 4. — С. 259–262.
13. Zhang X., Liu T., Flatté M. E., Tang H. X. Electric-Field Coupling to Spin Waves in a Centrosymmetric Ferrite // *Physical Review Letters.* — 2014. — Vol. 113, no. 3. — P. 037202.
14. Bader S. D., Parkin S. S. P. Spintronics // *Annual Review of Condensed Matter Physics.* — 2010. — Vol. 1, issue 1, no. 1. — P. 71–88.
15. Hirohata A., Yamada K., Nakatani Y., Prejbeanu I.-L., Diény B., Pirro P., Hillebrands B. Review on spintronics: Principles and device applications // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2020. — Vol. 509. — P. 166711.

16. Barman A., Gubbiotti G., Ladak S., Adeyeye A. O., Krawczyk M., Gräfe J., Adelman C., Cotofana S., Naeemi A., Vasyuchka V. I., Hillebrands B., Nikitov S. A., Yu H., Grundler D., Sadovnikov A. V., Grachev A. A., Sheshukova S. E., Duquesne J.-Y., Marangolo M., Csaba G., Porod W., Demidov V. E., Urazhdin S., Demokritov S. O., Albisetti E., Petti D., Bertacco R., Schultheiss H., Kruglyak V. V., Poimanov V. D., Sahoo S., Sinha J., Yang H., Münzenberg M., Moriyama T., Mizukami S., Landeros P., Gallardo R. A., Carlotti G., Kim J.-V., Stamps R. L., Camley R. E., Rana B., Otani Y., Yu W., Yu T., Bauer G. E. W., Back C., Uhrig G. S., Dobrovolskiy O. V., Budinska B., Qin H., Dijken S. van, Chumak A. V., Khitun A., Nikonov D. E., Young I. A., Zingsem B. W., Winklhofer M. The 2021 Magnonics Roadmap // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2021. — Vol. 33, no. 41. — P. 413001.
17. Julliere M. Tunneling between ferromagnetic films // *Physics Letters A*. — 1975. — Vol. 54, no. 3. — P. 225–226.
18. Miyazaki T., Tezuka N. Giant magnetic tunneling effect in Fe/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Fe junction // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 1995. — Vol. 139, no. 3. — P. L231–L234.
19. Moodera J. S., Kinder L. R., Wong T. M., Meservey R. Large Magnetoresistance at Room Temperature in Ferromagnetic Thin Film Tunnel Junctions // *Physical Review Letters*. — 1995. — Vol. 74, no. 16. — P. 3273–3276.
20. Baibich M. N., Broto J. M., Fert A., Van Dau F. N., Petroff F., Etienne P., Creuzet G., Friederich A., Chazelas J. Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices // *Physical Review Letters*. — 1988. — Vol. 61, no. 21. — P. 2472–2475.
21. Binasch G., Grünberg P., Saurenbach F., Zinn W. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange // *Physical Review B*. — 1989. — Vol. 39, no. 7. — P. 4828–4830.

22. Slonczewski J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 1996. — Vol. 159, no. 1/2. — P. L1–L7.
23. Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // *Physical Review B*. — 1996. — Vol. 54, no. 13. — P. 9353–9358.
24. Mao S., Chen Y., Liu F., Chen X., Xu B., Lu P., Patwari M., Xi H., Chang C., Miller B., Menard D., Pant B., Loven J., Duxstad K., Li S., Zhang Z., Johnston A., Lamberton R., Gubbins M., McLaughlin T., Gadbois J., Ding J., Cross B., Xue S., Ryan P. Commercial TMR heads for hard disk drives: characterization and extendibility at 300 gbit/in<sup>2</sup> // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 2006. — Vol. 42, no. 2. — P. 97–102.
25. Wang Z. G., Nakamura Y. Design, simulation, and realization of solid state memory element using the weakly coupled GMR effect // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 1996. — Vol. 32, no. 2. — P. 520–526.
26. Hosomi M., Yamagishi H., Yamamoto T., Bessho K., Higo Y., Yamane K., Yamada H., Shoji M., Hachino H., Fukumoto C., Nagao H., Kano H. A novel nonvolatile memory with spin torque transfer magnetization switching: spin-RAM // *IEEE International Electron Devices Meeting, 2005. IEDM Technical Digest*. — IEEE, 2005. — P. 459–462.
27. Fusil S., Garcia V., Barthélémy A., Bibes M. Magnetoelectric Devices for Spintronics // *Annual Review of Materials Research*. — 2014. — Vol. 44, no. 1. — P. 91–116.
28. Scott J. F. Applications of magnetoelectrics // *Journal of Materials Chemistry*. — 2012. — Vol. 22, no. 11. — P. 4567.
29. Hu J.-M., Chen L.-Q. Magnetoelectrics and Multiferroics // *Handbook of Magnetism and Magnetic Materials*. — Springer International Publishing, 2021. — P. 595–623.
30. Curie P. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique // *Journal de Physique Théorique et Appliquée*. — 1894. — Vol. 3, no. 1. — P. 393–415.

31. Debye P. Bemerkung zu einigen neuen Versuchen über einen magneto-elektrischen Richteffekt // Zeitschrift für Physik. — 1926. — Vol. 36, no. 4. — P. 300–301.
32. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1982. — 620 с.
33. Дзялошинский И. Е. Термодинамическая теория «слабого» ферромагнетизма антиферромагнетиков // ЖЭТФ. — 1957. — Т. 32, вып. 6.
34. Dzyaloshinskii I. E. On the magneto-electrical effect in antiferromagnets // JETP. — 1960. — Vol. 10, no. 3. — P. 628.
35. Moriya T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism // Phys. Rev. — 1959. — Vol. 120, issue 1.
36. Rössler U. K., Bogdanov A. N., Pfleiderer C. Spontaneous skyrmion ground states in magnetic metals // Nature. — 2006. — Vol. 442. — P. 797–801.
37. Kalinkin A., Skorikov V. Skyrmion lattices in the BiFeO<sub>3</sub> multiferroic // Inorganic Materials. — 2010. — Dec. — Vol. 47, no. 1. — P. 63–67.
38. Röbller U., Leonov A., Bogdanov A. Skyrmionic textures in chiral magnets // Journal of Physics: Conference Series. — 2010. — Jan. — Vol. 200, no. 2. — P. 022029.
39. Fert A., Cros V., Sampaio J. Skyrmions on the track // Nature Nanotechnology. — 2013. — Vol. 8, issue 3, no. 3. — P. 152–156.
40. Schott M., Bernand-Mantel A., Ranno L., Pizzini S., Vogel J., Béa H., Baraduc C., Auffret S., Gaudin G., Givord D. The Skyrmion Switch: Turning Magnetic Skyrmion Bubbles on and off with an Electric Field // Nano Letters. — 2017. — Vol. 17, issue 5, no. 5. — P. 3006–3012.
41. Astrov D. N. The magnetoelectric effect in antiferromagnetics // JETP. — 1960. — Vol. 11, no. 3.
42. Astrov D. N. Magnetoelectric effect in chromium oxide // JETP. — 1961. — Vol. 13, no. 4.

43. Schmid H. On a magnetoelectric classification of materials // International journal of magnetism. — 1973. — Vol. 4, no. 3. — P. 337–361.
44. Schmid H. Multi-ferroic magnetoelectrics // Ferroelectrics. — 1994. — Vol. 162, no. 1. — P. 317–338.
45. Chi Z. H., Xiao C. J., Feng S. M., Li F. Y., Jin C. Q., Wang X. H., Chen R. Z., Li L. T. Manifestation of ferroelectromagnetism in multiferroic BiMnO<sub>3</sub> // Journal of Applied Physics. — 2005. — Vol. 98, no. 10.
46. Khomskii D. Classifying multiferroics: Mechanisms and effects // Physics. — 2009. — Vol. 2, no. 20.
47. He X., Wang Y., Wu N., Caruso A. N., Vescovo E., Belashchenko K. D., Dowben P. A., Binek C. Robust isothermal electric control of exchange bias at room temperature // Nature Materials. — 2010. — Vol. 9, no. 7. — P. 579–585.
48. Liang X., Chen H., Sun N. X. Magnetoelectric materials and devices // APL Materials. — 2021. — Vol. 9, no. 4.
49. Zhao P., Zhao Z., Hunter D., Suchoski R., Gao C., Mathews S., Wuttig M., Takeuchi I. Fabrication and characterization of all-thin-film magnetoelectric sensors // Applied Physics Letters. — 2009. — Vol. 94, no. 24.
50. Giang D. T. H., Duc N. H. Magnetoelectric sensor for microtesla magnetic fields based on (Fe<sub>80</sub>Co<sub>20</sub>)<sub>78</sub>Si<sub>12</sub>B<sub>10</sub>/PZT laminates // Sensors and Actuators A: Physical. — 2009. — Vol. 149, no. 2. — P. 229–232.
51. Yarar E., Salzer S., Hrkac V., Piorra A., Höft M., Knöchel R., Kienle L., Quandt E. Inverse bilayer magnetoelectric thin film sensor // Applied Physics Letters. — 2016. — Vol. 109, no. 2.
52. Jahns R., Greve H., Woltermann E., Quandt E., Knöchel R. Sensitivity enhancement of magnetoelectric sensors through frequency-conversion // Sensors and Actuators A: Physical. — 2012. — Vol. 183. — P. 16–21.
53. Petrie J., Viehland D., Gray D., Mandal S., Sreenivasulu G., Srinivasan G., Edelstein A. S. Enhancing the sensitivity of magnetoelectric sensors by increasing the operating frequency // Journal of Applied Physics. — 2011. — Vol. 110, no. 12.

54. Hayes P., Schell V., Salzer S., Burdin D., Yarar E., Piorra A., Knöchel R., Fetisov Y. K., Quandt E. Electrically modulated magnetoelectric AlN/FeCoSiB film composites for DC magnetic field sensing // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2018. — Vol. 51, no. 35. — P. 354002.
55. Gojdka B., Jahns R., Meurisch K., Greve H., Adelong R., Quandt E., Knöchel R., Faupel F. Fully integrable magnetic field sensor based on delta-E effect // *Applied Physics Letters*. — 2011. — Vol. 99, no. 22. — P. 223502.
56. Wang Y., Gray D., Berry D., Gao J., Li M., Li J., Viehland D. An Extremely Low Equivalent Magnetic Noise Magnetoelectric Sensor // *Advanced Materials*. — 2011. — Vol. 23, no. 35. — P. 4111–4114.
57. Hu J.-M., Li Z., Chen L.-Q., Nan C.-W. High-density magnetoresistive random access memory operating at ultralow voltage at room temperature // *Nature Communications*. — 2011. — Vol. 2, no. 1.
58. Bloch F. Zur Theorie des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika // *Zeitschrift für Physik*. — 1932. — Vol. 74, no. 5/6. — P. 295–335.
59. Holstein T., Primakoff H. Field Dependence of the Intrinsic Domain Magnetization of a Ferromagnet // *Physical Review*. — 1940. — Vol. 58, no. 12. — P. 1098–1113.
60. Dyson F. J. General Theory of Spin-Wave Interactions // *Physical Review*. — 1956. — Vol. 102, no. 5. — P. 1217–1230.
61. Brillouin L. *Wave Propagation In Periodic Structures Electric Filters And Crystal Lattices First Edition*. — URL: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.166889/page/n5/mode/2up> (visited on 11/20/2025) ; 1946.
62. Sykes C. G., Adam J. D., Collins J. H. Magnetostatic wave propagation in a periodic structure // *Applied Physics Letters*. — 1976. — Vol. 29, no. 6. — P. 388–391.
63. John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices // *Physical Review Letters*. — 1987. — Vol. 58, no. 23. — P. 2486–2489.

64. Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // *Physical Review Letters*. — 1987. — Vol. 58, no. 20. — P. 2059–2062.
65. Gulyaev Y. V., Nikitov A. A. Magnonic crystals and spin waves in periodic structures // *Doklady Physics*. — 2001. — Vol. 46, no. 10. — P. 687–689.
66. Puzzkarski H., Krawczyk M. Magnonic Crystals — the Magnetic Counterpart of Photonic Crystals // *Solid State Phenomena*. — 2003. — Vol. 94. — P. 125–134.
67. Kim S.-K. Micromagnetic computer simulations of spin waves in nanometre-scale patterned magnetic elements // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2010. — Vol. 43, issue 26, no. 26. — P. 264004.
68. Khitun A., Wang K. L. Nano scale computational architectures with Spin Wave Bus // *Superlattices and Microstructures*. — 2005. — Vol. 38, no. 3. — P. 184–200.
69. Heinz B., Brächer T., Schneider M., Wang Q., Lägel B., Friedel A. M., Breitbach D., Steinert S., Meyer T., Kewenig M., Dubs C., Pirro P., Chumak A. V. Propagation of Spin-Wave Packets in Individual Nanosized Yttrium Iron Garnet Magnonic Conduits // *Nano Letters*. — 2020. — Vol. 20, no. 6. — P. 4220–4227.
70. Chumak A. V. Fundamentals of magnon-based computing // *Spintronics Handbook: Spin Transport and Magnetism, Second Edition: Metallic Spintronics-Volume One*. — CRC Press, 2019.
71. Nikitov S. A., Safin A. R., Kalyabin D. V., Sadovnikov A. V., Beginin E. N., Logunov M. V., Morozova M. A., Odintsov S. A., Osokin S. A., Sharaevskaya A. Y., Sharaevsky Y. P., Kirilyuk A. I. Dielectric magnonics: from gigahertz to terahertz // *Physics-Uspekhi*. — 2020. — Vol. 63, no. 10. — P. 945–974.
72. Шавров В. Г., Щеглов В. И. Динамика намагниченности в условиях изменения её ориентации. — ФИЗМАТЛИТ, 2019. — 472 с.
73. Prabhakar A., Stancil D. D. *Spin Waves: Theory and applications*. — Springer US, 2009.

74. Yu H., Xiao J., Schultheiss H. Magnetic texture based magnonics // *Physics Reports*. — 2021. — Vol. 905. — P. 1–59.
75. Conca A., Greser J., Sebastian T., Klingler S., Obry B., Leven B., Hillebrands B. Low spin-wave damping in amorphous  $\text{Co}_{40}\text{Fe}_{40}\text{B}_{20}$  thin films // *Journal of Applied Physics*. — 2013. — Vol. 113, no. 21.
76. Tokura Y., Kanazawa N. Magnetic Skyrmion Materials // *Chemical Reviews*. — 2020. — Vol. 121, no. 5. — P. 2857–2897.
77. Qian F., Feng J., Fan J., Ling L., Ji Y., Liu Y., Shi Y., Miao X., Shi D., Yang H. Identifying magnetic skyrmions in polycrystalline MnSi via magnetometry // *Materials Letters*. — 2019. — Vol. 257. — P. 126714.
78. Kanazawa N., White J. S., Rønnow H. M., Dewhurst C. D., Morikawa D., Shibata K., Arima T., Kagawa F., Tsukazaki A., Kozuka Y., Ichikawa M., Kawasaki M., Tokura Y. Topological spin-hedgehog crystals of a chiral magnet as engineered with magnetic anisotropy // *Physical Review B*. — 2017. — Vol. 96, no. 22. — P. 220414.
79. Fujishiro Y., Kanazawa N., Nakajima T., Yu X. Z., Ohishi K., Kawamura Y., Kakurai K., Arima T., Mitamura H., Miyake A., Akiba K., Tokunaga M., Matsuo A., Kindo K., Koretsune T., Arita R., Tokura Y. Topological transitions among skyrmion- and hedgehog-lattice states in cubic chiral magnets // *Nature Communications*. — 2019. — Vol. 10, no. 1.
80. Kézsmárki I., Bordács S., Milde P., Neuber E., Eng L. M., White J. S., Rønnow H. M., Dewhurst C. D., Mochizuki M., Yanai K., Nakamura H., Ehlers D., Tsurkan V., Loidl A. Néel-type skyrmion lattice with confined orientation in the polar magnetic semiconductor  $\text{GaV}_4\text{S}_8$  // *Nature Materials*. — 2015. — Vol. 14, no. 11. — P. 1116–1122.
81. Schlotter S., Agrawal P., Beach G. S. D. Temperature dependence of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction in Pt/Co/Cu thin film heterostructures // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Vol. 113, no. 9.

82. Quessab Y., Xu J.-W., Ma C. T., Zhou W., Riley G. A., Shaw J. M., Nembach H. T., Poon S. J., Kent A. D. Tuning interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interactions in thin amorphous ferrimagnetic alloys // *Scientific Reports*. — 2020. — Vol. 10, no. 1.
83. Shahbazi K., Kim J.-V., Nembach H. T., Shaw J. M., Bischof A., Rossell M. D., Jeudy V., Moore T. A., Marrows C. H. Domain-wall motion and interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interactions in Pt/Co/Ir(tIr)/Ta multilayers // *Physical Review B*. — 2019. — Vol. 99, no. 9. — P. 094409.
84. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. V. Статистическая физика. Ч. 1. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 616 с.
85. Yang H., Liang J., Cui Q. First-principles calculations for Dzyaloshinskii-Moriya interaction // *Nature Reviews Physics*. — 2022. — Vol. 5, issue 1, no. 1. — P. 43–61.
86. Sergienko I. A., Dagotto E. Role of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction in multiferroic perovskites // *Physical Review B*. — 2006. — Vol. 73, no. 9. — P. 094434.
87. Ruff A., Lunkenheimer P., Krug von Nidda H.-A., Widmann S., Prokofiev A., Svistov L., Loidl A., Krohns S. Chirality-driven ferroelectricity in  $\text{LiCuVO}_4$  // *npj Quantum Materials*. — 2019. — Vol. 4, no. 1.
88. Tagantsev A. K. Pyroelectric, piezoelectric, flexoelectric, and thermal polarization effects in ionic crystals // *Soviet Physics Uspekhi*. — 1987. — Vol. 30, no. 7. — P. 588–603.
89. Смоленский Г. А., Чупис И. Е. Сегнетомагнетики // *Успехи физических наук*. — 1982. — Т. 137, № 3. — С. 415.
90. Bary'achtar V. . G., L'vov V. A., Jablonskii D. A. Theory of inhomogeneous magnetoelectric effect // *JETP Letters*. — 1983. — Vol. 37. — P. 673.
91. Mostovoy M. Ferroelectricity in Spiral Magnets // *Physical Review Letters*. — 2006. — Vol. 96, no. 6.
92. Cheong S.-W., Mostovoy M. Multiferroics: a magnetic twist for ferroelectricity // *Nature Materials*. — 2007. — Vol. 6, no. 1. — P. 13–20.

93. Zvezdin A. K., Pyatakov A. P. On the problem of coexistence of the weak ferromagnetism and the spin flexoelectricity in multiferroic bismuth ferrite // EPL (Europhysics Letters). — 2012. — Vol. 99, no. 5. — P. 57003.
94. Liu T., Vignale G. Electric Control of Spin Currents and Spin-Wave Logic // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, no. 24. — P. 247203.
95. Katsura H., Nagaosa N., Balatsky A. V. Spin Current and Magnetoelectric Effect in Noncollinear Magnets // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 95, no. 5. — P. 057205.
96. Liu T., Vignale G. Flexoelectric phase shifter for spin waves // Journal of Applied Physics. — 2012. — Vol. 111, no. 8.
97. Gotovko S. K., Soldatov T. A., Svistov L. E., Zhou H. D. Multiferroicity of  $\text{CuCrO}_2$  tested by electron spin resonance // Physical Review B. — 2018. — Vol. 97, no. 9. — P. 094425.
98. Gotovko S. K., Marchenko V. I., Prokofiev A., Svistov L. E. Dynamics of multiferroic  $\text{LiCuVO}_4$  influenced by electric field // Physical Review B. — 2021. — Vol. 104, no. 21. — P. 214415.
99. Dolgikh A., Shapaeva T. B., Yamada K. T., Logunov M. V., Rasing T. H., Kimel A. V. Magneto-optical diffraction of visible light as a probe of nanoscale displacement of domain walls at femtosecond timescales // Review of Scientific Instruments. — 2023. — Vol. 94, no. 10.
100. Боков В. А. Физика магнетиков: Учебное пособие для вузов / ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН. — СПб. : Невский Диалект, БХВ-Петербург, 2002. — 272 с.
101. Сергеев А. С. Электростатические свойства микромагнитных структур : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 1.04.11 / Сергеев А. С. — М., 2014. — 143 с.
102. Kim S. T., Han H.-S., Im M.-Y., Je S.-G. Control of a twisted domain wall motion supported by topology // Journal of Applied Physics. — 2024. — Vol. 135, no. 10.
103. Rohart S., Thiaville A. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction // Physical Review B. — 2013. — Vol. 88, no. 18. — P. 184422.

104. Yan M., Andreas C., Kákay A., García-Sánchez F., Hertel R. Fast domain wall dynamics in magnetic nanotubes: Suppression of Walker breakdown and Cherenkov-like spin wave emission // *Applied Physics Letters*. — 2011. — Vol. 99, no. 12.
105. Hämäläinen S. J., Madami M., Qin H., Gubbiotti G., Dijken S. van. Control of spin-wave transmission by a programmable domain wall // *Nature Communications*. — 2018. — Vol. 9, no. 1.
106. Buijnsters F. J., Ferreiros Y., Fasolino A., Katsnelson M. I. Chirality-Dependent Transmission of Spin Waves through Domain Walls // *Physical Review Letters*. — 2016. — Vol. 116, no. 14. — P. 147204.
107. Hertel R., Wulfhekel W., Kirschner J. Domain-Wall Induced Phase Shifts in Spin Waves // *Physical Review Letters*. — 2004. — Vol. 93, no. 25. — P. 257202.
108. Bayer C., Schultheiss H., Hillebrands B., Stamps R. L. Phase shift of spin waves traveling through a 180 Bloch-domain wall // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 2005. — Vol. 41, no. 10. — P. 3094–3096.
109. Landau L., Lifshitz E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // *Perspectives in Theoretical Physics : The Collected Papers of E. M. Lifshitz*. — Elsevier, 1992. — P. 51–65.
110. Donahue M., Porter D. G. Object-Oriented Micromagnetics Modeling Framework (OOMMF) User's Guide, Version 2.1a1. — 2015.
111. Vansteenkiste A., Leliaert J., Dvornik M., Helsen M., Garcia-Sanchez F., Van Waeyenberge B. The design and verification of MuMax3 // *AIP Advances*. — 2014. — Vol. 4, no. 10.
112. Hubert R., Schäfer A. *Magnetic Domains*. — Springer Berlin Heidelberg, 2008.
113. Dikshtein I. E., Lisovskii F. V., Mansvetova E. G., Tarasenko V. V. Spontaneous and orientational phase transitions in quasiuniaxial magnetic films // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 1984. — Vol. 59, no. 4.

114. Арзамасцева Г. В., Балбашов А. М., Лисовский Ф. В., Мансветова Е. Г., Темирязов А. Г., Темирязова М. П. Свойства обладающих магнитоэлектрическим эффектом эпитаксиальных пленок ферритов-гранатов с (210)-ориентацией // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2015. — Т. 147, № 4.
115. Николадзе Г. М., Матюнин А. В., Поляков П. А. Влияние двухосной анизотропии на доменную структуру в пленках ферритов-гранатов с плоскостной анизотропией // Известия РАН. Серия физическая. — 2021. — Т. 85, № 11. — С. 1559–1563.
116. Матюнин А. В., Николадзе Г. М., Поляков П. А. Особенности экспериментального исследования процессов квазистационарного намагничивания пленок ферритов-гранатов // Известия РАН. Серия физическая. — 2022. — Т. 86, № 9. — С. 1239–1242.
117. Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. — М. : Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука", 1967. — 368 с.
118. Newell A. J., Williams W., Dunlop D. J. A generalization of the demagnetizing tensor for nonuniform magnetization // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. — 1993. — Vol. 98, B6. — P. 9551–9555.
119. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М. : Наука, 1969. — 424 с.
120. Miltat J. Domains and Domain Walls in Soft Magnetic Materials, Mostly // Applied Magnetism. — Springer Netherlands, 1994. — P. 221–308.
121. \*Мясников Н. В., Пятаков А. П. Вклад неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия в статическое граничное условие для намагниченности // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. — 2026. — Т. 81, № 2.
122. Rado G. T., Weertman J. R. Spin-wave resonance in a ferromagnetic metal // Journal of Physics and Chemistry of Solids. — 1959. — Vol. 11, issue 3/4, no. 3/4. — P. 315–333.

123. Thiele A. The Theory of Cylindrical Magnetic Domains // Bell System Technical Journal. — 1969. — Vol. 48, no. 10. — P. 3287–3335.
124. Kaminskiy A. S., Myasnikov N. V., Pyatakov A. P. On the Origin of Magnetoelectric Phenomena in Iron Garnet Films // Physics of Metals and Metallography. — 2023. — Vol. 124, no. 2. — P. 181–186.
125. Betcke T., Scroggs M. Bempp-cl: A fast Python based just-in-time compiling boundary element library. // Journal of Open Source Software. — 2021. — Vol. 6, issue 59, no. 59. — P. 2879.
126. \*Myasnikov N., Podkletnova A., Nikolaeva E., Pyatakov A. The iron garnet stripe domain structure “refraction” effect at the electrode location // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2024. — Vol. 595. — P. 171497.
127. \*Каминский А. С., Карпачева А. А., Косых Т. Б., Мясников Н. В., Николаева Е. П., Николаев А. В., Пятаков А. П., Сергеев А. С. Новые горизонты микромагнетизма: электрическое управление топологическими магнитными структурами // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. — 2024. — Т. 79, № 6.
128. Cohen L. Time-Frequency Analysis. — New Jersey, 1995. — 299 p.
129. \*Мясников Н. В., Пятаков А. П. Моделирование возбуждения спиновых волн воздействием электрического поля на доменную стенку в магнитных пленках с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием // Известия РАН. Серия физическая. — 2025. — Т. 89, № 1. — С. 136–144.
130. \*Myasnikov N. V., Pyatakov A. P. Simulation of Phase Shift of Spin Waves Passing through an Electrically Controlled Domain Wall // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — 2024. — Vol. 88, S1. — S53–S58.

## Благодарности

Хочу поблагодарить людей, которые оказали значительное влияние на становление моих представлений о физике разнообразных явлений, во многом отражённых в рамках этой диссертации.

Выражаю искреннюю благодарность своему научному руководителю проф. Пятакову Александру Павловичу за тот пример отзывчивого, неутомимого (и временами беспощадного) исследователя, который проявляется в его семинарах, лекциях, публикациях и обсуждениях, за сами обсуждения результатов текущих исследований, дипломных и диссертационных работ. На этих обсуждениях во многом и основан скелет данной диссертационной работы.

Способностью через беседу найти решения самых различных проблем отличается весь коллектив кафедры физики колебаний физического факультета МГУ. Хочу выразить благодарность Николаевой Е.П., Косых Т.Б., Сергееву А.С., Каминскому А.С. за конструктивную критику и многочисленные комментарии в отношении моих докладов, имевших место на семинарах кафедры физики колебаний. Отдельного упоминания заслуживает М.Г. Мильков, который являлся куратором группы (3-4-5-6)22 на кафедре и предлагал нам разнообразные способы расширить наш физический кругозор за счёт посещения мест, где делают науку. На автора диссертации значительное влияние оказали проф. С.П. Вятчанин и проф. В.П. Митрофанов в связи с их невероятным по силе стремлением вникать в суть физических проблем и способностью вовлекать в этот процесс всех окружающих.

## Приложение А

### Дополнительные иллюстрации к разделам

#### А.1 Раздел 2.1

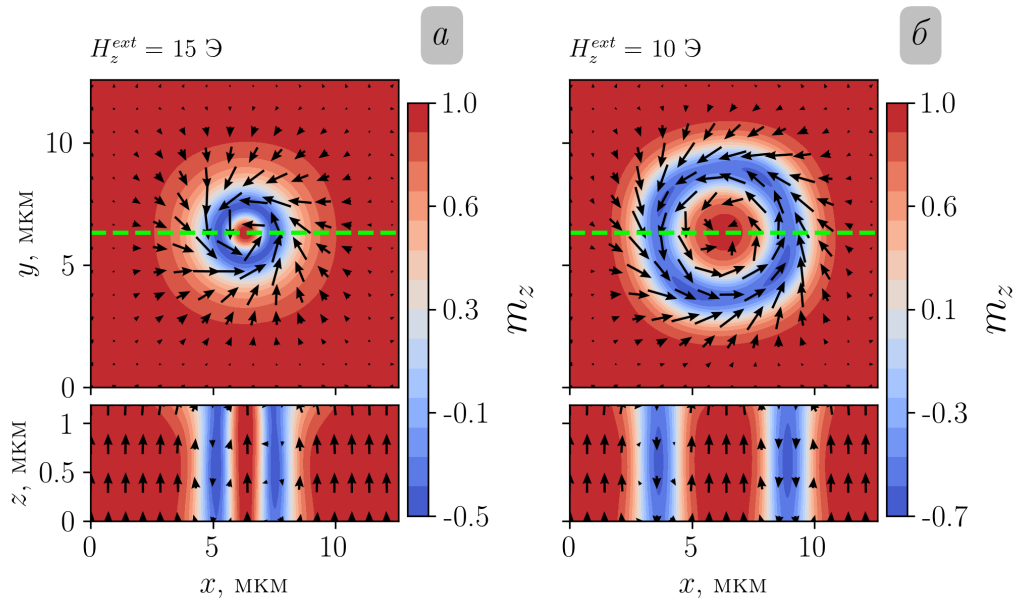


Рис. А.1: Состояния намагниченности при магнитных полях  $H_z^{ext} = 15$  Э (а)  $H_z^{ext} = 10$  Э (б).

## А.2 Раздел 2.2

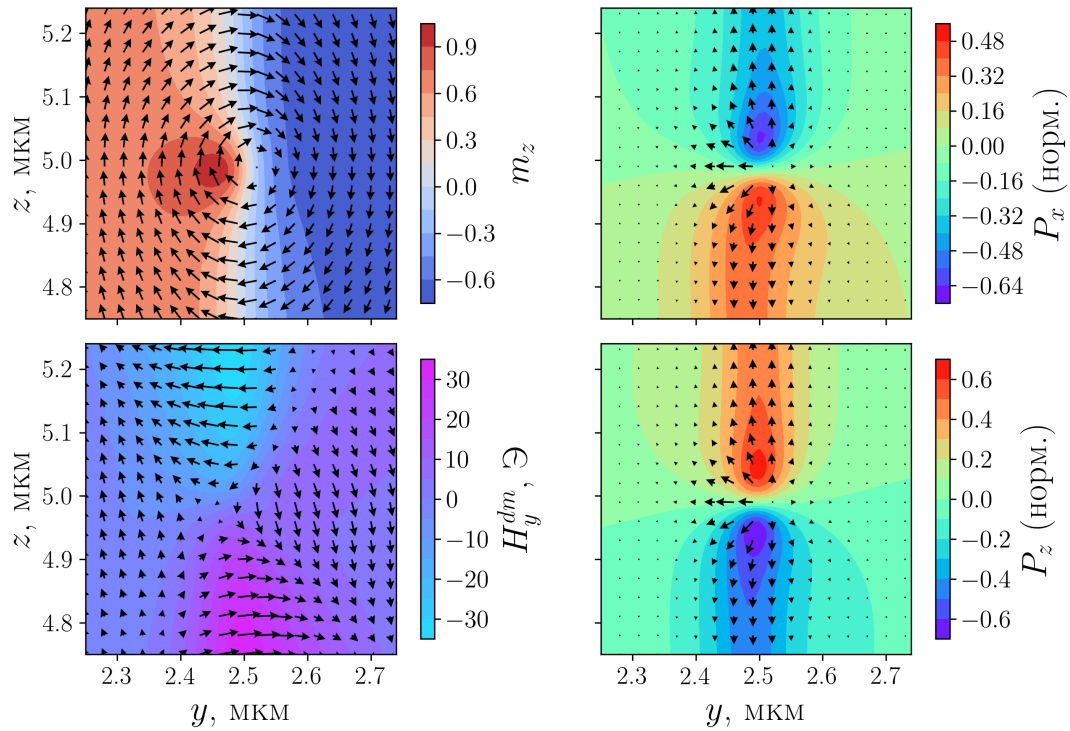


Рис. А.2: Структура ГБЛ в образце №27 плёнки феррита граната с кристаллографической ориентацией 210 и её электрическая поляризация. В левом столбце: увеличенное изображение ГБЛ, поле размагничивания в области ГБЛ; в правом столбце: компоненты нормированной на максимальный модуль электрической поляризации  $P_x, P_z$  в области ГБЛ.

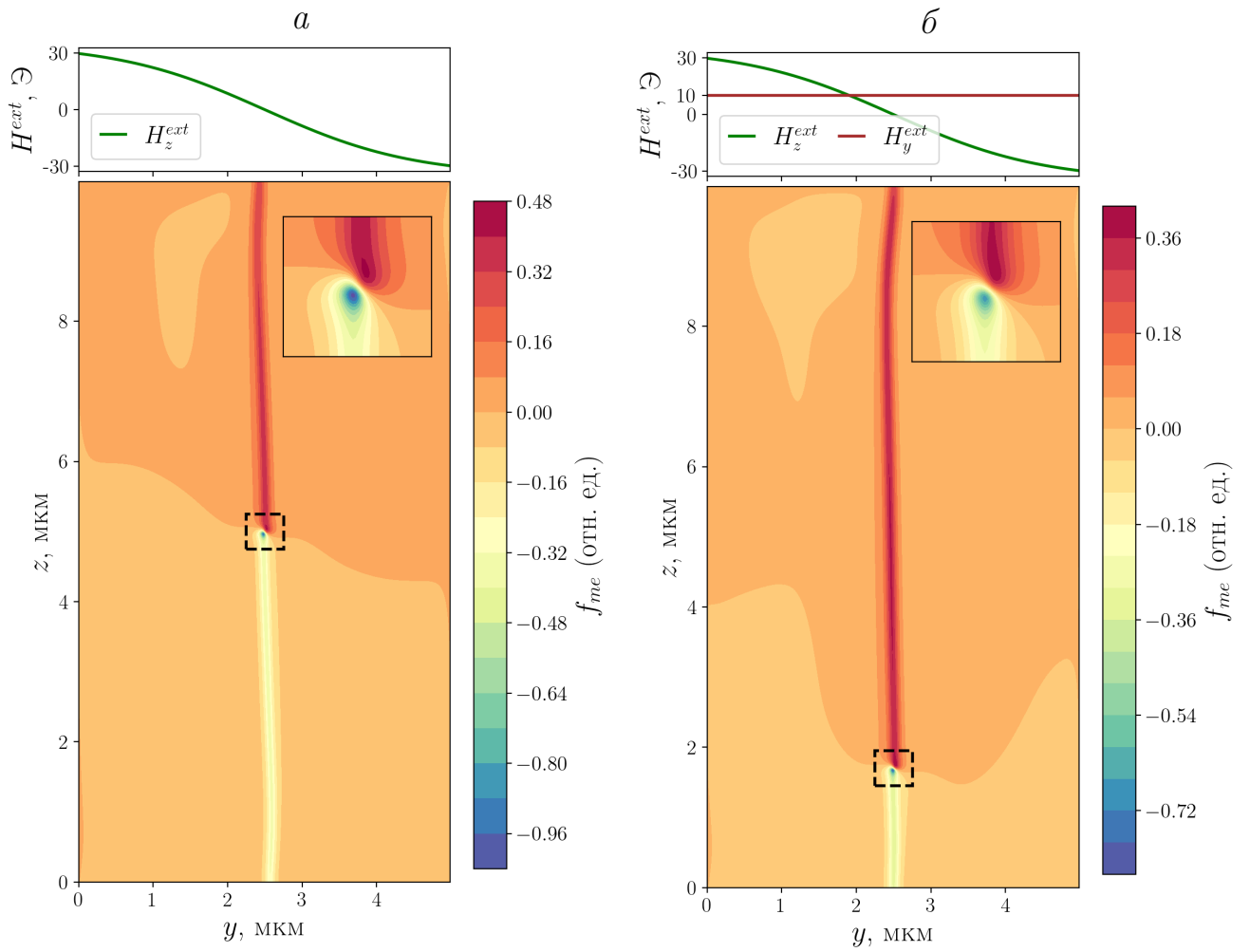


Рис. А.3: Плотность энергии взаимодействия (за счёт ЭМВДМ) точечного электрического заряда со скрученной ДС:  $a$  – ДС, стабилизированная внешним магнитным полем  $H_z^{ext}$ , профиль которого показан вверху на отдельных осях;  $b$  – ДС в однородном поле  $H_y^{ext} = 10$  Э.

### А.3 Раздел 3.1

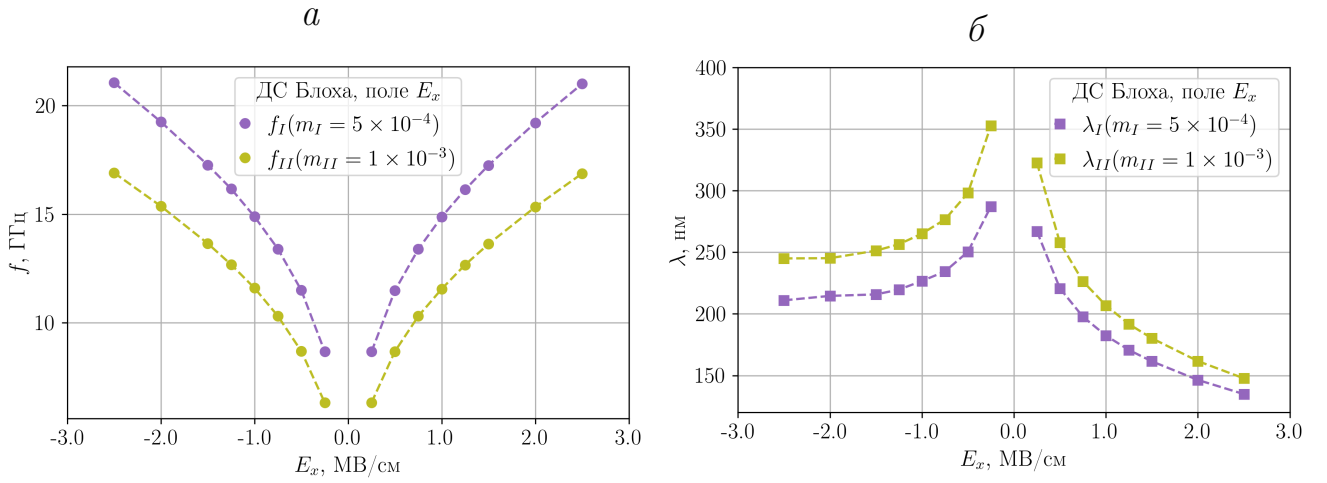


Рис. А.4: мгновенные частоты (а) и длины волн (б) для различных величин однородного электрического поля  $E_x$ , воздействующего на ДС Блоха. Рассматриваемые моменты времени  $t_I$  и  $t_{II}$  соответствуют моментам прихода амплитуд  $m_I = 5 \times 10^{-4}$ ,  $m_{II} = 1 \times 10^{-3}$  в точку  $y_0 = 50\Delta$ .

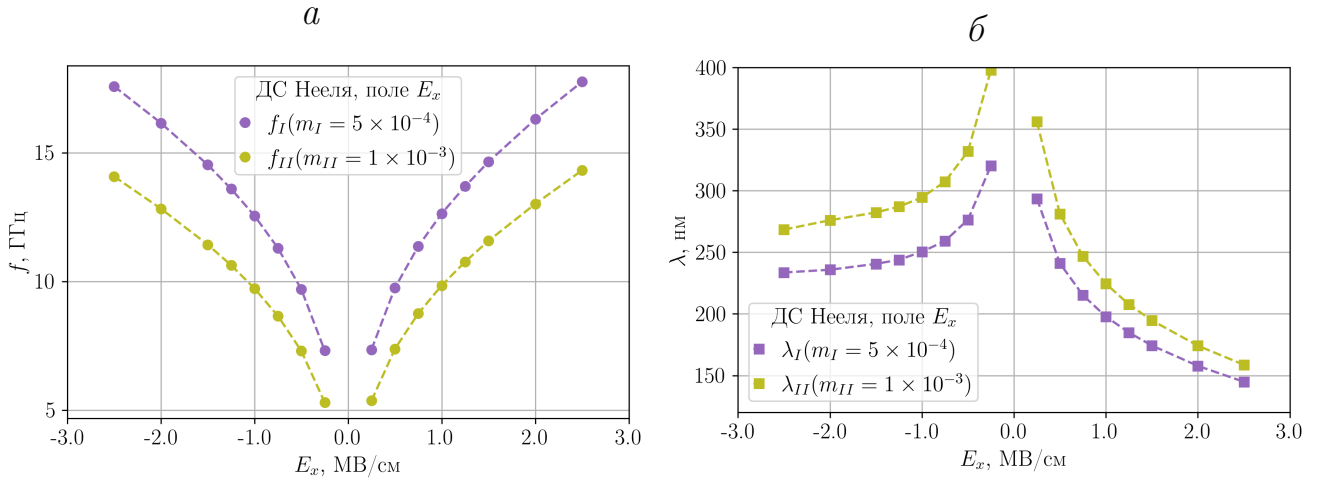


Рис. А.5: мгновенные частоты (а) и длины волн (б) для различных величин однородного электрического поля  $E_x$ , воздействующего на ДС Нееля. Рассматриваемые моменты времени  $t_I$  и  $t_{II}$  соответствуют моментам прихода амплитуд  $m_I = 5 \times 10^{-4}$ ,  $m_{II} = 1 \times 10^{-3}$  в точку  $y_0 = 50\Delta$ .

## А.4 Раздел 3.2

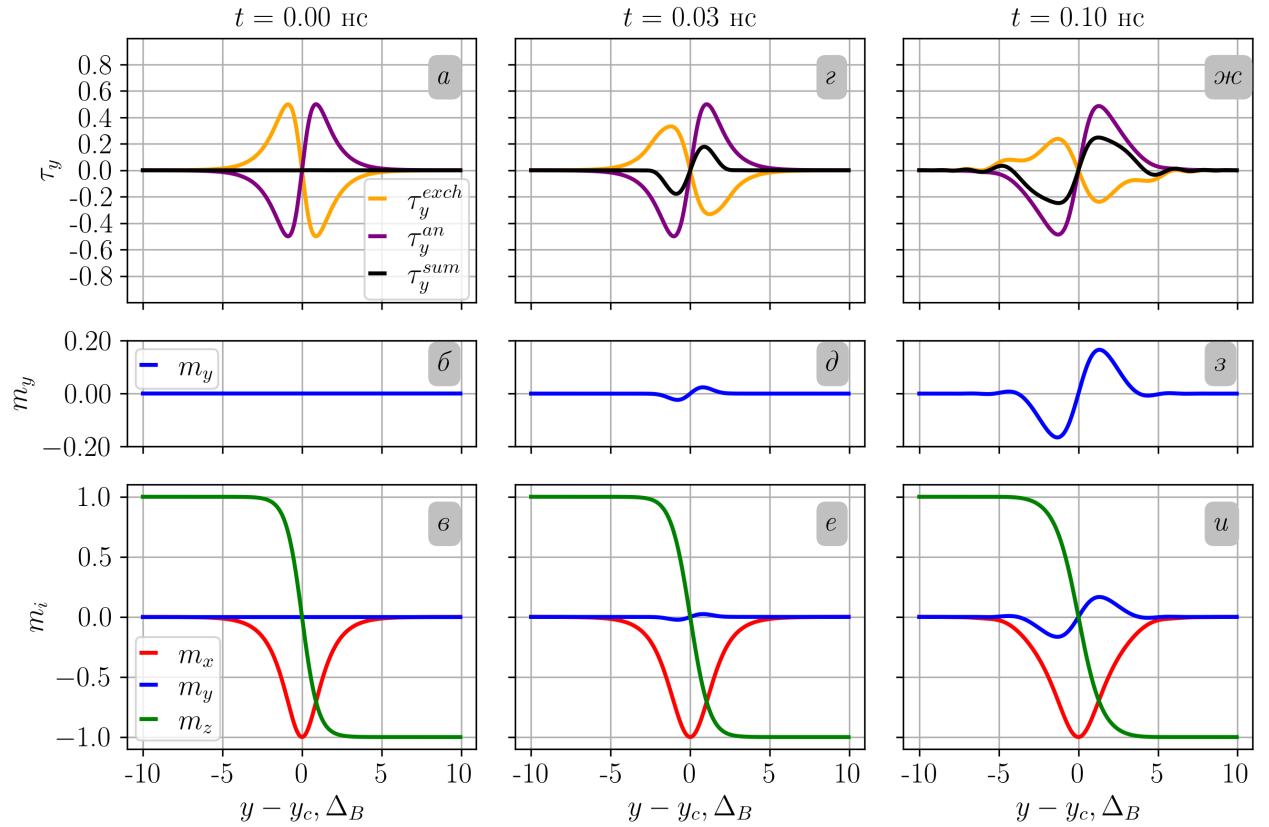


Рис. А.6: Динамика ДС Блоха в первые моменты времени после приложения однородного электрического поля  $E_x = -1.5$  МВ/см:  $t = 0$  нс (а, б, в),  $t = 0.03$  нс (з, д, е),  $t = 0.10$  нс (жс, з, и). Верхний ряд (а, з, жс) показывает вращающие моменты обменного взаимодействия  $\tau_y^{exch}$  (оранжевая линия), магнитной анизотропии  $\tau_y^{an}$  (фиолетовая линия) и их сумму  $\tau_y^{sum}$  (чёрная линия). Средний ряд (б, д, з) показывает компоненту намагниченности  $m_y$ . Нижний ряд показывает структуру ДС Блоха в ходе динамики. Координата  $y_c$  соответствует минимальной величине  $m_x$ .

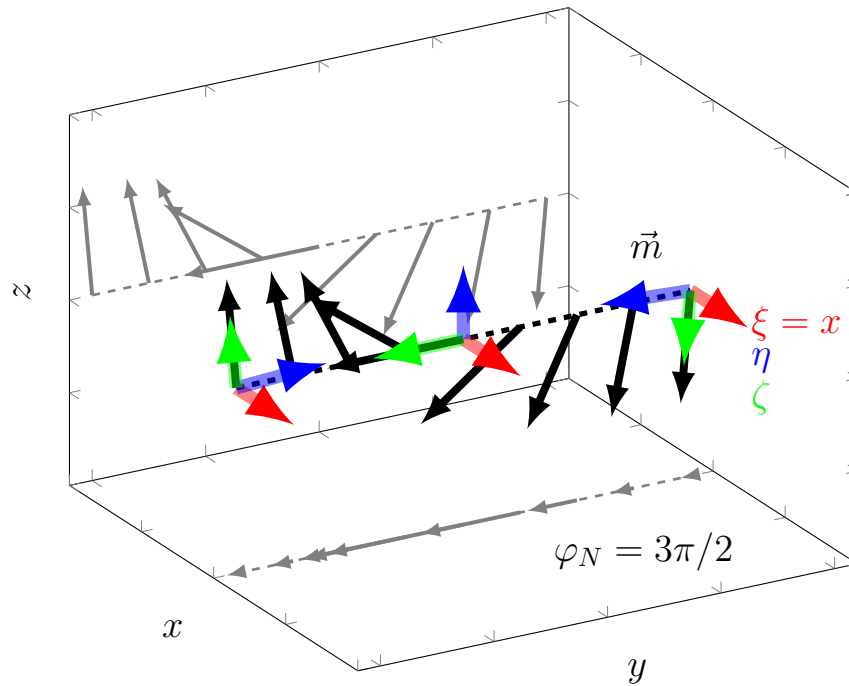


Рис. А.7: ДС Нееля и вращающаяся система координат: чёрными стрелками отмечена намагниченность, красные стрелки задают ось  $\xi$ , синие – ось  $\eta$ , зелёные – ось  $\zeta$ . Положение осей вращающейся системы показано только для трёх точек.