

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Чистякова Ивана Александровича

на тему: «Методы приближенного решения задач управления

нелинейными системами за счет их кусочной линеаризации»

по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа Чистякова И.А. посвящена разработке методов приближенного решения задач управления нелинейными системами путем их кусочной линеаризации.

Задачи целевого управления, в рамках которых требуется перевести систему, динамика которой описывается совокупностью обыкновенных дифференциальных уравнений, из заданного начального состояния в заданное множество конечных состояний (как правило, при наличии ограничений на управляющие воздействия), возникают в ходе математического моделирования процессов в самых разных областях науки (механика, экономика, химия, медицина и т.д.). Как правило, такие системы являются нелинейными, и их аналитическое решение оказывается чрезвычайно сложным или невозможным. Поэтому разработка эффективных методов синтеза управления для нелинейных систем и построение оценок областей достижимости (разрешимости) для таких систем является весьма важной задачей. Этим обусловлена **актуальность** предметной области исследований настоящей диссертационной работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 131 наименование.

Во введении обоснована актуальность работы, сформулированы цели и задачи диссертационного исследования, описаны используемые в работе методы и подходы, кратко изложено содержание диссертации и основные результаты, выносимые на защиту. Кроме того, во введении содержится

достаточно подробный обзор литературы, который охватывает, в частности, научные работы, посвященные различным методам оценки множеств достижимости/разрешимости для нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Особое внимание уделяется алгоритмам, основанным на использовании метода динамического программирования.

В первой главе рассматривается класс систем, в которых нелинейные члены зависят только от одной фазовой координаты (для определенности, первой). Динамика системы анализируется внутри некоторого компактного множества Ω . Предполагается, что на управления наложены геометрические ограничения, представленные эллипсоидами (зависящими от времени). Осуществляется переход от исходной задачи к вспомогательной задаче для кусочно-линейной системы. При этом множество Ω представляется в виде объединения гиперполос, границами которых являются гиперплоскости, ортогональные первой координатной оси (расстояния между любыми соседними гиперплоскостями считаются одинаковыми). Нелинейные функции в правых частях системы аппроксимируются непрерывной ломаной с вершинами на введенных гиперплоскостях.

Для получения оценки области достижимости используется метод динамического программирования. Вводится традиционная для подобных задач функция цены. Приближение для нее ищется в классе непрерывных кусочно-кубических функций. Формулируется теорема, дающая гарантированную внутреннюю оценку множества достижимости.

В последнем разделе главы обсуждаются детали численного метода и способы повышения точности.

Во второй главе предложенный метод обобщается на случай системы, в которой нелинейные члены зависят от нескольких компонент вектора состояния. При этом множество Ω представляется как конечное объединение симплексов. Затем осуществляется кусочная линеаризация рассматриваемой нелинейной системы. Для аппроксимации функции цены в этом случае строится кусочно-квадратичная аппроксимация. Составляется система

матричных дифференциальных уравнений, решения которой далее используются при аппроксимации функции цены. Формулируется теорема, дающая гарантированную внутреннюю оценку множества разрешимости в рассматриваемом случае. В заключение главы в вышеупомянутые матричные уравнения вводятся регуляризирующие члены, позволяющие повысить точность решений и обеспечить их продолжимость на весь целевой отрезок времени.

В третьей главе также рассматривается приближенное решение задачи управления путем построения кусочно-квадратичной аппроксимации функции цены, но теперь предполагается, что эта функция цены и управления могут претерпевать разрывы (по фазовым переменным) на границах симплексов разбиения. При этом принимается, что исследуемая система автономна. В начале главы вводится понятие достижимости симплексов. Выделяются множества в фазовом пространстве, на которых оценка функции цены и функция управления должны быть непрерывны и, соответственно, требуется «склейка». Предложен алгоритм построения разрывного управления в фиксированный момент времени, разработанный для кусочно-квадратичных аппроксимаций функции цены. Показывается, что алгоритм всегда заканчивает работу за конечное число шагов. Описаны действия, позволяющие оптимизировать «склейку». Наконец, получена внутренняя оценка множества достижимости.

В последнем разделе главы предложены меры по снижению вычислительной нагрузки при поиске управлений и решении задач с квадратичными ограничениями, необходимых для расчёта функции цены.

В четвертой главе обсуждаются альтернативные алгоритмы поиска позиционных стратегий управлений, не опирающиеся на уравнение Гамильтона-Беллмана-Якоби (в частности, использующие обучение с подкреплением). Кроме того, в этой главе приводятся несколько примеров применения методов, предложенных в работе, для построения управления в нескольких конкретных системах. В частности, решается задача о синтезе

управления квадрокоптером, переводящего систему из заданного положения в некоторое целевое множество. Предполагается, что квадрокоптер движется в горизонтальной плоскости с постоянным углом тангажа и нулевым углом крена. Кроме того, рассматривается задача об управлении тележкой с подвешенным к ней маятником и задача об управлении маятником с помощью электромотора (в обоих примерах требуется перевести систему из одного заданного положения в другое за фиксированное время). Наконец, применимость кусочно-заданных оценок функций цены демонстрируется на примере линейной системы 2 порядка.

В заключении кратко сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Автореферат адекватно отражает структуру и содержание диссертации.

Научные результаты, вынесенные соискателем на защиту, являются **новыми** и представляют несомненный интерес для развития методов приближенного решения задач управления нелинейными системами путем их кусочной линеаризации. Они могут быть полезны, в частности, для синтеза управления и построения оценки областей достижимости в различных механических системах. Результаты диссертации обсуждались на научных семинарах, докладывались на российских и международных конференциях и были в полной мере опубликованы в рецензируемых научных изданиях.

Обоснованность полученных результатов гарантируется корректностью постановки задачи и строгостью применявшихся математических методов. **Достоверность** диссертационного исследования подтверждается численным моделированием динамики различных систем, проведенным соискателем, а также соответствием выводов, полученных в диссертации, известным результатам классических и новых работ, относящихся к исследуемой области.

К работе имеются следующие замечания.

1. Поскольку в работе предложен новый метод построения гарантированных оценок области достижимости, было бы целесообразно

провести систематическое сравнение результатов применения этого метода с тем, что дают другие, известные из литературы подходы.

2. При рассмотрении задачи об управлении полетом квадрокоптера в горизонтальной плоскости (раздел 4.3.1) вводится ограничение на суммарный момент, развиваемый пропеллерами относительно оси, перпендикулярной плоскости винтов. Однако в реальности ограничения накладываются на величины сил тяги винтов. Вообще говоря, выполнение условия на момент не означает автоматического выполнения условий на силы тяги. Это снижает реалистичность рассматриваемой модели. Кроме того, связь между силами тяги винтов и суммарным моментом относительно оси, перпендикулярной плоскости винтов, введена не вполне корректно.

3. Схема маятника, приведенная в разделе 4.3.3 (рис. 4.9), не соответствует описанию рассматриваемой механической системы и уравнениям динамики этой системы, представленным в работе.

4. В рассмотренных примерах строятся априорные оценки отклонения от целевой точки. Во многих представленных случаях эти оценки оказываются сравнительно грубыми (иногда они даже включают начальную точку траектории). Было бы целесообразно более тщательно исследовать возможность уточнения этих оценок для разных предложенных методов синтеза управления.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций

на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Таким образом, соискатель Чистяков Иван Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, доцент

Ведущий научный сотрудник

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», НИИ механики МГУ

Селюцкий Юрий Дмитриевич

22.04.2026

Подпись Селюцкого Юрия Дмитриевича

Ученый секретарь НИИ механики МГУ

Рязанцева М.Ю.

Контактные данные:

тел.: +7(916)-909-40-55, e-mail: seliutski@imec.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин

Адрес места работы:

119192, г. Москва, Мичуринский просп., д. 1., НИИ механики МГУ

тел.: +7(495)939-54-78, e-mail: seliutski@imec.msu.ru