

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Пряничникова Алексея
Михайловича на тему: «Полигоны с условиями на решётку конгруэнций»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика

Диссертационная работа А. М. Пряничникова относится к достаточно молодому разделу общей алгебры, к теории полигонов. Понятие полигона является фундаментальным понятием в таких областях, как теория представлений, алгебраическая теория динамических систем и др. Одной из характеристик универсальной алгебры является решетка конгруэнций алгебры. Эта решетка несет большую информацию о строении алгебры. Поэтому изучение полигонов с заданными условиями на их решетку конгруэнций представляется актуальной задачей. Вопросы строения алгебр с дистрибутивной, или модулярной, или линейно упорядоченной решеткой конгруэнций рассматривали: для групп - Brandl R., для полугрупп - Mitsch H., для унарков - Егорова Д.П. Описание полигонов над полугруппами правых или левых нулей, имеющих дистрибутивную, модулярную или линейно упорядоченную решетку конгруэнций, получено Халиуллиной А.Р.

В общей алгебре, гомологической алгебре и других областях математики важную роль играют инъективные и проективные объекты. Они помогают в изучении структур и свойств универсальных алгебр. Изучением различных аспектов, связанных с инъективными и проективными полигонами, занимались такие математики как Berthiaume P., Kim J.P., Park Y.S., Кожухов И.Б., Петриков А.О. и др.

Диссертационная работа А.М. Пряничникова содержит 109 страниц, состоит из введения, четырех основных глав, заключения и списка литературы, включающего 45 наименований.

В первой главе приводится описание полигонов над прямоугольными связками с модулярной, дистрибутивной или линейно упорядоченной решеткой конгруэнций.

Во второй главе рассматриваются вопросы существования нетривиального решеточного тождества на решетке конгруэнций полигона. Показывается, что для любого полигона над конечной полугруппой его решетка конгруэнций удовлетворяет нетривиальному решеточному тождеству тогда и только тогда, когда этот полигон конечен. Аналогичный результат приводится для полигона с нулем над вполне простой (0-простой) полугруппой $M^0(G, I, \Delta, P)$, где G и I конечные. Для бесконечного полигона приводятся примеры, когда нетривиальное решеточное тождество выполняется и когда не выполняется.

Третья глава посвящена унарам, решетка конгруэнций которых удовлетворяет нетривиальному решеточному тождеству. Доказывается, что такие унары являются гомоморфными образами копроизведения конечного числа прямых и лучей, т.е. имеют конечное число компонент связности, узлов, начальных элементов и входная степень каждого элемента унара конечна.

В четвертой главе дается описание плоских унаров, а также унаров, близких к плоским, а именно, коуниверсально плоских, уравнительно плоских, слабо плоских, главно слабо плоских, точных, строго точных, регулярных, унаров без кручения и унаров, на которых выполняются условия (E) и (P).

Все выносимые на защиту результаты диссертации являются новыми и опубликованы в рецензируемых математических журналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.5. Они снабжены подробными доказательствами и поясняющими примерами. По теме диссертации автор опубликовал 6 статей. Результаты диссертации также

неоднократно докладывались на различных конференциях и семинарах. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание.

Замечания

- 1) Абзац перед леммой 1.3: рассматривается полигон X над прямоугольной связкой, хотя утверждения в этом абзаце верны для произвольной полугруппы и лемма 1.3 формулируется для произвольной полугруппы.
- 2) В доказательстве леммы 1.10 нужно убрать знак импликации.
- 3) Вторая строка доказательства леммы 1.12: вместо $y' = y_{iq}$ нужно писать $y' = y_{jq}$.
- 4) Первый абзац предложения 1.2: в предложение Пусть $\rho \in \text{Con } X...$ нужно вставить $(x, y) \in \rho$.
- 5) Второй абзац доказательства предложения 1.3: вместо $(x, y) \in I \times I$ нужно писать $(i, j) \in I \times I$.
- 6) Первая строка третьего абзаца доказательства предложения 1.3: нужно добавить закрывающую фигурную скобку.
- 7) Четвертая строка доказательства теоремы 1.3: слово «подрешетка» нужно заменить на «интервал».
- 8) В формулировке леммы 2.6 условие «CS не равно 0» лишнее, так как C - 0-простой полигон.
- 9) В доказательстве предложения 4.4 нужно определить элементы цикла C_n и действие a на эти элементы, иначе не понятно использование равенства $c_i a = c_i + 1$.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых

степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Пряничников Алексей Михайлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
профессор Департамента математики
Института математики и компьютерных технологий
ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет»

СТЕПАНОВА Алена Андреевна

Подпись:
Дата:

Контактные данные:
тел.: +7 423 265 24 24 (доб. 1090), e-mail:
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел

Адрес места работы:
690922, Приморский край, г. Владивосток,
о. Русский, п. Аякс, 10, корпус D, уровень 6, каб. D642
Дальневосточный федеральный университет,
Институт математики и компьютерных технологий,
Департамент математики.
Тел.: +7 423 265 24 24 (доб. 1090), e-mail: stepanova.aa@dvfu.ru

Подпись профессора Департамента математики Института математики и компьютерных технологий Дальневосточного федерального университета удостоверяю: