

Заключение диссертационного совета МГУ.011.4
по диссертации на соискание ученой степени доктора наук

Решение диссертационного совета от «27» декабря 2024 г. №37
О присуждении Федорову Глебу Владимировичу (гражданин РФ)
ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Теория функциональных непрерывных дробей в гиперэллиптических полях и ее приложения» по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика принята к защите диссертационным советом «18» октября 2024 года, протокол № 33.

Соискатель Федоров Глеб Владимирович, 1989 года рождения, в 2010 году соискатель окончил с отличием механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова (присуждена квалификация математик по специальности «Математика». В 2012 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему «Среднее значение функции делителей с быстро растущей размерностью» в диссертационном совете Д.501.001.84 на базе МГУ имени М. В. Ломоносова по специальности 01.01.06 — «Математическая логика, алгебра, теория чисел» (физ.-мат. науки). С 2012 по 2024 гг. работал доцентом на кафедре математических и компьютерных методов анализа механико-математического факультета МГУ. В настоящее время является доцентом направления «Финансовая математика и финансовые технологии» научного центра информационных технологий и искусственного интеллекта в Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования «Научно-технологический университет «Сириус» (АНОО ВО «Университет Сириус»)

Диссертация выполнена на кафедре математических и компьютерных методов анализа МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный консультант — доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН Платонов Владимир Петрович, Федеральное государственное учреждение "Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований", отдел теоретической и прикладной алгебры и теории чисел, главный научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Добровольский Николай Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого»,

физико-математический факультет, кафедра алгебры, математического анализа и геометрии, заведующий кафедрой;

Устинов Алексей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор РАН, ФГАОУ ВО “Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, факультет компьютерных наук, департамент больших данных и информационного поиска, профессор;

Чирский Владимир Григорьевич, доктор физико-математических наук, доцент, МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, кафедра математического анализа, профессор;

дали положительные отзывы на диссертацию.

Выбор официальных оппонентов обосновывался соответствием научного профиля оппонентов тематики диссертации соискателя, что подтверждается наличием публикаций в соответствующей сфере исследования.

Соискатель имеет 35 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации 20 работ, из них 20 статей, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

1. Платонов В. П., Федоров Г. В. Непрерывные дроби в гиперэллиптических полях со сколь угодно большой длиной периода // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. — 2024. — Т. 516. — С. 59—64.
Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. Continued Fractions in Hyperelliptic Fields with an Arbitrarily Long Period // Doklady Mathematics. — 2024. — Vol. 109, no. 2. — P. 147—151.
Импакт фактор: РИНЦ 0,868, JIF 0.5. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,375 печ. л.

2. Федоров Г. В. О последовательностях многочленов f с периодическим разложением $\sqrt{f}$ в непрерывную дробь // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. — 2024. — № 2. — С. 25—30.
Перевод: Fedorov G. V. On sequences of polynomials f with periodic expansion of $\sqrt{f}$ into continued fractions // Moscow University Mathematics Bulletin. — 2024. — Vol. 79, no. 2. — P. 98—102.
Импакт фактор: РИНЦ 0.396, JIF 0.2. 0,375 печ. л.

3. Федоров Г. В. Об оценках длин периодов функциональных непрерывных дробей над алгебраическими числовыми полями // Чебышевский сборник. — 2023. — Т.

24, № 3. — С. 162—189.

Импакт фактор: РИНЦ 0,316, SJR 0.296. 1,75 печ. л.

4. Федоров Г. В. Непрерывные дроби и проблема классификации эллиптических полей над квадратичными полями констант // Математические заметки. — 2023. — Т. 114, № 6. — С. 873—893.

Перевод: Fedorov G. V. Continued Fractions and the Classification Problem for Elliptic Fields Over Quadratic Fields of Constants // Mathematical Notes. — 2023. — Vol. 114, no. 5-6. — P. 1195-1211.

Импакт фактор: РИНЦ 0,709, JIF 0.6. 1,3125 печ. л.

5. Федоров Г. В. О проблеме описания элементов эллиптических полей с периодическим разложением в непрерывную дробь над квадратичными полями констант // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. — 2022. — Т. 505. — С. 56—62.

Перевод: Fedorov G. V. On the problem of describing elements of elliptic fields with a periodic expansion into a continued fraction over quadratic fields // Doklady Mathematics. — 2022. — Vol. 106, no. 1. — P. 259–264.

Импакт фактор: 0,820, JIF 0.5. 0,4375 печ. л.

6. Platonov V. P., Fedorov G. V. Periodicity Criterion for Continued Fractions of Key Elements in Hyperelliptic Fields // Doklady Mathematics. — 2022. — Vol. 106, suppl. 2. — P. S262—S269.

Импакт фактор JIF 0.5. Вклад соавторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,5 печ. л.

7. Федоров Г. В. О фундаментальных S -единицах и непрерывных дробях, построенных в гиперэллиптических полях по двум линейным нормированиям // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. — 2021. — Т. 498. — С. 65—70.

Перевод: Fedorov G. V. On fundamental S -units and continued fractions constructed in hyperelliptic fields using two linear valuations // Doklady Mathematics. — 2021. — Vol. 103, no. 3. — P. 151–156.

Импакт фактор: РИНЦ 0,820, JIF 0.5. 0,375 печ. л.

8. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме классификации многочленов f с периодическим разложением $\sqrt{f}$ в непрерывную дробь в гиперэллиптических полях // Известия Российской академии наук. Серия математическая. — 2021. — Т. 85, № 5. — С. 152—189.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On the classification problem for polynomials f with a periodic continued fraction expansion of $\sqrt{f}$ in hyperelliptic fields // *Izvestiya Mathematics*. — 2021. — Vol. 85, no. 5. — P. 972–1007.

Импакт фактор: РИНЦ 0,990, JIF 0.8. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 2,375 печ. л.

9. Федоров Г. В. О семействах гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел, якобианы которых содержат точки кручения данных порядков // Чебышевский сборник. — 2020. — Т. 21, № 1. — С. 322–340.

Импакт фактор: РИНЦ 0,316, SJR 0.296. 1,1875 печ. л.

10. Федоров Г. В. О длине периода функциональной непрерывной дроби над числовым полем // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. — 2020. — Т. 495. — С. 78–83.

Перевод: Fedorov G. V. On the period length of a functional continued fraction over a number field // *Doklady Mathematics*. — 2020. — Vol. 102, no. 3. — P. 513–517.

Импакт фактор: РИНЦ 0.820, JIF 0.5. 0,25 печ. л.

11. Федоров Г. В. Об S -единицах для нормирований второй степени в гиперэллиптических полях // Известия Российской академии наук. Серия математическая. — 2020. — Т. 84, № 2. — С. 197–242.

Перевод: Fedorov G. V. On S -units for valuations of the second degree in hyperelliptic fields // *Izvestiya Mathematics*. — 2020. — Vol. 84, no. 2. — P. 392–435.

Импакт фактор: РИНЦ 0,990, JIF 0.8. 2,875 печ. л.

12. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме классификации периодических непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Успехи математических наук. — 2020. — Т. 75, 4(454). — С. 211–212.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On the problem of classification of periodic continued fractions in hyperelliptic fields // *Russian Mathematical Surveys*. — 2020. — Vol. 75, no. 4. — P. 785–787.

Импакт фактор: РИНЦ 0.942, JIF 1.4. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,125 печ. л.

13. Федоров Г. В. Об ограниченности длин периодов непрерывных дробей ключевых элементов гиперэллиптических полей над полем рациональных чисел // Чебышевский сборник. — 2019. — Т. 20, № 4. — С. 357–370.

Импакт фактор: РИНЦ 0,316, SJR 0.296. 0,875 печ. л.

14. Платонов В. П., Федоров Г. В. Критерий периодичности непрерывных дробей ключевых элементов гиперэллиптических полей // Чебышевский сборник — 2019. — Т. 20, № 1. — С. 246—258.

Импакт фактор: РИНЦ 0,316, SJR 0.296. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,75 печ. л.

15. Платонов В. П., Федоров Г. В. S -единицы для линейных нормирований и периодичность непрерывных дробей обобщенного типа в гиперэллиптических полях // Доклады Академии наук. — 2019. — Т. 486, № 3. — С. 280—286.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On S -units for linear valuations and the periodicity of continued fractions of generalized type in hyperelliptic fields // Doklady Mathematics. — 2019. — Vol. 99, no. 3. — P. 277–281.

Импакт фактор: РИНЦ 0.923 (2021), JIF 0.5. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,4375 печ. л.

16. Федоров Г. В. Периодические непрерывные дроби и S -единицы с нормированиями второй степени в гиперэллиптических полях // Чебышевский сборник. — 2018. — Т. 19, № 3. — С. 282—297.

Импакт фактор: РИНЦ 0,316, SJR 0.296. 1,0 печ. л.

17. Платонов В. П., Федоров Г. В. О проблеме периодичности непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Математический сборник. — 2018. — Т. 209, № 4. — С. 54—94.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On the problem of periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Sbornik Mathematics. — 2018. — Vol. 209, no. 4. — P. 519–559.

Импакт фактор: РИНЦ 1,007, JIF 0.8. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 2,5625 печ. л.

18. Платонов В. П., Федоров Г. В. О периодичности непрерывных дробей в эллиптических полях // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 475, № 2. — С. 133—136.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On the periodicity of continued fractions in elliptic fields // Doklady Mathematics. — 2017. — Vol. 96, no. 1. — P. 332–335.

Импакт фактор: РИНЦ 0.923 (2021), JIF 0.5. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,25 печ. л.

19. Платонов В. П., Федоров Г. В. О периодичности непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 474, № 5. — С. 540—544.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. On the periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Doklady Mathematics. — 2017. — Vol. 95, no. 3. — P. 254–258.

Импакт фактор: РИНЦ 0.923 (2021), JIF 0.5. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,3125 печ. л.

20. Платонов В. П., Федоров Г. В. S -единицы и периодичность непрерывных дробей в гиперэллиптических полях // Доклады Академии наук. — 2015. — Т. 465, № 5. — С. 537—541.

Перевод: Platonov V. P., Fedorov G. V. S -units and periodicity of continued fractions in hyperelliptic fields // Doklady Mathematics. — 2015. — Vol. 92, no. 3. — P. 752–756.

Импакт фактор: РИНЦ 0.923 (2021), JIF 0.5. Вклад авторов равноценный и неделимый (50% / 50%). 0,3125 печ. л.

На диссертацию и автореферат дополнительных отзывов не поступило.

Диссертационный совет отмечает, что представленная диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как большое научное достижение, решены важные научные проблемы, разработаны новые математические методы, внедрение которых вносит значительный вклад в развитие страны.

Диссертация представляет собой самостоятельное законченное исследование, обладающее внутренним единством. Положения, выносимые на защиту, содержат новые научные результаты и свидетельствуют о личном вкладе автора в науку:

1) Две гипотезы, поставленные академиком РАН В.П. Платоновым, касающиеся проблемы классификации эллиптических полей L по принципу периодичности непрерывных дробей ключевых элементов, оказались верны. Доказана теорема о классификации таких эллиптических полей над полем рациональных чисел. Ключевые элементы, обладающие свойством периодичности в указанных эллиптических полях, допускают полное описание.

2) Эллиптические поля L с условиями, что поле L определено над квадратичным расширением поля рациональных чисел, а соответствующая эллиптическая кривая входит в рациональную параметризацию модулярными кривыми, классифицируются по принципу периодичности непрерывных дробей ключевых элементов.

3) Гиперэллиптическое поле $L=K(x)(\sqrt{x})$, кольцо целых элементов которого обладает нетривиальными единицами (K – поле алгебраических чисел), для каждого целого b обладает элементом, для которого длина периода функциональной непрерывной дроби конечна и больше, чем b . Это стало удивительным и неожиданным открытием в теории функциональных непрерывных дробей. Длины периодов функциональных непрерывных дробей элементов гиперэллиптического поля допускают точные оценки, что следует из теоремы, доказанной диссертантом. Важным следствием является ответ на вопрос У. Занье о возможных оценках на длину периода в последовательности степеней неполных частных функциональных непрерывных дробей с дополнительными ограничениями.

4) На основании глубокого анализа арифметики в группах классов дивизоров гиперэллиптических кривых разработана новая теория функциональных непрерывных дробей обобщенного типа. В рамках этой теории доказаны критерии периодичности функциональных непрерывных дробей обобщенного типа и сформулированы эффективные алгоритмы поиска и построения фундаментальных S -единиц для соответствующего множества нормирований S для следующих центральных случаев:

- a. множество S состоит из двух сопряженных нормирований первой степени;
- b. множество S состоит из двух сопряженных нормирований второй степени;
- c. множество S состоит из двух несопряженных нормирований первой степени.

На заседании 27 декабря 2024 года диссертационный совет принял решение присудить Федорову Г.В. ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 9 докторов физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика», участвовавших в заседании, из 23 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 16, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Председатель комиссии

диссертационного совета МГУ.011.4

д.ф.-м.н., профессор



Чубариков В. Н

Ученый секретарь

диссертационного совета МГУ.011.4

к.ф.-м.н.



Кибкало В.А.

28 декабря 2024 г.