ОТЗЫВ научного руководителя

о диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Пряничникова Алексея Михайловича

на тему «Полигоны с условиями на решётку конгруэнций»

по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Диссертация Пряничникова А.М. посвящена полигонам над полугруппами (автоматам), удовлетворяющим определённым условиям на решётку конгруэнций, а также некоторым гомологическим условиям, а именно, плоскостности и близким условиям на полигоны. Работа относится к алгебраической теории автоматов.

Хорошо известно, какую важную роль играют конгруэнции в теории автоматов и тесно связанной с ней теории формальных языков. В частности, с их помощью часто удаётся построить автомат, эквивалентный данному, но имеющий более простое строение. Синтаксические конгруэнции полугруппы слов определяют свойства соответствующего формального языка. Диссертацию Пряничникова А.М. можно считать частью большой программы исследования полигонов с помощью их решёток конгруэнций.

Условия, при которых решётка конгруэнций универсальной алгебры является модулярной, или дистрибутивной, или цепью, изучались в разных разделах общей алгебры многими авторами. В диссертации Пряничникова А.М. описываются полигоны над прямоугольной связкой (т.е. полугруппой вида $S = L \times R$, где L – полугруппа левых, а R – полугруппа правых нулей), у которых решётка конгруэнций является модулярной, а также полигоны с дистрибутивной и полигоны с цепной решёткой конгруэнций. Оказалось, что максимальное количество элементов такого полигона равно 11, а решётки конгруэнций – 300. Классы модулярных и дистрибутивных решёток являются собственными подмногообразиями многообразия всех решёток, а потому задаются нетривиальными тождествами. Более общая постановка задачи такова: каковы полигоны X, у которых решётка $\mathrm{Con}\,X$ удовлетворяет какому-либо нетривиальному решёточному тождеству? При этом интересно отметить, что условие «$\mathrm{Con}\,X$ удовлетворяет нетривиальному тождеству» является условием конечности в том смысле, что все конечные полигоны этому условию удовлетворяют. В диссертации Пряничникова А.М. доказано, что для полигонов X над конечной полугруппой данное условие эквивалентно конечности полигона X. Аналогичное утверждение доказано для полигонов с нулём над вполне 0-простой полугруппой $\mathrm{M}^0(G, I, \mathrm{L}, P)$ в случае, когда $|G|,|L|<$ ¥ . Для подходящей конечной группы G и бесконечного L построен конгнруэнц-простой (а значит, имеющий дистрибутивную решётку конгруэнций) полигон.

Унары можно рассматривать как полигоны над свободной циклической полугруппой. В диссертации Пряничникова А.М. доказано, что унар с нетривиальным тождеством в решётке конгруэнций является гомоморфным образом копроизведения конечного числа лучей и прямых. Открытым является вопрос о том, верно ли обратное отображение. В заключительной главе диссертации автор описывает унары, являющиеся плоскими или принадлежат одному из классов унаров, близких к плоским – всего более десятка классов, изучавшихся рядом авторов в случае полигонов над полугруппами и модулей над кольцами. Автором описаны унары этих классов, при этом в случае унаров оказалось всего три различных класса.

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми, носят теоретический характер и вносят существенный вклад в алгебраическую теорию автоматов. Они доказаны автором самостоятельно или совместно с соавторами, причём в совместных работах Пряничникову А.М. принадлежит значительная часть исследований. Утверждения, доказанные в диссертации Пряничникова А.М, снабжены корректными доказательствами, многие из которых получены с помощью довольно тонких рассуждений, они свидетельствуют об изобретательности автора и хорошим знанием предмета.

При работе над диссертацией автор проявил высокую математическую квалификацию и творческое мышление.

Результаты диссертации опубликованы в авторитетных научных журналах и докладывались на семинарах и конференциях разного уровня, включая международный.

Автореферат соответствует требованиям и правильно отражает содержание диссертации.

На основании сказанного считаю, что диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика а также критериям, определённым пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, и оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Считаю, что диссертационная работа Пряничникова А.М. удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую её к защите в диссертационном совете МГУ 011.4 на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Научный руководитель,
доктор физико-математических наук
профессор кафедры теоретической информатики
механико-математического факультета

ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»
Кожухов Игорь Борисович

«31» октября 2025 г.

Контактные данные:
тел.: e-mail:
Специальность, по которой научным руководителем защищена диссертация:
01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Адрес места работы:
119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1,
ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В. Ломоносова»,
механико-математический факультет,
кафедра теоретической информатики: +7(495)939-17-86;
e-mail: info.ti.msu@mail.ru, ti@math.msu.su

Подпись профессора кафедры теоретической информатики механико-математического факультета Кожухова И.Б. удостоверяю:

Декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В.Ломоносова,
член-корреспондент РАН А.И. Шафаревич