

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Назмиев Альберт Ирекович

**Оптомеханическое и электрооптическое
детектирование резонансных сигналов с исключением
обратного флуктуационного влияния в широкой
полосе частот**

1.3.2. Приборы и методы экспериментальной физики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2025

Работа выполнена на кафедре физики колебаний физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Вятчанин Сергей Петрович

Официальные оппоненты: **Тихонова Ольга Владимировна**,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Физический факультет,
профессор кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники

Цуканов Александр Викторович,
доктор физико-математических наук,
Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Отделение физико-технологических исследований им. К.А. Валиева,
ведущий научный сотрудник

Калачев Алексей Алексеевич,
доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук»,
директор

Защита состоится 18 сентября 2025 г. в 15-30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.7 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр.2, Физический факультет МГУ, ауд. ____.

E-mail: igorkartashov@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В.Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3478>.

Автореферат разослан 9 июля 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
МГУ.013.7,
кандидат физико-математических наук

И.Н. Карташов

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности темы. Оптомеханические преобразователи — это прецизионные приборы, позволяющие регистрировать слабые сигналы различной природы. Их принцип действия основан на преобразовании механического движения пробной массы в фазу, амплитуду, частоту или поляризацию света. Они обладают высокой чувствительностью, позволяющей обнаруживать смещение порядка 10^{-19} м, что нашло применение в гравитационно-волновых детекторах [1–5], датчиках крутящего момента [6–8], магнитометрах [9; 10]. Их чувствительность ограничена различными шумами, как техническими, так и фундаментальными. Кроме непосредственного детектирования сигналов оптомеханические системы используются для охлаждения пробных масс [11], пондеромоторного сжатия света [12], внесения оптической жесткости [13] и квантового запутывания [14].

Борьба с техническими шумами, такими как сейсмический шум [15], ньютоновский шум [16], флуктуации фазы из-за остаточного газа [17], тепловой шум подвеса и покрытия зеркал [18], позволила достичь и преодолеть стандартный квантовый предел измерения силы в узкой полосе частот [19–22]. Быстрые измерения позволяют избежать воздействия другого фундаментального шума — теплового [23]. Поэтому методы преодоления стандартного квантового предела в широкой полосе частот дают возможность подавления не только собственно квантового, но и теплового шума. К методам широкополосного преодоления стандартного квантового предела относятся измерение с пульсирующей накачкой [24] и когерентное вычитание квантового шума [25].

Аналогичными приборами для регистрации электромагнитных сигналов являются электрооптические преобразователи. В них нелинейное взаимодействие электромагнитного и оптического полей приводит к возникновению поля на суммарной или разностной оптической частоте [26]. Они используются для приема терагерцового, инфракрасного и микроволнового электромагнитного излучения, которое нельзя эффективно непосредственно зарегистрировать с помощью схем, основанных на малошумящих усилителях или смесителях частоты [27; 28]. Это компактные и легкие приборы, которые не требуют высокой входной мощности, что мотивирует их использование в задачах спектроскопии, астрономии [29–31], а благодаря малым потерям в оптическом волокне, предварительное повышение частоты до оптической позволяет передавать информацию на дальние расстояния, что играет большую роль в задачах квантовой коммуникации [32–34].

Таким образом, поиск методов для широкополосного исключения обратного флуктуационного влияния представляет собой актуальную задачу. В данной работе исследуется чувствительность оптомеханических

систем, состоящих из оптического резонатора, поддерживающего две или три оптические моды, взаимодействующие с механическим осциллятором, на который действует резонансная сигнальная сила. Изучены особенности систем, позволяющие преодолеть стандартный квантовый предел. Так же изучена электрооптическая система для детектирования высокочастотных сигналов, описываемая аналогичной математической моделью. Предложены схемы для экспериментальной реализации резонаторов с необходимой структурой мод и рассчитано расщепление вырожденных мод в астигматических резонаторах Фабри-Перо, которое может быть использовано в этой связи.

Целью данной работы является теоретическое исследование предельной квантовой чувствительности оптомеханических и электрооптических детекторов резонансных сигналов, изучение влияния паразитных эффектов на чувствительность и возможности их подавления и анализ физических моделей для экспериментальной реализации данных систем. На основе данных исследований можно разработать подход для измерения с широкополосным подавлением обратного флуктуационного влияния. Кроме того анализ нацелен на создание нового метода расчета расщепления вырожденных мод в астигматических резонаторах Фабри-Перо, который может быть использован для расчета параметров детекторов.

Для достижения данной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Провести квантово-механическое описание исследуемых систем и решить уравнения Ланжевена для квантовых операторов оптических полей.
2. Рассчитать квантовую чувствительность измерения при исключении обратного флуктуационного влияния. Изучить вклад эффектов, снижающих чувствительность, и предложить способы их подавления.
3. Изучить особенности исследуемых систем, которые позволяют провести измерение с исключением обратного флуктуационного влияния.
4. Разработать физические модели, в которых реализуются данные особенности, для возможности их использования в эксперименте.
5. Разработать подход для расчета расщепления поляризованных мод в астигматических резонаторах на основе тензора напряжений Максвелла.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются оптические резонаторы, связанные с механическими осцилляторами или электрооптическими кристаллами, флуктуации, воздействующие на степени свободы в этих системах, резонансные силы, действующие на осцилляторы, и высокочастотные сигналы, действующие на электрооптические кристаллы. Предметом исследования являются методы измерения

с исключением обратного флуктуационного влияния, предельная квантовая чувствительность и модели для экспериментальной реализации этих методов.

Научная новизна:

1. Предложен оригинальный принцип широкополосного вариационного измерения с накачкой на двух оптических модах, позволяющий полностью исключить обратное флуктуационное влияние и преодолеть стандартный квантовый предел, и проведен анализ его чувствительности.
2. Предложен оригинальный принцип многомерного широкополосного вариационного измерения, основанного на трехмодовом оптомеханическом датчике. Проанализирована чувствительность такого измерения и показана возможность исключения обратного флуктуационного влияния в широкой полосе частот.
3. Предложен оригинальный принцип широкополосного вариационного измерения, основанного на трехмодовом электрооптическом преобразователе. Продемонстрирована возможность измерения теплового шума с точностью выше стандартного квантового предела.
4. Предложен оригинальный метод вычисления расщепления ортогонально поляризованных мод высших порядков в резонаторе Фабри-Перо с зеркалами в форме эллиптических параболоидов, основанный на адиабатическом инварианте и расчете тензора Максвелла.

Теоретическая и практическая значимость данной работы состоит в разработанных новых теоретических принципах измерения сигналов с исключением обратного флуктуационного влияния и предложенном методе вычисления расщепления частот. В результате работы были выявлены физические эффекты, которые лежат в основе возможности проведения такого измерения, и эффекты, которые негативно влияют на чувствительность измерения. Были предложены схемы для экспериментальной реализации измерения, основанного на данных принципах. Использование метода вычисления расщепления частот позволяет создать оптические резонаторы с заданной структурой мод, что крайне важно в физическом эксперименте.

Методология диссертационного исследования. Основные результаты, представленные в данной работе, получены при помощи аналитического решения уравнений Гейзенберга для операторов квадратур оптических мод, электрического поля и механического осциллятора. Для анализа типа оптомеханического взаимодействия используется метод диагонализации гамильтониана. Для расчета гамильтонианов физических моделей используется волновой подход для оптических полей внутри резонатора. Для расчета расщепления мод в астигматических резонаторах

используется метод последовательных приближений и теорема об адиабатическом инварианте. Все необходимые численные расчеты и построение графиков производилось в вычислительной системе Wolfram Mathematica.

Положения, выносимые на защиту:

1. Принцип широкополосного вариационного измерения, основанный на независимом измерении амплитудных квадратур двух выходных оптических сигналов, позволяет исключить обратное флуктуационное влияние и преодолеть стандартный квантовый предел в широкой полосе частот. Оптомеханическая система, основанная на этом принципе, является неустойчивой. Также в ней возникает шум, связанный с паразитными спектральными составляющими, который можно частично подавить. При мощности накачки равной 1 мВт можно достичь стандартный квантовый предел, а увеличив мощность до 1 мВт, можно повысить чувствительность в 10^4 раз.
2. Принцип широкополосного вариационного многомерного измерения резонансной силы позволяет исключить обратное флуктуационное влияние и преодолеть стандартный квантовый предел в широкой полосе частот. В оптомеханической системе, основанной на этом принципе, не возникает неустойчивости из-за пондеромоторной нелинейности. В основе возможности исключения обратного флуктуационного влияния лежит наличие в данной системе двух динамически независимых множеств квантово-невозмущающих переменных.
3. Принцип широкополосного вариационного многомерного измерения высокочастотного сигнала позволяет исключить обратное флуктуационное влияние и преодолеть стандартный квантовый предел в широкой полосе частот при измерении теплового шума. Схема, основанная на этом принципе, способна преобразовать один высокочастотный фотон в 490 фотонов выходного оптического сигнала.
4. Расщепление ортогонально поляризованных мод высших порядков в резонаторе Фабри-Перо с зеркалами в форме эллиптических параболоидов вызвано асимметрией силы давления света.

Степень достоверности полученных результатов определяется использованием обоснованных теоретических подходов, совпадением решений с известными предельными или частными случаями, использованием различных методов решения и сходством результатов, полученных разными способами, а также согласием полученных результатов с имеющимися расчетами других исследователей и с экспериментальными данными.

Апробация результатов. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах в МГУ, а также были представлены на 6 международных конференциях:

1. XXXII Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов 2025”, г. Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 11-25 апреля 2025.
2. 18-я Российская гравитационная конференция, г. Казань, Казанский государственный университет, Россия, 25-29 ноября 2024.
3. XXIII International Scientific Conference “Physical Interpretations of the Relativity Theory” (PIRT-2023), г. Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана, Россия, 3-6 июля 2023.
4. XXX Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов 2023”, г. Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 10-21 апреля 2023.
5. XXIX Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов 2022”, г. Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 11-22 апреля 2022.
6. XXXIII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления: физика и применения» им. А.П. Сухорукова («Волны-2022»), Краснови́дово (Московская область), Россия, 5-10 июня 2022.

Личный вклад. Задачи исследования были сформулированы совместно с научным руководителем работы. Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично, либо при его определяющем участии.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 3 печатных изданиях, опубликованных в научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и 8 приложений. Полный объем диссертации **122** страницы текста с **17** рисунками и **2** таблицами. Список литературы содержит **97** наименований.

Содержание работы

Первая глава представляет собой обзор литературы по теме исследования, в котором обсуждаются работы по влиянию фундаментальных шумов на чувствительность оптомеханических детекторов, исследованию методов измерения с подавлением обратного флуктуационного влияния (ОФВ) и изучению особенностей астigmatических оптических резонаторов. Рассмотрены эффекты влияния квантового и теплового шума, перечислены уже известные методы узкополосного подавления ОФВ и преодоления стандартного квантового предела (СКП) и перспективные материалы для снижения теплового шума. Рассмотрены известные методы квантово-невозмущающих измерений, при этом отдельно проанализирована литература по методам измерения, основанным на наличии в измерительной системе подсистем, свободных от квантовой механики. Обсуждаются известные

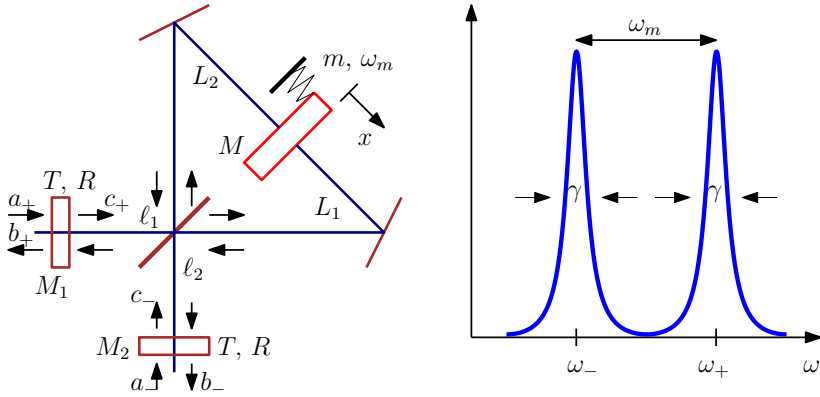


Рисунок 1 — Интерферометр Майкельсона-Саньяка с идеально отражающим зеркалом M . Зеркало играет роль пробной массы m механического осциллятора с частотой ω_m . Собственные моды интерферометра с частотами ω_- , ω_+ связаны с механическим осциллятором. Показатель затухания γ одинаковый для обеих мод, $\gamma \ll \omega_m$. Накачка оптических мод производится в резонансе.

эффекты расщепления Эрмит-Гауссовых мод, связанные с наличием продольной компоненты поля и различием фаз Гюи в астигматических резонаторах Фабри-Перо.

Вторая глава, написанная по результатам статьи [A1], посвящена исследованию принципа широкополосного вариационного измерения с накачкой на двух оптических модах. Он позволяет исключить ОФВ в широкой полосе частот и основан на взаимодействии двух резонансных оптических мод с собственными частотами $\omega_{\pm}$ с механическим осциллятором, частота которого равна разности оптических частот $\omega_m = \omega_+ - \omega_-$. Примером физической системы, в которой можно реализовать такое измерение, является интерферометр Майкельсона-Саньяка с идеально отражающим зеркалом, изображенный на рис. 1. Зеркало M является пробной массой, на которую действует резонансная сила, а входные зеркала M_1 и M_2 задают частоты оптических мод.

Анализ чувствительности данной схемы был проведен с помощью обобщенного гамильтониана системы, который можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_{\text{int}} + H_T + H_{\gamma} + H_{T,m} + H_{\gamma_m}, \\
 H_0 &= \hbar\omega_+ c_+^{\dagger} c_+ + \hbar\omega_- c_-^{\dagger} c_- + \hbar\omega_m d^{\dagger} d, \\
 H_{\text{int}} &= \frac{\hbar}{i} \left(\eta c_+^{\dagger} c_- d - \eta^* c_+ c_-^{\dagger} d^{\dagger} \right).
 \end{aligned}$$

d и $c_{\pm}$ — это операторы уничтожения моды механического осциллятора и оптических мод, H_{int} — это гамильтониан межмодового взаимодействия, η — это постоянная оптомеханической связи. Гамильтонианы H_T и H_{γ} описывают внешнюю среду и связь оптических мод с ней посредством показателя затухания γ . Аналогично, гамильтонианы $H_{T,m}$ и H_{γ_m} описывают внешнюю среду и связь моды механического осциллятора с ней посредством показателя затухания γ_m .

Из гамильтониана системы были получены уравнения движения операторов механической и оптических мод, которые решались методом последовательного приближения. Показано, что пондеромоторная нелинейность ограничивает средние амплитуды оптических мод, а резонансная пондеромоторная сила возбуждает колебания гармонического осциллятора. Предложено использование двух дополнительных мод, поляризованных ортогонально основным, для работы в устойчивом режиме и подавления классических колебаний.

Анализ квантовой чувствительности был проведен в следующем приближении, в котором учитывались квантовые флуктуации накачки оптических мод и тепловой шум механического осциллятора. Было показано, что ОФВ, действующее на амплитудную квадратуру гармонического осциллятора d_a , равно сумме амплитудных квадратур оптических полей $c_{+a} + c_{-a}$. При этом эта сумма не несет информации о гармоническом осцилляторе. Эта особенность позволяет исключить ОФВ при детектировании сигнала.

Независимое измерение двух оптических выходных сигналов b_+ и b_- в схеме на рис. 1 позволяет отдельно измерить сигнал, пропорциональный ОФВ, $b_+ + b_-$ и вычесть его из сигнала, несущего информацию о движении осциллятора $b_+ - b_-$, таким образом измеряя комбинацию, которая полностью свободна от ОФВ. Спектральная плотность мощности шума в данном случае равна

$$S_f(\Omega) = 2\gamma_m(2n_T + 1) + \frac{(\gamma_m^2 + \Omega^2)}{|\mathcal{K}|},$$

где первое слагаемое описывает тепловой шум, а второе — дробовой шум фотонов. $\mathcal{K} \equiv \frac{4\gamma\eta^2 C^2}{\gamma^2 + \Omega^2}$ — это безразмерная мощность накачки, C — амплитуда поля внутри резонатора, нормированная на запасенную в нем энергию. Дробовой шум падает с ростом мощности накачки. Благодаря тому, что исключение ОФВ происходит в широкой полосе частот, можно добиться того, чтобы ширина полосы измерения была больше, чем ширина полосы механической моды. Это позволит подавить тепловой шум, который ограничивает чувствительность узкополосного измерения.

СКП и мощность, которая требуется, чтобы его достичь равны

$$S_{SQL,f}(\Omega) = 2\sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}, \quad \mathcal{K}_{SQL} = \sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}.$$

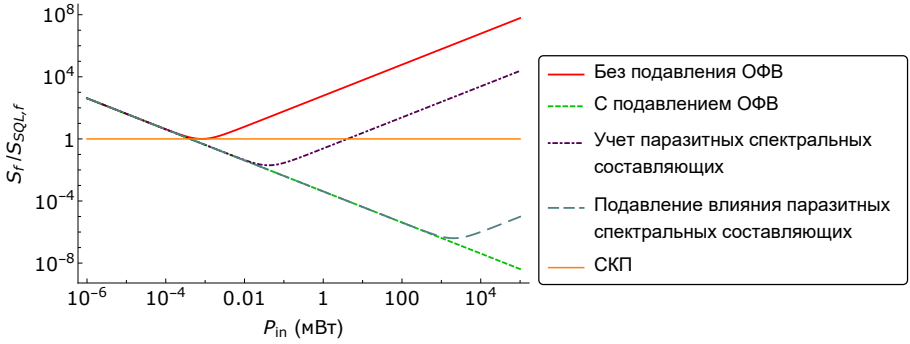


Рисунок 2 — Зависимость спектральной плотности мощности квантового шума S_f от падающей мощности P_{in} . Измерение $b_+ - b_-$ (красная линия) не позволяет преодолеть СКП (горизонтальная линия). Измерение оптимальной комбинации (зеленый пунктир) позволяет исключить ОФВ и преодолеть СКП. При учете паразитных спектральных составляющих все еще можно преодолеть СКП (фиолетовый штрих-пунктир), но соответствующая спектральная плотность мощности растет при повышении мощности. Подавление вклада паразитных гармоник (синяя линия) повышает чувствительность, но не дает полностью исключить ОФВ. Графики построены при $\Omega/2\pi = 100$ Гц и параметрах из табл. 1 кроме $\gamma_m = 0$.

Таблица 1 — Предложенные оптомеханические параметры

	Параметр	Величина	Ед. изм.
Частота осциллятора	$\omega_m/2\pi$	2.5	МГц
Показатель затухания осциллятора	$\gamma_m/2\pi$	100	Гц
Масса осциллятора	m	10	нг
Длина резонатора	L	40	см
Частота резонатора	$\omega_0/2\pi$	300	ТГц
Показатель затухания резонатора	$\gamma/2\pi$	0.1	МГц

Так же было учтено влияние паразитных спектральных составляющих на частотах $\omega_+ - 2\omega_m$ и $\omega_- + 2\omega_m$. Они малы из-за их нерезонансного характера, но приводят к ограничению чувствительности. Используя узкополосные оптические фильтры и измеряя их независимо от основного сигнала можно добиться повышения чувствительности, но она все равно будет ограничена. Результирующие графики спектральной плотности мощности представлены на рис. 2.

Третья глава, написанная по результатам статьи [A2], посвящена исследованию принципа оптомеханического широкополосного многомерного вариационного измерения. Он позволяет исключить ОФВ в широкой полосе частот и основан на взаимодействии трех резонансных оптических мод с собственными частотами $\omega_{0,\pm}$ с механическим осциллятором, частота которого равна разности оптических частот $\omega_m = \omega_+ - \omega_0 = \omega_0 - \omega_-$. Накачка в данной схеме производится только на частоте средней оптической моды ω_0 . Анализ чувствительности данной схемы был проведен с помощью обобщенного гамильтониана системы, который можно записать в виде

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{\text{int}} + H_s + H_T + H_\gamma + H_{T,m} + H_{\gamma_m}, \\ H_0 &= \hbar\omega_+ \hat{c}_+^\dagger \hat{c}_+ + \hbar\omega_0 \hat{c}_0^\dagger \hat{c}_0 + \hbar\omega_- \hat{c}_-^\dagger \hat{c}_- + \hbar\omega_m \hat{d}^\dagger \hat{d}, \\ H_{\text{int}} &= \frac{\hbar}{i} \left(\eta \left[\hat{c}_0^\dagger \hat{c}_- + \hat{c}_+^\dagger \hat{c}_0 \right] \hat{d} - \eta^* \left[\hat{c}_0 \hat{c}_-^\dagger + \hat{c}_+ \hat{c}_0^\dagger \right] \hat{d}^\dagger \right), \\ H_s &= -F_s x_0 \left(\hat{d} + \hat{d}^\dagger \right). \end{aligned}$$

Здесь $\hat{d}$ — это оператор уничтожения механического осциллятора, $\hat{c}_{0,\pm}$ — это операторы уничтожения соответствующих оптических мод. Часть гамильтониана H_{int} описывает взаимодействие между механической и оптическими модами с постоянной взаимодействия η . H_s описывает воздействие классической сигнальной силы F_s на механический осциллятор. Гамильтонианы H_T и H_γ описывают внешнюю среду и связь оптических мод с ней посредством показателя затухания γ . Мы пренебрегаем внутренними потерями в оптических модах и принимаем во внимание только затухание, связанное со связью. Аналогично, гамильтонианы $H_{T,m}$ и H_{γ_m} описывают внешнюю среду и связь моды механического осциллятора с ней посредством показателя затухания γ_m .

Из гамильтониана системы были получены уравнения движения операторов механической и оптических мод, которые решались методом последовательного приближения. Показано, что данная схема обладает устойчивым решением с нулевой средней амплитудой механического осциллятора.

Анализ квантовой чувствительности был проведен в следующем приближении, в котором учитывались квантовые флуктуации накачки оптических мод и тепловой шум механического осциллятора. Было показано, что уравнение движения средней оптической моды отделяется от уравнений движения боковых оптических мод и механического осциллятора, и что ОФВ, действующее на амплитудную квадратуру гармонического осциллятора d_a , равно сумме амплитудных квадратур оптических полей $c_{+a} + c_{-a}$. При этом эта сумма не несет информации о гармоническом осцилляторе. Эта особенность позволяет исключить ОФВ при детектировании сигнала.

Независимое измерение двух оптических выходных сигналов b_+ и b_- позволяет отдельно измерить сигнал, пропорциональный ОФВ, $b_+ + b_-$ и вычесть его из сигнала, несущего информацию о движении осциллятора $b_+ - b_-$, таким образом измеряя комбинацию, которая полностью свободна от ОФВ. Спектральная плотность мощности шума в данном случае равна

$$S_f(\Omega) = 2\gamma_m(2n_T + 1) + \frac{(\gamma_m^2 + \Omega^2)}{|\mathcal{K}|},$$

где первое слагаемое описывает тепловой шум, а второе — дробовой шум фотонов. $\mathcal{K} \equiv \frac{4\gamma \eta^2 C_0^2}{\gamma^2 + \Omega^2}$ — это безразмерная мощность накачки, C_0 — амплитуда поля средней моды внутри резонатора, нормированная на запасенную в нем энергию. Дробовой шум падает с ростом мощности накачки. Благодаря тому, что исключение ОФВ происходит в широкой полосе частот, можно добиться того, чтобы ширина полосы измерения была больше, чем ширина полосы механической моды. Это позволит подавить тепловой шум, который ограничивает чувствительность узкополосного измерения.

СКП и мощность, которая требуется, чтобы его достичь равны

$$S_{SQL,f}(\Omega) = 2\sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}, \quad \mathcal{K}_{SQL} = \sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}.$$

Так же было учтено влияние расстройки оптических мод на предельную чувствительность измерения. После введения параметров расстройки обеих боковых мод $\delta_{\pm}$,

$$\omega_0 - \omega_- = \omega_m - \delta_-, \quad \omega_+ - \omega_0 = \omega_m + \delta_+,$$

$$\Delta = \frac{\delta_+ + \delta_-}{2}, \quad \delta = \delta = \frac{\delta_+ - \delta_-}{2},$$

которые считались малыми по сравнению с оптической шириной полосы $\delta_{\pm} \ll \gamma$, были рассмотрены случаи работы при различных мощностях накачки. Было показано, что при низкой мощности накачки $\mathcal{K} \ll \mathcal{K}_{SQL} \frac{|\delta|}{|\Delta|}$ определяющий вклад в чувствительность вносит дробовой шум и работа в этом режиме оптимальна при условии $|\Delta| \ll |\delta|$. При промежуточной мощности накачки $\mathcal{K}_{SQL} \frac{|\delta|}{|\Delta|} \ll \mathcal{K} \ll \mathcal{K}_{SQL} \frac{\sqrt{\gamma_m^2 + \Omega^2}}{|\Delta|}$ дробовой шум и ОФВ вносят одинаковый вклад и работа в этом режиме оптимальна при условии $|\delta| \ll |\Delta|$. При высокой мощности накачки $\mathcal{K}_{SQL} \frac{\sqrt{\gamma_m^2 + \Omega^2}}{|\Delta|} \ll \mathcal{K}$ основной вклад в чувствительность вносит ОФВ, из-за которого работа в данном режиме не является рациональной.

Были изучены физические особенности системы, благодаря которым возможно широкополосное исключение ОФВ. Было показано, что в данной системе реализуется когерентная оптомеханическая связь, при которой от амплитуды механического осциллятора d зависят только коэффициенты распределения амплитуд между базисными векторами оптической

подсистемы, а собственные частоты остаются постоянными в линейном приближении. Благодаря тому, что в состоянии равновесия собственные оптические моды равны парциальным c_0, c_+, c_- , их можно использовать для анализа.

Так же было показано, что в данной системе присутствуют подсистемы, свободные от квантовой механики. Была рассмотрена закрытая система, в которой существуют два набора переменных: $\{d_a, \frac{c_{+a}+c_{-a}}{\sqrt{2}}, \frac{c_{-a}-c_{+a}}{\sqrt{2}}\}$ и $\{d_\varphi, \frac{c_{+\varphi}+c_{-\varphi}}{\sqrt{2}}, \frac{c_{-\varphi}-c_{+\varphi}}{\sqrt{2}}\}$. Переменные из первого набора коммутируют сами с собой и друг с другом в разные моменты времени, поэтому их можно измерять точно, а возмущаться будут квантово-сопряженные им переменные из второго набора. Наличие в измерительной системе подсистем, свободных от квантовой механики, и возможность независимого измерения выходных сигналов b_+ и b_- позволяют исключить ОФВ в широкой полосе частот.

Была предложена одна из возможных физических реализаций схемы для оптомеханического широкополосного многомерного вариационного измерения, которая показана на рис. 3. Короткий оптический резонатор длины L_0 находится в середине длинного оптического резонатора длины $2L + L_0$. Короткий оптический резонатор считается пробной массой механического осциллятора и движется целиком. Чтобы снизить массу m и повысить собственную частоту осциллятора ω_m в качестве пробной массы можно использовать тонкую мембрану с двумя отражающими покрытиями с коэффициентом пропускания t и коэффициентом отражения r . Для ее работы необходимо подобрать длины L_0 и L так, чтобы средняя оптическая мода с частотой ω_0 была в резонансе со всеми резонаторами. Тонкую мембрану должна находиться в середине резонатора. Ее длина L_0 должна быть много меньше длины всего резонатора $L_0 \ll L$. Для сохранения структуры мод коэффициент пропускания конечных зеркал должен быть меньше коэффициента пропускания мембраны $t_{in} \ll t$.

В **четвертой главе**, написанной по результатам статьи [A3], рассмотрена техника подсчета фотонов с помощью электрооптического преобразователя, основанного на принципе электрооптического широкополосного многомерного вариационного измерения. Он позволяет исключить ОФВ в широкой полосе частот и основан на взаимодействии трех резонансных оптических мод с собственными частотами $\omega, \omega_p, \omega_m$ с полем внутри электрооптического кристалла, собственная частота которого равна разности оптических частот $\omega_d = \omega_p - \omega = \omega - \omega_m$. Накачка в данной схеме производится только на частоте средней оптической моды ω . Примером физической системы, в которой можно реализовать такое измерение, является оптический резонатор, в котором могут существовать только три оптические моды, в который помещен электрооптический кристалл. Схема этой системы изображена на рис. 4. Для проведения измерения высокочастотного сигнала, поступающего на электрооптический кристалл, независимо

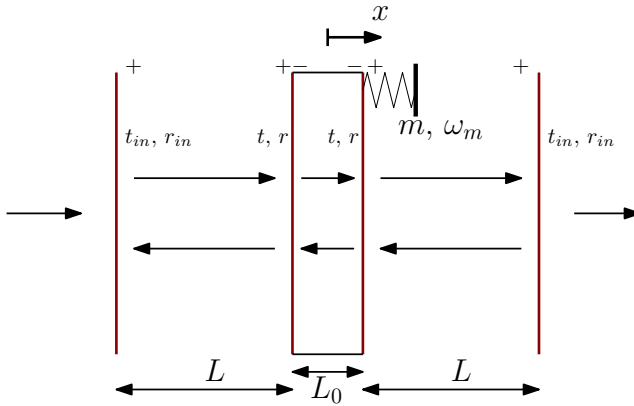


Рисунок 3 — Физическая реализация трехмодовой системы для широкополосного вариационного измерения.

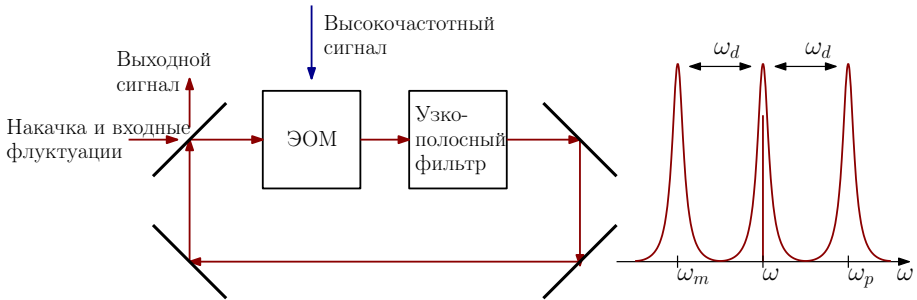


Рисунок 4 — Физическая модель квантового электрооптического преобразователя, основанного на фазовой модуляции. Электрооптический кристалл помещен внутрь оптического резонатора, в котором могут существовать только три оптические моды. Оптический фильтр с низкими потерями, помещенный в оптический резонатор, позволяет достичь такой структуры мод.

детектируются и анализируются модуляционные гармоники, выходящие из резонатора.

Анализ чувствительности данной схемы был проведен с помощью уравнений Ланжевена, записанных в виде

$$\begin{aligned}\dot{c} + \gamma c &= -i\eta^*(c_m d + c_p d^\dagger) + \sqrt{2\gamma}a, \\ \dot{c}_m + \gamma c_m &= -i\eta d^\dagger c + \sqrt{2\gamma}a_m, \\ \dot{c}_p + \gamma c_p &= -i\eta d c + \sqrt{2\gamma}a_p, \\ \dot{d} + \gamma_M d &= -i\eta c_m^\dagger c - i\eta^* c_p c^\dagger + \sqrt{2\gamma_M}q + i f_s,\end{aligned}$$

где c, c_p, c_m — это операторы уничтожения соответствующих оптических мод, d — это оператор уничтожения моды электрооптического кристалла, η — это постоянная электрооптической связи, γ и γ_M — это показатели затухания оптических и высокочастотной моды соответственно (все три оптические моды имеют одинаковый γ), a, a_p, a_m — это входные амплитуды оптических мод, q — это входные флуктуации высокочастотной моды. Амплитуду внешнего сигнала можно представить в виде

$$f_s = e^{-i\phi_s} \sqrt{\frac{2P_d \gamma_M}{\hbar \omega_d}},$$

где P_d — это мощность высокочастотного сигнала, а ϕ_s — это его фаза. Важно отметить, что сигнал зависит от показателя затухания γ_M , который описывает связь со входным высокочастотным излучением.

Уравнения Ланжевена решались методом последовательного приближения. Показано, что данная схема обладает устойчивым решением с нулевой средней амплитудой поля в электрооптическом кристалле.

Анализ квантовой чувствительности был проведен в следующем приближении, в котором учитывались квантовые флуктуации накачки оптических мод и тепловой шум механического осциллятора. Было показано, что уравнение движения средней оптической моды отделяется от уравнений движения боковых оптических мод и высокочастотной моды, и что ОФВ, действующее на амплитудную квадратуру высокочастотной моды d_a , равно сумме амплитудных квадратур оптических полей $c_{+a} + c_{-a}$. При этом эта сумма не несет информации о высокочастотной моде. Эта особенность позволяет исключить ОФВ при детектировании сигнала.

Независимое измерение двух оптических выходных сигналов b_+ и b_- в схеме на рис. 4 позволяет отдельно измерить сигнал, пропорциональный ОФВ, $b_+ + b_-$ и вычесть его из сигнала, несущего информацию о высокочастотной моде $b_+ - b_-$, таким образом измеряя комбинацию, которая полностью свободна от ОФВ. Спектральная плотность мощности шума в данном случае равна

$$S_n(\Omega) = 2\gamma_M(2n_T + 1) + \frac{(\gamma_m^2 + \Omega^2)}{|\mathcal{K}|},$$

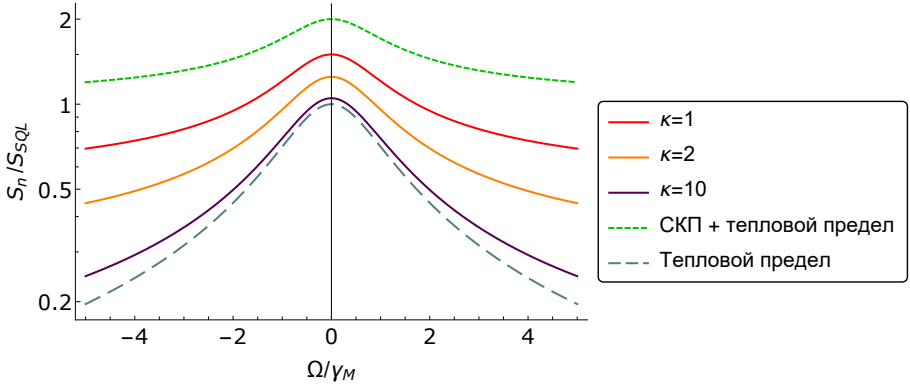


Рисунок 5 — Спектральная плотность мощности шумов S как функция частоты Ω при различных безразмерных мощностях накачки $\kappa = \mathcal{K}/\mathcal{K}_{SQL}$. Измерение оптимальной комбинации (красная, оранжевая и фиолетовая линии) позволяет вычистить ОФВ и преодолеть СКП (зеленый пунктир) при $\kappa > 0.5$, но чувствительность ограничена тепловым пределом (синий пунктир). Графики построены при $\gamma_M/2\pi = 1$ МГц и $n_T = 0$.

где первое слагаемое описывает тепловой шум, а второе — дробовой шум фотонов. $\mathcal{K} \equiv \frac{4\gamma \eta^2 C_0^2}{\gamma^2 + \Omega^2}$ — это безразмерная мощность накачки, C_0 — амплитуда поля средней моды внутри резонатора, нормированная на запасенную в нем энергию. Дробовой шум падает с ростом мощности накачки.

СКП и мощность, которая требуется, чтобы его достичь равны

$$S_{SQL}(\Omega) = 2\sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}, \quad \mathcal{K}_{SQL} = \sqrt{\gamma^2 + \Omega^2}.$$

В отличие от оптомеханического широкополосного вариационного измерения в данном случае нельзя подавить тепловой шум, так как высокочастотный сигнал поступает в систему по тому же каналу, что и тепловой шум. Графики предельной чувствительности изображены на рис. 5. Однако можно рассматривать тепловой шум как часть полезного сигнала. Фотонный преобразователь не вносит существенный тепловой шум, если затухание определяется связью. В этом случае чувствительность не ограничена тепловыми шумами, и этот метод дает повышение чувствительности измерения, по сравнению с СКП. Графики соответствующих спектральных плотностей мощности показаны на рис. 6. Ширина полосы измерения равна $\Delta\Omega = 2\gamma_M\sqrt{4\kappa^2 - 1} \approx 4\kappa\gamma_M$ и растет с увеличением мощности накачки.

Было проведено сравнение чувствительности данной схемы, в которой присутствуют и стоксова и антистоксова оптические моды, со схемой, в которой есть только антистоксова мода. Показано, что в отличие от преобразователя с одной антистоксовой модой, в которой один фотон высокочастотного сигнала генерирует один фотон выходного оптического

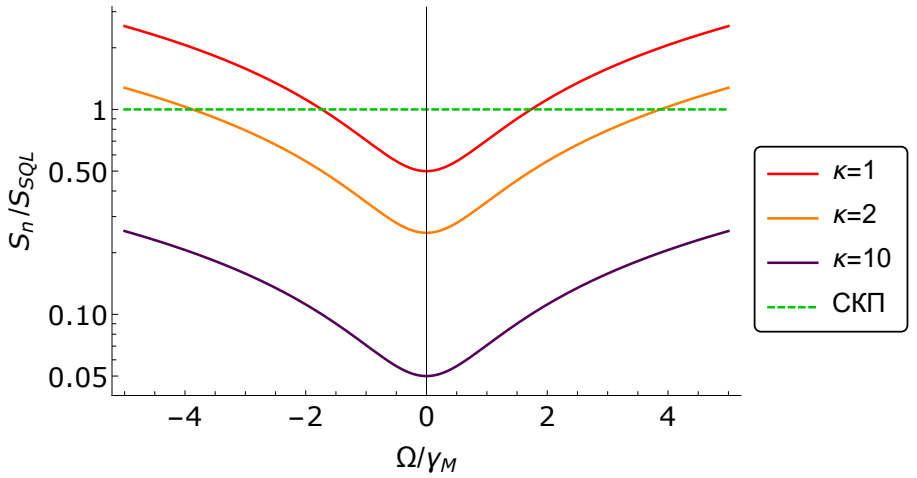


Рисунок 6 — Спектральная плотность мощности шумов S как функция частоты Ω при различных безразмерных мощностях накачки $\kappa = \mathcal{K}/\mathcal{K}_{SQL}$ в случае, когда тепловой шум считается частью сигнала. Мы сравниваем спектральные плотности мощности с СКП (зеленый пунктир), чтобы показать, что измерение оптимальной комбинации (красная, оранжевая и фиолетовая линии) позволяет преодолеть СКП в широкой полосе частот.

Графики построены при $\gamma_M = 0$.

сигнала, в данной схеме один высокочастотный фотон генерирует $\mathcal{K}/4\gamma$ оптических фотонов, что объясняет высокую чувствительность схемы.

Так же было учтено влияние внутренних оптических потерь в резонаторе и потерь в электрооптическом кристалле на предельную чувствительность измерения. Показано, что в первом порядке малости чувствительность измерения ограничивают только оптические, а не электрические потери в электрооптическом кристалле.

В пятой главе приведен расчет расщепления поляризованных мод высших порядков в астигматических резонаторах Фабри-Перо. Он основан на теореме об адиабатическом инварианте, расчете тензора напряжений Максвелла и вычислении работы по виртуальной деформации сферических зеркал резонатора в зеркала в форме эллиптического параболоида.

Для решения этой задачи сначала были рассчитаны поправки высокого порядка к решению в виде мод Эрмита-Гаусса по величине $1/(kw_0)$, которая пропорциональна углу расходимости пучка. Здесь k — это волновой вектор моды резонатора, w_0 — это размер перетяжки. С их помощью была рассчитана поправка к энергии внутри резонатора, из которой получается ограничение на номер моды, при котором можно пользоваться данным методом

$$(m + n + 1) \ll (kw_0)^2.$$

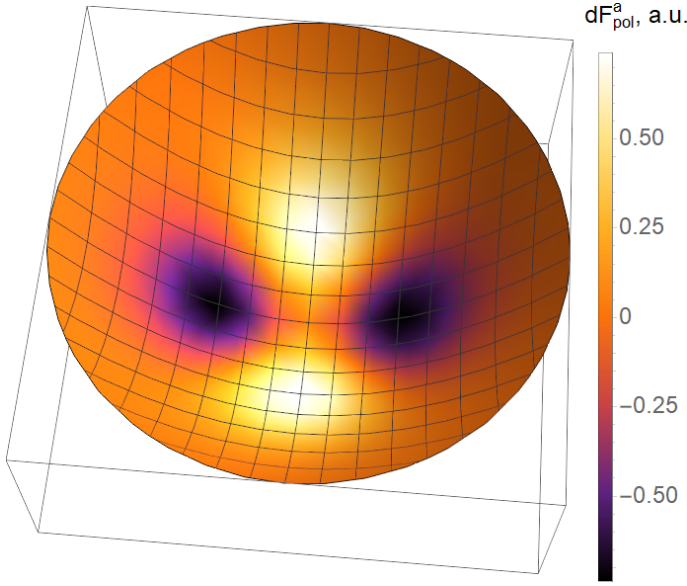


Рисунок 7 — Асимметрия силы давления света $dF_{pol}^a(\mathbf{r})$ поляризованной фундаментальной моды $\psi_{00}(\mathbf{r})$ в перпендикулярных направлениях на поверхности сферического зеркала.

В оптическом диапазоне это условие выполняется.

С помощью поправок высокого порядка были рассчитаны компоненты тензора напряжений Максвелла и сила давления света, поляризованного вдоль поперечной оси x . Показано, что она состоит из двух слагаемых: симметричная часть $dF_{pol}^s(\mathbf{r})$, которая не меняет знак при смене поляризации на ортогональную, и асимметричная часть $dF_{pol}^a(\mathbf{r})$, которая меняет знак при смене поляризации на ортогональную. Асимметрия силы давления света продемонстрирована на рис. 7.

Рассчитав работу по виртуальной деформации сферических зеркал резонатора в зеркала в форме эллиптического параболоида, было рассчитано расщепление между двумя смежными модами резонатора Фабри-Перо с одним эллиптическим зеркалом

$$\delta\omega_{scal}^{mn} = \frac{c}{L} \left(\arctan \sqrt{\frac{(R_2 - L)(R_x - L)}{L(R_2 + R_x - L)}} - \arctan \sqrt{\frac{(R_2 - L)(R_y - L)}{L(R_2 + R_y - L)}} \right),$$

которое является следствием симметричной части силы давления света, и расщепление ортогонально поляризованных мод

$$\delta\omega_{pol}^{xy} = -\frac{c}{2kL} \frac{R_y - R_x}{R_x R_y},$$

которое является следствием асимметричной части силы давления света. Здесь R_2 — это радиус кривизны сферического зеркала, $R_{x,y}$ — это радиусы кривизны эллиптического зеркала, L — это длина резонатора.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Предложен и проанализирован оригинальный принцип широкополосного вариационного измерения с накачкой на двух оптических модах, позволяющий полностью исключить обратное флуктуационное влияние и преодолеть СКП. Показано, что эта схема является неустойчивой и предложен механизм стабилизации с помощью ортогонально поляризованной накачки. Рассчитано влияние шума на паразитных частотах на чувствительность этого измерения и разработан способ частичного подавления этого шума.
2. Предложен оригинальный принцип многомерного широкополосного вариационного измерения резонансной силы, основанного на трехмодовом оптомеханическом датчике с накачкой на средней оптической моде. Продемонстрирована устойчивость данной системы. Показано, что независимое измерение светового поля в двух выходах позволяет полностью исключить обратное флуктуационное влияние в широкой полосе частот и преодолеть СКП. Продемонстрировано наличие в данной оптомеханической схеме подсистем, “свободных от квантовой механики”, обсуждающихся в научной литературе.
3. Предложен принцип широкополосного вариационного измерения высокочастотного сигнала, основанного на трехмодовом *электрооптическом* преобразователе для измерения радиоизлучения, с накачкой на средней оптической моде. Показано, что независимое измерение светового поля в двух выходах позволяет исключить обратное флуктуационное влияние в широкой полосе частот. Продемонстрирована возможность измерения теплового шума с точностью выше СКП. Обнаружено, что в первом порядке малости чувствительность измерения ограничивают только оптические, а не электрические потери в электрооптическом кристалле.
4. Предложен оригинальный метод вычисления расщепления ортогонально поляризованных мод высших порядков в резонаторе Фабри-Перо с зеркалами в форме эллиптических параболоидов, основанный на адиабатическом инварианте и расчете тензора Максвелла. Этот метод дает два известных результата: моды с одинаковым индексом отличаются по частоте из-за различий в фазе Гюи. Моды с одинаковым номером, но ортогонально поляризованные, имеют разную частоту из-за различий в волновом фронте.

Публикации автора по теме диссертации

Публикации, в которых отражены основные результаты диссертации в изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационных советах МГУ по специальности 1.3.2. Приборы и методы экспериментальной физики

- A1. S. P. Vyatchanin, A. I. Nazmiev, A. B. Matsko. Broadband dichromatic variational measurement // Physical Review A. — 2021. — Vol. 104. — P. 023519. — Импакт-фактор 2.9 (JIF). Авт. вклад 0.6 п.л. из 1.6 п.л. — DOI: 10.1103/PhysRevA.104.023519.
- A2. S. P. Vyatchanin, A. I. Nazmiev, A. B. Matsko. Broadband coherent multidimensional variational measurement // Physical Review A. — 2022. — Vol. 106. — P. 053711. — Импакт-фактор 2.9 (JIF). Авт. вклад 0.8 п.л. из 2.0 п.л. — DOI: 10.1103/PhysRevA.106.053711.
- A3. A. I. Nazmiev, A. B. Matsko, S. P. Vyatchanin. Back action evading electro-optical transducer // Journal of The Optical Society of America B. — 2022. — Vol. 39. — P. 1103–1110. — Импакт-фактор 1.8 (JIF). Авт. вклад 0.3 п.л. из 0.9 п.л. — DOI: 10.1364/JOSAB.449388.

Список литературы

- 1. B. P. Abbott et al. Prospects for Localization of Gravitational Wave Transients by the Advanced LIGO and Advanced Virgo Observatories // Living Reviews in Relativity. — 2020. — Vol. 23. — P. 3.
- 2. J. Aasi et al. Advanced LIGO // Classical and Quantum Gravity. — 2015. — Vol. 32. — P. 074001.
- 3. F. Asernese et al. Advanced Virgo: a 2nd generation interferometric gravitational wave detector // Classical and Quantum Gravity. — 2015. — Vol. 32. — P. 024001.
- 4. K. L. Dooley et al. GEO 600 and the GEO-HF upgrade program: successes and challenges // Classical and Quantum Gravity. — 2016. — Vol. 33. — P. 075009.
- 5. Y. Aso et al. Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector // Physical Review D. — 2013. — Vol. 88, issue 4. — P. 043007.
- 6. M. Wu et al. Dissipative and Dispersive Optomechanics in a Nanocavity Torque Sensor // Physical Review X. — 2014. — Vol. 4, issue 2. — P. 021052.
- 7. P. H. Kim et al. Approaching the standard quantum limit of mechanical torque sensing // Nature Communications. — 2016. — Vol. 7. — P. 13165.

8. J. Ahn et al. Ultrasensitive torque detection with an optically levitated nanorotor // *Nature Nanotechnology*. — 2020. — Vol. 15. — P. 89—93.
9. S. Forstner et al. Cavity Optomechanical Magnetometer // *Physical Review Letters*. — 2012. — Vol. 108, issue 12. — P. 120801.
10. B.-B. Li et al. Quantum enhanced optomechanical magnetometry // *Optica*. — 2018. — Vol. 5. — P. 850.
11. X. Li et al. Coherent coupling completing an unambiguous optomechanical classification framework // *Physical Review A*. — 2019. — Vol. 100, issue 5. — P. 053855.
12. A. Militararu et al. Ponderomotive Squeezing of Light by a Levitated Nanoparticle in Free Space // *Physical Review Letters*. — 2022. — Vol. 129, issue 5. — P. 053602.
13. J. Cripe et al. Quantum Backaction Cancellation in the Audio Band // *Physical Review X*. — 2020. — Vol. 10, no. 3. — P. 031065.
14. C. Wipf et al. Route to ponderomotive entanglement of light via optically trapped mirrors // *New Journal of Physics*. — 2008. — Vol. 10, no. 9. — P. 095017.
15. S. Dwyer et al. Gravitational wave detector with cosmological reach // *Physical Review D*. — 2015. — Vol. 91. — P. 082001.
16. B. P. Abbott et al. Exploring the Sensitivity of Next Generation Gravitational Wave Detectors. — 2016.
17. M. E. Zucker, S. E. Whitcomb. Measurement of Optical Path Fluctuations due to Residual Gas in the LIGO 40 Meter Interferometer // *Proceedings of the Seventh Marcel Grossman Meeting on recent developments in theoretical and experimental general relativity, gravitation, and relativistic field theories* / ed. by R. T. Jantzen, G. Mac Keiser, R. Ruffini. — 1996. — P. 1434.
18. T. Hong et al. Brownian thermal noise in multilayer coated mirrors // *Physical Review D*. — 2013. — Vol. 87. — P. 082001.
19. L. Buchmann et al. Complex Squeezing and Force Measurement Beyond the Standard Quantum Limit // *Physical Review Letters*. — 2016. — Vol. 117. — P. 030801.
20. D. Mason et al. Continuous force and displacement measurement below the standard quantum limit // *Nature Physics*. — 2019. — Vol. 15, no. 8. — P. 745—749.
21. T. Cullen et al. Surpassing the Standard Quantum Limit Using an Optical Spring // *Physical Review Letters*. — 2024. — Vol. 133, issue 11. — P. 113602.

22. H. Yu et al. Quantum correlations between light and the kilogram-mass mirrors of LIGO // *Nature*. — 2020. — Vol. 583, no. 7814. — P. 43—47.
23. V. B. Braginsky. Classical and quantum limits on the detection of weak disturbances of a macroscopic oscillator // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 1968. — Vol. 26. — P. 831—834.
24. S. Vyatchanin, A. Matsko. On sensitivity limitations of a dichromatic optical detection of a classical mechanical force // *Journal of Optical Society of America B*. — 2018. — Vol. 35. — P. 1970—1978.
25. M. Tsang, C. Caves. Coherent Quantum-Noise Cancellation for Optomechanical Sensors // *Physical Review Letters*. — 2010. — Vol. 105. — P. 123601.
26. J. A. Armstrong et al. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric // *Physical Review*. — 1962. — Vol. 127, issue 6. — P. 1918—1939.
27. A. B. Matsko, D. V. Strekalov, N. Yu. Sensitivity of terahertz photonic receivers // *Physical Review A*. — 2008. — Vol. 77. — P. 043812.
28. G. Santamaría-Botello et al. Sensitivity and noise in THz electro-optic upconversion radiometers // *Scientific Reports*. — 2020. — Vol. 10, no. 1. — P. 9403.
29. R. D. Martin et al. Video rate passive millimeter-wave imager utilizing optical upconversion with improved size, weight, and power // *Passive and Active Millimeter-Wave Imaging XVIII*. Vol. 9462 / ed. by D. A. Wikner, A. R. Luukanen. — International Society for Optics, Photonics. SPIE, 2015. — P. 946209.
30. D. Strekalov et al. W-Band Photonic Receiver for Compact Cloud Radars // *Sensors*. — 2022. — Vol. 22, no. 3.
31. R. Ahmed et al. 94GHZ RF-Photonics Receiver for Compact Spaceborne Radars // *IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. — 2022. — P. 7115—7118.
32. D. V. Strekalov et al. Microwave whispering-gallery resonator for efficient optical up-conversion // *Physical Review A*. — 2009. — Vol. 80, issue 3. — P. 033810.
33. G. Schunk et al. Interfacing transitions of different alkali atoms and telecom bands using one narrowband photon pair source // *Optica*. — 2015. — Vol. 2, no. 9. — P. 773—778.
34. A. Rueda et al. Efficient microwave to optical photon conversion: an electro-optical realization // *Optica*. — 2016. — Vol. 3, no. 6. — P. 597—604.

Назмиев Альберт Ирекович

Оптомеханическое и электрооптическое детектирование резонансных сигналов
с исключением обратного флуктуационного влияния в широкой полосе частот

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____

