

**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Чистякова Ивана Александровича
на тему: «Методы приближённого решения задач управления
нелинейными системами за счёт их кусочной линеаризации»
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и
математическая физика**

Рецензируемая работа посвящена исследованию задачи целевого управления для нелинейной управляемой системы на конечном промежутке времени. Целью исследования является разработка методов построения множества разрешимости, состоящего из всех состояний системы, из которых возможен переход на целевое множество, а также нахождение позиционного управления, обеспечивающего данный переход.

Актуальность темы диссертации

Наличие геометрических ограничений на управление и нелинейность системы создают дополнительные трудности в решении рассматриваемой задачи. В диссертации рассматриваются приближенные методы решения, позволяющие получить аппроксимацию множеств разрешимости и строить позиционные управления, обеспечивающие попадание на целевое множество с некоторой погрешностью. В основе методов лежит развиваемый в научной школе академика А.Б. Куржанского подход, связанный с нахождением оценок множества разрешимости исходной задачи в виде множества уровня для функции цены вспомогательной экстремальной задачи и применением теорем сравнения для соответствующего уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана. Множества разрешимости (представляющие собой попятные множества достижимости) играют важную роль не только при решении задач синтеза управлений, но и в задачах верификации, подавления возмущений, робастного управления. Таким образом, выбранное в диссертации

направление исследований является актуальным и имеет теоретическую и практическую значимость.

Общая характеристика диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и библиографии. Общий объём диссертации — 106 страниц, библиография включает 131 наименование.

Введение содержит обзор имеющихся результатов по теме диссертации, позволяющих получить представление о текущем состоянии исследуемой области. Здесь сформулированы цель и предмет диссертационной работы, аргументированы научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, приведены выносимые на защиту научные положения.

Первая глава диссертации посвящена поиску приближенного решения задачи целевого управления для класса систем, в которых нелинейные члены могут зависеть только от одной фиксированной компоненты фазового вектора. Такая структура системы позволяет разбить пространство состояний на совокупность гиперполос и достаточно просто вычислить ее кусочно-аффинную аппроксимацию. В диссертационной работе строится приближенное решение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана для вспомогательной задачи оптимального управления, которое ищется в классе непрерывных кусочно-кубических функций, и вычисляется его производная вдоль траекторий кусочно-аффинной системы. Множество уровня данного решения служит внутренней оценкой множества разрешимости.

Вторая глава диссертации посвящена обобщению метода на случай наличия нелинейных членов, зависящих сразу от нескольких переменных. Разбиение пространства состояний здесь осуществляется не на полосы, а на симплексы. Оценка функции цены ищется в виде кусочно-квадратичной функции, коэффициенты которой удовлетворяют матричным дифференциальным уравнениям, что обеспечивает ее непрерывность. Изучена возможность

введения в эти уравнения регуляризующих слагаемых с целью обеспечения продолжимости решений на весь рассматриваемый промежуток времени.

В третьей главе рассматривается приближенное решение поставленной в предыдущей главе задачи целевого управления для автономной системы с помощью построения кусочно-квадратичных аппроксимаций функции цены. Аппроксимации могут иметь разрывы на границах симплексов разбиения, что позволяет получить более точные оценки матриц, фигурирующих в матричных дифференциальных уравнениях для параметров функции и способствует уменьшению погрешности попадания в целевое множество. В результате получена итоговая внутренняя оценка множества разрешимости и предложен алгоритм поиска разрывных управлений.

Четвертая глава диссертации содержит анализ полученных результатов. Здесь также рассмотрен алгоритм обучения с подкреплением применительно к задаче выбора позиционного управления. На ряде модельных примеров сравниваются результаты работы алгоритмов из предыдущих глав.

Научная новизна работы.

Предложены и обоснованы новые алгоритмы построения внутренних аппроксимаций множеств разрешимости для нелинейных управляемых систем, аффинных по управлению, на основе вычисления кусочно-квадратичных и кусочно-кубических оценок функции цены вспомогательной экстремальной задачи. Представлены способы определения позиционных управлений, позволяющих перевести систему в окрестность целевого множества с гарантированной априорной оценкой погрешности.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость состоит в решении ряда задач по построению и исследованию множеств разрешимости для нелинейных управляемых систем. Практическая значимость заключается в возможности применения

результатов для разработки численных алгоритмов решения задач целевого управления.

Достоверность и обоснованность полученных результатов достигается строгостью и корректностью их доказательств, корректностью использования методов теории дифференциальных уравнений, математической теории управления, нелинейного и выпуклого анализа. Результаты опубликованы в рецензируемых научных изданиях, прошли необходимую апробацию на российских и международных конференциях. Выносимые на защиту положения отражают полученные автором основные научные результаты и соответствуют выводам диссертационной работы.

Замечания

- 1) Система (1.1) рассматривается на компактном множестве Ω . В работе предполагается, что все траектории системы должны лежать в этом множестве, то есть Ω является сильно инвариантным относительно системы. Это условие выглядит излишним для рассматриваемой задачи. Достаточно предполагать, чтобы траектории системы, выпущенные в обратном времени из точек целевого множества, принадлежали ограниченному множеству.
- 2) Класс управлений меняется от раздела к разделу диссертации. В 1.1 это многозначные позиционные управления, в 1.3 — программные управления, далее снова позиционные управления, многозначные и однозначные. Хотелось бы видеть в диссертации объяснение того, чем обусловлен такой выбор в том или ином случае.
- 3) Равенство, связывающее множество разрешимости \mathcal{W} и множество уровня функции цены V (стр. 28), верно только в том случае, если минимум по u в определении V достигается (например, для линейных по управлению систем).

- 4) Термин μ -окрестность множества разрешимости применительно к \mathcal{W}_μ не очень удачен, так как множество \mathcal{W}_μ , строго говоря, не является μ -окрестностью \mathcal{W} .
- 5) Не очень корректна запись « $\eta_1 \rightarrow 0$ при $\varepsilon(t)/\delta \rightarrow 0$ » (формула (1.42) на стр. 38), ведь η_1 зависит от t .
- 6) На стр. 63 в формуле (3.4) минимум вычисляется по векторам x из гиперплоскости \mathcal{H}_{ij} . По-видимому, здесь допущена опечатка, так как оценки проводятся на компактном множестве Ω .
- 7) Хотелось бы сравнить методы из 2 и 3 глав не только с точки зрения точности аппроксимации, но и по простоте их программной реализации.
- 8) Не очень понятно, как реализуется управление вида $u = -f_1 + f_2 - f_3 + f_4$ в задаче об управлении квадрокоптером. Как величина управляющего воздействия u распределяется между тягами винтов — ведь это можно сделать множеством способов?

Указанные замечания относятся к оформлению работы, не ставят под сомнение справедливость ее основных выводов и не умаляют значимости проведенного диссертационного исследования.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени

кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Чистяков Иван Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института математики и механики им. Н.Н. Красовского
Уральского отделения РАН

Гусев Михаил Иванович

03 апреля 2026 г.

Контактные данные:

Тел.: +7 (343) 375-34-42, e-mail: gmi@imm.uran.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.02. Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление; 01.01.09. Дискретная математика и математическая
кибернетика.

Адрес места работы: 20077, Россия, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской,
д. 16, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского
отделения РАН, отдел оптимального управления.

Тел.: +7 (343) 374-83-32, e-mail: dir-info@imm.uran.ru

Подпись М.И. Гусева заверяю

Ученый секретарь
Института математики и механики
им. Н.Н. Красовского Уральск
отделения РАН, кандидат фи:

О.Н. Ульянов