

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Ашуров Денис Абдулвагабович

**Модальный и немодальный рост возмущений
в некоторых гидродинамических течениях**

Специальность 1.1.9.Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Москва — 2026

Диссертация подготовлена на кафедре гидромеханики механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова

Научный руководитель: *Веденеев Василий Владимирович*, профессор, доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: *Бойко Андрей Владиславович* – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, Институт теоретической и прикладной механики имени С.А. Христиановича Сибирского Отделения РАН, лаборатория физико-математического моделирования неоднородных течений, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией.

Гарбарук Андрей Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики, профессор.

Боронин Сергей Андреевич, кандидат физико-математических наук, Сколковский институт науки и технологий, центр науки и технологий добычи углеводородов, старший преподаватель.

Защита диссертации состоится «10» июня 2026 года в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.5 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119192, Москва, Мичуринский просп., д. 1, НИИ механики МГУ, кинозал.

Email: vasiliy_ksnk@mail.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки МГУ (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3905>.

Автореферат разослан «__» мая 2026 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

В.В. Косьянчук

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Исследование устойчивости течений жидкости и ламинарно-турбулентного перехода сохраняет высокую научную и практическую актуальность в связи с потребностями современных технологий, где управление течениями играет ключевую роль. В частности, задачи снижения гидродинамического сопротивления в авиации, судостроении и трубопроводном транспорте требуют глубокого понимания физических механизмов, определяющих переход к турбулентности.

Особый интерес представляет изучение немодальных механизмов роста возмущений, которые могут доминировать над классической экспоненциальной неустойчивостью в широком диапазоне параметров течения. Несмотря на значительные успехи в теоретическом описании таких механизмов для канонических течений, их экспериментальная идентификация и валидация математических моделей остаются сложными задачами, особенно для струйных течений.

Актуальность настоящей работы подчеркивается также необходимостью разработки эффективных методов управления переходом с использованием податливых вязкоупругих покрытий. Хотя потенциал таких покрытий для затягивания перехода известен, количественные оценки их эффективности в реальных условиях, особенно при наличии градиента давления, остаются малоизученными.

Цели и задачи работы.

- 1 Разработка комплекса численных методов и алгоритмов для анализа устойчивости, включающих: реализацию метода коллокаций на основе полиномов Чебышёва для решения спектральных задач; создание и реализацию алгоритма расчёта оптимальных возмущений в пространственной постановке; реализацию алгоритма расчёта оптимального отклика на внешнее распределённое воздействие на основе анализа нормы резольвенты; разработку критериев выделения физически реализуемых мод, распространяющихся вниз по потоку; апробацию разработанной методики на тестовых задачах с известными аналитическими и численными решениями.
- 2 Проведение комплексного теоретического исследования механизмов роста возмущений в гидродинамических течениях, включающего: анализ влияния монолитных вязкоупругих покрытий на устойчивость пограничного слоя с градиентом давления для различных значений параметра Хартри; изучение немодального роста возмущений в круглых затопленных струях в зависимости от профиля скорости струи, числа Рейнольдса, частоты и азимутального волнового числа; анализ оптимального отклика

круглой затопленной струи на внешнее распределенное воздействие в зависимости от формы и частоты внешнего возмущения; идентификацию и сравнительный анализ механизмов неустойчивости в струйных течениях и пограничных слоях.

3 Выполнение валидации теоретических моделей и практическая апробация результатов: сопоставление расчетных характеристик оптимальных возмущений и картин течения с экспериментальными данными для струйных течений; разработка практических рекомендаций по управлению течениями на основе полученных результатов, включая оценку возможности затягивания ламинарно-турбулентного перехода с использованием податливых покрытий.

Новизна работы.

Получены количественные оценки эффективности монолитных вязкоупругих покрытий для затягивания ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях с различными градиентами давления. Показано, что основной эффект в затягивании перехода обусловлен не изменением критического числа Рейнольдса, а модификацией инкрементов нарастания возмущений со смещением вниз по потоку зоны перехода на 32—41% в зависимости от величины градиента давления.

Комплексный теоретический анализ выявил возможность значительного немодального роста возмущений в струйных течениях. Теоретически предсказанный и экспериментально подтвержденный новый сценарий перехода к турбулентности, связанный с развитием «лепестковых» структур, расширяет фундаментальные представления о механизмах ламинарно-турбулентного перехода и открывает новые возможности для управления течениями в практических приложениях.

Теоретическое исследование отклика затопленной струи на гармоническое воздействие показало, что максимальный отклик достигается на частотах наименее устойчивых собственных мод. С уменьшением продольного волнового числа резонансные пики усиливаются, при этом во всех случаях доминируют истинные резонансы, а не псевдорезонансы, в отличие от ряда пристенных течений.

Разработанный комплекс верифицированных вычислительных алгоритмов позволяет с высокой точностью исследовать устойчивость как пограничных слоев над податливыми поверхностями, так и струйных течений. Это обеспечивает научную основу для создания новых методов управления течениями.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии методов анализа гидродинамической устойчивости и углублении понимания физических механизмов ламинарно-турбулентного перехода. Полученные результаты по

идентификации и описанию механизмов немодального роста в струйных течениях, а также количественные оценки влияния податливых покрытий на инкременты нарастания возмущений в ламинарном пограничном слое вносят существенный вклад в теорию гидродинамической устойчивости.

Практическая значимость работы определяется возможностью применения полученных результатов для управления течениями в различных инженерных приложениях. Разработанные методики и алгоритмы могут быть использованы для прогнозирования ламинарно-турбулентного перехода и оптимизации течений в авиационной технике, судостроении и системах трубопроводного транспорта. Количественные оценки эффективности податливых покрытий позволяют разрабатывать практические рекомендации по их применению для затягивания перехода и снижения гидродинамического сопротивления. Результаты работы по исследованию струйных течений могут быть использованы для улучшения характеристик камер сгорания двигателей, систем охлаждения и распыления. Теоретически предсказанные и экспериментально подтвержденные сценарии перехода к турбулентности открывают новые возможности для управления процессами перемешивания и теплообмена в различных технических устройствах.

Методология и методы исследования.

Методологической основой работы является комплексный подход к исследованию гидродинамической устойчивости. Он сочетает аналитические методы теории устойчивости, современные численные алгоритмы, анализ их сходимости, верификацию и валидацию результатов путем сравнения с экспериментальными данными и результатами расчетов, представленными в литературе.

Теоретическая часть исследования базируется на использовании методов линейной теории устойчивости. Это включает анализ спектра для уравнений Навье-Стокса, линеаризованных относительно основного течения, анализ оптимальных возмущений, для построения которых решается задача условной оптимизации, резольвентный анализ для расчета отклика течения на внешнее воздействие.

Для решения спектральных задач устойчивости применен метод коллокации на основе полиномов Чебышёва с алгебраическим отображением физической области на расчетную. Анализ оптимальных возмущений проводился с использованием метода, основанного на решении задачи условной оптимизации, — максимизации прироста энергии. Для выделения физически реализуемых мод, распространяющихся вниз по потоку, разработана методика анализа движения собственных значений в комплексной плоскости, основанная на принципе причинности. Отклик круглой ламинарной плоскопараллельной затопленной струи на гармоническое воздействие изучался в рамках резольвентного подхода. Максимальное усиление возмущений для каждой гармоники определялось как норма резольвенты линейного оператора Навье-Стокса.

Верификация численных методов выполнена на тестовых задачах с из-

вестными решениями, включая задачи об устойчивости течения Пуазейля в круглой трубе, пограничного слоя Блазиуса, задаче об оптимальных возмущениях в круглой трубе.

Разработанный комплекс методов позволяет с единых позиций исследовать устойчивость различных классов течений, включая пограничные слои с градиентом давления над податливыми поверхностями и затопленные струйные течения.

Положения, выносимые на защиту

1. Применение монолитных вязкоупругих покрытий позволяет существенно (до 41% по расстоянию вниз по потоку) затянуть ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое с благоприятным градиентом давления. Стабилизирующий эффект обусловлен не изменением критического числа Рейнольдса, а подавлением инкрементов нарастания возмущений.
2. Оптимальный прирост энергии в круглой затопленной струе с профилем скорости Михалке квадратично зависит от числа Рейнольдса для стационарных возмущений: $G_{\max} \sim Re^2$. Немодалное усиление реализуется через два механизма: смещение ядра струи («shift-up», $m = 1$) и формирование продольных вихревых структур с высокоскоростными полосами («lift-up», $m > 1$). Пространственные осцилляции энергии оптимальных возмущений возникают вследствие интерференции двух наименее затухающих дискретных мод.
3. В присутствии растущей моды немодальный механизм роста реализуется через дополнительный трансфер энергии в экспоненциально нарастающую моду. Ключевой характеристикой усиления в данном режиме выступает отношение энергии оптимального возмущения к энергии растущей моды G/E_m , асимптотически выходящее на постоянный уровень при $z \rightarrow \infty$.
4. Максимальный отклик на внешнее гармоническое возмущение в затопленной струе достигается на частотах её наименее устойчивых собственных мод, что подтверждает доминирующую роль истинных резонансов. С уменьшением продольного волнового числа резонансные пики отклика усиливаются, а полоса усиления сужается.

Достоверность и апробация результатов.

Основные результаты докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях: семинар по механике сплошных сред имени А.Г. Куликовского и А.А. Бармина, под руководством д.ф.-м.н. В.П. Карликова, д.ф.-м.н. А.Н. Осипцова, чл.-корр. РАН А.А. Афанасьева и д.ф.-м.н. Н.В. Никитина; семинар «Вычислительная математика и приложения» под руководством академика РАН Е.Е. Тыртышникова, д.ф.-м.н. Ю.М. Нечепуренко, д.ф.-м.н. В.И. Агошкова, чл.-корр. РАН Ю.В. Василевского, д.ф.-м.н. А.Б. Богатырева; конференция-конкурс молодых учёных НИИ механики МГУ

(Москва, 2021, 2022, 2023); всероссийская конференция молодых учёных-механиков «YSM» (Сочи, 2021); XXVI Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Санкт-Петербург, 2022); XVII Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (Новосибирск – Шерегеш, 2023); 26th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics «ICTAM» (Тэгу, Республика Корея, 2024); X Международная конференция «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, 2025); 18th Asian Congress of Fluid Mechanics (Сеул, Республика Корея, 2025); 16-я международная конференция — школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2025).

Публикации по теме.

Основные результаты работы изложены в 6 печатных работах, из них 5 статей опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук.

Личный вклад.

Все основные результаты и выводы работы получены лично автором. Автор лично произвел написание, тестирование, верификацию и валидацию программных кодов алгоритмов, описанных в работе. Научному руководителю принадлежат постановки линейных задач устойчивости пограничного слоя над податливым покрытием и устойчивости струйного течения, обсуждение результатов. Группа соавторов соискателя занималась экспериментальной частью представленной работы, в которых соискатель участия не принимал. Экспериментальный раздел главы 4 приведен в тексте для полноты изложения.

Структура и объём работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 107 страниц, включая 40 рисунков и 8 таблиц. Список литературы содержит 60 наименований.

Основное содержание работы

Введение содержит обоснование актуальности темы исследования, формулировку его целей и задач, а также описание научной новизны и практической значимости полученных результатов.

В **главе 1** приводится обзор литературы, состоящий из двух частей. Первая часть посвящена исследованиям влияния податливых покрытий на характеристики устойчивости пограничных слоёв, нарастающих на таких покрытиях, вторая часть — исследованиям немодального роста возмущений в струйных течениях.

Глава 2 посвящена исследованию линейной устойчивости пограничных слоев с градиентом давления (автомодельных течений Фолкнера-Скэн, в которых скорость внешнего потока меняется по степенному закону $U_e(x) =$

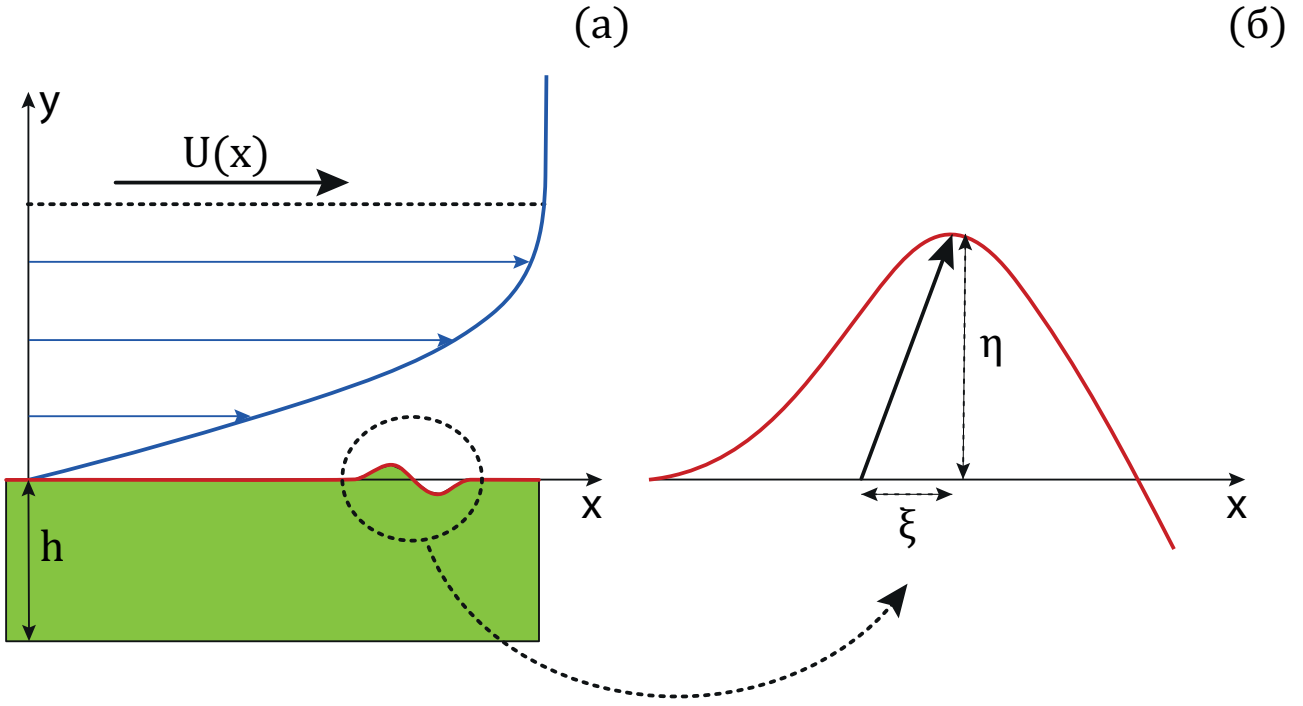


Рис. 1: Схема течения в пограничном слое с градиентом давления над податливым покрытием (а). Перемещение поверхности покрытия (б).

$C \cdot x^{\beta/(2-\beta)}$, где β — параметр Хартри), обтекающих монолитное вязкоупругое податливое покрытие (рис. 1).

Целью работы являлась оценка влияния такого покрытия на характеристики устойчивости и положение ламинарно-турбулентного перехода. Использование модели покрытия как монолитного слоя вязкоупругого материала (описываемого в случае гармонических движений уравнениями Ламе с комплексными упругими константами), позволило учесть продольные перемещения в покрытии и поведение возмущений внутри него. Полная линейризованная система уравнений и граничных условий для гармонических возмущений в пограничном слое и покрытии:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}, & y > 0, \\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = C_T^2 \nabla^2 \boldsymbol{\xi} + (C_L^2 - C_T^2) \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}), & 0 > y > -h, \\ \mathbf{u} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t}, \quad \mathbf{T}_f = \mathbf{T}_s \quad \text{при } x = 0 \text{ (на границе раздела сред)}, \\ \mathbf{u} \rightarrow 0, \quad p \rightarrow 0 \quad \text{при } x \rightarrow +\infty, \\ \boldsymbol{\xi} = 0 \quad \text{при } x = -h. \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{u} = \langle u, v \rangle$ и p — возмущения скорости и давления в жидкости, $\mathbf{U} = \langle U, 0 \rangle$ — скорость основного течения, Re — число Рейнольдса, $\boldsymbol{\xi} = \langle \xi, \eta \rangle$ — возмущения перемещений в покрытии, C_L и C_T — скорости распространения продольных и

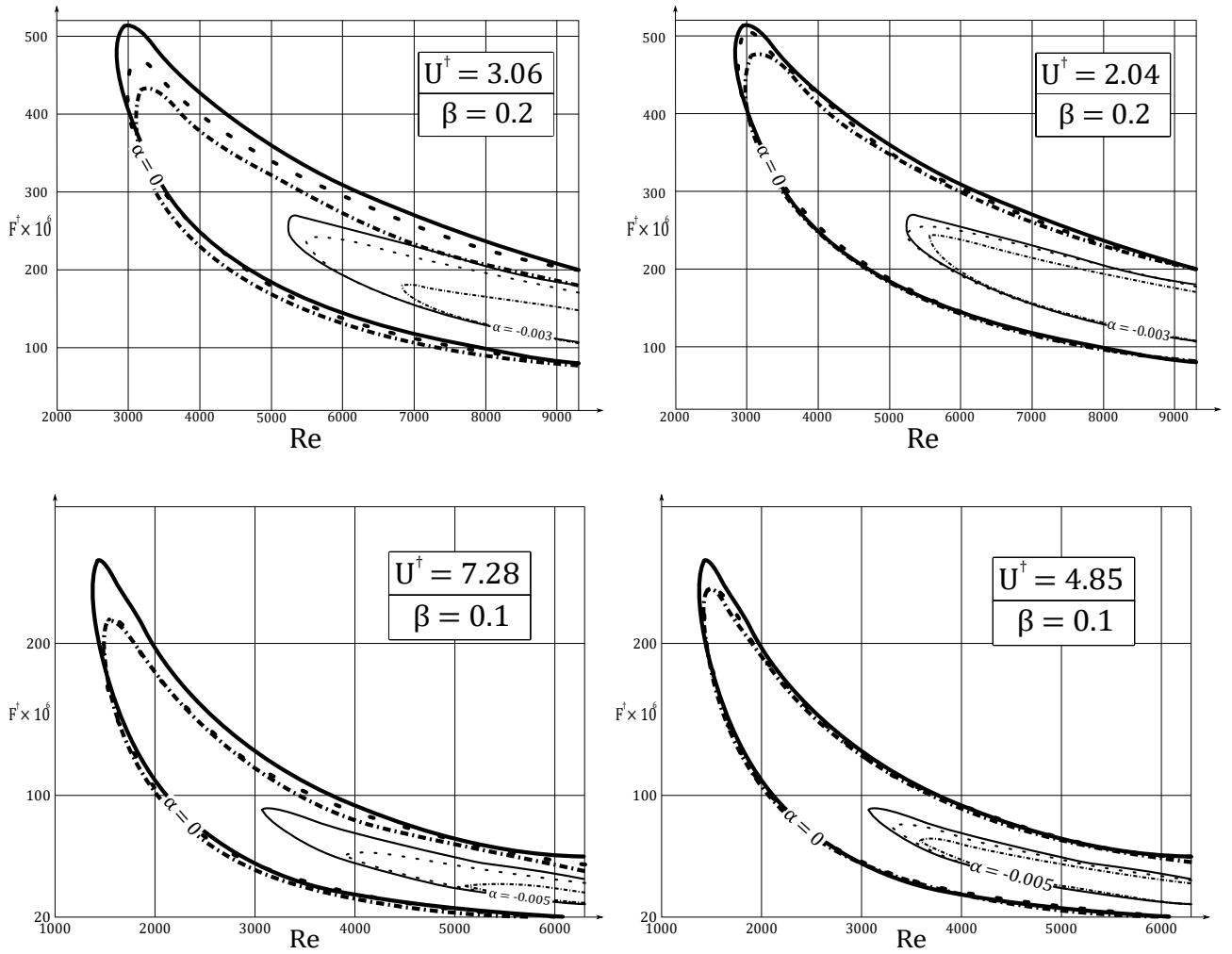


Рис. 2: Нейтральные кривые (жирные линии) и линии уровня инкремента $\text{Im}(\alpha)$ в случае благоприятного градиента давления. Сплошная линия – твёрдая стенка, пунктирная линия – податливое покрытие, штрих-пунктирная линия – податливое покрытие увеличенной толщины.

поперечных упругих волн в покрытии, \mathbf{T}_f и \mathbf{T}_s – векторы напряжений в жидкости и покрытии соответственно, h – толщина покрытия. Далее рассматриваются волновые движения в виде $\langle u, v, p, \xi, \eta \rangle = \langle \hat{u}, \hat{v}, \hat{p}, \hat{\xi}, \hat{\eta} \rangle e^{i(\alpha x - \omega t)}$. Тогда равенство $\mathbf{T}_f = \mathbf{T}_s$ при $x = 0$ через главные переменные системы (1) можно записать в виде:

$$\begin{cases} 2\rho C_T^2 \left(\hat{\eta} + \left(\frac{C_L^2}{2C_T^2} - 1 \right) (i\alpha \hat{\xi} + \hat{\eta}) \right) = \frac{2}{\text{Re}} \hat{v} - \hat{p} \\ \rho C_T^2 (\hat{\xi} + i\alpha \hat{\eta}) = \frac{1}{\text{Re}} \left(\hat{u} + i\alpha \hat{v} + \frac{d^2 U}{dy^2} \hat{\eta} \right) \end{cases} \quad (2)$$

Для дискретизации уравнений использовался метод коллокаций, а полученная алгебраическая задача на собственные значения решалась стандартными методами линейной алгебры (QZ-алгоритм). Для прогнозирования по-

ложения точки перехода применялся e^N -метод (метод Ван Ингена). Свойства материала покрытия задавались экспериментальными зависимостями модуля Юнга и коэффициента потерь от частоты (Kulik et al., 2009), что позволило учесть зависимость этих свойств от частоты внешней возбуждающей силы. Распределение местной внешней скорости потока выражается через число Рейнольдса, построенное по толщине вытеснения, в виде $U_e(\text{Re}) = U_e^\dagger \text{Re}^\beta$. В качестве параметра, характеризующего скорость набегающего потока, использовался U_e^\dagger .

В результате исследования было выявлено, что даже достаточно жесткое покрытие способно существенно затянуть ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое с благоприятным градиентом давления (при значении параметра Хартри $\beta \geq 0$). Обнаружено, что эффект затягивания перехода усиливается с ростом толщины покрытия (до некоторого значения, при котором происходит насыщение) и скорости набегающего потока. Для течений с неблагоприятным градиентом давления (значение параметра Хартри $\beta \leq 0$) влияние исследуемого покрытия оказалось незначительным вблизи нейтральной кривой, рассчитанной для твёрдой стенки. Хотя изменение критического числа Рейнольдса (точки начала роста возмущений) было невелико (5-7%) (рис. 2), влияние на зону перехода оказалось гораздо существеннее из-за смещения изолиний инкремента нарастания возмущений в область больших чисел Рейнольдса (рис. 3).

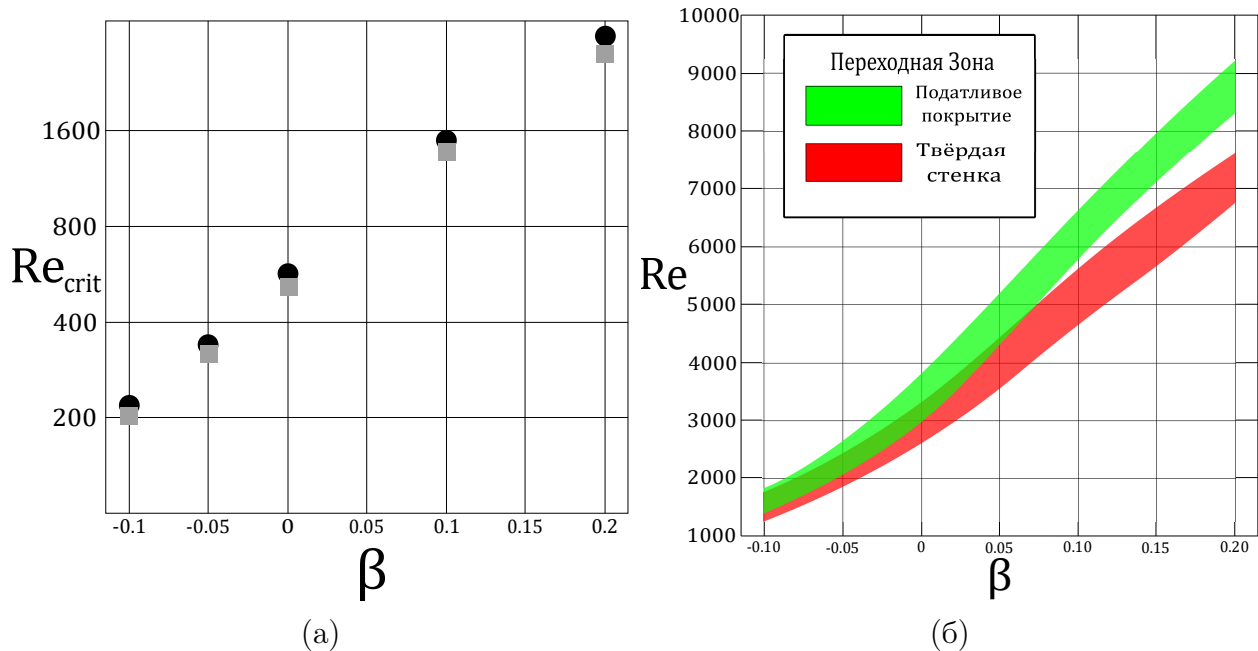


Рис. 3: Изменение критического числа Рейнольдса (твёрдая стенка – квадраты, податливая – круги) и положения зоны перехода.

Для течения с благоприятным градиентом давления при $\beta = 0.2$ использование податливого покрытия увеличивало продольную координату конца перехода (вычисленную с использованием e^N -метода) на $\approx 41\%$. Для течения с $\beta = 0.1$ увеличение составило $\approx 37\%$. Для сравнения, в погранич-

ном слое Блазиуса ($\beta = 0$) эффект составил 32%. Проведенное исследование демонстрирует высокую эффективность монолитных податливых покрытий для управления ламинарно-турбулентным переходом, особенно в течениях с благоприятным градиентом давления.

Результаты исследования применимы при проектировании конструкций, эксплуатирующихся в условиях интенсивного трения и благоприятного градиента давления. Показано, что влияние покрытия на смещение зоны ламинарно-турбулентного перехода в совокупности может быть значительным даже при малом изменении критического числа Рейнольдса.

В главе 3 проведен детальный анализ пространственных оптимальных возмущений в круглых затопленных струях. Исследование выполнено для различных профилей скорости основного течения из семейства профилей скорости, предложенного Михалке, и широкого диапазона параметров, включая различные числа Рейнольдса, частоты возмущений и азимутальные волновые числа. Исследовалось течение несжимаемой жидкости, описываемое уравнениями Навье-Стокса. Эволюция бесконечно малых возмущений в такой системе описывается линеаризованными уравнениями Навье-Стокса:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u}, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\mathbf{U} = \langle U(r), 0, 0 \rangle$ — стационарное основное течение, $\mathbf{u} = \langle u, v, w \rangle$, p — безразмерные возмущения скорости и давления, Re — число Рейнольдса.

Базовое течение предполагалось осесимметричным и одномерным с профилем скорости, описываемым семейством профилей Михалке $U(r) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{1}{4\delta^{**}} \left(\frac{1}{r} - r \right) \right) \right)$. В качестве основного параметра, характеризующего профиль скорости, использовалась толщина потери импульса слоя смещения δ^{**} . Анализ эволюции возмущений в течении проводился на основе представления произвольного возмущения в виде суперпозиции собственных мод.

Численное решение задачи на собственные значения выполнялось методом коллокаций. Для корректного учета пространственного развития возмущений был применен метод анализа движения собственных значений в комплексной плоскости на основе принципа причинности.

Оптимальные возмущения определялись как решения вариационной задачи максимизации прироста кинетической энергии возмущения в заданной продольной координате при фиксированной величине начальной энергии. Были использованы два эквивалентных подхода: решение задачи условной оптимизации и вычисление 2-нормы оператора эволюции системы. Оба метода сводятся к представлению произвольного возмущения в системе, при фиксированном азимутальном волновом числе m и частоте ω , в виде супер-

позиции собственных мод:

$$\mathbf{q}^a = \sum_{\nu} \gamma_{\nu} \mathbf{q}_{\nu} e^{\alpha_{\nu} z + m\theta - i\omega t} \quad (4)$$

где $\mathbf{q}_{\nu} = \langle u, v, w, p \rangle$ — собственный вектор, отвечающий собственному числу α_{ν} , γ_{ν} — коэффициент спектрального разложения. Ищется такой вектор коэффициентов спектрального разложения $\boldsymbol{\gamma} = \langle \gamma_1, \dots, \gamma_{\nu}, \dots \rangle$, который бы доставлял максимум функционалу кинетической энергии возмущений:

$$\max_{\boldsymbol{\gamma}} \mathcal{E}(z) = \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{E}(z) \boldsymbol{\gamma}, \quad \text{при условии} \quad \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{E}(0) \boldsymbol{\gamma} = 1. \quad (5)$$

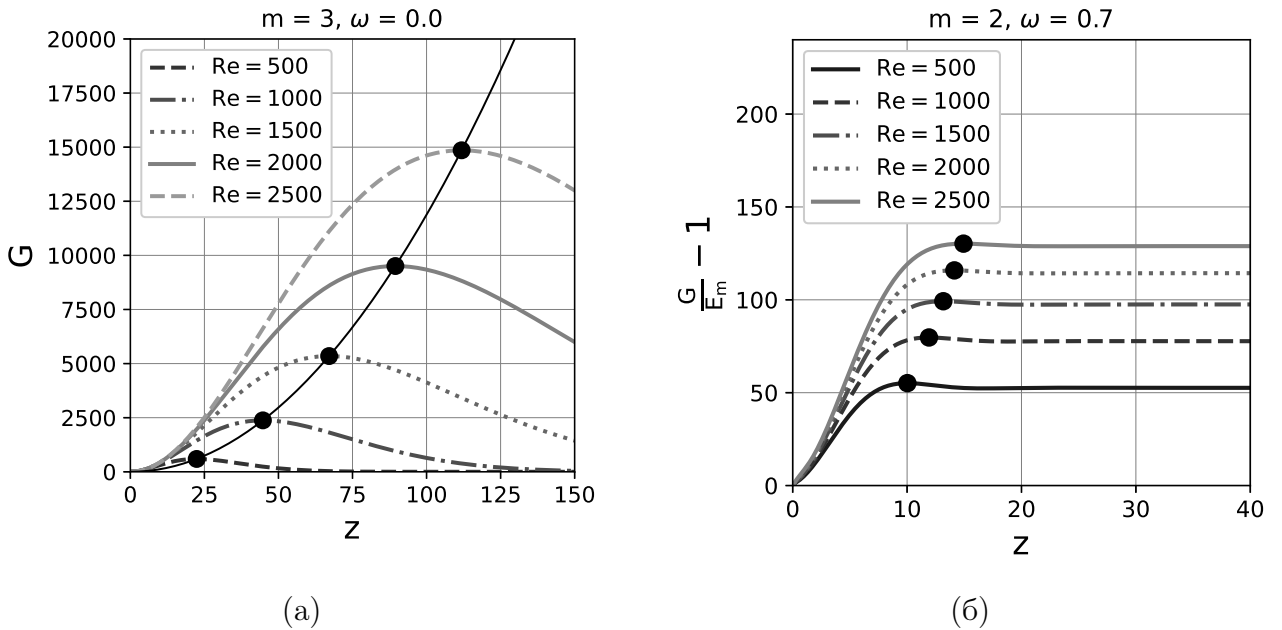


Рис. 4: Зависимость оптимального энергетического усиления и его нормированного значения от продольной координаты z для различных азимутальных мод и частот. Оптимальное энергетическое усиление $G(z)$, $m = 3$, $\delta = 0.16$, $\omega = 0$ (а). Отношение оптимальной энергии к энергии растущей моды $\frac{G}{E_m^E}(z)$, $m = 2$, $\delta = 0.16$, $\omega = 0.7$ (б).

Для стационарных возмущений ($\omega = 0$) подтвержден классический закон квадратичного роста их энергии с числом Рейнольдса ($G_{max} \propto Re^2$). Координата максимума энергии z_{max} продемонстрировала линейную зависимость от числа Рейнольдса (рис. 4а).

Для нестационарных возмущений был обнаружен эффект «накачки энергии» в экспоненциально растущую моду. Установлено, что отношение энергии оптимального возмущения к энергии наиболее растущей моды $\frac{G}{E_m^E}$ с ростом продольной координаты стремилось к постоянному значению, которое слабо возрастало с увеличением числа Рейнольдса (рис. 4б).

Выявлены два различных механизма нестационарного роста возмущений:

- 1 Для азимутального числа $m = 1$ преобладал механизм «*shift-up*» (Jimenez-Gonzalez, Brancher, 2017), проявляющийся в виде квазиоднородного смещения струи (рис. 5).
- 2 Для высших азимутальных чисел ($m \geq 2$) наблюдался механизм, аналогичный «*lift-up*» в пограничном слое, связанный с образованием системы вихревых структур (рис. 6).

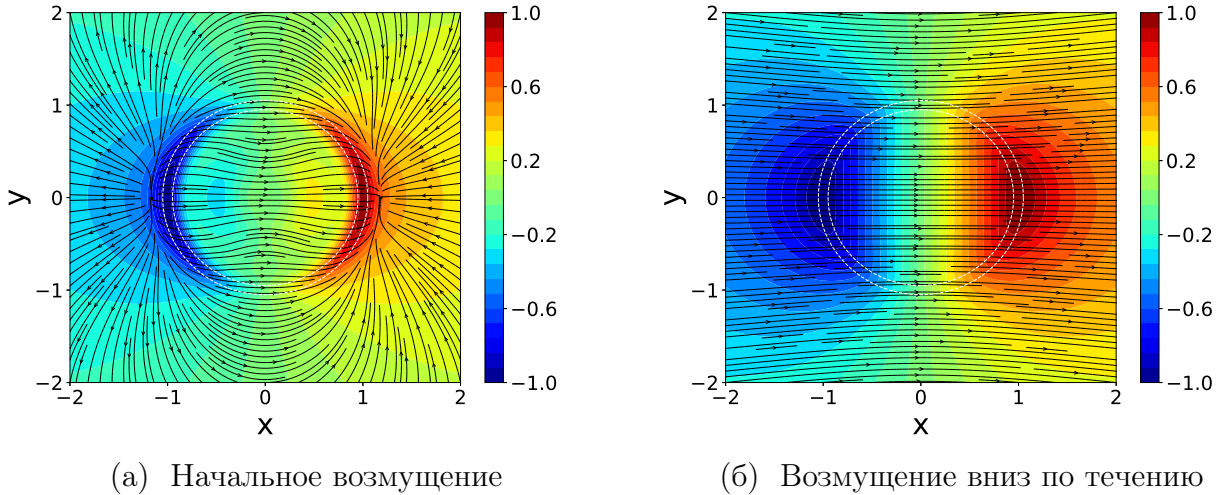


Рис. 5: Пространственные оптимальные возмущения $m = 1$, $\delta = 0.05$, $Re = 1000$. Поперечное сечение y среза сопла, $z = 0$ (а) и в оптимальном месте вниз по течению, $z = z_{max}$ (б). Цвет показывает нормированную величину продольной компоненты возмущения, линии тока в плоскости показывают поперечные компоненты возмущения.

Обнаружены пространственные осцилляции энергии оптимальных возмущений. Анализ спектральной структуры показал, что частота этих осцилляций соответствует частотам двух наименее затухающих дискретных собственных мод.

Исследовано влияние параметра δ^{**} на характеристики оптимальных возмущений. Установлено, что увеличение толщины слоя сдвига приводило к незначительному уменьшению максимального прироста энергии и «размыванию» области локализации возмущения.

Проведенное исследование демонстрирует существенные различия в пространственном и временном развитии возмущений в струйных течениях. Обнаруженные эффекты пространственных осцилляций энергии и различные механизмы роста возмущений представляют значительный интерес для задач управления течениями и прогнозирования ламинарно-турбулентного перехода в струйных течениях. Полученные результаты расширяют понимание физических механизмов неустойчивости в струях и могут быть использованы для разработки методов управления ламинарно-турбулентным переходом.

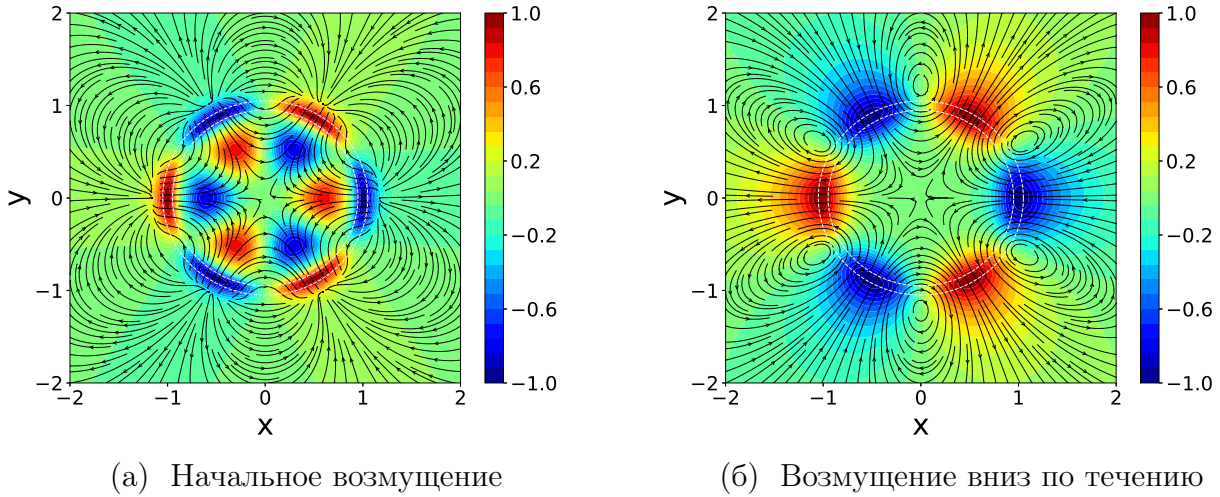


Рис. 6: Пространственные оптимальные возмущения $m = 3$, $\delta = 0.05$, $\text{Re} = 1000$. Поперечное сечение y среза сопла, $z = 0$ (а) и в оптимальном месте вниз по течению, $z = z_{max}$ (б). Цвет показывает нормированную величину продольной компоненты возмущения, линии тока в плоскости показывают поперечные компоненты возмущения.

В главе 4 описывается проведенное экспериментальное и теоретическое исследование развития стационарных возмущений в затопленной ламинарной струе воздуха, направленное на идентификацию и изучение немодального (алгебраического) механизма роста возмущений, аналогичного механизму «lift-up» в пристенных течениях.

Для теоретического анализа использован метод построения оптимальных возмущений в пространственной постановке, описанный в главе 3. Рассмотрен профиль скорости, измеренный на срезе сопла формирующего устройства экспериментальной установки, используемой в лаборатории экспериментальной гидродинамики НИИ механики МГУ.

Расчет оптимальных возмущений проведен аналогично главе 2. Показано, что наибольший немодальный рост демонстрируют стационарные возмущения ($\omega = 0$). Для них были характерны квадратичный рост энергии $G(z)$ с расстоянием, линейный рост осевой компоненты скорости возмущения при примерно постоянной поперечной компоненте и формирование вихревых структур в поперечном сечении, количество которых определялось азимутальным числом m . Для $m = 1$ преобладал механизм «shift-up» всей струи, для $m \geq 2$ — механизм «lift-up», приводящий к образованию структур типа «лепестков».

Для генерации возмущений, качественно близких к теоретически оптимальным, в эксперименте использовались неподвижные дефлекторы волнистой формы с заданным азимутальным числом m , установленные в непосредственной близости к срезу сопла. Применялся комплекс методов диагностики: визуализация лазерным ножом для наблюдения эволюции поперечного сече-

ния струи, измерения термоанемометром, визуализация с помощью частиц-трассеров (PIV-измерения) для получения полей скорости и завихренности в поперечных и продольных сечениях.

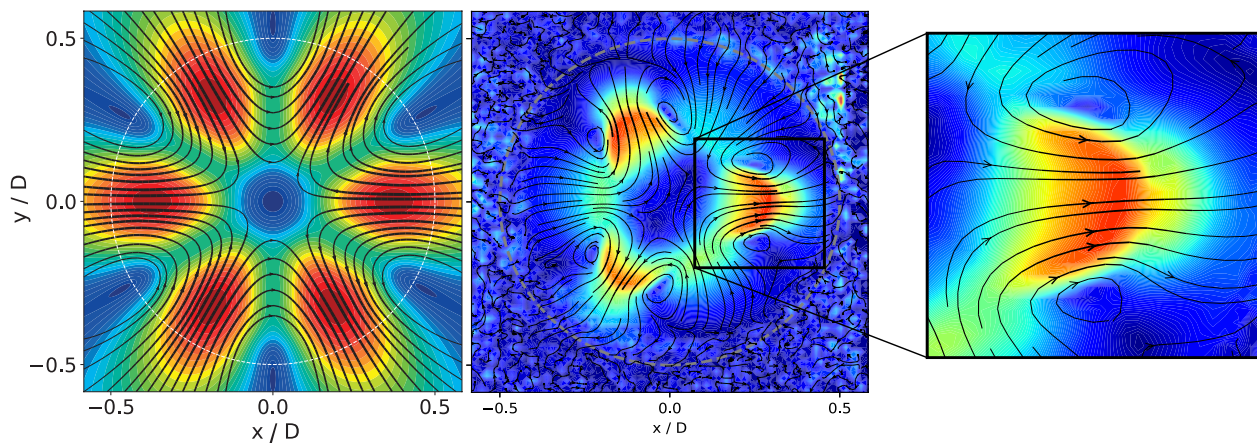


Рис. 7: Распределение поперечных компонент скорости возмущения в сечении трубы для теоретического оптимума (а) и эксперимента при $\varepsilon = 0.05$ (б) при азимутальном числе $m = 3$. Величины нормированы на максимальное значение, цветовая шкала отражает интенсивность возмущения.

Экспериментально были подтверждены ключевые качественные особенности немодального механизма роста, такие как постоянство поперечной скорости возмущения, рост осевой скорости приблизительно линейно с расстоянием вниз по потоку z , вихревое поперечное движение, переносящее жидкость из внешних областей внутрь струи и наоборот, что является прямой аналогией механизму «lift-up» в пристенных течениях (рис. 7).

Количественное сравнение скорости роста возмущений κ (определяемой как наклон линейной зависимости $\sqrt{K(z)}$, где $K(z)$ — нормированная кинетическая энергия возмущения, показало, что экспериментальные значения по порядку величины согласуются с теоретически предсказанными для оптимальных возмущений. Количественное же различие объясняется тем, что возмущения, генерируемые дефлекторами, не являются идеально оптимальными, а лишь качественно воспроизводят их структуру.

Наблюдаемое нелинейное развитие возмущений с образованием «шеек» и последующей турбулизацией качественно согласуется с результатами нелинейного теоретического анализа, представленного в литературе.

Экспериментальные данные качественно и количественно (по порядку величины) согласуются с результатами теоретического анализа оптимальных возмущений.

Глава 5 описывает расчет отклика ламинарной затопленной струи на внешнее гармоническое воздействие. К линеаризованным уравнениям Навье-Стокса применялось преобразование Фурье по осевой координате z и углу θ ,

которые после преобразования представлялись в следующем виде:

$$\mathcal{B}_{\alpha,m} \frac{\partial \mathbf{q}_{\alpha,m}}{\partial t} = \mathcal{A}_{\alpha,m} \mathbf{q}_{\alpha,m} + \mathbf{q}_{\alpha,m}^f e^{i\omega t}, \quad (6)$$

где $\mathbf{q}_{\alpha,m}(r) = \langle u, v, w, p \rangle$ – вектор отклика системы для осевого и азимутального волновых чисел α, m , а $\mathbf{q}_{\alpha,m}^f(r)$ – внешнее распределенное по радиусу воздействие (массовая сила). Для каждой гармоники с заданным волновым числом α и азимутальным числом m , при фиксированной частоте внешнего воздействия $\omega \in \mathbb{R}$ решение задачи об отклике дается выражением $\mathbf{q}_{\alpha,m}^p = \mathcal{R}_{\alpha,m}(\omega) \mathbf{q}_{\alpha,m}^f e^{i\omega t}$, где $\mathcal{R}_{\alpha,m}(\omega) = (i\omega \mathcal{B}_{\alpha,m} - \mathcal{A}_{\alpha,m})^{-1}$. Максимальный среди всех возможных $\mathbf{q}_{\alpha,m}$ отклик струи $R_{\alpha,m}(\omega)$ определялся как норма резольвенты оператора эволюции:

$$R_{\alpha,m}(\omega) = \max_{\mathbf{q}_f} \frac{\|\mathcal{R}_{\alpha,m}(\omega) \mathbf{q}_f\|}{\|\mathbf{q}_f\|} = \|\mathcal{R}_{\alpha,m}\|. \quad (7)$$

В качестве нормы для отклика в расчетах всегда использовалась кинетическая энергия, в этом случае расчет операторной нормы сводится к вычислению наибольшего сингулярного числа этого оператора. В результате параметрического исследования в диапазонах $0 \leq \alpha \leq 11$ и $m = 0, \dots, 6$ установлено, что максимальный отклик системы на внешнее воздействие достигается на частотах наименее устойчивых собственных мод. Показано, что с уменьшением продольного волнового числа α резонансные пики усиливаются, а спектр отклика становится более узкополосным. Во всех случаях доминирующими оказались истинные резонансы. Отсутствие в струе псевдорезонансов, характерных для пристенных течений, по-видимому, вызвано значительно более сильной неустойчивостью, имеющей невязкую природу. Кроме того, для всех исследованных гармоник был обнаружен низкочастотный резонанс, обусловленный возбуждением мод сплошного спектра.

Заключение

- 1 Разработан, верифицирован и валидирован комплекс численных методов для анализа линейной устойчивости течений, включая метод коллокаций на основе полиномов Чебышева для решения задач на собственные значения и метод расчета оптимальных возмущений на основе решения задачи условной максимизации для анализа немодального роста.

- 2 Теоретически установлено, что применение монолитных вязкоупругих покрытий позволяет существенно (до 41% по расстоянию вниз по потоку) затянуть ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое с благоприятным градиентом давления. Показано, что основной эффект обусловлен не изменением критического числа Рейнольдса, а уменьшением инкрементов нарастания возмущений.
- 3 Впервые рассчитаны стационарные оптимальные возмущения в затопленной струе с профилем скорости Михалке в пространственной постановке. Теоретически исследован и детально описан немодальный механизм роста возмущений в круглых затопленных струях. Для стационарных возмущений подтвержден классический закон квадратичного роста энергии ($G_{max} \propto Re^2$). Обнаружены и объяснены пространственные осцилляции энергии, связанные с взаимодействием наименее затухающих мод.
- 4 Выявлены и описаны два различных механизма немодального роста в струйных течениях: механизм «shift-up» для возмущений с азимутальным числом $m = 1$ и механизм «lift-up», аналогичный механизму в пристенных течениях, для возмущений с $m \geq 2$.
- 5 Максимальный отклик на внешнее гармоническое возмущение в затопленной струе достигается на частотах её наименее устойчивых собственных мод, что подтверждает доминирующую роль истинных резонансов. С уменьшением продольного волнового числа резонансные пики отклика усиливаются, а полоса значительного усиления сужается.

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.9.Механика жидкости, газа и плазмы:

1. *Ашуров Д.А.* Устойчивость и переход к турбулентности в пограничных слоях с градиентом давления над монолитным податливым покрытием // Прикладная механика и техническая физика. — 2022. — Т. 63. — №. 3. — С. 139-151.
EDN: LIGCWG. Импакт-фактор 0,506 (РИНЦ), 0,5(JIF). Объем 0,81 п.л.
Перевод: *Ashurov D.A.* Stability and transition to turbulence in boundary layers with a pressure gradient over a compliant monolithic coating // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 2022. — vol. 63. — №. 3. — pp. 494-504.
EDN: KCNAIH. Импакт-фактор 0,613(РИНЦ), 0,5(JIF).
2. *Ivanov, O.O., Ashurov, D.A., Gareev, L.R., Vedeneev, V.V.* Non-modal perturbation growth in a laminar jet: an experimental study // Journal of Fluid Mechanics — 2023. — vol. 963. — A8.
EDN: COXFRG. Импакт-фактор 3,9 (JIF). Объем 3,7 п.л. / авторский вклад 25%: 0,56 п.л..
3. *Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Иванов О.О.* Экспериментальное изучение немодального механизма роста возмущений в ламинарной затопленной струе // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. — 2023. — Т. 509. — №. 1. — С. 28–38.
EDN: OXONJF. Импакт-фактор 0,494 (РИНЦ), 0,5 (JIF). Объем: 1,27 п.л. / авторский вклад 25%: 0,19 п.л.
Перевод: *Ashurov, D.A., Vedeneev, V.V., Gareev, L.R., Ivanov, O.O.* Experimental study of the nonmodal perturbation growth mechanism in a laminar submerged jet // Doklady Physics. — 2023. — vol. 68, — №. 3. — pp. 77–86.
EDN: ENVPPN. Импакт-фактор 0,594 (РИНЦ), 0,5 (JIF).
4. *Ashurov D.A.* Optimal disturbances in round submerged jets // Physics of Fluids. — 2024. — vol. 36. — №. 10. — 104118
EDN: TDFDFN. Импакт-фактор 4,3 (JIF). Объем 1 п.л.
5. *Ашуров Д.А., Никитин Н.В.* Развитие стационарных возмущений в пространственно развивающейся струе // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2024. — № 4. — С. 94–102.
EDN: OYMIZC. Импакт-фактор 0,716 (РИНЦ), 0,6 (JIF). Объем 0,56 п.л. / авторский вклад 20%: 0,08 п.л.
Перевод: *Ashurov D.A., Nikitin N. V.* Development of stationary disturbances

in a spatially developing jet // Fluid Dynamics. — 2024. — vol. 59. — №. 4.
— pp. 723-731.

EDN: MROWOB. Импакт-фактор 0,580 (РИНЦ), 0,6 (JIF).

Прочие публикации:

6. *Linar Gareev, Vasily Vedeneev, Oleg Ivanov, Julia Zayko, Denis Ashurov, Alexander Reshmin, Vladimir Trifonov* Experimental study of perturbation growth in a round laminar jet // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. — 2023. — vol. 23. — №. 4.— e202300283.

EDN: GBRPZT