

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Антипов Виктор Алексеевич

**О вероятностях разорения с инвестициями в рисковый
актив**

Специальность

1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2026

Диссертация подготовлена на кафедре теории вероятностей механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Научный

руководитель:

Кабанов Юрий Михайлович

доктор физико-математических наук,
профессор

Официальные

оппоненты:

Рохлин Дмитрий Борисович

доктор физико-математических наук, доцент,
Южный федеральный университет,
заведующий кафедрой методов оптимизации и машинного обучения Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича

Шапошников Станислав Валерьевич

доктор физико-математических наук,
МГУ имени М.В. Ломоносова,
профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета

Якимив Арсен Любомирович

доктор физико-математических наук,
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,
ведущий научный сотрудник отдела теории вероятностей и математической статистики

Защита диссертации состоится 25 сентября 2026 г. в 17 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.3 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: Российская Федерация, 119234, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, д.1, МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-24.

E-mail: mexmat_disser85@mail.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/4022>.

Автореферат разослан « » августа 2026 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета МГУ.011.3,
кандидат физико-математических наук

Е.Д. Алферова

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

В работе рассматриваются модели страховой компании, инвестирующей свой капитал (или его часть) в рисковый актив. Основным предметом исследования является вероятность разорения как функция начального капитала компании. Особое внимание уделяется вопросу гладкости вероятности разорения и ее асимптотическому поведению при больших значениях начального капитала.

Первая модель резерва страховой компании была предложена в 1903 году шведским математиком и актуарием Ф. Лундбергом,¹ а позже изучена другим шведским математиком Х. Крамером.² В модели рассматривалась страховая компания, получающая со скоростью $c > 0$ страховые взносы и выплачивающая в случае наступления страховых случаев величины ξ_i , где $(\xi_i)_{i \geq 1}$ есть последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин (н.о.р.с.в.) с функцией распределения F . Моменты наступления страховых требований подчиняются пуассоновскому процессу N_t интенсивности λ , независимому от страховых выплат. Динамика капитала компании задается процессом

$$X_t^u = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i, \quad t > 0,$$

где $u \geq 0$ есть начальный капитал компании. Основным предметом исследования в данной теории является вероятность, что капитал компании станет отрицательным (неположительным). Определим момент разорения компании $\tau^u = \inf\{t \geq 0 : X_t^u < 0\}$ и вероятность разорения $\Psi(u) = \mathbb{P}(\tau^u < \infty)$. С точки зрения теории случайных процессов, вероятность разорения есть вероятность выхода случайного процесса X_t^u из области $\mathbb{R}_+$ за конечное время. Используя мартингальный подход, нетрудно показать³ (см. гл. VII, п. 10), что вероят-

¹Lundberg F. Approximerad framställning af sannolikhetsfunktionen: Återförsäkring af kollektivrisker. / Lundberg Filip. — Uppsala, Sweden : Uppsala University, 1903. — с. 53.

²Cramér H. On the Mathematical Theory of Risk. — Stockholm, Sweden : Skandia Jubilee Volume, 1930. — (Skandias Jubileumsvolym). — Laid the rigorous mathematical foundations for Lundberg's collective risk theory.

³Ширяев А. Н. Вероятность-2: Суммы и последовательности случайных величин — стационарные, мартингалы, марковские цепи. — 4-е, переработанное и дополненное. — Москва : МЦНМО, 2007. — с. 416.

ность разорения удовлетворяет неравенству Лундберга

$$\Psi(u) \leq e^{-\gamma u}, \quad (1)$$

где γ является решением уравнения $\lambda(\mathbb{E}e^{\gamma\xi} - 1) = c\gamma$. В частности, в случае экспоненциально распределенных скачков известен точный вид вероятности разорения. Дополнительно, если потребовать непрерывность функции распределения F , нетрудно показать⁴ (см. гл. I), что она удовлетворяет интегродифференциальному уравнению (ИДУ)

$$c\Psi'(u) - \lambda\Psi(u) + \lambda \int_0^u \Psi(u-y)dF(y) = 0.$$

Важно отметить, что одним из основных свойств вероятности разорения является экспоненциальное убывание (1) при стремлении начального капитала к бесконечности. Оказывается, что характер поведения вероятности разорения при больших значениях капитала меняется качественным образом при добавлении в модель рискованных инвестиций.

В современном мире предположение об отсутствии инвестиций капитала страховых компаний является нереалистичным – компании держат часть своих резервов в таких инструментах, как фонды акций или облигаций. Данная инвестиционная активность позволяет покрывать расходы, выплачивать дивиденды акционерам и формировать резервы для будущих выплат по страховым случаям, но также приводит к увеличению риска дефолта компании. В одной из первых работ,⁵ рассматривающих модель с инвестициями, предполагалось, что страховая компания инвестирует весь свой капитал в рискованный актив, динамика цены которого задается геометрическим броуновским движением (ГБД) с параметрами сноса a и волатильности σ . Капитал страховой компании в данной модели задан процессом

$$X_t^u = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i + \int_0^t X_s^u (ads + \sigma dW_s), \quad t > 0, \quad (2)$$

⁴Grandell I. Aspects of Risk theory. — Berlin : Springer, 1990.

⁵Фролова А. Г. Некоторые математические модели теории риска // Всероссийская школа-коллоквиум по стохастическим методам в геометрии и анализе. Тезисы. — 1994. — с. 117–118. — неопубликованная работа.

где W_t есть стандартный винеровский процесс. Было показано, что асимптотическое поведение вероятности разорения существенным образом отличается от поведения в модели Крамера–Лундберга – вероятность разорения ведёт себя как степенная функция при стремлении начального капитала к бесконечности. Более строгий и полный анализ данной модели представлен в статье.⁶ Используя оценки Калашникова⁷ для линейных разностных уравнений с случайными коэффициентами, показано, что при $2a > \sigma^2$ вероятность разорения убывает не быстрее, чем степенная функция, а в случае большой волатильности ($2a < \sigma^2$) разорение происходит с вероятностью единица. Применение формулы Ито к вероятности разорения (в предположении достаточной гладкости) позволяет получить интегро-дифференциальное уравнение (ИДУ) (см. работы^{6,8})

$$\frac{1}{2}\sigma^2 u^2 \Psi''(u) + (au + c)\Psi'(u) - \lambda \Psi(u) + \lambda \int_0^u \Psi(u-y) dF(y) = 0.$$

Дифференцирование полученного интегро-дифференциального уравнения достаточное число раз позволяет свести ИДУ к дифференциальному уравнению (ДУ), для которого возможно применение асимптотической теории решений ДУ (см. книгу⁹) для исследования поведения вероятности разорения при больших значениях начального капитала. Так, например, в случае экспоненциально распределенных скачков найдена точная асимптотика – вероятность разорения убывает как степенная функция с показателем $\beta = 2a/\sigma^2 - 1$

$$\Psi(u) = Cu^{-\beta}(1 + o(1)), \quad u \rightarrow \infty.$$

Пограничный случай $2a = \sigma^2$ исследован в работе,¹⁰ где показано, что для данных параметров модели вероятность разорения также равна единице для любого начального капитала. В другой работе¹¹ был представлен подход, ос-

⁶Frolova A., Kabanov Y., Pergamenschikov S. In the insurance business risky investments are dangerous // Finance and Stochastics. — 2002. — т. 6, No 2. — с. 227–235.

⁷Kalashnikov V., Norberg R. Power tailed ruin probabilities in the presence of risky investments // Stochastic Processes and their Applications. — Netherlands, 2002. — т. 98, No 2. — с. 211–228.

⁸Paulsen J., Gjessing H. K. Ruin theory with stochastic return on investments // Advances in Applied Probability. — 1997. — т. 29, No 4. — с. 965–985.

⁹Fedoryuk M. V. Asymptotic Analysis: Linear Ordinary Differential Equations. — Berlin : Springer-Verlag, 1993. — с. 363.

¹⁰Pergamenschikov S., Zeitouni O. Ruin probability in the presence of risky investments // Stochastic Processes and their Applications. — Amsterdam, Netherlands, 2006. — т. 116. — с. 267–278.

¹¹Belkina T. Risky investment for insurers and sufficiency theorems for the survival probability // Markov

нованный на постановке краевой задачи для ИДУ и доказательстве верификационной теоремы, показывающей, что вероятность разорения, в предположении гладкости как функции начального капитала, является решением поставленной краевой задачи. Результат о гладкости вероятности разорения был получен в дальнейшем в работах,^{12,13} где рассматривались скачки вверх (модель страхования жизни) и скачки в обе стороны (модель со стохастическими премиями) процесса, соответствующего страховой деятельности компании. Показано, что при выполнении условий регулярности плотности f скачков ξ

$$f', f'' \in L^1(\mathbb{R}_+), \quad (3)$$

вероятность разорения является дважды непрерывно-дифференцируемой на $(0, \infty)$ функцией с ограниченными первой и второй производными. Численные исследования дифференциальных уравнений, возникающих в задачах разорения, представлены в работах.^{14,15} Существует и альтернативный подход, не использующий технику анализа решений ИДУ для исследования асимптотических свойств вероятности разорения и основанный на неявной теории восстановления Голди.¹⁶ Так, например, некоторые оценки вероятности разорения в моделях с дискретным временем были получены в работах.^{17,18}

Другой подход нахождения асимптотики решения ДУ основан на применении преобразования Лапласа и тауберовых теорем. В задачах разорения с инвестициями в рисковый актив, рассмотренных в работах^{6,12,13} и др., ДУ для вероятности разорения имеет на бесконечности иррегулярную особенность и такие классические методы асимптотического анализа, как ме-

Processes and Related Fields. — 2014. — т. 20, No 3. — с. 505—525.

¹²Kabanov Y., Pergamenschikov S. In the insurance business risky investments are dangerous: the case of negative risk sums // Finance and Stochastics. — Germany, 2016. — т. 20, No 2. — с. 355—379.

¹³Kabanov Y., Pukhlyakov N. Ruin probabilities with investments: smoothness, integro-differential and ordinary differential equations, asymptotic behaviour // Journal of Applied Probability. — United Kingdom, 2022. — т. 59, No 2. — с. 556—570.

¹⁴Белкина Т. А., Конюхова Н. Б., Курочкин С. В. Сингулярная краевая задача для интегродифференциального уравнения в модели страхования со случайными премиями: анализ и численное решение // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2012. — т. 52, No 10. — с. 1812—1846.

¹⁵Белкина Т. А., Конюхова Н. Б., Славко Б. В. Платежеспособность страховой компании в дуальной модели риска с учётом инвестиций: анализ и численные исследования сингулярных краевых задач // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2019. — т. 59, No 11. — с. 1973—1997.

¹⁶Goldie C. Implicit renewal theory and tails of solutions of random equation. // Ann. Appl. Probab. — 1991. — т. 1. — с. 126—166.

¹⁷Nyrhinen H. On the ruin probabilities in a general economic environment. // Stoch. Proc. Appl. — 1999. — т. 83. — с. 319—330.

¹⁸Nyrhinen H. Finite and infinite time ruin probabilities in a stochastic economic environment. // Stoch. Proc. Appl. — 2001. — т. 92. — с. 265—285.

тод Фробениуса, неприменимы. Взятие преобразования Лапласа позволяет убрать данную особенность и применить асимптотический анализ для функции изображения. Обратный переход к асимптотике вероятности разорения (функции оригиналу) осуществляется с помощью тауберовой теоремы. Так, например, с использованием данного подхода в работе¹⁹ проведен анализ асимптотического поведения вероятности разорения в модели типа Крамера–Лундберга с инвестициями в рисковый актив, цена которого моделируется ГБД.

Развитие моделей страховой компании связано не только с рассмотрением более общих процессов, отвечающих за страховую деятельность, но и исследованием более общих процессов цены актива, в который страховая компания инвестирует свой капитал. Так, например, в работе²⁰ и, далее, в работе²¹ была рассмотрена модель, где цена актива задана ГБД с параметрами, подчиняющимися марковскому процессу с конечным числом состояний. Стоимость капитала компании в данной модели задана процессом

$$X_t^{u,i} = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i + \int_0^t X_s^u (a_{\theta_s} ds + \sigma_{\theta_s} dW_s), \quad t > 0, \quad (4)$$

где марковский процесс θ_s принимает значения на конечном множестве $E := \{0, 1, \dots, K-1\}$ и $\theta_0 = i$. Данный подход позволяет описать различные режимы финансового рынка, на котором данный базовый актив торгуется (например, рынок, переходящий из состояния высокой волатильности в состояние низкой волатильности). В упомянутых выше работах основным инструментом исследования является неявная теория восстановления, позволяющая получить оценки для вероятности разорения при больших значениях начального капитала. Вероятность разорения здесь понимается как вероятность разорения при заданном начальном состоянии процесса $\theta_0 = i$. В работе²⁰ для случая двух состояний ($K = 2$) получены «неточные» оценки

¹⁹Albrecher H., Constantinescu C., Thomann E. Asymptotic results for renewal risk models with risky investments // Stochastic Processes and their Applications. — 2012. — т. 122, No 11. — с. 3767–3789.

²⁰Ellanskaya A., Kabanov Y. On ruin probabilities with risky investments in a stock with stochastic volatility // Extremes. — 2021. — т. 24. — с. 687–697.

²¹Kabanov Y., Pergamenschikov S. On ruin probabilities with investments in a risky asset with a regime-switching price // Finance and Stochastics. — 2022. — т. 26. — с. 877–897.

вероятности разорения

$$0 < \liminf_{u \rightarrow \infty} u^\beta \Psi_i(u) \leq \limsup_{u \rightarrow \infty} u^\beta \Psi_i(u) < \infty, \quad i = 1, 2.$$

Другой подход основан на получении ИДУ (см. работу²²), описывающем вероятность разорения, и дальнейшем анализе асимптотических свойств решения. В частности, вывод ИДУ, понимаемого в классическом смысле и описывающего вероятность разорения, требует достаточной гладкости исследуемого функционала, что в данной работе предполагается данным.

Дальнейшее изучение данной теории приводит к рассмотрению более общих моделей, где процесс капитала компании подчиняется обобщенному процессу Орнштейна–Уленбека

$$X_t^u = u + P_t + \int_0^t X_{s-}^u dR_s, \quad t > 0, \quad (5)$$

драйверами которого являются два независимых процесса Леви P_t и R_t (см. работы^{8,23}). В частности, процесс цены базового актива в данной постановке подчиняется геометрическому процессу Леви. В силу того, что гладкость вероятности разорения является нетривиальным результатом даже в случае классической модели типа Крамера–Лундберга, вероятность разорения может рассматриваться как решение ИДУ, понимаемое в вязкостном смысле. Так, например, в работе²⁴ рассматривалась модель Крамера–Лундберга с инвестициями в рискованный актив, заданный геометрическим процессом Леви. Капитал компании подчиняется процессу

$$X_t^u = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i + \int_0^t X_{s-}^u dR_s, \quad t > 0,$$

где R_s есть процесс Леви с параметрами сноса a , волатильности σ и мерой Леви Π , сосредоточенной на $(-1, \infty)$. Показано, что вероятность разорения

²²Ramsden L., Papaioannou A. D. Asymptotic results for a Markov-modulated risk process with stochastic investment // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2017. — т. 313. — с. 38–53.

²³Paulsen J. Risk theory in stochastic economic environment // Stochastic Processes and their Applications. — 1993. — т. 46. — с. 327–361.

²⁴Belkina T., Kabanov Y. Viscosity solutions of integro-differential equations for nonruin probabilities // Theory Probab. Appl. — 2016. — т. 60, No 4. — с. 671–679.

удовлетворяет в вязкостном смысле ИДУ

$$\mathcal{L}\Psi(u) + \lambda \int_{[0,u]} \Psi(u-y) dF(y) + \int_{\mathbb{R}} [\Psi(u(1+y)) - \Psi(u) - \Psi'(u)uy] \Pi(dy) = 0,$$

где $\mathcal{L}\Psi(u) := \frac{1}{2}\sigma^2 u^2 \Psi''(u) + (au+c)\Psi'(u) - \lambda\Psi(u)$. Кроме того, в предположении

$$\int (|x|^2 \wedge |x|) \Pi(dx) < \infty \quad (6)$$

доказана теорема единственности, гарантирующая, что два непрерывных ограниченных вязкостных решения с совпадающими граничными условиями в 0 и ∞ совпадают всюду. Другие результаты для более общих моделей, использующие неявную теорию восстановления, представлены в работах.^{25,26} Большая часть существующих результатов в теории разорения посвящена исследованию асимптотического поведения вероятности разорения на бесконечном временном промежутке (см. также работу,²⁷ использующую неявную теорию восстановления). Несмотря на то, что с практической точки зрения исследование вероятности разорения с инвестициями в рисковый актив на конечном временном интервале имеет преобладающее значение, соответствующих исследований практически нет. В качестве исключения можно отметить работу,²⁸ в которой исследована краевая задача для ИДУ в частных производных. Предполагалось, что цена следует геометрическому броуновскому движению, а страховая деятельность компании подчиняется сумме составного пуассоновского процесса и винеровского процесса. Было показано, что задача допускает классическое решение, кроме единственной точки на границе. В работе²⁹ были предложены численные подходы для решения задачи в случае, когда процесс цены имеет скачковую компоненту, заданную составным пуассоновским процессом. В другой работе³⁰ рассматривалась бо-

²⁵Eberlein E., Kabanov Y., Schmidt T. Ruin probabilities for a Sparre Andersen model with investments. // Stoch. Process. Appl. — 2022. — т. 144. — с. 72—84.

²⁶Kabanov Y., Promyslov P. Ruin probabilities for a Sparre Andersen model with investments: the case of annuity payments. // Stoch. Process. Appl. — 2023. — т. 27. — с. 887—902.

²⁷Kabanov Y., Pergamenschikov S. Ruin probabilities for a Lévy-driven generalised Ornstein–Uhlenbeck process // Finance and Stochastics. — 2020. — т. 24, No 1. — с. 39—69.

²⁸Hunting M. Existence of a classical solution of a parabolic PIDE associated with ruin probability : Working Paper / University of Bergen. — 2012.

²⁹Hunting M. A numerical approach to ruin probability in finite time for fitted models with investment : Working Paper / University of Bergen. — 2012.

³⁰Vostrikova L., Spielmann J. On the Ruin Problem with Investment When the Risky Asset Is a Semimartingale // Theory of Probability and Its Applications. — 2020. — т. 65, No 2. — с. 249—269.

лее общая семимартингальная модель (5) Орнштейна–Уленбека, где процесс относительного изменения цены R_t есть семимартингал, а процесс P_t , отвечающий за страховую деятельность, задан процессом Леви. В работе показано, что в предположении интегрируемости хвостов меры Леви

$$\int_{|x|>1} |x|^\alpha P_P(dx) < \infty$$

для некоторого $\alpha > 0$ и при выполнении некоторых условий ограниченности экспоненциальных функционалов процесса $\ln \mathcal{E}(R)_t$, где $\mathcal{E}(X)$ есть стохастическая экспонента процесса X , справедлива оценка для вероятности разорения

$$\mathbb{P}(\tau^u < T) \leq Cu^{-\alpha},$$

где $C > 0$ зависит от процесса R_t . Кроме того, при некоторых дополнительных предположениях доказана оптимальность полученной оценки.

Цель работы. Исследование гладкости вероятности разорения и её асимптотического поведения при больших значениях начального капитала в различных моделях страховой компании, инвестирующей капитал в рисковый актив.

Научная новизна работы. Получены новые результаты в вопросах гладкости вероятности разорения и её асимптотического поведения при больших значениях капитала в различных моделях страховой компании, инвестирующей свой капитал в рисковый актив. Получены результаты численного моделирования вероятности разорения для ряда моделей.

Методы исследования. В работе использованы методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории дифференциальных и интегродифференциальных уравнений, а также численные методы. В теоретической части основными инструментами были теория семимартингалов, асимптотическая теория (интегро-)дифференциальных уравнений, формула Ито, преобразование Лапласа и тауберовы теоремы, теория интегральных уравнений Вольтерры, а также теория вязкостных решений для параболических ИДУ в частных производных. Методы численного анализа используют теорию по-

строения разностных схем для (интегро-)дифференциальных задач. Численное моделирование проведено при помощи языка Python.

Теоретическая и практическая значимость работы. Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории разорения с инвестициями, в том числе для задач оптимального управления, а также для получения практических результатов в области численного моделирования вероятности дефолта страховой компании.

Положения, выносимые на защиту.

1. Доказано существование единственного классического решения краевой задачи для ИДУ, совпадающего с вероятностью неразорения страховой компании в модели типа Крамера–Лундберга с инвестициями в рисковый актив. Получен результат о степенной асимптотике вероятности разорения при больших значениях начального капитала.
2. Найдена асимптотика вероятности разорения при стремлении начального капитала к бесконечности в модели с инвестициями в рисковый актив и двусторонними скачками.
3. Установлено достаточное условие гладкости вероятности разорения в модели с инвестициями в рисковый актив в случайной среде. Получена система ИДУ для вероятностей разорения.
4. Доказано существование единственного вязкостного решения ИДУ, совпадающего с вероятностью разорения в общей модели Орнштейна–Уленбека.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

- Совместный семинар Кафедры теории вероятностей МГУ им. М.В. Ломоносова и Фонда «Институт «Вега», Москва, 7 декабря 2022.
- XXX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», 10-21 апреля 2023.

- 16th Bachelier Colloquium 2024, Mathematical Finance and Stochastic Calculus, Métabief, France, 5-19 January 2024.
- «Вероятностные проблемы управления и стохастические модели в экономике, финансах и страховании», ЦЭМИ РАН, Москва, 12 марта 2024.
- XXXII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», 11-25 апреля 2025.
- «Вероятностные проблемы управления и стохастические модели в экономике, финансах и страховании», ЦЭМИ РАН, Москва, 31 марта 2026.
- Международная научная конференция «Ломоносовские чтения». Подсекция «Новые вызовы экономики: цифровая трансформация, финансовые рынки и качество жизни». Раздел «Математические финансы», 3 апреля 2026.
- Большой семинар кафедры теории вероятностей МГУ, 8 апреля 2026.

Публикации. Все основные результаты по теме диссертации изложены в четырех статьях, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук. Список работ автора приведен в конце автореферата и диссертации.

Соответствие паспорту научной специальности. В диссертации изучаются различные модели разорения страховой компании, инвестирующей свой капитал в рисковый актив, поэтому тема диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.4 «Теория вероятностей и математическая статистика» по направлениям исследований: стохастические процессы, стохастические дифференциальные уравнения, марковские процессы и поля, а также связанные с ними модели, стохастический анализ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 77 страниц, включая 2 рисунка. Список литературы содержит 45 наименований.

В работу вошли результаты, выполненные при поддержке гранта РФФ 20-68-47030, рук. — проф. Д. Фантаццини.

Основное содержание работы

Первая глава посвящена исследованию модели страховой компании, инвестирующей долю κ своего капитала в рисковый актив, динамика цены которого подчиняется ГБД с параметрами a и σ . Страховая деятельность компании задана составным пуассоновским процессом с положительным сносом c и скачками вниз, имеющими функцию распределения F .

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ с фильтрацией $F = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$ заданы независимые винеровский процесс $W = (W_t)_{t \geq 0}$ и составной пуассоновский процесс $P = (P_t)_{t \geq 0}$ со сносом $c > 0$. Определим пуассоновскую случайную меру $p_P(dt, dx)$ процесса P с компенсатором $\Pi_P(dx)dt$, где $\Pi_P(\mathbb{R}_-) < \infty$ и $\Pi_P(\mathbb{R}_+) = 0$. Рассмотрим модель страховой компании, инвестирующей долю κ своего резерва в рисковый актив, цена которого описывается геометрическим броуновским движением

$$S_t = S_0 e^{(a - \sigma^2/2)t + \sigma W_t}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad \sigma > 0.$$

Оставшуюся долю капитала $1 - \kappa$ компания хранит на безрисковом счете с процентной ставкой r

$$B_t = B_0 e^{rt}.$$

Динамика резерва компании описывается процессом $X = X^u$ вида

$$X_t = u + \int_0^t X_s dR_s + P_t, \quad t \geq 0,$$

где

$$R_t = ((a - r)\kappa + r)t + \kappa\sigma W_t,$$

процесс P отражает непосредственно «страховую» деятельность компании, величина $u > 0$ задает начальный капитал компании. Процесс капитала X можно также представить в «дифференциальной» форме $dX_t = X_t dR_t + dP_t$,

где $X_0 = u$,

$$dP_t = cdt + \int xp_P(dt, dx), \quad P_0 = 0.$$

В актуарной литературе процесс P обычно представляется в более наглядном виде как

$$P_t = ct - \sum_{i=1}^{N_t} \xi_i,$$

где $N_t := p_P([0, t] \times \mathbb{R})$ есть пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda = P_P(\mathbb{R}_+)$, случайные величины $\xi_i > 0$ являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с функцией распределения $F(x) = P_P((-x, 0])/\lambda$.

Положим $\tau := \inf\{t \geq 0 : X_t^u < 0\}$ (момент разорения), $\Psi(u) := \mathbb{P}(\tau < \infty)$ (вероятность разорения), $\Phi(u) = 1 - \Psi(u)$ (вероятность неразорения).

Известно, что если вероятность неразорения является гладкой функцией начального капитала, то есть $\Phi \in C^2$, то, применяя стандартные рассуждения с формулой Ито, получаем, что Φ удовлетворяет ИДУ

$$\frac{1}{2}\kappa^2\sigma^2u^2\Phi''(u) + \tilde{a}u\Phi'(u) + c\Phi'(u) + \lambda \int_0^\infty (\Phi(u-y) - \Phi(u)) dF(y) = 0, \quad (7)$$

где $\tilde{a} := ((a-r)\kappa + r)$ (см., например, работу⁶). То же самое уравнение справедливо и для вероятности разорения Ψ . Достаточным условием на F , гарантирующим гладкость Φ , является существование плотности $f \in C^2((0, \infty))$ такой, что $f'' \in L^1(\mathbb{R}_+)$ (см. работу¹³). Сформулируем основной результат данной главы.

Теорема 1 Положим $\gamma := 2((a-r)\kappa + r)/(\kappa^2\sigma^2) > 1$ и предположим, что F непрерывна и $\mathbb{E}\xi_1^{\gamma-1} < \infty$. Тогда существует $G \in C([0, \infty)) \cap C^2((0, \infty))$, являющаяся единственным решением ИДУ

$$\frac{1}{2}\kappa^2\sigma^2u^2G''(u) + \tilde{a}uG'(u) + cG'(u) + \lambda \int_0^\infty (G(u-y) - G(u)) dF(y) = 0 \quad (8)$$

с граничными условиями $G(0+) = \Phi(0+)$ и $G(\infty) = 1$. Данное решение совпадает с вероятностью неразорения Φ . Более того, существует $C_\infty > 0$ такая, что $\Psi(u) \sim C_\infty u^{-\gamma+1}$ при $u \rightarrow \infty$.

Во второй главе рассматривается более общая модель страховой компании, инвестирующей свой капитал в рисковый актив, цена которого подчиняется геометрическому броуновскому движению с параметрами a и σ . Процесс, отвечающий за страховую деятельность компании, имеет как положительные, так и отрицательные скачки. Плотности скачков процесса являются решениями однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ с фильтрацией $F = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$ заданы независимые винеровский процесс $W = (W_t)_{t \geq 0}$ и составной пуассоновский процесс $P = (P_t)_{t \geq 0}$ со сносом $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Определим пуассоновскую случайную меру $p_P(dt, dx)$ процесса P с компенсатором $\Pi_P(dx)dt$, где $\Pi_P(\mathbb{R}) < \infty$. Будем далее предполагать, что $\Pi_P(\mathbb{R}_+) > 0$ и $\Pi_P(\mathbb{R}_-) > 0$.

Следуя работе,¹³ рассмотрим модель страховой компании, инвестирующей свой резерв в рисковые активы, цена которых описывается геометрическим броуновским движением

$$S_t = S_0 e^{(a - \sigma^2/2)t + \sigma W_t}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad \sigma > 0.$$

Динамика резерва компании описывается процессом $X = X^u$ вида

$$X_t = u + \int_0^t X_s dR_s + P_t, \quad t \geq 0,$$

где $R_t = at + \sigma W_t$ является процессом относительного изменения цены рискового актива, процесс P отражает непосредственно «страховую» деятельность компании, величина $u > 0$ задает начальный капитал компании. В нашем случае будет более удобно представить процесс P в виде

$$P_t = ct + \sum_{i=1}^{N_t^2} \xi_i^2 - \sum_{i=1}^{N_t^1} \xi_i^1,$$

где N^1, N^2 суть пуассоновские процессы с интенсивностями $\lambda_1 = \Pi_P(\mathbb{R}_-)$ и $\lambda_2 = \Pi_P(\mathbb{R}_+)$ соответственно, случайные величины ξ_i^1, ξ_i^2 положительны и имеют распределения $F_1(x) := \Pi_P((-x, 0])/\lambda_1$ и $F_2(x) := \Pi_P((0, x])/\lambda_2$ при $x > 0$.

Следуя статье,¹⁹ будем считать, что случайные величины ξ_i^1 и ξ_i^2 являются

абсолютно непрерывными и их плотности распределения f_1 и f_2 удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\mathcal{P}_1 \left(\frac{d}{dx} \right) f_1(x) = 0, \quad \mathcal{P}_2 \left(\frac{d}{dx} \right) f_2(x) = 0, \quad (9)$$

где формальные дифференциальные операторы $\mathcal{P}_i, i = 1, 2$ заданы в виде

$$\mathcal{P}_i \left(\frac{d}{dx} \right) = \sum_{j=0}^n \alpha_i^j \frac{d^j}{dx^j}, \quad \alpha_i^j \in \mathbb{R}, \quad \alpha_i^0 \neq 0.$$

Обозначим $\widehat{f}$ одностороннее преобразование Лапласа функции f , заданное в виде

$$\widehat{f}(s) = \int_0^\infty e^{-sx} f(x) dx.$$

Отметим, что плотности распределений $f_1(x)$ и $f_2(x)$, удовлетворяющие соотношениям (9), имеют преобразования Лапласа, представимые в виде рациональных дробей $p(s)/q(s)$, где $p(s)$ и $q(s)$ являются многочленами конечных степеней (см. работу,³¹ гл. I). Данный класс распределений содержит распределения с плотностями вида

$$f(x) = \sum_{j=0}^{q_1} c_j x^j e^{\eta_j x} + \sum_{j=0}^{q_2} d_j x^j \cos(a_j x) e^{\delta_j x} + \sum_{j=0}^{q_3} e_j x^j \sin(b_j x) e^{\varepsilon_j x}.$$

Введем стандартные обозначения: $\tau := \inf\{t \geq 0 : X_t^u < 0\}$ (момент разорения), $\Psi(u) := \mathbb{P}(\tau < \infty)$ (вероятность разорения). Основной результат главы об асимптотическом поведении вероятности разорения $\Psi(u)$ сформулирован в следующей теореме.

Теорема 2 Положим $\beta = 2a/\sigma^2 - 1$, где $\beta \in (0, 1)$. Пусть плотности распределений $f_i, i = 1, 2$, удовлетворяют соотношениям (9) и существует $\beta' \in (0, \beta)$, что $\mathbb{E}(\xi_1^1)^{\beta'} < 1$. Тогда $\Psi(u) \sim Cu^{-\beta}$, $u \rightarrow \infty$, для некоторой $C > 0$.

Третья глава посвящена исследованию вероятности разорения в модели страховой компании, инвестирующей свой капитал в рисковый актив, дина-

³¹ Asmussen S., Albrecher H. Ruin Probabilities. — 2nd ed. — Singapore : World Scientific, 2010. — (Advanced Series on Statistical Science and Applied Probability; vol. 14). — с. 620.

мика цены которого задана геометрическим броуновским движением с параметрами, модулируемыми марковским процессом с конечным числом состояний.

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, F = (\mathcal{F}_t)_{t \in \mathbb{R}_+}, \mathbb{P})$ заданы независимые процессы W , P и θ^i , задающие фильтрацию F :

1. Стандартный винеровский процесс $W = (W_t)$, где $W_0 = 0$.
2. Составной пуассоновский процесс $P = (P_t)$ со сносом:

$$P_t = ct + \sum_{k=1}^{N_t} \xi_k,$$

где c является константой, $N = (N_t)$ есть непрерывный справа пуассоновский процесс с интенсивностью $\alpha > 0$, и (ξ_k) являются н.о.р.с.в. с функцией распределения $F_\xi = F_\xi(dx)$.

3. Кусочно-постоянный непрерывный справа марковский процесс $\theta^i = (\theta_t^i)$ со значениями в множестве $E := \{0, 1, \dots, K-1\}$, начальным значением $\theta_0^i = i$ и матрицей интенсивности (λ_{jk}) . Также будем предполагать, что все состояния процесса являются сообщающимися.

Пусть $a_k \in \mathbb{R}$, $\sigma_k > 0$, $k = 0, \dots, K-1$ и положим $\kappa_k := a_k - (1/2)\sigma_k^2$. Тогда процесс цены рискованного актива можно представить в виде

$$S = S_0 e^{\int_0^t \kappa_{\theta_s} ds + \int_0^t \sigma_{\theta_s} dW_s}.$$

Пусть $R_t := \int_0^t a_{\theta_s} ds + \int_0^t \sigma_{\theta_s} dW_s$. Тогда процесс капитала $X = X^{u,i}$ определим

$$X = u + \int_0^t X_s dR_s + P_t, \quad (10)$$

где $u > 0$.

Определим $\tau^{u,i} := \inf\{t > 0: X_t^{u,i} \leq 0\}$ (момент разорения, соответствующий начальному капиталу u и начальному состоянию i), $\Psi_i(u) := \mathbb{P}(\tau^{u,i} < \infty)$ (вероятность разорения) и $\Phi_i(u) := 1 - \Psi_i(u)$ (вероятность неразорения).

Основной результат заключается в достаточном условии гладкости вероятности неразорения как функции начального капитала.

Теорема 3 Пусть случайная величина $\xi < 0$ имеет дважды непрерывно дифференцируемую на $(0, \infty)$ плотность распределения f , такую, что

$f', f'' \in L^1(\mathbb{R}_+)$. Тогда функции $\Phi_i(u)$ являются дважды непрерывно дифференцируемыми при $u > 0$.

Кроме того, получена система ИДУ для вероятностей неразорения $\Phi_i(u)$

$$\frac{1}{2}\sigma_i^2 u^2 \Phi_i''(u) + (a_i u + c) \Phi_i'(u) + \mathcal{I} \Phi_i(u) + \sum_{j \in E} \lambda_{ij} \Phi_j(u), \quad i \in E, \quad (11)$$

где

$$\mathcal{I} \Phi_i(u) = \alpha \int (\Phi_i(u+x) - \Phi_i(u)) F_\xi(dx) = \alpha \int \Phi_i(u+x) F_\xi(dx) - \alpha \Phi_i(u).$$

Четвертая глава посвящена исследованию вероятности разорения на конечном временном интервале для общей модели Орнштейна–Уленбека. Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = (\mathcal{F}_r)_{r \geq 0}, \mathbb{P})$ заданы два независимых процесса Леви R и P с триплетами (a, σ^2, Π) и (a_P, σ_P^2, Π_P) , допускающие, соответственно, представления

$$R_t = at + \sigma W_t + x I_{\{|x| \leq 1\}} * (\mu - \nu)_t + x I_{\{|x| > 1\}} * \mu_t \quad (12)$$

и

$$P_t = a_P t + \sigma_P W_t^P + x I_{\{|x| \leq 1\}} * (\mu^P - \nu^P)_t + x I_{\{|x| > 1\}} * \mu_t^P, \quad (13)$$

где μ и μ^P — меры скачков, $\nu(dt, dx) = \Pi(dx)dt$ и $\nu^P(dt, dx) = \Pi_P(dx)dt$, W и W^P — винеровские процессы. Обозначим через R^d и P^d чисто разрывные мартингальные компоненты R и P , то есть процессы

$$R^d := x I_{\{|x| \leq 1\}} * (\mu - \nu), \quad P^d := x I_{\{|x| \leq 1\}} * (\mu^P - \nu^P).$$

Рассмотрим процесс $X = X^{t,u}$, определённый на интервале $[t, \infty)$,

$$X_r^{t,u} = u + \int_{(t,r]} X_{s-}^{t,u} dR_s + P_r - P_t. \quad (14)$$

Будем считать, что $\Pi((\infty, -1]) = 0$, то есть стохастическая экспонента $S_t := \mathcal{E}(R)$ строго положительна (п.н.).

Определим при $u > 0$ функцию $\Psi(t, u) = \Psi(t, u, T) = \mathbb{P}(\tau^{t,u} < T)$ — вероятность выхода $X^{t,u}$ из $(0, \infty)$ до момента T . В актуарной терминологии $\Psi(0, u)$ есть вероятность разорения на временном интервале $[0, T]$ страховой компа-

нии, начинающей деятельность в момент $t = 0$ с начальным капиталом u . В случае $T = \infty$ приходим к определению вероятности разорения $\Psi(0, u; \infty)$ на бесконечном интервале.

Определим следующие интегральные и дифференциальные операторы. Пусть $\mathcal{L} := \mathcal{L}_R^d + \mathcal{L}_P^i + \mathcal{L}_R^d + \mathcal{L}_P^i$, где

$$\mathcal{L}_R^d \Psi(t, u) := \frac{1}{2} \sigma^2 u^2 \Psi_{uu}(t, u) + au \Psi_u(t, u), \quad (15)$$

$$\mathcal{L}_R^i \Psi(t, u) := \int \left(\Psi(t, u(1+z)) - \Psi(t, u) - \Psi_u(t, u) u z I_{\{|z| \leq 1\}} \right) \Pi(dz), \quad (16)$$

$$\mathcal{L}_P^d \Psi(t, u) := \frac{1}{2} \sigma_P^2 \Psi_{uu}(t, u) + a_P \Psi_u(t, u), \quad (17)$$

$$\mathcal{L}_P^i \Psi(t, u) := \int \left(\Psi(t, u+z) - \Psi(t, u) - \Psi_u(t, u) z I_{\{|z| \leq 1\}} \right) \Pi_P(dz). \quad (18)$$

Обозначим через $C_b^{1,2}(t, u)$ множество ограниченных непрерывных функций $f : [0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, непрерывно дифференцируемых по временной переменной и дважды непрерывно дифференцируемых по фазовой переменной в некоторой окрестности точки $(t, u) \in (0, T) \times (0, \infty)$ и равных нулю для $u \in (-\infty, 0]$. Отметим, что для $f \in C_b^{1,2}(t, u)$ значения $\mathcal{L}_R f(t, u)$ и $\mathcal{L}_P f(t, u)$ определены корректно.

Функция $\Psi : [0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ называется *вязкостным суперрешением* (субрешением), если для каждой точки $(t, u) \in (0, T) \times (0, \infty)$ и каждой функции $f \in C_b^{1,2}(t, u)$ такой, что $f(t, u) = \Psi(t, u)$ и $f \leq \Psi$ ($f \geq \Psi$), выполняется неравенство

$$f_t(t, u) + \mathcal{L}f(t, u) \leq 0 \quad (\geq 0).$$

Функция $\Psi : [0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ является *вязкостным решением*, если Ψ одновременно является вязкостным супер- и субрешением.

Согласно нашим определениям, вероятность разорения $\Psi(t, u) = 1$ для $u \leq 0, t < T$. Однако, может оказаться, что $\Psi(t, 0+) < 1$.

Первый результат данной главы сформулирован в следующей теореме.

Теорема 4 *Функция $\Psi(t, u)$ на $[0, T] \times (0, \infty)$ является вязкостным решением интегро-дифференциального уравнения в частных производных*

$$\Psi_t(t, u) + \mathcal{L}\Psi(t, u) = 0. \quad (19)$$

Дальнейший анализ посвящен исследованию единственности вязкостного решения поставленной задачи. Первый этап состоит в введении понятия суб- и суперджетов, позволяющих равномерно приблизить произвольную непрерывную функцию достаточно гладкой тестовой функцией.

Пусть f и g — функции, определённые в окрестности нуля $\mathbb{R}^2$. Обозначая через (h_1, h_2) произвольную точку из $\mathbb{R}^2$, введем следующее обозначение:

$$f(\cdot) \lesssim g(\cdot),$$

если $f(h_1, h_2) \leq g(h_1, h_2) + o(|h_1| + |h_2|^2)$ при $|h| \rightarrow 0$. Аналогичным образом определим

$$f(\cdot) \gtrsim g(\cdot)$$

и, соответственно, $f(\cdot) \approx g(\cdot)$.

Для $(b, p, A) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$ рассмотрим функцию

$$Q_{b,p,A}(t, x) := bt + px + (1/2)Ax^2, \quad (t, x) \in \mathbb{R}^2,$$

линейную по t и квадратичную по x . Определим параболические *супер-* и *субджеты* произвольной функции v в точке $(t, x) \in K := (0, T) \times (0, \infty)$:

$$\mathcal{P}^+v(t, x) := \{(b, p, A) \in \mathbb{R}^3 : v((t, x) + \cdot) \lesssim v(t, x) + Q_{b,p,A}(\cdot)\},$$

$$\mathcal{P}^-v(t, x) := \{(b, p, A) \in \mathbb{R}^3 : v((t, x) + \cdot) \gtrsim v(t, x) + Q_{b,p,A}(\cdot)\}.$$

Оказывается, что для $v \in C(K)$ и любого элемента $(b, p, A) \in \mathcal{P}^+v(t, x)$, где $(t, x) \in K$, существует тестовая функция f , мажорирующая v на K и равномерно близкая к v , имеющая в точке (t, x) то же значение, что и v , принадлежащая $C^{1,2}$ в окрестности (t, x) и имеющая в этой точке первую производную по t , равную b , и первую и вторую производные по x , равные, соответственно, p и A . Более того, $f = v$ вне любой сколь угодно малой окрестности (t, x) .

Второй этап заключается в использовании метода удвоения переменных и применении леммы Ишии, позволяющей удобным образом выбрать тестовые функции. Доказана следующая теорема.

Теорема 5 Пусть Ψ и $\tilde{\Psi}$ — две функции на $\bar{K} := [0, T] \times \bar{\mathbb{R}}_+$ со значениями в

$[0, 1]$, непрерывные всюду, кроме точек (T, ∞) и $(0, T)$. Предположим, что Ψ и $\tilde{\Psi}$ являются вязкостными решениями уравнения (19) на $\bar{K}$, такими, что

$$\Psi(t, 0) = \tilde{\Psi}(t, 0), \quad \Psi(t, \infty) = \tilde{\Psi}(t, \infty), \quad \Psi(T, u) = \tilde{\Psi}(T, u).$$

Тогда $\Psi = \tilde{\Psi}$.

Доказательство единственности вязкостного решения требует непрерывности вероятности разорения. Поэтому, справедлив следующий результат о непрерывности.

Теорема 6 Вероятность неразорения $\Phi(t, u)$ непрерывна на $[0, T) \times (0, \infty)$.

Заключение. В работе изучены вопросы гладкости вероятности разорения страховой компании и ее асимптотического поведения при больших значениях начального капитала. Перечислим основные результаты диссертации.

В модели типа Крамера–Лундберга с инвестициями в рисковый актив, цена которого задана ГБД, исследована вероятность разорения как функция начального капитала. В предположении непрерывности функции распределения F и ограниченности моментов страховых выплат доказана гладкость вероятности разорения, получено ИДУ для вероятности разорения и доказана степенная асимптотика при стремлении начального капитала к бесконечности. Приведены численные эксперименты, подтверждающие полученные теоретические результаты для случаев скачков с «тяжелыми» и «легкими» хвостами распределений. Исследована модель с инвестициями в рисковый актив, динамика цены которого задана ГБД, и двусторонними скачками, плотность которых имеет дробно-рациональное преобразование Лапласа. Доказана степенная асимптотика вероятности разорения при стремлении начального капитала к бесконечности. В модели с инвестициями в рисковый актив, динамика цены которого модулируется марковским процессом с конечным числом состояний, получены достаточные условия гладкости вероятности разорения. Показано, что если плотность скачков имеет непрерывные и интегрируемые производные вплоть до второго порядка, то вероятность разорения является дважды непрерывно дифференцируемой функцией начального капитала. Кроме того, получена система ИДУ, описывающая вероятности разорения

для каждого начального состояния марковского процесса. Наконец, исследована общая модель Орнштейна–Уленбека с инвестициями в рисковый актив на конечном временном интервале. Показано, что вероятность разорения является непрерывной функцией начального капитала. Кроме того, получено ИДУ в частных производных для вероятности разорения и доказано, что вероятность разорения является единственным решением уравнения в смысле вязкости.

Дальнейшие исследования по теме диссертации могут быть посвящены изучению подхода, предложенного в первой главе диссертации, для модели страховой компании с инвестициями в рисковый актив и двусторонними скачками, а также модели страховой компании с инвестициями в рисковый актив, модулируемый в случайной среде.

Благодарность. Автор благодарит научного руководителя, доктора физико-математических наук, профессора Юрия Михайловича Кабанова, за постановку и обсуждение задач, а также за постоянное внимание к работе. Автор благодарит весь коллектив кафедры теории вероятностей, заведующего кафедрой теории вероятностей, доктора физико-математических наук, академика РАН Альберта Николаевича Ширяева и доктора физико-математических наук, профессора Елену Борисовну Яровую за поддержку и ценные указания.

Работы автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук.

1. *Antipov V., Kabanov Y.* Ruin probabilities with investments in random environment: smoothness // Mathematics. — 2024. — Vol. 12, № 11. — P. 1705.
EDN: ZLBСPH / Импакт-фактор 0.497 (SJR).
Вклад соискателя 0.75 п.л. / Общий объем 0.75 п.л.
Постановка задачи и общий подход к решению принадлежат Ю.М. Кабанову. Все результаты получены В.А. Антиповым самостоятельно.
2. *Antipov V., Kabanov Y.* Ruin problems with investments on a finite interval: PIDEs and their viscosity solutions // Finance and Stochastics. — 2026. — Vol. 30, № 1. — pp. 159–177.
EDN: NOFARD / Импакт-фактор 1.046 (SJR).
Вклад соискателя 1.1875 п.л. / Общий объем 1.1875 п.л.
Постановка задачи и общий подход к решению принадлежат Ю.М. Кабанову. Все результаты получены В.А. Антиповым самостоятельно.
3. *Антипов В. А.* О применении преобразования Лапласа для задачи разорения со случайными страховыми платежами и инвестициями в рисковый актив // Теория вероятностей и её применения. — 2026. — Т. 71, № 1. — С. 153–162.
EDN: IEMXYK / Импакт-фактор 0.329 (РИНЦ).
Вклад соискателя 0.625 п.л. / Общий объем 0.625 п.л.
Antipov, V. A. An Application of the Laplace Transform to Ruin Problems with Random Insurance Payments and Risky Asset Investments // Theory of Probability & Its Applications. — 2026. — Vol. 71 – № 1 – pp. 122–128.
DOI: 10.1137/S0040585X97T992811 / Импакт-фактор 0.344 (SJR).
Вклад соискателя 0.4375 п.л. / Общий объем 0.4375 п.л.
4. *Antipov V., Kabanov Y.* On the integro-differential equation arising in the ruin problem for non-life insurance models with investment // Mathematics. — 2026. — Vol. 14, № 6. — P. 1035.

EDN: UZJHFY / Импакт-фактор 0.497 (SJR).

Вклад соискателя 0.75 п.л. / Общий объем 0.75 п.л.

Постановка задачи и общий подход к решению принадлежат Ю.М. Кабанову. Все результаты получены В.А. Антиповым самостоятельно.