

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*

Соколов Владимир Андреевич

**Эффекты нелинейной электродинамики  
вакуума**

Специальность 1.3.3. Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук

Москва – 2026

Диссертация подготовлена на кафедре квантовой теории и физики высоких энергий физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

**Научный консультант:** **Денисов Виктор Иванович**,  
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** **Рыбаков Юрий Петрович**,  
доктор физико-математических наук, профессор, Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Институт физических исследований и технологий, профессор

**Киселев Александр Викторович**,  
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Институт физики высоких энергий имени А.А. Логунова, отдел теоретической физики, главный научный сотрудник

**Борисов Анатолий Викторович**,  
доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, профессор кафедры теоретической физики

Защита состоится «14» мая 2026 года в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 2, Физический факультет, аудитория Н-16.

E-mail: [diss.sov.011.2@org.msu.ru](mailto:diss.sov.011.2@org.msu.ru)

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский проспект д.27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3381>

Автореферат разослан «    » марта 2026 года.

**Ученый секретарь**  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

**П.А. Поляков**

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы диссертационной работы

Исследование особенностей электромагнитных процессов в экстремально сильных полях в вакууме в настоящее время является одним из наиболее перспективных направлений развития физики фундаментальных взаимодействий. Выяснение природы таких процессов открывает новые возможности описания широкого круга явлений от субатомных до космологических масштабов. Экспериментальные подтверждения нелинейных электромагнитных явлений в вакууме, таких как рождение электрон-позитронных пар в поле лазерного излучения, расщепление фотона, лэмбовский сдвиг уровней атома водорода, в сочетании с новыми достижениями в физике интенсивных электромагнитных полей и наблюдательной рентгеновской астрономии дают надежду на скорую проверку применимости одного из наиболее разработанных разделов Стандартной модели в новых экстремальных условиях. В связи с чем, изучение возможностей модификации сектора электромагнитных взаимодействий, развитие новых методов описания полевых конфигураций, расширение предсказательной базы эффектов и способов их регистрации, а также расширение перечня теоретических моделей нелинейной электродинамики вакуума имеет первостепенную актуальность.

В диссертации исследуются наблюдательные проявления различных моделей нелинейной электродинамики вакуума, оценивается возможность их регистрации, как в лабораторных, так и в астрофизических условиях. Полученные в диссертации результаты позволяют выполнить планирование перспективных экспериментальных исследований, направленных на поиск ограничений на значения параметров моделей нелинейной электродинамики вакуума и выяснение корректности этих моделей.

Еще одно актуальное направление исследований современной теории поля связано с изучением структуры пространства-времени компактных астрофизических объектов и особенностей движения частиц вблизи них. В диссертации исследовано регуляризирующее влияние нелинейных моделей электродинамики вакуума на свойства самогравитирующих электровакуумных решений уравнений поля. Показана возможность существования нового класса черных дыр и аксиально симметричных частицеподобных полевых систем.

Для современной теории поля также актуальной является разработка теоретических моделей, построенных на новых принципах, более содержательных чем эвристическое предположение о той или иной форме Лагранжиана. В диссертации предложена новая модель конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума, обладающая рядом преимуществ по сравнению с уже известными моделями.

Рассмотренные в диссертации проблемы относятся к области активного научного поиска, что подтверждается значительным числом публикаций по теме исследования в ведущих мировых научных журналах. Планы по созданию перспективных экспериментальных проектов, направленных на выяснение природы электромагнитного вакуума, включенные в программы развития сразу нескольких крупных международных исследовательских центров, позволяют надеяться на скорое появление новых экспериментальных данных и существенный прогресс в этой области.

## Цели и задачи работы

Основной **целью** диссертации является развитие теоретических методов поиска и описания наблюдательных проявлений эффектов нелинейной электродинамики вакуума в экстремально сильных электромагнитных полях. Значительное внимание уделяется описанию электромагнитных процессов, происходящих вблизи компактных астрофизических объектов, разработке новых моделей электродинамики вакуума и принципов их отбора.

В диссертации решаются следующие **основные задачи**.

1. Развитие тетрадного формализма для выявления и анализа новых критериев отбора теоретических моделей нелинейной электродинамики вакуума и проверки их непротиворечивости фундаментальным физическим принципам.
2. Получение решения для поля собственного излучения пульсаров и магнетаров в параметризованном пост-максвелловском приближении, в том числе и при условии быстрого вращения пульсара. Определение особенностей диаграммы направленности излучения и влияния поправок нелинейной электродинамики на динамику вращения пульсара.
3. Выявление регуляризирующего воздействия нелинейной электродинами-

- ки вакуума на структуру пространства-времени заряженной чёрной дыры в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда. Определение критических значений параметров, допускающих существование чёрной дыры и её вырожденных состояний.
4. Определение особенностей движения фотонов и массивных частиц в пространстве-времени зараженного коллапсара в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда. Вычисление характеристик орбит частиц и условий их устойчивости, а также получение зависимости размера тени чёрной дыры от её параметров.
  5. Проверка возможности существования самосогласованных решений аналогичных геону Мельвина, при различных конфигурациях магнитного поля в моделях нелинейной электродинамики вакуума, обладающих регуляризирующими свойствами, а также в конформно-инвариантной модели.
  6. Описание распространения импульсов жесткого рентгеновского излучения в поле пульсаров и магнетаров при произвольном расположении источника и приемника излучения. Исследование влияния нелинейно-электродинамического воздействия поля вращающегося пульсара на транзитное излучение.
  7. Оценка возможностей регистрации эффекта относительного запаздывания нормальных мод излучения в поле пульсара в современных и перспективных астрофизических экспериментах.
  8. Исследование эффекта двулучепреломления вакуума в непертурбативном приближении однопетлевой электродинамики Гейзенберга-Эйлера. Получение эффективных показателей преломления электромагнитных волн в экстремально сильном однородном магнитном поле.
  9. Построение новой модели нелинейной электродинамики вакуума, обладающей групповыми симметриями теории Максвелла, в том числе конформной инвариантностью. Исследование наблюдательных проявлений новой теоретической модели: двулучепреломления и эффекта оптической невязимости электромагнитных волн. Поиск точных аналитических решений уравнений Эйнштейна в конформно-инвариантной нелинейной электродинамике вакуума, описывающих компактные астрофизические объекты.
  10. Исследование возможных нарушений дуальной симметрии в моделях конформно-инвариантной нелинейной электродинамики. Получение произво-

дящего уравнения для новых моделей с произвольным параметром нарушения, при сохранении предельного перехода к электродинамике Максвелла и модели ModMax.

## Научная новизна

В работах, составляющих основу диссертации, получен ряд новых научных результатов важных для развития современной теории поля и планирования экспериментального исследования процессов, протекающих в экстремально сильных электромагнитных полях.

Был предложен новый вид энергетического условия, следующего из структуры тензора энергии-импульса нелинейной электродинамики вакуума. Проведена проверка выполнения этого условия для динамики идеальной жидкости и вещественного, массивного скалярного поля.

Была исследована структура пространства-времени зараженной чёрной дыры в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда. Обнаружена возможность существования особого состояния чёрной дыры в виде двухкратно вырожденной «чёрной точки», а также новая нетривиальная зависимость размера тени чёрной дыры от ее параметров.

Был исследован непертурбативный эффект двулучепреломления вакуума в экстремально сильном магнитном поле в однопетлевой модели электродинамики Гейзенберга-Эйлера. Были установлены новые соотношения между эффективными показателями преломления вакуума и индукцией магнитного поля.

Была предложена новая модель конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума, для которой установлено отсутствие зависимости эффективных показателей преломления вакуума от интенсивности электромагнитного поля. Разработана методика построения новых моделей нелинейной электродинамики нарушающих условие дуальной симметрии.

## Теоретическая и практическая значимость работы

Разработанные в диссертации методы, и полученные результаты вносят важный вклад в развитие современной теории поля и представляют не только академический интерес, но и имеют прикладное значение для выполнения экспериментальных проектов связанных с созданием интенсивных лазерных источников,

наблюдательной рентгеновской астрофизики и других сферах исследований связанных с электромагнитными процессами, протекающими в экстремально сильных полях.

Предложенный в диссертации новый принцип построения моделей нелинейной электродинамики вакуума, заключающийся в наследовании групповых симметрий теории Максвелла, привел к получению нового класса моделей, обладающих конформно-инвариантными свойствами.

Выполненный в диссертации расчет эффекта запаздывания электромагнитных импульсов в поле пульсаров и магнетаров показал возможность регистрации эффекта двулучепреломления вакуума в перспективных проектах поляриметрических наблюдений компактных астрофизических объектов.

Результаты научных публикаций, составляющих основу диссертации, представляют интерес для научного сообщества и используются в дальнейших исследованиях другими учеными, что подтверждается публикациями в высоко-рейтинговых журналах, высокими индексами просмотра работ и их цитированием.

## Объект и предмет исследования

**Объектами** исследования являются конфигурации электромагнитного и гравитационного поля в моделях нелинейной электродинамики вакуума, в том числе связанные с компактными астрофизическими объектами, такими как заряженные чёрные дыры, пульсары и магнетары. **Предметами** исследования являются электромагнитные эффекты в экстремально сильном поле, методы их описания и способы регистрации в лабораторных и космических экспериментах.

## Методология и методы исследования

В диссертации используется системный методологический подход направленный на разностороннее описание эффектов нелинейной электродинамики вакуума и развитие новых теоретических моделей. Основные результаты диссертации получены с помощью аналитических методов современной классической теории поля, специальных методов решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и численного моделирования. Для выполнения громоздких вычислений, автором диссертации был подготовлен пакет

прикладных программ с использованием системы аналитических вычислений «REDUCE».

### Положения, выносимые на защиту

1. Структура тензора энергии-импульса Лоренц-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума допускает формулировку нового энергетического условия, в виде положительно определенной квадратичной формы, построенной для произвольной степени девиатора тензора-энергии импульса, которое также выполняется для произвольной динамики идеальной жидкости, но может нарушаться для некоторых частных конфигураций скалярного поля.
2. Теория Эйнштейна-Борна-Инфельда допускает возможность существования нового, особого состояния заряженной чёрной дыры в виде двухкратно вырожденной чёрной точки, для которой эффективное пространство-время фотонов не имеет особенностей, но при этом псевдориманово пространство содержит времениподобную сингулярность в начале координат. Радиус тени такой чёрной дыры может увеличиваться с ростом её заряда, при некоторых значениях массы, что не характерно для решения Рейснера-Нордстрема с аналогичными параметрами.
3. В непертурбативном режиме однопетлевой нелинейной электродинамики Гейзенберга-Эйлера сохраняется эффект двулучепреломления в вакууме. Общее решение задачи о запаздывании электромагнитных импульсов жесткого рентгеновского и гамма-излучения в поле пульсаров и магнетаров указывает на возможность регистрации эффекта двулучепреломления в вакууме в условиях современного спутникового эксперимента.
4. Принцип наследования групповых симметрий электродинамики Максвелла приводит к модели конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума, для которой наблюдаются эффекты двулучепреломления электромагнитных волн и оптической невзаимности в постоянном электромагнитном поле. Эффективные показатели преломления вакуума в конформно-инвариантной модели не зависят от модулей векторов фонового электромагнитного поля.

## Достоверность результатов

Результаты диссертации были получены на основании современных методов математической физики и классической теории поля в искривленном пространстве-времени. Предложенные в диссертации новые модели не противоречат фундаментальным физическим принципам и в предельных случаях соответствуют известным результатам других авторов и научных групп. Для выполнения численного моделирования применялись верифицированные алгоритмы и программные пакеты.

Все основные результаты диссертации были опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах с высоким индексом цитирования, а также были представлены автором диссертации лично на научных семинарах и конференциях.

## Апробация работы

Результаты диссертации неоднократно докладывались на научных семинарах кафедры теоретической физики МГУ имени М.В.Ломоносова, семинаре отдела теоретической физики высоких энергий НИИЯФ МГУ имени М.В. Ломоносова, семинаре по гравитации и космологии имени А.Л. Зельманова ГАИШ МГУ, семинаре ИЗМИРАН имени Н.В. Пушкова и научных конференциях:

1. «Класс нелинейных электродинамик вакуума с бесследовым тензором энергии-импульса», XVI Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2017»), 4-9 июня 2017, Красновидово, Россия.
2. «Применение формализма Ньюмена-Пенроуза для поиска точных решений уравнений нелинейной электродинамики в астрофизических приложениях», Международная конференция «Ломоносов», 2009, Москва, Россия.
3. «Исследование эффектов нелинейной электродинамики вакуума.» Международная конференция «Ломоносов», 2006, Москва, Россия.
4. «Применение формализма Ньюмена-Пенроуза к задачам нелинейной электродинамики вакуума», Международная конференции «Ломоносов», 2005, Москва, Россия.

## Публикации и личный вклад автора

Результаты диссертации опубликованы в 15 статьях [1–15] в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук, в том числе 10 из них опубликованы в журналах первого квартиля (Q1).

Результаты статей получены при непосредственном участии автора диссертации. Во всех публикациях, в том числе и в работах опубликованных в соавторстве, вклад автора диссертации является определяющим. Автор принимал активное участие в постановке задач, построении новых моделей, получении решений, анализе и интерпретации полученных результатов. При этом необходимо отметить следующее.

В работе [1], на основании результатов, полученных автором диссертации, В.И. Денисовым был выполнен анализ некоторых частных свойств метрики пространства-времени заряженной чёрной дыры. В работе [2], на основании решений уравнений геодезических лучей, полученных автором диссертации, М.И. Васильевым была выполнена количественная оценка искривления лучей в поле пульсара и эффекта относительного запаздывания нормальных волн. В работе [3], постановка задачи и получение аналитических результатов были выполнены автором диссертации совместно с В.И. Денисовым. И.П. Денисовой была проведена верификация вычислений и подготовлен литературный обзор. В работе [4], аналитические вычисления были выполнены автором совместно с В.И. Денисовым. М.И. Васильевым был подготовлен обзор астрофизических данных, необходимых для количественной оценки эффекта. В работе [5] В.И. Денисовым была выполнена оценка функций крутящего момента, соответствующих гравитационному излучению пульсара. М.И. Васильевым подготовлены астрофизические данные для пульсаров и литературный обзор. Б.Н. Швилкиным была проведена верификация результатов вычислений. В работе [6], постановка задачи и вычисление характеристик излучения пульсара были выполнены автором диссертации совместно с В.И. Денисовым. А.Б. Пименовым были выполнены количественные оценки некоторых параметров задачи и подготовлен литературный обзор. И.П. Денисовой была проведена верификация результатов аналитических вычислений. В работе [7] В.И. Денисовым был подготовлен обзор моделей нелинейной электродинамики вакуума. Верификация результатов вычислений для вырожденных круговых орбит была выполнена В.А. Ильиной.

В работе [8], непертурбативные коэффициенты двулучепреломления вакуума были получены автором диссертации совместно с В.И. Денисовым. Е.Е. Долгой была выполнена количественная оценка времени запаздывания нормальных мод и подготовка графического материала. В работе [9] Е.Е. Долгой и И.П. Денисовой был подготовлен литературный обзор. В.И. Денисовым была проведена адаптация некоторых фундаментальных ограничений для моделей нелинейной электродинамики, представленных в лоренц-инвариантной форме, и выполнена верификация результатов. В работе [10] постановка и решение задачи о распространении электромагнитных волн в поле пульсара были получены автором диссертации совместно с В.И. Денисовым. Описание методики детектирования и оценка возможностей регистрации эффекта двулучепреломления вакуума в современных астрофизических миссиях были выполнены автором диссертации совместно с С.И. Свертиловым. В работе [11] Б.Д. Гармаевым была проведена проверка возможности комбинирования Лагранжианов для построения моделей конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума. И.П. Денисовой был подготовлен литературный обзор и верификация результатов. В работе [12] Б.Д. Гармаевым был выполнен литературный обзор известных энергетических условий. В.С. Ростовский принимал активное участие в постановке задачи и анализе результатов, полученных автором диссертации.

Важно отметить, что все результаты, вошедшие в диссертацию, получены автором лично.

## Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Работа изложена на 235 страницах, включает в себя 18 рисунков и 9 таблиц. Общее число ссылок на литературные источники 266.

## Основное содержание работы

Во **введении** описаны основные модели нелинейной электродинамики вакуума и эффекты, связанные с ними. Изложены основные принципы построения современных моделей, представлена история развития исследований в области физики интенсивных электромагнитных полей и выполнен литературный обзор

современной проблематики. Также приводится общая характеристика диссертации: обоснована ее актуальность, определены цели, задачи и методология исследования, отмечена научная новизна и указана теоретическая и практическая значимость работы. Перечислены положения, выносимые на защиту, отмечены личный вклад автора, указан список научных работ, содержащих результаты диссертации и степень их достоверности, приведено описание структуры диссертации.

В **первой главе** рассматривается применение тетрадного формализма для описания эффектов нелинейной электродинамики вакуума и проверки непротиворечивости новых моделей фундаментальными принципам. Выполнено описание критериев унитарности и причинности, а также энегодоминантного условия в тетрадном представлении.

Предложено новое энергетическое условие, следующее из структуры тензора энергии-импульса нелинейной электродинамики вакуума произвольного вида [12]. Это условие выражается в виде положительной определенности квадратичной формы, построенной для произвольной степени  $p$  девиатора этого тензора на наборе произвольных причинных векторов  $a^k$ , указывающих в будущее:

$$\mathcal{D}_{ik}^{(p)} a^i a^k \geq 0, \quad a_k a^k \geq 0. \quad (1)$$

Условие выполняется для моделей нелинейной электродинамики общего вида. Для проверки его применимости к другим видами материи был использован тетрадный формализм. Было показано, что соотношение (1) имеет место и для идеальной жидкости. Для моделей скалярного поля, учитывающих произвольную связь кинетического члена в Лагранжиане (например, к-эссенции), выполнение неравенства (1) возможно не всегда. Из-за отсутствия ограничений на знак кинетического члена  $X$ , квадратичная форма, построенная для четной степени девиатора тензора энергии-импульса может быть неположительной

$$\mathcal{D}_{ik}^{(2m)} a^i a^k = \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} \right)^{2m} \frac{X^{2m-1}}{2^{2m}} \left\{ (3^{2m} - 1) (\nabla_k \phi a^k)^2 + X a_k a^k \right\} \leq 0. \quad (2)$$

В тоже время, было установлено что знак этого выражения, прежде всего, определяется динамикой поля и не зависит от выбора причинного вектора  $a^k$ . Основные результаты **первой главы** опубликованы в [12].

Во **второй главе** приводится описание эффектов нелинейной электродина-

мики вакуума, протекающих вблизи компактных астрофизических объектов, таких как пульсары и заряженные чёрные дыры.

Сильное магнитное поле пульсаров и магнетаров позволяет рассматривать их в качестве перспективных источников для исследования эффектов нелинейной электродинамики вакуума. В диссертации вычислены нелинейные вакуумные поправки к полю собственного излучения пульсаров для случаев их быстрого [6] и медленного вращения [5]. Для медленно вращающихся пульсаров, как правило обладающих сильным магнитным полем, было получено угловое распределение интенсивности излучения:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_M &= \frac{Q \sin^2 \theta_0}{4\pi} \left[ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \left( 1 + \cos(2(\Omega t - kr - \varphi)) \right) \right], & (3) \\
\left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_0 &= \frac{AQ \sin^2 \theta_0}{\pi} \left[ \frac{\eta_2 - 3\eta_1}{20} \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 + \frac{5\eta_1 - 2\eta_2}{30} \sin^2 \theta \right. \\
&\quad \left. + \frac{3\eta_1 - \eta_2}{30} \sin^2 \theta_0 + \frac{3\eta_2 - 7\eta_1}{30} \right], \\
\left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_1 &= \frac{2AQ \cos \theta \cos \theta_0 \sin \theta \sin^3 \theta_0}{35\pi} \left[ 3\eta_1 \sin^2 \theta - 11\eta_1 + \frac{7\eta_2}{3} \right], \\
\left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_2 &= \frac{AQ \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0}{4\pi} \left[ \frac{81\eta_1}{140} \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 - \frac{67\eta_1}{70} \sin^2 \theta_0 \right. \\
&\quad \left. - \frac{\eta_2}{15} \sin^2 \theta_0 + \frac{2(2\eta_1 - \eta_2)}{15} \right], \\
\left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_3 &= \frac{6\eta_1 AQ}{35\pi} \cos \theta \cos \theta_0 \sin^3 \theta \sin^3 \theta_0, & \left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_4 = \frac{81\eta_1 AQ}{560\pi} \sin^4 \theta \sin^4 \theta_0,
\end{aligned}$$

где индексы указывают на частоту изменения слагаемого в разложении углового распределения интенсивности излучения, индекс  $M$  относится к приближению электродинамики Максвелла,  $\theta_0$  угол наклона магнитного момента пульсара к оси вращения,  $\Omega$  угловая скорость вращения пульсара,  $R_s$  его радиус,  $B_p$  характерное магнитное поле на поверхности пульсара,  $B_c$  масштабный параметр квантово-электродинамической индукции,  $\eta_1$  и  $\eta_2$  параметры параметризованного пост-максвелловского разложения,  $\theta$  и  $\varphi$  угловые координаты наблюдателя, а также введены обозначения для  $k = \Omega/c$  и коэффициентов  $A = \left(kR_s B_p / B_c\right)^2$  и  $Q = \Omega^4 B_p^2 R_s^6 / c^3$ .

Было установлено, что при некоторых углах наклона магнитного момента пульсара к оси вращения (значения которых зависят от выбора модели нелинейной электродинамики) распределение интенсивности излучения в поправке

обусловленной нелинейной электродинамикой, становится изотропным и не зависит от положения наблюдателя.

Для быстровращающихся пульсаров получено выражение для полной интенсивности излучения, в котором удобно выделить вклад электродинамики Максвелла. Для этого была введена «корректирующая функция»  $\Phi(\theta_0, Y)$ , которая является множителем перед масштабным коэффициентом  $B_p^2/B_c^2$ , определяющим, влияние нелинейной электродинамики вакуума на излучение пульсара:

$$I = \frac{2\Omega^4 B_p^2 R_s^6}{3c^3} \sin^2 \theta_0 \left\{ 1 + \gamma \frac{B_p^2}{B_c^2} \Phi(\theta_0, Y) \right\}, \quad (4)$$

где  $\gamma$  нормировочный коэффициент, равный  $\gamma = \eta_1$ , для моделей электродинамики в которых  $\eta_1 \neq 0$  и  $\gamma = \eta_2$ , если  $\eta_1 = 0$ .

Функция  $\Phi(\theta_0, Y)$  зависит от угла наклона магнитного момента к оси вращения  $\theta_0$ , а также угловой скорости  $Y = \Omega R_s/c$ , и может быть представлена в виде поверхности, изолинии которой  $\Phi(\theta_0, Y) = const$  определяют заданный вклад поправок нелинейной электродинамики вакуума в общую интенсивность излучения. Семейство изолиний этой функции, построенное для различных моделей нелинейной электродинамики обладает выраженными максимумами, что указывает на существование оптимальных параметров пульсара необходимых для наблюдения поправки к интенсивности излучения с заданным значением. Также установлено, что для пост-максвелловских моделей, зависящих только от параметра  $\eta_2$ , возможно существование условий при которых поправка нелинейной электродинамики вакуума к собственному излучению пульсара отсутствует.

В диссертации также исследовано влияние поправок нелинейной электродинамики к собственному излучению пульсара на замедление его вращения. Полученные выражения для функций крутящего момента («torque functions») были соотнесены с аналогичными функциями, обусловленными другими механизмами диссипации энергии, таким как квадрупольно-массовое излучение гравитационных волн, возникающее вследствие эллиптичности пульсара, и гравитационным излучением, вызванным колебательными г-модми. Полученные оценки для отношений функций крутящего момента существенно зависят от параметров пульсаров и для наиболее реалистичных данных указывают на малость влияния поправок нелинейной электродинамики вакуума на замедление враще-

ния пульсара, по сравнению с отмеченными выше механизмами гравитационного излучения. Однако, для гипотетических объектов – блицаров, обладающих сильным поверхностным магнитным полем и высокой угловой скоростью вращения, соотношение между функциями крутящего момента может измениться в пользу превалирования нелинейно-электродинамического воздействия на замедление вращения пульсара над воздействием гравитационного излучения.

Во **второй главе** рассмотрен еще один тип компактных астрофизических объектов – зараженные чёрные дыры в модели электродинамики Эйнштейн-Борна-Инфельда. Пространство-время таких чёрных дыр, в общем случае, не обладает регулярными свойствами, а число горизонтов определяется нулями метрической функции

$$g_{00} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{2}{a^2 r} \int_r^\infty [\sqrt{\eta^4 + a^2 Q^2} - \eta^2] d\eta, \quad (5)$$

и существенно зависит от соотношения между массой чёрной дыры  $M$  и её зарядом  $Q$ . В диссертации подробно изучены свойства метрики (5). Исследована зависимость числа горизонтов от параметров чёрной дыры [1]. Обнаружена возможность существования особого стояния чёрной дыры в виде «чёрной точки» с двукратно вырожденным горизонтом, масса и заряд которой определяются выражениями:

$$M_{cr} = \frac{a^2}{4} \int_0^\infty \frac{d\eta}{1 + \sqrt{1 + a^4 \eta^4 / 4}} = \frac{1}{3\Gamma^2(3/4)} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} a, \quad Q = a/2. \quad (6)$$

Описание движения фотонов в модели Эйнштейна-Борна-Инфельда может быть построено в терминах геометрии эффективного пространства-времени, метрический тензор которого зависит от компонент внешнего электромагнитного поля в котором распространяется электромагнитная волна. В диссертации, исследовано движение фотонов в поле заряженной чёрной дыры Эйнштейна-Борна-Инфельда. Получено уравнение для радиуса фотонной сферы и исследованы характеристики тени такой чёрной дыры.

Было обнаружено, что метрика эффективного пространства-времени для фотонов обладает необычными свойствами, существенно отличающимися её от

эйнштейновской метрики (5). Прежде всего, это касается свойств регулярности пространства-времени вблизи силового центра. Скалярная кривизна  $R$ , вычисленная для эйнштейновской метрики, и скалярная кривизна  $\mathcal{R}$  для эффективного пространства-времени, вблизи центра чёрной дыры имеют принципиально разное асимптотическое поведение:

$$\begin{aligned} R|_{r \rightarrow 0} &\simeq \frac{8}{a^2} - \frac{4|Q|}{ar^2} - \frac{6r^2}{a^3|Q|} + \mathcal{O}(r^3), \\ \mathcal{R}|_{r \rightarrow 0} &\simeq \frac{32(M_{cr} - M)}{r^3} + \frac{10}{r^2} \left(1 - \frac{2|Q|}{a}\right) + \frac{8}{3a^2} \\ &\quad - \frac{16(M_{cr} - M)r}{a^2Q^2} + \frac{2(|Q| - a)r^2}{Q^2a^3} + \mathcal{O}(r^3). \end{aligned} \quad (7)$$

Для двукратно вырожденной чёрной точки (6) скалярная кривизна  $\mathcal{R}$  оказывается регулярной, при этом  $R$ , по-прежнему, имеет особую точку в начале координат. С целью проверки утверждения о регулярности эффективного пространства-времени двукратно вырожденной чёрной точки, в диссертации был вычислен полный набор инвариантов Карминати-Макленахана. Все инварианты оказались регулярными для эффективного пространства-времени, и в тоже время, сингулярными для эйнштейновской метрики. Подобное свойство указывает на существование нового особого состояния чёрной дыры.

В диссертации были исследованы особенности движения массивных незаряженных частиц в поле чёрной дыры Эйнштейна-Борна-Инфельда. Для таких частиц были получены параметры критических круговых орбит с различной степенью вырождения, а также исследована их устойчивость [7].

Во **второй главе** диссертации приводится описание самогравитирующих конфигураций магнитного поля с цилиндрической симметрией, аналогичных геону Мельвина. Получено несколько типов решений для магнитного геона [14]. Для случая продольного магнитного поля в модели Борна-Инфельда, был получен аналог решения Мельвина с существенно более выраженными частицеподобными свойствами (меньшей областью эффективной локализации поля). На Рисунке 1 представлена зависимость нормированной индукции магнитного поля  $b$  от радиальной координаты  $r$  и коэффициента  $k = aB_0$ , связанного с параметром нелинейной электродинамики Борна-Инфельда.

Панель закрашенная зеленым цветом, соответствует решению Мельвина.

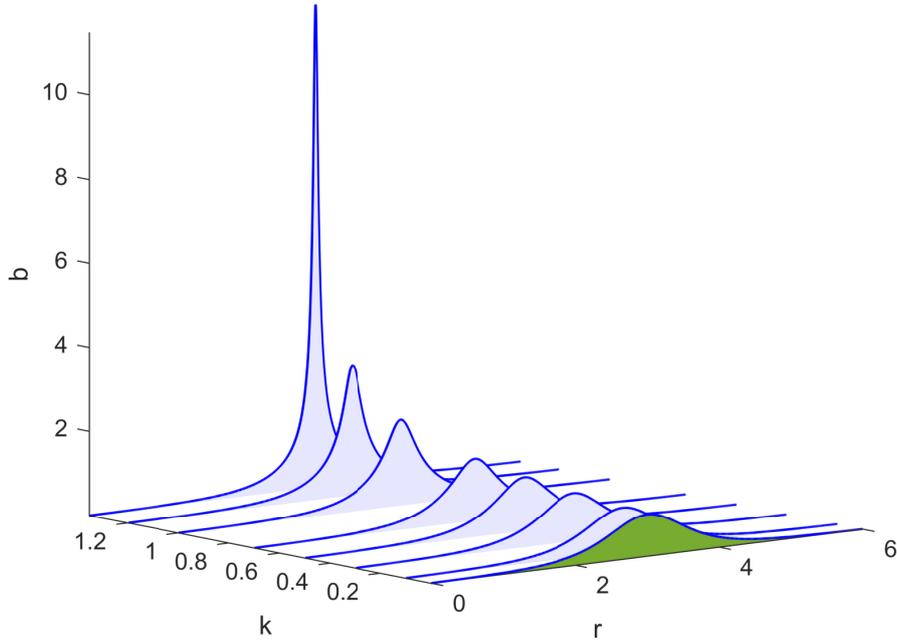


Рис. 1: Решение для продольной конфигурации магнитного поля в электродинамике Борна-Инфельда, аналогичное решению Мельвина в теории Эйнштейна-Максвелла.

При увеличении параметра нелинейности  $k$  происходит компактификация области эффективно занятой магнитным полем, что соответствует первоначальной концепции геона, как частицеподобного решения.

Также были получены решения для радиального и аксиального магнитного поля с цилиндрической симметрией. Для этих решений было обнаружены сингулярные горизонты, что указывает на невозможность полной регуляризации решений в искривленном пространстве-времени в электродинамике Борна-Инфельда, даже в том случае, если отсутствуют источники поля в виде точечных зарядов и масс.

В **третьей главе** рассматривается задача о распространении импульсов жесткого рентгеновского и гамма-излучения в магнитном поле пульсаров и магнетаров. Предполагается, что жесткое излучение астрофизических источников, включающих сильно намагниченные нейтронные звезды, должно быть поляризованным. Прежде всего, поляризация излучения может быть обусловлена геометрией излучающих областей, т. е. аккреционным диском (в случае нейтронной звезды в двойной системе) или крупномасштабной структурой магнитного поля излучающей области, а также высокой анизотропией первич-

ных электронных пучков. Другая причина поляризации излучения может быть связана с влиянием на распространение рентгеновских и гамма-лучей физических условий в магнитосфере нейтронной звезды, в том числе влияние эффектов обусловленных нелинейностью электродинамики в вакууме, для которых критическим параметром в модели Гейзенберга-Эйлера является квантово-электродинамическая индукция (поле Швингера)  $B_c = m^2 c^3 / (e \hbar) = 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс, выше которого нелинейные электродинамические эффекты в вакууме становятся существенными. Реализовать такие поля в наземных экспериментах в макроскопических объемах, не представляется возможным, поэтому астрофизические наблюдения являются принципиально важным способом проверки нелинейных электродинамических моделей, тем более, что столь сильное магнитное поле не так уж и редко встречается во Вселенной.

Некоторые гамма-пульсары характеризуются магнитными полями, близкими к значению  $B_c$ , но для так называемых магнетаров оно может быть даже выше и достигать значений порядка  $10^{15}$  Гс. В таких объектах в окрестностях сильно намагниченной нейтронной звезды существуют благоприятные условия для вакуумного двулучепреломления. Этот эффект может иметь различные проявления. Одним из них является резкое увеличение линейной поляризации теплового излучения для изолированных нейтронных звезд, от уровня нескольких процентов до даже ста процентов, в зависимости от геометрии наблюдения и механизма поверхностного излучения.

Описание переноса поляризованного излучения в магнитосфере пульсара требует учета различных эффектов деполяризации, в основном вызванных влиянием плазмы магнитосферы. Сочетание вакуумного и плазменного двулучепреломления может существенно влиять на наблюдаемую поляризацию волны, даже при низких значениях локального магнитного поля. Для излучения с достаточно высокой частотой вакуумное двулучепреломление становится доминирующим, а плазма лишь пренебрежимо мало влияет на распространение волны.

Расчеты и моделирование нелинейного электродинамического воздействия магнитного поля пульсара на поляризацию электромагнитного импульса ранее проводились в частных случаях, с использованием различных систем координат [2–4]. Однако, в всех этих случаях координаты выбирались из соображений удобства и простоты аналитических вычислений, и не всегда подходили для

интерпретации результатов наблюдений. В первом разделе **третьей главы**, во избежание этого недостатка, расчет влияния магнитного поля пульсара на поляризацию электромагнитного импульса выполнен в наиболее общем виде, при произвольном взаимном расположении источника излучения, пульсара и наблюдателя [10], что позволяет использовать полученные результаты для обработки данных космических экспериментов. Для вычисления поляризационного состояния импульса, приходящего в детектор, было получено решение уравнения геодезических лучей в эффективном пространстве-времени магнитного диполя (в параметризованной пост-максвелловской электродинамике), компоненты метрического тензора которого имеют вид:

$$G_{\alpha\beta}^{(1,2)} = -\delta_{\alpha\beta} \left\{ 1 + 4\xi\eta_{1,2} \left[ \frac{3(\mathbf{M} \mathbf{r})^2}{r^8} + \frac{\mathbf{M}^2}{r^6} \right] \right\} + 4\xi\eta_{1,2} \left[ \frac{9(\mathbf{M} \mathbf{r})^2}{r^{10}} x_\alpha x_\beta + \frac{M_\alpha M_\beta}{r^6} - \frac{3(\mathbf{M} \mathbf{r})}{r^8} (M_\alpha x_\beta + x_\alpha M_\beta) \right], \quad G_{00}^{(1,2)} = 1, \quad (8)$$

где  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ , индексы в скобках (1,2) соответствуют ортогональным поляризационным модам волны,  $M_\alpha = \{-M_x, -M_y, -M_z\}$  компоненты вектора магнитного дипольного момента пульсара, размерный параметр  $\xi = 1/B_c^2$  и  $\eta_{1,2}$  параметры пост-максвелловского разложения.

Благодаря эффекту двулучепреломления электромагнитных волн в вакууме, компоненты метрического тензора для волны поляризованной в плоскости магнитного меридиана и волны поляризованной перпендикулярно этой плоскости различаются, при  $\eta_1 \neq \eta_2$ , поэтому электромагнитные импульсы с соответствующей поляризацией будут распространяться от источника к детектору по разным лучам. Моменты времени когда импульсы достигнут детектора, также будут различаться на величину пропорциональную разности пост-максвелловских параметров. Для описания наблюдательно проявления этого эффекта рассмотрим импульс жесткого излучения конечной длительности, возникающий из-за аккреции вещества в полярной области с сильным магнитным полем. Импульс расщепляется на две моды, с взаимно ортогональными линейными поляризациями таким образом, что фронты обоих мод в начальный момент времени совпадают. Нормальные моды будут распространяться в магнитном поле пульсара с неравными скоростями. Фронт быстрой моды приходит к

детектору раньше, чем фронт медленной моды на интервал времени равный  $\Delta t$ , поэтому в течение этого отрезка времени детектор будет регистрировать линейную поляризацию приходящего излучения.

Через время  $\Delta t$  к детектору приходит фронт медленной моды импульса. Суперпозиция обоих нормальных мод приводит к регистрации детектором излучения с эллиптической или круговой поляризацией. Таким образом, в следствие эффекта двулучепреломления в вакууме, фронтальная часть любого импульса жесткого излучения длительностью  $\Delta t$ , исходящего от пульсара, должна быть линейно поляризована в отличие от остальной части импульса, которая в общем случае будет иметь эллиптическую поляризацию. Аналогично, часть импульса длительностью  $\Delta t$ , предшествующая заднему фронту, также будет иметь линейную поляризацию, ортогональную поляризации переднего фронта импульса, поэтому для проверки эффекта двулучепреломления вакуума необходимо контролировать состояние поляризации импульсов жесткого излучения, исходящих от пульсаров и магнетаров на всей их длительности.

В **третьей главе** диссертации была вычислена длительность линейно поляризованной части импульса  $\Delta t = |\Delta\tau|$ :

$$\begin{aligned} \Delta\tau = t_2(z_d) - t_1(z_d) = (\eta_2 - \eta_1)\xi \left\{ \left[ \frac{3\pi}{128q^7} - \frac{z_s(3\rho^2 + 2q^2)}{64r_s^4q^6} - \frac{3}{64q^7} \operatorname{atan}\left(\frac{z_s}{q}\right) \right] \times \right. \\ \times \left[ 25(M_x x_s + M_y y_s)^2 + q^2(16\mathbf{M}^2 - M_z^2) \right] - \frac{1}{8r_s^6q^2} \left[ 5z_s(M_x x_s + M_y y_s)^2 + \right. \\ \left. + 16q^2 M_z(M_x x_s + M_y y_s) + 3M_z^2 q^2 z_s \right] \\ \left. - \frac{9}{4r_s^8} \left[ z_s(M_x x_s + M_y y_s)^2 - q^2 M_z(2M_x x_s + 2M_y y_s + M_z z_s) \right] \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $x_s, y_s, z_s$  координаты источника излучения, от которых зависят параметры  $r_s, q$  и  $\rho$ , а также учтено, что расстояние от поверхности пульсара до источника излучения значительно меньше, чем расстояние между пульсаром и детектором (ближайший пульсар находится на расстоянии нескольких килопарсек от Земли).

Временной интервал  $\Delta t$  зависит от разности постмаксвелловских параметров  $\eta_1 - \eta_2$ , поэтому будет различен в различных моделях нелинейной электродинамики вакуума. В частности, в электродинамике Гейзенберга - Эйлера это время задержки может составлять около 1 мкс для типичного пульсара, тогда

как в теории Борна - Инфельда оно строго равно нулю.

В **третьей главе** диссертации также приводится вычисление времени запаздывания нормальных мод для транзиентного излучения, источник которого находится вне магнитносферы [2], при этом оценивается влияние электрического поля, возникающего при вращении пульсара, на геометрию эффективного пространства-времени.

На основании полученных аналитических результатов, была проведена оценка возможности регистрации эффекта двулучепреломления вакуума в современном спутниковом эксперименте. Этот эффект имеет место для фотонов, распространяющихся в сильном магнитном поле, и не зависит от типа источника фотонов. В случае магнетаров это подразумевает одно и то же предсказание для спокойного состояния и для вспышек. Однако типичная длительность вспышек магнетаров составляет около нескольких или десятков миллисекунд и соответствует области излучения около сотен километров. Это означает, что излучение вспышки было сгенерировано в магнитосфере, где магнитное поле слабее, чем вблизи поверхности нейтронной звезды. С другой стороны, предполагается, что периодическая пульсация, наблюдаемая в спокойном состоянии, была вызвана излучением из полярных областей, где вещество аккрецирует вдоль линий магнитного поля, т. е. источник расположен вблизи поверхности. Поэтому можно ожидать, что двулучепреломление вакуума будет более значительным в случае пульсаций в спокойном состоянии, поэтому оценки эффекта запаздывания нормальных мод были выполнены для этого случая. Также были определены диапазоны энергии излучения для которых влияние вещества и экзотических процессов, например, взаимного превращения в магнитном поле фотонов и легких голдстоуновских бозонов (аксионов) на поляризационные свойства рентгеновского излучения незначительно, что позволяет выполнить регистрацию эффектов обусловленных нелинейной электродинамикой вакуума. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что современная техника наблюдений предоставляет хорошие возможности для обнаружения эффектов нелинейной электродинамики вакуума, в частности, двулучепреломления вакуума в жестком излучении пульсаров и магнетаров. Однако для этого необходимы весьма сложные поляризационные измерения с использованием инструментов большой площади, в течение длительного отрезка времени непрерывных наблюдений.

**Четвертая глава** посвящена описанию эффекта двулучепреломления ва-

куума в пертурбативном и непертурбативном режимах для различных полевых конфигураций. В начале главы в пертурбативном режиме рассматривается эффект двулучепреломления слабой электромагнитной волны в поле сильной волны в присутствии постоянного магнитного поля. Однако основные результаты этой главы относятся к описанию непертурбативного эффекта двулучепреломления в вакуума в однопетлевой нелинейной электродинамике Гейзенберга-Эйлера [8]. Эффективные уравнения электромагнитного поля в этой модели должны быть дополнены существенно нелинейными материальными уравнениями для векторов поляризации  $\mathbf{P}$  и намагниченности  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha}{8\pi^2(a^2 + b^2)} [I_1 \mathbf{E} + I_2 \mathbf{B}], \quad \mathbf{M} = -\frac{\alpha}{8\pi^2(a^2 + b^2)} [I_1 \mathbf{B} - I_2 \mathbf{E}], \quad (10)$$

где параметры  $a$  и  $b$  зависят от компонент векторов напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и индукции магнитного поля  $\mathbf{B}$  а также для краткости введены следующие обозначения для интегралов:

$$I_1 = \int_0^\infty \left\{ \frac{ab[a \sinh(2sb) - b \sin(2sa)]}{2 \sinh^2(sb) \sin^2(sa)} - \frac{2(a^2 + b^2)}{3s} \right\} e^{-s} ds, \quad (11)$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left\{ \frac{ab[a \sin(2sa) + b \sinh(2sb)]}{2 \sinh^2(sb) \sin^2(sa)} - \frac{(a^2 + b^2)}{s} \cot(sa) \coth(sb) \right\} e^{-s} ds. \quad (12)$$

В **четвертой главе** диссертации показано, что для электромагнитной волны, распространяющейся в сильном однородном магнитном поле, в непертурбативном режиме однопетлевой электродинамики Гейзенберга-Эйлера выполняется дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & \left\{ (\nabla S)^2 - (\partial_0 S)^2 + 4\zeta_3 \left[ (\mathbf{b}_0 \nabla S)^2 - b_0^2 (\nabla S)^2 \right] + 2\zeta_1 b_0^2 \left[ (\partial_0 S)^2 - (\nabla S)^2 \right] \right\} \\ & \times \left\{ (\nabla S)^2 - (\partial_0 S)^2 + 4\zeta_2 \left[ (\mathbf{b}_0 \nabla S)^2 - b_0^2 (\partial_0 S)^2 \right] + 2\zeta_1 b_0^2 \left[ (\partial_0 S)^2 - (\nabla S)^2 \right] \right\} \\ & \times \left\{ 2\zeta_1 b_0^2 - 1 \right\} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $S$  эйконал волны,  $\mathbf{b}_0$  нормированная индукция внешнего магнитного поля,  $\zeta_\alpha$  функции, зависящие от индукции внешнего поля.

Мультипликативная структура полученных дисперсионных соотношений указывает на сохранение двулучепреломления вакуума даже в непертурбативном режиме. Первый множитель в (13) соответствует закону дисперсии для нормальной волны, поляризованной перпендикулярно внешнему магнитному полю ( $\perp$ -мода), тогда как второй множитель описывает моду, поляризованную вдоль поля  $\mathbf{B}_0$  ( $\parallel$ -мода). Последний множитель в (13) не зависит от параметров волны (так называемая, не распространяющаяся мода) и его равенство нулю ожидается при колоссально больших значениях индукции магнитного поля  $B_0 \sim B_c \exp(1/\alpha)$ , для которых была предсказана неустойчивость вакуума в квантовой электродинамике.

На основании дисперсионных соотношений (13) были получены [8] выражения для эффективных показателей преломления в непертурбативном режиме:

$$n_{\perp}^2 = 1 + \frac{4\zeta_3 b_0^2 \sin^2 \theta}{1 - 2b_0^2[\zeta_1 + 2\zeta_3 \sin^2 \theta]}, \quad n_{\parallel}^2 = 1 + \frac{4\zeta_2 b_0^2 \sin^2 \theta}{1 - 2b_0^2[\zeta_1 - 2\zeta_2 \cos^2 \theta]}, \quad (14)$$

где  $\theta$  угол между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и нормированным вектором индукции магнитного поля  $\mathbf{b}_0$ , а функции  $\zeta_\alpha$  связаны с индукцией внешнего магнитного поля достаточно громоздкими интегральными соотношениями. В диссертации было показано что  $n_{\perp} \neq n_{\parallel}$ , при любом допустимом значении индукции внешнего магнитного поля и поэтому двулучепреломление волн в модели Гейзенберга-Эйлера происходит всегда [8]. В результате численно моделирования зависимости показателей преломления от индукции магнитного поля было обнаружено, что показатель преломления  $n_{\parallel}$  увеличивается практически линейно при  $1 < b_0 < 100$  и показывает нелинейный рост в более широком диапазоне значений индукции магнитного поля, тогда как  $n_{\perp}$  стремится к насыщению при значении  $(n_{\perp})_{sat} - 1 \approx 4 \cdot 10^{-4}$  и перестает зависеть от индукции поля.

Описание распространения электромагнитной волны в терминах эффективной геометрии позволяет выполнить сравнение компонент эффективной метрики пространства-времени в пертурбативном режиме теории, ранее использованной в **третьей главе**, с аналогичной метрикой в непертурбативном режиме. Обнаруженное соответствие между этими вариантами эффективной метрики позволяет распространить некоторые предсказания для проявлений двулучепреломления вакуума, полученные на основе пертурбативного метрического тензора, в непертурбативный режим путем простой замены пост-максвелловских

параметров:

$$\eta_1 \rightarrow \frac{\zeta_3}{1 - 2\zeta_1 b_0^2}, \quad \eta_2 \rightarrow \frac{\zeta_2}{1 - 2\zeta_1 b_0^2 + 4\zeta_2 b_0^2}. \quad (15)$$

С помощью этого подхода была выполнена оценка времени относительного запаздывания нормальных мод излучения, распространяющегося в поле пульсара, для частного случая расположения источника и детектора, но в непертурбативном режиме электродинамики Гейзенберга-Эйлера. Результаты оценки для серии пульсаров с сильным магнитным полем подтверждают возможность регистрации эффекта двулучепреломления вакуума в перспективных астрофизических миссиях, таких как XIPE, IXPE и Gammascope.

**Пятая глава** диссертации посвящена новой модели конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума и эффектов связанных с ней.

Отсутствие надежных экспериментальных данных в пользу одной из моделей нелинейной электродинамики вакуума привело к появлению целого ряда новых теоретических построений, выбор Лагранжиана для которых, как правило, является эвристическим, и в некоторых случаях может быть основан только на возможности нахождения точного аналитического решения для рассматриваемого частного случая полевой конфигурации. Существенно больший интерес представляет изучение моделей нелинейной электродинамики вакуума (NED), основанных на более глубоких принципах, в качестве одного из которых можно предложить максимальное сохранение свойств теории Максвелла и одновременно предсказание нелинейного отклика вакуума. Общим правилом при построении большинства NED является соответствие электродинамике Максвелла в пределе слабого поля, в то же время, большинство моделей не обладают симметриями присущими теории Максвелла.

Электродинамика Максвелла инвариантна относительно 15-параметрической группы Ли, включающей в себя группу Пуанкаре (10 параметров), преобразование скейлинга координат (1 параметр) и конформную группу преобразований (4 параметра). Кроме того, эта теория обладает свойством дуальной инвариантности, приводит к нулевому следу тензора энергии-импульса электромагнитного поля и, безусловно, удовлетворяет фундаментальным принципам, таким как причинность, унитарность и энергодоминантному условию Хокинга-Эллиса. Соответствие симметриям теории Максвелла может быть мощным инструментом отбора для новых моделей нелинейной электродинамики вакуума.

В **пятой главе** рассмотрен общий случай конформно-инвариантных моделей нелинейной электродинамики (CNED), обладающих большинством из перечисленными выше симметрий. Отличительной чертой таких моделей является отсутствие размерного параметра, описывающего нелинейность. Например, в модели Борна-Инфельда таким параметром является значение напряженности поля в центре точечного заряда, а в теории Гейзенберга-Эйлера – характерная квантовая индукция. Для рассматриваемых моделей CNED, этот параметр должен быть безразмерным, и, вероятно, может быть выражен в виде комбинации фундаментальных констант. Этот факт приводит к весьма специфической особенности характерной и для теории Максвелла – отсутствию возможности определить условия перехода к приближению слабого поля.

Лагранжиан произвольной модели CNED зависит от «параметра полевой конфигурации», связанного с инвариантами тензора электромагнитного поля  $J_2 = F_{ik}F^{ki}$  и  $J_4 = F_{ik}F^{kl}F_{lm}F^{mi}$  соотношением  $z = J_2/\sqrt{2J_4}$ . Для электрического поля этот параметр принимает значение  $z = 1$ , а для магнитного поля  $z = -1$ . В общем случае Лагранжиан конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума имеет вид [9]:

$$\mathcal{L} = J_2 W\left(\frac{J_2}{\sqrt{2J_4}}\right) = J_2 W(z). \quad (16)$$

Выбор функции  $W(z)$  должен быть согласован с условиями унитарности и причинности. Для моделей CNED это требование сводится только к двум простым неравенствам, ограничивающим знак самой модельной функции и её первой производной по параметру полевой конфигурации:

$$W(z = \pm 1) \geq 0, \quad W'(z = \pm 1) \leq 0, \quad (17)$$

при этом сохраняются широкие возможности для построения моделей, удовлетворяющих дополнительным требованиям, в том числе, обладающих специальными групповыми симметриями.

В **пятой главе** диссертации было исследовано распространение электромагнитной волны на фоне внешнего однородного электромагнитного поля в моделях CNED [9]. Было обнаружено, что в общем случае наблюдается эффект

двулучепреломления, при этом эффективный показатель преломления для одной из нормальных мод всегда равен единице, а для другой моды удовлетворяет следующему дисперсионному уравнению:

$$n^2 \left\{ 1 + \frac{V \left( (\mathbf{q}\mathbf{E})^2 - [\mathbf{q}\mathbf{B}]^2 \right)}{2U \sqrt{(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)^2 + 2(\mathbf{E}\mathbf{B})^2}} \right\} + \frac{nV(\mathbf{q}[\mathbf{E}\mathbf{B}])}{U \sqrt{(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)^2 + 2(\mathbf{E}\mathbf{B})^2}} = \quad (18)$$

$$= 1 + \frac{V\mathbf{E}^2}{2U \sqrt{(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2)^2 + 2(\mathbf{E}\mathbf{B})^2}},$$

где  $\mathbf{q}$  волновой вектор, а коэффициенты  $U$  и  $V$  зависят от модельной функции  $W$  и ее первых двух производных по параметру полевой конфигурации.

В частном случае электрического  $z = 1$  или магнитного поля  $z = -1$ , выражения для коэффициентов преломления  $n_E$  и  $n_B$  приобретают простой вид, из которого с учетом фундаментальных ограничений (17) следует, что при любом направлении распространения волны, эти оба показателя преломления больше или равны единице:

$$n_E^2 = \left[ 1 + \frac{W'}{W} \sin^2 \psi \right]^{-1} \Big|_{z=1}, \quad n_B^2 = \left[ 1 - \frac{W'}{W' - W} \sin^2 \theta \right]^{-1} \Big|_{z=-1}, \quad (19)$$

где  $\psi = (\widehat{\mathbf{q}\mathbf{E}})$  и  $\theta = (\widehat{\mathbf{q}\mathbf{B}})$  углы образованные направлением распространения волны и векторами внешнего электромагнитного поля.

Закон дисперсии (18) содержит слагаемые, нечетные относительно операции инверсии  $\mathbf{q}$ , что приводит к различию показателей преломления для волн, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях и проявлению эффекта оптической невзаимности в вакууме. Разность показателей преломления для таких волн имеет вид:

$$n_+ - n_- = \frac{2W'(\mathbf{q}[\mathbf{E}\mathbf{B}])}{W(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) + W'([\mathbf{q}\mathbf{E}]^2 - (\mathbf{q}\mathbf{B})^2)}. \quad (20)$$

Экспериментальные возможности по обнаружению эффекта оптической невзаимности в пост-максвелловском приближении описаны в **четвертой главе**. Выражения (20) позволяют расширить оценки этих возможностей для непертурбативного режима CNED.

Полная аналитическая форма Лагранжиана конформно-инвариантных мо-

делей нелинейной электродинамики позволяет выполнить поиск точных самосогласованных решений уравнений электромагнитного и гравитационного поля. В **пятой главе** диссертации приводится описание решения, полученного для стационарной чёрной дыры с электрическим зарядом  $Q_e$  и магнитным зарядом  $Q_t$  в гравитации Эйнштейна с ненулевой космологической постоянной [11]. Параметр полевой конфигурации в этом случае оказывается постоянным  $z = Q_e^2 - Q_t^2 / (Q_e^4 + Q_t^4)^{1/2}$ , а условие существования самого решения сводится к соотношению, связывающему между собой параметры чёрной дыры, уже два из которых  $Q_e$  и  $Q_c$  имеют смысл электрического заряда:

$$Q_e \left\{ W(z) + \frac{z(1-z^2)}{2} \left[ 1 + \frac{1-z^2}{1 + \operatorname{sgn}(z)\sqrt{1-(1-z^2)^2}} \right] W'(z) \right\} = Q_c. \quad (21)$$

В диссертации показано что условие, когда эти величины совпадают  $Q_e = Q_c$ , при наличии топологического заряда  $Q_t \neq 0$ , приводит к уточнению вида модельной функции Лагранжиана:

$$W(z) = 1 + \frac{c_1}{z} \sqrt{1 - \operatorname{sgn}(z)\sqrt{1-(1-z^2)^2}}, \quad (22)$$

где  $c_1$  произвольная безразмерная постоянная, частный выбор которой соответствует модели модифицированной электродинамики ModMax.

В **пятой главе** диссертации также приводится решение уравнений Эйнштейна и уравнений электромагнитного поля конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума, описывающие излучение заряженной «нулевой-жидкости» из сферически симметричной звезды, обладающей электрическим и магнитным зарядами [11]. Данное решение является обобщением метрики Вайдья-Боннора и отличается от него существенно более сложной зависимостью квадрата эффективного заряда  $\mathcal{K}$  от запаздывающего времени  $u$ :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{K}} &= \frac{d}{du} \left\{ \left[ Q_e^2(u) + Q_t^2(u) \right] \times \left[ W(z) + z(1-z^2)W'(z) \right] \right\} = \\ &= 2Q_e\dot{Q}_e \left\{ W + a_1W' + a_2W'' \right\} + 2Q_t\dot{Q}_t \left\{ W + b_1W' + b_2W'' \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

где структурные коэффициенты  $a, b$  имеют достаточно громоздкие выражения, а из явная форма и зависимость от параметра полевой конфигурации  $z$

приводятся в тексте диссертации.

Среди моделей CNED особое место отводится тем, для которых, помимо конформной инвариантности, выполняется еще и условие дуальной симметрии, присущей электродинамике Максвелла. Лагранжиан для одной из таких моделей, названной ModMax, следует из выражения (22) при частном выборе постоянной интегрирования  $c_1$ . Представляется интересным рассмотреть возможность нарушения дуальной инвариантности в специальной форме, которая приводит к новым моделям CNED, в предельном случае переходящих к теории Максвелла или ModMax. Такое нарушение обычного условия дуальной симметрии, которое можно трактовать как расширенную дуальную инвариантность, рассматривается в **пятой главе** диссертации.

Условие дуальной симметрии можно представить как дополнительное соотношение между векторами электромагнитного поля или тензорными инвариантами, принадлежащими к разным сопряженным наборам полевых переменных:

$$(\mathbf{E}, \mathbf{B}) = (\mathbf{D}, \mathbf{H}), \quad J_4 - \frac{J_2^2}{2} = K_4 - \frac{K_2^2}{2}, \quad (24)$$

где  $J_2$  и  $J_4$  инварианты тензора электромагнитного поля  $F_{ik}$ , а  $K_2$  и  $K_4$  инварианты тензора  $Q_{ik}$ , связанного с  $F_{ik}$  преобразованием Лежандра.

Модели CNED имеют безразмерную переменную, зависящую от соотношения инвариантов электромагнитного поля  $z$ , что позволило предложить в диссертации обобщение условия дуальности [13]:

$$J_4 - \frac{J_2^2}{2} = \left[1 + g(z)\right]^2 \left(K_4 - \frac{K_2^2}{2}\right), \quad (25)$$

где  $g(z)$  – произвольная функция, обращение которой в нуль приводит к обычному условию дуальной симметрии (24). Предложенная мультипликативная форма деформации (25) минимальна, не требует введения новых размерных параметров и приводит к простому способу построения новых моделей нелинейной электродинамики вакуума.

В качестве развития предлагаемой деформации можно предположить, что функция  $g$  зависит от двух безразмерных аргументов  $z = J_2/\sqrt{2J_4}$  и  $y = K_2/\sqrt{2K_4}$ , соответствующих каждому набору тензорных инвариантов, но такой подход приведет к более громоздкому, чрезмерно усложненному описанию.

Для того чтобы CNED обладала расширенной дуальной симметрией (25) необходимо чтобы ее модельная функция  $W$  удовлетворяла соотношению:

$$[z^2(1 - z^2)(2 - z^2)]W'^2 + 2z(2 - z^2)W'W + 2W^2 - 2[g(z) + 1] = 0, \quad (26)$$

которое можно интерпретировать как производящее уравнение для новых моделей нелинейной электродинамики.

Получить аналитическое решение уравнения (26) в общем случае затруднительно из-за его нелинейности. В то же время, представляется вполне реалистичным сценарий, при котором нарушение дуальной симметрии слабое, в том смысле, что для выбранной конфигурации поля выполняется условие  $g(z) \ll 1$ . В этом случае появляется возможность вычислить поправку  $W_1(z)$  к модельной функции электродинамики ModMax, вызванную нарушением дуальной симметрии. Решение линеаризованного уравнения (26) при этом имеет вид:

$$W_1 = \left[ \sinh \gamma + \frac{\sqrt{2 - z^2}}{z} \cosh \gamma \right] \int^z \frac{g(s)ds}{s^2 \sqrt{2 - s^2} \left[ \sinh \gamma + \frac{\sqrt{2 - s^2}}{s} \cosh \gamma \right]^2}, \quad (27)$$

где  $\gamma$  безразмерный параметр электродинамики ModMax. Полученная поправка первого порядка существенно зависит от выбора функции  $g(z)$ . Обсуждение конкретного вида этой функции в настоящее время представляется преждевременным, так как требует привлечения новых экспериментальных данных, указывающих на нарушение дуальной симметрии в предложенной форме.

## Заключение

Перечислим основные результаты, полученные в диссертационной работе.

Предложено обобщенное энергетическое условие для дивергенции тензора энергии-импульса. Доказано выполнение этого условия для произвольных моделей нелинейной электродинамики вакуума, а также, с помощью тетрадного формализма, выполнена его проверка для других видов материи.

Получено решение для поля собственного излучения пульсаров и магнетаров, учитывающее пост-максвелловские поправки нелинейной электродинамики.

ки вакуума. Выполнен анализ характеристик излучения, а также влияния таких поправок на замедление вращения пульсаров.

Исследованы особенности пространства-времени заряженной чёрной дыры в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда, для которой обнаружено новое состояние в виде «чёрной точки» с двукратно вырожденным горизонтом и регулярным эффективным пространством-временем для фотонов. Исследованы характеристики тени такой чёрной дыры, а также особенности движения массивных незаряженных частиц в её поле.

Для ряда моделей нелинейной электродинамики вакуума получены решения, описывающие частицеподобные полевые конфигурации магнитных геонов. Показано сохранение регулярности решения для продольного магнитного поля и отсутствие регулярности для решений с радиальным и аксиальным полем, в модели Борна-Инфельда.

В параметризованной пост-максвелловской электродинамике, получено общее решение задачи о распространении электромагнитных импульсов жёсткого рентгеновского и гамма-излучения в поле пульсаров и магнетаров при произвольном расположении источника и приемника излучения. Показана возможность регистрации эффекта относительного запаздывания нормальных мод излучения в современном спутниковом эксперименте.

Исследован непертурбативный эффект двулучепреломления электромагнитных волн в постоянном магнитном поле в однопетлевой электродинамике Гейзенберга-Эйлера. Получены новые выражения для эффективных показателей преломления вакуума и исследована их зависимость от индукции магнитного поля.

Предложен новый класс моделей нелинейной электродинамики вакуума, обладающих конформно-инвариатными свойствами. Для новых моделей получены выражения эффективных показателей преломления электромагнитных волн, распространяющихся в постоянном однородном электрическом или магнитном поле. Получены точные аналитические решения для поля компактных астрофизических объектов в моделях конформно-инвариантной нелинейной электродинамики.

Предложена обобщенная форма условия дуальной инвариантности, на основании которой получено производящее уравнение для новых моделей нелинейной электродинамики вакуума.

# Список публикаций автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М.В. Ломоносова по специальности и отрасли наук

- [1] В.И.Денисов, В.А.Соколов. Исследование регуляризирующих свойств нелинейной электродинамики в теории Эйнштейна-Борна-Инфельда // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2011. — Т. 140, № 6. — С. 1064–1072. — EDN: OIVVPP. Импакт-фактор 0,61 (РИНЦ). Объем статьи 0.56 п.л., вклад диссертанта 0.4 п.л., [V.I.Denisov, V.A.Sokolov. Analysis of regularizing properties of nonlinear electrodynamics in the Einstein-Born-Infeld theory // Journal of Experimental and Theoretical Physics – 2011. – Vol. 113, no. 6, pp. 926–933. EDN: PEQNZB. Импакт-фактор 0,8 (JIF). Объем статьи 0.5 п.л., вклад диссертанта 0.35 п.л.].
- [2] М.И.Васильев, В.А.Соколов. Нелинейно-электродинамические эффекты в электромагнитном поле вращающегося пульсара // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. — 2012. — № 5. — С. 8–12. — EDN: PILWPX. Импакт-фактор 0,51 (РИНЦ). Объем статьи 0.31 п.л., вклад диссертанта 0.25 п.л., [M.I.Vasil'iev, V.A.Sokolov. Nonlinear-electrodynamic effects in the electromagnetic field of a rotating pulsar // Moscow University Physics Bulletin – 2012. – Vol. 67, no. 5, pp. 418–422. EDN: RGINGJ. Импакт-фактор 0,4 (JIF). Объем статьи 0.31 п.л., вклад диссертанта 0.25 п.л.].
- [3] В.И.Денисов, И.П.Денисова, В.А.Соколов. Использование концепции естественной геометрии в нелинейной электродинамике вакуума // Теоретическая и математическая физика. — 2012. — Т. 172, № 3. — С. 505–512. — EDN: RLLRYFF. Импакт-фактор 0.6 (РИНЦ). Объем статьи 0.5 п.л., вклад диссертанта 0.4 п.л., [V.I.Denisov, I.P.Denisova, V.A.Sokolov. Using the concept of natural geometry in the nonlinear electrodynamics of the vacuum // Theoretical and Mathematical Physics – 2012. – Vol. 172, no. 3, pp. 1321–1327. EDN: RGNBHZ. Импакт-фактор 1,1 (JIF). Объем статьи 0.44 п.л., вклад диссертанта 0.35 п.л.].
- [4] V.I.Denisov, V.A.Sokolov, M.I.Vasil'iev. Nonlinear vacuum electrodynamics birefringence effect in a pulsar's strong magnetic field // Physical Review D. — 2014. — Vol. 90. — P. 023011 (article number). — EDN: UELDBZ. Импакт-фактор 5,3 (JIF). Объем статьи 0.44 п.л., вклад диссертанта 0.35 п.л.

- [5] V.I.Denisov, B.N.Shvilkin, V.A.Sokolov, M.I.Vasiliev. Pulsar radiation in post-Maxwellian vacuum nonlinear electrodynamics // *Physical Review D*. — 2016. — Vol. 94. — P. 045021 (article number). — EDN: XFIOGX. Импакт-фактор 5,3 (JIF). Объем статьи 0.36 п.л., вклад диссертанта 0.28 п.л.
- [6] V.I.Denisov, I.P.Denisova, A.B.Pimenov, V.A.Sokolov. Rapidly rotating pulsar radiation in vacuum nonlinear electrodynamics // *The European Physical Journal C*. — 2016. — Vol. 76. — P. 612 (article number). — EDN: XFKWU. Импакт-фактор 4,8 (JIF). Объем статьи 0.5 п.л., вклад диссертанта 0.4 п.л.
- [7] V.I.Denisov, V.A.Ilyina, V.A.Sokolov. Nonlinear vacuum electrodynamics influence on the spacetime structure and massive particles orbits properties in Einstein–Born–Infeld theory // *International Journal of Modern Physics D*. — 2016. — Vol. 25, no. 11. — P. 1640003 (article number). — EDN: YUKDYN. Импакт-фактор 2,1 (JIF). Объем статьи 0.88 п.л., вклад диссертанта 0.7 п.л.
- [8] V.I.Denisov, E.E.Dolgaya, V.A.Sokolov. Nonperturbative QED vacuum birefringence // *Journal of High Energy Physics*. — 2017. — Vol. 2017. — P. 105 (article number). — EDN: XNDUKU. Импакт-фактор 5,5 (JIF). Объем статьи 0.75 п.л., вклад диссертанта 0.6 п.л.
- [9] V.I.Denisov, E.E.Dolgaya, V.A.Sokolov, I.P.Denisova. Conformal invariant vacuum nonlinear electrodynamics // *Physical Review D*. — 2017. — Vol. 96, no. 3. — P. 036008 (article number). — EDN: OWRWLN. Импакт-фактор 5,3 (JIF). Объем статьи 0.36 п.л., вклад диссертанта 0.28 п.л.
- [10] V.I.Denisov, V.A.Sokolov, S.I.Svertilov. Vacuum nonlinear electrodynamic polarization effects in hard emission of pulsars and magnetars // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2017. — Vol. 2017, no. 09. — P. 004 (article number). — EDN: XNVRRM. Импакт-фактор 5,9 (JIF). Объем статьи 1.5 п.л., вклад диссертанта 1.1 п.л.
- [11] I.P.Denisova, B.D.Garmaev, V.A.Sokolov. Compact objects in conformal nonlinear electrodynamics // *The European Physical Journal C*. — 2019. — Vol. 79. — P. 531 (article number). — EDN: LFQFAN. Импакт-фактор 4.8 (JIF). Объем статьи 0.5 п.л., вклад диссертанта 0.45 п.л.
- [12] V.A.Sokolov, B.D.Garmaev, V.S.Rostovsky. Some extensions for the energy conditions inspired by vacuum nonlinear electrodynamics // *Physical Review*

D. — 2020. — Vol. 101, no. 8. — P. 085001 (article number). — EDN: AEJYCT. Импакт-фактор 5.3 (JIF). Объем статьи 0.36 п.л., вклад диссертанта 0.29 п.л.

- [13] V.A.Sokolov. Extended duality condition for conformal vacuum nonlinear electrodynamics // Physical Review D. — 2021. — Vol. 104, no. 12. — P. 124035 (article number). — EDN: OVSANM. Импакт-фактор 5,3 (JIF). Объем статьи 0.31 п.л.
- [14] V.A.Sokolov. Cylindrically symmetric self-sustaining solutions in some models of nonlinear electrodynamics // The European Physical Journal C. — 2022. — Vol. 82. — P. 964 (article number). — EDN: BVDGGG. Импакт-фактор 4,8 (JIF). Объем статьи 0.5 п.л.
- [15] V.A.Sokolov. Extreme black points in Born–Infeld electrodynamics // The European Physical Journal C. — 2025. — Vol. 85. — P. 1278 (article number). — EDN: VSTFTY. Импакт-фактор 4,8 (JIF). Объем статьи 0.5 п.л.