

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Майорова Павла Александровича
на тему: «Балансно-характеристический подход к численному
моделированию гидродинамических течений со свободной поверхностью
в гидростатическом приближении»
по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Диссертация Майорова Павла Александровича посвящена построению малодиссипативного балансно-характеристического численного алгоритма расчета динамики стратифицированной жидкости со свободной поверхностью в гидростатическом приближении и математическому моделированию течений стратифицированной жидкости с помощью построенного численного алгоритма.

Диссертация включает в себя введение, четыре главы, заключение, список литературы и приложение.

Во введении автор характеризует современное состояние проблемы, проводит краткий обзор научной литературы и обозначает место своей работы в рассматриваемой области исследований. Отмечая, что проблеме избыточности искусственной или схемной диссипации в существующих многослойных гидростатических моделях с обменом массой и импульсом между слоями ранее не уделялось должного внимания, а также что чрезмерная диссипация может самым негативным образом сказаться на точности расчетов с малыми числами Фруда, характерными для реальных течений, автор обосновывает актуальность задачи разработки робастного малодиссипативного численного алгоритма для гидростатической модели динамики стратифицированного течения со свободной поверхностью. Автор определяет цель своей работы, ставит задачи, формулирует основные

положения, выносимые на защиту, характеризует научную новизну и практическую значимость работы.

Первая глава посвящена балансно-характеристическому методу КАБАРЕ для модели мелкой воды с переменной плотностью. Рассматривается приближение мелкой воды течения несжимаемой жидкости постоянной плотности, ограниченной снизу рельефом дна и сверху свободной поверхностью, в поле силы тяжести. В качестве основного допущения приближения мелкой воды является условие малости вертикального масштаба по отношению к горизонтальным размерам задачи. В этом случае вертикальной компонентой скорости пренебрегают по сравнению с горизонтальными компонентами и считают последние практически неизменными по толщине слоя. В данной главе рассматривается обобщение уравнений мелкой воды на среду с переменной плотностью и приводится вывод соответствующих уравнений. В частности, рассмотрены следующие вопросы: вывод уравнений мелкой воды с переменной плотностью, учетом внешнего давления и донного рельефа, построение схемы КАБАРЕ для системы уравнений мелкой воды с переменной плотностью, задача о динамике жидкости со свободной поверхностью и переменной плотностью на неровном дне, задача о приливной динамике в Белом море.

Во второй главе рассмотрен балансно-характеристический метод КАБАРЕ для модели двухслойной мелкой воды. Среди вопросов, включенных в данную главу, обсуждаются: система уравнений двухслойной мелкой воды, алгоритм на основе балансно-характеристического метода КАБАРЕ для ее решения, проблема потери гиперболичности многослойных гидростатических моделей в простейшем двухслойном варианте. В отличие от однослойной мелкой воды, система уравнений двухслойной мелкой воды может не быть гиперболичной в зависимости от области значений параметров модели. В физическом смысле потеря гиперболичности соответствует неустойчивости Кельвина – Гельмгольца вследствие сильного разрыва

скоростей между соседними слоями жидкости. Помимо этого рассматриваются модельная задача о перепаде высоты, а именно задача о распаде перепада высоты первоначально покоящейся двухслойной жидкости, находящейся в бассейне с плоским дном, модельная задача о внутренней волне, где при достаточно большой разности плотностей между слоями на верхней границе появляется дополнительный гидравлический прыжок, движущийся впереди области разрыва на границе раздела слоев, модельная задача о динамике двухслойной жидкости в отсутствие обмена массой и импульсом между слоями, в которой плохая обусловленность задачи, часто приводит к аварийному прекращению расчета. Один из способов компенсации этого недостатка состоит во введении в уравнения турбулентной вязкости. Выбор данного параметра зависит от конкретного типа рассматриваемого течения и опирается на эмпирические данные.

В главе 3 изучается многослойная гидростатическая модель CABARET- MFSH на основе гиперболической декомпозиции в двумерной постановке. Данная модель основана на подходе, сочетающем методы характеристик и конечного объема. Процедура разработки включает два этапа. На первом этапе выводится система дифференциальных уравнений с использованием первых принципов - законов сохранения массы и импульса в предположении непроницаемости слоев и постоянства в каждом слое плотности и горизонтальных составляющих скорости. Затем полученная система уравнений аппроксимируется консервативно-характеристической явной бездиссипативной схемой КАБАРЕ второго порядка аппроксимации. Вторым этапом включает пересчет расчетной сетки по вертикали. Это приводит к перераспределению массы и импульса между слоями. Для сохранения устойчивости схемы добавлен механизм фильтрации потоковых переменных, не нарушающий консервативности схемы и гасящий высокочастотные пульсации с внесением управляемой численной диссипации. Параметры фильтрации определяются эмпирически на ряде модельных задач из условия устойчивости алгоритма и минимума вязкости

схемы. Проведено моделирование лабораторных экспериментов с этими параметрами на серии сеток с возрастающим разрешением.

В главе 4 выполнено исследование многослойной гидростатической модели CABARET-MFSH в трехмерной постановке. В этом разделе многослойная гидростатическая модель CABARET-MFSH обобщается на случай трех пространственных переменных. Особое внимание уделено характеристической форме решаемых уравнений, которая используется в схеме КАБАРЕ для нахождения локальных инвариантов Римана. Получение локальных инвариантов для каждого из направлений позволяют констатировать сохранение свойства сбалансированности численного алгоритма в случае трех пространственных переменных. Представлена валидация модели на основе лабораторного эксперимента, обладающего выраженной трёхмерной структурой. Проведено численное моделирование трехмерных течений жидкости с переменной плотностью. Сопоставление результатов моделирования с экспериментальными наблюдениями продемонстрировало достаточно точное их совпадение, которое подтверждает применимость модели CABARET-MFSH для расчета трёхмерной динамики стратифицированных течений.

В разделе "Заключение" автор формулирует основные результаты работы. В приложении приводится описание программного комплекса.

Переходя к оценке диссертационной работы в целом, отмечу, что она написана на достаточно высоком научном уровне и безусловно заслуживает положительную оценку. Работа направлена на выявление механизмов динамики стратифицированной жидкости со свободной поверхностью в гидростатическом приближении с помощью математического моделирования. Положительной стороной работы является то, что она опирается на экспериментальные данные. Автором проведен в главе I обзор предшествующих работ и методов исследования, который дает достаточное представление о решаемых задачах и месте исследований автора. Поставленные задачи успешно решены соискателем. Полученные результаты

сформулированы четко и не вызывают сомнений. Работа написана понятным и ясным языком. По результатам работы опубликованы четыре статьи в научных журналах Scopus, WoS и RSCI. Результаты диссертации доложены на российских и международных конференциях. Соискатель владеет необходимыми основами математического моделирования, численных методов и программирования. Он является высококвалифицированным специалистом в заявленной им области исследований. Автор не ограничился только теоретическими исследованиями, но и выполнил качественное и количественное сравнение своих результатов с экспериментальными данными. Результаты исследований автора могут найти прикладное применение в расчетах трехмерных течений. В работе получены новые результаты, которые могут быть использованы на факультете ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ИВМ им. Г.И. Марчука РАН, ФУПИ МФТИ и в других научных учреждениях аналогичного профиля.

Высоко оценивая данную работу, считаю необходимым сделать следующие замечания:

1. На с. 27 в разделе «Тест на сохранение стационарного состояния жидкости с переменной плотностью» отмечается, что «в процессе расчета появляется ненулевая скорость, но ее модуль не превышает значения $3 \cdot 10^{-6}$ и при дальнейшем расчете не возрастает». Одного лишь численного значения недостаточно для понимания, насколько существенным является рассматриваемое отклонение. Наряду с этим необходима оценка временного горизонта, в пределах которого можно пренебречь погрешностью модели.
2. На с. 32 в разделе «Задача о приливной динамике в Белом море» автор утверждает, что найденное им численное решение выходит на периодический режим и сравнимо с другими численными расчетами, приведенными в работах [87; 88]. Однако, он приводит только графические иллюстрации, не позволяющие оценить степень

соответствия. Отсутствует количественное сравнение. Помимо этого, ссылка [87] в списке литературы на с. 115 не является полной: в ней отсутствует название издательства (Петрозаводск: Карельский научный центр РАН).

3. На с. 43-44 автор отмечает, что «скорости распространения разрывов, свободная поверхность и граница между слоями схожи с результатами, показанными в других работах, например, в статье Холодова [56]». В такой формулировке затруднительно оценить степень сходства. Требуется более детальное сравнение.
4. Редакционное замечание: на стр. 127 заголовок «Глава А. Описание программного комплекса» не соответствует заголовку на стр. 3 оглавления «Приложение А. Описание программного комплекса».

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Майоров Павел Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела № 15

Федерального государственного учреждения "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук" (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

Криксин Юрий Анатольевич

02.12.2025

Контактные данные:

тел.: +7(499)2207222, e-mail: krikxin@imamod.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:

05.13.18 Теоретические основы математического моделирования, численные методы и комплексы программ

Адрес места работы:

125047, г. Москва, Миусская площадь, д. 4,
Федеральное государственное учреждение "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук", отдел № 15
Тел.: +7(499)2207222; e-mail: krikxin@imamod.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного учреждения "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук" Ю.А. Криксина удостоверяю:

Ученый секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
кандидат физико-математических наук

А.А. Давыдов

02.12.2025