

**ОТЗЫВ научного руководителя
на диссертацию на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича
на тему: «Построение бесконечной конечно определенной
нильполугруппы»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория
чисел и дискретная математика**

Решение проблемы Бернсайда П.С.Новиковым и С.И.Адяном обогатило математику методами, которые позволили решить ряд серьезных проблем алгебры. В дальнейшем, аналогичные по постановке вопросы, так называемые, проблемы бернсайдовского типа были поставлены не только в теории групп, но и в других областях алгебры, теории колец, теории полугрупп и других.

Важнейшую роль при подобных построениях играет возможность контроля за выводом соотношений. Таким инструментом контроля в частности является метод канонической формы, разработанный И.Рипсом, а также геометрический подход А.Ю. Ольшанского. При этом вводимые соотношения обычно образуют счетное множество. Алгебраические структуры, представленные конечным числом определяющих соотношений (конечно определенные структуры) при этом изучены гораздо меньше. Множество вопросов являются открытыми для конечно определенного случая, в частности, проблема Бернсайда для конечно определенных групп.

В этой связи Виктор Николаевич Латышев обратил внимание на важность исследования возможности построения конечно определенных объектов. Он поставил вопрос о существовании конечно определенного нилькольца в дополнение к известному ранее вопросу Шеврина-Сапира о существовании конечно определенной бесконечной нильполугруппы. Кроме того, В.Н.Латышев поставил и ряд других вопросов алгоритмического характера, связанных с конечно определенными построениями. Эту тематику также активно поддерживал и пропагандировал А.В. Михалев, а впоследствии и известный американский математик Ланс Смолл который, в частности,

поставил вопрос о конечной определенности нетеровых ассоциативных PI-алгебр, на который мне удалось ответить утвердительно.

Диссертация И.А. Иванова-Погодаева посвящена решению проблемы Шеврина-Сапира, важнейшего вопроса в теории полугрупп. В процессе решения этой проблемы И.А.Иванов-Погодаев разработал метод построения конечно определенных объектов, обобщающий использование апериодических мозаик. Таким образом, кроме решения важного вопроса, диссертация вводит новый оригинальный метод получения конечно определенных конструкций. Это один из первых примеров конструкций бернсайдовского типа для конечно определенного случая. Использование нового метода позволяет надеяться на продвижение в проблеме Латышева о нилькольце и, возможно, в конечно определенном случае проблемы Бернсайда.

Красивым и неожиданным в диссертации является применение апериодических мозаик для построения алгебраических объектов. Слово в полугруппе рассматривается как кодировка пути на семействе геометрических комплексов. Такое видение дает возможность контроля над соотношениями: каждое соотношение рассматривается как клетка комплекса, а преобразование пути отвечает преобразованию слова. Свойство нильпотентности в этом случае становится сходным со свойством апериодичности на мозаиках. Использование такого видения позволяет не только получить новые методы построения алгебраических объектов, но и представить процесс получения новых следствий геометрически. Мне представляется, что имеется некоторое родство также с теоремой известного венгерского математика Гача о несмешиваемых эргодических ситуациях при эволюции с погрешностями, что говорит о глубинным содержанием.

Помимо решения проблемы Шеврина-Сапира, диссертация также содержит исследование других важных вопросов в конечно определенном случае. В частности, в диссертации изложены конструкции алгебр с конечным

базисом Гребнера, но неразрешимой проблемой делителей нуля и проблемой нильпотентности, оба этих вопросы были поставлены В.Н.Латышевым.

Кроме того, в диссертации исследуются перспективные вопросы, связанные с применением мозаик.

Основное построение диссертации, конструкция бесконечной конечно определенной нильполугруппы состоит из трех частей. В первой из них проводится построение семейства геометрических комплексов со свойством равномерной эллиптичности. Это свойство является в некотором смысле противоположным свойству гиперболичности, важному в гиперболических группах. Во второй части доказывается комбинаторная лемма о возможности детерминированной раскраски построенного семейства комплексов. Эта часть построения перекликается с аналогичными вопросами в теории замощений, связанными с теоремой Гудмана-Штраусса и существованием детерминированных раскрасок. Детерминированность позволяет корректно ввести определяющие соотношения, каждое из которых отвечает клетке комплекса. В третьей и финальной части построения приводится алгоритм приведения произвольного слова к каноническому виду с помощью применения введенных соотношений. В итоге проводится проверка, что каждое слово в девятой степени можно привести к нулю.

Все результаты диссертации являются новыми, получены И.А. Ивановым-Погодаевым самостоятельно. Работа написана на высоком научном уровне. Результаты диссертации докладывались на международных и всероссийских научных конференциях и семинарах.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском

государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Считаю, что диссертационная работа Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4 на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор
профессор кафедры математической логики и теории алгоритмов
механико-математического факультета,
ФГБОУ ВО Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

БЕЛОВ Алексей Яковлевич

11.03.2026

Контактные данные:

тел.: _____, email: kanel@mccme.ru

Специальность, по которой научным консультантом
защищена диссертация:

01.01.05 – Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Адрес места работы:

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1,

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
механико-математический факультет

Тел.: 8(495)939-12-63; email: office@mech.math.msu.su

Подпись профессора кафедры механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова А.Я. Белова удостоверяю:

Декан механико-математического
факультета МГУ, член-корреспондент РАН
профессор А.И. Шафаревич

_____ / _____