

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. Ломоносова

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Агапов Дмитрий Павлович

**Фантомная поляриметрия в классических и
квантовых световых полях в формализме Джонса**

1.3.19 – Лазерная физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научные руководители

доцент С.А. Магницкий

профессор А.С. Чиркин

Москва 2023

Введение	4
1 Фантомная визуализация в классической и квантовой оптике. Обзор литературы	15
1.1 Классическая фантомная визуализация	15
1.2 Дискретный подход к процессу формирования фантомных изображений	18
1.3 Квантовая фантомная визуализация	21
1.4 Современные применения фантомной визуализации	23
1.5 Поляризационная оптика и метод фантомных изображений	25
2 Теория фантомной поляриметрии	30
2.1 Фантомная поляриметрия в классическом свете	30
2.1.1 Фантомная поляриметрия в деполаризованном классическом свете в формализме матриц Джонса	30
2.1.2 Вычислительная фантомная поляриметрия в поляризованном классическом свете в формализме матриц Джонса	35
2.2 Фантомная поляриметрия в квантовом свете	45
2.2.1 Характеристика запутанных квантовых состояний	48
2.2.2 Условие формирования квантового фантомного изображения	52
2.2.3 Восстановление профиля поляризационных свойств методом фантомной поляриметрии	56
2.3 Выводы	63
3 Экспериментальная реализация фантомной поляриметрии в псевдотепловом свете	65
3.1 Источники псевдотеплового излучения	65

3.1.1	Источник псевдотеплового излучения на основе матового диска	66
3.1.2	Источник псевдотеплового излучения на основе жидкокристаллического фазового модулятора света	69
3.1.3	Особенности источника псевдотеплового излучения на основе SLM	79
3.2	Экспериментальная методика получения фантомных изображений в псевдотепловом излучении	84
3.3	Поляризационные фантомные изображений в классическом свете .	86
3.4	Выводы	93
4	Экспериментальная реализация фантомной поляриметрии в квантовом свете	95
4.1	Экспериментальная методика для получения фантомных поляризационных изображений в свете СПР источника	95
4.2	Экспериментальное исследование процесса получения поляризационных фантомных изображений в свете СПР	99
4.3	Выводы	106
	Заключение	108
	Благодарности	110
	Список литературы	110

Введение

Актуальность работы

Бурный рост вычислительных мощностей и объема перерабатываемой информации вызывает необходимость развития новых методов визуализации как для научных исследований, так и для разработки современных интеллектуальных систем формирования и обработки изображений. Одним из новых подходов к задаче визуализации является метод фантомных изображений (ФИ) (см. обзоры [1, 2, 3, 4, 5]), который предоставляет уникальные возможности для диагностики объектов. Последнее является следствием того, что информация об объекте восстанавливается из корреляционной функции интенсивностей излучения освещающего объект и «восстанавливающего» излучения, не взаимодействующего с объектом. При этом регистрация излучения, рассеянного на объекте, производится суммирующим детектором без пространственного разрешения, что позволяет использовать миниатюрные сенсоры для визуализации и слабые световые пучки. Такой подход, использующий статистические свойства случайного света, радикально отличается от традиционных способов формирования изображений, основанных на измерении средней интенсивности с помощью многопиксельных детекторов (например, ПЗС камеры), либо сканирования (например, лидары).

Следует отметить, что интерес к фантомной оптике в целом, и к такому её направлению как однопиксельная визуализация в частности, постоянно растет. Так, в последнее время ежегодно публикуется около сотни работ по фантомной оптике как в классических [6, 7], так и в квантовых световых полях [8, 9, 10]. Говоря о классических полях мы будем подразумевать световые поля с тепловой (гауссовской) статистикой, а под квантовыми полями - световые поля в неклассических состояниях (например, запутанные состояния). Область применения принципа ФИ постоянно расширяется.

ФИ наблюдались с помощью рентгеновского излучения [11, 12], ТГц- излучения [13, 14] и даже в потоке запутанных ультрахолодных метастабильных атомов гелия [15]. Также продемонстрирован временной аналог ФИ [16, 17], т.е. восстановление временной формы оптических импульсов с помощью медленных детекторов. Значительное внимание уделяется повышению качества фантомных

изображений и сокращению времени их формирования [18, 19, 20, 21]. Развитие новых алгоритмов восстановления ФИ привело к возможности создания так называемых фантомных лидаров (англ. «GI LiDAR»)[22, 23], которые обеспечивают формирование изображений с высоким разрешением, сохраняя высокую чувствительность и низкую стоимость, а также обладает потенциалом для получения изображений движущихся целей в реальном времени. Важным шагом в развитии ФИ стало открытие вычислительных ФИ [24, 25], которые позволяют кардинально упростить экспериментальную реализацию метода ФИ за счет исключения из схемы восстанавливающего плеча. Особый интерес к данной тематике возник на фоне динамичного внедрения сложных интеллектуальных систем, основанных на глубоком обучении [26, 27, 28, 29, 30].

В последние несколько лет начало формировать новое направление ФИ - волоконная фантомная оптика (ВФО). ВФО находится на стыке волоконной и статистической оптики, оптики фантомных изображений и интеллектуальных систем формирования и обработки изображений. На настоящий момент в ВФО можно выделить два основных направления - это волоконная фантомная визуализация [31] и временные ФИ в волокне [32]. Особый интерес вызывает волоконная фантомная визуализация, так как системы, основанные на этом принципе, в полной мере реализуют преимущество метода ФИ, которое состоит в возможности в разы уменьшить размер сенсора в объектном канале.

В экспериментальных системах фантомной визуализации для создания случайного света используются несколько типов источников излучения. В квантовом случае, как правило, используется эффект спонтанного параметрического рассеяния [33, 34]. В классическом варианте метода ФИ разнообразие источников гораздо больше. Исторически первыми источниками служили псевдотепловые поля создаваемые с помощью вращающихся матовых дисков [35, 36]. Однако, с развитием технологий особую популярность приобрели «программируемые» источники, основанные на использовании модуляторов света [24, 25]. Так, в [31, 37, 38] предложен источник на основе массива многомодовых волокон, к каждому из которых подключен свой волоконный фазовый модулятор света. В работах [39, 40] такой источник использовался для передачи изображения через многомодовое волокно, при этом система работала на просвет. В работах [41, 42] получены ФИ на просвет с использованием источника, выполненного на основе пространственного модулятора света и многомодового волокна. Аналогичные источники использовались и

для исследования структуры рассеивающих объектов [43, 44].

Однако во всем многообразии научной литературы по фантомной визуализации вопрос о возможной роли поляризации в методе ФИ практически не изучен, так как в основном исследовались скалярные свойства объектов (например, модуль коэффициента прозрачности или отражения). Впервые влияние степени деполяризации на качество фантомных изображений обсуждалось в работах [45, 46] и показано, что контраст изображения увеличивается с увеличением степени поляризации зондирующего света. Однако вопрос о возможной роли поляризации света в методе ФИ практически не изучен. В [47, 48] продемонстрировано, что при освещении объекта линейно поляризованным тепловым излучением можно увеличить контраст изображения рассеивающих объектов при определенной ориентации анализатора в объектном плече. Для улучшения качества восстановленных изображений в [49] реализовано поляризационное мультиплексирование.

В работе [50] теоретически показано, что с помощью метода ФИ, путем выбора соответствующих поляризаторов в объектном и восстанавливающем плечах, можно определять свойства поляризационно -чувствительных объектов. Отметим, что в развитие идей использования поляризации в фантомном принципе внесен в [51, 52], где развивалась концепция фантомной эллипсометрии. В ней теоретически показано, что с помощью однородно неполяризованного пространственно некогерентного света, подчиняющегося гауссовой статистике, можно получить эллипсометрическую информацию о коэффициентах отражения образца.

Таким образом, до начала работ по данной диссертации экспериментальная реализация фантомной поляриметрии не была осуществлена. Более того, квантовый вариант ФП не рассматривался. Позднее, параллельно с нашими работами, были опубликованы статьи [53, 54, 55]. В этих статьях обсуждается применение запутанных фотонов для измерения оптической активности сред и поверхностей. Но не изучалась возможность восстановления профиля поляризационных свойств наблюдаемых объектов.

Степень разработанности

Из изложенного следует, что несмотря на интерес исследователей к фантомной поляриметрии остается открытым ряд теоретических вопросов и экспериментальных подтверждений, в частности предложенные методики не позволяют определить распределение поляризационных свойств по объекту. Таким образом, работы проводимые по теме данной диссертации имеют приоритетный характер,

дополняя существующие исследования по данной тематике.

Цели и задачи диссертационной работы

Основной целью диссертационной работы является экспериментальная и теоретическая разработка метода фантомной поляриметрии для определения пространственного распределения поляризационных свойств объекта на основе аппарата матриц Джонса. В работе решаются следующие задачи:

1. Развитие теории фантомной поляриметрии в классических неполяризованных световых полях в формализме Джонса. Выявление полного набора измерений, необходимых для восстановления пространственных профилей распределения поляризационных свойств.

2. Создание источников псевдотеплового поляризованного и неполяризованного излучения.

3. Разработка и создание экспериментальных стендов для реализации фантомной поляриметрии в классических световых полях. Восстановление поляризационных фантомных изображений

4. Развитие теории фантомной поляриметрии в квантовых световых полях; определение условия формирования квантового ФИ с линзами в объектном и восстанавливающем каналах.

5. Создание источника запутанных по импульсу и коррелированных по поляризации фотонных пар. Создание экспериментальных стендов для реализации принципов ФП в квантовых световых полях. Получение распределения поляризационных свойств объекта с помощью квантовой ФП.

6. Исследование возможностей глубоких нейронных сетей в ФП.

Объект и предмет исследования

Объектом диссертационного исследования является процесс формирования фантомных изображений при облучении образца классическими и квантовыми световыми полями. В качестве предмета исследования выступают поляризационные пленки, обладающие линейной амплитудной анизотропией.

Научная новизна

Научная новизна работы заключается в систематической разработке принципа, лежащего в основе концепции фантомных изображений, для поляризационно-чувствительных объектов, которые изменяют состояние поляризации падающего света. При этом были получены следующие результаты:

1. Теоретически впервые показано, что при облучении объекта неполяризо-

ванным тепловым излучением элементы матрицы Джонса связаны с взаимными корреляционными функциями фототоков, измеряемых в объектном плече и в восстанавливающем плече, где регистрируются сигналы в двух ортогональных поляризациях. Продемонстрировано, что разработанный метод позволяет восстановить поляризационную структуру объекта.

2. Впервые в ФП применен подход на основе нейронных сетей. Разработана глубокая нейронная сеть, определяющая тип присущей объекту анизотропии, исходя из измерений корреляционных функций интенсивности в различных поляризационных состояниях классического света. Показано, что созданная нейронная сеть способна определить не только тип анизотропии, но и величину конкретных параметров анизотропии.

3. Впервые экспериментально осуществлена концепция фантомной поляриметрии в классическом неполяризованном и поляризованном свете. Предложенная концепция формирования поляризационных фантомных изображений обеспечивает получение полной информации о пространственном распределении поляризационных свойств объектов с линейным дихроизмом.

4. Заложены основы квантовой фантомной поляриметрии с применением бифотонов, включая разработку теории, создание экспериментальных методик и экспериментальную реализацию при облучении объекта одиночными коррелированными фотонами.

Защищаемые положения

1. Пространственное распределение поляризационных свойств объектов, обладающих линейной амплитудной анизотропией, однозначно восстанавливается из измерения 3-х взаимных корреляционных функций интенсивностей, получаемых при освещении образца неполяризованным псевдотепловым светом и регистрации горизонтальной, вертикальной и диагональной поляризационной компоненты излучения в канале восстановления.

2. При облучении объекта неполяризованным псевдотепловым светом со степенью деполяризации 93% пространственное распределение азимута линейной амплитудной анизотропии восстанавливается с точностью 92% из измерения трех корреляционных функций при усреднении по 4000 реализациям.

3. Пространственное распределение типа анизотропии в сечении двумерного объекта, обладающего линейной/циркулярной фазовой/амплитудной анизотропией, восстанавливается с точностью 95% из измерения 5-ти взаимных корреляци-

онных функций, каждая из которых измерена с погрешностью в 1%, с помощью обученной многослойной нейронной сети.

4. При описании объекта модифицированными матрицами Джонса пространственное распределение поляризационных свойств этого объекта, обладающего линейной амплитудной анизотропией, восстанавливается методом квантовой фантомной поляриметрии, основанном на использовании одиночных фотонов.

5. Пространственное распределение модуля азимута линейной амплитудной анизотропии при использовании линейно поляризованных бифотонов восстанавливается с точностью 96% из измерения числа совпадений в различных поляризационных базисах, при среднем числе совпадений меньше 2000 событий в секунду.

Научная и практическая значимость.

Метод фантомных изображений для объектов с поляризационной структурой является новым направлением в фантомной оптике. Как известно поляризационное состояние света, рассеянного объектом или прошедшего через него, содержит ценную информацию об объекте (см. [56, 57, 58, 59]). Заметим, что это обстоятельство привело к зарождению, в частности, поляризационной голографии. Основанная на предлагаемом в данной работе исследовании методика слабо интенсивной поляризационной диагностики объектов может дополнить технологию поляризационной микроскопии, где невозможно управление параметрами света в объектном плече, например, в медицине для идентификации биологических структур.

Практическая значимость работы заключается в потенциальной возможности применения полученных результатов в двух направлениях: 1) технология и аппаратура для неинвазивной оптической диагностики различных патологий в медицине, включая клеточную медицину (например, методами волоконной фантомной оптики); 2) технология и аппаратура для увеличения контраста оптических изображений объектов, получаемых с помощью оптических лидаров, в частности при оптическом мониторинге земной поверхности беспилотными летательными аппаратами.

Содержание работы

Введение посвящено обоснованию актуальности выбранной темы, обозначены цели и задач диссертационной работы, изложены защищаемые положения, обсуждается научная новизна и практическая значимость.

В Главе 1 подробно описан процесс формирования фантомных изображений

(ФИ) в классических световых полях, т. е. при облучении объекта псевдотепловым излучением с гауссовской статистикой, и в квантовых световых полях, т. е. в случае, когда используются неклассические состояния света. Обсуждаются некоторые интересные потенциальные возможности метода ФИ на примере терагерцовой визуализации и волоконной фантомной оптики. Приведен подробный анализ работ, связанных с использованием поляризации света в методе ФИ. Дается краткое описание поляризации светового поля в формализме Джонса и формализме векторов Стокса.

В Главе 2 описана разработанная теория классической и квантовой ФП в формализме матриц Джонса. Показано, что при использовании неполяризованного псевдотеплового излучения с гауссовской статистикой методом ФП может быть получена информация о элементах матрицы Джонса облучаемого объекта. В частности, показано, что для объектов, обладающих линейной амплитудной анизотропией, из расчета нескольких корреляционных функций может быть получено пространственное распределение азимута и величины анизотропии. Построена теория вычислительной фантомной поляриметрии, позволяющая подобрать набор измерений, необходимых для получения информации о пространственном распределении поляризационных свойств объектов с произвольным типом анизотропии. Продемонстрировано успешное применение глубокого обучения в задаче ФП. Квантовая теория ФП предполагает использование бифотонов генерируемых в процессе спонтанного параметрического рассеяния. Получено обобщенное условие формирования квантовых фантомных изображений в двухлинзовой схеме. Найден полный набор измерений для восстановления азимута и величины линейной амплитудной анизотропии.

Глава 3 посвящена результатам экспериментальной реализации классической ФП. Описаны созданные источники излучения с псевдотепловой статистикой. Теоретически и экспериментально показано, что при использовании пространственных фазовых модуляторов света формируемое псевдотепловое излучение может обладать анизотропией радиуса корреляции. Описана экспериментальная методика реализующая принцип классической ФП. Приведены результаты экспериментальных исследований процесса формирования фантомных поляризационных изображений объектов обладающих линейной амплитудной анизотропией в свете от созданных источников неполяризованного псевдотеплового излучения с псевдотепловой статистикой. Отдельно исследован случай, когда излучение падающее на

объект линейно поляризовано.

В Главе 4 приведены экспериментальные исследования возможностей квантовой ФП. Описаны созданные источники запутанных по импульсу, коррелированных по времени и поляризации фотонных пар. Источники работают на основе эффекта спонтанного параметрического рассеяния. Впервые экспериментально реализован метод квантовой ФП, чья эффективность была проверена на объектах с линейной амплитудной и фазовой анизотропией. Экспериментально продемонстрирована корректность условия формирования квантового фантомного изображения.

Методология диссертационного исследования

При использовании классических световых полей описание процессов формирования поляризационных ФИ основано на традиционных методах статистической оптики и формализма матриц Джонса. При облучении объекта неклассическими состояниями света применяется методы квантовой оптики.

При экспериментальной реализации ФП в классическом свете применяли разработанные источники псевдотеплового света, включающие в себя: He-Ne лазер (длина волны 632 нм), поляризационный контроллер, матовое стекло, фазовый пространственный модулятор света. Регистрация излучения производилась стандартными CCD/CMOS камерами, либо фотодиодами работающими в линейном режиме.

Для экспериментальной реализации ФП в квантовом свете использовалось специальное оборудование, разработанное в лаборатории. Так, для регистрации однофотонного света использовался счетчик одиночных фотонов SPC-V1 и времяцифровой преобразователь TDC-6. В некоторых случаях использовался времяцифровой преобразователь фирмы ID Quantique. В качестве источника коррелированных фотонных пар использовался нелинейный кристалл ВВО, который накачивался непрерывным лазером на длине волны 405 нм.

Личный вклад автора. Личный вклад автора является определяющим. Все экспериментальные методики и стенды созданы лично автором данной работы. Все представленные в работе измерения проводились автором или при его непосредственном участии. Автор принимал непосредственное участие в разработке теории фантомной поляриметрии в классических и квантовых световых полях, а также в подготовке материалов к публикациям и отчетам. Программное обеспечение, которое использовалось в работе, написано при непосредственном участии автора. Разработка нейронной сети и её обучение проведены автором полностью.

самостоятельно.

Достоверность. Результаты, полученные в настоящей работе, достигнуты за счет применения хорошо известных методов теоретической и экспериментальной квантовой оптики, лазерной физики и статистической оптики. При этом наблюдалось хорошее согласование теоретических предсказаний и экспериментальных результатов. Научные и технические результаты данной работы доложены на различных всероссийских и международных конференциях. Основные результаты опубликованы в рецензируемых журналах, в том числе в журналах первого квартала.

Апробация работы. Основные результаты работы были доложены на следующих международных и всероссийских конференциях

1. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023», г. Москва, апрель 2023
2. 20th International Conference Laser Optics «ICLO 2022», г. Санкт-Петербург, Россия, 20-24 июня 2022
3. XII Международный симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (ФЭКС-2021), г. Казань, октябрь 2021
4. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2021», г. Москва, 21 апреля 2021
5. III Международная конференция «Фотоника и квантовые технологии», г. Казань, декабрь 2020
6. 19th International Conference on Laser Optics "ICLO 2020", г. Санкт-Петербург, ноябрь 2020.
7. XIII Международные чтения по квантовой оптике (IWQO-2019), Владимир, Россия, сентябрь 2019
8. XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова (Волны 2019), Красновидово, Московская область, Россия, май 2019
9. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2019», Москва, Россия, апрель 2019

10. Конференция по фотонике и квантовым технологиям, Свяжские Холмы, Казань, Россия, Россия, декабрь 2019

11. The Nigmatullin's Readings-2018 (ICNR-2018), Казань, Россия, октябрь 2018

Список печатных работ автора по теме диссертационной работы, опубликованных в рецензируемых журналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук:

1. Magnitskiy S., **Agapov D.**, and Chirkin A. Ghost polarimetry with unpolarized pseudo-thermal light //Optics Letters. – 2020. – Т. 45. – №. 13. – С. 3641-3644. JIF WoS: 3.56; вклад соискателя 70%.

2. Magnitskiy S., **Agapov D.**, and Chirkin A. Quantum ghost polarimetry with entangled photons //Optics Letters. – 2022. – Т. 47. – №. 4. – С. 754-757. JIF WoS: 3.56; вклад соискателя 60%.

3. **Агапов Д. П.**, Беловолов И. А., Гостев П. П., Магницкий С. А., Фроловцев Д. Н., Чиркин А. С. Статистические особенности псевдотеплового излучения, формируемого пространственным модулятором света //ЖЭТФ. – 2022. – Т. 162. – №. 2. – С. 215-225. JIF WoS: 1.111; вклад соискателя 40%.

4. Балакин Д.А., **Агапов Д. П.**, Гостев П. П., Магницкий С. А., Фроловцев Д. Н., Чиркин А. С. Формирование изображений в фантомной волоконной эндоскопии методом редукции измерений //ЖЭТФ. – 2022. – Т. 135. – №. 6. – С. 779-788. JIF WoS: 1.111; вклад соискателя 15%.

5. Магницкий С. А., **Агапов Д. П.**, Беловолов И. А., Гостев П. П., Фроловцев Д. Н., и Чиркин, А. С. Фантомная поляриметрия в классическом и квантовом свете //Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. - 2021. – N.6. –12-25. Импакт-фактор РИНЦ: 0.516; вклад соискателя 25%.

6. Chirkin A. S., Gostev P. P., **Agapov D. P.**, and Magnitskiy S. A. Ghost polarimetry: ghost imaging of polarization-sensitive objects //Laser Physics Letters. – 2018. – Т. 15. – №. 11. – С. 115404. JIF WoS: 1.7; вклад соискателя 30%.

7. Гостев П.П., **Агапов Д.П.**, Дёмин А.В., Левин Г.Г., Мамонов Е.А., Магницкий С.А. Измерение эффективности детектирования счётчиков одиночных фотонов на базе лавинных фотодиодов методом спонтанного параметрического рассеяния с асимметричными по спектру каналами //Измерительная техника. – 2018. – №. 12. – С. 27-32. Импакт-фактор – РИНЦ 0.432; вклад соискателя 30%.

Иные труды соискателя:

8. **Agarov D.**, Magnitskiy S., and Chirkin A. Experimental obtaining of polarization ghost images by ghost polarimetry //EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2019. – Т. 220. – С. 03002; вклад соискателя 70%.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из Введения, трех глав, Заключения и Списка литературы. Объем работы составляет 121 страницу, включая 42 рисунка и 4 таблицы. Список литературы содержит 104 наименования, включая 10 авторских работ.

Глава 1

Фантомная визуализация в классической и квантовой оптике. Обзор литературы

Фантомная поляриметрия (ФП) основывается на методе фантомных изображений (ФИ), который в свою очередь был предложен и реализован впервые в 1990 году [60, 61, 62, 63]. Изначально считалось, что ФИ могут быть получены исключительно с использованием запутанных по импульсу и коррелированных по времени пар фотонов [60, 61]. Последний предполагалось получать с помощью спонтанного параметрического рассеяния. При этом ключевой особенностью было то, что ФИ наглядно демонстрирует квантовую запутанность. Однако, позже теоретически и экспериментально была показана возможность применения классического света с тепловой статистикой [64, 65], что привело к возникновению отдельного направления а развитии ФИ.

Под классическими световыми полями мы будем понимать интенсивные световые пучки, обладающие гауссовской (тепловой) статистикой, а под квантовыми световыми полями - неклассические состояния света (например, запутанные состояния).

1.1. Классическая фантомная визуализация

Несмотря на то, что в литературе уже не раз обсуждалась объединение квантовой и классической теории формирования ФИ (см. обзоры [1, 2, 3, 4, 67]), мы рассмотрим их отдельно.

Типичная схема формирования ФИ в классическом случае, когда объект

облучается светом с гауссовской статистикой, представленная на рис. 1.1.

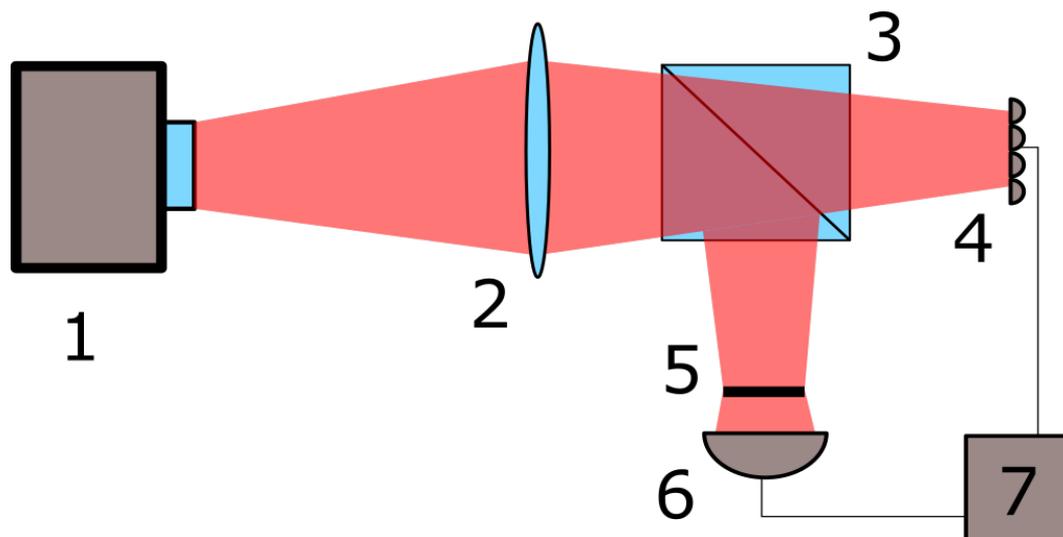


Рис. 1.1: Принципиальная схема формирования ФИ в классическом свете. Обозначения: 1 - источник света; 2 - собирающая линза; 3 - светоделитель; 4 - многопиксельный детектор; 5 - объект наблюдения (транспорант); 6 - фотодетектор; 7 - персональный компьютер.

Световой пучок, испускаемый источником (1), проходит через линзу (2). С помощью полупрозрачного зеркала (3) световой пучок разделяется на два идентичных пучка. Плечо, в котором распространяется прошедший через зеркало свет, называется *восстанавливающим плечом*. В этом плече располагается фоточувствительная матрица (4) (например, CMOS-камера). В отраженном от зеркала (3) свете формируется *объектное плечо*. В объектном плече находится объект (5) и фотодетектор без пространственного разрешения (6). Такой детектор также называют суммирующим или интегрирующим, а в англоязычной литературе он известен как «bucket-detector». Сигнал с (4) и (6) поступает на компьютер (7), где происходит обработка данных.

Линза (2) служит для передачи пространственной структуры профиля напряженности электромагнитного поля света, вышедшего из источника в плоскость ПЗС-камеры и в плоскость объекта. Линза находится на двойном фокусном расстоянии от выходной апертуры источника и от указанных плоскостей. Пусть $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1)$, $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2)$ и $\mathbf{E}_3(\mathbf{r}_3)$ поля в плоскости выходной аппаратуры источника, на ПЗС камере и на объекте, соответственно. А \mathbf{r}_i радиус вектор в соответствующей плоскости. В указанной геометрии если $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_3$, то $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_2(-\mathbf{r}_2) = \mathbf{E}_3(-\mathbf{r}_3)$, где знак минус обусловлен переверотом изображения, которое осуществляет линза. Для упрощения записи, в связи с выше сказанным, будем проводить даль-

нейшие вычисления в координатах ПЗС-камеры. Сигнал в объектном плече в пикселе, центр которого задается радиус вектором \mathbf{r}_2 , можно представить в виде $J_{\text{ПЗС}}(\mathbf{r}_2) = \int_{s_0} \mathbf{E}_2(\mathbf{r}') \mathbf{E}_2^*(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$, где s_0 - площадь пикселя. Обратимся к объектному плечу и рассмотрим в качестве объекта поглощающий экран, который опишем коэффициентом прозрачности $T(\mathbf{r}_2)$. Сразу после объекта напряженность поля будет иметь вид $\mathbf{E}_{\text{объект}}(\mathbf{r}_2) = T(\mathbf{r}_2) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2)$. Не умоляя общности будем считать, что суммирующий детектор находится сразу после объекта, а его апертура больше чем размер пучка. В таком случае, сигнал с этого детектора пропорционален полному току, т.е. $J_{\text{объект}} = \int_S |T(\mathbf{r}')|^2 \mathbf{E}_2(\mathbf{r}') \mathbf{E}_2^*(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$, где S - площадь детектора.

Как можно заметить, информация об объекте, т.е. $T(\mathbf{r}_2)$, содержится в $J_{\text{объект}}$ в неявном виде. Чтобы получить $T(\mathbf{r}_2)$ в фантомном методе предлагается облучать объект светом с гауссовской статистикой, при этом измерение проводится не один раз, а копится целый набор измерений, в каждом из которых измеряется $J_{\text{ПЗС}}(\mathbf{r}_2)$ и $J_{\text{объект}}$. Распределение $T(\mathbf{r}_2)$ получается путем расчета следующей корреляционной функции (отметим, что в математике такая функция называется ковариацией, но в качестве дани традициям будем использовать термин корреляционная функция):

$$G(\mathbf{r}_2) = \langle J_{\text{ПЗС}}(\mathbf{r}_2) J_{\text{объект}} \rangle - \langle J_{\text{ПЗС}}(\mathbf{r}_2) \rangle \langle J_{\text{объект}} \rangle, \quad (1.1)$$

где знак $\langle \rangle$ - означает усреднение по реализациям. Если в выражение (1.1) подставить явный вид для $J_{\text{объект}}$ и $J_{\text{ПЗС}}(\mathbf{r}_2)$, а также учесть, что для гауссовских полей моменты четвертого порядка раскладываются через моменты второго порядка, получим:

$$G(\mathbf{r}_2) = s_0 \int_S |T(\mathbf{r}')|^2 |\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}', \quad (1.2)$$

где $\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2) \mathbf{E}_2^*(\mathbf{r}') \rangle$ - корреляционная функция поля. Для расчета выражения 1.2 мы считали, что внутри площадки одного пикселя величина \mathbf{E}_2 не меняется. В приближении, что излучение дельта-коррелировано, можно показать, что:

$$G(\mathbf{r}_2) = s_0 |T(\mathbf{r}_2)|^2 \int_S |\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}'. \quad (1.3)$$

Таким образом, зная параметры источника, мы можем получить интересующую нас информацию об объекте. А полученное таким образом двумерное распределение $|T(\mathbf{r}_2)|$ называют амплитудным фантомным изображением, или просто ФИ (см. пример на рис. 1.2).

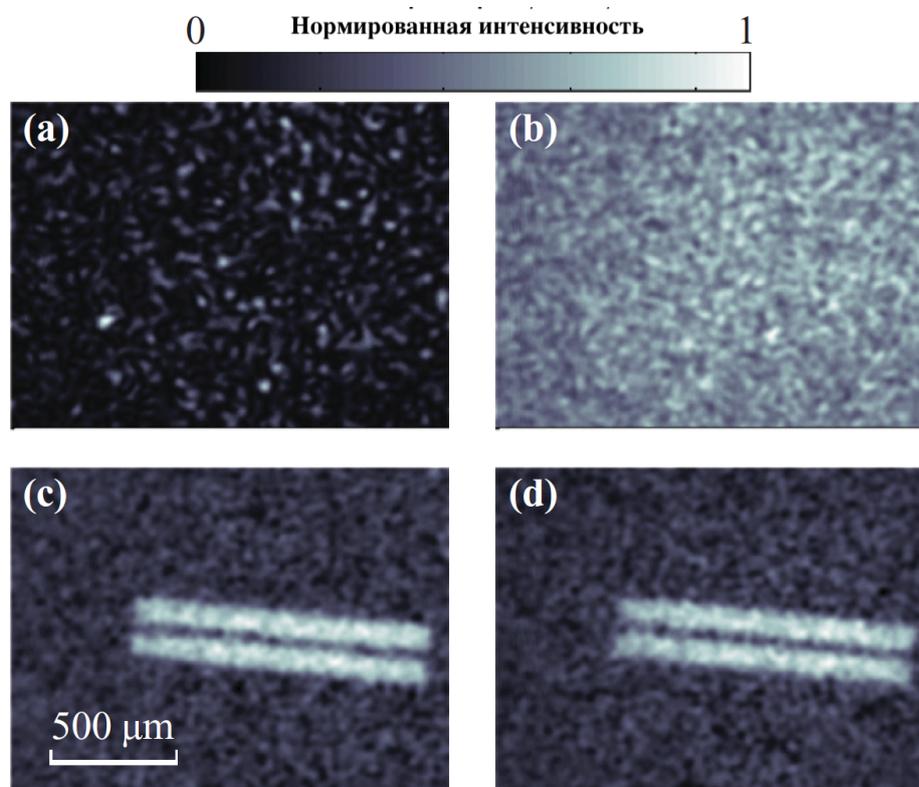


Рис. 1.2: (a) Пример спекл-картины, используемой для формирования ФИ. (b) Пример усреднения 25 спекл-картин. (c) Фантомное изображение двойной щели, полученное при облучении объекта набором из 10000 спекл-картин. (d) ФИ такого же объекта, но полученное при помощи облучения усредненными спекл-картинами. Рисунок заимствован из статьи [68].

1.2. Дискретный подход к процессу формирования фантомных изображений

Оказывается, метод ФИ может быть описан и в дискретном представлении. Пусть объект облучается дельта коррелированным светом. Такой свет обладает следующей особенностью: значение интенсивности в каждой точке поперечного сечения пучка на выходе источника не зависит от интенсивностей в других точках.

Другими словами выполняется следующие соотношение:

$$\langle I(\vec{r}) I(\vec{r}') \rangle = \begin{cases} \langle I^2(\vec{r}) \rangle & \vec{r} = \vec{r}' \\ \langle I(\vec{r}) \rangle \langle I(\vec{r}') \rangle & \vec{r} \neq \vec{r}' \end{cases}, \quad (1.4)$$

где r и r' радиус-векторы в выбранном сечении, а $I(\vec{r})$ - интенсивность излучения в заданной точке пространства, $\delta_{\vec{r}\vec{r}'}$ - символ Кронекера.

Типичная схема получения ФИ представлена на рис. 1.3.

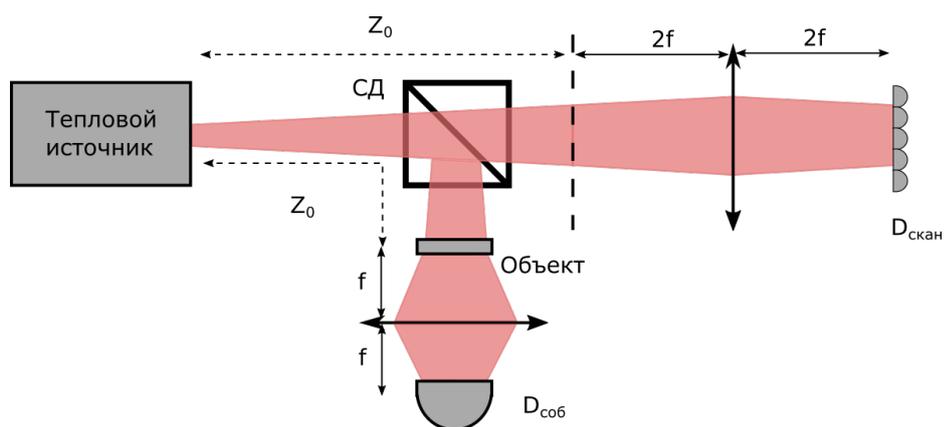


Рис. 1.3: Принципиальная схема формирования ФИ в классическом свете. СД - светоделитель; Z_0 - расстояние до объекта и сопряженной плоскости в другом канале, $D_{\text{соб}}$ - собирающий детектор; $D_{\text{скан}}$ - сканирующий многопиксельный детектор.

В представленной схеме световой пучок делится пополам на светоделителе (СД). При этом получившиеся пучки обладают идентичными распределениями интенсивности и взаимной поперечной корреляцией интенсивности. Отраженная часть попадает в объектный канал и проходит через объект, находящийся на расстоянии Z_0 от источника излучения (плоскость объекта), после чего собирается линзой и регистрируется на детекторе без пространственного разрешения. Прошедшее через светоделитель излучение поступает в восстанавливающий канал, где находится линза с таким же фокусным расстоянием, как в объектном плече. Она передает распределение интенсивности в плоскости, находящейся на расстоянии Z_0 от источника (эту плоскость назовем восстанавливающей), на камеру с высоким пространственным разрешением в масштабе 1×1 .

Таким образом, в объектном плече измеряется сигнал, пропорциональный суммарной интенсивности излучения, прошедшего через объект, а в восстанавливающем канале - пространственное распределение интенсивности.

Рассмотрим объектную и восстанавливающую плоскости, при этом разобьем их на N виртуальных пикселей (рис. 1.4):

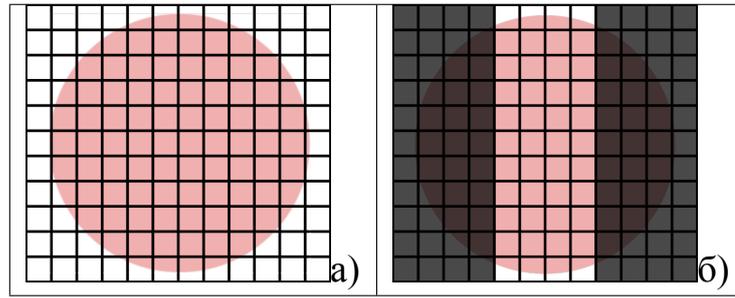


Рис. 1.4: Разбиение поперечной плоскости пучка на пиксели. а) схематичный рисунок пучка на многопиксельном детекторе, б) схематичный рисунок пучка в плоскости объекта; затемненные квадраты означают, что в этой области излучение поглощается объектом.

В выбранной геометрии пространственное распределение интенсивности в плоскости объекта и в плоскости многопиксельного детектора обладают поперечной корреляцией, что можно записать в следующем виде:

$$\langle I_j I_i \rangle = \begin{cases} \langle I_i^2 \rangle & i = j \\ \langle I_i \rangle \langle I_j \rangle & i \neq j \end{cases}, \quad (1.5)$$

здесь I_i - интенсивность в i -ом пикселе в объектном плече, а I_j - интенсивность в j -ом пикселе в восстанавливающем плече. Как показано на рис. 1.4б, часть излучения перекрыта объектом и суммарный сигнал на фотодиоде пропорционален интенсивность прошедшего излучения $I_o = \sum_i T_i I_i$, где T_i - коэффициент пропускания объекта в i -ом пикселе. Запишем корреляционную функцию интенсивности j -го пикселя восстанавливающего канала и суммарной интенсивности объектного канала:

$$G_j = \langle I_j I_o \rangle - \langle I_j \rangle \langle I_o \rangle. \quad (1.6)$$

Подставим явный вид для I_o и выделим из суммы j -ые пиксели:

$$G_j = \left\langle I_j \sum_i T_i I_i \right\rangle - \langle I_j \rangle \left\langle \sum_i T_i I_i \right\rangle = T_j \left(\langle I_j^2 \rangle - \langle I_j \rangle^2 \right) + \sum_{i \neq j} T_i \left(\langle I_i I_j \rangle - \langle I_i \rangle \langle I_j \rangle \right). \quad (1.7)$$

В силу (1.5) второе слагаемое в (1.7) стремится к нулю. Таким образом, имеем

$G_j = T_j D_j$, где $D_j = \langle I_j^2 \rangle - \langle I_j \rangle^2$ - дисперсия интенсивности в j -ом пикселе. С другой стороны оценка величины G_j может быть осуществлена путем большого усреднения измеренных I_0 и I_j в восстанавливающем плече по формуле (1.6). Для коэффициента пропускания в j -ом пикселе объекта имеем $T_j = \frac{G_j}{D_j}$. Отметим, что в общем случае коэффициент пропускания определяется поляризационными свойствами объекта.

1.3. Квантовая фантомная визуализация

Изначально метод ФИ был предложен Давидом Николаевичем Клышко на физическом факультете МГУ в рамках работ, связанных с эффектом спонтанного параметрического рассеяния (СПР)[60, 61]. В этом разделе мы рассмотрим теорию формирования квантовых фантомных изображений при облучении объекта потоком одиночных фотонов, генерируемых в процессе СПР. Принципиальная схема такого эксперимента представлена на рис. 1.5.

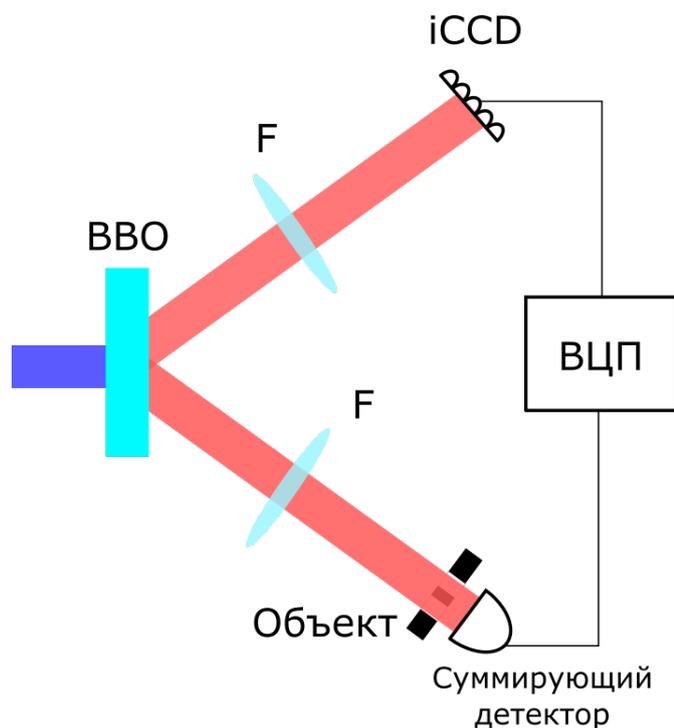


Рис. 1.5: Принципиальная схема квантовой фантомной визуализации.

Лазерное излучение попадает на нелинейный кристалл (например, ВВО), где за счет нелинейности реализуется спонтанное параметрическое рассеяние (СПР). В результате СПР рождается пара фотонов, которые принято называть сигнальным и холостым. Сигнальный фотон распространяется в нижнем плече, проходит

через линзу F , взаимодействует с объектом и попадает на суммирующий детектор. Холостой фотон распространяется в верхнем плече, где находится линза и многопиксельная камера, работающая в режиме счета фотонов (например, iCCD). Сигнал с суммирующего детектора и многопиксельного детектора поступает во время-цифровой преобразователь на схему совпадений. Линзы установлены таким образом, что они передают пространственный профиль пучка из плоскости кристалла в плоскость объекта и плоскость iCCD камеры без изменения масштаба. Для упрощения записи рассмотрим одномерный случай. В соответствии с [69] квантовое состояние бифотонов на выходе нелинейного кристалла в координатном представлении можно записать в виде:

$$|\Psi\rangle = \int \int dx_s dx_i f(x_s, x_i) |x_i\rangle |x_s\rangle, \quad (1.8)$$

где интегрирование производится по ширине пучка, а $|x_i\rangle$ и $|x_s\rangle$ - координаты холостого и сигнального фотонов соответственно; $f(x_s, x_i)$ - весовая функция, которая определяется параметрами пучка накачки и нелинейного кристалла. Здесь квантовое состояние задается в гильбертовом пространстве, в котором в качестве базиса выбран набор координат в поперечном сечении выходной плоскости кристалла. Строго говоря, при измерении положения рождаемых пар фотонов область рождения пары локализована с точностью до ширины синхронизма. Так как оптическая система устроена таким образом, что изображение плоскости кристалла передается на объект и на iCCD без искажения, то в дальнейшем будем осуществлять расчеты в координатах выходной плоскости кристалла.

Полагая фотодетекторы идеальными (т.е. квантовая эффективность равна единице), будем считать, что измерительное состояние в объектном плече задается в виде $|\chi_i\rangle = |x_i\rangle$, а в холостом $|\chi_s\rangle = \int dx_s |x_s\rangle$, где интегрирование проводится по всей ширине суммирующего детектора. Пусть объект полностью прозрачный, рассчитаем вероятность обнаружения фотона с координатой $|x_i\rangle$ в объектном плече при условии регистрации фотона в холостом плече будет равна:

$$P_0(x_i) = \left| \langle x_i | \int dx_s \langle x_s | \Psi \rangle \right|^2 = \int |f(x_s, x_i)|^2 dx_s. \quad (1.9)$$

Учтем теперь наличие объекта. В этом случае в холостом плече измерительное состояние имеет вид $|\chi_s\rangle = \int t(x_s) dx_s |x_s\rangle$. Полагая, что область локализации фотонов мала, можно считать, что для каждой пары верно равенство $x_i = x_s$. Тогда

вероятность регистрации фотона с координатой $|x_i\rangle$:

$$P(x_i) = \left| \langle x_i | \int dx_s \langle x_s | |\Psi\rangle \right|^2 = |t(x_i)|^2 \int |f(x_s, x_i)|^2 dx_s. \quad (1.10)$$

Коэффициент прозрачности объекта можно определить из соотношения:

$$|t(x_i)| = \sqrt{\frac{P(x_i)}{P_0(x_i)}}. \quad (1.11)$$

1.4. Современные применения фантомной визуализации

Принцип фантомных изображений используется в решении многих проблем в современной оптике (см. обзоры [1, 2, 3, 4, 5]): визуализация рассеивающих объектов [1], спектроскопия [70], задачи рентгеновского [11, 12] и терагерцового [13, 14] диапазона, поляриметрия [50] и т.д.

Несмотря на колоссальное развитие многопиксельных детекторов (например, CMOS и CCD камеры), объективов и интеллектуальных систем обработки изображений остается ряд задач, в которых затруднена визуализация объектов исследования. В первую очередь, это задача формирования изображений в присутствии рассеивающих сред (например, туман или мутная вода) в условиях замкнутого пространства (например, визуализация через волокна).

Рассмотрим некоторые применения метода ФИ более подробно.

Например, обратимся к задаче визуализации через оптическое волокно. Идея построения изображения через оптическое волокно не нова [71, 72]. Однако помимо традиционных подходов в последнее время начало формироваться новое направление - волоконная фантомная оптика (ВФО). ВФО находится на стыке волоконной и статистической оптики, оптики фантомных изображений и интеллектуальных систем формирования и обработки изображений.

Основной проблемой при построения ФИ через волокно является создание и доставка псевдослучайного излучения до объекта. В подавляющем большинстве теоретические и экспериментальные исследования в ВФО сфокусированы на разработке принципов построения фантомных изображений двумерных образцов [31, 37, 38, 39, 40, 41, 42]. Имеется лишь теоретическое предложение [73] по

формированию трехмерных изображений в ВФО. Общий принцип работы таких систем можно рассмотреть на примере наших работ [74, 75].

На рис. 1.6 представлена базовая схема получения фантомных изображений при облучении объекта светом со случайной пространственной структурой, прошедшим через многомодовое оптическое волокно. В такой схеме с теоретической точки зрения учитываются практически все аспекты формирования ФИ в волоконно-оптических схемах, основой которых являются многомодовые волокна. Лазерное излучение проходит через фазовый/амплитудный пространственный модулятор света, в дальней зоне которого профиль интенсивности пучка представляет из себя спекл-картину.

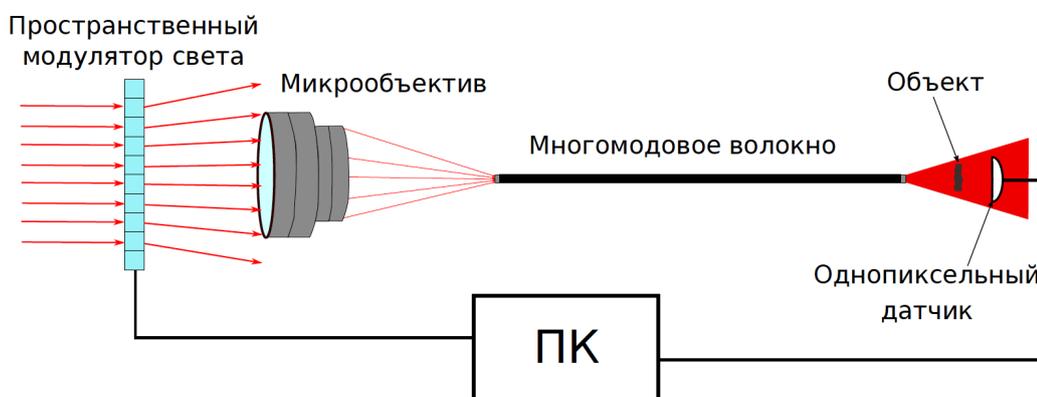


Рис. 1.6: Схема для реализации фантомной визуализации с помощью многомодового волокна.

С помощью микрообъектива излучение заводится в многомодовое волокно. После распространения в волокне свет облучает объект исследования. Излучение, прошедшее через объект, собирается однопиксельным датчиком, сигнал с которого поступает на компьютер (ПК). Для получения ФИ используются специальные математические алгоритмы, входными данными которых являются: пространственное распределение интенсивности света в плоскости объекта и интегральная интенсивность прошедшего через объект света, собранная однопиксельным детектором.

Возможность реализации фантомного принципа в широком диапазоне длин волн позволяет осуществлять визуализацию в терагерцовой области, где развитие многопиксельных детекторов намного отстает от аналогов в видимом диапазоне длин волн. Во многом схема фантомной терагерцовой визуализации схожа с её оптическим аналогом (см. рис.1.7).

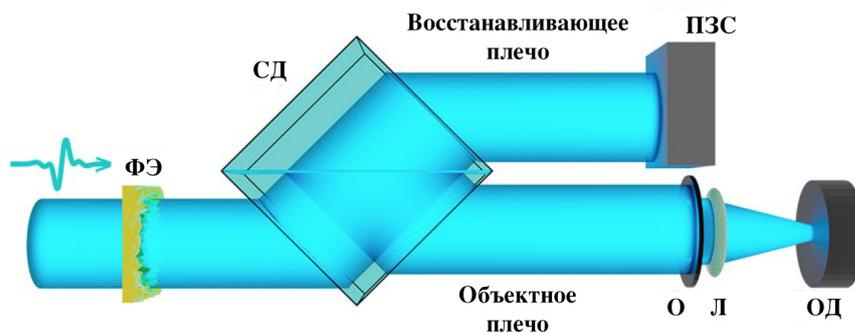


Рис. 1.7: Схема фантомной визуализации в терагерцовом диапазоне. Рисунок позаимствован из работы [77].

Импульсы терагерцового излучения проходят через случайный фазовый экран (ФЭ). С помощью светоделителя пучок разбивается на два идентичных. Первый (объектный пучок) освещает объект (О) и с помощью линзы (Л) заводится на однопиксельный детектор (ОД). Второй пучок регистрируется ПЗС-камерой. Изображение объекта извлекается из расчета корреляционной функции между сигналами с камеры и однопиксельным детектором. В отличие от традиционных подходов, использующих матричный детекторы для формирования изображения, в подходе ФИ возможно формировать изображение при низком уровне сигнала в объектном плече, что крайне важно в ТГц диапазоне.

1.5. Поляризационная оптика и метод фантомных изображений

В настоящей диссертационной работе исследования находятся на стыке методов фантомных изображений и поляризационной оптики. Поэтому обсудим методы описания состояния поляризации. Используется два формализма описания состояния поляризации светового поля: в формализме векторов Стокса и в формализме векторов Джонса.

В большинстве работ, основанных на применении состоянии поляризации в ФИ в тепловом свете [47, 48, 49, 76, 78], используется описание на основе векторов Стокса и матриц Мюллера. Наиболее общая схема в этом подходе изображена на рис. 1.8:

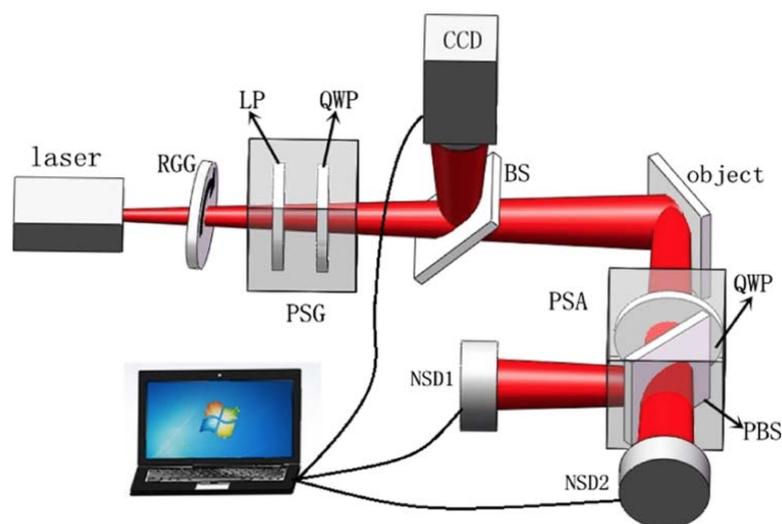


Рис. 1.8: Установка для формирования поляриметрических фантомных изображений. ВМД -вращающийся матовый диск; ЛП - линейный поляризатор; $\frac{\lambda}{4}$ - полуволновая пластинка; СД- светоделитель ; ПСД -поляризационный светоделитель ; Д1 и Д2 - суммирующие детекторы; ПЗС - прибор с зарядовой связью (камера) . Поперечное распределение восстанавливающего пучка измеряется ПЗС-камерой. Рисунок позаимствован из [47].

Лазерный пучок рассеивается на вращающемся матовом диске (ВМД), после чего он проходит через линейный поляризатор (ЛП) и четвертьволновую пластинку ($\frac{\lambda}{4}$). Пучок расщепляется на два с помощью светоделителя (СД). Прошедший пучок освещает объект, отражается и попадает в систему для поляризационного анализа, состоящую из четвертьволновой пластинки ($\frac{\lambda}{4}$) и поляризационного светоделителя (ПСД), который разделяет свет на две ортогональные компоненты. Каждая из компонент собирается детекторами без пространственного разрешения (Д1) и (Д2). Поперечное распределение восстанавливающего пучка измеряется ПЗС-камерой.

Вектор Стокса, описывающий произвольное поляризационное состояние света, имеет вид [79]:

$$\mathbf{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)^T, \quad (1.12)$$

где S_0 - полная интенсивность излучения; S_1 - разность интенсивностей вертикальной и горизонтальной компоненты поля; S_2 - разность интенсивностей диагональной и антидиагональной компоненты; S_3 - разность интенсивностей правой и левой поляризационной компоненты. Преобразование вектора Стокса при распространении света через различные элементы можно представить как умножение \mathbf{S} на некоторую матрицу M :

$$\mathbf{S}_{\text{ВЫХ}} = M\mathbf{S}, \quad (1.13)$$

где M - это матрица Мюллера, зависящая от поляризационных свойств элемента. В общем случае эта матрица имеет вид:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

В работах [47, 48, 49, 78] используется априорная информация об объекте, что значительно упрощает вид искомой матрицы M .

Рассмотрим отражающие материалы без двулучепреломления, для которых часть элементов матрицы Мюллера равны нулю:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Расчет корреляционных функций между сигналами с детекторов Д1/Д2 и ПЗС-камерой показывает, что:

$$\begin{aligned} G_{\text{Д1}}(x, y) &\sim |r(x, y)| (1 + (2m_{22}(x, y) + m_{44}(x, y))) \\ G_{\text{Д2}}(x, y) &\sim |r(x, y)| (1 - (2m_{22}(x, y) + m_{44}(x, y))) \end{aligned}, \quad (1.16)$$

где - $G_{\text{Д1}}(x, y)$ и $G_{\text{Д2}}(x, y)$ - корреляционная функция между сигналом с камеры из пикселя с координатами (x, y) и сигналами с детекторов Д1 и Д2; $r(x, y)$ - коэффициент отражения объекта в точке с координатами (x, y) . Видно, что корреляционные функции зависят от элементов матрицы Мюллера. Данный подход позволил продемонстрировать повышение контраста ФИ в случае, когда в сечении объекта присутствуют материалы с разными поляризационными свойствами. Итоговые изображения (см. рис. 1.9) содержат не только информацию об отражательной способности объектов, но и о разнице в их поляризационных свойствах).

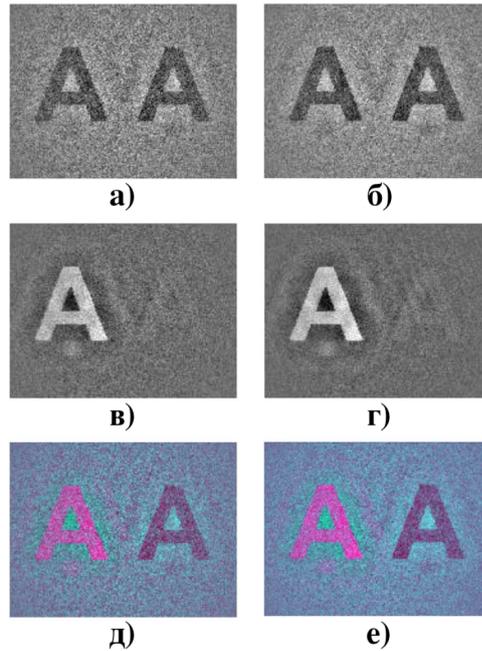


Рис. 1.9: Симуляция формирования ФИ в схеме на рис.1.8. Объект - две буквы «А» из стали (слева) и камня (справа) на фоне деревянной подложки. Верхний ряд: обычный методы ФИ при (а) 30 000 реализациях и при (б) 60 000 реализациях. Средний ряд (в и г): поляризационные ФИ с использованием тех же экспериментальных условий, что и в (а), и в (б). д) - объединённые изображения (а) и (в), а также (е) объединённые изображения (б) и (г). Рисунок позаимствован из [47].

Работы [48, 49, 76, 78] дополняют этот подход экспериментальными и теоретическими исследованиями. Где предлагается новый метод мультиплексирования и дополнительные алгоритмы улучшения контраста изображений. Однако, сильные ограничения, предъявляемые к поляризационным свойствам объектов, также накладывают и ограничения на спектр задач, в которых может быть использован этот подход.

В случае, когда не происходит деполяризации излучения, можно использовать аппарат векторов и матриц Джонса, который в традиционной оптики получил широкое распространение [79]. Вектор Джонса — комплексный вектор в абстрактном математическом пространстве. Он полностью описывает состояние поляризованного излучения. Обычно используется декартова система координат XOY :

$$\mathbf{A}_{in}(\mathbf{r}) = \left(A_{in}^{(x)}(\mathbf{r}), A_{in}^{(y)}(\mathbf{r})^T \right), \quad (1.17)$$

где $A_{in}^{(x)}(\mathbf{r})$ и $A_{in}^{(y)}(\mathbf{r})$ - комплексные амплитуды x и y поляризационных компонент.

Если оптический элемент или объект исследования не приводит к деполяри-

зации, то его воздействие можно описать матрицей Джонса:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} M_{xx}(\mathbf{r}) & M_{xy}(\mathbf{r}) \\ M_{yx}(\mathbf{r}) & M_{yy}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

Элементы матрицы (1.18) являются комплексными числами. При этом связь вектора Джонса до и после объекта следующая:

$$\mathbf{A}_{out}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{in}(\mathbf{r}). \quad (1.19)$$

Впервые идея использовать формализм Джонса в совокупности с фантомным принципом предложена в теоретической работе [50], где предлагается фантомная дифракция для измерения поляризационных свойств объектов, обладающих линейной фазовой анизотропией. Однако эти предложения не получили экспериментального подтверждения. Кроме того, эти теоретические результаты не позволяют рассмотреть объекты, обладающие другими типами анизотропии.

В завершении раздела кратко обратимся к успехам традиционной поляризационной оптики, развитие которой привело к созданию таких приборов как [79, 80]: поляриметр, поляризационный микроскоп, эллипсометр и т.д. Общая схема поляризационно-оптических приборов заключается в следующем. Пучок с заданным состоянием поляризации проходит через исследуемую оптическую систему и изменяет свои свойства. Измерение конечного состояния поляризации при достаточном числе исходных состояний позволяет рассчитать матрицу Мюллера или Джонса оптической системы и определить ее физические характеристики (например, комплексный показатель преломления, ориентацию оптических осей и т. д.). Таким образом, главное различие между поляризационными приборами состоит лишь в объектах исследования. Метод фантомной поляриметрии, предложенный в данной диссертационной работе, с одной стороны, позволяет реализовать преимущества всех этих приборов, а с другой, обладает преимуществами представляемыми принципом фантомных изображений.

Глава 2

Теория фантомной поляриметрии

Под фантомной поляриметрией (ФП) мы будем понимать оптические методы, основанные на принципе фантомных изображений и направленные на измерение поляризационных свойств объектов. В рамках данной работы развита ФП в формализме матриц Джонса. В рассматриваемом случае целью ФП является восстановление двумерных пространственных распределений элементов матриц Джонса плоских объектов.

2.1. Фантомная поляриметрия в классическом свете

В работе мы остановим свое рассмотрение на объектах, чьи поляризационные свойства могут быть описаны в формализме матриц Джонса. Это ограничение связано с тем, что рассматриваются недеполяризующие объекты, обладающие разными типами анизотропии. Использование же формализма матриц Мюллера и, соответственно, векторов Стокса позволяет рассмотреть более общую картину, но является излишним. Кроме того, для определения матрицы Мюллера необходимо осуществить больше измерений, чем для определения матрицы Джонса.

2.1.1. Фантомная поляриметрия в деполаризованном классическом свете в формализме матриц Джонса

Рассмотрим схему фантомной поляриметрии в классическом неполяризованном свете, которая позволяет обобщить принцип фантомных изображений на объекты, меняющие поляризационное состояние прошедшего через них света [81, 82, 83]. Схема для реализации классической ФП изображена на рис. 2.1.

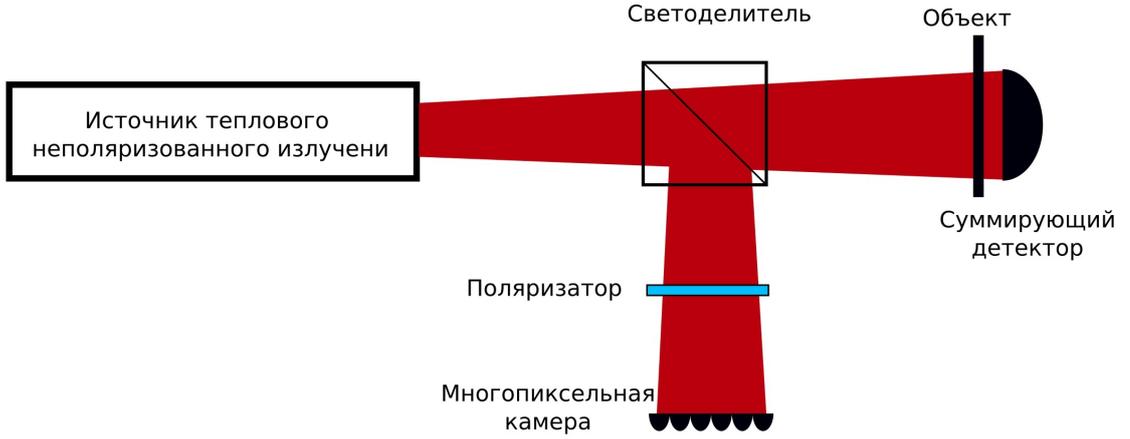


Рис. 2.1: Принципиальная схема формирования поляризационных фантомных изображений в классическом неполяризованном свете.

Свет от источника классического неполяризованного излучения проходит через симметричный светоделитель, где разделяется на два идентичных пучка. Первый пучок проходит через объект и регистрируется интегральным детектором (объектное плечо). Второй пучок распространяется через поляризатор и попадает на детектор с высоким пространственным разрешением, где детектируется распределение интенсивности по поперечному сечению этого пучка (восстанавливающее плечо). Поляризатор в восстанавливающем плече необходим для управления поляризацией излучения, поступающего на камеру.

Введем систему координат так, чтобы ось z совпадала с направлением распространения излучения, тогда оси (x, y) будут лежать в перпендикулярной к z плоскости. Оси (x, y) выберем в качестве поляризационного базиса. Направление оси поляризатора может принимать значения $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi/2$ или $\alpha_3 = \pi/4$. В первом случае через поляризатор проходит часть излучения с x -поляризацией, во втором с y -поляризацией, а в третьем с поляризацией, направленной под 45 градусов относительно оси x . В базисе (x, y) свет, падающий на объект, может быть описан вектором Джонса:

$$\mathbf{A}_o(\mathbf{r}) = (A_o^{(x)}(\mathbf{r}), A_o^{(y)}(\mathbf{r}))^T, \quad (2.1)$$

где вектор \mathbf{r} лежит в плоскости (x, y) , перпендикулярной направлению распространения излучения, а $A_o^{(x)}(\mathbf{r})$ и $A_o^{(y)}(\mathbf{r})$ случайные комплексные амплитуды ортогональных компонент поля до взаимодействия с объектом. Отметим, что здесь и далее мы опускаем зависимость полей от времени. Поляризационное состояние поля, описываемое вектором (2.1), мы будем называть неполяризованным. Т.е. по-

ляризация такого излучения меняется случайным образом как по пространству, так и по времени. Введем матрицу интенсивностей $\mathbf{I}_o(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(\mathbf{r})\mathbf{A}^\dagger(\mathbf{r})$ для удобства дальнейшего изложения:

$$\mathbf{I}_o(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} A_o^{(x)}(\mathbf{r})A_o^{(x)*}(\mathbf{r}) & A_o^{(x)}(\mathbf{r})A_o^{(y)*}(\mathbf{r}) \\ A_o^{(y)}(\mathbf{r})A_o^{(x)*}(\mathbf{r}) & A_o^{(y)}(\mathbf{r})A_o^{(y)*}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Диагональные элементы $I_o^{(x)}(\mathbf{r}) = A_o^{(x)}(\mathbf{r})A_o^{(x)*}(\mathbf{r})$ и $I_o^{(y)}(\mathbf{r}) = A_o^{(y)}(\mathbf{r})A_o^{(y)*}(\mathbf{r})$ - это интенсивности x -й и y -й компоненты исходного поля. Недиагональные элементы представляют из себя произведение двух случайных комплексных функций, которые при статистическом усреднении обратятся в нуль ввиду их статистической независимости, т.е. $\langle A_o^{(y)}(\mathbf{r})A_o^{(x)*}(\mathbf{r}) \rangle = \langle A_o^{(x)}(\mathbf{r})A_o^{(y)*}(\mathbf{r}) \rangle = 0$. Здесь $\langle \rangle$ - означает усреднение по реализациям. В таком случае, так как в конечном счете нам понадобятся только средние значения элементов $\langle \mathbf{I}_o(\mathbf{r}) \rangle$, мы можем принять, что

$$\mathbf{I}_o(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} I_o^{(x)}(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & I_o^{(y)}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

В рамках данной работы объект будем описывать матрицей Джонса

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} M_{xx}(\mathbf{r}) & M_{xy}(\mathbf{r}) \\ M_{yx}(\mathbf{r}) & M_{yy}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

элементы которой зависят от ориентации пространственных координат (x, y) , связанных с ориентацией поляризационного светоделителя. Под поляризационными изображениями в общем смысле будем понимать пространственное распределение элементов матрицы (2.4). Соответственно, под фантомным поляризационным изображением (ФПИ) будем понимать поляризационные изображения, полученные с помощью фантомного метода.

В формализме матриц Джонса после взаимодействия с объектом поле имеет вид:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}\mathbf{A}_o(\mathbf{r}). \quad (2.5)$$

Суммирующий детектор, расположенный за объектом, регистрирует все прошедшее излучение, а значит ток детектора запишется в виде:

$$J_o = \int Tr(\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho})\mathbf{A}^\dagger(\boldsymbol{\rho}))d^2\rho = \int Tr(\mathbf{M}\mathbf{I}_o(\boldsymbol{\rho})\mathbf{M}^\dagger)d^2\rho. \quad (2.6)$$

С учетом выражения (2.3) суммарный ток J_o состоит из двух слагаемых:

$$J_o = \int K^{(x)}(\boldsymbol{\rho})I_o^{(x)}(\boldsymbol{\rho})d^2\rho + \int K^{(y)}(\boldsymbol{\rho})I_o^{(y)}(\boldsymbol{\rho})d^2\rho, \quad (2.7)$$

где

$$K^{(x)}(\boldsymbol{\rho}) = |M_{xx}(\boldsymbol{\rho})|^2 + |M_{yx}(\boldsymbol{\rho})|^2; \quad K^{(y)}(\boldsymbol{\rho}) = |M_{yy}(\boldsymbol{\rho})|^2 + |M_{xy}(\boldsymbol{\rho})|^2. \quad (2.8)$$

Рассмотрим теперь восстанавливающий канал. Для реализации классической ФП необходимо, чтобы $\mathbf{A}_o(\mathbf{r})$ совпадало с полем, падающим на многопиксельную камеру. В схеме, изображенной на рис. 2.1, это достигается тем, что расстояние от источника до объекта идентично расстоянию от источника до камеры. В некотором пикселе камеры с координатой \mathbf{r}_m ток зависит от ориентации поляризатора и, в предположении постоянства поля по площади пикселя, может быть записан в виде:

$$J^{(i)}(\mathbf{r}_m) = \int I_o^{(i)}(\boldsymbol{\rho})d^2\rho = sI_o^{(i)}(\mathbf{r}_m), \quad (2.9)$$

здесь интегрирование производится в области точки \mathbf{r}_m по площади пикселя s ; индекс i принимает значения x, y и d в соответствии с положением поляризатора $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi/2$ и $\alpha_2 = \pi/4$.

Теперь рассчитаем корреляционные функции между токами $J^{(i)}(\mathbf{r}_m)$ и J_o :

$$G^{(i)}(\mathbf{r}_m) = \langle J_o J^{(i)}(\mathbf{r}_m) \rangle - \langle J_o \rangle \langle J^{(i)}(\mathbf{r}_m) \rangle. \quad (2.10)$$

Здесь $\langle J_o J^{(i)}(\mathbf{r}_m) \rangle$ - момент 4 порядка по полю. Известно, что для гауссовских полей момент 4 порядка представим через моменты 2-го порядка. Учитывая это, получим:

$$G^{(i)}(\mathbf{r}_m) = s \int K^{(i)}(\boldsymbol{\rho})|\Gamma^{(i)}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}_m)|^2 d^2\rho, \quad (2.11)$$

где $\Gamma^{(i)}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}_m) = \langle A_o^{(i)*}(\boldsymbol{\rho})A_r^{(i)}(\mathbf{r}_m) \rangle$. Отметим, что в случае $i = d$ имеем $K^{(d)}(\boldsymbol{\rho}) = K^{(x)}(\boldsymbol{\rho}) + K^{(y)}(\boldsymbol{\rho})$.

В приближении, что масштаб изменения поляризационных свойств объекта

намного больше размера пикселя, получим:

$$G^{(i)}(\mathbf{r}_m) = sK^{(i)}(\mathbf{r}_m) \int |\Gamma^{(i)}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}_m)|^2 d^2\rho. \quad (2.12)$$

Обратим внимание, что $G^{(i)}(\mathbf{r}_m)$ содержит информацию о распределении элементов матрицы Джонса. Подобрать комбинацию измерительных состояний для восстановления всех элементов в общем случае оказывается проблематично. Поэтому в данной работе рассмотрим пример конкретных объектов. А именно, рассмотрим случай, когда поляризационные свойства объекта ограничены линейным дихроизмом (линейной амплитудной анизотропией). Покажем, как из функций $G^{(i)}(\mathbf{r}_m)$ можно извлечь пространственное распределение поляризационных свойств объекта по его сечению [84]. В рассматриваемом случае матрица Джонса имеет вид [85]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta(\mathbf{r}) + P(\mathbf{r}) \sin^2 \theta(\mathbf{r}) & \frac{(1-P(\mathbf{r})) \sin 2\theta(\mathbf{r})}{2} \\ \frac{(1-P(\mathbf{r})) \sin 2\theta(\mathbf{r})}{2} & \sin^2 \theta(\mathbf{r}) + P(\mathbf{r}) \cos^2 \theta(\mathbf{r}) \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

где $\theta(\mathbf{r})$ - азимут анизотропии, $P(\mathbf{r})$ - величина анизотропии (показывает относительное поглощение двух ортогональных компонент поля). Нетрудно показать, что для оценки $P(\mathbf{r})$ достаточно провести два измерения $G^{(x)}(\mathbf{r}_m)$ и $G^{(y)}(\mathbf{r}_m)$:

$$P(\mathbf{r}_m) = \frac{G^{(x)}(\mathbf{r}_m) + G^{(y)}(\mathbf{r}_m)}{G_0(\mathbf{r}_m)} - 1, \quad (2.14)$$

где $G_0(\mathbf{r}_m) = s \int |\Gamma(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r}_m)|^2 d^2\rho$ - корреляционная функция измеренная в случае, когда объект отсутствует. Определить величину азимут анизотропии можно из следующего выражения

$$\theta(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left(\arcsin \left\{ \frac{2C(\mathbf{r})(P^2(\mathbf{r}) + 1)}{\sqrt{2}(P^2(\mathbf{r}) - 1)(C(\mathbf{r}) + 1)} \right\} - \frac{\pi}{4} \right), \quad (2.15)$$

где $C(\mathbf{r}) = \frac{G^{(y)}(\mathbf{r}) - G^{(d)}(\mathbf{r})}{G^{(x)}(\mathbf{r}) + G^{(d)}(\mathbf{r})}$.

Зная распределение $\theta(\mathbf{r})$ и $P(\mathbf{r})$, нетрудно восстановить распределение всех элементов матрицы 2.13

Пусть объект представляет из себя идеальный поляризатор, т.е. $P(\mathbf{r}_m) = 0$. В этом случае поляризационная матрица объекта ((2.13)) упростится и примет вид:

$$M(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta(\mathbf{r}) & \sin \theta(\mathbf{r}) \cos \theta(\mathbf{r}) \\ \sin \theta(\mathbf{r}) \cos \theta(\mathbf{r}) & \sin^2 \theta(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

В соответствии с (2.12) и (2.8), $G^{(x)}(\mathbf{r}_m) = \cos^2 \theta(\mathbf{r})G_0(\mathbf{r}_m)$, $G^{(y)}(\mathbf{r}_m) = \sin^2 \theta(\mathbf{r})G_0(\mathbf{r}_m)$, а их отношение

$$\frac{G^{(y)}(\mathbf{r}_m)}{G^{(x)}(\mathbf{r}_m)} = \operatorname{tg}^2 \theta(\mathbf{r}_m). \quad (2.17)$$

Из последнего соотношения видно, что отношение корреляционных функций, измеренных при ортогональных ориентациях поляризатора, равно квадрату тангенса азимута анизотропии, т.е. мы можем определить двумерную карту распределения модуля азимута анизотропии по сечению объекта:

$$|\theta(\mathbf{r})| = \arctan \sqrt{\frac{G_y(\mathbf{r}_m)}{G_x(\mathbf{r}_m)}}. \quad (2.18)$$

2.1.2. Вычислительная фантомная поляриметрия в поляризованном классическом свете в формализме матриц Джонса

Как и в ФИ, в фантомной поляриметрии важную роль играет реализация «вычислительной» схемы. Её принципиальное отличие заключается в том, что из оптической схемы удаляется восстанавливающее плечо, а информация о пространственном распределении интенсивности вычисляется на компьютере. Схема, в которой может быть реализована вычислительная ФП, представлена на рис. (2.2)

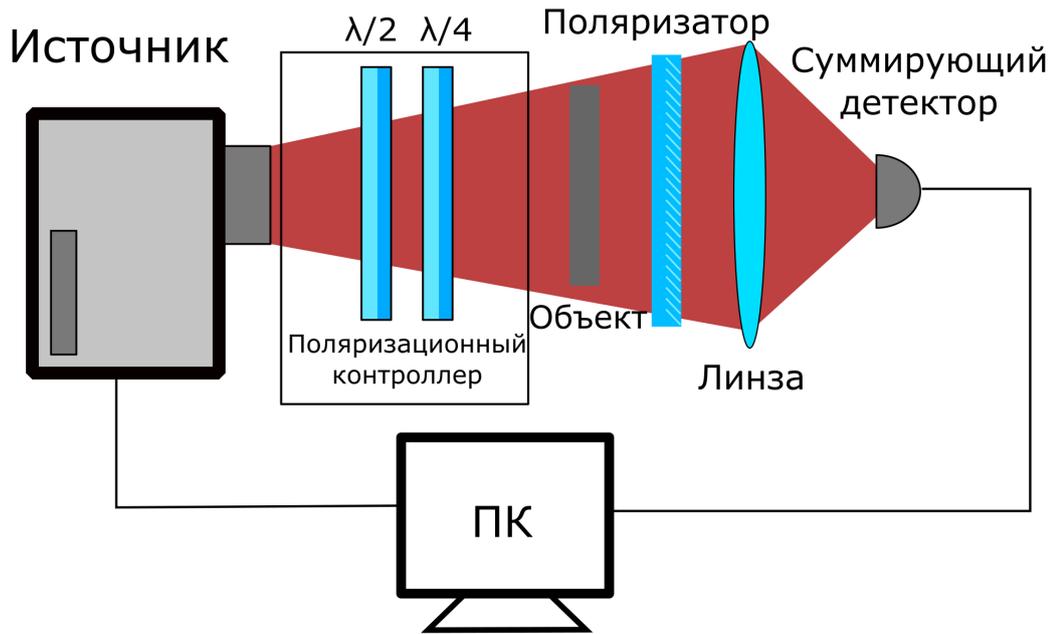


Рис. 2.2: Схема вычислительной фантомной поляриметрии. Свет от источника линейно поляризованного излучения с псевдотепловой статистикой (Source) проходит через поляризационный контроллер, поляризационный объект и поляризатор. Далее свет собирается линзой на фоточувствительной площадке “bucket” detector. Управление источником и обработка сигнала с детектора осуществляются на персональном компьютере (PC).

Управляемый источник линейно поляризованного света с псевдотепловой статистикой облучает поляризационный объект. Ключевым элементом такого источника является пространственный модулятор света (фазовый или амплитудный) [86]. Мы ограничим рассмотрение амплитудным пространственным модулятором света. Важно отметить, что пространственные модуляторы имеют дискретную структуру, т.е. состоят из отдельных пикселей, что приводит к дискретной модуляции излучения. В связи с последним имеет смысл строить дискретную теорию вычислительной ФП. Разобьем плоскость после выходной апертуры источника на отдельные пиксели, совпадающие с положением пикселей в модуляторе света, и пронумеруем их. Пусть i - номер пикселя, тогда $I_0(i)$ интенсивность в i -ом пикселя. Кроме того, полагаем, что свет линейно поляризован, а направление поляризации совпадает с горизонтальной осью x . Тогда в линейном базисе (\vec{e}_x, \vec{e}_y) вектор Джонса можно записать в виде $\vec{E}_0(i) = E_0(i) \vec{e}_x$, где $E_0(i)$ - амплитуда электромагнитного поля в i -ом пикселе (считаем, что в рамках i -го пикселя $E_0(i) = const$).

Далее в схеме на рис. (2.2) установлен поляризационный контроллер, который

позволяет задать произвольное поляризационное состояние света. При распространении света через такой элемент его интенсивность не изменяется, однако происходит вращение вектора Джонса (без изменения его длины). Так как поляризационный контроллер меняет поляризацию света в каждом месте пучка одинаково, то можно записать сразу конечный вид вектора Джонса $\vec{E}_1(i) = E_0(i) \vec{e}_1$, где $\vec{e}_1 = \alpha \vec{e}_x + \beta \vec{e}_y$; $|\alpha| + |\beta| = 1$.

Будем считать, что неоднородность поляризационных свойств намного меньше, чем размер пикселей модулятора света. Последнее позволяет записать нам матрицу Джонса в дискретном виде

$$\mathbf{M}(i) = \begin{pmatrix} M_{11}(i) & M_{12}(i) \\ M_{21}(i) & M_{22}(i) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

где мы полагаем, что в отдельных пикселях могут наблюдаться произвольные поляризационные свойства. В таком случае, пренебрегая абсолютным набегом фазы, можно записать вектор Джонса $\vec{E}_2(i) = E_0(i) \mathbf{M}(i) \vec{e}_1$.

Наконец учтем влияние поляризатора, который расположен сразу за объектом, а его матрица Джонса имеет вид $\mathbf{M}_{pol} = \begin{pmatrix} \cos^2 \gamma & \sin \gamma \cos \gamma \\ \sin \gamma \cos \gamma & \sin^2 \gamma \end{pmatrix}$. Вектор Джонса будет иметь вид: $\vec{E}_3(i) = E_0(i) \mathbf{M}_{pol} \mathbf{M}(i) \vec{e}_1$, а интенсивность $I(i) = I_0(i) |\mathbf{M}_{pol} \mathbf{M}(i) \vec{e}_1|^2$. Так как за объектом расположена собирающая линза F , которая фокусирует все прошедшее излучение на площадку интегрирующего фотодетектора, то сигнал с этого детектора можно записать как

$$W_0 = \kappa \sum_j I_0(j) |\mathbf{M}_{pol} \mathbf{M}(j) \vec{e}_1|^2, \quad (2.20)$$

где κ нормированный коэффициент.

Пусть модулятор света работает в таком режиме, что

$$\langle I_0(j) I_0(i) \rangle = \begin{cases} \langle I_0^2(i) \rangle & i = j \\ \langle I_0(i) \rangle \langle I_0(j) \rangle & i \neq j \end{cases}, \quad (2.21)$$

т.е. интенсивности в различных пикселях статистически не зависимы. Посчитаем следующую корреляционную функцию

$$G(i) = \langle W_0 I_0(i) \rangle - \langle W_0 \rangle \langle I_0(i) \rangle. \quad (2.22)$$

По аналогии с рассуждениями изложенными в главе 1.1.1. и учитывая выражение (2.20) можно получить, что $G(i) = \kappa K(i) D_0(i)$, где $D_0(i)$ дисперсия интенсивности в i -ом пикселе, которую мы полагаем известной величиной; $K(i) = |M_{pol} M(i) \vec{e}_1|^2$ - функция элементов матрицы Джонса объекта (выражение 2.19). После преобразования имеем:

$$K(i) = \frac{G(i)}{\kappa D_0(i)} = g(i),$$

где $g(i)$ - нормированная корреляционная функция W_0 и $I(i)$. Вид функции $K(i)$ зависит от конфигурации, в которой проводятся измерения, т.е. от комбинации \vec{e}_1 и γ .

Рассмотрим примеры.

1. Первая конфигурация: $\gamma = 0$, а $\vec{e}_1 = \vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Тогда

$$K_1(i) = \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}(i) & M_{12}(i) \\ M_{21}(i) & M_{22}(i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 = |M_{11}(i)|^2.$$

$$g_1(i) = K_1(i) = |M_{11}(i)|^2$$

2. Вторая конфигурация: $\gamma = \frac{\pi}{2}$, а $\vec{e}_1 = \vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Тогда

$$K_2(i) = \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}(i) & M_{12}(i) \\ M_{21}(i) & M_{22}(i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 = |M_{21}(i)|^2.$$

$$g_2(i) = K_2(i) = |M_{21}(i)|^2$$

Рассмотрим, например, некоторый пиксель m , в котором объект обладает свойствами полуволновой пластинки, т.е. его матрица Джонса в i -ом пикселе:

$$\begin{pmatrix} \cos \chi(i) & \sin \chi(i) \\ \sin \chi(i) & -\cos \chi(i) \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Тогда $g_1(i) = |\cos \chi(i)|^2$, а $g_2(i) = |\sin \chi(i)|^2$. В таком случае можно оценить модуль угла χ :

$$|\tan \chi(i)| = \sqrt{\frac{g_2(i)}{g_1(i)}}.$$

Однако, чтобы оценить абсолютное значение угла χ этих измерений не достаточно. Задача становится еще сложнее, когда заранее не известно, какой вид матрицы Джонса у объекта в данном пикселе. Ниже мы остановим свое рассмотрение на объектах, чьи поляризационные свойства определяются одним из четырех типов анизотропии [85] (линейная амплитудная анизотропия - ЛА, линейная фазовая анизотропия - ЛФ, циркулярная амплитудная анизотропия - ЦА, циркулярная фазовая анизотропия - ЦФ). Матрицы Джонса [85] для рассматриваемых объектов :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}_{\text{ЛА}} &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta + P \sin^2 \theta & (1 - P) \cos \theta \sin \theta \\ (1 - P) \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta + P \cos^2 \theta \end{pmatrix}, \\ \hat{\mathbf{M}}_{\text{ЛФ}} &= \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha + \exp(-i\Delta) \sin^2 \alpha & [1 - \exp(-i\Delta)] \sin \alpha \cos \alpha \\ [1 - \exp(-i\Delta)] \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha + \exp(-i\Delta) \cos^2 \alpha \end{pmatrix}, \\ \hat{\mathbf{M}}_{\text{ЦФ}} &= \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{M}}_{\text{ЦА}} = \begin{pmatrix} 1 & -iR \\ iR & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

где P величина ЛА, т.е. относительное пропускание компоненты поля перпендикулярной к оси пропускания по отношению к параллельной компоненте; θ - азимут ЛА, т.е. угол между x -осью и осью пропускания; Δ - величина ЛФ, т.е. относительная фазовая задержка компоненты поля перпендикулярной к быстрой оси по отношению к параллельной компоненте; α - азимут ЛФ, т.е. угол между быстрой осью и x -осью; ϕ - фазовый сдвиг между двумя ортогональными циркулярными компонентами поля; R - величина ЦА, т.е. относительное поглощение двух ортогональных циркулярных компонента поля. Реально реализуемый диапазон изменения этих параметров приведен в статье [85]. Отметим, что для сокращения записи, у всех параметров был опущен аргумент (i) . Таким образом, каждому типу анизотропии соответствует свой набор параметров: ЛА $\implies P(i), \theta(i)$; ЛФ $\implies \Delta(i), \alpha(i)$;

ЦА $\Rightarrow R(i)$; ЦФ $\Rightarrow \phi(i)$.

В конечном счете для рассматриваемых объектов задача ФП с пространственным разрешением сводится к обратной задаче, в которой необходимо восстановить распределение параметров анизотропии в поперечном сечении объекта из измеренных корреляционных функций. Для решения этой задачи была разработана специализированная нейронная сеть GPNN, которая поточечно определяет тип анизотропии и предсказывает величину параметров, соответствующих данному типу анизотропии.

Для работы GPNN рассчитаны следующие корреляционные функции (таблица 2.1):

\vec{e}_1	γ , рад	$g(i)$
(1, 0)	0	$g_1(i) = M_{11}(i) ^2$
(1, 0)	$\frac{\pi}{2}$	$g_2(i) = M_{21}(i) ^2$
(0, 1)	$\frac{\pi}{2}$	$g_3(i) = M_{22}(i) ^2$
(1, 0)	$\frac{\pi}{4}$	$g_4(i) = \frac{1}{2} M_{11}(i) + M_{12}(i) ^2$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(1, i)$	$\frac{\pi}{4}$	$g_5(i) = \frac{1}{4} M_{11}(i) + M_{21}(i) + i(M_{12}(i) + M_{22}(i)) ^2$

Таблица 2.1: Таблица с аналитическими выражениями для $g(i)$ в зависимости от конфигурации установки.

Для описания работы сети GPNN введем некоторый вектор $OP = [n_1, n_2, n_3, n_4]$, где n_i принимают значения 0 или 1, при этом n_1 соотносится с ЛА; n_2 с ЛФ; n_3 с ЦА; n_4 с ЦФ. В случае, когда $n_i = 0$, считается, что данный тип анизотропии отсутствует, если $n_i = 1$ - значит, он присутствует. Например, если $OP = [0, 1, 0, 0]$, то это значит, что в данной точке объекта присутствует ЛФ тип анизотропии. Разработанная нейронная сеть GPNN предсказывает вектор OP , т.е. тип анизотропии, и соответствующие параметры анизотропии. При этом в качестве входного вектора сеть GPNN принимает вектор измерений, т.е. набор корреляционных функций в некоторой точке объекта (см. таблицу 2.1). Для обучения GPNN проводится расчет нормированных корреляционных функций в соответствии с аналитическими выражениями, приведенными в 2.1. Код программ для генерации обучающих данных представлен в [99], а пример сгенерированных данных, на которых проходит обучение, приведен в [99]. Данные хранятся в файле в формате “пру” и представляют из себя 4-х мерный массив. Для каждой точки объекта определен вектор измерений (набор из 5 нормированных корреляционных функций), вектор OP и вектор, хранящий значения параметров анизотропии. Для обучения и тестирования был

создан набор данных (датасет), состоящий из $N = 7000$ точек.

Обратимся теперь к структуре модели (см. рис. 2.3).

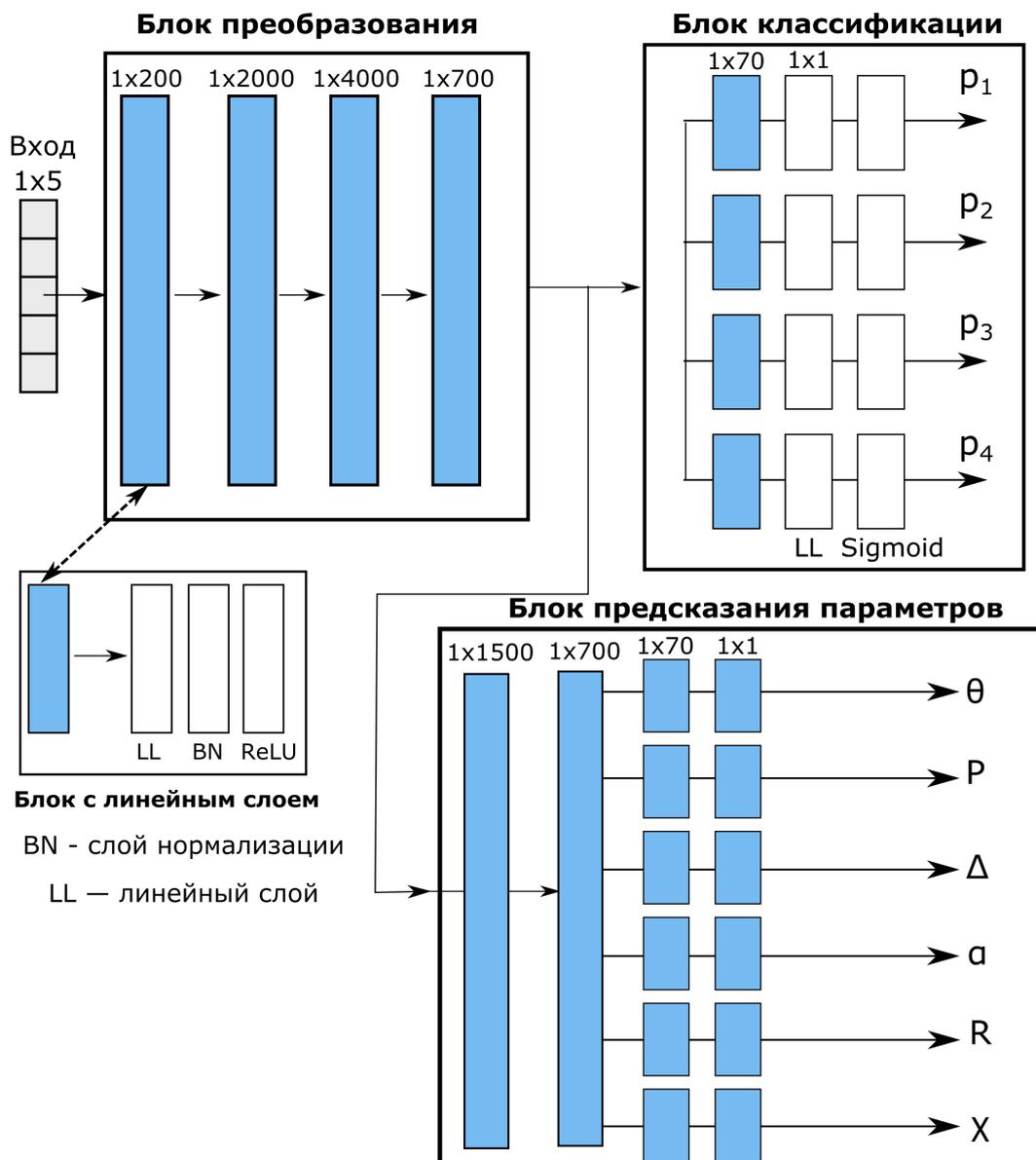


Рис. 2.3: Блок схема нейронной сети GPNN.

Входной вектор, сформированный из пяти нормированных корреляционных функций, подается на вход «Блок преобразования», который состоит из 4 блоков с линейным слоем, каждый из которых включает в себя полносвязный слой, слой нормализации и нелинейную функцию активации ReLU. Размеры полносвязных слоев указаны на рис. 2.3. Блок «Блок преобразования» формирует векторное представление данных, переводя данные в пространство размерности 700. Новый вектор подается на вход «Блока классификации» и «Блока предсказания параметров». «Блок классификации» состоит из 4 независимых «структур», каждая из которых ассоциируется с одним из 4 типов анизотропии. При этом структуры состоят из

одного блока с линейным слоем, полносвязного слоя с размерностью единица и нелинейной функции активации “Sigmoid”. В конечном счете на выходе «Блока классификации» формируется 4 числа, каждое из которых трактуется как вероятность того, что в данной точке объекта присутствует тот или иной тип анизотропии (p_1 — ЛА, p_2 — ЛФ, p_3 — ЦА, p_4 — ЦФ). Таким образом, «Блок классификации» - это классификатор, который решает четыре задачи бинарной классификации. «Блок предсказания параметров» содержит два общих блока с линейным слоем и шесть независимых структур, каждая из которых состоит из одного блока с линейным слоем и выходного полносвязного слоя. Важно, что выходной полносвязный слой в каждой структуре имеет размерность равную единице, т.е. формирует линейную комбинацию полученного вектора признаков в одно число, которое далее нормируется на 1, что позволяет интерпретировать выход каждой структуры как величину определенного параметра анизотропии. Для удобства все параметры анизотропии, записанные в датасете нормированы на единицу. Обучение модели проходит в два этапа:

1. обучение «Блок преобразования» и «Блока классификации». При этом расчет функции потерь производится по формуле $L = L_{p_1} + L_{p_2} + L_{p_2} + L_{p_2}$, где L_{p_i} — бинарная кросс энтропия для каждой структуры в «Блоке классификации». Фактически происходит обучение 4-х бинарных классификаторов;
2. заморозка весов «Блока преобразования» и обучение «Блок предсказания параметров». В качестве функции потерь используется среднеквадратичное отклонение (MSE). Для каждой точки объекта считается MSE только для тех параметров, которые имеют смысл в данной точке объекта. Например, для ЛА считаются потери только для структуры связанной с θ и P .

В результате обучения на обоих этапах наблюдается значительное уменьшение значения функции потерь (см. рис. 2.4).

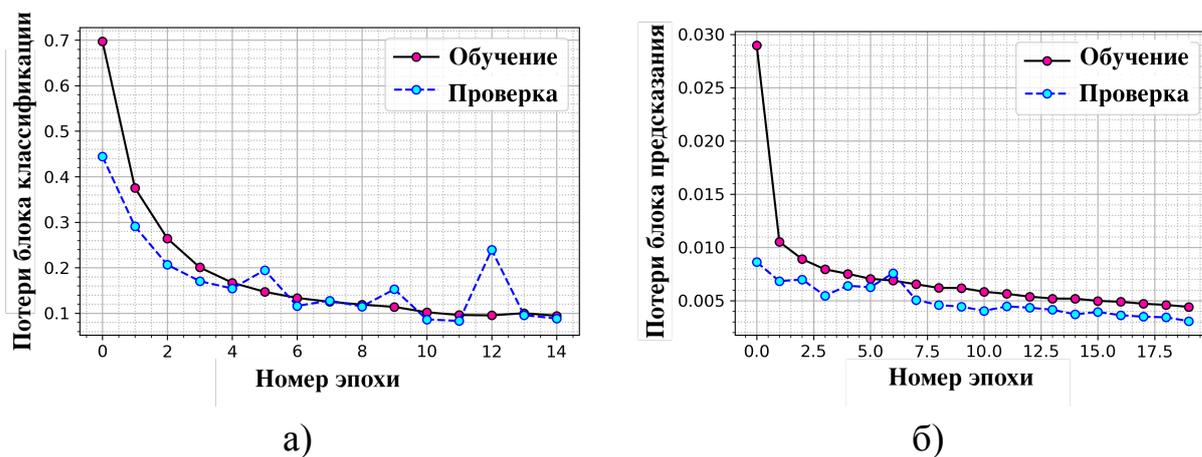


Рис. 2.4: Зависимость значения функции потерь для (а) «Блок классификации» и (б) «Блок предсказания параметров» в зависимости от номера эпохи. Нумерация начинается с нуля. Кривая «Обучение» отображает изменение значения функции потерь при обучении, а кривая «Проверка» отображает значения функции потерь при проверке на тестовых данных.

Оценка качества работы GPNN производится по двум критериям. Точность «Блок классификации» определяется с помощью метрики F1-score [100]. Зависимость величины F1-score от номера эпохи для каждой «структуры» «Блок классификации» приведена на рис. 2.5.

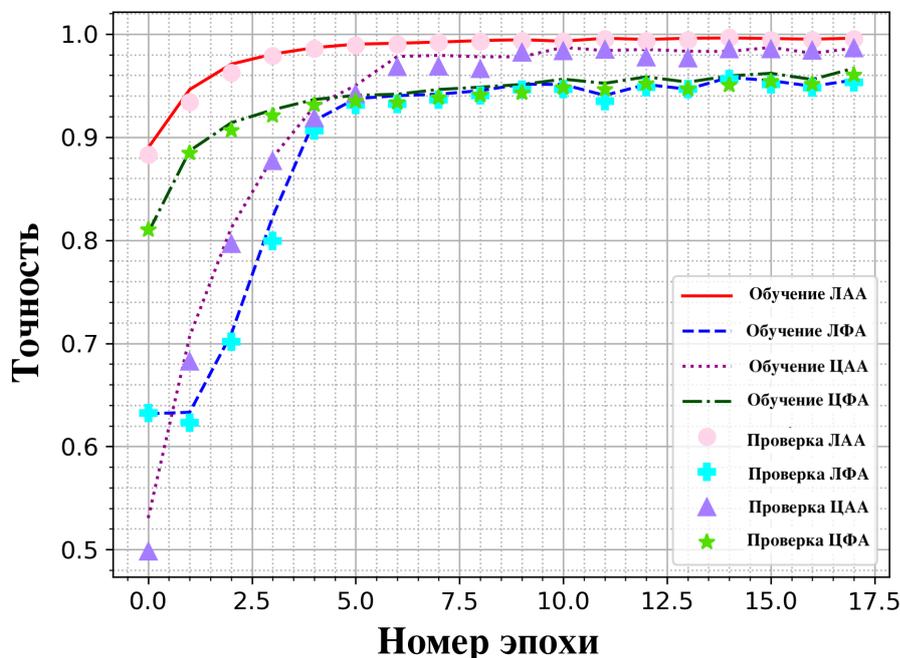


Рис. 2.5: Зависимость величины F1-score в зависимости от номера эпохи. Кривые Train получены для обучающих данных, а точки с пометкой Test получены для тестовых данных.

Как видно из графиков, представленных на рис. 2.5, средняя вероятность

предсказания наличия ЛА и ЦА превышает 98% на 24-ой эпохе, тогда как для ЛФ и ЦФ эта величина превышает 95% на той же эпохе. Меньшая точность работы GPNN при определении ЛФ и ЦФ связана с большим периодом параметров Δ и ϕ . Результат применения GPNN для классификации типа анизотропии приведен на рис.2.6.

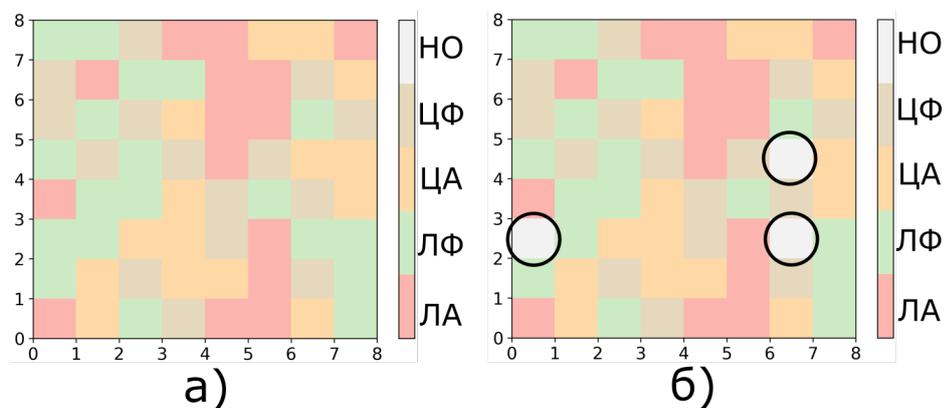


Рис. 2.6: Пример работы GPNN при решении задачи классификации. а) Реальное распределение типа анизотропии по объекту. б) Распределение типа анизотропии, полученное с помощью GPNN. НО - неопределенный тип анизотропии.

На рис.2.6 можно заметить, что в восстановленном изображении присутствуют области с неопределенным типом анизотропии. Ошибка, как правило, возникает для ЛФ и ЦФ, что соответствует меньшей точности GPNN при обнаружении этих типов анизотропии. Последнее связано с меньшей периодичностью параметров фазовой анизотропии по сравнению с параметрами для амплитудной анизотропии. Для полносвязных нейронных сетей скорость сходимости может сильно уменьшаться из-за периодичности в обучаемых данных.

Точность предсказания «Блока предсказания параметров» характеризуется средней абсолютной ошибкой (англ. Mean Absolute Error, MAE), величина которой отражает среднее отклонение предсказанной величины от истинного значения. Зависимость величины MAE от номера эпохи для каждой «структуры» «Блока предсказания параметров» приведена на рис.2.7.

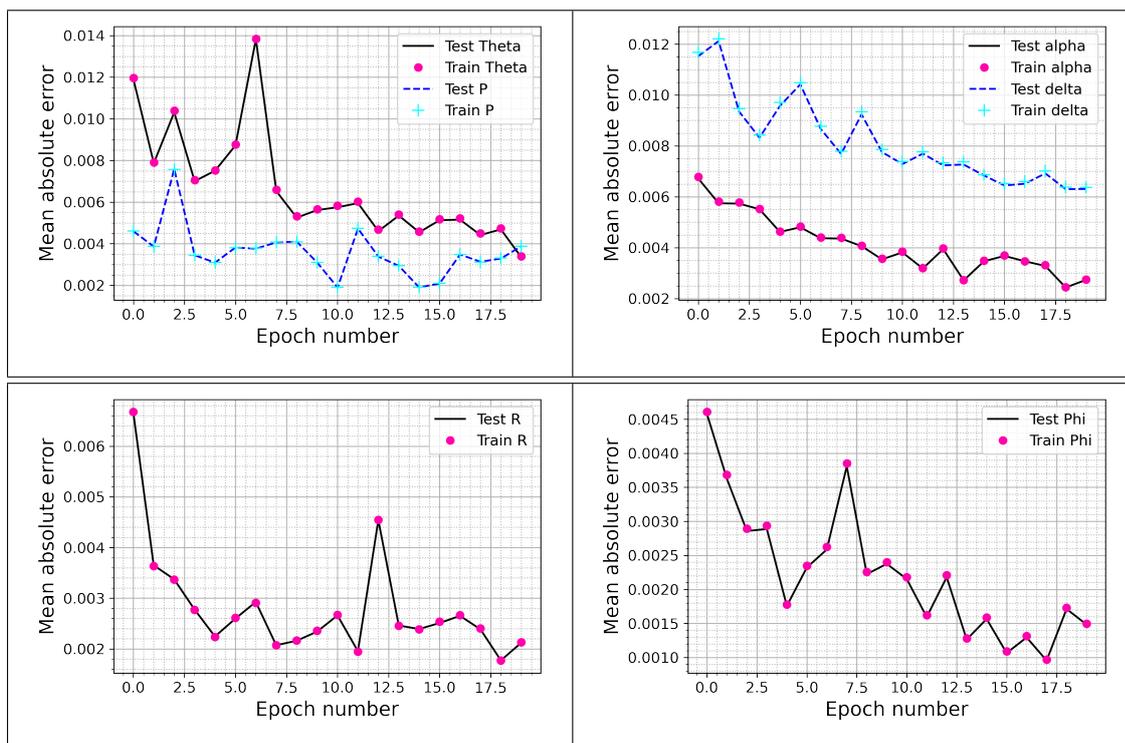


Рис. 2.7: Зависимости величин MAE в зависимости от номера эпохи. Кривые Train получены для обучающих данных, а точки с пометкой Test получены для тестовых данных.

Так как все параметры анизотропии нормированы на единицу, то величина ошибки для разных параметров имеет одинаковый масштаб. При этом, как можно заметить, на 20-й эпохе обучения величина MAE каждого из параметров не превышает 1% от его максимального значения.

Доступ к обученной модели GPNN открыт и предоставляется по ссылке [99]. Чтобы воспользоваться моделью для решения задачи ФП достаточно запустить соответствующий скрипт и указать величину измеренных нормированных корреляционных функций. Как уже было сказано, GPNN производит поточечный расчет, поэтому для формирования фантомного поляризованного изображения необходимо попиксельно обработать распределения нормированных корреляционных функций, полученных в различных измерительных конфигурациях.

2.2. Фантомная поляриметрия в квантовом свете

Задача квантовой ФП идентична классическому аналогу, однако механизм формирования изображений отличается, так как используются неклассические корреляции (см. например обзор [101]). Кроме того, возникают особенности при

описании поляризационных свойств объектов в квантовом случае в формализме матриц Джонса.

Рассмотрим наиболее общую схему ФП с линзами в объектном и восстанавливающем каналах, изображенную на рис.2.8.

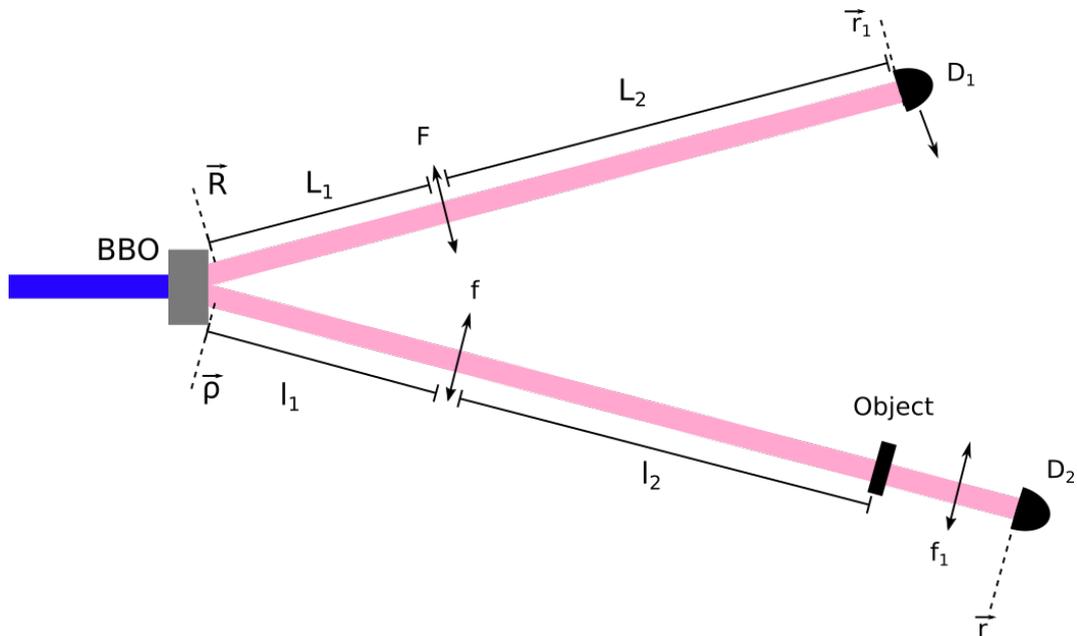


Рис. 2.8: Принципиальная схема ФП в квантовом свете.

Источником запутанных квантовых состояний света служит кристалл *BBO*, накачиваемый лазерным излучением. В кристалле реализуется спонтанное параметрическое рассеяние (СПР) при неколлинеарном синхронизме при типе взаимодействия $e - oo$. Параметрически рождаемые волны, выходящие из кристалла под определенным углом, поступают в объектное и восстанавливающее плечи. В объектном плече излучение СПР проходит через линзу с фокусным расстоянием f , расстояние от кристалла до линзы обозначено буквой l_1 . На расстоянии l_2 от линзы находится поляризационно-чувствительного объекта с коэффициентом передачи, который описывается некоторой матрицей Джонса $\mathbf{M}(\mathbf{P})$. Между объектом и однопиксельным детектором D_2 расположена линза f_1 , находящаяся на фокальном расстоянии от $\mathbf{M}(\mathbf{P})$ и D_2 . В восстанавливающем плече на расстоянии L_1 от кристалла находится линза с фокусным расстоянием F . Далее расположен многопиксельный детектор D_1 , расстояние от D_1 до F обозначено буквой L_2 . Векторы на рис.2.8 располагаются в плоскостях, по которым осуществляется интегрирование при расчёте коэффициентов передачи (функций Грина) каналов.

Коэффициент передачи восстанавливающего канала включает коэффициент передачи от выхода нелинейного кристалла до линзы, коэффициента переда-

чи линзы и коэффициента передачи от линзы до детектора. В квазиоптическом приближении описания процесса распространения и в приближении тонкой линзы результирующий коэффициент передачи рассматриваемого канала имеет вид [93, 94]

$$H^{(r)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \frac{-ik}{2\pi L} \exp\left[\frac{ik}{2L} \left((\mathbf{r} - \mathbf{R})^2 - \frac{1}{F} (L_1 \mathbf{r}^2 + L_2 \mathbf{R}^2) \right)\right], \quad (2.25)$$

где $k = |\mathbf{k}_1|$, \mathbf{k}_1 - волновой вектор, направленный вдоль направления распространения пучка, и

$$L = L_1 + L_2 - (L_1 L_2)/F. \quad (2.26)$$

Векторы \mathbf{R} , \mathbf{r} лежат соответственно в плоскостях источника излучения и детектирования.

Коэффициент передачи объектного канала от кристалла до объекта определяется выражением, аналогичным (2.25):

$$H^{(o)}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{-ik}{2\pi l} \exp\left[\frac{ik}{2l} \left((\boldsymbol{\rho} - \mathbf{P})^2 - \frac{1}{f} (l_1 \mathbf{P}^2 + l_2 \boldsymbol{\rho}^2) \right)\right], \quad (2.27)$$

Здесь $k = |\mathbf{k}_2|$ и направление вектора \mathbf{k}_2 - совпадает с направлением распространения объектного пучка,

$$l = l_1 + l_2 - (l_1 l_2)/f. \quad (2.28)$$

Векторы $\boldsymbol{\rho}$, \mathbf{P} относятся соответственно к плоскостям источника излучения и объекта.

Для коэффициента передачи между объектом $\mathbf{M}(\mathbf{P})$ и детектором D_2 имеем

$$H(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}) = \frac{-ik}{2\pi f_c} \exp\left[\frac{ik}{f_c} \mathbf{P} \mathbf{r}_c\right]. \quad (2.29)$$

Здесь f_c - фокусное расстояние собирающей линзы, причём она может быть расположена за объектом как на рис.2.8, так и перед объектом в случае регистрации отраженного света.

Обозначим единичные векторы полей в каналах как векторы-столбцы в выбранной декартовой системе $\mathbf{e}_j = (e_{jx}, e_{jy})^T$ ($j = 1, 2$), T означает транспонирование. Векторы \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 задаются типом фазового синхронного взаимодействия волн в нелинейном кристалле и оптическими элементами в каналах.

Запишем векторные операторы амплитуд полей в плоскостях детектирования. В плоскости детектора восстанавливающего канала оператор амплитуды равен

$$\hat{\mathbf{A}}_1(\mathbf{r}_1) = \mathbf{e}_1 \int H^{(r)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}) \hat{A}_{10}(\mathbf{R}) d\mathbf{R}, \quad (2.30)$$

где $\hat{A}_{10}(\mathbf{R})$ - оператор амплитуды поля на входе канала.

В плоскости детектора объектного канала векторный оператор амплитуды даётся выражением

$$\hat{\mathbf{A}}_2(\mathbf{r}) = \int \int H(\mathbf{r}, \mathbf{P}) \mathbf{M}(\mathbf{P}) \mathbf{e}_2 H^{(o)}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\rho}) \hat{A}_{20}(\boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\rho} d\mathbf{P}, \quad (2.31)$$

где $\hat{A}_{20}(\mathbf{R})$ - оператор амплитуды поля на входе канала.

Матрица передачи $\mathbf{M}(\mathbf{P})$ учитывает изменение состояния поляризации объектного пучка после объекта. Функция $H(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ даётся выражением (2.29).

2.2.1. Характеристика запутанных квантовых состояний

На входе объектного и восстанавливающего каналов вид операторов поля определяется процессом спонтанного параметрического рассеяния. При взаимодействии волн в квадратично-нелинейной среде выполняются законы сохранения энергии и импульса:

$$\omega_p = \omega_1 + \omega_2, \quad \mathbf{k}_p = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2. \quad (2.32)$$

Здесь ω_p - частота волны накачки, $\omega_{1,2}$ - частоты рассеянного излучения, \mathbf{k}_j - волновые векторы соответствующих частот.

Далее будем следовать рассуждениям приведенным в [96]. В процессе СПР рождаются два коррелированных оптических пучка некогерентных во времени и в пространстве. При регистрации их поля ограничиваются конечной апертурой регистрирующей системы и конечным временным откликом фотодетектора. Представляющую интерес часть рассеянных полей можно рассматривать как пространственно ограниченный пучок с конечной шириной спектра, а напряженность электрического поля рассеянного света при квантовом описании представить так:

$$\hat{E}_j(\mathbf{r}, t; z) = C_j \{ \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) \exp[-i(\omega_j t - k_j z)] - \hat{A}_j^\dagger(\mathbf{r}, t; z) \exp[i(\omega_j t - k_j z)] \} (j = 1, 2), \quad (2.33)$$

где $\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)$ и $\hat{A}_j^\dagger(\mathbf{r}, t; z)$ - медленно меняющиеся в пространстве и во времени операторы положительно и отрицательно-частотные части полей, C_j - классическая величина. Направление оси z совпадает с направлением распространения накачки, вектор \mathbf{r} лежит в плоскости, перпендикулярной оси z .

Операторы \hat{A}_j и \hat{A}_j^\dagger должны подчиняться коммутационным соотношениям:

$$\left[\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z), \hat{A}_m^\dagger(\mathbf{r}', t'; z) \right] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \delta_{jm}, \quad (2.34)$$

$\delta(t - t')$ - дельта функция Дирака, δ_{jm} - символ Кронекера. Усреднённая величина $\langle \hat{n}_j(\mathbf{r}, t; z) \rangle = \langle \hat{A}_j^\dagger(\mathbf{r}, t; z) \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) \rangle$ определяет среднюю интенсивность потока фотонов в единицу времени.

Эволюция бозе-операторов $\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)$ в пространстве описывается уравнением Гейзенберга

$$i\hbar \frac{\partial \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)}{\partial z} = [\hat{G}_{int}, \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)]. \quad (2.35)$$

Принимая во внимание явный вид оператора импульса поля \hat{G}_{int} и учитывая коммутационные соотношения (2.34) можно получить [96]:

$$\begin{aligned} L_1 \hat{A}_1(r, t; z) &= i\beta \hat{A}_2^\dagger(r, t; z) e^{-i\Delta z}, \\ L_2 \hat{A}_2(r, t; z) &= i\beta \hat{A}_1^\dagger(r, t; z) e^{-i\Delta z}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

где L_j - дифференциальный оператор:

$$L_j = \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{p}_j \nabla + \frac{1}{u_j} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{2} g_j \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{i}{2k_j} \nabla^2, \quad (2.37)$$

где u_j - групповая скорость волны с частотой ω_j , параметр $g_j = \frac{du_j^{-1}}{d\omega_j}$ характеризует дисперсию групповой скорости. Коэффициент $\beta = \gamma A_p$, A_p - амплитуда волны накачки, γ - нелинейный коэффициент связи волн: $\gamma = 4\pi\chi^{(2)}/\lambda n$, χ^2 - эффективная квадратичная восприимчивость кристалла, λ -длина волны накачки.

Уравнения (2.36) процесса параметрического взаимодействия соответствуют квазиоптическому приближению и второму приближению теории дисперсии.

Прежде всего отметим, что дифференциальный оператор (2.37) описывает наклонное распространение рассеянного излучения по отношению к оси z . Полагая в правой части уравнений нелинейный коэффициент $\beta = 0$ при $k_j \rightarrow \infty$ и $g_j = 0$,

например, имеем решения

$$\begin{aligned}\hat{A}_1(\mathbf{r}, t; z) &= \hat{A}_{10}(x - p_{1x}z, y - p_{1y}z, t - z/u), \\ \hat{A}_2(\mathbf{r}, t; z) &= \hat{A}_{20}(x - p_{2x}z, y - p_{2y}z, t - z/u).\end{aligned}\quad (2.38)$$

Операторы $\hat{A}_{10}(x, y, t)$, $\hat{A}_{20}(x, y, t)$ задаются на входе нелинейного кристалла ($z = 0$).

Процесс параметрического рассеяния реализуется, когда на входе нелинейного кристалла состояние полей на частотах ω_1 и ω_2 вакуумное $|0\rangle_j$ ($j = 1, 2$):

$$\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; 0)|0\rangle_j = 0 \quad (2.39)$$

Уравнения 2.36 решаем с помощью преобразования Фурье:

$$\begin{aligned}\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) &= (2\pi)^{-3/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z) e^{i(\mathbf{q}\mathbf{r} - \Omega t)} d\mathbf{q}d\Omega, \\ \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z) &= (2\pi)^{-3/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) e^{-i(\mathbf{q}\mathbf{r} - \Omega t)} d\mathbf{r}dt.\end{aligned}\quad (2.40)$$

При этом коммутационные соотношения (2.34) для фурье-компонент

$$\left[\hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z), \hat{a}_m^\dagger(\mathbf{q}', \Omega'; z) \right] = \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}')\delta(\Omega - \Omega')\delta_{jm}. \quad (2.41)$$

\mathbf{q} - поперечный волновой вектор. Операторы $\hat{a}_j = \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z)$ и $\hat{a}_j^\dagger = \hat{a}_j^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z)$ имеют смысл соответственно оператора уничтожения и рождения фотона с частотой $\omega_j + \Omega$ и поперечным волновым вектором \mathbf{q} .

Уравнения для фурье-компонент операторов имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\hat{a}_1(\mathbf{q}, \Omega; z)}{dz} &= -i\delta_1 \hat{a}_1(\mathbf{q}, \Omega; z) + i\beta \hat{a}_2^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z), \\ \frac{d\hat{a}_2^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z)}{dz} &= -i\beta \hat{a}_1(\mathbf{q}, \Omega; z) + i\delta_2 \hat{a}_2^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z). \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Здесь δ_j - фазовый набег для фурье-компонент:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{1}{2k_1} \mathbf{q}^2 + \mathbf{p}_1 \mathbf{q} - \frac{1}{2} g_1 \Omega^2 - \Omega/u_1, \\ \delta_2 &= -\frac{1}{2k_2} \mathbf{q}^2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{q} + \frac{1}{2} g_2 \Omega^2 - \Omega/u_2.\end{aligned}\quad (2.43)$$

Решения уравнений (2.42)

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a}_1(\mathbf{q}, \Omega; z) = [Q_{11}(\mathbf{q}, \Omega; z)\hat{a}_{10}(\mathbf{q}, \Omega) + Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; z)\hat{a}_{20}^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega)]e^{i\psi}, \\ \hat{a}_2^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z) = [Q_{21}(\mathbf{q}, \Omega; z)\hat{a}_{10}(\mathbf{q}, \Omega) + Q_{22}(\mathbf{q}, \Omega; z)\hat{a}_{20}^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega)]e^{-i\psi}. \end{array} \right\} \quad (2.44)$$

Здесь введены обозначения

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{11}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta) = Q_{22}^* = \cosh(\Gamma z) - i\frac{\delta_1 - \delta_2}{2\Gamma} \sinh(\Gamma z), \\ Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta) = Q_{21}^* = i\frac{\beta}{\Gamma} \sinh(\Gamma z), \\ \Gamma = \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{4}(\delta_1 - \delta_2)^2}, \quad \psi = (\delta_1 + \delta_2)z/2 \end{array} \right\} \quad (2.45)$$

В согласии с коммутационным соотношением $|Q_{11}|^2 - |Q_{21}|^2 = 1$.

Рассмотрим вырожденный случай и, учитывая 2.40, запишем решение для медленно меняющихся амплитуд

$$\hat{A}_{10}(\mathbf{R}) = \hat{A}_{11}(\mathbf{R}) + \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{R}), \quad (2.46)$$

$$\hat{A}_{20}(\mathbf{R}) = \hat{B}_{21}^\dagger(\mathbf{R}) + \hat{A}_{22}(\mathbf{R}). \quad (2.47)$$

Где зависимость от z была опущена .

В дальнейшем нам понадобится знать корреляционные функции полей

$$\begin{aligned} \Gamma_{12}(\mathbf{R}, \rho) &= \langle \hat{A}_{10}(\mathbf{R})\hat{A}_{20}(\rho) \rangle = \\ &= \left\langle \left\{ \hat{A}_{11}(\mathbf{R}) + \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{R}) \right\} \left\{ \hat{B}_{21}^\dagger(\rho) + \hat{A}_{22}(\rho) \right\} \right\rangle = \\ &= \left\langle \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{11}(\mathbf{q}')\hat{v}_1(\mathbf{q}')e^{i\mathbf{q}'\mathbf{R}}Q_{21}(\mathbf{q}'')\hat{v}_1^\dagger(-\mathbf{q}'')e^{i\mathbf{q}''\rho}d\mathbf{q}''d\mathbf{q}' \right\rangle + \\ &= \left\langle \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{11}(\mathbf{q}')\hat{v}_1(\mathbf{q}')e^{i\mathbf{q}'\mathbf{R}}Q_{22}(\mathbf{q}'')\hat{v}_2(\mathbf{q}'')e^{i\mathbf{q}''\rho}d\mathbf{q}''d\mathbf{q}' \right\rangle + \\ &= \left\langle \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{12}(\mathbf{q}')\hat{v}_2^\dagger(-\mathbf{q}')e^{i\mathbf{q}'\mathbf{R}}Q_{21}(\mathbf{q}'')\hat{v}_1^\dagger(-\mathbf{q}'')e^{i\mathbf{q}''\rho}d\mathbf{q}''d\mathbf{q}' \right\rangle + \\ &= \left\langle \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{12}(\mathbf{q}')\hat{v}_2^\dagger(-\mathbf{q}')e^{i\mathbf{q}'\mathbf{R}}Q_{22}(\mathbf{q}'')\hat{v}_2(\mathbf{q}'')e^{i\mathbf{q}''\rho}d\mathbf{q}''d\mathbf{q}' \right\rangle. \end{aligned}$$

Все слагаемые кроме первого обращаются в ноль при усреднении, из-за того что операторы рождения/уничтожения действуют на разные моды. Из ком-

мутационного соотношения следует $\hat{v}_1(\mathbf{q}')\hat{v}_1^\dagger(-\mathbf{q}'') = \delta(\mathbf{q}' + \mathbf{q}'') + \hat{v}_1^\dagger(-\mathbf{q}'')\hat{v}_1(\mathbf{q}')$. Подставим в первое слагаемое в выражении для $\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \left\langle \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{11}(\mathbf{q}')Q_{21}(\mathbf{q}'') \left[\delta(\mathbf{q}' + \mathbf{q}'') + \hat{v}_1^\dagger(-\mathbf{q}'')\hat{v}_1(\mathbf{q}') \right] e^{i\mathbf{q}'\mathbf{R}} e^{i\mathbf{q}''\boldsymbol{\rho}} d\mathbf{q}'' d\mathbf{q}' \right\rangle.$$

При усреднении второе слагаемое даст ноль, тогда с учетом оставшейся дельта функции можно записать

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{11}(\mathbf{q})Q_{21}(-\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho})} d\mathbf{q}.$$

По аналогии

$$\Gamma_{21}(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \left\langle \hat{A}_{10}^\dagger(\mathbf{R})\hat{A}_{20}^\dagger(\boldsymbol{\rho}) \right\rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int Q_{22}^*(\mathbf{q})Q_{12}^*(-\mathbf{q})e^{-i(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho})\mathbf{q}} d\mathbf{q} = \Gamma_{12}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}).$$

2.2.2. Условие формирования квантового фантомного изображения

Знание статистических характеристик амплитуд на выходе нелинейного кристалла позволяют нам рассчитать корреляционную функцию токов объектного и восстанавливающего детекторов.

Операторы интенсивности в каналах определяются формулами

$$\hat{I}_1(\mathbf{r}) = \hat{A}_1^\dagger(\mathbf{r})\hat{A}_1(\mathbf{r}), \quad \hat{I}_2(\mathbf{r}) = \hat{A}_2^\dagger(\mathbf{r})\hat{A}_2(\mathbf{r}). \quad (2.48)$$

В соответствии с (2.31) в объектном канале для оператора $\hat{I}_2(\mathbf{r})$ получаем

$$\hat{I}_2(\mathbf{r}_c) = \int \dots \int H^*(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_1)H(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_2)K(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)H^{(o)*}(\mathbf{P}_1, \boldsymbol{\rho}_1) H^{(o)}(\mathbf{P}_2, \boldsymbol{\rho}_2)\hat{A}_{20}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1)\hat{A}_{20}(\boldsymbol{\rho}_2)d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2. \quad (2.49)$$

Здесь * означает комплексное сопряжение, и введена функция

$$K(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \mathbf{e}_2^\dagger \mathbf{M}^\dagger(\mathbf{P}_1) \mathbf{M}(\mathbf{P}_2) \mathbf{e}_2, \quad (2.50)$$

где \mathbf{e}_2^\dagger - строка из-за эрмитова сопряжения \mathbf{e}_2 .

Мы будем считать детекторы идеальными с единичной квантовой эффективностью. Токи детекторов определяются так:

$$\hat{J}_1(\mathbf{r}_m) = \int_{s_p} \hat{I}_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad \hat{J}_2 = \int_{S_a} \hat{I}_2(\mathbf{r}_c) d\mathbf{r}_c, \quad (2.51)$$

$$\hat{J}_2 = \int_{S_a} K(\mathbf{r}_c) \hat{I}_2(\mathbf{r}_c) d\mathbf{r}_c. \quad (2.52)$$

В объектном канале интегрирование производится по всей апертуре детектора (площадь S_a), а восстанавливающем канале интегрирование производится в окрестности координаты r_m по площади s_p , которая гораздо меньше площади пучка СПР. При этом последний перемещается с целью измерения пространственной корреляционной функции интенсивности.

Измеряемая пространственная корреляционная функция определяется выражением

$$G(\mathbf{r}_m) = \langle \hat{J}_1(\mathbf{r}_m) \hat{J}_2 \rangle - \langle \hat{J}_1(\mathbf{r}_m) \rangle \langle \hat{J}_2 \rangle. \quad (2.53)$$

Усреднение производится по вакуумному состоянию. Пусть:

$$H^*(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_1) H(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_2) K(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) H^{(o)*}(\mathbf{P}_1, \boldsymbol{\rho}_1) H^{(o)}(\mathbf{P}_2, \boldsymbol{\rho}_2) = S(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = S$$

и

$$H^{(r)*}(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}_1) H^{(r)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{R}_2) = N(\mathbf{r}_1, \mathbf{R}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{R}_2) = N. \quad (2.54)$$

Тогда

$$\langle \hat{J}_1(\mathbf{r}_m) \hat{J}_2 \rangle = \left\langle \int_{s_p} \hat{I}_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \int_{S_a} \hat{I}_2(\mathbf{r}_c) d\mathbf{r}_c \right\rangle = \left\langle \int_{s_p} \int_{S_a} \int \dots \int SN \hat{A}_{10}^\dagger(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{10}(\mathbf{r}_2) \hat{A}_{20}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{A}_{20}(\boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2 \dots d\mathbf{r} d\mathbf{r}_c \right\rangle \quad (2.55)$$

Внесем усреднение под знак интегрирования и посчитаем следующую величину:

$$\begin{aligned} & \left\langle \hat{A}_{10}^\dagger(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{10}(\mathbf{r}_2) \hat{A}_{20}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{A}_{20}(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle = \\ & \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{11}(\mathbf{r}_2) \hat{A}_{22}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) + \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle \end{aligned} \quad (2.56)$$

Для гауссовских полей известно, что коррелятор 4 порядка может быть представлен как сумма всевозможных корреляторов 2-го порядка. Тогда

$$\begin{aligned} & \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle = \\ & \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{r}_2) \right\rangle \left\langle \hat{B}_{21}(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle + \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{B}_{21}(\boldsymbol{\rho}_1) \right\rangle \left\langle \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle + \\ & \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle \left\langle \hat{B}_{12}^\dagger(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}(\boldsymbol{\rho}_1) \right\rangle = \left\langle \hat{I}_1(\mathbf{r}) \right\rangle \left\langle \hat{I}_2(\mathbf{r}) \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{11}(\mathbf{r}_2) \hat{A}_{22}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle = \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{22}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \right\rangle \left\langle \hat{A}_{11}(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle \quad (2.58)$$

В итоге имеем:

$$\begin{aligned} & \left\langle \hat{A}_{10}^\dagger(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{10}(\mathbf{r}_2) \hat{A}_{20}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \hat{A}_{20}(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle = \\ & \left\langle \hat{B}_{12}(\mathbf{r}_1) \hat{A}_{22}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_1) \right\rangle \left\langle \hat{A}_{11}(\mathbf{r}_2) \hat{B}_{21}^\dagger(\boldsymbol{\rho}_2) \right\rangle + \left\langle \hat{I}_1(\mathbf{r}_1) \right\rangle \left\langle \hat{I}_2(\mathbf{r}_2) \right\rangle. \end{aligned} \quad (2.59)$$

В конечном счете получаем, что

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}_m) = & \int_{s_p} \int_{S_a} d\mathbf{r} d\mathbf{r}_c \int \dots \int H^{(r)*}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1) H^{(r)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2) H^*(\mathbf{r}_c, \mathbf{P}_1) \\ & H(G(\mathbf{r}_m)_c, \mathbf{P}_2) K(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) H^{(o)*}(\mathbf{P}_1, \boldsymbol{\rho}_1) H^{(o)}(\mathbf{P}_2, \boldsymbol{\rho}_2) \\ & \Gamma_{12}^*(\mathbf{R}_1 - \boldsymbol{\rho}_1) \Gamma_{12}(\mathbf{R}_2 - \boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2 d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Заметим, что возникшие корреляционные функции $\Gamma_{12}^*(\mathbf{R}_1 - \boldsymbol{\rho}_1)$ и $\Gamma_{12}(\mathbf{R}_2 - \boldsymbol{\rho}_2)$ мы уже посчитали в подразделе **2.2.1**.

Интегрирование выражения (2.60) по r_c даёт дельта-функцию $\delta(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1)$. Учитывая свойства последней, функцию $G(\mathbf{r}_m)$ можно представить в виде

$$G(\mathbf{r}_m) = \int_{s_p} d\mathbf{r} \int F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P}) F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P}) K(\mathbf{P}, \mathbf{P}) d\mathbf{P} \quad (2.61)$$

Здесь введены функции

$$F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \int \int H^{(r)*}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1) H^{(o)*}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\rho}_1) \Gamma_{12}^*(\mathbf{R}_1 - \boldsymbol{\rho}_1) d\boldsymbol{\rho}_1 d\mathbf{R}_1, \quad (2.62)$$

$$F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \int \int H^{(r)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2) H^{(o)}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\rho}_2) \Gamma_{12}(\mathbf{R}_2 - \boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_2 d\mathbf{R}_2. \quad (2.63)$$

Функция $F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ является комплексно сопряжённой к функции $F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P})$. Тем не менее мы будем их рассчитывать по-разному. Значение $F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ найдём, пользуясь полученным результатом для $F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ при замене взаимной корреляционной функции $\Gamma_{12}(\mathbf{R}_2 - \boldsymbol{\rho}_2)$ дельта-функцией. Такое приближение возможно, если радиус корреляции r_{cor} последней меньше характерного масштаба r_M пространственного изменения функции $K(\mathbf{P}, \mathbf{P}) = K(\mathbf{P})$, т.е. элементов матрицы $\mathbf{M}(\mathbf{P})$. Замена такая:

$$\Gamma_{12}(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}) = \Gamma_{int} \delta(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}), \quad \Gamma_{int} = \int \Gamma_{12}(\mathbf{R}) d\mathbf{R}. \quad (2.64)$$

Распишем явный вид F_2 :

$$F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \int \int H^{(r)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2) H^{(o)}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\rho}_2) \Gamma_{12}(\mathbf{R}_2 - \boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_2 d\mathbf{R}_2 = \frac{-ik}{2\pi L} \exp\left[\frac{ik}{2L} \left((\mathbf{r} - \mathbf{R})^2 - \frac{1}{F} (L_1 \mathbf{r}^2 + L_2 \mathbf{R}^2) \right)\right].$$

Тогда при условии, что

$$\left(1 - \frac{l_2}{f}\right)L + \left(1 - \frac{L_2}{F}\right)l = 0, \quad (2.65)$$

получаем следующее выражение

$$F_2(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = -\frac{\Gamma_{int}}{Ll} \delta\left(\frac{\mathbf{r}}{L} + \frac{\mathbf{P}}{l}\right) e^{i\phi(\mathbf{r}, \mathbf{P})}. \quad (2.66)$$

Выражение для фазы имеет вид

$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \frac{k}{2} \left[\frac{1}{L} \left(1 - \frac{L_1}{F}\right) \mathbf{r}^2 + \frac{1}{l} \left(1 - \frac{l_1}{f}\right) \mathbf{P}^2 \right]. \quad (2.67)$$

В рассмотренном приближении формула (2.65) является условием формирования квантового фантомного изображения, которое вытекает из того приближения,

что корреляционная функция должна оставаться дельта образной. Выражение для функции $F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ получим без использованного приближения, а воспользуемся сформулированным условием квантового фантомного изображения и следствием из аргумента дельта-функции в (2.66). Имеем

$$F_1(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \frac{l}{L(1 - l_2/f)^2} \Gamma_{12}(0). \quad (2.68)$$

В результате расчёт (2.61) приводит к выражению

$$G(\mathbf{r}_m) = \frac{l^2 s_p}{L^2(1 - l_2/f)^2} \Gamma_{12}(0) \Gamma_{int} K\left(-\frac{l}{L} \mathbf{r}_m\right). \quad (2.69)$$

Выражение (2.69) является формулой квантового фантомного изображения при наличии линз в зондирующем и восстанавливающем каналах. Отсюда для частного случая однолинзовых схем, т.е. при $1/F = 0$ или $1/f = 0$ получаем известные формулы квантового фантомного изображения:

$$\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_1 + L_1 + L_2} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1 + l_1 + l_2} = \frac{1}{F}. \quad (2.70)$$

Если объект обладает только изотропным поглощением, то матрица Джонса имеет вид $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} t(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & t(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$, где $t(\mathbf{r})$ - коэффициент прозрачности по полю. В этом случае:

$$K\left(-\frac{l}{L} \mathbf{r}_m\right) = \left| t\left(-\frac{l}{L} \mathbf{r}_m\right) \right|^2 = \left| T\left(-\frac{l}{L} \mathbf{r}_m\right) \right|, \quad (2.71)$$

где $T(\mathbf{r})$ - коэффициент прозрачности по интенсивности.

2.2.3. Восстановление профиля поляризационных свойств методом фантомной поляриметрии

В этом разделе мы перейдем к основной задаче ФП, а именно: связь измеренных корреляционных функций с элементами матрицы Джонса объекта. Так как положение линз не принципиально с точки зрения ФП, для упрощения расчетов мы ограничимся простым случаем, когда линзы передают без изменения масштаба пространственные профили сигнального и холостого фотонов бифотонной пары с

выходной поверхности нелинейного кристалла на объект и на многопиксельный детектор. Кроме того, как будет показано ниже в схему необходимо добавить поляризационные элементы, позволяющие контролировать поляризационное состояние фотонов. Рассмотрим схему на рис. 2.9. В качестве источника света также выбран бифотонный СПР источник. На выходе из источника сигнальные и холостые фотоны находятся в одном и том же поляризационном состоянии с горизонтальной поляризацией $|e\rangle_0 = |H\rangle$.

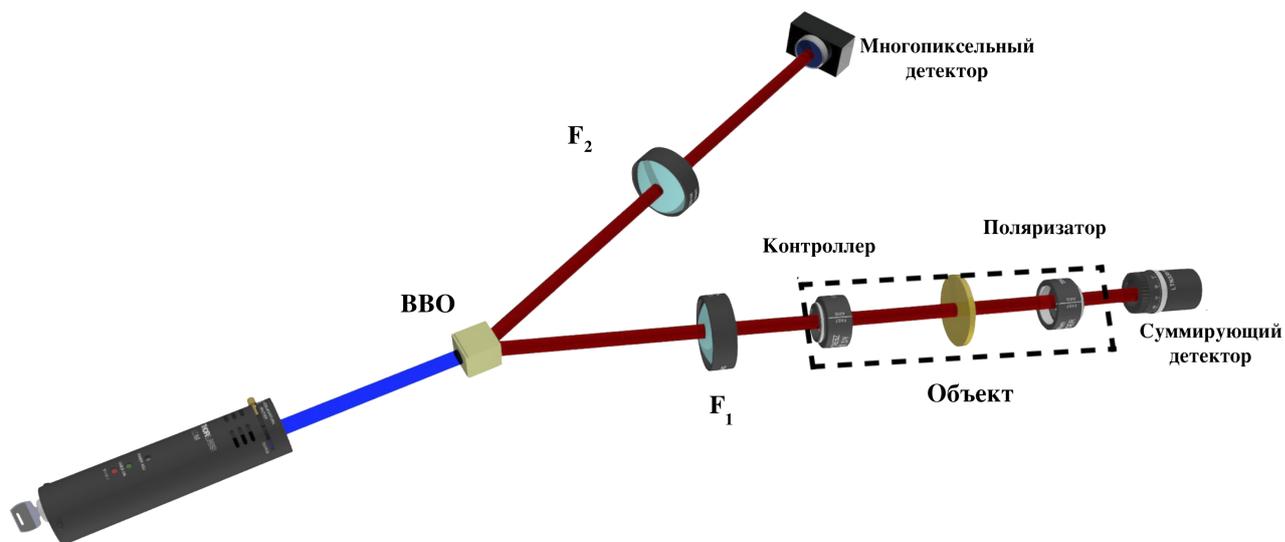


Рис. 2.9: Двухлинзовая схема квантовой ФП. Сигнальные фотоны направляются в объектный канал, холостые – в восстанавливающий канал. Линзы F_1 и F_2 передают изображение луча с выходной поверхности нелинейного кристалла ВВО на объект и на мультипиксельный детектор, сохраняя масштабирование; поляризационной контроллер, состоящий из четвертьволновой и полуволновой пластин, задает состояние поляризации сигнального фотона; анализатор проецирует состояние поляризации фотона, прошедшего через объект.

Сигнальные фотоны, прежде чем попасть на объект, проходят через поляризационный контроллер, который изменяет их поляризационное состояние. Проходя через объект, световой пучок приобретает пространственную модуляцию по поляризации в соответствии с пространственным распределением поляризационных свойств объекта $M(\mathbf{r})$. Далее фотоны проходят через анализатор, и затем регистрируются суммирующим детектором. При каждом измерении поляризационные пластинки контролера и поляризатор анализатора устанавливаются в заданной для данного измерения ориентации, формируя так называемое измерительное

Как и в классическом случае, существует способ, с помощью которого из амплитудных изображений объектов (см. выражение (2.69)) можно получить двумер-

ную карту его поляризационных свойств, т.е. может быть реализована фантомная поляриметрия.

Введем в рассмотрение некоторый воображаемый объект, обведенный на рис. 2.9 пунктиром, включающий в себя сам объект, и все поляризационные элементы, установленные в объектном канале: четверть-волновую и полу-волновую пластинки и стоящий после объекта линейный поляризатор. Вероятность прохождения фотона через воображаемый объект будет определяться состоянием формирователя, поляризационными свойствами объекта, состоянием анализатора и суммарным линейным изотропным поглощением элементов воображаемого объекта. Этот воображаемый объект можем охарактеризовать некоторым эффективным коэффициентом пропускания $T^{eff}(\mathbf{r})$, который при квантовом рассмотрении определяет вероятность p прохождения фотона через воображаемый объект.

Принимая во внимание выражение (2.69) и (2.71) имеем:

$$G(\mathbf{r}) = s_p \Gamma_{12}(0) \Gamma_{int} T^{eff}(\mathbf{r}). \quad (2.72)$$

Удобно использовать нормированную корреляционную функцию:

$$g(\mathbf{r}) = \frac{G(\mathbf{r})}{G_0} = T^{eff}(\mathbf{r}) \quad (2.73)$$

где $G_0 = s_p \int_{S_b} |\Gamma_{12}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})|^2 d^2r'$, которая, как следует из ее определения, представляет собой корреляционную функцию $G(\vec{r})$, полученную в отсутствии каких-либо потерь фотонов в объектном канале. Двумерная карта пропускания $T^{eff}(\mathbf{r})$ введенного нами воображаемого объекта, как уже отмечалось, зависит как от поляризационных свойств объекта, так и от состояний формирователя и анализатора поляризаций.

Теперь мы можем приступить к решению основной задачи построения квантовой ФП — нахождению способа получения двумерной карты поляризационных свойств объекта, исходя из измеренных двумерных карт пропускания $T^{eff}(\mathbf{r})$. Для начала свяжем $T^{eff}(\mathbf{r})$ с поляризационным состоянием воображаемого объекта. Как и ранее, будем описывать поляризационные свойства объектов матрицей Джонса $M(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} M_{11}(\mathbf{r}) & M_{12}(\mathbf{r}) \\ M_{21}(\mathbf{r}) & M_{22}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$. Пусть \hat{M} оператор соответствующий классической матрице Джонса $M(\mathbf{r})$. За редким исключением \hat{M} оказывается не унитарным (т.е. $\hat{M}\hat{M}^\dagger \neq \hat{I}$). В следствии этого при воздействии матрицы на

состояние, описываемое оператором рождения и уничтожения, коммутационное соотношение нарушается. Ситуация аналогична случаю со светоделителем, когда на один из его входов подается фотон. Как известно, в этом случае для сохранения коммутационного соотношения приходится принимать во внимание вакуумные флуктуации, которые поступают на второй вход делителя. В рассматриваемом случае для сохранения коммутационных соотношений поступают таким же образом для обеих поляризационных компонент. Однако, имея ввиду усреднение нормально упорядоченных операторов, вакуумные флуктуации можно не учитывать.

При анализе поляризационного состояния поля в шредингеровском представлении возникает проблема сохранения длины вектора поляризации. Пусть поляризационное состояние фотона в объектном канале в двумерном поляризационном гильбертовом пространстве в линейном базисе $|H\rangle = (1, 0)^T$ и $|V\rangle = (0, 1)^T$, где $|H\rangle$ и $|V\rangle$ - это базисные вектора в этом пространстве имеет вид $|e\rangle = \alpha|H\rangle + \beta|V\rangle$. Ограничиваясь, как и ранее, квазиоптическом приближении, изменение состояния поляризации фотона по профилю пучка можно учесть, записав $|e(\mathbf{r})\rangle = \alpha(\mathbf{r})|H\rangle + \beta(\mathbf{r})|V\rangle$, где \mathbf{r} поперечный радиус вектор в плоскости сечения пучка, причем $|\alpha(\mathbf{r})|^2 + |\beta(\mathbf{r})|^2 = 1$. Однако при преобразовании вектора поляризации матрицей Джонса последнее равенство нарушается.

Для сохранения длины вектор можно поступить так. Введем в рассмотрение модифицированные матрицы Джонса с помощью следующего приема. Если рассматривать обычную классическую матрицу Джонса M как квантовый оператор \hat{M} , то его действие на вектор состояния можно записать в виде

$$\hat{M}^{mod} |e\rangle = \frac{1}{\kappa} \hat{M} |e\rangle, \quad (2.74)$$

где $\kappa = \sqrt{|M_{11}\alpha + M_{12}\beta|^2 + |M_{21}\alpha + M_{22}\beta|^2} = \sqrt{p}$, а p , как уже отмечалось выше, вероятность прохождения фотона через поляризационный элемент. Действие оператора \hat{M}^{mod} на поляризационное состояние сводится лишь к повороту единичного вектора состояния $|e\rangle$ при сохранении его нормировки $\langle e' | e' \rangle = 1$.

Т.е. действие поляризационного элемента на фотон при его квантовом описании аппаратом Джонса может быть разделено на два отдельных воздействия: изменение его поляризации и задание вероятности его прохождения через элемент. Для идеальных поляризационных элементов, таких как пластинки $\lambda/2$ и $\lambda/4$ коэффициент $\kappa = 1$, а матрицы Джонса таких элементов унитарны. Ценой

такого разделения является то, что матрицы \hat{M}^{mod} в отличии от \hat{M} зависят не только от свойств объекта, но и от поляризационного состояния падающего на элемент фотона. Однако, это не является проблемой, т.к. после каждого прохождения через объект коэффициент κ и состояние поляризации $|e'\rangle$ оказываются, в соответствии с ((2.74)), известными. Обобщая полученный результат на цепочку из n элементов, получаем, что описание трансформации поляризационного состояния фотона при прохождении через цепочку поляризационных элементов сводится к последовательному применению модифицированных матриц Джонса:

$$|e\rangle_n = \hat{M}_n^{mod} \left(\dots \left(\hat{M}_2^{mod} \left(\hat{M}_1^{mod} |e\rangle_0 \right) \right) \right) \quad \text{и } p_\Sigma = p_n \dots p_2 p_1, \quad (2.75)$$

где $|e\rangle_0$ — квантовое состояние фотона на входе 1-го элемента, p_Σ — вероятность прохождения фотона через цепочку. Таким образом, окончательно получаем, что

$$g(\mathbf{r}) = T^{eff}(\mathbf{r}) = T(\mathbf{r}) p_\Sigma(\mathbf{r}), \quad (2.76)$$

где $T(\vec{r})$ — коэффициент пропускания объекта, связанный с независимым от поляризации поглощением.

Следующим, и последним шагом в построении теории квантовой ФП, является нахождение набора N измерительных конфигураций формирователя и анализатора, позволяющих по измеренным значениям $g_k(\mathbf{r})$ в каждой из N конфигураций восстановить матрицу Джонса $M(\vec{r})$. Данная процедура в какой-то мере схожа с процедурой квантовой томографии [90, 91, 92], где матрица плотности восстанавливается из конечного набора измерений с различными измерительными конфигурациями. Ниже будет показано как найти полный набор измерительных конфигураций для объектов, чьи поляризационные свойства определяются линейной анизотропией.

Далее мы ограничим рассмотрение объектами, обладающими только линейной амплитудной анизотропией и изотропным поглощением. Классическая матрица Джонса была записана ранее в формуле (2.13), продублируем обозначения параметров анизотропии: $P(\mathbf{r})$ - величина анизотропии, т.е. относительное ослабление компоненты поля, перпендикулярной оси анизотропии по отношению к параллельной компоненте; $\theta(\mathbf{r})$ азимут анизотропии, т.е. угол между осью x и осью анизотропии, отсчитываемый от оси x против часовой стрелки. Диапазон значений, которые принимают параметры P и θ : $0 \leq P(\mathbf{r}) \leq 1$, и $-\frac{\pi}{2} \leq \theta(\mathbf{r}) \leq \frac{\pi}{2}$.

Оказывается, что для рассматриваемых объектов для определения всех элементов $M_{ij}(\mathbf{r})$ матрицы Джонса, т.е. построения поляризационного изображения методом квантовой ФП, достаточно измерения всего 3-х нормированных корреляционных функций $g_k(\mathbf{r})$, в 3-х независимых измерительных конфигурациях. При этом, для данного случая, необходимый набор конфигураций может быть сформирован без использования анализатора. В нашем математическом формализме это означает, что анализатор описывается матрицей Джонса, заданной формулой (2.13) с величиной анизотропии $P(\mathbf{r}) = 1$. Набор измерительных конфигураций и явный вид функций $g_k(\mathbf{r})$, выраженные через элементы матрицы Джонса $M_{ij}(\mathbf{r})$, представлены в табл.2.2. Функции $g_k(\mathbf{r})$ вычисляются в соответствии с формулой (2.76). Например, рассмотрим первую измерительную конфигурацию с номером $k = 1$. Из таблицы видим, что фотон, освещающий объект, находится в поляризационном состоянии $|e\rangle_0 = |H\rangle$. Значит, в соответствии с формулой (2.75), состояние фотона после объекта $|e(\mathbf{r})\rangle_1 = M_{11}(\mathbf{r})|H\rangle + M_{21}(\mathbf{r})|V\rangle$, а вероятность прохождения его через объект, согласно формуле 2.74, равна $p_1 = |M_{11}(\mathbf{r})|^2 + |M_{21}(\mathbf{r})|^2$. И, наконец, на основании формулы 2.76 получаем, что $g_1 = Tp_1 = T(|M_{11}(\mathbf{r})|^2 + |M_{21}(\mathbf{r})|^2)$ или, подставляя конкретные значения $M_{ij}(\vec{r})$ из формулы (2.13), окончательно получим $g_1 = T[\cos^2\theta(\mathbf{r}) + P^2(\mathbf{r})\sin^2\theta(\mathbf{r})]$.

Номер конфигурации k	Поляризационное состояние после контроллера	Нормированная корреляционная функция $g(\mathbf{r})$
1	$ H\rangle$	$g_1(\mathbf{r}) = T[1 - (1 - P^2(\mathbf{r}))\sin^2\theta(\mathbf{r})]$
2	$ V\rangle$	$g_2(\mathbf{r}) = T[1 - (1 - P^2(\mathbf{r}))\cos^2\theta(\mathbf{r})]$
3	$\frac{ H\rangle + V\rangle}{\sqrt{2}}$	$g_3(\mathbf{r}) = \frac{T}{2}[1 + P^2(\mathbf{r}) + (1 - P^2(\mathbf{r}))\sin 2\theta(\mathbf{r})]$

Таблица 2.2: Полный набор поляризационных корреляционных функций $g_k(\mathbf{r})$ для построения квантового ПФИ поглощающих объектов с линейной амплитудной анизотропией

Найденные выражения для набора функций g_1 , g_2 и g_3 можно рассматривать

как систему 3-х уравнений с 3-мя неизвестными T , P и θ , решая которую получаем

$$\begin{aligned} T(\mathbf{r}) &= \frac{\Upsilon(\mathbf{r}) + g_1(\mathbf{r}) + g_2(\mathbf{r})}{2} \\ P(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{g_1(\mathbf{r}) + g_2(\mathbf{r}) - \Upsilon(\mathbf{r})}{2}}; \\ \theta(\mathbf{r}) &= \arctan \frac{2g_3(\mathbf{r}) - g_1(\mathbf{r}) - g_2(\mathbf{r})}{\Upsilon(\mathbf{r}) + g_1(\mathbf{r}) - g_2(\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (2.77)$$

где $\Upsilon^2(\mathbf{r}) = (g_1(\mathbf{r}) - g_2(\mathbf{r}))^2 + (2g_3(\mathbf{r}) - g_1(\mathbf{r}) - g_2(\mathbf{r}))^2$.

Вычислив эти параметры, получаем поляризационное изображение объекта, которое в случае объектов, обладающих линейным дихроизмом, будет представлять собой 4 двумерных карты распределений $M_{ij}(\mathbf{r})$, заданных формулой (2.13).

Для объектов, которые обладают другими поляризационными свойствами можно получить аналогичные результаты. Рассмотрим, например, объект, который в своем сечении обладает неоднородным распределением линейной фазовой анизотропией. Его матрица Джонса приведена в выражении 2.24, пусть для начала $\Delta = \pi$, тогда $\hat{\mathbf{M}}_{LP}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha(\mathbf{r}) & \sin 2\alpha(\mathbf{r}) \\ -\sin 2\alpha(\mathbf{r}) & \cos 2\alpha(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$.

Поставим задачу определения распределения модуля $\alpha(\mathbf{r})$ по сечению объекта. Для этого, как можно видеть, достаточно провести измерение в следующих конфигурациях

Номер конфигурации k	Поляризационное состояние после контроллера	Состояние анализатора	Нормированная корреляционная функция, $g(\mathbf{r})$
1	$ H\rangle$	$\theta_{\text{анализ}} = 0$	$g_1(\mathbf{r}) = \cos^2 2\alpha(\mathbf{r})$
2	$ V\rangle$	$\theta_{\text{анализ}} = 0$	$g_2(\mathbf{r}) = \sin^2 2\alpha(\mathbf{r})$

Таблица 2.3: Набор поляризационных корреляционных функций $g_k(\mathbf{r})$ для построения квантового ПФИ модуля $\alpha(\mathbf{r})$ объектов с линейной фазовой анизотропией

Действительно, рассмотрим первую конфигурацию. В соответствии с построенной выше теорией для поляризационного контроллера и рассматриваемого объекта $\kappa(\mathbf{r}) = 1 = \sqrt{p(\mathbf{r})}$. Состояние поляризации после контроллера указано в таблице 2.3 и имеет вид: $|e_{in}\rangle = |H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Состояние поляризации по-

сле объекта определяется по формуле 2.75 и имеет вид: $|e_{out}\rangle = \hat{\mathbf{M}}_{LP}(\mathbf{r}) |H\rangle = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha(\mathbf{r}) \\ -\sin 2\alpha(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$. В указанной конфигурации анализатор имеет следующую матрицу Джонса $\hat{M}^{mod} = \frac{1}{|\cos 2\alpha(\mathbf{r})|} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, так как $p(\mathbf{r}) = \cos^2 2\alpha(\mathbf{r})$. Из последних соображений ввиду выражения 2.76 имеем, что $g_1(\mathbf{r}) = T_1^{eff}(\mathbf{r}) = T(\mathbf{r}) p_{\Sigma}(\mathbf{r}) = \cos^2 2\alpha(\mathbf{r})$. Для второй конфигурации из приведенной выше таблицы по аналогии получается, что $g_2(\mathbf{r}) = \sin^2 2\alpha(\mathbf{r})$.

Из полученных выражений для нормированных корреляционных функций можно получить выражение для определения пространственного распределения модуля $\alpha(\vec{r})$:

$$|\alpha(\mathbf{r})| = \frac{1}{2} \arctan \sqrt{\frac{g_2(\mathbf{r})}{g_1(\mathbf{r})}}. \quad (2.78)$$

2.3. Выводы

1. В случае использования неполяризованного псевдотеплового излучения теоретически показано, что в формализме Джонса информация о элементах матрицы Джонса объекта может быть извлечена из набора взаимных корреляционных функций. При этом корреляционные функции измеряются между различными поляризационными компонентами излучения в восстанавливающем плече и сигналом с суммирующего детектора в объектном плече. Для объектов, чьи поляризационные свойства описываются линейным дихроизмом (линейная амплитудная анизотропия), распределение азимута анизотропии $\theta(\mathbf{r})$ и величины анизотропии $P(\mathbf{r})$ восстанавливаются из измерения трех корреляционных функций при измерении горизонтально, вертикально и диагонально поляризованной компоненты излучения.
2. Разработана и обучена многослойная полносвязная нейронная сеть «GPNN». Обучение осуществлено на модельных данных. Показано, что нейронная сеть способна определить пространственное распределение типа анизотропии с точностью превышающей 95%. Модель также способна предсказывать абсолютное значение параметров анизотропии ($P(i)$, $\theta(i)$, $\Delta(i)$, $\alpha(i)$, $R(i)$, $\phi(i)$) с ошибкой порядка 1%.

3. Теоретически показано, что запутанные по импульсу бифотоны, генерируемые в процессе спонтанного параметрического рассеяния, позволяют реализовать принцип квантовой фантомной поляриметрии.
4. Теоретически показано, что в случае квантовой фантомной поляриметрии поляризационные свойства объекта могут быть описаны операторами, построенными на основе модифицированных матриц Джонса. При этом действие поляризационного элемента на фотон при его квантовом описании аппаратом Джонса может быть разделено на два отдельных воздействия: изменение его поляризации и задание вероятности его прохождения через элемент. Для объектов обладающих линейным дихроизмом и изотропным поглощением показано, что элементы матрицы Джонса восстанавливаются также из комбинаций трех корреляционных функций, измеренных при горизонтальной, вертикальной и диагональной поляризации фотона проходящего через объект.

Глава 3

Экспериментальная реализация фантомной поляриметрии в псевдотепловом свете

3.1. Источники псевдотеплового излучения

В Главе 2 уже отмечалось, что для реализации фантомной поляриметрии (ФП) требуются специальные излучения, обладающие тепловой (гауссовской) статистикой. На первый взгляд может показаться, что для освещения объекта может подойти любой пространственно случайный свет, радиус корреляции которого меньше характерного изменения масштаба неоднородностей объекта, например, солнечное или светодиодное излучение, имеющие тепловую статистику. Однако, это не так. Излучение таких источников, являясь практически дельта-коррелированным по пространству, имеет также и очень малое время когерентности τ_c , которое в спектре шириной 1 нм составляет всего 2 пс. В рассматриваемой нами схеме, время экспозиции камеры трудно сделать меньше 1 мкс. Поэтому, будет происходить эффективное усреднение интенсивности, что резко уменьшит флуктуации, а значит и дисперсию, приводя к сильному уменьшению точности измерения корреляционных функций. А так как полоса пропускания даже самых лучших интерференционных фильтров порядка нескольких нм, то спектральная фильтрация не поможет.

Ограничения накладываются и на радиус корреляции r_{cor} . Если r_{cor} много меньше размера пикселя матричного детектора, то из-за усреднения внутри пикселя значительная часть информации об объекте будет утеряна. С другой стороны, если радиус корреляции слишком велик, по сравнению с характерными масштабами

неоднородностей объекта, то будет происходить размытие изображения. Более того, как показано в [1] пространственное разрешение оптической схемы, основанной на классическом методе ФИ, прямопропорционально радиусу корреляции.

Оба этих параметра могут быть подобраны в случае, когда используется источник с псевдо-тепловой статистикой. Наибольшее распространение получили источники основанные на вращающихся матовых дисках [35, 36] и на пространственных модуляторах света [24, 25].

3.1.1. Источник псевдотеплового излучения на основе матового диска

В нашей работе [84] впервые предложен источник неполяризованного света с псевдотепловой статистикой, основанный на использовании двух независимых вращающихся матовых дисках и примененный в классической ФП. Схема лабораторного источника [82, 84] неполяризованного псевдотеплового излучения представлена на рис. (3.1)

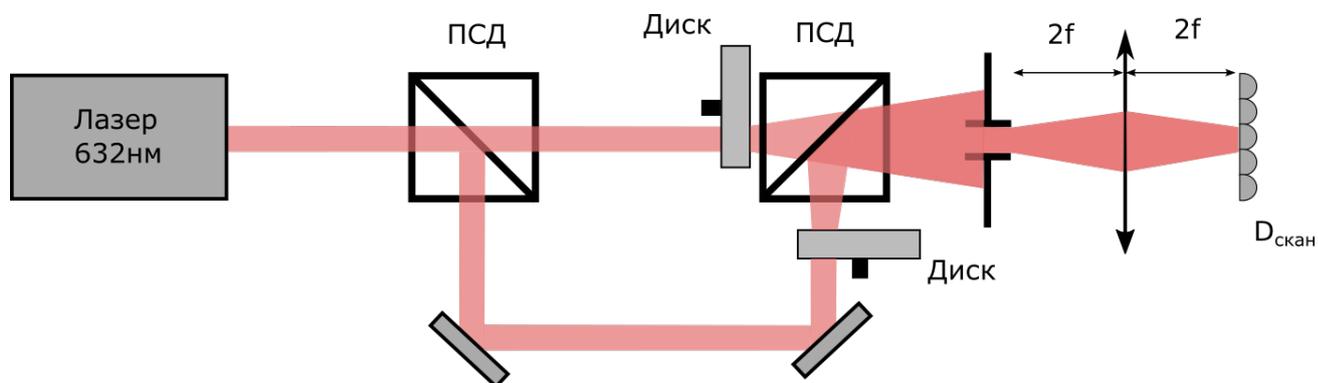


Рис. 3.1: Схема лабораторного источника псевдотеплового неполяризованного излучения.

Излучение He-Ne лазера мощностью ~ 7 мВт проходит через встроенный расширитель пучка (на рисунке не изображен), благодаря чему диаметр пучка увеличивается до ~ 0.8 см. Поляризация излучения направлена под 45° по отношению к осям поляризационного светоделителя (ПСД). Оси ПСД совпадают с базисными направлениями x и y . Проходя через первый ПСД пучок делится на два пучка с ортогональными поляризациями и идентичными интенсивностями. Тем самым, образуются два оптических плеча. В каждом плече находится свой вращающийся матовый диск, скорость вращения которого в месте падения пучка 0.32 см/с. Свет,

рассеянный на дисках, с углом расходимости 30° , сводится в один пучок на втором ПСД. Далее располагается диафрагма, которая является выходной апертурой источника. Для измерения статистических свойств созданного источника после выходной апертуры установлена линза, передающая изображения с выходной плоскости на многопиксельную камеру.

Источники излучения на основе одиночных вращающихся матовых дисков (ВМД) хорошо известны в литературе [93, 94]. Описание таких источников сводится к задаче дифракции светового пучка на случайном фазовом экране. Так, согласно [94], дифрагированное на диске поле в некотором поперечном сечении на расстоянии l от диска можно записать в виде:

$$A(\mathbf{r}, l; t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^{(0)}(\mathbf{r}_1) e^{i\Phi(\mathbf{r}_1 - v^*t)} H(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, l) d^2r_1, \quad (3.1)$$

где \mathbf{r} - радиус вектор рассматриваемой точки; $A^{(0)}$ - поле в плоскости экрана до дифрагирования; v - линейная скорость вращения диска; $\Phi(\mathbf{r})$ - функция описывающая случайный набег фазы; $H(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, l)$ - передаточная функция поля. Корреляционная функция такого поля может быть приведена к виду:

$$B(\mathbf{r}, l; \tau) = \langle A(\mathbf{r}, l; t) A^*(\mathbf{r}, l; t + \tau) \rangle = \left(\frac{k_0}{2\pi l}\right)^2 \frac{\pi a^2}{2} A^{(0)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} C_\Phi(\mathbf{u} - v\tau) e^{\left(-\frac{\mathbf{u}}{\omega} - i\frac{k_0}{l}\mathbf{r}\mathbf{u}\right)} d^2u, \quad (3.2)$$

где τ - временная задержка; k_0 - волновое число; a - радиус пучка на экране; ω - частота лазерного излучения; $C_\Phi(\mathbf{u} - v\tau)$ - двумерная характеристическая функция процесса $\Phi(\mathbf{r})$. Анализируя (3.2) в [94] показано, что время корреляции такого излучения определяется выражением $\tau_c \sim \left(\frac{2l}{k_0 a v}\right)$. Кроме того, если положить, что размер неоднородностей матового диска много меньше радиуса пучка, то $r_{cor} = \frac{l}{k_0 a}$.

С помощью ПЗС-матрицы CSDU-285 были изучены корреляционные и поляризационные свойства созданного источника. ПЗС-матрица CSDU-285 имеет полный размер сенсора 1392×1032 пикселей. Каждый пиксель имеет форму квадрата со стороной 6.45 мкм. Для нашей схемы время корреляции составляет 5 мс. Таким образом, при наборе статистики, необходимой для измерения радиуса корреляции и для реализации классической ФП, длительность одного кадра не должна превышать τ_c , с другой стороны между двумя последующими кадрами

должно пройти время большее чем τ_c . Характерный профиль пучка на выходе из источника показан на рис. 3.2. Как можно заметить, распределение интенсивности представляет из себя спекл-структуру[95].

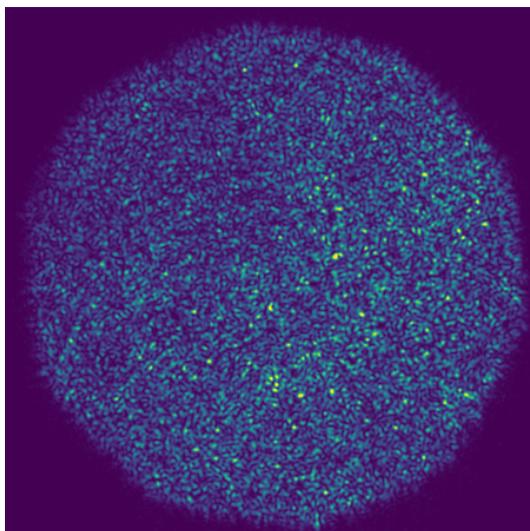


Рис. 3.2: Типичный профиль интенсивности на выходе лабораторного источника.

Радиус корреляции оценивался из ширины нормированной корреляционной функции (НКФ) в пикселе. Расчет НКФ производился по формуле:

$$\text{НКФ}(i, j | i_0, j_0) = \frac{\sum_{k=1}^N (I_{i_0 j_0} - \langle I_{i_0 j_0} \rangle) (I_{ij} - \langle I_{ij} \rangle)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (I_{i_0 j_0} - \langle I_{i_0 j_0} \rangle)^2 \sum_{k=1}^N (I_{ij} - \langle I_{ij} \rangle)^2}}, \quad (3.3)$$

где N - это номер снимка, $I_{i_0 j_0}$ и I_{ij} - измеренный сигнал в пикселях i_0, j_0 и i, j соответственно. Обработка данных осуществлялась с помощью программного обеспечения написанного на языке Python. Характерный срез НКФ по одной из осей продемонстрирована на рис. 3.3. Анализируя профиль НКФ, можно утверждать, что интенсивность в любом случайно выбранном пикселе коррелирует только с окружением находящимся на расстоянии не более 56 ± 3.2 мкм. Этот параметр определяет максимально допустимое разрешение системы.

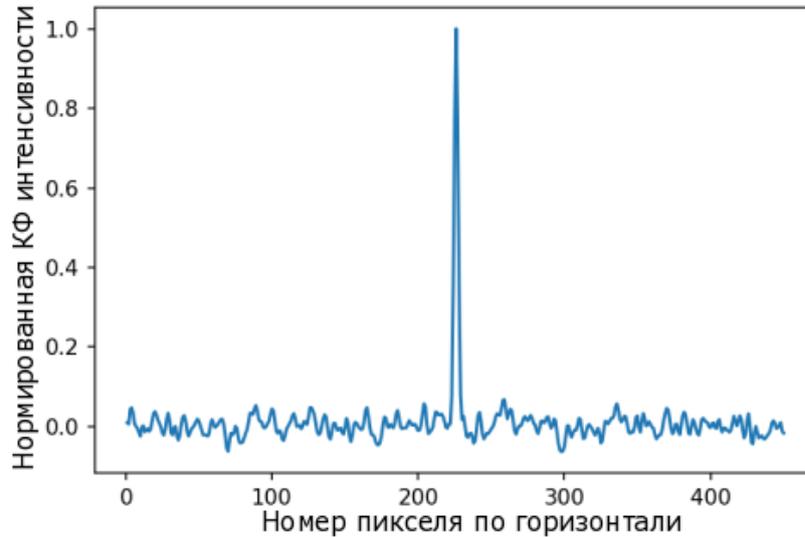


Рис. 3.3: Пример профиля нормированной корреляционной функции вдоль горизонтальной оси.

Как уже было сказано в **Главе 2** под неполяризованным излучением мы будем понимать излучение, чье поляризационное состояние меняется случайным образом как по пространству, так и по времени. Однако, в каждый отдельный момент времени и каждой точке пучка излучение линейно поляризовано. Для измерения степени деполяризации перед камерой был установлен поляризатор, после чего производилась серия снимков для разных наклонов его оси. Исследуя суммарную интенсивность прошедшего излучения, можно охарактеризовать деполяризацию света, как:

$$Dep = \left\langle \frac{I(\theta)}{I_0} \right\rangle. \quad (3.4)$$

где $I(\theta)$ - интенсивность излучения в зависимости от угла поворота поляризатора; I_0 - максимальная интенсивность; усреднение ведется по всем измерениям. Измеренная степень деполяризации составляет $93 \pm 3\%$.

3.1.2. Источник псевдотеплового излучения на основе жидкокристаллического фазового модулятора света

Другой способ создания псевдотеплового излучения - использование многопиксельных модуляторов света (далее будем использовать аббревиатуру SLM). Впервые в фантомной визуализации пространственные модуляторы света исполь-

зовались в [24]. Однако, до сих пор подробная теория формирования света с псевдотепловой статистикой с помощью SLM не была опубликована. В нашей работе [97] впервые теоретически строго показан способ формирования псевдотеплового излучения с помощью фазовых и амплитудных пространственных модуляторов света. Кроме того, обнаружено анизотропия радиуса корреляции при наклонном падении лазерного пучка на модулятор.

Принцип работы SLM, как генератора псевдотеплового излучения представлен на рис. 3.4.

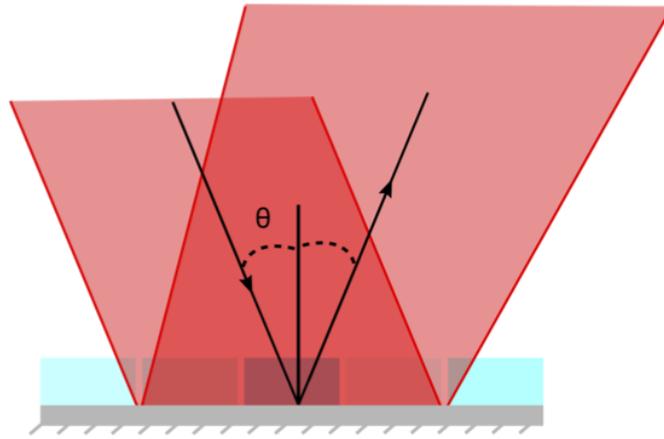


Рис. 3.4: Геометрия падения когерентного лазерного пучка на SLM; θ — угол падения лазерного пучка на поверхность SLM. Рисунок взят из статьи [97].

Излучение когерентного пучка света падает под углом θ к нормали поверхности SLM. После отражения от SLM распространение светового пучка в квазиоптическом приближении описывается параболическим уравнением, решение которого даётся выражением

$$A(\mathbf{r}, l) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) H(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}, l) d^2 \rho, \quad (3.5)$$

где

$$A^{(0)}(\mathbf{r}) = R(\mathbf{r}) A_{(0)}(\mathbf{r}). \quad (3.6)$$

$A_{(0)}(\mathbf{r})$ - амплитуда падающего когерентного пучка, $R(\mathbf{r})$ - коэффициент отражения от SLM.

Функция Грина для свободного пространства

$$H(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}, l) = \frac{ik_0}{2\pi l} \exp^{ik_0(\mathbf{r}-\boldsymbol{\rho})^2/2l}. \quad (3.7)$$

В дальней зоне отдельного пикселя выражение (3.5) принимает вид

$$A(\mathbf{r}, l) = H(\mathbf{r}, l) \int_{-\infty}^{+\infty} R(\boldsymbol{\rho}) A_{(0)}(\boldsymbol{\rho}) e^{-i(k_0 \mathbf{r} \boldsymbol{\rho} / l)} d^2 \rho. \quad (3.8)$$

В качестве модели SLM будем использовать модель двумерной решётки, изображенной на рис. 3.5.

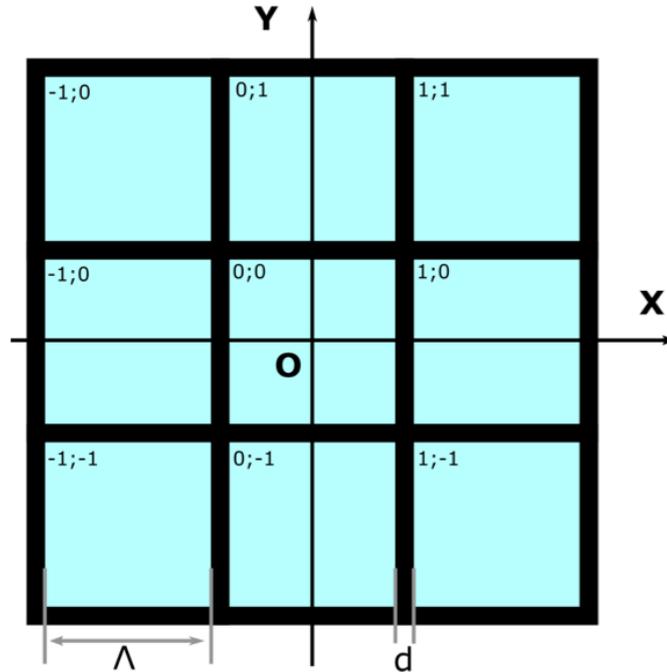


Рис. 3.5: Структура поверхности SLM. Начало декартовой системы координат x, y выбрана в центральном пикселе SLM, которому присвоен номер $[0; 0]$; Λ — ширина пикселя; d — расстояние между ними. Рисунок взят из статьи [97].

Пиксели полагаем квадратными с длиной стороны Λ , а их число равно N^2 .

Коэффициенты отражения от решётки пикселей представим в виде $R(\boldsymbol{\rho}) = R(x)R(y)$, при этом

$$R(x) = \begin{cases} R_p^{(\Lambda)} & \text{при } x_p^{(\Lambda)} - \frac{\Lambda_x}{2} \leq x \leq x_p^{(\Lambda)} + \frac{\Lambda_x}{2} \\ 1 & \text{при } x_p^{(d)} - \frac{d_x}{2} \leq x \leq x_p^{(d)} + \frac{d_x}{2} \end{cases},$$

где $p = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N$, d - расстояние между пикселями и

$$x_p^{(\Lambda)} = p(\Lambda_x + d_x), \quad x_p^{(d)} = p(\Lambda_x + 1/2) + d_x/2, \quad (3.9)$$

координаты центра вдоль оси X соответственно пикселя и промежутка между ними с номером p , $\Lambda_x = \Lambda \cos \theta$, $d_x = d \cos \theta$. Здесь θ угол падения пучка на SLM

(см. рис. 3.4).

Аналогичные выражения имеем вдоль оси Y :

$$R(y) = \begin{cases} R_q^{(\Lambda)} & \text{при } y_q^{(\Lambda)} - \frac{\Lambda}{2} \leq y \leq y_q^{(\Lambda)} + \frac{\Lambda}{2}, \\ 1 & \text{при } y_q^{(d)} - \frac{d}{2} \leq y \leq y_q^{(d)} + \frac{d}{2} \end{cases},$$

где $q = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N$ и

$$y_q^{(\Lambda)} = q(\Lambda + d), \quad y_q^{(d)} = q(\Lambda + 1/2) + d/2. \quad (3.10)$$

Суммарное поле является суперпозицию полей, рассеянных от отдельных пикселей, коэффициенты отражения которых можно записать как матрицу отражения пикселей $R_{pq} = R_p^{(\Lambda)} R_q^{(\Lambda)}$ (коэффициент отражения), и матрицу коэффициентов отражения от промежутков между пикселями (матрица $R_{pq}^{(d)} = 1$). Коэффициенты R_{pq} в общем случае имеют комплексные значения.

Комплексная амплитуда суммарного поля имеет таким образом вид:

$$A(\mathbf{r}, l) = H(\mathbf{r}, l) \sum_{p,q=-M}^M \{A_{p,q}^{(\Lambda)}(x, y) + A_{p,q}^{(d)}(x, y)\}. \quad (3.11)$$

Здесь $A_{p,q}^{(\Lambda)}(x, y)$ и $A_{p,q}^{(d)}(x, y)$ — амплитуды полей, рассеянных пикселем площадью Λ^2 и промежутком площадью d^2 , соответственно. Эти амплитуды определяются формулами

$$A_{pq}^{(\Lambda)}(x, y) = R_{pq} \int_{x_p^{(\Lambda)} - \frac{\Lambda x}{2}}^{x_p^{(\Lambda)} + \frac{\Lambda x}{2}} \int_{y_q^{(\Lambda)} - \frac{\Lambda}{2}}^{y_q^{(\Lambda)} + \frac{\Lambda}{2}} A_{(0)}(\boldsymbol{\rho}) e^{\frac{-i(k_0 \mathbf{r} \boldsymbol{\rho})}{l}} d^2 \rho, \quad (3.12)$$

$$A_{pq}^{(d)}(x, y) = \int_{x_p^{(d)} - \frac{d x}{2}}^{x_p^{(d)} + \frac{d x}{2}} \int_{y_q^{(d)} - \frac{d}{2}}^{y_q^{(d)} + \frac{d}{2}} A_{(0)}(\boldsymbol{\rho}) e^{-i(k_0 \mathbf{r} \boldsymbol{\rho})/l} d^2 \rho. \quad (3.13)$$

В предположении слабого изменения амплитуды падающего поля в пределах

одного пикселя выражения (3.11),(3.13) можно преобразовать к виду

$$A_{pq}^{(\Lambda)}(x, y) = \Lambda^2 R_{pq} A_{(0)}(x_p^{(\Lambda)}, y_q^{(\Lambda)}) \text{sinc}(\kappa_{\Lambda} x) \text{sinc}(\kappa_{\Lambda} y) \exp[-i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y)], \quad (3.14)$$

$$A_{pq}^{(d)}(x, y) = d^2 A_{(0)}(x_p^{(d)}, y_q^{(d)}) \text{sinc}(\kappa_d x) \text{sinc}(\kappa_d y) \exp[-i\Phi_{pq}^{(d)}(x, y)]. \quad (3.15)$$

Здесь функция $\text{sinc} x = (1/x) \sin x$, $\kappa_{\Lambda} = (k_0/2l)\Lambda$, $\kappa_d = (k_0/2l)d$, и введены также обозначения

$$\begin{aligned} \Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y) &= (k_0/l)(x_p^{(\Lambda)}x + y_q^{(\Lambda)}y), \\ \Phi_{pq}^{(d)}(x, y) &= (k_0/l)(x_p^{(d)}x + y_q^{(d)}y). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Произведение функций $\text{sinc}(\kappa_{\Lambda}x)\text{sinc}(\kappa_{\Lambda}y)$ определяет ширину распределения дифрагированного пикселем поля вдоль направлений x, y в дальней зоне пикселя на расстоянии l от него. Величины этих размеров можно оценить для простоты, например, по первым нулям этих функций как

$$x_0^{(\Lambda)} = \frac{\lambda l}{\Lambda_x}, y_0^{(\Lambda)} = \frac{\lambda l}{\Lambda}. \quad (3.17)$$

Аналогично получаем размер поля, рассеянного промежутками между пикселями:

$$x_0^{(d)} = \frac{\lambda l}{d_x}, y_0^{(d)} = \frac{\lambda l}{d}. \quad (3.18)$$

Прежде всего отметим, что в рассматриваемом здесь случае в дальней зоне рассеянные поля от пикселей не зависят от их местоположения, т.е. от индексов p, q . Для параметров $\lambda = 1$ мкм, $l = 1$ см и $\Lambda = 10$ мкм получаем $x_0^{(\Lambda)} \simeq y_0^{(\Lambda)} = 1$ мм.

Для получения наглядных аналитических результатов сделаем два упрощения:

1. Если нас интересуют поля в области размером меньше, чем 1 мм, то функции $\text{sinc}(\kappa_{\Lambda}x)$ и $\text{sinc}(\kappa_{\Lambda}y)$ можно заменить постоянным максимальным значением, равным 1;

2. Если ширина лазерного пучка больше размера SLM, то и амплитуды полей на пикселях можно считать практически одинаковыми $A_{(0)}(x_p^{(\Lambda)}, y_q^{(\Lambda)}) = A_{(0)}(0)$.

В этих условиях выражения (3.14), (3.15) принимают простой вид

$$A_{pq}^{(\Lambda)}(x, y) = \Lambda^2 R_{pq} A_{(0)}(0) \exp[-i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y)], \quad (3.19)$$

$$A_{pq}^{(d)}(x, y) = d^2 A_{(0)}(0) \exp[-i\Phi_{pq}^{(d)}(x, y)]. \quad (3.20)$$

Выражение для интенсивности излучения запишется таким образом

$$I(\mathbf{r}, l) = |A(\mathbf{r}, l)|^2 = |B(\mathbf{r}, l)|^2 \left[\sum_{p,q=-M}^M d^2 e^{i\Phi_{pq}^{(d)}(x,y)} + \Lambda^2 R_{pq} e^{i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x,y)} \right] \times \left[\sum_{p,q=-M}^M d^2 e^{-i\Phi_{pq}^{(d)}(x,y)} + \Lambda^2 R_{pq} e^{-i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x,y)} \right], \quad (3.21)$$

где $B(\mathbf{r}, l) = H(\mathbf{r}, l)A_{(0)}(0)$.

При перемножении выражений в правой части (3.21) появляются слагаемые:

1. d^4 , дающие постоянную часть интенсивности, относительный вклад которой составляет $(d/\Lambda)^4 \ll 1$;
2. $d^2\Lambda^2$, дающие вклад в флуктуации интенсивности, относительный вклад которых тоже порядка $(d/\Lambda)^4 \ll 1$;
3. Λ^4 , которые дают флуктуационную часть интенсивности.

Пренебрегая вкладами 1) и 2), выражение для интенсивности (3.21) можно преобразовать к виду:

$$I(\mathbf{r}, l) = \Lambda^4 |B(\mathbf{r}, l)|^2 \sum_{p,q=-M}^M \sum_{p',q'=-M}^M R_{pq} R_{p'q'} e^{i(\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x,y) - \Phi_{p'q'}^{(\Lambda)}(x,y))}. \quad (3.22)$$

Для дальнейшего анализа необходимо знание статистических характеристик коэффициентов отражения пикселей. Естественно считать «поле» пикселей стати-

стически изотропным: среднее значение $\langle R_{pq} \rangle = \langle R \rangle$, дисперсия $\langle R_{pq} R_{pq}^* \rangle = \langle R^2 \rangle$ и модуляции в пикселях статистически независимы

$$\langle R_{pq}^* R_{p'q'} \rangle = \langle R_{pq}^* \rangle \langle R_{p'q'} \rangle = |\bar{R}|^2, \quad (3.23)$$

$$p \neq p', q \neq q'.$$

Угловыми скобками обозначено усреднение по реализациям. При времени измерения одной выборки меньшем, чем время изменения коэффициента отражения пикселей, коэффициенты отражения можно считать постоянными («замороженные» неоднородности).

Пользуясь свойством эргодичности по пространству, для средней интенсивности получим

$$\langle I(\mathbf{r}, l) \rangle = \Lambda^4 \bar{R}^2 N^2 |A_{(0)}(0)|^2. \quad (3.24)$$

При тех же условиях, корреляционная функция полей, например, между значениями в точках $\mathbf{r}_1 = 0$ и $\mathbf{r}_2 = \mathbf{s}$ даётся выражением

$$\Gamma(\mathbf{s}) = \langle A(\mathbf{s}, l) A^*(0, l) \rangle = B(0, l) B(\mathbf{s}, l) \Lambda^4$$

$$\left\langle \left(\sum_{p', q' = -M}^M R_{p', q'} \right) \left(\sum_{p, q = -M}^M R_{p, q} e^{i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y)} \right) \right\rangle = \quad (3.25)$$

$$B(0, l) B(\mathbf{s}, l) \Lambda^4 \sum_{p, q = -M}^M [\bar{R}^2 + (N^2 - 1) \bar{R}^2] e^{i\Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y)} =$$

$$B(0, l) B(\mathbf{s}, l) \Lambda^4 [\bar{R}^2 + (N^2 - 1) \bar{R}^2] \gamma(x, y; N),$$

где нормированная корреляционная функция (степень когерентности)

$$\gamma(x, y; N) = \frac{\sin\left[\frac{k_0(\Lambda_x + d_x)Nx}{2l}\right] \sin\left[\frac{k_0(\Lambda + d)Ny}{2l}\right]}{N^2 \sin\left[\frac{k_0(\Lambda_x + d_x)x}{2l}\right] \sin\left[\frac{k_0(\Lambda + d)y}{2l}\right]}. \quad (3.26)$$

Из анализа формулы (3.26) следует, что радиусы корреляции поля, рассчитанные по уровню 0,5 от $\gamma(\mathbf{0}) = 1$ вдоль осей X, Y различны:

$$r_{cor}^{(x)} = \frac{6\lambda l}{N(\Lambda + d) \cos \theta}, \quad r_{cor}^{(y)} = \frac{6\lambda l}{N(\Lambda + d)}. \quad (3.27)$$

Другими словами, рассеянное поле при падении когерентного пучка на SLM под углом $\theta \neq 0$ оказывается статистически неизотропным. При числе пикселей

$N^2 = 10^6$ и угле $\theta = 0$ имеем $r_{cor}^{(x)} \approx r_{cor}^{(y)} \approx 1$ мкм.

Особенности фазовой модуляции сказываются на значениях параметров $\langle R \rangle$, $\langle R^2 \rangle$ и ярко проявляются при расчете функции распределения.

Статистика рассеянного поля при фазовой модуляции Изучим статистику рассеянного поля при фазовой модуляции. Коэффициент отражения от каждого пикселя SLM представим в виде

$$R_{pq}(t) = e^{i\phi_{pq}(t)}. \quad (3.28)$$

Флуктуации фаз в пикселях полагаем статистически независимыми, многомерная функция распределения фаз в этом случае

$$w(\phi_{-M,-M}, \phi_{-M+1,-M+1}, \dots, \phi_{M-1,M-1}, \phi_{M,M}) = \prod_{p,q=-M}^M w(\phi_{pq}). \quad (3.29)$$

Функции распределения фаз считаем равномерно распределенными на интервале периодичности как в пространстве при изменении индексов p, q , так и по времени:

$$w(\phi_{pq}(t)) = 1/2\pi, \quad -\pi \geq \phi_{pq} \leq \pi, \quad p, q \in [-M, M]. \quad (3.30)$$

Естественно полагать, что скачки фазы во времени подчиняются диффузионному закону

$$\langle (\Delta\phi_{pq}(t + \tau, t))^2 \rangle = D\tau, \quad (3.31)$$

где $\Delta\phi_{pq}(t + \tau, t) = \phi_{pq}(t + \tau) - \phi_{pq}(t)$, D - коэффициент диффузии.

Считаем также, что случайный процесс $\phi_{pq}(t)$ обладает эргодическим свойством. В дальней зоне случайное поле представляет собой суперпозицию полей от отдельных пикселей со случайной фазой, и из центральной предельной теоремы следует, что суммарное поле подчиняется гауссовской статистике. Докажем это.

Формула для интенсивности (3.22) соответствует следующему выражению для действительного поля

$$E(\mathbf{r}, l) = \sum_{pq=-M}^M a \cos(\phi_{pq}(t) - \Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y)), \quad (3.32)$$

где амплитуда a не зависит от индексов pq в силу выше принятых приближений. В дальнейшем, чтобы не загромождать формулы, не будем выписывать в явном виде переменные, от которых зависит E .

Удобный способ нахождения функции распределения $w(E)$ основан на характеристической функции (ХФ)

$$\begin{aligned} \theta(v) &= \langle e^{ivE} \rangle = \int e^{ivE} w(E) dE = \\ &= \left\langle \exp\left(iv \sum_{pq=-M}^M a \cos(\phi(t) - \Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y))\right) \right\rangle = \\ \prod_{pq=-M}^M &\left\langle \exp\left(iva \cos(\phi(t) - \Phi_{pq}^{(\Lambda)}(x, y))\right) \right\rangle = J_0^{N^2}(av). \end{aligned} \quad (3.33)$$

$J_0(z)$ - функция Бесселя нулевого порядка от действительного аргумента. При расчёте (3.33) использовано свойство (3.29).

Функция распределения $w(E)$ находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$w(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(v) e^{-ivE} dv. \quad (3.34)$$

Чтобы вычислить $w(E)$, воспользуемся следующим приемом [?]. Согласно (3.32), значения E лежат в интервале $-A \geq E \leq A$, $A = N^2 a$, поэтому $w(E)$ можно разложить в ряд Фурье

$$w(E) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(-i\pi k E/A). \quad (3.35)$$

Коэффициенты c_k равны

$$c_k = \frac{1}{2A} \int_{-A}^A w(E) \exp(-i\pi k E/A) dE \quad (3.36)$$

и с точностью до множителя $\frac{1}{2A}$ совпадают с ХФ E для величины $\pi k/A$.

Для распределения $w(E)$ в результате получаем

$$w(E) = \frac{1}{2A} [1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_0^{N^2}(\pi k a/A) \cos(\pi k E/A)]. \quad (3.37)$$

Формула (3.37) справедлива для произвольного числа N . Численный анализ выражения (3.37) показывает, что с ростом числа N распределение $w(E)$ стремится к гауссовскому.

Убедиться в этом можно и аналитически, используя кумулянтный анализ. Введем новую случайную переменную $\xi(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r}, l)/N$ и найдём закон её распределения. Характеристическая функция случайного процесса $\xi(\mathbf{r})$ равна

$$\theta_\xi(v) = \langle e^{iv\xi} \rangle = J_0^{N^2}(av/N). \quad (3.38)$$

Найдём кумулянты распределения:

$$\kappa_m = (-i)^m \left[\frac{d^m}{dv^m} \ln \theta_\xi(v) \right]_{v=0}. \quad (3.39)$$

Удобно воспользоваться разложением функции Бесселя

$$J_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}. \quad (3.40)$$

Все нечетные кумулянты оказываются равными нулю. Для первых двух четных кумулянтных имеем

$$\kappa_2 = -\frac{1}{2}a^2, \kappa_4 = -\frac{3}{8}\left(\frac{a}{N}\right)^2 a^2. \quad (3.41)$$

Отсюда следует, что при $N \gg 1$ отношение $\kappa_4/\kappa_2 \ll 1$, и можно ограничиться учетом только кумулянта κ_2 . Тогда для ХФ имеем

$$\theta_\xi(v) = e^{-(av)^2/4}. \quad (3.42)$$

Выполняя преобразование Фурье (3.42), находим функцию распределения $w(\xi)$, и, учитывая связь между ξ и E , получим функцию распределения гауссовского вида:

$$w(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{E^2}{2\sigma^2}\right], \quad (3.43)$$

где дисперсия $\sigma^2 = N^2 a^2/2$.

Таким образом, пространственная фазовая модуляция когерентного излучения при помощи SLM формирует поле в дальней зоне с гауссовской статистикой, подобной тепловому излучению. Иначе говоря, SLM является источником так называемого, псевдотеплового излучения.

3.1.3. Особенности источника псевдотеплового излучения на основе SLM

На рис. (3.6) изображена схема экспериментальной установки для изучения особенностей статистических свойств псевдотеплового света, генерируемого с помощью фазового жидкокристаллического пространственного модулятора света модели SLM-100 от Santec.

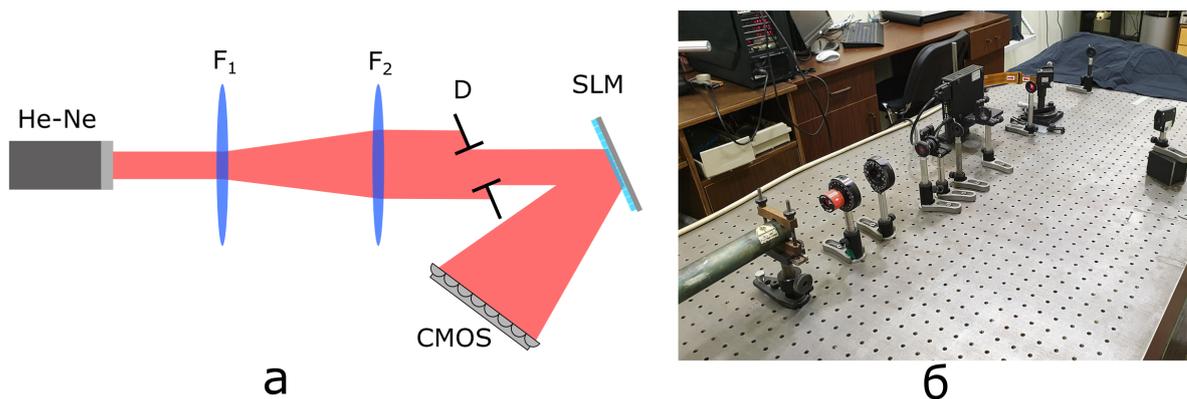


Рис. 3.6: Схема (а) и фотография (б) экспериментального стенда для исследования статистических свойств псевдотеплового излучения получаемого в результате рассеивания лазерного излучения на пространственном фазовом модуляторе света.

В качестве источника выбран He-Ne лазер с длиной волны излучения 632.8 нм, работающий в непрерывном режиме. Пучок излучения имеет вертикальную поляризацию в лабораторном базисе, а его диаметр на выходе лазера составляет примерно 0.4 мм. После лазера излучение проходит через расширитель, который увеличивает диаметр лазерного пучка до 5 мм и коллимирует его.

Лазерный пучок падает на диафрагму, которая имеет квадратную форму. Она установлена параллельно плоскости SLM, что обеспечивает неизменность засвеченной площади поверхности SLM при его повороте во время эксперимента. Сам модулятор света также установлен на вращающейся подвижке с точностью позиционирования $\sim 2''$. Размер рабочей области SLM, т.е. количество задействованных пикселей, определяется апертурой диафрагмой. После модуляции излучение регистрируется в области между первым и вторым горизонтальными дифракционными максимумами с помощью 8-битной CMOS камерой Thorlabs с пикселями с линейным размером 5.2 мкм. Такой выбор области наблюдения обусловлен тем, что в дифракционных максимумах присутствует остаточная компонента когерентного излучения лазера, которая искажает статистические свойства получаемого света.

Заметим, что полный размер матрицы модулятора 1440x1050 пикселей, а размер одного пикселя 10.4 мкм. Расстояние до камеры является гибким параметром, который менялся в зависимости от условий эксперимента. Управление модулятором, камерой и обработка итоговых изображений производится при помощи специального программного обеспечения. Программа позволяет задать фазовую маску или набор случайных фазовых масок на SLM, произвести съемку промодулированного излучения для каждой маски и провести обработку полученных изображений. В результате обработки программа выдает значение нормированной автокорреляционной функции интенсивности $g^{(2)}$ и значения радиусов корреляций вдоль ортогональных направлений в поперечной плоскости пучка.

Для процедуры статистического усреднения требуется большой набор измерений формируемого спекл-поля. Для этого заранее сгенерированные маски последовательно выводились на пространственный модулятор света с помощью открытой библиотеки OpenCV. Создание маски на пространственном модуляторе света осуществлялось с помощью генерации случайного числа в диапазоне от 0 до 1023 для каждого пикселя модулятора. Где значение 0 - соответствует нулевой фазовой задержке, тогда как 1023 задержка в 2π . Полученная таким образом маска подается на модулятор. Типичный вид случайной маски представлен на рис. 3.7.

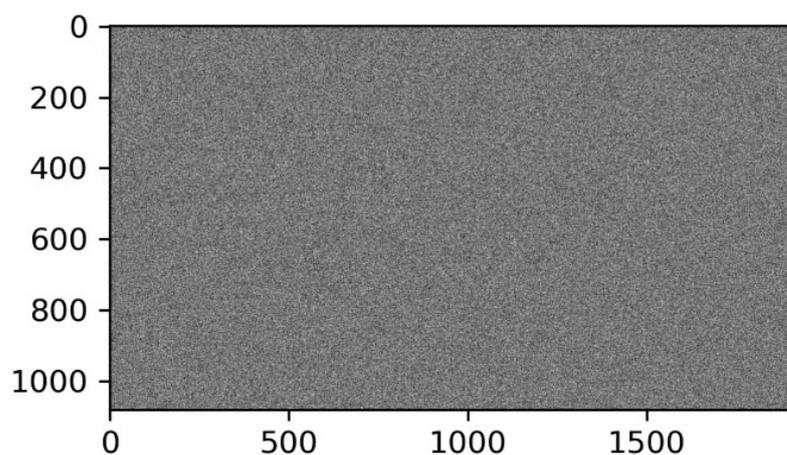


Рис. 3.7: Характерный вид маски, выводимой на SLM.

Измерения проходили по следующей методике. На первом этапе устанавливаются все параметры установки: угол падения излучения на рабочую плоскость SLM, расстояние от SLM до камеры и размер квадратной диафрагмы. Далее с помощью программного обеспечения генерируется случайная маска, значения чисел в которой соответствуют фазовой задержке в диапазоне от 0 до 2π . Затем

маска подается на SLM, а в памяти компьютера сохраняется распределение интенсивности в отраженном от SLM свете. Данная процедура повторяется 1000 раз. В итоге в памяти компьютера сохранены наборы распределений интенсивности, полученных для случайно сгенерированных масок, поданных на SLM при заданных параметрах установки. На четвертом этапе осуществляется обработка сохраненных данных и вычисляются значения нормированной корреляционной функции интенсивности $g^{(2)}$ и значения радиусов корреляций вдоль ортогональных направлений в поперечной плоскости пучка.

Типичный профиль распределения интенсивности света при его отражении от случайного фазового экрана представлен на рис. 3.8(а). Распределение интенсивности представляет собой спекл-структуру.

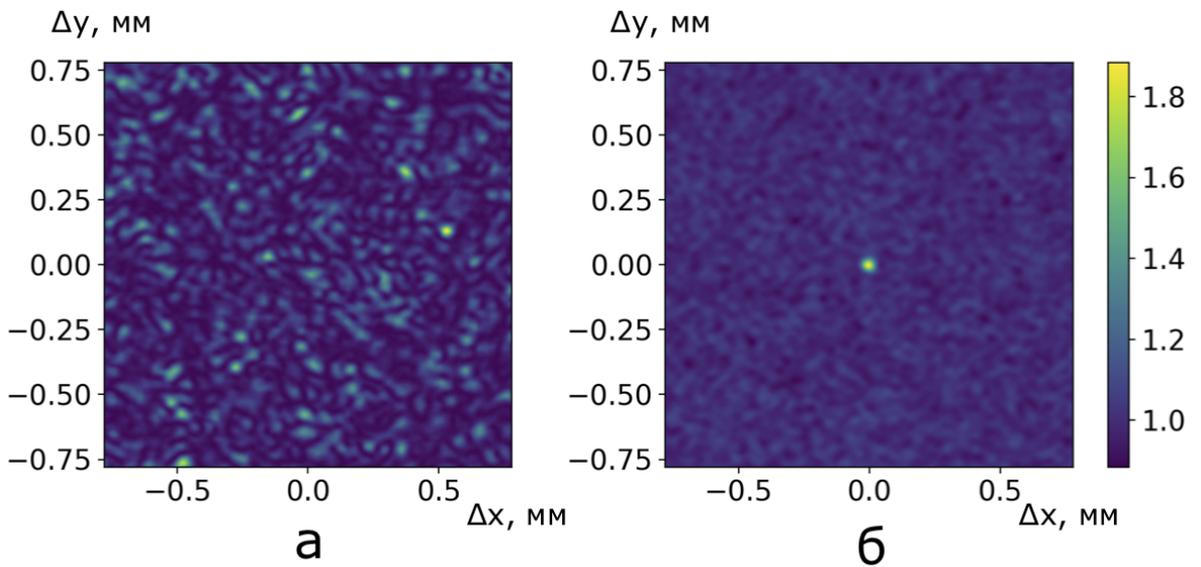


Рис. 3.8: (а)Спекл структура излучения на выходе источника, основанного на SLM; (б) нормированной корреляционной функции интенсивности $g^{(2)}$.

Корреляционная функция $g^{(2)}$ вычисляется из измеренных профилей интенсивности. На всех кадрах в центральной области пучка выбирался пиксель с координатами (x_0, y_0) и пиксель с координатами (x_l, y_l) . Расстояние между пикселями по горизонтальной (x) и вертикальной (y) осям: $\Delta x = x_l - x_0$, $\Delta y = y_l - y_0$. Усреднение производилось по реализациям (по 1000 кадрам) по следующей формуле:

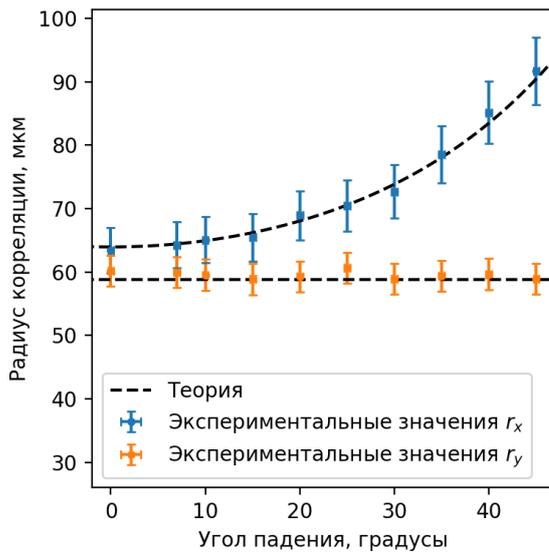
$$g^{(2)}(\Delta x, \Delta y) = \frac{\sum_{n=1}^N J_n(x_0, y_0) J_n(x_l, y_l)}{\sum_{n=1}^N J_n(x_0, y_0) \sum_{n=1}^N J_n(x_l, y_l)}, \quad (3.44)$$

где n – это номер кадра, N – общее количество кадров, $J_n(x_0, y_0)$ и $J_n(x_l, y_l)$ – измеренные интенсивности в пикселях (x_0, y_0) и (x_l, y_l) в n -м кадре. Описанная

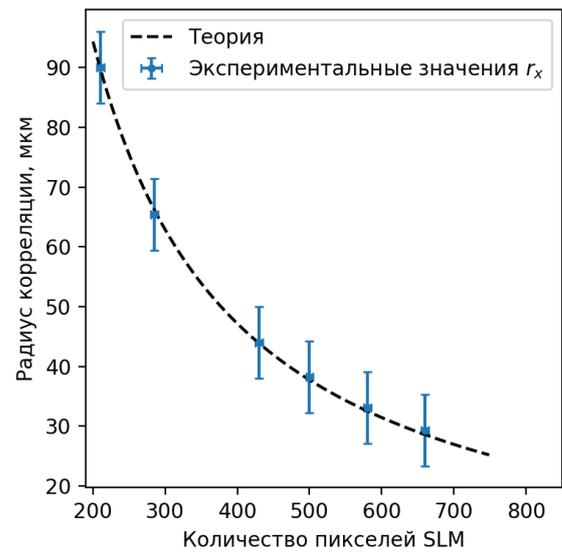
выше процедура повторялась для заданного (x_0, y_0) и всех возможных (x_l, y_l) . Типичный вид $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y)$ представлен на рис. 3.8(б). Видно, что величина функции $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y)$ близка к 2 только в ограниченной области пространства. Размер этой области определяется радиусом корреляции излучения вдоль осей x и y .

Радиусы корреляции вдоль осей x и y вычислялись как полуширины функций $g^{(2)}(\Delta x, 0)$ и $g^{(2)}(0, \Delta y)$. Для увеличения точности выбирались различные 30 пикселей и строились 30 корреляционных функций. При этом, радиусы корреляции вычислялись как средние по 30 измерениям. Время выдержки при съемке кадров выбиралось таким образом, чтобы был задействован весь динамический диапазон камеры (от 0 до 200).

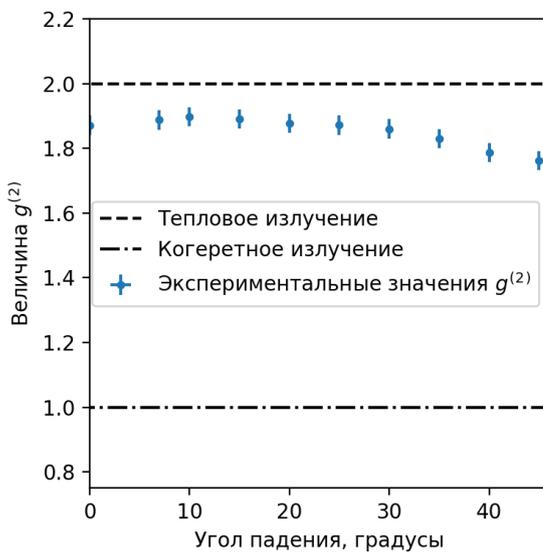
Так как метод фантомных изображений чувствителен к статистическим свойствам излучения, были проведены исследования зависимости радиуса корреляции и величины $g^{(2)}(\Delta x, \Delta y)$ от экспериментально изменяемых параметров. Экспериментально обнаружен теоретически предсказанный эффект анизотропии радиуса корреляции при наклонном падении когерентного света на SLM (рис. 3.9(а)). При увеличении угла падения наблюдается увеличение радиуса корреляции по одной из осей, при этом, наблюдается лишь незначительное уменьшение параметра $g^{(2)}$. При этом величина $g^{(2)}$ (рис. 3.9(б)), остается близкой к 2, что свидетельствует о том, что статистика поля остается близкой к тепловой при изменении угла падения от 0 до 45° . Эксперименты также показали, что радиус корреляции, как и следовало ожидать, уменьшается при увеличении количества задействованных пикселей (рис. 3.9(в)), а при увеличении расстояния до плоскости наблюдения радиус корреляции растет (рис. 3.9(г)).



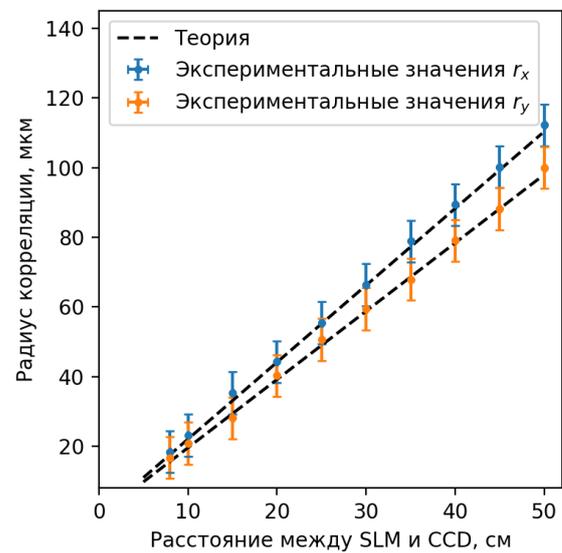
а



б



в



г

Рис. 3.9: Зависимости величины корреляционной функции $g^{(2)}$ и радиуса корреляции вдоль осей x и y от экспериментально изменяемых параметров: а) радиус корреляции как функция угла падения лазерного пучка на SLM при расстоянии до SLM 30 см и размере диафрагмы 4 мм; б) радиус корреляции в зависимости от количества задействованных пикселей SLM при угле падения 15° и расстоянии до SLM 30 см; в) значение функции $g^{(2)}$ в зависимости от угла падения на SLM при расстоянии до SLM 30 см и размере диафрагмы 4 мм; г) радиус корреляции как функция расстояния от SLM до плоскости наблюдения при угле падения 15° и размере диафрагмы 4 мм.

3.2. Экспериментальная методика получения фантомных изображений в псевдотепловом излучении

Рассмотрим теперь схему классическая ФП основанную на источнике псевдотеплового неполяризованного света с матовыми дисками[82, 84] (рис. 3.10).

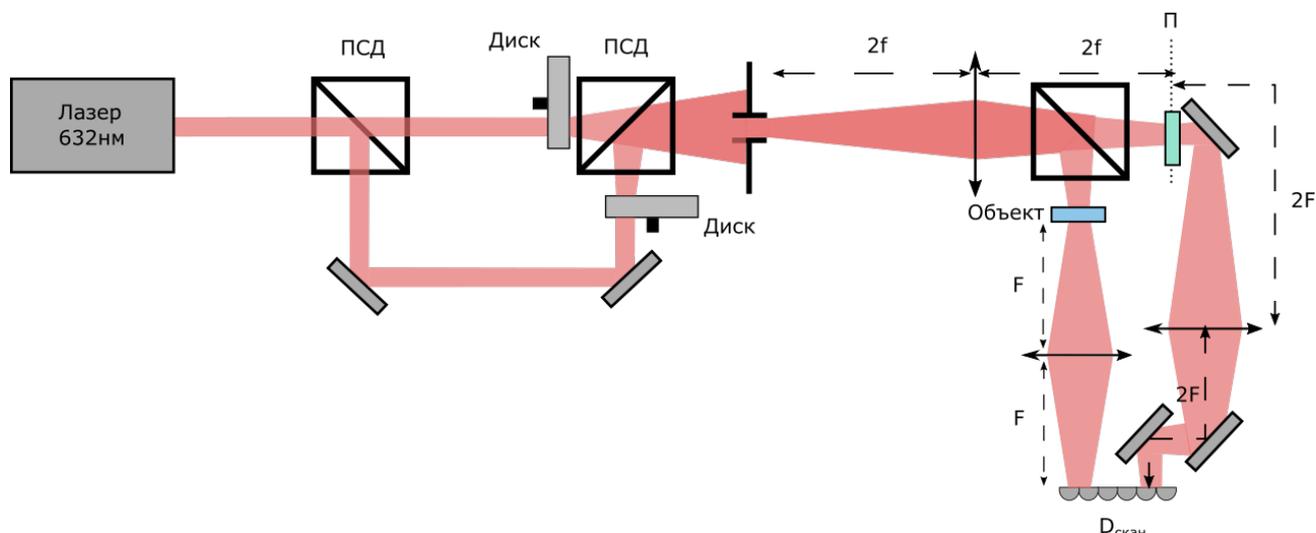


Рис. 3.10: Принципиальная схема экспериментальной установки для реализации классической ФП. В состав установки входят источник деполяризованного псевдотеплового света, формирующие диафрагмы, коллимирующая и фокусирующая линзы, неполяризующий светоделитель, поляризационно-чувствительный образец, который помещается в предметное плечо, линейный поляризатор, установленный в восстанавливающее плечо; ПЗС-датчик

Апертура $D1$ ($d = 3$ мм) - выходная плоскость источника излучения. Линза $L1$ ($f = 17,5$ см), помещенная на расстоянии $2f$ от $D1$, переносит изображение плоскости $D1$ в объектную плоскость. Светоделитель BS , установленный после линзы, создает два эквивалентных пучка и направляет их в объектное и восстанавливающее плечи. В объектном плече свет, проходящий через объект, собирается линзой $L2$ с фокусным расстоянием $F = 9,5$ см и фокусируется на ПЗС-датчике в область с линейным размером 1,3 мм. В экспериментальной установке мы используем один и тот же ПЗС-датчик для регистрации излучения в обоих плечах. Последнее сделано из соображений упрощения эксперимента и не нарушает общности предложенного метода классической ФП. Действительно, для регистрации излучения объектного и восстанавливающего плеч используются разные непересекающиеся участки светочувствительной матрицы ПЗС. Кроме того, сигналы от всех пикселей области «объекта» суммируются, формируя выходной сигнал, про-

порциональный суммарной интенсивности, тем самым полностью имитируется работа суммирующего-детектора. В восстанавливающем плече размещен линейный поляризатор, и его ориентация может быть изменена во время измерений. Объектив $L3$ с фокусным расстоянием $F = 9,5$ см расположен на расстоянии $2F$ от сопрягающей плоскости, а ПЗС — на расстоянии $2F$ от объектива. Итак, изображение луча на ПЗС-датчике представляет собой перевернутое с коэффициентом увеличения 1 изображение профиля интенсивности $I(\mathbf{r})$ на поверхности объекта. Размер восстанавливающего пучка на ПЗС-сенсоре составляет около 3 мм. ПЗС CSDU-285 имеет полный размер матрицы 1392×1032 пикселей. Каждый пиксель имеет форму квадрата со стороной 6,45 мкм.

В соответствии с теоретическими выкладками проводятся измерения необходимых корреляционных функций для каждого пикселя ПЗС-матрицы с координатой. При измерении с помощью ПЗС матрицы производится последовательная съемка кадров. Так, для расчета одной корреляционной функции необходимо сделать 4000 независимых фотографий. Как отмечалось выше, время корреляции нашего источника порядка 5 мс, в связи с этим выдержка одного кадра устанавливалась равной 50 мкс, а временная задержка между кадрами 120 мс. Расчет корреляционных функций проводился по формуле (2.10).

Получив серию снимков для каждой поляризационной компоненты, мы имеем 3 набора фотографий. Каждая фотография представляет собой 2D массив, в каждом элементе содержится информация о средней интенсивности излучения в данном участке пространства. Было написано программное обеспечение на языке Python 3 для обработки данных массивов.

Программно происходит разбиение областей на объектную и восстанавливающую. В области объектного пучка, для демонстрации фантомного принципа, камера работает в интегральном режиме, т.е. значения интенсивностей в элементах, попавших в объектную зону, суммируются, что приводит к уничтожению информации о пространственном распределении интенсивности в этом плече. В восстанавливающем плече сохраняется вся информация, однако, в нем нет информации об объекте.

Далее, с помощью функции разработанного программного обеспечения, происходит вычисление корреляционной функции между суммарной интенсивностью в объектном плече и каждым пикселем в восстанавливающем, для каждой поляризационной компоненты отдельно:

$$G(i, j) = \sum_{k=1}^N (I_k^{(i,j)} - \langle I^{(i,j)} \rangle)(I_k^{(o)} - \langle I^{(o)} \rangle). \quad (3.45)$$

- где $I_k^{(i,j)}$ - интенсивность в i, j пикселе в кадре под номером k в восстанавливаемом канале, $I_k^{(o)}$ - суммарная интенсивность в объектном канале, N - число снимков.

На следующем этапе с помощью программного обеспечения рассчитывает распределение параметров линейной амплитудной анизотропии в соответствии с формулами, которые приведены в теоретическом разделе.

3.3. Поляризационные фантомные изображений в классическом свете

Для демонстрации принципа ФП был создан специальный двумерный четырехсекционный образец. Образец изготавливался на 3D-принтере из непрозрачного пластика с 4-мя одинаковыми квадратными вырезами, три из которых покрывались пленочными поляризаторами с различным направлением азимута анизотропии: секция 1 — 0° относительно горизонтали, секция 2 — 45° , секция 3 — 90° . Секция 4 была покрыта прозрачной неполяризующей пленкой. На рис. 3.11 приведены фотографии образца в поляризованном свете, причем поляризация поворачивалась от снимка к снимку, на 45° .

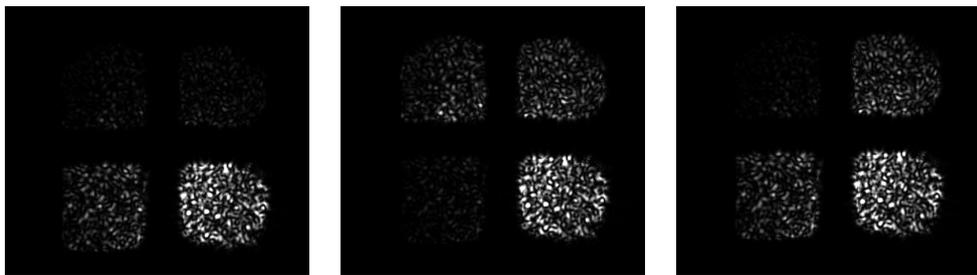


Рис. 3.11: Изображение 4-х секционного образца из пленочного поляризатора при освещении поляризованным спекл полем при трех разных направлениях осей поляризаторов. Секция, расположенная в нижнем правом углу, на всех рисунках всегда остается самой светлой, потому что там ничто не препятствует распространению света.

Для оценки точности методики использовался объект, состоящий из линейного поляризатора наложенного на оптическую щель. Линейный поляризатор облада-

ет однородным распределением азимута анизотропии. При вращении поляризатора относительно направления распространения излучения азимут анизотропии поворачивается на тот же самый угол в линейном базисе.

Как отмечалось выше, для реконструкции поляризационного фантомного изображения необходимо измерить корреляционные функции $G^{(0)}(\mathbf{r})$, $G^{(\pi/4)}(\mathbf{r})$, $G^{(\pi/2)}(\mathbf{r})$, которые изображены на рис. 3.12(b,d). Каждый пиксель на рис. 3.12(b-d) получен путем усреднения 4000 кадров. Кроме того, поскольку радиус корреляции светового луча в плоскости камеры в несколько раз превышал размер пикселя, для повышения контрастности изображения была проведена процедура увеличения пикселя (binning). Все изображение разбивалось на новые пиксели размером 8x8 исходных пикселей ПЗС с усредненной по исходным пикселям информацией. Увеличенные таким образом пиксели изображены и хорошо видны на рис. 3.12(b-d).

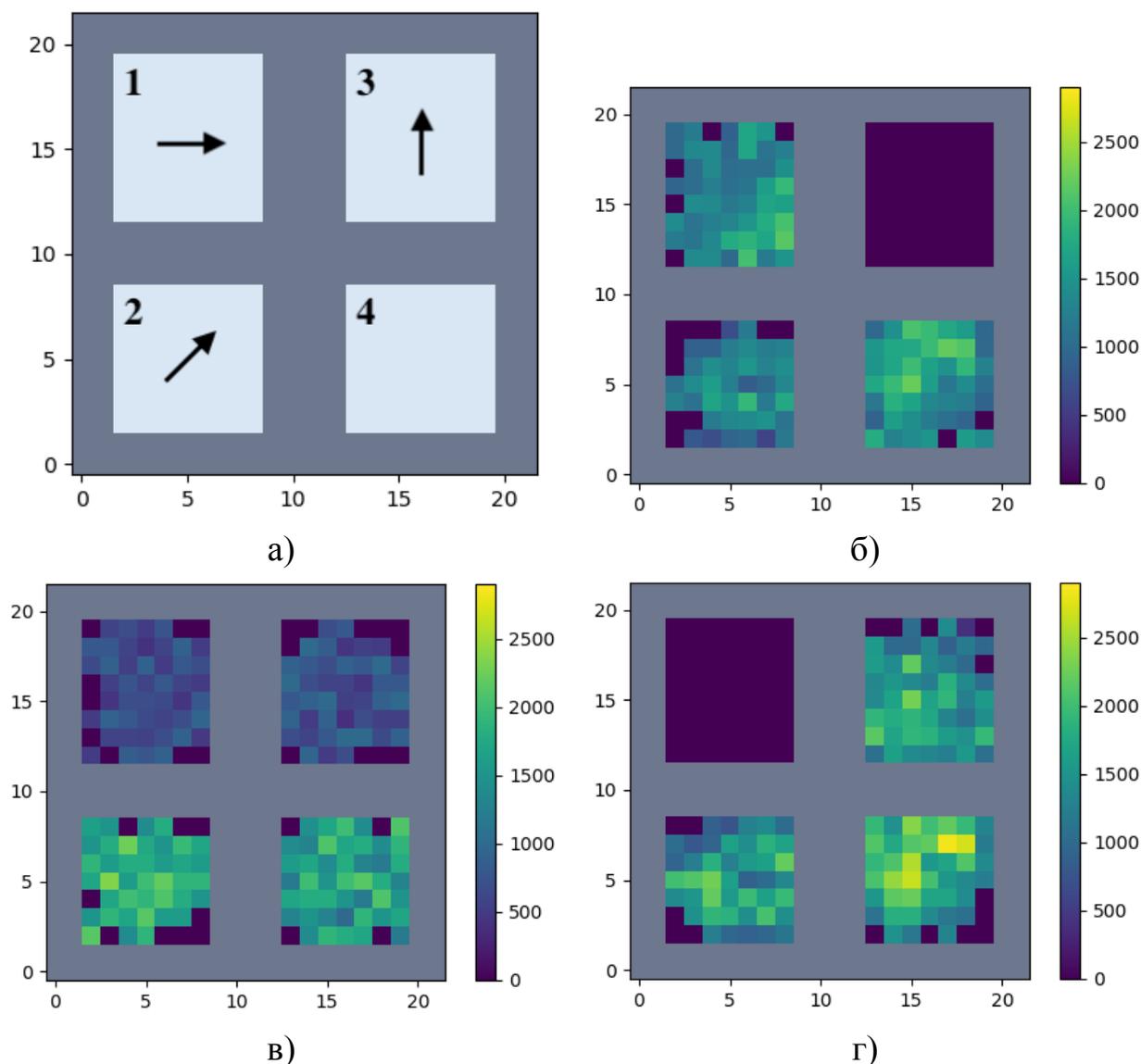


Рис. 3.12: Амплитудные фантомные изображения 4-х секционного объекта. (а) Схематическое изображение объекта. В сегменте 1 расположен поляризатор, ориентированный вдоль оси x , в сегменте 2 - под углом $\frac{\pi}{4}$, в сегменте 3 - под углом $\frac{\pi}{2}$, а в сегменте 4 содержит неполяризующую пленку; (б), (в) и (г) Экспериментально измеренные корреляционные функции $G^{(0)}(\mathbf{r})$, $G^{(\pi/4)}(\mathbf{r})$ и $G^{(\pi/2)}(\mathbf{r})$, соответственно. Масштабы по горизонтальной и вертикальной осям одинаковы для всех изображений и даны в пикселях. Всей шкале соответствует 1200 мкм. Цветом отображены значения $G^{(\alpha)}(\mathbf{r})$, восстановленные из экспериментальных данных.

Распределения, показанные на рис. 3.12, представляют собой амплитудные фантомные изображения, полученные в поляризованном свете. Заметим, что величины функций $G^{(0)}(\mathbf{r})$, $G^{(\pi/4)}(\mathbf{r})$, $G^{(\pi/2)}(\mathbf{r})$ внутри отдельных секций флуктуируют. В данном эксперименте это происходит потому, что распределение интенсивности используемого пучка неравномерно. Однако, как видно из уравнений (2.14) и (2.15), поляризационные изображения не должны искажаться, что является дополнитель-

ным преимуществом нашего метода ФП .

Зная все 3 корреляционные функции $G^{(\alpha)}(\mathbf{r})$ можно восстановить поляризационные изображения $P(\mathbf{r})$ и $\theta(\mathbf{r})$ в соответствии с уравнениями (2.14) и (2.15). Во-первых, необходимо восстановить распределение величины анизотропии $P(\mathbf{r})$. Для выбранного объекта значение анизотропии $P(\mathbf{r})$, рассчитанное по уравнению 2.14, оказывается равномерно распределенным в пределах каждого сечения. В секциях 1-3 величина $P(\mathbf{r}) = 0.18 \pm 0.01$, а в секции 4, где нет поляризатора, $P(\mathbf{r}) = 0.98 \pm 0.05$. Зная $P(\mathbf{r})$ и используя уравнение 2.15, мы можем восстановить $\theta(\mathbf{r})$. Результат представлен на рис. 3.13.

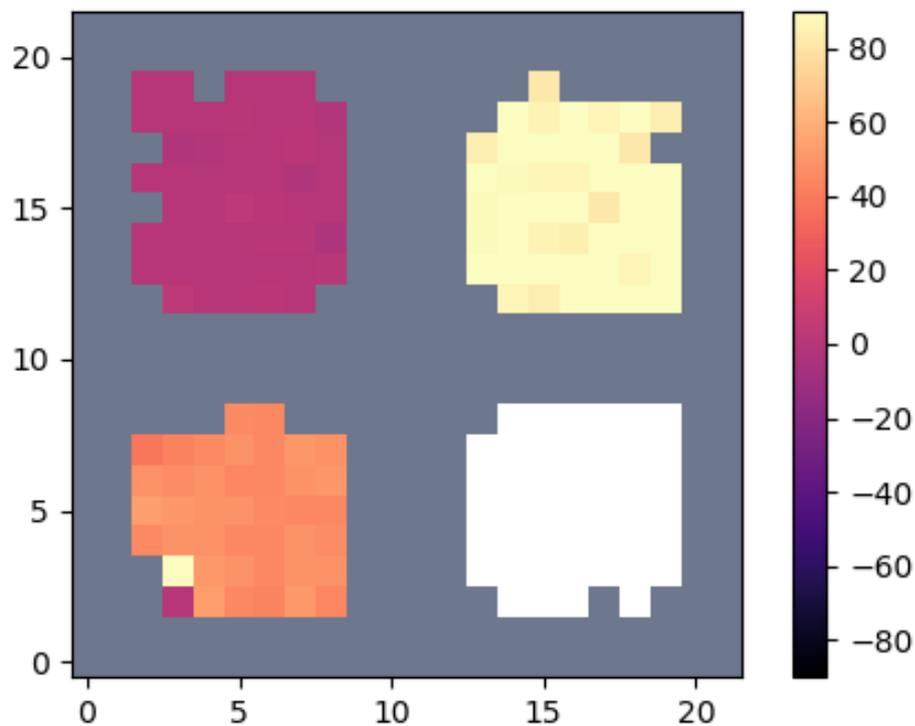


Рис. 3.13: Поляризационное фантомное изображение $\theta(\mathbf{r})$ 4-х секционного образца. Цветная полоса отображает значения $\theta(\mathbf{r})$ (в градусах), восстановленные из экспериментальных данных. Серый цвет соответствует непрозрачным областям, а белый — области без дихроизма (участок без поляризатора).

Видно, что значения угла $\theta(\mathbf{r})$ в каждом сечении в пределах погрешности эксперимента 8%, корректно восстанавливаются, что доказывает применимость предложенной концепции ФП к объектам, поляризационные свойства которых можно интерпретировать как линейный дихроизм. Отметим, что по аналогии с обычным принципом фантомных изображений уровень ошибки может быть снижен за счет увеличения числа измерений каждой корреляционной функции. Однако, целью эксперимента является демонстрация концепции ФП.

Рассмотрим теперь объект состоящий из поляризатора наложенного на оптическую щель. В этом эксперименте исследовалось распределение модуля азимута анизотропии $|\theta(\mathbf{r})|$, а величина анизотропии была близка к нулю, поэтому для построения ПФИ использовалась формула 2.18. Сначала, из экспериментальных данных формируются два изображения объекта, представленных на рис. 3.14, где в каждом пикселе хранится значение корреляционной функции для x и y поляризаций соответственно. В этом эксперименте поляризатор, наложенный на щель, был повернут на 50° относительно базисного направления x . На рис. 3.14(а) - $G_x(i, j)$ нормированная корреляционная функция для поляризатора в восстанавливающем плече в положении x , на рис. 3.14(б) - $G_y(i, j)$ нормированная корреляционная функция для поляризатора в восстанавливающем плече в положении y . Корреляционные функции нормировались на дисперсию интенсивности.

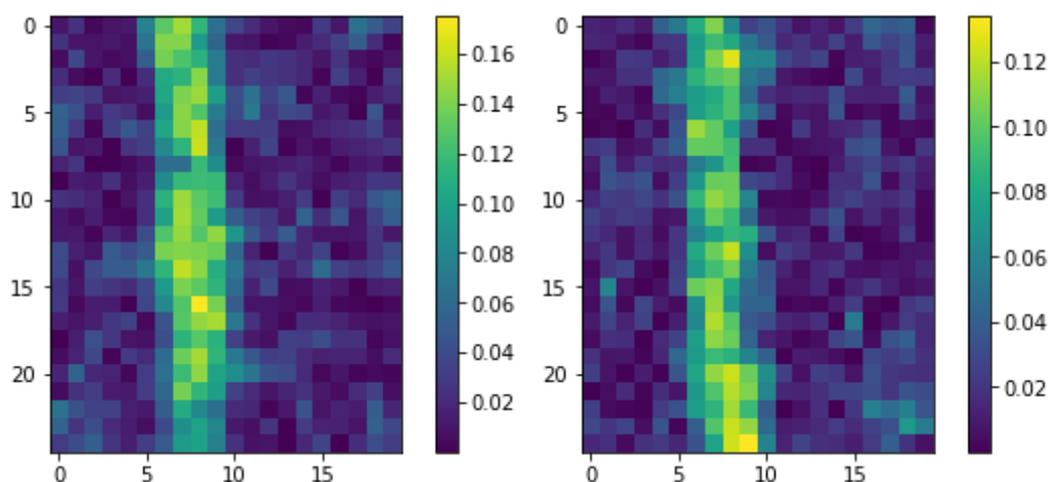


Рис. 3.14: а) фантомное изображение щели с поляризатором в опором плече в положении x , б) фантомное изображение щели с поляризатором в восстанавливающем плече в положении y . Градация цвета означает уровень корреляций. Исходное изображение сжато в 8 раз.

В случае вычисления отношения $G_y(\mathbf{r})$ и $G_x(\mathbf{r})$ с пространственным разрешением, нужно учитывать, что в точках вне щели, где значение этих функций определяется шумовыми корреляциями из-за неидеальности источника, такое отношение даст случайное число. Чтобы избежать этого, вычисление производится только в тех случаях, когда $G_y(i, j)$ и $G_x(i, j)$ превышали определенный порог. В качестве порога была выбрана величина 30% от максимального значения нормированной корреляционной функции.

В этом эксперименте щель расположена параллельно оси ординат. Прове-

дем усреднение горизонтальных пикселей вдоль всех вертикальных пикселей, т.е. посчитаем $\langle G_y(j) \rangle_i$ и $\langle G_x(j) \rangle_i$. Результат представлен на рис. 3.15.

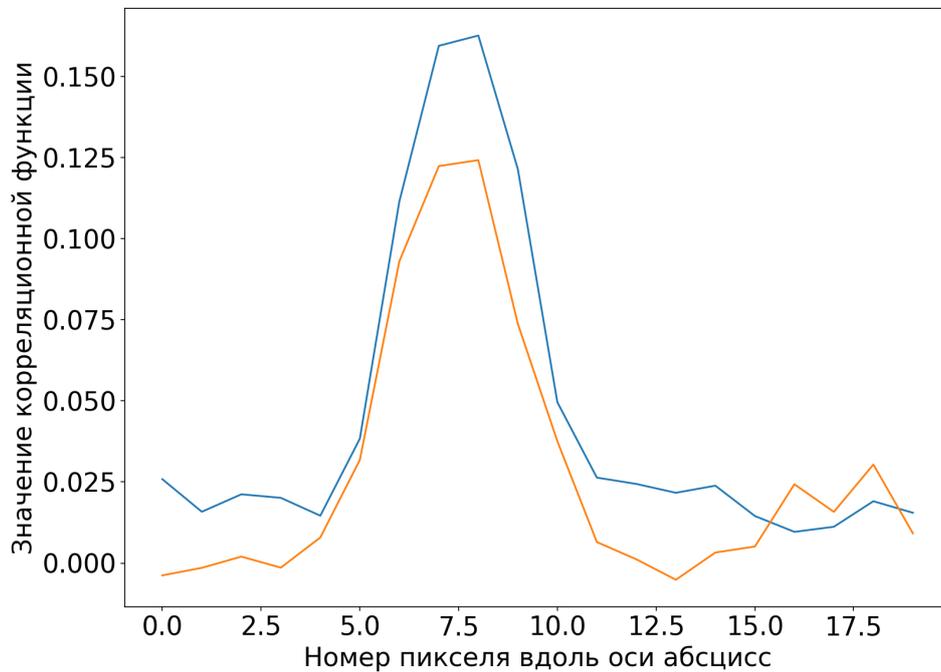


Рис. 3.15: Усредненные по i значения $G_y(\mathbf{r})$ и $G_x(\mathbf{r})$. Синий цвет - усредненная корреляционная функция для y компоненты $\langle g_y(j) \rangle_i$; оранжевый цвет - усредненная нормированная корреляционная функция для x компоненты $\langle g_x(j) \rangle_i$. Угол наклона поляризатора в объекте 50° .

В этом случае внутри щели восстановленный угол наклона поляризатора имеет следующий вид:

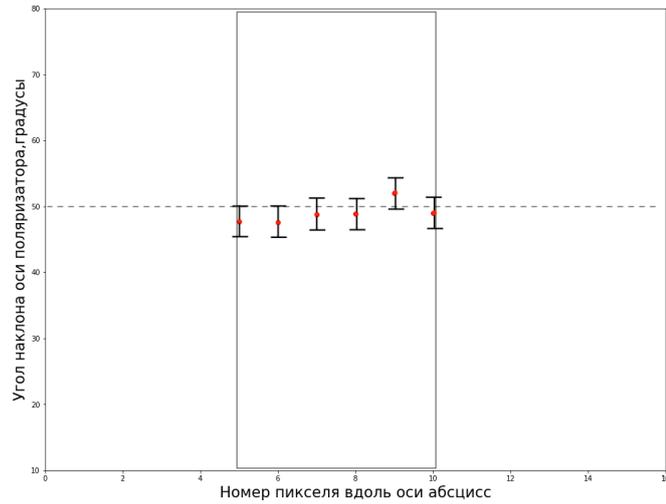


Рис. 3.16: Восстановленное значение угла наклона оси поляризатора в зависимости от номера пикселя вдоль оси абсцисс. Реально выставленный угол наклона оси поляризатора 50° . На щель приходится 6 пикселей, каждый из которых определяется линейным размером 45 мкм.

При этом среднее значение восстановленного модуля азимута линейной амплитудной анизотропии в центре щели:

$$|\theta| = (48.62 \pm 2.27)^\circ. \quad (3.46)$$

Были проведены аналогичные измерения для разных заданных значений азимута анизотропии (различные ориентации поляризатора) и получена следующая кривая (рис. 3.17):

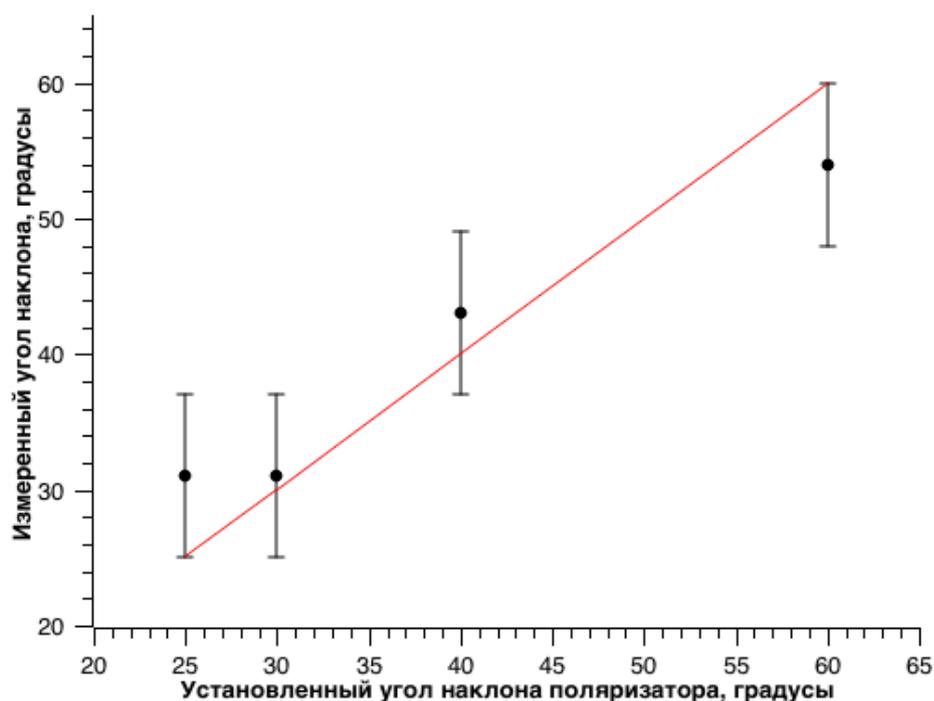


Рис. 3.17: Зависимость восстановленного угла наклона поляризации от реально выставленного

Из приведенного графика видно, что измеренные значения, с учетом погрешности, лежат в рамках теоретической кривой. Проведенные экспериментальные исследования демонстрируют хорошее согласование с теорией несмотря на наличие ошибки измерения (порядка 8%).

3.4. Выводы

1. С использованием матовых дисков собран лабораторный источник неполяризованного псевдотеплового излучения, с радиусом корреляции 56 ± 3.2 мкм и степенью деполяризации $93 \pm 3\%$. На основе фазового пространственного жидкокристаллического модулятора света создан источник поляризованного псевдотеплового излучения с регулируемым радиусом корреляции в диапазоне от 10 до 100 мкм и степенью деполяризации $4 \pm 2\%$
2. Создан экспериментальный стенд, реализующий принцип классической фантомной поляриметрии. Классическая ФП применена к объектам, обладающим неоднородным пространственным распределением линейного дихроизма. Полученные экспериментальные распределения азимута анизотропии $\theta(\mathbf{r})$ и величины анизотропии $P(\mathbf{r})$ хорошо сходятся с предсказанными зна-

чениями. Точность определения $\theta(\mathbf{r})$ составила 8%, а $P(\mathbf{r})$ – 4%.

Глава 4

Экспериментальная реализация фантомной поляриметрии в квантовом свете

В этой главе представлены результаты по экспериментальной реализации ФП в квантовом свете. Разработанные стенды основаны на достижениях метода фантомных изображений в свете бифотонов, генерируемых в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР). Сам процесс СПР уже детально изучен (см., например, работы [60, 89, 102, 103, 104, 105]) и, в частности, установлено, что генерируемые фотонные пары коррелируют по времени рождения, поляризации, а также обладают запутанностью по импульсу. Особенностью экспериментальной работы с малофотонным светом является то, что для регистрации одиночных фотонов требуется чувствительное оборудование. В **Главе 2** упоминалось, что в качестве детекторов могут быть использованы счетчики одиночных фотонов в совокупности с время-цифровым преобразователем. Эта комбинация позволяет осуществлять регистрацию отдельных фотонов с высокой точностью и, более того, реализовывать схемы совпадений.

4.1. Экспериментальная методика для получения фантомных поляризационных изображений в свете СПР источника

Как было показано в **Главе 2**, квантовая ФП может быть реализована с помощью источника на основе эффекта спонтанного параметрического рассеяния

(СПР). В эксперименте в качестве источника бифотонов используется нелинейный кристалл *BBO* толщиной 0.5 мм. В этом кристалле осуществляется процесс спонтанного параметрического рассеяния (СПР), когда один фотон накачки распадается на два (сигнальный и холостой). Накачкой служит излучение диодного лазера на длине волны $\lambda_{pump} = 405$ нм и длиной когерентности 1 м. Размер пучка накачки ~ 1.1 мм. Кристалл вырезан таким образом, что вдоль конуса с углом раствора 3° распространяются сигнальные и холостые фотны СПР на длине волны 810 нм (вырожденный неколлинеарный режим, тип-1). В качестве объектного и восстанавливающего каналов выбираются «условные» линии, которые лежат в плоскости разрезающей указанный конус на две равные части и параллельной плоскости стола. Нас интересует спектральная область СПР вблизи вырожденного режима на 810 нм. Ориентация кристалла такова, что направление поляризации генерируемых фотонов совпадает с лабораторной осью *X* (горизонтальная ось в плоскости перпендикулярной к направлению распространения пучка накачки).

Описанный СПР-источник использован при создании экспериментальных установок, реализующих ФП в квантовом свете. Точнее сказать, собраны две установки с несколько отличающимися оптическими схемами (см. рис. 4.1).

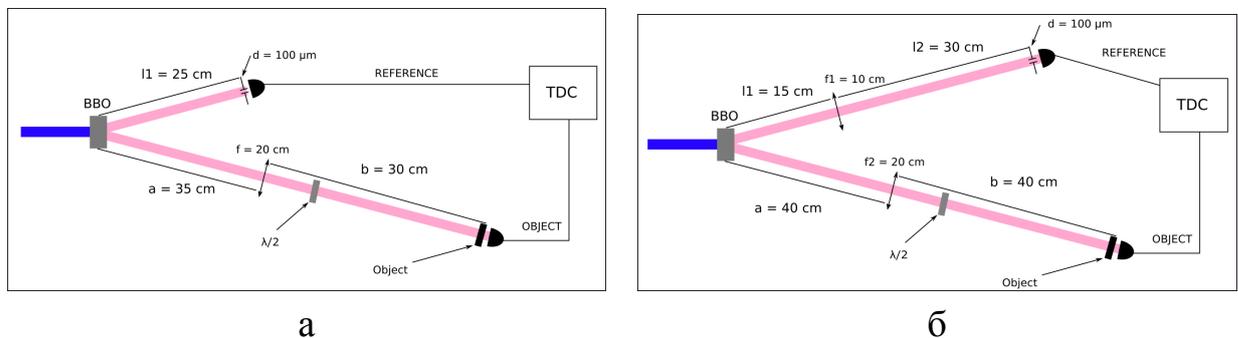


Рис. 4.1: Схемы экспериментальных установок, реализующих принцип фантомной поляриметрии в квантовом свете: а) однолинзовая схема б) двухлинзовая схема.

Розовым цветом на рисунках изображены направления распространения фотонов из СПР-источника. Объект помещается в нижний (объектный) канал непосредственно перед коллиматором оптоволоконна, соединенного с волоконным входом счетчика одиночных фотонов. В установке использовались коллиматоры с фокусным расстоянием 7, 5 мм. Верхний канал является восстанавливающим. В этом канале перед коллиматором волокна помещается сканирующая щель, которая может перемещаться перпендикулярно направлению распространения фотонов. Перед коллиматорами установлены интерференционные фильтры, пропускающие

излучение СПР на длинах волн от 805 нм до 815 нм. Конфигурации установок отличаются количеством используемых линз. Положения линз указаны на рисунках. В созданных установках для регистрации фотонов использовались счетчики одиночных фотонов SPD_V1 и время-цифровой преобразователь TDC-6, изготовленные коллективом. Подробное описание этих приборов, разработанных при участии автора данной диссертации, приведено в работах [82, 83]. Отметим, что в предложенных конфигурациях могут быть получены как амплитудные, так и поляризационные фантомные изображения в однофотонном режиме.

Конфигурация, представленная на рис. 4.1(а), использует принцип схемы, в которой впервые экспериментально получено двухфотонное амплитудное фантомное изображение [88]. Как и в упомянутой работе, в качестве источника света мы используем поток бифотонов от СПР-источника, работающего в вырожденном по частоте режиме. Размер пучка СПР на выходе из кристалла составлял около 0,5 мм. В нашей схеме в восстанавливающем плече установлена сканирующая щель (рис. 4.1(а)) размером $d = 100$ мкм на расстоянии $l_1 = 25$ см от кристалла. Сразу за щелью находится коллиматор диаметром ~ 9 мм, который собирает фотоны, прошедшие через щель и входная апертура коллиматора. В объектном плече расположена линза с фокусным расстоянием $f = 20$ см на расстоянии $a = 35$ см от кристалла. После линзы стоит пластинка $\lambda/2$, которая позволяет реализовать два режима регистрации ФИ с горизонтальной и вертикальной поляризацией фотонов падающих на объект.

На расстоянии $b = 30$ см от линзы находится объект (размер пучка СПР на объекте 0,9 мм). После него расположен коллиматор собирающего (bucket) детектора. Геометрия системы удовлетворяет соотношению квантового фантомного изображения (предельный случай выражение (2.65), полученного в **Главе 2**):

$$\frac{1}{l_1 + b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}. \quad (4.1)$$

В конфигурации на рис. 4.1(б) в восстанавливающем плече на расстоянии $l_1 = 15$ см от кристалла находится линза с фокусным расстоянием $f_1 = 10$ см, далее на расстоянии $l_2 = 30$ см, находится сканирующая щель размером $d = 100$ мкм. В такой геометрии линза f_1 передает в плоскость щели изображение с поверхности кристалла увеличенное в два раза. Фотоны собираются коллиматором детектора. В объектном канале на расстоянии $a = 40$ см от кристалла находится линза $f_2 = 20$

см. После линзы стоит пластинка $\lambda/2$. Далее на расстоянии от линзы $b = 40$ см стоит объект, а сразу за ним коллиматор собирающего детектора. Линза f_2 передает в плоскость объекта изображение с поверхности кристалла без увеличения. Замети, что подобный выбор положения линз приводит к тому, что масштаб восстанавливаемого распределения увеличен в два раза, по отношению к реальному масштабу. Геометрия системы также удовлетворяет выражению (2.65).

Процесс измерения при формировании поляризационного фантомного изображения в обеих установках происходит одинаковым образом. В восстанавливающем плече проводится сканирование пучка фотонов сканирующей щелью. При каждом положении сканирующей щели происходит регистрация фотоотчетов и регистрация времени их появления. Пример экспериментальных данных представлен в таблице 4.1.

Время регистрации	«Bucket»-сигнал	Сканирующий сигнал	Совпадения
10101	+	+	+
10101	+	+	+
11010	+	-	-
11100	-	+	-
11110	+	+	+

Таблица 4.1: Пример набора экспериментальных данных для одного положения щели.

Первый столбец содержит информацию о времени регистрации фотоотчета в бинарном представлении. Второй и третий столбец содержат информацию о том, был ли зарегистрирован фотоотчет в собирающем и сканирующем детекторах соответственно. Четвёртый столбец отображает факт одновременной регистрации фотоотчетов в объектом и восстанавливающем каналах. Для каждого положения сканирующей щели измерение проводилось для двух положений пластинки $\lambda/2$, а длительность одного измерения составляла 60 с. В результате рассчитывалось количество совпадений за указанный промежуток времени. Описанные конфигурации установки предназначены для исследования процессов формирования поляризационных фантомных изображений объектов, чьи поляризационные свойства ограничены линейным дихроизмом.

4.2. Экспериментальное исследование процесса получения поляризационных фантомных изображений в свете СПР

В Главе 2 обсуждалась теория квантовой ФП в схеме считывания фототока. Однако, с экспериментальной точки зрения, в однофотонном режиме гораздо удобнее работать со схемой совпадений [83, 98]. Ниже для объяснения сущности методики, приведена упрощенная теория, показывающая как могут быть определены поляризационные свойства объекта в методе фантомной поляриметрии в схеме совпадений.

Как обычно, назовем фотоны из СПР-источника сигнальным (signal) и холостым (idler). Сигнальный фотон распространяется в объектном плече. Поляризационные состояния обоих фотонов описываются векторами в двумерных гильбертовых пространствах. Для сигнального фотона базисные вектора $|H_s\rangle$ и $|V_s\rangle$, а для холостого $|H_i\rangle$ и $|V_i\rangle$. В нашей экспериментальной реализации поляризационное состояние пары на выходе СПР-источника: $|\psi_H\rangle = |H_s\rangle \otimes |H_i\rangle$. Где \otimes - знак тензорного произведения. Если на объект попадают горизонтально поляризованные фотоны, то вероятность одновременного детектирования холостого фотона и сигнального фотона, прошедшего через объект, может быть рассчитана по формуле:

$$P_H = |(\cos \theta \langle H_s| + \sin \theta \langle V_s|) \otimes (\langle H_i| + \langle V_i|) |\psi_H\rangle|^2 = \cos^2 \theta. \quad (4.2)$$

В этой формуле учтено, что объект обладает линейной амплитудной анизотропией с величиной анизотропии равной нулю.

Если перед объектом повернуть поляризацию фотона на 90° , то вероятность одновременного детектирования будет:

$$P_V = \sin^2 \theta. \quad (4.3)$$

Пусть N_0 - количество совпадений в условиях, когда объект отсутствует. N_H и N_V - количество совпадений, когда объект освещается горизонтально и вертикально поляризованными фотонами. Тогда можно записать: $P_H = \frac{N_H}{N_0}$, $P_V = \frac{N_V}{N_0}$ и $\frac{P_V}{P_H} = \tan^2 \theta$. В итоге получаем, что

$$|\theta| = \arctan \sqrt{\frac{P_V}{P_H}} = \arctan \sqrt{\frac{N_V}{N_H}}. \quad (4.4)$$

Перейдем теперь к описанию процесса восстановления распределения азимута анизотропии в плоскости объекта методом квантовой ФП. Как уже отмечалось, ФП в случае, когда объект облучается одиночными фотонами, которые запутанны по импульсу с фотонами в восстанавливающем плече, впервые была реализована в рамках данной работы. Для того чтобы продемонстрировать возможность получения пространственного распределения поляризационных свойств объекта мы взяли двойную щель с наложенным поляризатором, поляризационный ось которого был повернут на угол 30° относительно базисного направления H . Размер каждой щели 150 мкм, а расстояние между ними ~ 250 мкм.

Рассмотрим методику, позволяющую получить распределение азимута анизотропии из экспериментальных данных. Разработанная методика применима для получения двумерных фантомных изображений (т.е. двумерного распределения модуля азимута анизотропии) и предполагает использование многопиксельного детектора в восстанавливающем канале. Однако в лабораторном стенде в качестве детекторов в обоих каналах используются однопиксельные детекторы. Но использование в восстанавливающем канале однопиксельного детектора в совокупности со сканирующей щелью позволяет реализовать сканирование, эквивалентное многопиксельному детектированию (с той разнице, что приходится интегрирование вдоль направления щели). Последнее обосновано техническими возможностями, которые ограничены ввиду крайне высокой стоимости требуемых многопиксельных детекторов.

Ниже изложена методика для многопиксельного детектирования, однако, в случае сканирования с однопиксельным детектором, отличие будет заключаться лишь в том, что сигнал будет соответствовать суммарному сигналу всех пикселей, покрывающих щель:

1. Регистрируются фотоотсчеты с двух детекторов. Объект последовательно освещается фотонами с ортогональными поляризациями. Для собирающего детектора записывается время регистрации каждого фотоотчета. Для многопиксельного детектора записывается время регистрации фотоотчета в каждом отдельном пикселе;
2. Объект удаляется из объектного плеча и снова регистрируются фотоотсчеты

с двух детекторов;

3. Для каждого набора данных, полученного выше, производится подсчет количества одновременных фотоотсчетов на собирающем детекторе и в каждом пикселе восстанавливающего плеча;
4. Для каждого пикселя рассчитывается $P_V(i, j)$ и $P_H(i, j)$ - вероятность одновременной регистрации фотоотсчета на собирающем детекторе и в i, j пикселе многопиксельного детектора для V и H поляризации.

$$P_H(i, j) = \frac{N_H(i, j)}{N_0(i, j)}; P_V(i, j) = \frac{N_V(i, j)}{N_0(i, j)}. \quad (4.5)$$

$N_0(i, j)$ - количество совпадений между временем регистрации фотоотсчета в собирающем детекторе и в i, j пикселе в условиях, когда объект отсутствует. $N_H(i, j)$ и $N_V(i, j)$ - количество совпадений, когда объект освещается горизонтально и вертикально поляризованными фотонами.

5. Для каждого пикселя многопиксельного детектора рассчитывается $|\theta(i, j)|$, по формуле 4.6.

$$|\theta(i, j)| = \arctan \sqrt{\frac{P_V(i, j)}{P_H(i, j)}}, \quad (4.6)$$

которая следует из выражения (4.4).

Первая серия экспериментов была проведена на установке, собранной по конфигурации 1 (рис. 4.1(a)). Фотография установки приведена на рис. 4.2

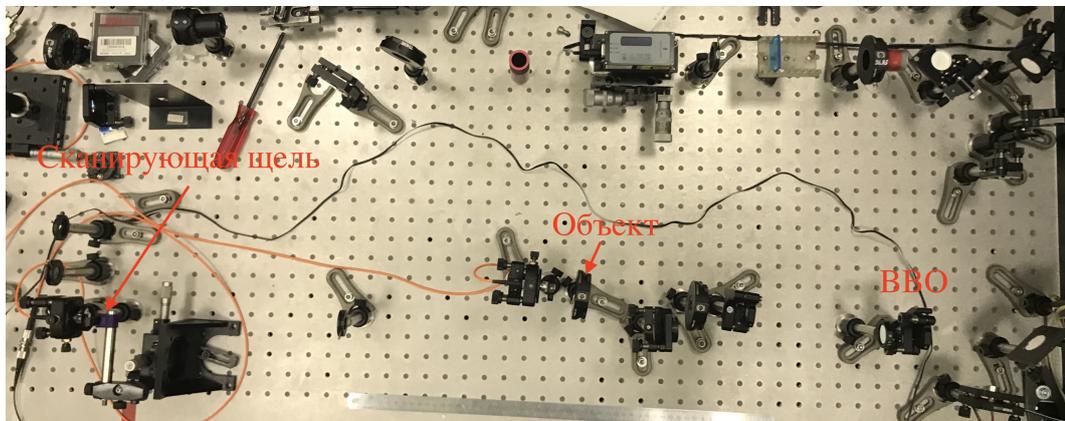


Рис. 4.2: Фотография экспериментальной установки в 1-й конфигурации.

На рис. 4.3 приведена зависимость числа совпадений от положения сканирующей щели, полученная в конфигурации установки с одной линзой.

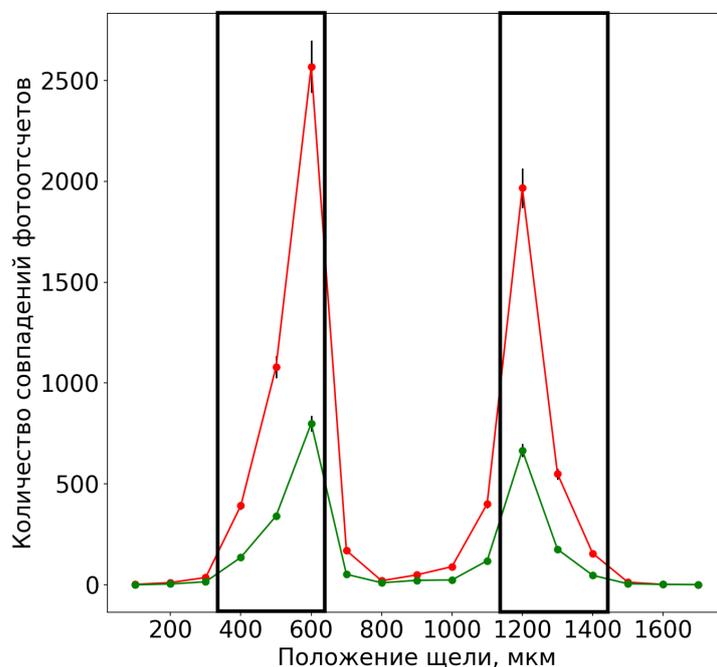


Рис. 4.3: Количество совпадений между фотоотсчетами на собирающем и сканирующем детекторах в зависимости от положения сканирующей щели в конфигурации установки с одной линзой. Красными точками обозначены числа совпадений при облучении объекта горизонтально поляризованным излучением полученные из экспериментальных данных. Зелеными точками обозначены числа совпадений при облучении объекта вертикально поляризованным излучением полученные из экспериментальных данных. Точки соединены линиями для наглядности.

Видно, что полученные распределения зависят от поляризации облучающих объект фотонов. При этом положение максимумов совпадают с положением объекта (двойной щели).

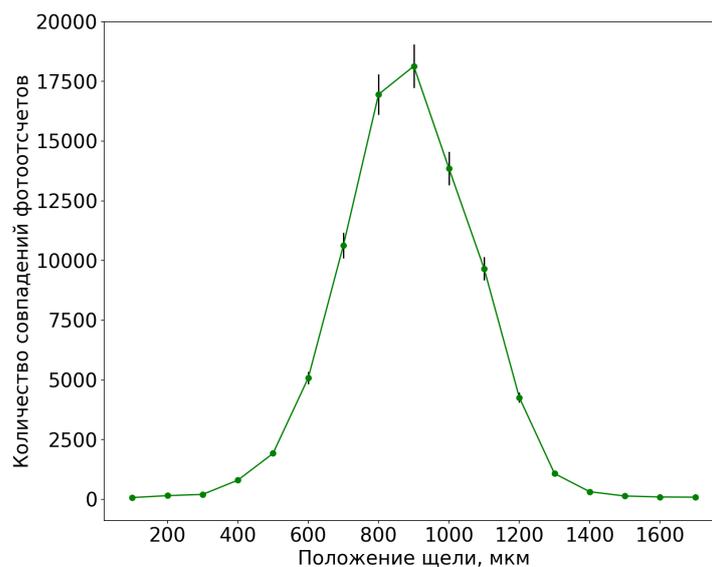


Рис. 4.4: Нормировочная кривая. Количество совпадений между фотоотсчетами на собирающем и сканирующем детекторах в зависимости от положения сканирующей щели. Объект изъят из объектного плеча.

Кривая на рис. 4.4 является нормировочной и измеряется когда объект изъят из плеча. Полученные данные используются для нормировки данных, представленных на рис. 4.3, чтобы устранить влияние пространственного профиля объектного пучка на результаты измерения. Нормированные таким образом кривые представлены на рис. 4.5.

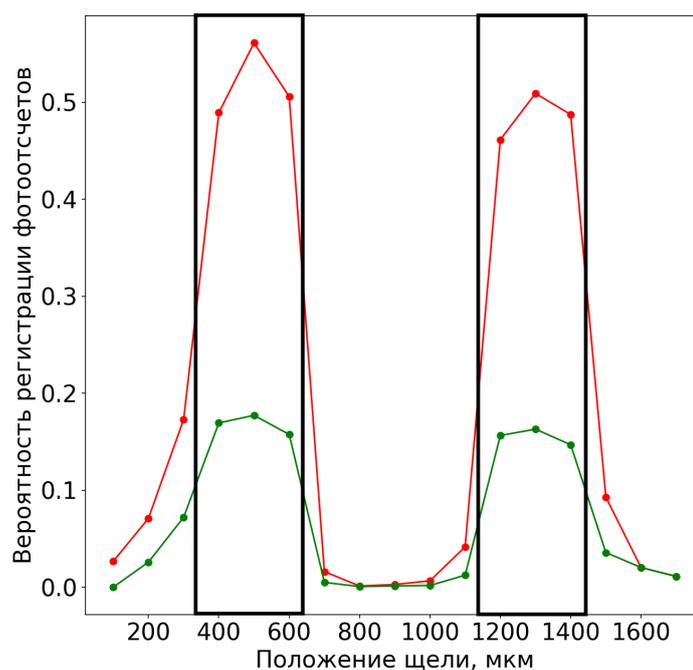


Рис. 4.5: Нормированные фантомные амплитудные изображения щелей, снятые при облучении объекта фотонами с горизонтальной (красная кривая) и вертикальной (зеленая кривая) поляризациями

Таким образом, в соответствии с разработанной методикой, на первом шаге мы экспериментально получаем два амплитудных изображения, т.е. распределение коэффициента пропускания объекта при двух ортогональных поляризациях фотонов, падающих на объект. Нерезкие края восстановленных размеров щелей связаны в основном с конечным размером радиуса корреляции СПР-излучения. В связи с потерями при входе излучения в волокно, коэффициент пропускания не достигает реального значения. Однако особенностью нашей поляриметрии является то, что подобные потери не играют роли при получении поляризационного изображения. Вышеописанная нормировка экспериментальных данных, а также восстановление угла наклона азимута анизотропии при каждом положении сканирующей щели осуществляется при помощи написанной программы на языке Python.

Сформированное распределение азимута анизотропии исследуемого объекта представлено на рис. 4.6

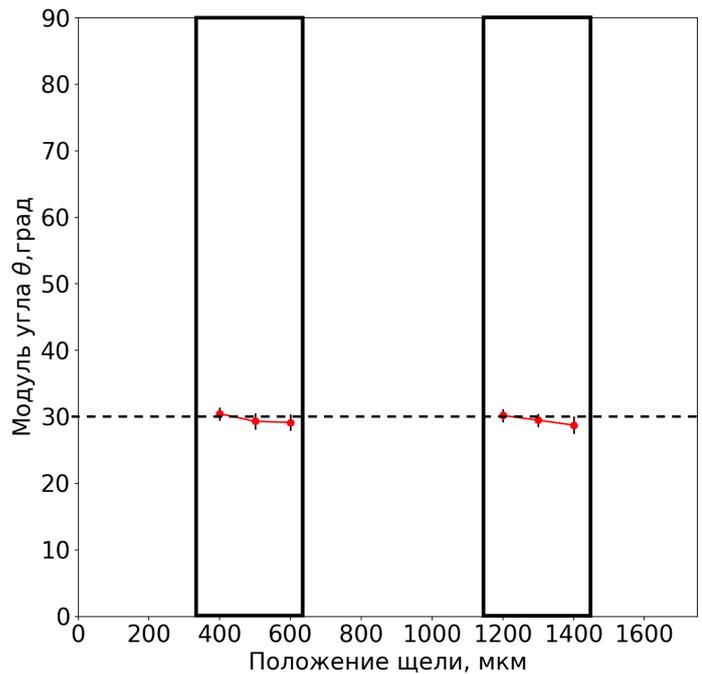


Рис. 4.6: Поляризационное изображение двущелевого образца. Красным точкам соответствуют значения полученные из экспериментальных данных. Горизонтальной пунктирной линией изображен угол физически установленного поляризатора.

Восстановленное поляризационное изображение показывает, что измеренное направление поляризационного директора пленочного поляризатора составляет $30^\circ \pm 2\%$ по отношению к горизонту, что находится в достаточно хорошем согласии с направлением, под которым был установлен поляризатор в данном эксперименте.

Вторая модификация установки была нами использована для исследования возможности реализации ФП в конфигурации, когда на объект проектируется не мнимое изображение источника, а действительное.

Во второй конфигурации установки проведены аналогичные приведенным выше измерения. Результаты приведены на рис. 4.7

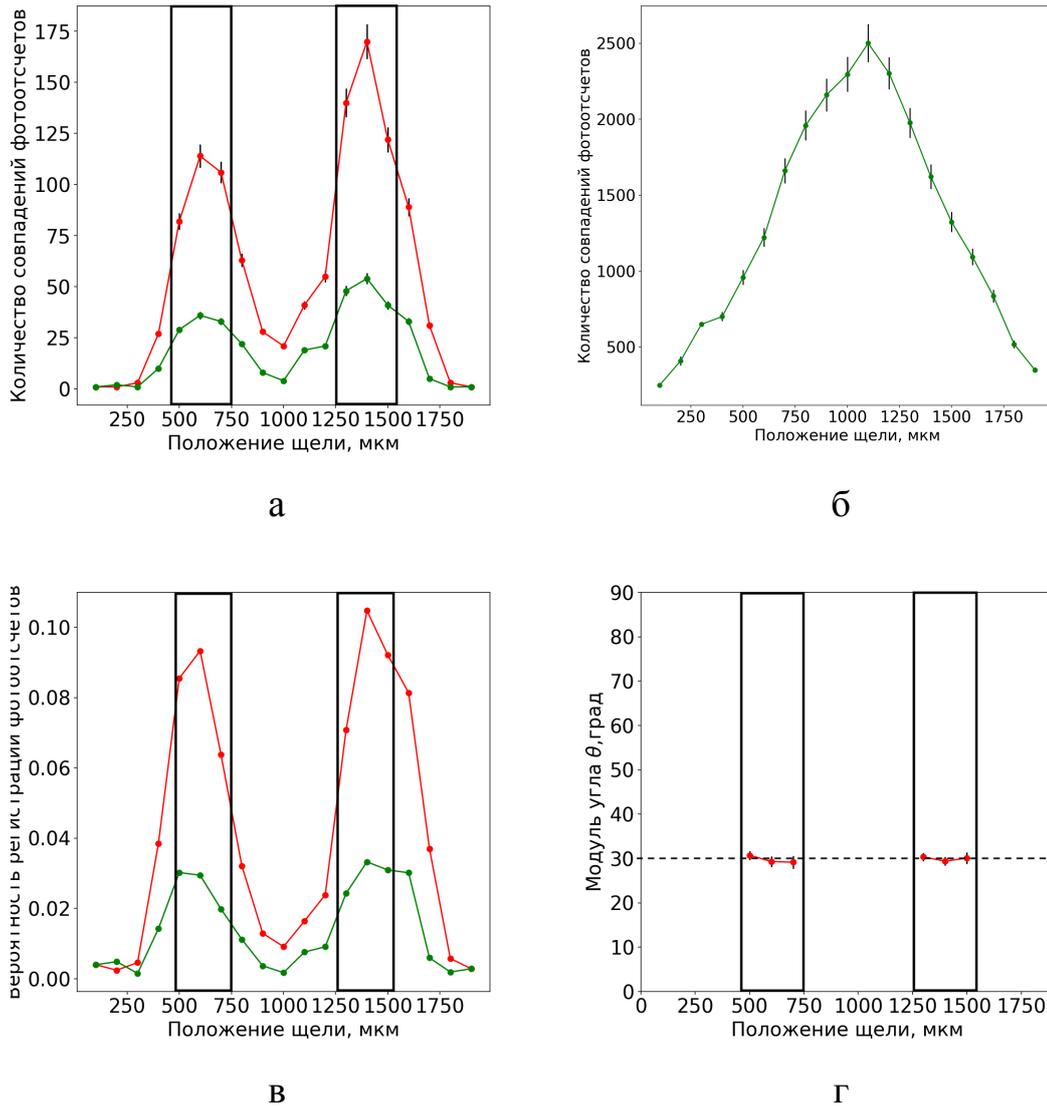


Рис. 4.7: Результаты измерений в процессе получения ФПИ при передаче на образец действительного изображения поверхности кристалла. На рисунках а, б, в, г, изображены результаты тех же измерений как и на рис.4.3, 4.4, 4.5 и 4.6, но полученные во второй конфигурации установки, изображенной на Рис. 4.1б.

Как видно, во 2-й конфигурации установки тоже удалось осуществить принцип квантовой ФП.

4.3. Выводы

1. Создан экспериментальный стенд, который включается в себя: СПР-источник бифотонов на длине волны 810 нм, схему квантовой фантомной поляриметрии и схему совпадений с использованием счетчиков одиночных фотонов и время-цифровых преобразователей.

2. Разработана экспериментальная методика для измерения модуля азимута анизотропии объектов, обладающих линейно амплитудной анизотропией. Экспериментально показана эффективность квантовой фантомной поляриметрии в применении к задаче определения модуля азимута анизотропии. Экспериментально восстановлено распределение модуля азимута анизотропии объекта, представляющего собой двойню щель с наложенным поляризатором с азимутом анизотропии 30° . При этом распределение усреднено вдоль вертикально оси, а ошибка определения модуля азимута анизотропии составила $\pm 2\%$

Заключение

В диссертационной работе проведены всесторонние исследования метода фантомной поляриметрии в формализме матриц Джонса. В частности, теоретически показано, что в случае использования неполяризованного псевдотеплового излучения информация о элементах матрицы Джонса объекта извлекается из набора взаимных корреляционных функций. Для объектов, чьи поляризационные свойства описываются линейным дихроизмом (линейная амплитудная анизотропия), распределение азимута анизотропии $\theta(r)$ и величины анизотропии $P(r)$ восстанавливаются из измерения трех корреляционных функций при измерении горизонтально, вертикально и диагонально поляризованной компоненты излучения.

С использованием матовых дисков был создан лабораторный источник неполяризованного псевдотеплового излучения, с радиусом корреляции 56 ± 3.2 мкм и степенью деполяризации $93 \pm 3\%$. На основе фазового пространственного жидкокристаллического модулятора света создан источник поляризованного псевдотеплового излучения с регулируемым радиусом корреляции в диапазоне от 10 до 100 мкм. Создан экспериментальный стенд, реализующий принцип классической фантомной поляриметрии. Экспериментально продемонстрирована эффективность фантомной поляриметрии с использованием неполяризованного псевдотеплового излучения, в применении к объектам с линейным дихроизмом; полученные экспериментальные распределения азимута анизотропии $\theta(r)$ и величины анизотропии $P(r)$ хорошо сходятся с предсказанными значениями.

Продemonстрировано, что бифотоны, генерируемые в процессе спонтанного параметрического рассеяния, позволяют реализовать принцип квантовой фантомной поляриметрии. При этом установлено, что в квантовой ФП поляризационные свойства объекта могут быть описаны операторами, построенными на основе модифицированных матриц Джонса. Для объектов, обладающих линейным дихроизмом и изотропным поглощением показано, что элементы матрицы Джонса восстанавливаются также из комбинаций трех корреляционных функций, измеренных при горизонтальной, вертикальной и диагональной поляризации проходящего через объект фотона.

Создан экспериментальный стенд, который включается в себя: СПР-источник бифотонов на длине волны 810 нм, схему квантовой фантомной поляриметрии и схему совпадений с использованием счетчиков одиночных фотонов и времяцифровых преобразователей. Разработана экспериментальная методика для измерения модуля азимута анизотропии объектов, обладающих линейным дихроизмом. Экспериментально показана эффективность квантовой фантомной поляриметрии в применении к задаче определения модуля азимута анизотропии. Восстановлено распределение модуля азимута анизотропии объекта, представляющего собой двойную щель с наложенным поляризатором с азимутом анизотропии 30° . При этом распределение было усреднено вдоль вертикально оси, а ошибка определения модуля азимута анизотропии составила 4%.

Разработана и обучена многослойная полносвязная нейронная сеть «GPNN». Обучение осуществлено на модельных данных. Показано, что нейронная сеть способна определить пространственное распределение типа анизотропии с точностью превышающей 95%. Модель также способна предсказывать абсолютное значение параметров анизотропии ($P(r)$, $\theta(r)$, $\Delta(r)$, $\alpha(r)$, $R(r)$, $\varphi(r)$) с ошибкой порядка 1%.

Благодарности

Автор благодарит своего научного руководителя С.А. Магницкого, за предоставленную возможность поучаствовать в создании нового направления в фантомной оптике, всестороннюю педагогическую помощь, включающую в себя плодотворные обсуждения научной проблематики принципа фантомных изображений, квантовой и нелинейной оптики. Автор благодарит А.С. Чиркина за консультацию в вопросах теоретической квантовой и фантомной оптики. Кроме того, автор благодарит своих коллег Д.Н. Фроловцева, за помощь в экспериментальных работах связанных с квантовой оптикой и моральную поддержку; П.П. Гостева за помощь в разработке программного обеспечения; И.А. Беловолова и Е.П. Битяева за помощь в проведении ряда экспериментов; Ю.В. Пономорева за проявленный живой интерес к тематике фантомных изображений; А.В. Ивченко за наставничество в сфере глубокого обучения. А также автор благодарен всему коллективу кафедры общей физики и волновых процессов.

Хочу поблагодарить свою семью и близких друзей за неоценимую поддержку, оказываемую на протяжении этого долго пути.

Разработка классической фантомной поляриметрии, а также часть экспериментальных и теоретических работ по квантовой фантомной поляриметрии, были выполнены при поддержке гранта РФФИ 18-02-00849. Исследования возможностей глубокого обучения и разработка подхода на основе модифицированных матриц Джонса выполнены при поддержке гранта РНФ 21-12-00155.

Литература

- [1] Moreau, P. A., Toninelli, E., Gregory, T., & Padgett, M. J. Ghost imaging using optical correlations //Laser & Photonics Reviews. – 2018. – Т. 12. – №. 1. – С. 1700143.
- [2] Padgett, M. J., & Boyd, R. W. An introduction to ghost imaging: quantum and classical //Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2017. – Т. 375. – №. 2099. – С. 20160233.
- [3] Hoenders, B. J. Review of a bewildering classical–quantum phenomenon: ghost imaging //Advances in Imaging and Electron Physics. – 2018. – Т. 208. – С. 1-41.
- [4] Shapiro, J. H., Boyd, R. W. The physics of ghost imaging //Quantum Information Processing. – 2012. – Т. 11. – №. 4. – С. 949-993.
- [5] Han, S., Yu, H., Shen, X., Liu, H., Gong, W., & Liu, Z. A review of ghost imaging via sparsity constraints //Applied Sciences. – 2018. – Т. 8. – №. 8. – С. 1379.
- [6] Gong, W. Sub-Nyquist ghost imaging by optimizing point spread function //Optics Express. – 2021. – Т. 29. – №. 11. – С. 17591-17601.
- [7] Li, Z., Zhao, Q., Gong, W. Distorted point spread function and image reconstruction for ghost imaging //Optics and Lasers in Engineering. – 2021. – Т. 139. – С. 106486.
- [8] Pitsch, C., Walter, D., Grosse, S., Brockherde, W., Bürsing, H., & Eichhorn, M. Quantum ghost imaging using asynchronous detection //Applied Optics. – 2021. – Т. 60. – №. 22. – С. F66-F70.
- [9] Liu, D., Tian, M., Liu, S., Dong, X., Guo, J., He, Q., ... & Li, Z. , Ghost imaging with non-Gaussian quantum light //Physical Review Applied. – 2021. – Т. 16. – №. 6. – С. 064037.

- [10] D'Angelo M., Kim, Y. H. Kulik S. P., Shih Y. Identifying entanglement using quantum ghost interference and imaging //Physical review letters. – 2004. – T. 92. – №. 23. – C. 233601.
- [11] Yu, H., Lu, R., Han, S., Xie, H., Du, G., Xiao, T., & Zhu, D. Fourier-transform ghost imaging with hard X rays //Physical review letters. – 2016. – T. 117. – №. 11. – C. 113901.
- [12] Zhang, A. X., He, Y. H., Wu, L. A., Chen, L. M., & Wang, B. B. Tabletop x-ray ghost imaging with ultra-low radiation //Optica. – 2018. – T. 5. – №. 4. – C. 374-377.
- [13] Olivieri, L., Toterogongora, J. S., Pasquazi, A., & Peccianti, M. Time-resolved nonlinear ghost imaging //ACS photonics. – 2018. – T. 5. – №. 8. – C. 3379-3388.
- [14] Leibov, L., Ismagilov, A., Zalipaev, V., Nasedkin, B., Grachev, Y., Petrov, N., & Tsyppkin, A. Speckle patterns formed by broadband terahertz radiation and their applications for ghost imaging //Scientific Reports. – 2021. – T. 11. – №. 1. – C. 1-10.
- [15] Hodgman, S. S., Bu, W., Mann, S. B., Khakimov, R. I., & Truscott, A. G. Higher-order quantum ghost imaging with ultracold atoms //Physical Review Letters. – 2019. – T. 122. – №. 23. – C. 233601.
- [16] Tian, Y., Ge, H., Zhang, X. J., Xu, X. Y., Lu, M. H., Jing, Y., & Chen, Y. F. Acoustic ghost imaging in the time domain //Physical Review Applied. – 2020. – T. 13. – №. 6. – C. 064044.
- [17] Ryczkowski, P., Barbier, M., Friberg, A. T., Dudley, J. M., & Genty, G. Magnified time-domain ghost imaging //APL Photonics. – 2017. – T. 2. – №. 4. – C. 046102.
- [18] Moreau, P. A., Toninelli, E., Morris, P. A., Aspden, R. S., Gregory, T., Spalding, G., ... & Padgett, M. J. Resolution limits of quantum ghost imaging //Optics express. – 2018. – T. 26. – №. 6. – C. 7528-7536.
- [19] Gong, W. High-resolution pseudo-inverse ghost imaging //Photonics Research. – 2015. – T. 3. – №. 5. – C. 234-237.

- [20] Brida, G., Chekhova, M. V., Fornaro, G. A., Genovese, M., Lopaeva, E. D., & Berchera, I. R. Systematic analysis of signal-to-noise ratio in bipartite ghost imaging with classical and quantum light //Physical Review A. – 2011. – T. 83. – №. 6. – C. 063807.
- [21] O’Sullivan, M. N., Chan, K. W. C., Boyd, R. W. Comparison of the signal-to-noise characteristics of quantum versus thermal ghost imaging //Physical Review A. – 2010. – T. 82. – №. 5. – C. 053803.
- [22] Wang C., Mei X., Pan L., Wang, P., Li W., Gao X., Bo Z., Chen M., Gong W., Han S. Airborne near infrared three-dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint //Remote Sensing. – 2018. – T. 10. – №. 5. – C. 732.
- [23] Ma S., Liu Z., Wang C., Hu C., Li E., Gong W., Tong Z., Wu J., Shen X., Han, S. Ghost imaging LiDAR via sparsity constraints using push-broom scanning //Optics Express. – 2019. – T. 27. – №. 9. – C. 13219-13228.
- [24] Shapiro J. H. Computational ghost imaging //Physical Review A. – 2008. – T. 78. – №. 6. – C. 061802.
- [25] Yan, S. M., Sun, M. J., Chen, W., & Li, L. J. Illumination calibration for computational ghost imaging //Photonics. – Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2021. – T. 8. – №. 2. – C. 59.
- [26] Liu, S., Meng, X., Yin, Y., Wu, H., & Jiang, W. Computational ghost imaging based on an untrained neural network //Optics and Lasers in Engineering. – 2021. – T. 147. – C. 106744.
- [27] Wang, F., Wang, C., Chen, M., Gong, W., Zhang, Y., Han, S., & Situ, G. Far-field super-resolution ghost imaging with a deep neural network constraint //Light: Science & Applications. – 2022. – T. 11. – №. 1. – C. 1-11.
- [28] Zhang, H., Duan, D. Computational ghost imaging with compressed sensing based on a convolutional neural network //Chinese Optics Letters. – 2021. – T. 19. – №. 10. – C. 101101.
- [29] Huang, Y. Y., Ou-Yang, C., Fang, K., Dong, Y. F., Zhang, J., Chen, L. M., & Wu, L. A. High speed ghost imaging based on a heuristic algorithm and deep learning //Chinese Physics B. – 2021. – T. 30. – №. 6. – C. 064202.

- [30] Moodley, C., Sephton, B., Rodríguez-Fajardo, V., & Forbes, A. Deep learning early stopping for non-degenerate ghost imaging //Scientific Reports. – 2021. – Т. 11. – №. 1. – С. 1-9.
- [31] Chunbo Liu, Jingqiu Chen, Jiabin Liu, and Xiang'e Han," High frame-rate computational ghost imaging system using an optical fiber phased array and a low-pixel APD array", Opt.Exp., Vol. 26, 8 ,pp. 10048-10064(2018)
- [32] Han Wu, Bing Han, Zinan Wang, Goëry Genty, Guoying Feng, and Houkun Liang, "Temporal ghost imaging with random fiber lasers", Opt.Exp., Vol. 28, 7, pp. 9957-9964(2020)
- [33] Балакин Д. А., Белинский А. В., Чиркин А. С. Улучшение восстановления оптического изображения на основе мультиплексированных квантовых фантомных изображений //Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2017. – Т. 152. – №. 2. – С. 252-266.
- [34] Bornman N., Agnew M., Zhu F., Vallés A., Forbes A., Leach J. Ghost imaging using entanglement-swapped photons// npj Quantum Inf. 5. – 2019.
- [35] Valencia A., Scarcelli G., D'Angelo M., Shih Y. Two-photon imaging with thermal light/ /Physical review letters. – 2005. – Т. 94. – №. 6. – С. 063601.
- [36] Magatti D., Gatti A., Ferri F. Three-dimensional coherence of light speckles: Experiment //Physical Review A. – 2009. – Т. 79. – №. 5. – С. 053831.
- [37] Taichiro Fukui, Yusuke Kohno, Rui Tang, Yoshiaki Nakano and Takuo Tanemura, "Single-Pixel Imaging Using Multimode Fiber and Silicon Photonic Phased Array", Journal of Lightwave Technology. VOL. 39, NO. 3(2021)
- [38] Taichiro Fukui, Yoshiaki Nakano, and Takuo Tanemura," Resolution limit of single-pixel speckle imaging using multimode fiber and optical phased array", JOSA, Vol. 38,2 ,pp. 379-386 (2021)
- [39] Oran Herman, Omer Wagner, Nadav Shabairou and Zeev Zalevsky, "Time multiplexed super resolution of multicore fiber endoscope using multimode fiber illumination patterns", Optical fiber technology, vol.54 (2020)

- [40] Antonio M. Caravaca-Aguirre and Rafael Piestun, “Single multimode fiber endoscope” , *Opt.Exp.*, Vol. 25, 3, pp. 1656-1665 (2017)
- [41] Singh S., Labouesse S., Piestun R. Multiview Scattering Scanning Imaging Confocal Microscopy through a Multimode Fiber //arXiv preprint arXiv:2202.10644. – 2022.
- [42] DongyueYang, MinHao, GuohuaWu, ChenChang, BinLuo and LongfeiYin, “Single multimode fiber imaging based on low-rank recovery”, *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 149 (2022)
- [43] Y.Xu, W.Liu, E.zhang, Q.Li, H.Dai and P. Chen, “Is ghost imaging intrinsically more powerful against scattering?”, *Optics Express* (2015).
- [44] W.Gong, P.Zhang, X.Shen and S.Har, “Ghost imaging in scattering media”, (2008).
- [45] Shirai, T., Kellock, H., Setälä, T., & Friberg, A. T. Visibility in ghost imaging with classical partially polarized electromagnetic beams //Optics letters. – 2011. – T. 36. – №. 15. – C. 2880-2882.
- [46] Kellock, H., Setälä, T., Shirai, T., & Friberg, A. T. Image quality in double-and triple-intensity ghost imaging with classical partially polarized light //JOSA A. – 2012. – T. 29. – №. 11. – C. 2459-2468.
- [47] Shi, D., Hu, S., Wang, Y. Polarimetric ghost imaging //Optics Letters. – 2014. – T. 39. – №. 5. – C. 1231-1234.
- [48] Shi, D. F., Wang, F., Jian, H., Kai-Fa, C., Yuan, K., Shun-Xing, H., & Ying-Jian, W. Compressed polarimetric ghost imaging of different material’s reflective objects //Optical Review. – 2015. – T. 22. – №. 6. – C. 882-887.
- [49] Dongfeng, S., Jiamin, Z., Jian, H., Yingjian, W., Kee, Y., Kaifa, C., ... & Wenyue, Z. Polarization-multiplexing ghost imaging //Optics and Lasers in Engineering. – 2018. – T. 102. – C. 100-105.
- [50] Kellock, H., Setälä, T., Friberg, A. T., & Shirai, T. Polarimetry by classical ghost diffraction //Journal of Optics. – 2014. – T. 16. – №. 5. – C. 055702.
- [51] Hannonen, A., Friberg, A. T., Setälä, T. Classical spectral ghost ellipsometry //Optics Letters. – 2016. – T. 41. – №. 21. – C. 4943-4946.

- [52] Hannonen A., Friberg A. T., Setälä T. Classical ghost-imaging spectral ellipsometer //JOSA A. – 2017. – T. 34. – №. 8. – C. 1360-1368
- [53] Vega A., Pertsch T., Setzpfandt F., Sukhorukov A. A. Metasurface-assisted quantum ghost discrimination of polarization objects //Physical Review Applied. – 2021. – T. 16. – №. 6. – C. 064032.
- [54] Yoon S. J., Lee J. S., Rockstuhl C., Lee C., Lee K. G. Experimental quantum polarimetry using heralded single photons //Metrologia. – 2020. – T. 57. – №. 4. – C. 045008.
- [55] Restuccia S., Gibson G. M., Cronin L., Padgett M. J. Measuring optical activity with unpolarized light: Ghost polarimetry //Physical Review A. – 2022. – T. 106. – №. 6. – C. 062601.
- [56] He C., He H., Chang J., Chen B., Ma H., Booth M. J. Polarisation optics for biomedical and clinical applications: a review //Light: Science & Applications. – 2021. – T. 10. – №. 1. – C. 194.
- [57] Marshall N.J., Powell S.B., Cronin T.W., Caldwell R.L., Johnsen S., Gruev V., Chiou T.H.S., Roberts N.W., How M.J. Polarisation signals: a new currency for communication //Journal of Experimental Biology. – 2019. – T. 222. – №. 3. – C. jeb134213.
- [58] Foster J. J., Temple S. E., How M. J., Daly I. M., Sharkey C. R., Wilby D., Roberts N. W. Polarisation vision: overcoming challenges of working with a property of light we barely see //The Science of Nature. – 2018. – T. 105. – C. 1-26.
- [59] Sieryi O., Ushenko Y., Ushenko V., Dubolazov O., Syvokorovskaya A. V., Vanchulyak O., Ushenko A.G., Gorsky M., Tomka Y., Bykov A., Yan W., Meglinski I. Optical anisotropy composition of benign and malignant prostate tissues revealed by Mueller-matrix imaging //Biomedical Optics Express. – 2022. – T. 13. – №. 11. – C. 6019-6034.
- [60] Klyshko D.N. Effect of focusing on photon correlation in parametric light scattering. //Sov. Phys. JETP 67, 1131. [Original Russian Text © Zh. Eksp. Teor. Fiz, 94, pp.82-90 (1988)]

- [61] Belinskii, A.V. and Klyshko D.N. Two-photon optics: diraction, holography, and transformation of two-dimensional signals// Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, 78, pp.259-262. [Original Russian Text © Zh. Eksp. Teor. Fiz. 105, 487-493 (1994)]
- [62] Strekalov, D.V., Sergienko, A.V., Klyshko, D.N. and Shih, Y.H., 1995. Observation of two-photon «ghost» interference and diraction// Physical review letters,, 74(18), p.3600-3603.
- [63] Pittman, T.B., Shih, Y.H., Strekalov, D.V. and Sergienko, A.V., 1995. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement// Physical Review A, 52(5), p.R3429.
- [64] Erkmen, B.I. and Shapiro, J.H., 2010. Ghost imaging: from quantum to classical to computational// Advances in Optics and Photonics,2(4), pp.405-450.
- [65] Chan, K.W.C., O'Sullivan, M.N. and Boyd, R.W., Optimization of thermal ghost imaging: high-order correlations vs. background subtraction// Optics express, 18(6), pp.5562-5573.
- [66] Brown R. Hanbury and Twiss RQ 1956 //Nature. – 1956. – T. 177. – C. 27.
- [67] Erkmen B. I., Shapiro J. H. Unified theory of ghost imaging with Gaussian-state light //Physical Review A. – 2008. – T. 77. – №. 4. – C. 043809.
- [68] Zerom P., Shi Z., O'Sullivan M. N., Chan K. W. C., Krogstad M., Shapiro, J. H., & Boyd, R. W. (2012). Thermal ghost imaging with averaged speckle patterns. Physical Review A, 86(6), 063817.
- [69] Malik, M., Shin, H., O'Sullivan, M., Zerom, P., & Boyd, R. W. (2010). Quantum ghost image identification with correlated photon pairs. Physical review letters, 104(16), 163602.
- [70] Learner R. C. M., Thorne A. P., Brault J. W. Ghosts and artifacts in Fourier-transform spectrometry //Applied optics. – 1996. – T. 35. – №. 16. – C. 2947-2954.
- [71] Amitonova L. V., De Boer J. F. Compressive imaging through a multimode fiber //Optics letters. – 2018. – T. 43. – №. 21. – C. 5427-5430.

- [72] Pochechuev M. S., Fedotov I. V., Solotenko M. A., Andreeva M. S., Lanin A. A., Fedotov A. B., Zheltikov A. M. Adaptive Wave-Front Shaping and Beam Focusing through Fiber Bundles for High-Resolution Bioimaging //Photronics. – MDPI, 2021. – Т. 9. – №. 1. – С. 21.
- [73] Белинский А. В., Гостев П. П., Магницкий С. А., Чиркин, А. С. Фантомная волоконно-оптическая 3D-эндоскопия //Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2023. – Т. 117. – №. 3. – С. 207-212.
- [74] Балакин Д.А., Агапов Д.П., Гостев П.П., Магницкий С.А., Фроловцев Д. Н., Чиркин А. С.//Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2022. – Т. 135. – №. 6. – С. 779-788
- [75] Агапов Д. П., Беловолов И. А., Магницкий С. А., Фроловцев Д. Н., Чиркин А. С. //Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2023. – Т. 164. – №. 5. – С. 1-8 (ПРИНЯТО В ПЕЧАТЬ)
- [76] Hannonen A., Hoenders B. J., Elsässer W., Friberg A. T., Setälä T. Ghost polarimetry using Stokes correlations //JOSA A. – 2020. – Т. 37. – №. 5. – С. 714-719.
- [77] Leibov L., Ismagilov A., Zalipaev V., Nasedkin B., Grachev Y., Petrov N., & Тсупкин А. Speckle patterns formed by broadband terahertz radiation and their applications for ghost imaging //Scientific Reports. – 2021. – Т. 11. – №. 1. – С. 20071.
- [78] Zhu Y., Shi J., Yang Y., Zeng G. Polarization difference ghost imaging //Applied optics. – 2015. – Т. 54. – №. 6. – С. 1279-1284.
- [79] Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Поляризационная оптика. Учебное пособие. – 2012.
- [80] Chekhova M., Banzer P. Polarization of Light: In Classical, Quantum, and Nonlinear Optics. – Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2021.
- [81] Chirkin, A. S., Gostev, P. P., Agapov, D. P., & Magnitskiy, S. A. Ghost polarimetry: ghost imaging of polarization-sensitive objects //Laser Physics Letters. – 2018. – Т. 15. – №. 11. – С. 115404.

- [82] Магницкий, С. А., Агапов, Д. П., Беловолов, И. А., Гостев, П. П., Фроловцев, Д. Н., & Чиркин, А. С. Фантомная поляриметрия в классическом и квантовом свете. Вестник московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. Вестник московского университета, - 2021. – N.3. –12-25.
- [83] Magnitskiy, S. A., Agapov, D. P., Belovolov, I. A., Gostev, P. P., Frolovtssev, D. N., & Chirkin, A. S. Ghost Polarimetry in Classical and Quantum Light //Moscow University Physics Bulletin. – 2021. – Т. 76. – №. 6. – С. 424-439.
- [84] Magnitskiy, S., Agapov, D., & Chirkin, A. Ghost polarimetry with unpolarized pseudo-thermal light //Optics Letters. – 2020. – Т. 45. – №. 13. – С. 3641-3644.
- [85] Savenkov, S. N., Marienko, V. V., Oberemok, E. A., & Sydoruk, O. Generalized matrix equivalence theorem for polarization theory //Physical Review E. – 2006. – Т. 74. – №. 5. – С. 056607.
- [86] Agapov, D. P., Belovolov, I. A., Gostev, P. P., Magnitskii, S. A., Frolovtssev, D. N., & Chirkin, A. S. (2022). Statistical Properties of Pseudothermal Radiation Formed by a Spatial Light Modulator. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 135(2), 188-196.
- [87] Magnitskiy, S., Agapov, D., & Chirkin, A. Quantum ghost polarimetry with entangled photons //Optics Letters. – 2022. – Т. 47. – №. 4. – С. 754-757.
- [88] Strekalov, D. V., Sergienko, A. V., Klyshko, D. N., & Shih, Y. H. Observation of two-photon “ghost” interference and diffraction //Physical review letters. – 1995. – Т. 74. – №. 18. – С. 3600.
- [89] Brambilla, E., Gatti, A., Bache, M., & Lugiato, L. A. Simultaneous near-field and far-field spatial quantum correlations in the high-gain regime of parametric down-conversion //Physical Review A. – 2004. – Т. 69. – №. 2. – С. 023802.
- [90] James, D. F., Kwiat, P. G., Munro, W. J., & White, A. G. On the measurement of qubits //Asymptotic Theory of Quantum Statistical Inference: Selected Papers. – 2005. – С. 509-538.
- [91] Frolovtssev, D. N., Magnitskiy, S. A., Demin, A. V. Quantum tomograph for measurement and characterization of quantum states of biphoton sources //Measurement Techniques. – 2020. – Т. 63. – №. 4. – С. 273-280.

- [92] Palmieri A. M., Kovlakov E., Bianchi F., Yudin D., Straupe S., Biamonte J. D., Kulik S. Experimental neural network enhanced quantum tomography //npj Quantum Information. – 2020. – Т. 6. – №. 1. – С. 20.
- [93] J. W. Goodman, Statistical Optics (Wiley- Interscience, New York, 1985).
- [94] S. A. Akhmanov, Y. E. D'yakov, and A. S. Chirkin, Introduction into Statistical Radiophysics and Optics (Nauka, Moscow, 1981) [in Russian].
- [95] Goodman J. W. Speckle phenomena in optics: theory and applications. – Roberts and Company Publishers, 2007.
- [96] Chirkin A. S., Makeev E. V. Parametric image amplification at low-frequency pumping //Journal of Modern Optics. – 2006. – Т. 53. – №. 5-6. – С. 821-834.
- [97] Агапов, Д. П., Беловолов, И. А., Гостев, П. П., Магницкий, С. А., Фроловцев, Д. Н., & Чиркин, А. С. Статистические свойства псевдотеплового излучения, формируемого пространственным модулятором света. ЖЭТФ – 2022 (в печати)
- [98] Agapov, D., Magnitskiy, S., & Chirkin, A. Experimental obtaining of polarization ghost images by ghost polarimetry //EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2019. – Т. 220. – С. 03002.
- [99] <https://github.com/AgapovDP/GPNN>
- [100] https://torchmetrics.readthedocs.io/en/stable/classification/fl_score.html
- [101] Zakharov R. V., Tikhonova O. V. Photon correlations and features of nonclassical optical fields in a squeezed vacuum state //Uspekhi Fizicheskikh Nauk. – 2023. – Т. 193. – №. 4. – С. 406-436.
- [102] Katamadze K. G., Kulik S. P. Control of the spectrum of the biphoton field //Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2011. – Т. 112. – С. 20-37.
- [103] Borshchevskaya N. A., Just F., Katamadze K. G., Cavanna A., Chekhova M. V. Separated Schmidt modes in the angular spectrum of biphotons //Laser Physics Letters. – 2019. – Т. 16. – №. 8. – С. 085207.

- [104] Yang Z., Liscidini M., Sipe J. E. Spontaneous parametric down-conversion in waveguides: a backward Heisenberg picture approach //Physical Review A. – 2008. – T. 77. – №. 3. – C. 033808.
- [105] Kitaeva G. K., Penin A. N. Spontaneous parametric down-conversion //Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. – 2005. – T. 82. – C. 350-355.