

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-**  
**математических наук**  
**Егоренкова Владимира Александровича**  
**на тему: «Многоэтапный итерационный процесс для реализации**  
**консервативных разностных схем при моделировании 2D и 3D**  
**полупроводниковой плазмы, индуцированной оптическим**  
**импульсом»**  
**по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование,**  
**численные методы и комплексы программ»**

С момента появления первых лазеров исследование нелинейных волновых оптических процессов в различных средах приобрело особую научную и прикладную значимость. В частности, важной научно-технической проблемой является вопрос перехода к полностью оптическим технологиям обработки информации. В основе этой равно как и целого ряда других оптических технологий лежит явление оптической бистабильности. Рассматриваемый класс процессов является сильно нелинейным, что принципиально затрудняет его анализ традиционными способами. По этой причине одним из основных инструментов исследования является применения методов математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Диссертационная работа Егоренкова Владимира Александровича посвящена разработке комплекса средств математического моделирования - математических моделей, вычислительных алгоритмов и их программной реализации для решения рассматриваемого класса задач - конкретно, анализа процессов генерации полупроводниковой плазмы под действием интенсивного оптического импульса. Актуальность темы диссертации определяется как важностью прикладных задач, решению которых способствуют полученные в ней результаты, так и непосредственно результатами работы, в которой

предложены новые эффективные методы математического моделирования нелинейных динамических процессов в оптике.

В диссертации исследуются модели оптической бистабильности, основанные на нелинейном возрастающем поглощении. Математическая модель данного процесса представляет собой начально-краевую задачу для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, записанных относительно характеристик полупроводника (концентраций заряженных частиц, потенциала светоиндуцированного электрического поля) и уравнения, описывающего эволюцию падающего оптического импульса при прохождении через полупроводник. В работе предложена новая математическая модель рассматриваемого процесса, в которой учитывается влияние продольной дифракции при прохождении оптического импульса через полупроводник. В этом случае в систему уравнений входит нелинейное уравнение Шредингера относительно комплексной амплитуды падающей волны. Такой подход позволяет моделировать отражение части оптического импульса от индуцированной им в полупроводнике контрастной пространственно-временной структуры и взаимодействие падающей и отраженной волн.

Особенностью системы уравнений, рассматриваемой в диссертации, является наличие между уравнениями нелинейной обратной связи. Для потенциала светоиндуцированного электрического поля полупроводника записано уравнение Пуассона с краевыми условиями Неймана. Изменение концентрации свободных электронов полупроводника описывается нелинейным нестационарным уравнением типа реакция-конвекция-диффузия. В слагаемое, описывающее конвективный перенос, входит параметр, описывающий подвижность электронов и определяющий взаимное влияние между концентрацией свободных электронов и потенциалом лазеро-индуцированного электрического поля полупроводника. На примере применения быстрого

дискретного преобразования Фурье в работе исследован вопрос об эффективности прямых и итерационных методов для численного решения задачи Неймана для уравнения Пуассона, включенного в описанную выше систему нелинейных уравнений.

Для численного решения задачи распространения оптического импульса в полупроводнике в диссертации предложен новый многостадийный итерационный процесс, реализующий консервативные разностные схемы. Его достоинствами является консервативность на итерациях, экономичность и высокая точность вычислений, в том числе на больших временных интервалах. С помощью компьютерного моделирования продемонстрировано преимущество многоэтапного итерационного процесса над широко используемыми методами расщепления (для 2D случая) и методом стабилизации - методом Дугласа (для 3D случая). На практике многоэтапный итерационный процесс может использоваться для реализации экономичных консервативных разностных схем, построенных для различных систем нелинейных многомерных уравнений (или одного уравнения) и в других научных областях.

Для проведения компьютерного моделирования Егоренковым В.А. был написан программный комплекс на языке C++, реализующий как многоэтапный итерационный процесс, так и методы расщепления. Расчеты проводились на высокопроизводительном сервере, с целью увеличения скорости расчетов программы были распараллелены средствами OpenMP.

Работа изложена на 216 страницах, состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 221 наименований.

Во введении дан анализ литературы и актуальности проблемы, ставится цель работы.

В Главе 1 рассматриваются математические модели для задачи распространения лазерного импульса в полупроводнике, в том числе

предложена новая модель, учитывающая дифракцию оптического пучка вдоль координаты распространения оптического импульса. Такой подход позволил автору на основе компьютерного моделирования продемонстрировать отражение части падающей волны от индуцированной ею контрастной структуры внутри полупроводника. Отметим, что в главе представлены некоторые теоретические оценки для решения задачи взаимодействия оптического импульса с полупроводником для случая двух пространственных переменных.

Глава 2 посвящена построению численных методов для решения задач, рассмотренных в Главе 1. С этой целью автор аппроксимирует исходные дифференциальные системы уравнений с помощью консервативных разностных схем. Для их реализации в работе разработан оригинальный многоэтапный итерационный процесс. Предложен итерационный метод для вычисления начальных распределений характеристик полупроводника в случае его нахождения во внешнем электрическом поле. Описан программный комплекс, написанный автором на языке C++, для компьютерного моделирования задачи распространения оптического импульса в полупроводнике.

В Главе 3 и Главе 4 обсуждаются результаты компьютерного моделирования. Глава 3 посвящена исследованию эффективности разрабатываемого в работе подхода для решения поставленных задач, сравнению его с известными в литературе численными методами. На основе проведенных численных экспериментов продемонстрированы преимущества многоэтапного итерационного процесса для решения систем нелинейных нестационарных уравнений, описывающих генерацию лазеро-индуцированной полупроводниковой плазмы. Важным результатом является показанное в работе ограничение использования прямых методов для решения задачи Неймана для уравнения Пуассона, входящего в исследуемую систему уравнений с нелинейной обратной связью. Контроль за сохранением инварианта

задачи (разностного аналога закона сохранения заряда) в ходе компьютерного моделирования подтверждает консервативность разработанного метода.

В Главе 4 представлены результаты компьютерного моделирования процессов, реализующихся в полупроводнике под действием лазерного импульса. Расчеты проведены на широком наборе параметров. Рассмотрен случай нахождения полупроводника во внешнем электрическом поле, для которого обнаружен режим формирования спиральных волн концентрации свободных электронов. С помощью численных экспериментов продемонстрирована фундаментальная роль учета продольной дифракции.

В заключении перечислены основные результаты диссертационного исследования.

Диссертация В.А. Егоренкова представляет собой законченное научное исследование. Тематика работы является актуальной. Научные положения, выносимые на защиту, являются обоснованными и оригинальными. Разработанный численный метод, несомненно, имеет прикладную значимость. Достоверность представленных результатов основана на согласованности теоретических исследований и результатов математического моделирования, а также подтверждается многочисленными публикациями в рецензируемых изданиях, в том числе высокорейтинговых журналах. Основные результаты диссертации докладывались на 25 российских и международных конференциях. Автореферат полно отражает содержание диссертационной работы.

#### **Замечания к диссертационной работе:**

1. Сравнение вычислительной эффективности многоэтапного итерационного процесса, методов расщепления и метода Дугласа следовало бы провести в терминах числа операций, а не только экспериментально фиксируя машинное время.

2. При моделировании сложных пространственно-временных структур, в том числе для модели, учитывающей отражение падающей волны от контрастной структуры в полупроводнике, следовало бы провести более подробное исследование на сгущающихся сетках.
3. Одним из вычислительно затратных этапов предложенных автором алгоритмов является решение конечномерной задачи Неймана для уравнения Пуассона. Для ее решения используются модификации классических алгоритмов, основанных на методе расщепления и пригодные для использования ортогональных структурированных расчетных сеток. Однако в настоящее время известны варианты методов крыловских подпространств и другие методы для решения «чистой» задачи Неймана, лишенные этих недостатков. Сравнительный анализ использованных автором и альтернативных подходов был более чем уместным; в перспективе применение таких методов позволило бы перейти к моделирования на полностью неструктурированных сетках.

Указанные замечания не снижают ценности диссертационного исследования и скорее имеют рекомендательный характер. Диссертация Егоренкова Владимира Александровича отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой

степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Егоренков Владимир Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник федерального исследовательского центра  
«Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук»  
Савенков Евгений Борисович

25.10.2023

Контактные данные:

тел.: +7 (299) 220-79-24, e-mail: savenkov@keldysh.ru  
Специальность, по которой официальным оппонентом  
зашита диссертация: 05.13.18. – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Адрес места работы:

125047, Москва, Миусская пл., д.4,  
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН  
Тел.: +7 499 978-13-14; e-mail: office@keldysh.ru

Подпись сотрудника ИПМ им. М.В.Келдыша РАН  
Е.Б. Савенкова удостоверяю:

ученый секретарь ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
к.ф.-м.н.

А. Давыдов

