МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Скрипкин Антон Денисович

О движении гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2026

Диссертация подготовлена на кафедре теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель —	***Кулешов Александр Сергеевич***, *кандидат физико-математических наук*
Официальные оппоненты —	***Иванов Александр Павлович***, *доктор физико-математических наук, профессор, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), кафедра теоретической механики, профессор* ***Гутник Сергей Александрович***, *доктор физико-математических наук, доцент, Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации, факультет международных экономических отношений, кафедра математики, эконометрики и информационных технологий, доцент* ***Чекина Евгения Алексеевна***, *кандидат физико-математических наук, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), институт №8 «Компьютерные науки и прикладная математика», кафедра мехатроники и теоретической механики, доцент*

Защита диссертации состоится 15 мая 2026 г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.7 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

E-mail: dissovet.msu.011.7@math.msu.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: https://dissovet.msu.ru/dissertation/3809.

Автореферат разослан апреля 2026 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук Ю.Д. Селюцкий

Общая характеристика работы

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию задачи о движении гиростата в следующей постановке, а именно: рассматривается движение гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского под действием различных силовых полей. Данная задача является обобщением классической задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой.

Актуальность проблемы. Задача о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой является одной из классических задач теоретической механики. В этой задаче известны три случая полной интегрируемости: случаи Эйлера, Лагранжа и Ковалевской. Кроме того, есть случаи частной интегрируемости, одним из которых является случай Гесса, привлекший внимание многих ученых. Наиболее полный анализ движения твердого тела в случае Гесса был проведен П.А. Некрасовым в конце XIX века: он свел задачу к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с двоякопериодическими коэффициентами и изучил аналитические свойства этого решения. В середине XX века качественный анализ движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой в случае Гесса при нулевой постоянной интеграла площадей был проведен А.М. Ковалевым при помощи метода годографов, впервые предложенным П.В. Харламовым. Вопрос интегрируемости данной задачи в квадратурах был полностью изучен в работе А.С. Кулешова и Б.С. Бардина при помощи алгоритма Ковачича.

Задача о движении гиростата (тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку и несущего другие тела, совершающие относительно тела-носителя циклические движения так, что распределение масс всей системы не изменяется) является обобщением классической задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Л.Н. Сретенский в своей работе указал для гиростата частный случай интегрируемости, являющийся аналогичным случаю Гесса для тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Однако полное исследование данного случая для гиростата в случае Гесса–Сретенского на предмет существования решения, выражающегося в квадратурах, проведено не было.

Целью работы является:

1. исследование вопроса о существовании лиувиллевых решений в задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского и проведение качественного анализа движения гиростата при условии существования таких решений;

2. обобщение данной задачи на случаи действия дополнительных гироскопических и циркулярно-гироскопических сил с целью нахождения условий существования решений, выражающихся в лиувиллевых функциях.

Для достижения указанных целей были поставлены следующие **задачи**:

1. Свести задачу о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка. Исследовать вопрос о существовании в данной задаче лиувиллевых решений.

2. Провести качественный анализ движения гиростата в случае Гесса, описать, как именно движется гиростат в случае Гесса.

3. Исследовать возможность приведения задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса под действием гироскопических сил к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка. Получить условия на параметры задачи, при которых она интегрируется в квадратурах.

4. Привести задачу о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса под действием гироскопических и циркулярно-гироскопических сил к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Изучить вопрос о существовании лиувиллевых решений.

Методология и методы исследования. Диссертационное исследование выполнено с использованием известных аналитических методов теоретической механики, математического анализа, качественной теории дифференциальных уравнений. Для получения условий существования лиувиллевых решений у линейных дифференциальных уравнений второго порядка используется алгоритм Ковачича. Для проведения качественного анализа движения тяжелого гиростата с неподвижной точкой применяется метод годографов, предложенный П.В. Харламовым.

Достоверность и обоснованность результатов. Теоретические результаты диссертации получены аналитически на основании строгих математических методов. Корректность аналитических вычислений подтверждена с помощью пакета символьных вычислений MAPLE 2018. Часть аналитических результатов подтверждена и проиллюстрирована с помощью численного анализа. Достоверность графических результатов обеспечена при помощи системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica 14.3.

Научная новизна:

1. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского доказано, что решение задачи сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Получены условия, при которых решение выражается в квадратурах, и указан явный вид этого решения.

2. Проведен полный качественный анализ движения гиростата в случае, когда решение выражается в квадратурах, с использованием метода годографов Харламова. Построены подвижный и неподвижный годографы угловой скорости тела и указаны особенности движения в зависимости от параметров.

3. Доказано, что решение задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского под действием дополнительных гироскопических сил сводится к решению линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Найдены условия на начальные параметры,

при которых уравнение интегрируется в лиувиллевых функциях, а также указан явный вид решения.

4. Для задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского под действием дополнительных гироскопических сил доказано, что задача может быть проинтегрирована в квадратурах, если распределение масс в теле соответствует случаю Лагранжа.

5. Установлено, что задача о движении твердого тела с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского под действием гироскопических сил интегрируется в квадратурах при любых параметрах задачи.

6. Установлено, что задача о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой под действием дополнительных гироскопических и циркулярно-гироскопических сил в обобщенном случае Гесса–Сретенского приводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Получены условия на параметры задачи, при которых общее решение этого уравнения выражается в лиувиллевых функциях.

7. Доказано, что задача о движении гиростата с неподвижной точкой под действием гироскопических и циркулярно-гироскопических сил в случае Гесса–Сретенского сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами, и найдены условия существования у этого уравнения лиувиллевых решений.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость работы заключается в:

- получении условий, при выполнении которых некоторые обобщения задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса интегрируются в лиувиллевых функциях;
- получении условия интегрируемости в квадратурах в задаче о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой под действием

гироскопических сил в случае Гесса и их физическая интерпретация;

- описании движения тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса при помощи метода годографов Харламова.

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях, связанных с интегрированием и качественным анализом в задачах о движении твердого тела с неподвижной точкой и ее обобщениях, проводимых в университетах и других научно-исследовательских центрах – в этом практическая значимость исследования.

Личный вклад автора. Все научные результаты, выносимые на защиту, принадлежат лично автору. В работах [1-3] научный руководитель участвовал в постановке задачи, обсуждении методов исследования и интерпретации полученных результатов.

В работе [1] личный вклад автора состоит в приведении систем уравнений Эйлера–Пуассона задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса к линейному дифференциальному уравнению второго порядка с рациональными коэффициентами. Автором проведено исследование полученного уравнения на предмет существования лиувиллевых решений при помощи алгоритма Ковачича, а также выполнена интерпретация полученных условий. В работе [2] автор свел решение задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой под действием гироскопических сил в случае Гесса к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка, а также получил условия интегрируемости этой задачи в квадратурах и объяснил их физический смысл. Личный вклад автора в работе [3] состоит в проведении аналогичного исследования для обобщения этой задачи на случай движения тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса под действием гироскопических сил.

Автор лично провел качественный анализ движения тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса. Вклад автора состоит в получении уравнений для построения годографов угловой скорости, построении визуального представления и интерпретации движения гиростата с неподвижной точкой в зависимости от параметров задачи.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса получены условия на параметры задачи, при выполнении которых уравнения движения гиростата интегрируются в лиувиллевых функциях.

2. Когда значение постоянной обезразмеренного интеграла энергии h больше единицы, движение тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса возможно только при определенных конечных диапазонах значений угла θ между радиус-вектором из неподвижной точки в центр масс гиростата и вектором восходящей вертикали. В процессе движения гиростат непрерывно переходит от одной пространственной конфигурации к другой, соответствующих минимальному и максимальному значению угла. Если $0 \leq h \leq 1$, то движение гиростата является периодическим, причем в моменты, когда угол θ принимает критическое значение, происходит остановка движения и занятие центром масс наивысшего положения. Если $-1 \leq h < 0$, то движение также является периодическим, но в моменты остановки центр масс занимает наименьшее положение.

3. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса под действием гироскопических сил выведены условия на параметры задачи, при выполнении которых решение задачи выражается в квадратурах. Задача о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой в случае Гесса под действием гироскопических сил интегрируется в лиувиллевых функциях, если распределение масс в теле соответствует случаю Лагранжа. Задача о движении твердого тела с неподвижной точкой под действием гироскопических сил в случае Гесса может быть проинтегрирована в квадратурах при любых значениях параметров задачи.

4. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса под действием дополнительных гироскопических и циркулярно-гироскопических сил существуют соотношения на

параметры задачи, при выполнении которых общее решение задачи выражается через лиувиллевы функции.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы представлялись и обсуждались на следующих научных конференциях и научных семинарах:

1. Научная конференция «Ломоносовские чтения – 2024», Москва, Россия, 20 марта - 2 апреля 2024 года;

2. XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-24), Москва, Россия, 17 - 20 июня 2024 года;

3. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, г. Суздаль, Россия, 28 июня - 4 июля 2024 года;

4. Международная научная конференция по механике «Десятые Поляховские чтения», Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 23 - 26 сентября 2024 года;

5. Научный семинар «Современные геометрические методы» кафедры дифференциальной геометрии и приложений (под руководством академика РАН А.Т. Фоменко, профессора А.С. Мищенко, профессора А.В. Болсинова, профессора А.А. Ошемкова, профессора РАН Е.А. Кудрявцевой, профессора В.В. Ведюшкиной, доцента И.М. Никонова, доцента А.Ю. Коняева, ассистента В.А. Кибкало), МГУ, 12 февраля 2025 года;

6. Научная конференция «Ломоносовские чтения – 2025», Москва, Россия, 24 марта - 2 апреля 2025 года;

7. 6-я Международная конференция «Компьютерная алгебра», Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Россия, 23 - 25 июня 2025 года;

8. V Международная конференция «Устойчивость и процессы управления», посвященная 95-летию со дня рождения профессора, чл.-корр.

РАН В.И. Зубова, Санкт-Петербург, Россия, Россия, 6 - 10 октября 2025 года.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в 8 научных работах, три из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 161 страницу и содержит 17 иллюстраций. Список литературы включает 75 наименований.

Основное содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, представляется научная новизна проводимых исследований и апробация полученных результатов, приводится научная история вопроса, а также дается обзор научной литературы по тематике диссертации.

Первая глава диссертации посвящена общей постановке задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса и о существовании лиувиллевых решений в данной задаче.

Рассмотрим движение в однородном поле тяжести механической системы S, состоящей из двух твердых тел, соединенных между собой. Первое тело S_0 (носитель) представляет собой тяжелое твердое тело с неподвижной точкой O. Допустим, что с этим телом связана некоторая ось, вокруг которой может вращаться ротор S_1 – геометрически и динамически симметричное твердое тело, осью симметрии которого является указанная ось. Центр масс O_1 ротора также расположен на оси динамической симметрии. Поскольку ротор S_1 является динамически симметричным телом, то его вращение не изменяет положения центра масс механической системы S, состоящей из тела-носителя S_0 и ротора S_1. Также вращение ротора не изменяет распределения масс в системе S. Такую систему (тело-носитель с ротором) принято называть **гиростатом** (Рис. 1).

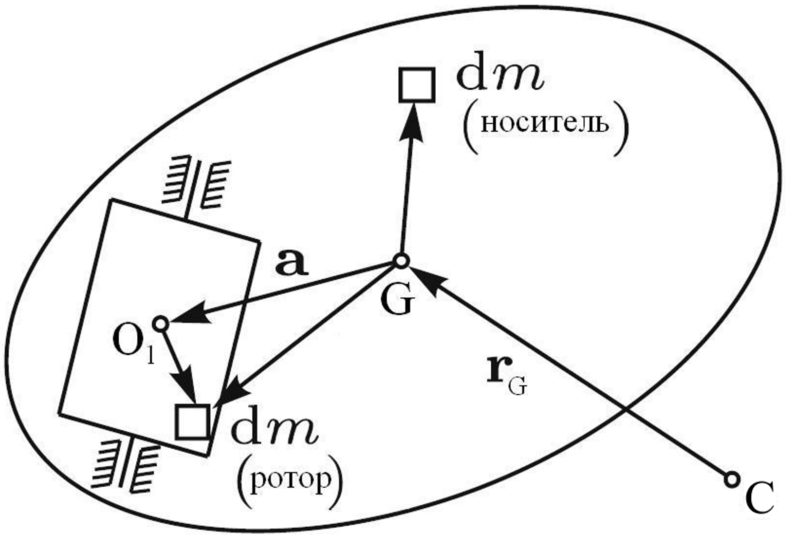

Рис. 1 Схематичный вид гиростата. Точкой C обозначена неподвижная точка пространства, r_G — радиус-вектор к центру масс системы

Уравнения движения гиростата с неподвижной точкой записываются в форме уравнений Эйлера–Пуассона. Показано, что при выполнении условий, сформулированных Сретенским, уравнения движения допускают дополнительный частный интеграл. Далее уравнения движения переписываются в новых обозначениях в проекции на специальные оси Харламова, после чего производится их обезразмеривание. Установлено, что на уровне частного интеграла Гесса–Сретенского решение задачи сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с коэффициентами, являющимися рациональными функциями независимой переменной. Далее, при помощи алгоритма Ковачича получены условия на параметры задачи, при выполнении которых общее решение дифференциального уравнения выражается через лиувиллевы функции. Указан явный вид этого решения.

Вторая глава посвящена качественному анализу движения тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае интегрируемости задачи в квадратурах. Используя явное решение в квадратурах, получены выражения для построения проекций подвижных годографов угловой скорости. Эти выражения являются функциями от независимого параметра θ, где θ – угол, который вводится через соотношение $\nu_1 = \sin\theta$, а ν_1 – проекция вектора восходящей вертикали на ось, проходящую через неподвижную точку и центр масс гиростата. Путем анализа этих выражений при различных значениях обезразмеренной постоянной интеграла энергии h получилось установить, что при выполнении соотношения $h > 1$ проекция подвижного годографа на плоскость состоит из двух ограниченных сегментов, симметричных относительно начала координат, а само движение возможно только на ограниченных отрезках переменной, симметричных относительно $\frac{\pi}{2}$. При $h \leq 1$ установлено, что проекция подвижного годографа представляет из себя отрезок кривой, симметричный относительно начала координат и получено выражение, по которой можно рассчитать полный период обхода по подвижному годографу. Дополнительно указано, как изменяется вид годографов в зависимости от разных значений параметров задачи.

Используя кинематические формулы Харламова, были получены явные выражения для проекций угловой скорости тела-носителя на оси неподвижной цилинидрической системы координат. Построены неподвижные годографы угловой скорости тела носителя, а также отмечены их особенности в зависимости от значения константы обезразмеренного интеграла энергии. Показано, что при $h > 1$ неподвижный годограф выглядит, как две пространственные кривые, которые, в отличие от проекции подвижного годографа, уже не являются симметричными относительно начала координат. Для значений $h \leq 1$ установлено, что график неподвижного годографа проходит через начало координат при том же значении параметра $\theta_0 = \arcsin(h)$, что и подвижный годограф.

Путем совмещения вершин подвижного и неподвижного аксоида в неподвижной точке гиростата и совмещению точек годографов, соответствующих одинаковым значениям переменной θ, получено качественное описание движения гиростата. Для значения $h > 1$ получено, что гиростат может совершать движения по одному из двух отрезков значений параметра θ: $[\theta_{min},\ \theta_{max}]$ и $[\pi - \theta_{max},\ \pi - \theta_{min}]$, каждому из которых соответствует две ветви решения. Реализуемым является только одно из двух возможных решений, при этом переход с одной ветви на другую невозможен. При изменении угла θ гиростат совершает переход от пространственной конфигурации, соответствующей значению θ_{min}, к конфигурации, отвечающей θ_{max}.

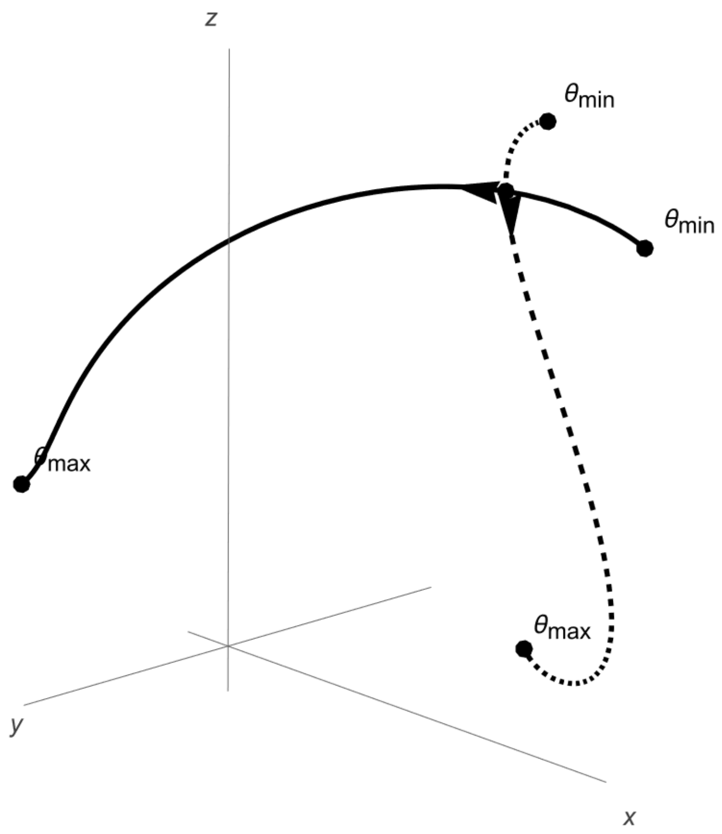

Рис. 2 Взаимное расположение аксоидов. Значение переменной $h > 1$

Для значения $0 \leq h \leq 1$ установлено, что гиростат совершает периодические колебания. При наступлении момента времени τ^* такого, что $\theta(\tau^*) = \arcsin(h)$, происходит остановка движения, и в следующий момент времени гиростат меняет направление вращения. Центр масс гиростата в этот момент занимает свое наивысшее положение, равное $h\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$.

В случае, когда $-1 \leq h < 0$, гиростат также совершает периодические колебания. В моменты остановки, когда значение угла θ достигает $\arcsin(h)$, центр масс гиростата занимает свое наименьшее положение, равное $h\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$.

На иллюстрациях (рис. 2-4) продемонстрировано, как происходит качение подвижных аксоидов по неподвижным в зависимости от значения параметра h. Сплошной линией показаны графики подвижных годографов, а пунктирной – неподвижных.

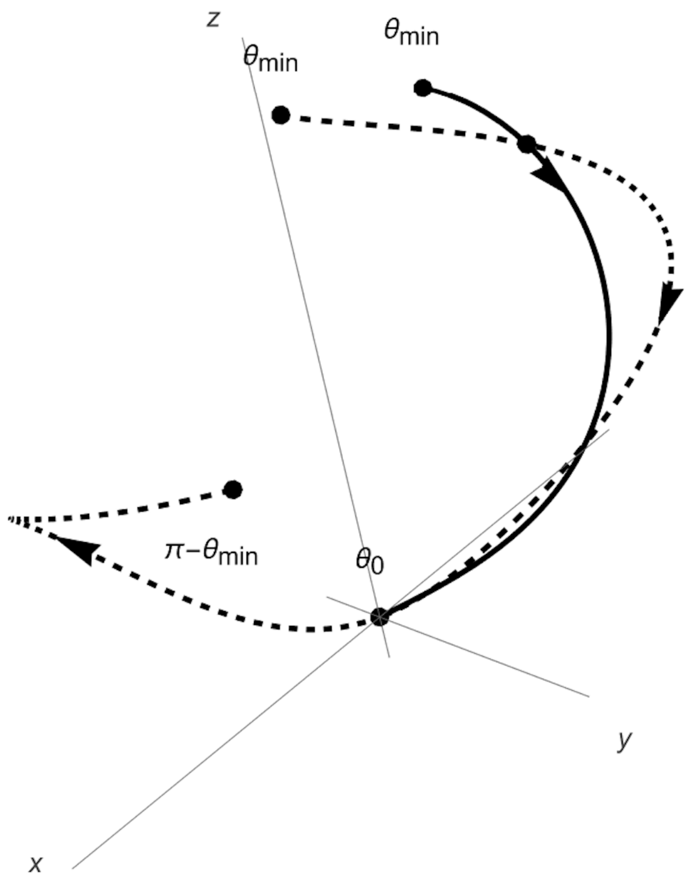

Рис. 3 Взаимное расположение аксоидов. Значение переменной $0 \leq h \leq 1$

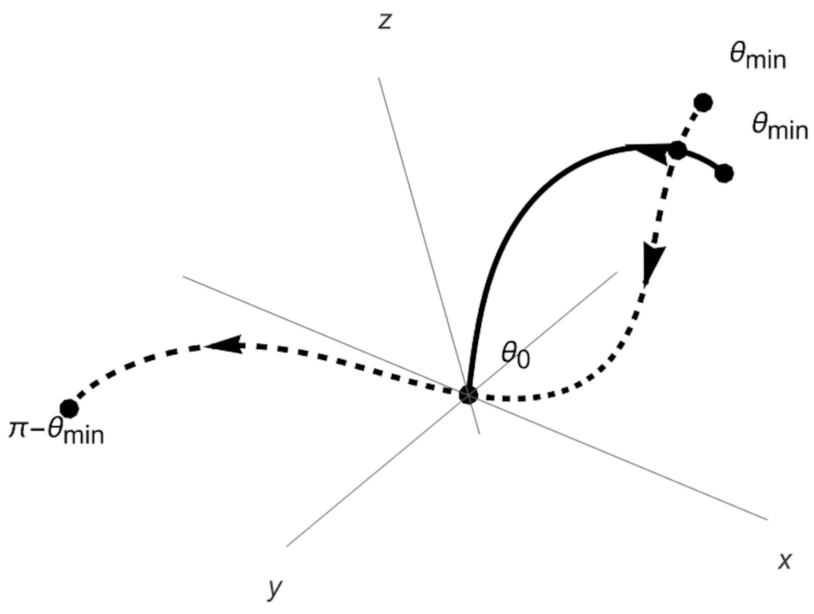

Рис. 4 Взаимное расположение аксоидов. Значение переменной $-1 \leq h < 0$

В **третьей главе** диссертации рассматривается обобщение задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского. Предполагается, что движение гиростата происходит под действием дополнительного момента гироскопических сил $[\mathbb{G}\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\omega}]$, где $\mathbb{G} = \mathbb{G}^T$ — некоторая симметричная матрица с постоянными коэффициентами, γ – вектор восходящей вертикали, а ω – угловая скорость тела-носителя. Уравнения движения гиростата записываются в форме уравнений Эйлера–Пуассона. Доказывается, что при выполнении условий, сформулированных А.А. Косовым, в данной задаче существует дополнительный частный интеграл Гесса–Сретенского. Производится переход к специальным осям Харламова, после чего система уравнений записывается в безразмерной форме. Показано, что задача о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой под действием гироскопических сил в случае Гесса сводится к нахождению общего решения линейного дифференциального уравнения с коэффициентами, которые являются рациональными функциями независимой переменной. При помощи алгоритма Ковачича найдены условия, при которых общее решение дифференциального уравнения записывается при помощи квадратур и указан явный вид этого решения. Кроме того, установлено, что если рассматривать вместо гиростата твердое тело с неподвижной точкой под действием тех же сил, то лиувиллевы решения существуют только в том случае, когда распределение масс в теле удовлетворяет случаю Лагранжа. Приведен явный вид решения в квадратурах.

Дополнительно рассматривается задача о движении гиростата с неподвижной точкой под действием только гироскопических сил. Показано, что система уравнений движения сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Установлено, что уравнения движения могут быть проинтегрированы в квадратурах в том случае, если кинетический момент ротора коллинеарен радиус-вектору из неподвижной точки в центр масс гиростата.

Рассмотрен частный случай данной задачи, когда гиростат представляет из себя твердое тело. Показано, что уравнения движения в этом случае также могут быть проинтегрированы в квадратурах при всех значениях параметров задачи. Указан явный вид этого решения.

В **четвертой** главе рассматривается обобщение задачи из предыдущей главы. Предполагается, что на тяжелый гиростат с неподвижной точкой помимо гироскопических сил дополнительно действуют еще и циркулярно-гироскопические силы с моментом $L\,[\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\gamma}]$, где $L = \mathrm{const}$. Уравнения движения гиростата записываются в форме уравнений Эйлера–Пуассона. Доказывается, что при выполнении условий, сформулированных А.А. Косовым, в данной задаче существует дополнительный частный интеграл, обобщающий интеграл Гесса–Сретенского. После этого уравнения переписываются в специальных осях Харламова на уровне частного интеграла, а затем проводится обезразмеривание. Показывается, что задача о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой под действием гироскопических и циркулярно-гироскопических сил сводится к нахождению общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. При помощи алгоритма Ковачича найдены условия на параметры задачи, при соблюдении которых общее решение дифференциального уравнения выражается через лиувиллевы функции.

Дополнительно рассматривается частный случай, когда гиростат с неподвижной точкой движется только под действием гироскопических и циркулярно-гироскопических сил в случае Гесса–Сретенского. Показано, что решение задачи также сводится к интегрированию некоторого линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. При помощи алгоритма Ковачича найдены условия, при выполнении которых общее решение уравнения является лиувиллевым.

Заключение

1. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского показано, что решение сводится к нахождению общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. При помощи

алгоритма Ковачича исследован вопрос о существовании у полученного дифференциального уравнения лиувиллевых решений. Получены соотношения на параметры задачи, при которых лиувиллевы решения существуют, а также указан явный вид этих решений.

2. Используя явный вид лиувиллевых решений, найденных в задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой в случае Гесса–Сретенского, при помощи метода годографов Харламова проведен качественный анализ движения. Используя формулы Харламова, получены уравнения подвижного и неподвижного годогорафов угловой скорости гиростата, и отмечены их особенности в зависимости от значений параметров задачи. Построены наглядные представления подвижного и неподвижного аксоидов угловой скорости гиростата, позволяющие геометрически интерпретировать движение тела. Совмещение полученных годографов дало возможность описать характер движения гиростата и выявить его качественные особенности при различных значениях параметров системы.

3. Рассмотрена задача о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой под действием гироскопических сил в случае Гесса–Сретенского. Доказано, что решение данной задачи сводится к решению одного линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. Затем при помощи алгоритма Ковачича были найдены условия существования у данного уравнения лиувиллевых решений, а также указан явный вид этих решений. Также рассмотрен частный случай, когда гиростат движется под действием только гироскопических сил. Показано, что в этом случае также задача сводится к решению линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. При помощи алгоритма Ковачича показано, при каких условиях полученное уравнение имеет лиувиллево решение, и указан его явный вид. Дополнительно сформулированы условия существования лиувиллевых решений в случае, когда гиростат представляет собой твердое тело, а также выписан явный вид этих

решений.

4. В задаче о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой под действием гироскопических и циркулярно-гироскопических сил в случае Гесса–Сретенского показано, что решение данной задачи сводится к решению одного линейного дифференциального уравнения второго порядка с рациональными коэффициентами. При помощи алгоритма Ковачича найдены условия существования у данного уравнения лиувиллевых решений для почти всех значений параметров. Дополнительно рассмотрен частный случай этой задачи, когда отсутствует сила тяжести. В этом случае также получены условия существования лиувиллевых решений для почти всех значений параметров.

Публикации автора по теме диссертации. По результатам выполненных исследований опубликованы следующие статьи в рецензируемых жураналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук:

1. *Кулешов А.С., Скрипкин А.Д.* О существовании лиувиллевых решений в случае Гесса задачи о движении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой под действием гироскопических сил // Прикладная математика и механика. 2025. Т. 89. № 3. С. 438-449 (Импакт-фактор 0,522 (РИНЦ), EDN: JLKJAY, 0,69 п.л. / авторский вклад определен).

2. *Kuleshov A.S., Skripkin A.D.* Liouvillian solutions in the problem of motion of a heavy gyrostat in the Hess-Sretensky case // Journal of Mathematical Sciences. 2025. Vol. 294. № 1. P. 67-75 (Импакт-фактор 0,280 (SJR), EDN: ISZOAK, 0,51 п.л. / авторский вклад определен).

3. *Kuleshov A.S., Skripkin A.D.* Liouvillian Solutions in the Problem of Motion of a Heavy Gyrostat with a Fixed Point under the Action of Gyroscopic Forces in the Hess Case // Regular and Chaotic Dynamics. 2026. Vol. 31. № 1. P. 161-172 (Импакт-фактор 0,312 (SJR), EDN: NLDZUI, 0,69 п.л. / авторский вклад определен).

Прочие публикации:

4. *Кулешов А.С., Скрипкин А.Д.* О лиувиллевых решениях в случае Гесса–Сретенского задачи о движении гиростата с неподвижной точкой // Проблемы математического анализа. 2025. Т. 130. С. 59-66 (вклад 1/2, объем 0,92 п.л.).

5. *Кулешов А.С., Скрипкин А.Д.* О лиувиллевых решениях в интегрируемом случае Гесса задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2024): сборник научных трудов. Москва, 17-20 июня 2024 г. Москва: ИПУ РАН, 2024. С. 802-806 (вклад 1/2, объем 0,58 п.л., EDN: BMJZMX).

6. *Кулешов А.С., Скрипкин А.Д.* О существовании лиувиллевых решений в интегрируемом случае Гесса задачи о движении тяжелого гиростата с неподвижной точкой // X Поляховские чтения: материалы международной научной конференции по механике. Санкт-Петербург, 23-27 сентября 2024 г. Санкт-Петербург: ООО Издательство ВВМ, 2024. С. 109-113 (вклад 1/2, объем 0,58 п.л., EDN: JYDNPE).

7. *Кулешов А.С., Скрипкин А.Д.* О существовании лиувиллевых решений в случае Гесса задачи о движении тяжелого гиростата под действием гироскопических сил // Процессы управления и устойчивость. Материалы V Международной конференции «Устойчивость и процессы управления», посвященной 95-летию со дня рождения профессора, чл.-корр. РАН В.И. Зубова. Санкт-Петербург: Издательский дом Федоровой Г.В., 2025. Т. 12. № S2-1. С. 57-58 (вклад 1/2, объем 0,23 п.л., EDN: VZBBMZ).

8. *Kuleshov A.S., Skripkin A.D.* Existence of liouvillian solutions in the problem of motion of a heavy gyrostat under the action of gyroscopic forces // Компьютерная алгебра = Computer Algebra: материалы 6-й Международной конференции. Москва, 23-25 июня 2025 г. Москва: РУДН, 2025. С. 76-79 (вклад 1/2, объем 0,46 п.л., EDN: CFVTKQ).