

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Замниус Алексей Васильевич

**Моделирование влияния прогрессивного налогообложения
трудовых доходов на основные макроэкономические показатели
в России**

Специальность 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные
методы в экономике

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Научный руководитель:
доктор экономических наук
доцент, Картаев Филипп Сергеевич

Москва – 2025

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Теоретико-методологические основы моделирования эффектов налогообложения доходов населения	14
1.1 Эластичности предложения труда: основные виды.....	15
1.2 Влияние налогообложения доходов на поведение домохозяйств	24
1.3 Методологические ориентиры моделирования эффектов налогообложения в российских условиях	34
Выводы по Главе 1.....	39
Глава 2. Эконометрический анализ внутрикогортной динамики заработной платы в зависимости от возраста для России.....	40
2.1 Профиль заработных плат	41
2.2 Оценка профиля заработных плат для России	45
2.3 Расчет минимальных темпов экономического роста, обеспечивающих рост заработных плат в течение трудовой жизни.....	59
Выводы по Главе 2.....	62
Глава 3. Эконометрическая оценка эластичностей предложения труда для России....	64
3.1 Подходы к оцениванию эластичностей предложения труда	65
3.2 Постановка модели жизненного цикла домохозяйства с двумя супругами	79
3.3 Эконометрическая оценка модели жизненного цикла для России.....	84
Выводы по Главе 3.....	99
Глава 4. Оценка макроэкономических эффектов изменения степени прогрессии шкалы налогообложения в рамках стохастической модели общего равновесия с перекрывающимися поколениями для России	100
4.1 Постановка модели общего экономического равновесия	100
4.2 Решение модели.....	107
4.3 Калибровка параметров модели	109
4.4 Оценка влияния степени прогрессивности шкалы налогообложения трудовых доходов на основные макроэкономические показатели в России	112

Выводы по Главе 4.....	116
Заключение	119
Библиографический список	123
Приложение	137

Введение

Актуальность темы исследования. В ближайшие годы российская экономика столкнется с рядом структурных и институциональных вызовов. С одной стороны, санкционное давление уже снижает доходы бюджета от экспорта углеводородов. С другой – демографические изменения, выражающиеся в сокращении численности трудоспособного населения и росте доли пожилых¹, ведут к увеличению бюджетных расходов на пенсии и здравоохранение. Эти факторы усиливают нагрузку на бюджетную систему и создают необходимость поиска устойчивых источников финансирования, что придает особую значимость механизмам регулирования доходов домохозяйств и перераспределения ресурсов.

С начала 2025 года в России вступили в силу масштабные изменения в налоговой системе: шкала подоходного налога стала прогрессивной (от 13% до 22% в зависимости от дохода), а также увеличен налог на прибыль корпораций. Такие изменения могут существенно повлиять на поведение домохозяйств и, как следствие, экономическое развитие в целом, в особенности на сбережения и предложение труда.

Признанным инструментом изучения последствий налоговой политики являются модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями (OLG). Они позволяют одновременно учитывать взаимодействие домохозяйств, фирм и государства на макроэкономических рынках и описывать трудовое, потребительское и сберегательное поведение разных поколений индивидов на протяжении жизненного цикла.

Классическая структура OLG-моделей является достаточно гибкой, однако для получения достоверных оценок последствий налоговых реформ необходимо, чтобы модель учитывала фундаментальные институциональные аспекты рынка труда и поведенческие особенности домохозяйств в конкретной экономике. В случае России это связано, в частности, со слабостью институтов рынка труда (Вакуленко & Гурвич, 2015, 2016) – низким уровнем МРОТ, ограниченными пособиями по безработице и незначительной ролью профсоюзов, – что усиливает волатильность заработных плат и определяет специфику реакции домохозяйств на различные шоки. Игнорирование таких особенностей приводит к существенным искажениям выводов и ограничивает практическую значимость результатов модельного анализа.

Однако даже при учёте институциональных аспектов и поведенческих особенностей эффективность модели во многом определяется качеством её калибровки. Если экзогенные параметры заимствуются из зарубежных исследований или задаются на

¹ United Nations: World Population Prospects: офиц. сайт.- URL: <https://population.un.org/wpp/> (дата обращения 01.04.2025)

основе усреднённых значений, полученных в других условиях, результаты модельного анализа оказываются слабо применимыми к российской действительности. Индивидуальные траектории заработной платы, коэффициенты относительного неприятия риска, дисконтирования полезности и эластичности предложения труда играют особую роль при моделировании, так как именно они определяют трудовое, потребительское и сберегательное поведение домохозяйств. Тем не менее, для российской экономики подобных эмпирически обоснованных оценок крайне мало: соответствующие исследования ограничены по числу и охвату, что существенно затрудняет построение реалистичных и устойчивых моделей общего равновесия, которые способны дать корректное количественное описание последствий налоговой политики.

Таким образом, оценка макроэкономических эффектов прогрессивного налогообложения с учетом институциональных особенностей российского рынка труда и поведения домохозяйств, где в основе лежит эмпирически обоснованная калибровка экзогенных параметров модели, представляется актуальной задачей. Ее решение позволяет обеспечить научно обоснованное представление о последствиях налоговой политики и сформировать рекомендации по экономическому регулированию в условиях демографических сдвигов и специфики российской институциональной среды.

Степень разработанности темы исследования. Для изучения эффектов налоговой политики используются различные модификации OLG-моделей по типу (Auerbach & Kotlikoff, 1987). Так, в литературе по оптимальному налогообложению представлены модели с идиосинкратическими рисками (Conesa et al., 2009; Conesa & Krueger, 2006), эндогенным накоплением человеческого капитала (Blandin & Peterman, 2019; Da Costa & Santos, 2018), учетом состава домохозяйств и решением о занятости его членов (Guner et al., 2012; Karabarbounis, 2016). Нередко подоходные налоги рассматриваются вместе с налогом на доход от капитала (Conesa et al., 2009; Freestone, 2020; Peterman, 2013). Также существует пласт работ, посвященных изменяющимся с возрастом налоговым ставкам (Erosa & Gervais, 2002; Gervais, 2012).

Теоретико-методологические основы построения моделей, описывающих экономику России как систему, были подробно разобраны в работе (Дробышевский & Полбин, 2014). Количественная оценка перехода от пропорциональной к прогрессивной системе налогообложения на базе моделей общего равновесия для России осуществлялась в работах (Мартьянова & Полбин, 2024), где анализ проводился в рамках модели типа Аягари-Бьюли-Хаггетта с бесконечно живущими домохозяйствами, и (Nesterova, 2024), которое выполнено с использованием глобальной вычислимой модели общего равновесия с перекрывающимися поколениями (CGE-OLG), где акцент сделан на интеграции России в

глобальную экономику через торговлю и финансы, а не на особенностях российского рынка труда и поведения агентов.

Оценки индивидуальных траекторий заработных плат для России были представлены в работах (Bessudnov, 2011; Chernina & Gimpelson, 2023; Аистов, 2018; Гимпельсон, 2019; Гимпельсон & Зинченко, 2019; Клепикова & Колосницына, 2017), где основное внимание уделялось идентификации линейно зависимых факторов, оказывающих ключевое влияние на динамику заработной платы – возрастных, временных и когортных – с использованием методов, корректирующих проблему мультиколлинеарности. Однако подходы, примененные в этих работах, не позволяют строить устойчивые и реалистичные прогнозы внутрикогортных зарплатных профилей, необходимых для калибровки модели общего равновесия.

Оценка ненаблюдаемой части эволюции доходов и заработной платы индивидов, как правило, осуществляется через разложение на перманентные и транзитивные шоки с использованием панельных данных (Gottschalk & Moffitt, 2009; Lochner & Shin, 2014; Meghir & Pistaferri, 2004). В ряде исследований применяются структурные подходы с привлечением данных о потреблении для идентификации влияния шоков на потребительские решения домохозяйств (Blundell et al., 2008, 2016; Blundell & Preston, 1998; Theloudis, 2021). Подходы позволяют оценивать волатильность скрытых компонент дохода и её гетерогенность между индивидами и когортами, формируя основу для калибровки моделей общего равновесия.

Для России оценка ненаблюдаемой части эволюции заработной платы индивидов, аппроксимированной с помощью AR(1)-процесса, была представлена в работе (Мартьянова & Полбин, 2022). Авторы приходят к выводу, что волатильность ненаблюдаемой компоненты заработной платы оказалась в несколько раз выше в России, чем в США. В статье (Коваль & Полбин, 2020) была проанализирована динамика ненаблюдаемой компоненты трудового дохода, которая состоит из постоянной и временной частей. Результаты показали значительно бóльшую разницу в волатильности этих компонент, чем в США.

Оценки эластичности предложения труда осуществляются как на базе агрегированных (Altonji, 1982; Andrews, 1987; Andrews & Nickell, 1982; Fiorito & Zanella, 2012; Hall, 1979; Peterman, 2016), так и индивидуальных данных. Модели на индивидуальных данных можно разделить на два подкласса: параметрические, где функция предложения труда специфицируется напрямую (Ashenfelter & Heckman, 1972; Hall, 1970; Kosters, 1966; Mincer, 1962; Pencavel, 1986), и структурные с использованием модели жизненного цикла, где решения о предложении труда обусловлены траекториями

сбережений и потребления (Blundell & Walker, 1986; González & Sala, 2015; MaCurdy, 1981, 1985; Peterman, 2016).

Последующее развитие структурного подхода к оценке эластичности предложения труда направлено на ослабление ряда предпосылок, которые могли приводить к смещенным оценкам. В работах (Altonji, 1986; Chang et al., 2018; Domeij & Floden, 2006; MaCurdy, 1983) были представлены подходы, устойчивые к несовершенству финансовых рынков. В статьях (Attanasio et al., 2018; Chang et al., 2018; Heckman & MaCurdy, 1980; Ziliak & Kniesner, 2005; Ларин et al., 2016) было учтено решение о занятости. Модели (Imai & Keane, 2004; Keane & Wasi, 2016) изучали последствия эндогенизации процесса накопления человеческого капитала. В работах (Blundell et al., 2016; Theloudis, 2021) рассматриваются эффекты от совместного предложения труда супругами.

Что касается России, то в исследовании (Клепикова, 2016) были оценены маршаллианские эластичности для мужчин и женщин в рамках параметрической модели предложения труда, которая не учитывает совместное принятие решений о трудовой активности супругами, а оценки эластичностей предложения труда по Фришу, сделанные в работе (Ларин et al., 2016) оказались неустойчивыми.

Цель и задачи исследования. Целью исследования является количественная оценка макроэкономических эффектов введения прогрессивной шкалы подоходного налога в России на основе модели общего экономического равновесия с гетерогенными домохозяйствами, адаптированной к институциональным и поведенческим особенностям российской экономики. Для достижения поставленной цели в работе были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Определить механизмы влияния налоговой политики на поведение домохозяйств и структурные компоненты задачи домохозяйства, которые необходимо учитывать при разработке модели общего экономического равновесия для оценки макроэкономических последствий изменений в области налоговой политики в России, отражающие специфику ее рынка труда и поведения агентов.
2. Разработать подход к оценке внутрикогортных профилей заработных плат, позволяющий строить устойчивые сценарные прогнозы заработной платы для различных социально-демографических групп населения России с учетом существенной региональной гетерогенности, требующиеся для калибровки модели общего экономического равновесия.
3. Оценить экзогенные параметры структурной модели жизненного цикла домохозяйства, необходимые для реалистичной калибровки модели общего

экономического равновесия для России, в частности, моменты распределения ненаблюдаемых компонент заработной платы и эластичности предложения труда.

4. Построить модель общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями гетерогенных домохозяйств, учитывающую особенности рынка труда и поведения домохозяйств в России и откалиброванную на основе оценок профилей и дисперсий шоков заработных плат и эластичностей предложения труда, которая позволит оценить влияние повышения степени прогрессивности шкалы налогообложения на выпуск, капитал, труд, потребление и уровень неравенства, сформулировав выводы и рекомендации по экономической политике.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются процессы взаимодействия налоговой политики, рынка труда и поведения домохозяйств в российской экономике. **Предмет** исследования – макроэкономические последствия изменений в налогообложении труда на основе эмпирически оцененных поведенческих параметров домохозяйств.

Научная новизна. В работе получены следующие результаты, соответствующие критериям научной новизны:

1. Систематизированы теоретические и эмпирические подходы к построению моделей общего равновесия для анализа последствий налоговой политики и выявлены их ограничения применительно к российской экономике. В отличие от предыдущих работ, определены поведенческие и институциональные особенности российской экономики, которые обуславливают эффекты прогрессивного налогообложения. Ключевыми из них являются высокая неопределенность на рынке труда и специфические механизмы страхования от нее.
2. Разработана эконометрическая модель эволюции заработной платы, учитывающая гетерогенность на региональном и индивидуальном уровнях, ориентированная на сценарное прогнозирование внутрикогортных профилей заработных плат на основе траекторий изменения ВРП. По сравнению с традиционными подходами, модель учитывает возрастные, временные и когортные компоненты заработка через наблюдаемые факторы, что решает проблему мультиколлинераности.
3. Оценены параметры распределения ненаблюдаемых компонент заработной платы и эластичности предложения труда для мужчин и женщин в России на основе стохастической модели жизненного цикла домохозяйства с двумя супругами. В модели, в отличие от аналогов, разделяется вариация заработной платы на постоянную и временную составляющие и описываются прямые и перекрёстные реакции потребления и отработанных часов супругов на шоки заработных плат.

Полученные оценки обеспечивают надежную калибровку за счет эндогенного моделирования ошибок измерения потребления, заработных плат и отработанных часов.

4. Разработана стохастическая модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями и гетерогенными по уровню образования домохозяйствами, состоящими из двух супругов. В сравнении с существующими подходами, неопределенность в будущих доходах каждого члена домохозяйства включает как временную, так и постоянную составляющие, а страховка может быть обеспечена за счет совместного решения о предложении труда супругами.

Теоретическая значимость работы заключается, с одной стороны, в разработке эконометрической модели, позволяющей описать эволюцию заработной платы во времени в зависимости только от наблюдаемых факторов, а с другой стороны, в расширении модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями за счёт включения механизмов совместного принятия трудовых решений супругами и выделения в стохастической динамике доходов постоянной и временной составляющих, что ранее не учитывалось в российских исследованиях. Кроме того, разработана адаптация метода эндогенной сетки к описанной модели, что позволяет проводить вычисления в приемлемое время, несмотря на большое число переменных состояния.

Практическая значимость работы состоит в том, что оцененные в настоящем исследовании коэффициенты эластичности предложения труда, профили заработных плат и параметры распределений шоков заработных плат могут быть использованы для прогнозирования последствий мер экономической политики, в частности, в области налогообложения в РФ. Результаты работы использованы при чтении курсов «Прикладная эконометрика» для бакалавров 4 г.о., «Динамические модели общего равновесия» и «Эконометрика (продвинутый уровень)» для магистрантов 1 г.о. на экономическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова.

Теоретико-методологические основы исследования. Теоретической основой исследования являются теория поведения домохозяйств в модели жизненного цикла, теория оптимального налогообложения, а также модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями. В работе используются экономико-математические методы: методы регрессионного анализа на панельных данных, методы оценки структурных моделей жизненного цикла, методы непараметрической статистики для оценки статистической устойчивости результатов, методы численной оптимизации, методы динамического программирования, численный имитационный анализ.

Информационной базой исследования выступают базы данных Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ) НИУ ВШЭ и Федеральной службы государственной статистики (Росстат). Расчеты произведены с использованием программных пакетов R и Matlab.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Выделенные специфические поведенческие механизмы и институциональные особенности рынка труда России позволяют адаптировать классическую структуру модели общего равновесия к реалиям российской экономики путем включения достоверного описания эволюции заработной платы мужчин и женщин с различным уровнем образования, учитывающего существенное влияние шоков индивидуальной производительности, механизма страхования от шоков через совместное принятие решений о трудовой активности супругов и калибровки на основе эмпирически обоснованных оценок эластичностей предложения труда по России.
2. Разработанная модель эволюции индивидуальных заработных плат обеспечивает реалистичное воспроизведение динамики трудовых доходов в модели общего равновесия для России, позволяет строить устойчивые сценарные прогнозы и дает возможность оценивать внутрикогортные профили для мужчин и женщин с различным уровнем образования и в разных регионах России, а также определять условия экономического роста, при которых средние заработные платы не снижаются в предпенсионном возрасте.
3. Полученные оценки параметров структурной модели жизненного цикла домохозяйства подтверждают выделенные ранее представления об особенностях рынка труда и поведения домохозяйств в России: вариация перманентной составляющей ненаблюдаемой динамики заработной платы значительно превышает аналогичные оценки по другим странам, волатильность временной составляющей выше у мужчин, а постоянной – у женщин; отработанные часы демонстрируют умеренную реакцию на шоки заработной платы, а сглаживание потребления осуществляется главным образом через эффект дополнительного работника с различиями по уровням доходов супругов; использование совместного решения о трудовой активности супругов устраняет ключевые источники смещения оценок и обеспечивает надёжную калибровку модели общего равновесия для анализа последствий налоговой политики.
4. Разработанная стохастическая модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями домохозяйств, которые различаются по уровню образования и состоят

из двух супругов, принимающих совместные решения о трудовой активности в условиях существенной неопределенности по поводу своей заработной платы, позволяет обеспечить возможность количественного анализа макроэкономических последствий прогрессивного налогообложения. В условиях умеренной эластичности предложения труда, высокой степени неприятия риска и короткого горизонта планирования, характерных для России, прогрессивное налогообложение оказывает относительно слабое влияние на уровень неравенства и ВВП, так как перераспределяемые средства преимущественно расходуются на текущее потребление.

Степень достоверности результатов исследования. Степень достоверности результатов обеспечивается следующим:

1. Результаты диссертационного исследования получены с использованием научных методов, с применением инструментария экономической теории и опорой на научные исследования отечественных и зарубежных ученых.
2. Основой эмпирической части работы выступают достоверные статистические данные из открытых источников.
3. Предложенные в диссертационном исследовании результаты апробированы в виде публикаций в рецензируемых научных журналах и докладов на ведущих российских и международных конференциях и семинарах.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертационного исследования соответствует п. 3. «Разработка и развитие математических и эконометрических моделей анализа экономических процессов (в т.ч. в исторической перспективе) и их прогнозирования», а также п. 5. «Разработка и оценка моделей общего и частичного экономического равновесия» паспорта научной специальности 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

Апробация и реализация результатов исследования. Основные результаты диссертационного исследования были представлены на ряде российских и международных научных конференций, включая:

- Международную научную конференцию студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов» (секция «Экономика», подсекция «Макроэкономика»), Москва, Россия – в 2020, 2021, 2022, 2023, 2024 и 2025 годах;
- Российский экономический конгресс: Москва, Россия – в 2020 году; Екатеринбург, Россия – в 2023 году;

- Международную конференцию пользователей данных «Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения НИУ ВШЭ» (RLMS-HSE), Москва, Россия – в 2021 и 2023 годах;
- Международную конференцию по эконометрике и бизнес-аналитике (International Conference on Econometrics and Business Analytics, iCEBA): Ереван, Армения – в 2022 году; Ташкент, Узбекистан – в 2023 году.

Ключевые результаты исследования также отражены в рамках государственного задания (научно-исследовательской работы) ИЭП имени Е.Т. Гайдара по теме «Оценка функции предложения труда на микроданных РМЭЗ НИУ ВШЭ» в 2021 г. и РАНХиГС при Президенте РФ по теме «Оценка эластичности предложения труда на основе идентификации транзитивных и перманентных шоков заработных плат» в 2023 г.

Основные результаты исследования представлены в 5 научных статьях объемом 8,57 п.л. (авторский вклад – 5,69 п.л.) по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ имени М. В. Ломоносова по специальности 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике.

Структура диссертации. Цель и задачи диссертационного исследования определили структуру изложения. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников и приложения, изложенных на 143 страницах. Библиографический список включает в себя 207 источников использованной литературы (в том числе 178 на иностранном языке). Работа также насчитывает 8 таблиц и 16 рисунков.

В первой главе проанализированы механизмы влияния различных видов изменений в заработной плате на решения домохозяйств в отношении труда, потребления и сбережений и изучены эффекты, порождаемые конкретными налогами, на выбор домохозяйств и экономику в целом. Формулируются ключевые аспекты, которые должна учитывать модель для изучения макроэкономических эффектов налоговой политики.

Во второй главе разработана эконометрическая модель для оценки внутрикогортных профилей заработной платы. Эта модель позволяет учесть возрастной, когортный и временной эффекты, которые являются ключевыми детерминантами заработной платы, с избеганием проблемы совершенной мультиколлинеарности, что делает возможным ее применение при калибровке моделей жизненного цикла для России. Приводятся оценки зарплатных профилей для различных социально-демографических групп в России. Также построены оценки темпов экономического роста, при которых заработные платы не убывают по мере достижения работником предпенсионного возраста.

В третьей главе строится модель жизненного цикла домохозяйства, состоящего из двух супругов. На основе критического обзора литературы подбирается наиболее подходящий метод оценки. Используя оценки зарплатных профилей, выделяется ненаблюдаемая часть динамики заработных плат, для которой оцениваются параметры распределения ее постоянной и временной компонент. Основываясь на предпосылках разработанной модели жизненного цикла, также выделяется часть вариации заработных плат, относящаяся к ошибкам измерения. На основе проделанных расчетов строятся оценки прямых и перекрестных коэффициентов эластичностей, определяющих реакцию потребления и отработанных часов на зарплатные шоки для мужчин и женщин в России.

В четвертой главе модель жизненного цикла из предыдущей главы расширяется до стохастической модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями, на основе которой оцениваются макроэкономические последствия повышения степени прогрессивности шкалы налогообложения трудовых доходов для двух сценариев распределения государственного бюджета.

Основные результаты и выводы работы представлены в заключении.

Глава 1. Теоретико-методологические основы моделирования эффектов налогообложения доходов населения

В настоящей главе использованы материалы, опубликованные автором в статьях «Оценка межвременной эластичности замещения предложения труда для замужних женщин в России» (Замниус & Полбин, 2021), «Эластичность предложения труда по заработной плате у женатых мужчин в России» (Замниус et al., 2022), «Оптимальное налогообложение и пенсионные системы в моделях перекрывающихся поколений» (Замниус & Шпилевая, 2025).

Подходные налоги являются одной из ключевых составляющих политики любого государства, так как они представляют собой один из основных источников дохода государственного бюджета. В то же время подходный налог – это важный инструмент для перераспределения доходов между гражданами, который позволяет регулировать уровень неравенства в обществе для достижения более справедливого их распределения.

Строго говоря, «справедливость» можно определять по-разному. Традиционный взгляд экономистов на проблему справедливости сводится к решению задачи центрального планировщика, который стремится распределить доход таким образом, чтобы максимизировать благосостояние всего общества. Конкретное решение такой задачи во многом зависит от вида функции благосостояния, однако ключевой вывод остается одним – перераспределение дохода от богатых к бедным оптимально, а следовательно, справедливо. Так, согласно классическому утилитаристскому подходу, сформулированному еще в XVIII в. английским философом Дж. Бентамом (Bentham, 1781), общественная функция благосостояния представляет собой сумму индивидуальных функций полезностей налогоплательщиков. Поэтому если предельная полезность от потребления убывает по мере роста дохода, более равномерное распределение дохода будет приводить к увеличению общественного благосостояния (Piketty & Saez, 2013). Более того, если учитывать неопределенность, с которой сталкиваются домохозяйства при принятии решений, перераспределение дохода от богатых к бедным может служить аппроксимацией для недостающих формальных и неформальных рынков страхования рисков потери в доходах, что способствует сглаживанию траекторий потребления домохозяйств во времени.

В то же время любое перераспределение будет осуществляться за счет потерь в эффективности. Так, любое увеличение ставок подходного налога будет снижать стимулы к предложению труда, так как на одну единицу предложенного труда индивид будет получать меньший доход. На основе этого факта был сформулирован ключевой принцип налогообложения: в большей степени облагать налогом те факторы производства,

предложение которых неэластично (Mirrlees, 1971; Ramsey, 1927). В контексте подоходных налогов это означает, что реакция труда со стороны домохозяйств будет играть ключевую роль в дизайне налоговых систем.

Таким образом, в настоящей главе предлагается рассмотреть следующие аспекты. Первая часть будет посвящена эластичностям предложения труда: различным типам изменений заработной платы и эффектам, которые оказывают эти изменения на решения домохозяйств о предложении труда, потреблении и сбережениях в контексте жизненного цикла. Вторая часть будет направлена на изучение эффектов, порождаемых конкретными налогами, на решения домохозяйств и экономику в целом. Это позволит, с одной стороны, изучить стоящие за этим механизмы, а с другой – сформулировать предпосылки, которым должна удовлетворять макроэкономическая модель, направленная на изучение эффектов от налогообложения.

1.1 Эластичности предложения труда: основные виды

Для того, чтобы изучить реакцию индивидов на изменения заработной платы, рассмотрим базовую постановку однопериодной задачи индивида:

$$\begin{cases} U = U(C; N) \rightarrow \max_{C; N}, \\ C = WN + S \end{cases} \quad (1)$$

где $U(\bullet)$ – функция полезности; C – потребление; N – отработанные часы; W – ставка заработной платы в час; S – нетрудовые доходы.

Для большей наглядности представим описанную задачу графически в пространстве потребление-часы досуга для более привычного вида, где $\bar{L}$ – фонд времени, который индивид может распределить между досугом L и работой N (рисунок 1). В такой постановке допустимо существование двух крайних решений: в точке E , где индивид не работает ($N = 0; L = \bar{L}$) и обеспечивает свое потребление полностью за счет нетрудового дохода, и в точке F_0 , где индивид посвящает работе весь доступный фонд времени ($N = \bar{L}; L = 0$), а потребление достигает максимально возможного уровня (англ. *full income*) (Ashenfelter & Heckman, 1972). Однако для простоты будем рассматривать внутренние решения оптимизационной задачи.

Предположим, что индивид сталкивается с положительным шоком ставки заработной платы, которая возрастает с уровня W_0 до W_1 . В этой ситуации происходит ослабление бюджетного ограничения, которое заключается в изменении его наклона и переходе из положения F_0E в F_1E . Это приводит к тому, что оптимум перемещается из точки A в точку D .

Эффект от изменения цены досуга можно разбить на две составляющие: эффект дохода и замещения, что порождает промежуточный оптимум в точке В. Так, в силу увеличения альтернативных издержек досуга, оптимальное решение индивида переходит из точки А в точку В, что относится к эффекту замещения. Однако из-за того, что индивид стал получать больший доход за то же самое количество часов работы, оптимум переместится из точки В в точку D, описывая тем самым эффект дохода. Тогда изменение отработанных часов при переходе AD будет определяться величиной эластичности предложения труда по Маршаллу $E_W^N(M) = \frac{\partial \ln N}{\partial \ln W} \Big|_S$, в то время как для АВ это изменение будет зависеть от величины эластичности предложения труда по Хиксу $E_W^N(H) = \frac{\partial \ln N}{\partial \ln W} \Big|_U$.

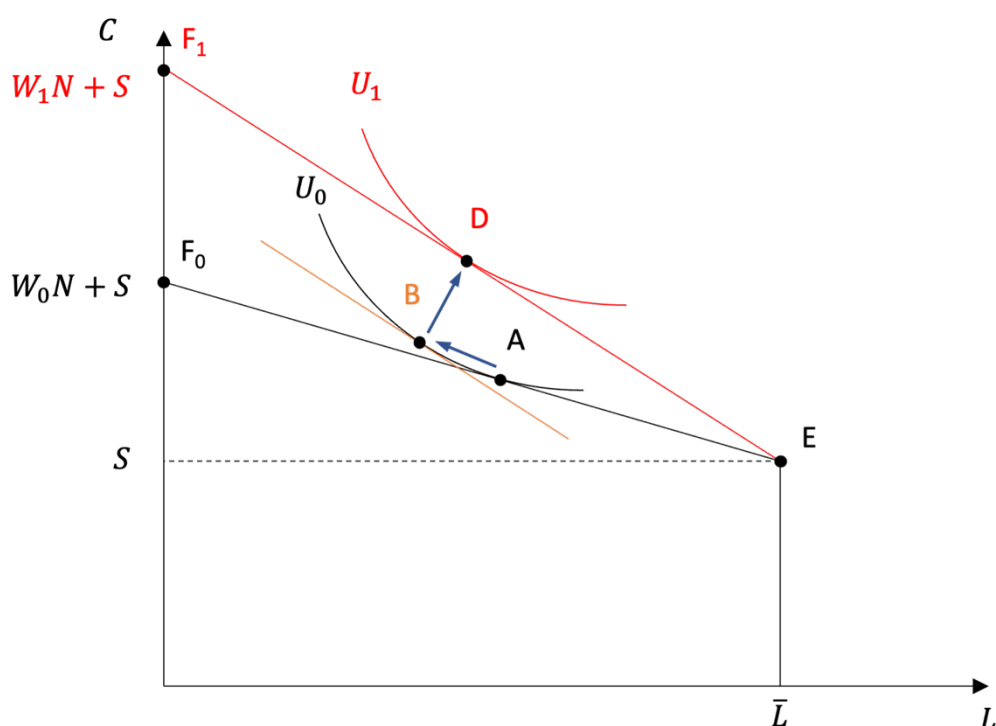


Рисунок 1. Однопериодная модель предложения труда. Источник: составлено автором

Выбор той или иной эластичности зависит от исследовательского вопроса (Blundell & MaCurdy, 1999). Например, некомпенсированную эластичность можно применять для изучения реакции предложения труда на изменения подоходного налога, направляемого на финансирование государственных расходов, не имеющих социальной направленности (нетрансфертных расходов). Компенсированная эластичность предложения труда позволяет определить масштабы эффектов дохода и замещения, что необходимо для оценок потерь мертвого груза, вызванных искажающим налогообложением. Также она применима для оценки налогового маневра с теми или иными компенсационными схемами. Например, можно одновременно снизить налог на труд и повысить налог на

потребление (фискальная девальвация) в такой пропорции, чтобы полезность индивида осталась на неизменном уровне. Соответственно, эластичность предложения труда по Хиксу будет характеризовать изменение отработанных часов в ответ на изменение реальной ставки заработной платы, на которую оказывает положительное влияние снижение подоходного налога и отрицательное влияние повышение налога на потребление.

Рассмотрим две ситуации, когда происходит рост ставки подоходного налога с уровня τ_0 до τ_1 (допустим, что $W_t = (1 - \tau)W_t^*$) в некотором периоде t . В первом случае предположим, что налоговая шкала является плоской. Такое изменение не предполагает компенсации, поэтому произойдет переход бюджетного ограничения индивида из состояния F_0E в F_1E , а равновесие – из A в B (рисунок 2). При условии, что маршаллианская эластичность предложения труда положительна, можно сделать вывод о том, что в ответ на увеличение ставки подоходного налога индивид сократит свое потребление и отработываемые часы.

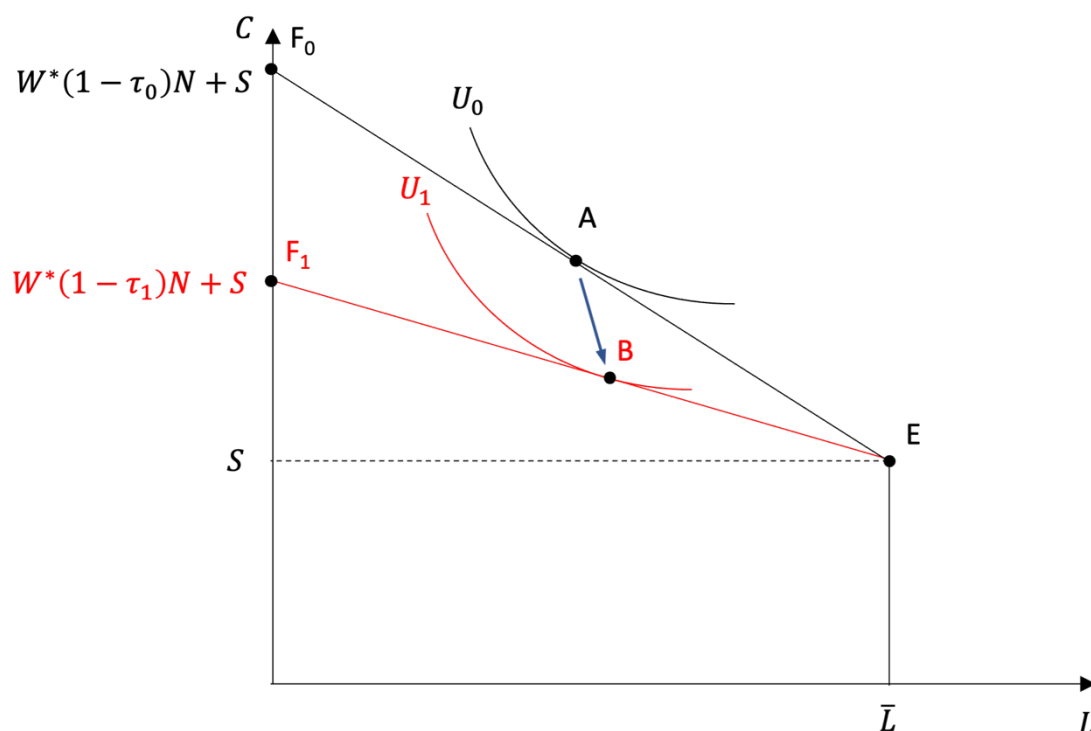


Рисунок 2. Рост ставки подоходного налога при плоской шкале налогообложения.
Источник: составлено автором

В случае же прогрессивной шкалы налогообложения обычно применяется концепция компенсированной эластичности предложения труда, так как налоговые власти должны стремиться сохранить уровень полезности индивидов, на которых приходится большее налоговое бремя, неизменным (Mirrlees et al., 2011). Тогда в случае двух ставок $\tau' > \tau$ увеличение большей поспособствует переходу соответствующего участка

бюджетного ограничения из состояния F_0K_0 в F_1K_0 (рисунок 3). Если же предположить, что полученные средства государство направит на трансферты бедным гражданам ($S_0 \nearrow S_1$), то все бюджетное ограничение сдвинется вверх в положение $F_2K_1E_1$, а равновесие для более богатого индивида перейдет из A в D .

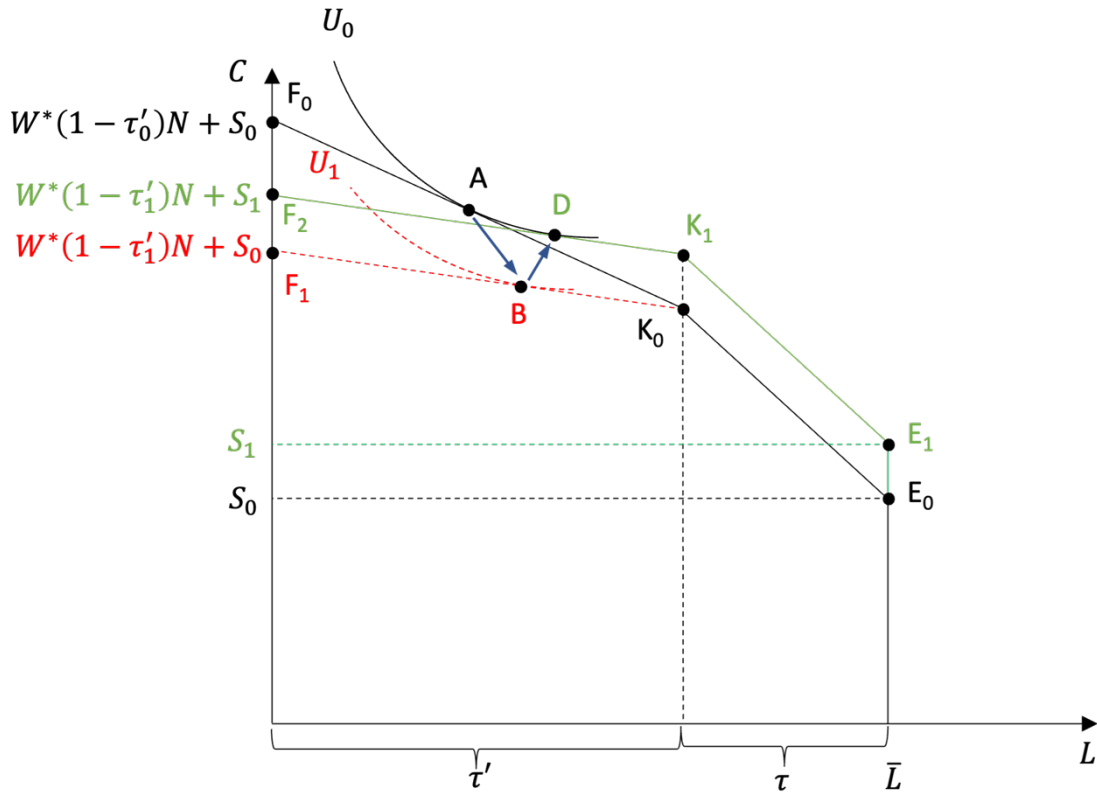


Рисунок 3. Рост ставки подоходного налога при прогрессивной шкале налогообложения.

Источник: составлено автором

Другой не менее важной концепцией эластичности предложения труда является эластичность предложения труда по Фришу. Для ее более детального изучения рассмотрим условия первого порядка задачи индивида (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C} &= \lambda \\ \frac{\partial U}{\partial N} &\geq -\lambda W, \end{aligned} \quad (2)$$

где λ — теневая цена нетрудового дохода. Заметим, что возможность обращения второго условия в строгое неравенство соответствует ситуации краевого решения индивида. Тогда эластичность предложения труда по Фришу будет представлять собой эластичность предложения труда при фиксированной теневой цене нетрудового дохода. В рамках однопериодной задачи она эквивалентна эластичности предложения труда при постоянном уровне потребления, поэтому соответствующее изменение AG может быть

продемонстрировано графически (рисунок 4). Такое изменение не содержит в себе эффекта дохода и описывает ситуацию, когда шок заработной платы будет оказывать влияние лишь на отработанные часы, из-за чего эта реакция становится наибольшей среди остальных (MaCurdy, 1981).

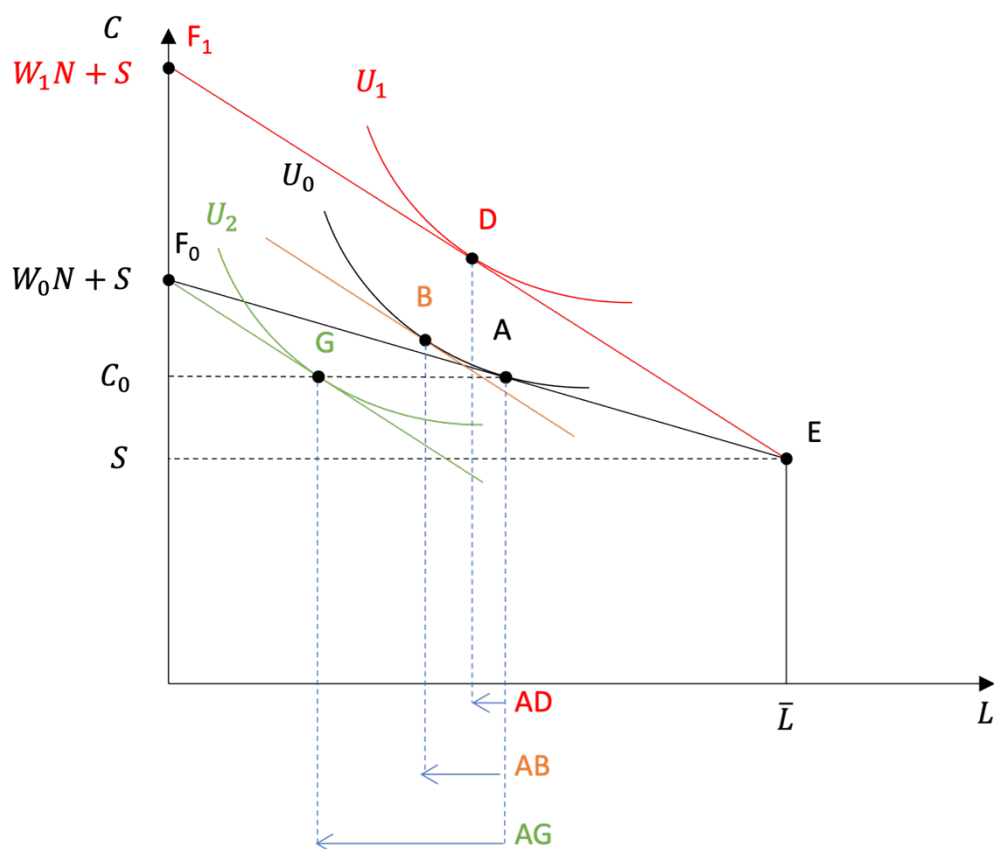


Рисунок 4. Изменения по Маршаллу, Хиксу и Фришу в однопериодной модели. Источник: составлено автором

В контексте однопериодной задачи описанная концепция эластичности предложения труда представляется несколько необычной, однако она становится вполне реалистичной, если рассматривать ее в рамках динамической задачи, где появляются различные типы изменения заработной платы, которые можно наглядно представить с помощью траектории заработной платы индивида (рисунок 5). Так, согласно (Ghez & Becker, 1975), изменение заработной платы может быть эволюционным или параметрическим, причем последнее может быть двух видов: перманентным или транзитивным.

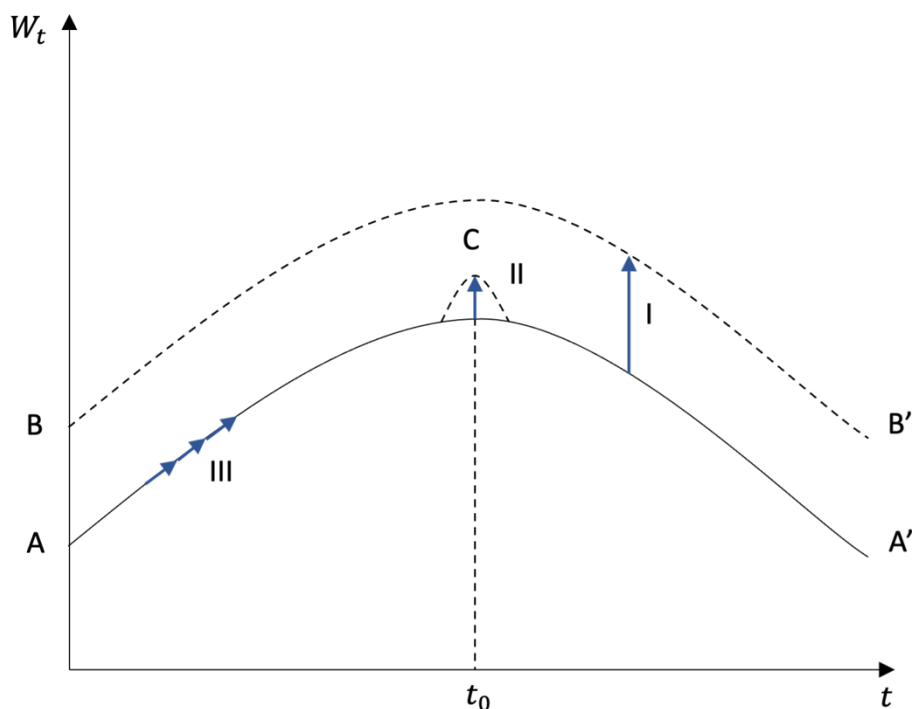


Рисунок 5. Воздействие различных шоков на профиль заработных плат. Источник: составлено автором

Для простоты предположим, что индивиду заранее известно, что его заработная плата будет изменяться с возрастом согласно траектории AA' . Это означает, что в начале жизни индивид будет учитывать динамику своей заработной платы при планировании своих будущих потребительских решений. Наличие этой информации очищает влияние изменений заработной платы, вызванных повышением возраста, от эффектов дохода, что подразумевает неизменность траектории потребления во времени (MaCurdy, 1981). Описанное изменение заработной платы относится к эволюционному типу (рисунок 5, III) и отражает стремление индивида предлагать больше труда в те периоды, когда это представляется наиболее выгодным (Browning et al., 1985). Реакция отработанных часов на подобное изменение измеряется межвременной эластичностью замещения труда, которая показывает, как индивид перераспределит свои отработанные часы между двумя периодами в ответ на изменение соотношения заработных плат между ними (Heckman & MaCurdy, 1980).

Описанную интуицию можно продемонстрировать на примере двухпериодной задачи индивида:

$$\begin{cases} \mathbb{U} = U(C_1; N_1) + \beta U(C_2; N_2) \rightarrow \max_{C_1; C_2; N_1; N_2} \\ C_1 + A_2 = W_1 N_1 + (1+r)A_1 \\ C_2 = W_2 N_2 + (1+r)A_2 \end{cases}, \quad (3)$$

где r – ставка процента; β – коэффициент дисконтирования; A_1 – некоторый заданный начальный запас активов.

Решая задачу методом множителей Лагранжа, получаются следующие условия первого порядка:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = \lambda_1 \quad (4)$$

$$\beta \frac{\partial U}{\partial C_2} = \lambda_2 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial N_1} \geq -\lambda_1 W_1 \quad (6)$$

$$\beta \frac{\partial U}{\partial N_2} \geq -\lambda_2 W_2 \quad (7)$$

$$\lambda_1 = (1 + r)\lambda_2 \quad (8)$$

где λ_t – предельная полезность от богатства в периоде t .

Используя условия (4), (5) и (8), для задачи может быть получено уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = (1 + r)\beta \frac{\partial U}{\partial C_2} \quad (9)$$

Если же обратиться к условиям (4), (6) и (5), (7) то могут быть получены предельные нормы замещения труда потреблением для каждого периода при условии внутреннего решения:

$$\frac{\partial U / \partial N_t}{\partial U / \partial C_t} = -W_t, \quad (10)$$

которые можно связать друг с другом с помощью уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial U / \partial N_1}{W_1} = (1 + r)\beta \frac{\partial U / \partial N_2}{W_2} \quad (11)$$

$$\beta \frac{\partial U / \partial N_2}{\partial U / \partial N_1} = \frac{W_2}{(1 + r)W_1} \quad (12)$$

Полученное условие в литературе называется межвременной относительной ценой труда (Туманова & Шагас, 2004). Заметим, что правая часть этого условия представляет собой приведенный к начальному периоду темп роста реальной ставки заработной платы. Именно это условие иллюстрирует эффект межвременного замещения труда. Так, при сравнении вознаграждения за труд в различные моменты работник обращает внимание как на реальную заработную плату, так и на реальную ставку процента. Чем выше реальная заработная плата в настоящем по сравнению с будущим, тем более привлекателен сегодняшний труд. Чем выше ставка процента, тем больший доход будет получен от

текущей заработной платы, если индивид приобретет активы. Например, водитель такси предпочитает работать больше именно в те дни недели и часы, когда спрос на его услуги, а следовательно, и его почасовая ставка заработной платы будет выше. С точки зрения макроэкономики, описанная реакция отражает идею о циклической безработице, когда индивиды в периоды рецессий добровольно уходят с рынка труда, чтобы дожидаться более благоприятной экономической обстановки (Lucas & Rapping, 1969).

Проиллюстрировать эффект межвременного замещения можно графически в пространстве $(N_1; N_2)$ (рисунок 6). Заметим, что $\mathbb{U}$, которая представляет собой кривую безразличия, является вогнутой функцией, так как рост отработанных часов приводит к уменьшению полезности с возрастающим предельным эффектом. Находясь в исходном оптимуме А, тангенс угла наклона луча ОА относительно оси абсцисс равен соотношению $\frac{N_2^{(A)}}{N_1^{(A)}}$, а тангенс угла наклона касательной $S^{(A)}T^{(A)}$ к кривой линии постоянной полезности $\mathbb{U}$ будет равен предельной норме замещения труда в первом периоде трудом во втором. Предположим, что индивид сталкивается с положительным шоком ставки заработной платы в первом периоде, из-за чего соотношение заработных плат уменьшилось $\frac{W_2^{(A)}}{W_1^{(A)}} > \frac{W_2^{(B)}}{W_1^{(B)}}$. В этой ситуации индивиду выгоднее увеличить отработанные часы в первом периоде и уменьшить их в последнем. Таким образом, оптимум переходит в новую точку В, где тангенс угла наклона луча ОВ равен $\frac{N_2^{(B)}}{N_1^{(B)}}$, а касательной $S^{(B)}T^{(B)}$ – новому значению предельной нормы замещения труда между первым и вторым периодами. Величина изменения соотношения отработанных часов будет зависеть от степени вогнутости кривой безразличия, которая определяется межвременной эластичностью замещения труда. Последняя может быть получена из условия для межвременной относительной цены труда:

$$IES = \frac{\partial \ln(N_2/N_1)}{\partial \ln(W_2/W_1)} \quad (13)$$

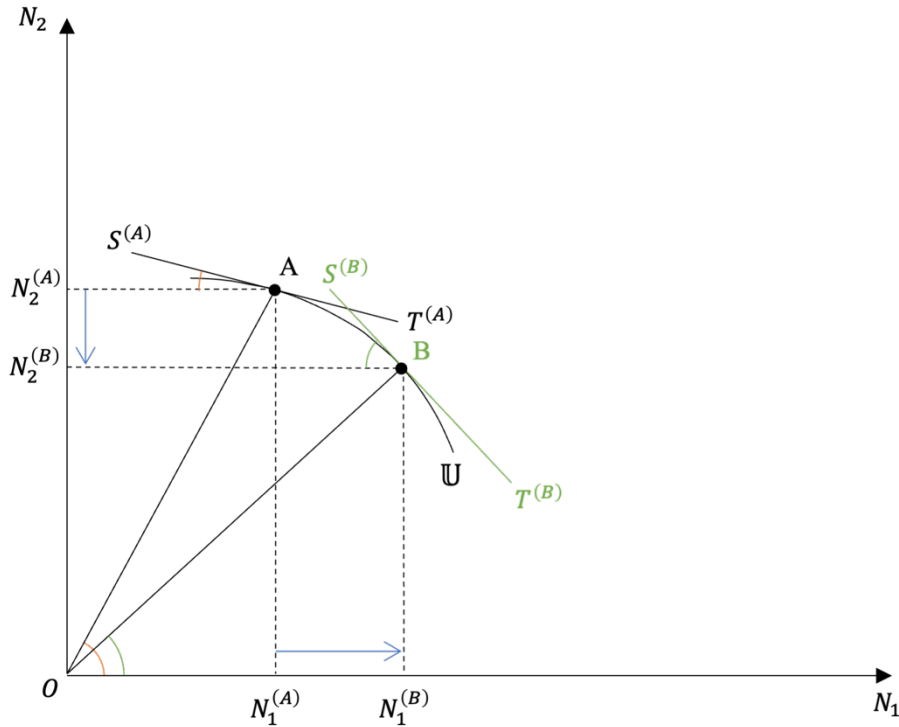


Рисунок 6. Эффект межвременного замещения. Источник: составлено автором

Отметим, что в многопериодной задаче эластичность предложения труда по Фришу будет представлять собой эластичность предложения труда при постоянной предельной полезности от богатства в начальном периоде, что в терминах описанной двухпериодной модели может быть представлено следующим образом:

$$E_W^N(F) = \frac{\partial \ln N}{\partial \ln W} \Big|_{\lambda_1} \quad (14)$$

Опираясь на условия первого порядка и уравнение Эйлера, постоянство λ_1 предполагает не только неизменность λ_2 , но и всей траектории предельных полезностей потребления $\frac{\partial U}{\partial c_t}$. Иными словами, индивид, сталкиваясь с ожидаемым изменением заработной платы в будущем, не будет дополнительно пересматривать свои решения об объемах потребления и сбережений, а изменит соотношение отработанных часов между этими периодами. То же самое верно для эффекта межвременного замещения труда, что делает межвременную эластичность замещения труда эквивалентной эластичности предложения труда по Фришу.

Возвращаясь к разновидностям шоков заработной платы в рамках жизненного цикла, под параметрическими изменениями подразумеваются шоки, которые сдвигают саму траекторию заработных плат. Такие сдвиги могут быть временными (рисунок 5, II – с траектории AA' на ACA') и постоянными (рисунок 5, I – с траектории AA' на BB'). Ключевое отличие этих шоков от эволюционного изменения заработной платы

заключается в том, что они полностью изменяют траектории отработанных часов, что влияет на потребительский выбор в течение жизни, т.е. этим шокам присущ эффект дохода (MaCurdy, 1981).

Стоит отметить, что нередко исследователи допускают существование таких транзитивных шоков, которые не искажают траекторию предельной полезности от богатства, тем самым подразумевая, что реакция на такие шоки может быть измерена с помощью эластичности предложения труда по Фришу (MaCurdy, 1981). В теории потребления реакция на подобный шок зовется специфическим эффектом замещения (*specific substitution effect*) (Phlips, 2014). Основанием такого допущения может послужить гипотеза жизненного цикла (Friedman, 1957; Modigliani, 1966), согласно которой индивиды сглаживают свое потребление в течение всей жизни, а примером такого изменения может служить деловой цикл, так как неожиданные циклические колебания в ряде случаев достаточно слабы, чтобы повлиять на уровень перманентного дохода индивида.

Необходимо отметить, что полученные формулы для расчета маршаллианской и хиксианской эластичностей выведены из однопериодной задачи индивида и по существу являются статическими объектами, из-за чего их интерпретации в контексте многопериодной задачи вызывают затруднения (Attanasio et al., 2018a). Статическая маршаллианская эластичность предполагает, что весь дополнительный доход, полученный в результате изменения ставки заработной платы, должен быть использован на увеличение потребления в этот же период, то есть данная эластичность измеряет реакцию труда в условиях отсутствия межвременного перераспределения дополнительных доходов. Аналогично для статической хиксианской эластичности: компенсация в доходах должна быть использована на увеличение потребления в момент изменения ставок заработной платы. В то же время в работе (Attanasio et al., 2018a) отмечается, что при условии сдвига всей траектории заработной платы на константу, траектория сбережений индивида останется практически неизменной, что позволяет применять статическую маршаллианскую эластичность в контексте динамической задачи для описания реакции на постоянный шок трудовых доходов. Если же весь дополнительный доход от повышения зарплаты будет сохранен для пенсии, то внутрипериодные эффекты дохода будут отсутствовать, из-за чего реакция на подобное изменение будет приблизительно равна статической эластичности по Хиксу.

1.2 Влияние налогообложения доходов на поведение домохозяйств

Наличие противоречия между принципами справедливости и эффективности породило отдельный раздел в макроэкономике, который называется теорией оптимального

налогообложения (Mirrlees, 1971). Так, согласно этой теории, налоговая система будет считаться оптимальной, если при ней образуется определенный баланс между конкурирующими принципами. Поэтому многие авторы стали разрабатывать микроэкономические модели предложения труда, чтобы оценить эластичность предложения труда и, следовательно, определить оптимальную ставку налога на трудовой доход (Hausman, 1985). Согласно этим расчетам, эластичности предложения труда выше для людей предпенсионного возраста и замужних женщин и ниже для молодых и женатых мужчин среднего возраста (обзор оценок см. (Whalen & Reichling, 2017)). Отсюда возникает вопрос, как построить такую налоговую систему, которая будет учитывать эти особенности в реакции предложения труда?

1.2.1 Налогообложение трудовых доходов

Для лучшего понимания связи эластичностей и оптимальных ставок налогообложения имеет смысл обсудить результаты двух классических работ: (Mirrlees, 1971) и (Summers, 1981). В модели Миррлиса выпуск зависит от высокоэластичного агрегированного предложения труда, из-за чего повышение подоходного налога создавало значительные потери в интенсивности труда и, следовательно, выпуске. Исходя из этого, автор приходит к выводу, что оптимальной будет, скорее, пропорциональная система с относительно низкой ставкой для индивидов с наибольшим трудовым доходом (примерно 20%) и относительно малым уровнем трансфертов для наименее богатых индивидов, из-за чего налоговая система в рамках описанных предпосылок оказывается неэффективным инструментом регулирования уровня неравенства в обществе.

Здесь необходимо оговориться о двух ключевых моментах в модели Миррлиса. Во-первых, в работе (Stern, 1976) было показано, что оптимальные ставки налогообложения могут быть значительно выше, если допустить, что предложение труда менее эластично. Во-вторых, Миррлис предполагал, что функция полезности индивида зависит только от потребления, что исключает наличие эффекта дохода и, следовательно, делает компенсированную и некомпенсированную эластичности предложения труда эквивалентными. Однако в работах (Aaron & Pechman, 1981; Blomquist, 1983) было показано, что даже при низкой некомпенсированной эластичности прогрессивное налогообложение может в значительной степени воздействовать на предложение труда, если компенсированная эластичность достаточно велика.

В работе (Summers, 1981) рассматривалась модель с перекрывающимися поколениями с неэластичным предложением труда, где существует три вида налогов: на трудовой доход, на капитал и на потребление. В отличие от модели Миррлиса, повышение

подходного налога незначительно влияет на выпуск. В то же время рост налога на капитал уменьшает ставку процента, из-за чего инвестиции в капитал становятся менее выгодными, а в долгосрочном периоде падает производительность труда и, следовательно, заработная плата. Исходя из этого, государству выгоднее сосредоточить свое внимание на подходном налоге и на налоге на потребление, не облагая капитал в принципе. Именно поэтому от значений эластичности предложения труда зависят не только оптимальные ставки подходного налога, но и ставки по другим видам налогов.

Отсюда возникает вопрос, насколько эластично предложение труда на самом деле? Согласно классическим работам по оценке эластичности предложения труда по Фришу на микроданных, ее значение лежит в промежутке от 0 до 0,5 (Altonji, 1986; MaCurdy, 1981). Однако в более поздних работах было показано, что эти оценки могут быть занижены в силу разных причин: использование слабых инструментов (Pistaferri, 2003), наличие ограничений на займы (Domeij & Floden, 2006), накопление человеческого капитала (Imai & Keane, 2004) и т.п. (более подробно см. (Keane, 2011)). Более того, в большинстве микроэконометрических работ рассматривается лишь реакция отработанных часов на шоки заработных плат, в то время как волатильность агрегированного предложения труда в большей степени объясняется колебаниями занятости, нежели отработанных часов (Chetty et al., 2011; Hansen, 1985; Kydland, 1995; Ohanian & Raffo, 2012).

Отдельно стоит обсудить важность учета накопления человеческого капитала при оценке эластичности предложения труда (Neckman, 1976). В условиях классической модели жизненного цикла с экзогенно заданной ставкой заработной платы (3), в оптимуме предельная норма замещения потребления часами досуга равна рыночной ставке заработной платы (10). При накоплении человеческого капитала это условие оптимальности изменяется. Расширим модель (3) до модели жизненного цикла для T периодов с эндогенным накоплением человеческого капитала:

$$\begin{cases} \mathbb{U} = \sum_{t=1}^T \beta^{t-1} U(C_t; N_t) \rightarrow \max_{\mathbb{C}; \mathbb{N}} \\ A_{t+1} = (1+r)A_t + WH_t N_t - C_t \\ H_{t+1} = H(H_t; N_t) \end{cases}, \quad (15)$$

где H_t – запас человеческого капитала, $H(\bullet)$ – функция накопления человеческого капитала. $H(\bullet)$ является выпуклой, дважды дифференцируемой и возрастает по обоим аргументам. В представленной задаче индивиды могут влиять на свою будущую заработную плату за счет интенсивности труда в настоящем, приобретая новые знания и опыт. Таким образом, увеличение будущей производительности выступает в роли побочного продукта текущего труда, что, безусловно, является некоторым упрощением,

так как в реальности индивиды могут получать знания и за пределами рынка труда, однако оно позволяет продемонстрировать эффекты на принятие решений о предложении труда. Подобный вид накопления человеческого капитала называется в литературе *learning-by-doing* (LBD) (Keane, 2022).

Модель (15) можно записать в виде уравнения Беллмана:

$$V_t(A_t; H_t) = \max_{C_t; N_t} \{U[C_t; N_t] + \beta V_{t+1}[(1+r)A_t + WH_t N_t - C_t; H(H_t; N_t)]\} \quad (16)$$

и вывести для нее предельную норму замещения труда потреблением:

$$\frac{\partial U / \partial N_t}{\partial U / \partial C_t} = -WH_t - \frac{\partial H_{t+1}}{\partial N_t} \frac{\partial V_{t+1} / \partial H_{t+1}}{\partial V_{t+1} / \partial A_{t+1}} \quad (17)$$

Видно, что теперь, в отличие от (10), эффективная ставка заработной платы представляет собой сумму рыночной ставки WH_t и отдачи от накопленного человеческого капитала $\frac{\partial H_{t+1}}{\partial N_t} \frac{\partial V_{t+1} / \partial H_{t+1}}{\partial V_{t+1} / \partial A_{t+1}}$ (Shaw, 1989). Его наличие обуславливает непостоянство реакции отработанных часов на шоки заработных плат на протяжении жизненного цикла. Так, в начале трудовой карьеры индивид стремится получить опыт и навыки, необходимые для повышения своей будущей производительности. В условиях высокой отдачи от накопления человеческого капитала и низкой фактической заработной платы реакция отработанных часов на шок будет слабой. Предпенсионный возраст характеризуется низкой отдачей от накопления человеческого капитала и высокой фактической заработной платой, из-за чего реакция отработанных часов на шок будет значительно сильнее. Другими словами, эластичность отработанных часов индивида по заработной плате с возрастом будет увеличиваться. Исходя из этого, одинаковые колебания в заработной плате в молодом и предпенсионном возрастах будут по-разному отражаться на величине эффективной заработной платы, из-за чего реакция предложения труда на шок заработной платы будет с возрастом увеличиваться. Эмпирические подтверждения росту эластичности предложения труда по мере старения были представлены в работах (French & Stafford, 2017; Imai & Keane, 2004; Iskhakov & Keane, 2021; Wallenius, 2011) и др.

Логичным решением в такой ситуации представляется применение снижающегося с возрастом подоходного налога. Так, в работах (Erosa & Gervais, 2002) было показано, что в рамках модели с перекрывающимися поколениями оптимальным было бы облагать трудовой доход по разным ставкам в зависимости от возраста. Однако на практике этот сценарий нереалистичен в силу этических причин (Mirrlees et al., 2011), поэтому (Erosa & Gervais, 2002) показали, что налог на капитал позволяет аппроксимировать снижающийся с возрастом подоходный налог. Продemonстрируем эту логику, добавив в модель (3) соответствующие налоги:

$$\begin{cases} \mathbb{U} = U(C_1; N_1) + \beta U(C_2; N_2) \rightarrow \max_{C_1; C_2; N_1; N_2} \\ C_1 + A_2 = (1 - \tau_1^{(W)})W_1N_1 + [1 + (1 - \tau^{(K)})r]A_1, \\ C_2 = (1 - \tau_2^{(W)})W_2N_2 + [1 + (1 - \tau^{(K)})r]A_2 \end{cases} \quad (18)$$

где $\tau_t^{(W)}$ – ставка налога на трудовой доход, $\tau^{(K)}$ – ставка налога на капитал. Для этой модели можно вывести условие межвременной относительной цены труда:

$$\beta \frac{\partial U / \partial N_2}{\partial U / \partial N_1} = \frac{(1 - \tau_2^{(W)})W_2}{[1 + (1 - \tau^{(K)})r](1 - \tau_1^{(W)})W_1} \quad (19)$$

Отсюда видно, что эффект, аналогичный падающему с возрастом подоходному налогу $\tau_2^{(W)} < \tau_1^{(W)}$, оказываемый на межвременное замещение труда, может быть аппроксимирован постоянным во времени подоходным налогом $\tau_2^{(W)} = \tau_1^{(W)}$ и положительным налогом на капитал $\tau^{(K)} > 0$.

Стоит отметить, что положительный налог на капитал, полученный в модели перекрывающихся поколений (Erosa & Gervais, 2002), противоречит результатам классических работ, где изучались оптимальные размеры налога на капитал в рамках моделей с бесконечно живущими индивидами (Chamley, 1986; Judd, 1985). В работе (Judd, 1999) было показано, что налоги искажают оптимальное решение индивида, так как создают разрывы между предельной нормой замещения часов досуга потреблением в начальном периоде и предельной нормой трансформации часов досуга в потребление в начальном периоде, однако если при наличии подоходного налога этот разрыв постоянен во времени, то в условиях положительного налога на капитал он экспоненциально возрастает во времени. Однако (Aiyagari, 1995) показал, что описанный результат в отношении налога на капитал для данного класса моделей оказывается не устойчивым, если присутствуют ограничения на займы и нестрахуемые идиосинкратические шоки, наличие которых способствует возникновению сбережений по мотиву предосторожности.

Таким образом, размер эластичности предложения труда может в значительной степени повлиять не только на размер оптимального подоходного налога, но и на сам тип шкалы налогообложения. Более того, задача оптимизации системы подоходного налогообложения в значительной степени усложняется за счет изменения эластичности предложения труда с возрастом. Наиболее общепринятым способом аппроксимации изменяющегося с возрастом подоходного налога в моделях перекрывающихся поколений является использование налога на капитал.

1.2.2 Налогообложение нетрудовых доходов

Одной из ключевых работ по оптимизации системы налогообложения, которую многие современные исследователи рассматривают в качестве бенчмарка, считается (Conesa et al., 2009), где авторами была использована динамическая стохастическая модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями (DSGE-OLG). Цель этой работы заключается в том, чтобы показать, при каких условиях оптимальная ставка налогообложения на капитал будет положительной в долгосрочном периоде, и в объяснении механизмов взаимодействия ставок налога на трудовой и капитальный доходы. Ключевые предпосылки модели состоят в наличии идиосинкратических шоков дохода, гетерогенности индивидов по способностям и ограничений на займы. Предложение труда описывается в модели достаточно просто: ставки заработных плат формируются экзогенно, т.е. не учитывается накопление человеческого капитала, в модели отсутствует механизм принятия решения о занятости, все индивиды выходят на пенсию в определенном возрасте.

Согласно результатам (Conesa et al., 2009), оптимальный налог на капитал для США составил 36%, в то время как подоходная шкала оказалась плоской со ставкой 23% и налоговым вычетом в 7200\$ при среднем доходе в 42000\$. Ключевым преимуществом такой системы является то, что она стимулирует предложение труда людей старших возрастов, что особенно важно, учитывая тот факт, что пик профиля эффективности достигается примерно в 50 лет.

Согласно анализу чувствительности результатов (Conesa et al., 2009), первым ключевым элементом модели, который способствовал получению такого результата, является относительно высокая эластичность предложения труда по Фришу, которая отрицательно зависит от количества отработанных часов. Учитывая тот факт, что в моделях жизненного цикла профиль отработанных часов представляет собой некоторую убывающую кривую, эластичность предложения труда будет увеличиваться с возрастом.

Полученный (Conesa et al., 2009) положительный налог на капитал представлял собой несколько необычный для того времени результат, поэтому работа (Peterman, 2013) была посвящена более детальному изучению его причин в рамках модели с перекрывающимися поколениями. Так, существуют два фактора, каждый из которых снижает оптимальный налог на капитал примерно на треть: эластичность предложения труда не меняется с возрастом; случайное наследство, возникающее вследствие неопределенной длительности жизни, (*accidental bequests*) и капитал могут облагаться по разным ставкам. Первое объясняется тем, что у государства больше нет стимулов аппроксимировать изменяющийся с возрастом подоходный налог. Второе объясняется тем, что случайное наследство является неэластичным источником дохода, в отличие от

остальных видов капитального дохода, поэтому государству выгоднее облагать наследство в первую очередь, тем самым минимизируя искажения от налогообложения.

В качестве менее важных факторов, положительно влияющих на размер налога на капитал, (Peterman, 2013) выделяет наличие государственного долга и ограничений на заимствования. Наличие государственного долга способствует росту индивидуальных сбережений, что увеличивает оптимальный налог на капитал. Логика для второго заключается в следующем: так как индивиды предпочитают сглаживать свое потребление во времени, то, сталкиваясь с горбообразным профилем доходов, на ранних этапах жизненного цикла они стремятся заимствовать средства за счет своих будущих доходов. Ограничения на займы препятствуют сглаживанию потребления, однако решению этой проблемы может поспособствовать налоговая политика: поскольку индивид, как правило, накапливает больше активов в более позднем возрасте, увеличение налога на доход от капитала и снижение налога на трудовой доход приведет к тому, что большая часть налогового бремени распределится на поздние этапы жизненного цикла, что делает профиль потребления более сглаженным во времени. Следовательно, ограничения на заимствования могут способствовать увеличению налога на капитал.

Важной работой, где изучается оптимальный размер налога на капитал, является (Freestone, 2020). Автор предложил добавить в модель (Conesa et al., 2009) разные типы домохозяйств, которые могут состоять либо из двух супругов, либо из одного. Более того, каждый период с некоторой вероятностью возможна смена супружеского статуса. Ключевой результат заключается в том, что в оптимуме налог на капитал становится практически нулевым, а шкала подоходного налога становится плоской со ставкой в 30%. Описанная модификация порождает два эффекта: для женатых вероятность развода в следующем периоде способствует формированию избыточных сбережений; для одиноких домохозяйств возможность вступить в брак в следующем периоде снижает стимулы к сбережению из-за своего рода проблемы безбилетника. На основе численных симуляций автором было показано, что чистый эффект будет отрицательным, т.е. объем сбережений в экономике упадет. Исходя из этого, низкий налог на капитал может способствовать решению этой проблемы.

Учет состава домохозяйства создает для его членов дополнительные механизмы страхования от возможных шоков доходов с помощью совместного предложения труда (Blundell et al., 2016). Так, (Freestone, 2020) показал, что по мере снижения корреляции шоков заработной платы супругов, у них пропадают стимулы к осуществлению сбережений по мотиву предосторожности, что равносильно росту эластичности сбережений по ставке процента. Это означает, что оптимальный налог на капитал должен

быть понижен, и служит подтверждением наличию связи между эластичностью сбережений по ставке процента и оптимальным налогом на капитал (Summers, 1981).

Таким образом, ключевым драйвером положительного налога на капитал является растущая с возрастом эластичность предложения труда и невозможность государством разделять доход от капитала и случайного наследства. В качестве побочных факторов, положительно влияющих на размер оптимальной ставки налога на капитал, можно выделить наличие государственного долга и ограничений на заимствования. Однако учет состава домохозяйств значительно снижает размер ставки налога на капитал в силу возникновения рисков, связанных со сменой супружеского статуса.

1.2.3 Эффекты прогрессивного налогообложения

Возвращаясь к работе (Conesa et al., 2009), вторым важным элементом, обуславливающим его результат, являются нестрахуемые идиосинкратические шоки производительности труда, которые оказывают значительное влияние на шкалу подоходного налога. Так, при добавлении в модель перманентных различий по способностям, оптимальная система подоходных налогов становится прогрессивной, так как у государства появляются стимулы к перераспределению богатства от способных в пользу менее способных. Добавление же ограничений на займы не оказало значимого влияния на систему налогообложения, так как прогрессивная схема налогообложения позволяет смягчить эти ограничения, а наличие идиосинкратических шоков доходов способствует появлению сбережений по мотиву предосторожности на ранних этапах жизненного цикла.

Однако не только наличие неопределенности в доходах обуславливает прогрессивность шкалы подоходного налога. В работе (Gervais, 2012), где автором использовалась модель с перекрывающимися поколениями без учета эндогенного накопления человеческого капитала и идиосинкратических шоков, было показано, что в оптимальной системе налогообложения, где размер ставки подоходного налога не может зависеть от возраста, шкала подоходного налога должна быть прогрессивной в силу того, что профиль доходов представляет собой монотонно возрастающую кривую. Таким образом, несмотря на растущую во времени эластичность предложения труда, умеренно прогрессивная шкала подоходного налога с высокой ставкой налога на капитал позволяют сгладить профили потребления и доходов во времени, как это делает изменяющийся с возрастом подоходный налог.

Другим важным фактором, обуславливающим прогрессивность оптимальной шкалы подоходного налога, является накопление человеческого капитала. В модели

(Conesa et al., 2009) возрастание эластичности предложения труда по Фришу обеспечивается лишь за счет спецификации функции полезности, поэтому часть последующих исследований была посвящена эндогенизации процесса накопления человеческого капитала. Так, в работах (Da Costa & Santos, 2018; Peterman, 2016b) была предложена модификация модели (Conesa et al., 2009), где автором было учтено эндогенное накопление человеческого капитала с помощью механизма LBD, который обеспечивает рост эластичности предложения труда по Фришу с возрастом. Введение эндогенного накопления человеческого капитала делает прогрессивный подоходный налог еще более искажающим в силу того, что появляется связь между текущим предложением труда и будущим объемом человеческого капитала, из-за чего оптимальная шкала становится более плоской. Оптимальный налог на капитал же по-прежнему остается положительным, чтобы аппроксимировать эффект от убывающего с возрастом подоходного налога.

В силу того, что эндогенное накопление человеческого капитала оказывает значимое влияние на поведение индивидов, в работе (Blandin & Peterman, 2019) сопоставляется влияние различных механизмов его эндогенизации на оптимальные ставки подоходного и капитального налогов в рамках модели с перекрывающимися поколениями по мотивам (Conesa et al., 2009). Так, помимо LBD, авторы рассматривают механизм *learning-or-doing* (LOD) (Becker, 1994; Ben-Porath, 1967), суть которого состоит в том, что общий фонд времени распределяется не только между досугом и работой, но и образованием – именно оно способствует совершенствованию человеческого капитала. В силу того, что инвестиции в человеческий капитал, которые в условиях LOD выполняют роль субститута рабочего времени, осуществляются в основном в молодом возрасте, предложение труда молодых работников теперь становится более эластичным, чем у людей старшего возраста, из-за чего представляется разумным ввести подоходный налог, который будет увеличиваться с возрастом. Однако рост подоходного налога делает инвестиции в человеческий капитал менее привлекательными, из-за чего направление изменения подоходного налога с возрастом перестает быть однозначным.

Согласно результатам (Blandin & Peterman, 2019), при LOD в экономике присутствует большее количество молодых людей с низким доходом, для которых остро стоит проблема ограничений на займы, так как теперь им приходится посвящать часть своего времени накоплению человеческого капитала. Из-за этого шкала подоходного налога оказывается более прогрессивной, чем при LBD. Более того, прогрессивная система способствует перераспределению доходов между поколениями, т.е. от более старых, которые в среднем более богатые (Conesa & Krueger, 2006; Erosa & Gervais, 2002;

Gervais, 2012), к молодым, из-за чего прогрессивный налог аппроксимирует растущий с возрастом подоходный налог.

Другим фактором, который может определять оптимальную степень прогрессивности налоговой системы, является совместное решение о предложении труда членами домохозяйства. Так, учет эффекта дополнительного работника, суть которого заключается в том, что в ответ на отрицательный шок дохода одного супруга второй супруг будет увеличивать интенсивность своего труда с целью сгладить траекторию потребления всего домохозяйства во времени (Lundberg, 1985), может в значительной степени снижать потребность домохозяйства в страховке, обеспечиваемой государством за счет прогрессивного налогообложения. Именно к этому результату пришли авторы работы (Wu & Krueger, 2021).

Подавляющее большинство работ по оптимизации системы налогообложения в рамках моделей общего равновесия игнорируют решение о занятости, сосредотачивая свое внимание лишь на реакции отработанных часов (Keane, 2022). Игнорирование реакции занятости является серьезным упрощением в силу того, что соответствующие эластичности оказываются значительно выше, чем для отработанных часов (Keane, 2016). Более того, мужчины и женщины по-разному реагируют на шоки трудовых доходов, как с точки зрения отработанных часов, так и вероятности работать в принципе. Так, в силу того, что эластичности предложения труда у женщин в среднем выше, чем у мужчин (Keane, 2011), налоговые реформы могут создавать для них негативные стимулы к предложению труда. В работах (Guner et al., 2012; Holter et al., 2019; Karabarbounis, 2016) были представлены модификации модели с перекрывающимися поколениями, где учитывается решение о занятости каждого из членов домохозяйства. Авторами было показано, что значительная часть реакции предложения труда на изменение налоговой системы приходится именно на вероятность работать. Более того, в работе (Holter et al., 2019) было продемонстрировано, что рост прогрессивности шкалы подоходного налога особенно сильно дестимулирует труд замужних женщин. Однако отметим, что такой эффект во многом может быть связан с тем, что в некоторых странах (Германия, Дания, США, Бельгия, Франция) налоги платятся со всего дохода домохозяйства, поэтому при сильном разрыве в производительности супругов доход менее производительного будет облагаться по избыточной высокой ставке и сокращать его предложение труда (Holter et al., 2019), поэтому переход к более плоской системе налогообложения был бы более разумным. В частности, (Karabarbounis, 2016) показал, что изменения уровня занятости и отработанных часов с возрастом следуют перевернутой U-образной траектории, из чего

следует, что оптимальный подоходный налог должен следовать аналогичной горбообразной траектории.

Таким образом, на степень прогрессивности шкалы налогообложения влияют различные факторы: с одной стороны, возрастная динамика трудовых доходов, гетерогенность по способностям и наличие идиосинкратических шоков производительности труда, с другой стороны, тот или иной механизм накопления человеческого капитала. Более того, при учете состава домохозяйства и гетерогенности с точки зрения реакции на шоки трудовых доходов, высокая степень прогрессивности, с одной стороны, может быть избыточна в силу того, что домохозяйства, помимо собственного труда и накоплений, могут использовать труд супругов в качестве недостающего механизма страховки от идиосинкратической неопределенности, а с другой стороны, может оказывать значительное негативное воздействие на труд менее продуктивных членов домохозяйства, если налогом облагается совокупный доход домохозяйства, а не отдельных его представителей.

1.3 Методологические ориентиры моделирования эффектов налогообложения в российских условиях

В предыдущем разделе были рассмотрены основные направления теории оптимального налогообложения и ключевые каналы, через которые налоговая политика влияет на поведение экономических агентов. Однако для того, чтобы эти теоретические идеи могли быть использованы при разработке прикладных моделей, предназначенных для оценки последствий налоговых реформ, необходимо адаптировать их к условиям конкретной экономики. В случае России такая адаптация требует учета специфики трудового поведения, институциональной среды, структуры доходов и уровня неопределенности, с которыми сталкиваются домохозяйства. Ниже представлены ключевые методологические ориентиры, которые следует учитывать при построении модели, способной достоверно отразить макроэкономические эффекты налогообложения в российских условиях.

1. Модельной основой анализа макроэкономических эффектов налогообложения должна служить концепция общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями.

Практически все современные работы, приведенные в настоящем обзоре, брали за основу OLG-модель, в силу чего можно справедливо заключить, что на сегодняшний день OLG-модели являются ключевым инструментом изучения последствий налоговой политики (Auerbach & Kotlikoff, 1987). Преимущество этого класса моделей перед

другими состоит в двух аспектах. С одной стороны, они позволяют рассматривать экономику как систему, в которой экономические агенты – домохозяйства, фирмы и государство – взаимодействуют друг с другом на различных рынках, стремясь достичь одновременного равновесия на каждом из них. С другой стороны, OLG-модели позволяют реалистично описать поведение множества одновременно живущих поколений индивидов, для каждого из которых модель отражает изменения в потребительском поведении, предложении труда и сбережениях на протяжении всего жизненного цикла.

В российском контексте модели общего равновесия используются крайне ограниченно, и лишь немногие работы предпринимали попытку количественно оценить последствия перехода от пропорциональной к прогрессивной системе налогообложения. Так, в работе (Мартьянова & Полбин, 2024) анализ проводится в рамках модели Аягари-Бьюли-Хаггетта (Aiyagari, 1994; Bewley, 1983; Huggett, 1993) с гетерогенными домохозяйствами и индивидуальной неопределённостью в доходах. Модель учитывает постоянные различия в производительности между домохозяйствами и использует AR(1)-процесс для описания шоков, но не учитывает внутрисемейные решения, структуру шоков по временной продолжительности, или детальную калибровку на российские данные. Основной фокус сделан на макроэкономических и распределительных эффектах различных конфигураций прогрессивной шкалы налога на доход.

Другая работа – исследование (Nesterova, 2024), выполненное в рамках глобальной вычислимой модели общего равновесия с перекрывающимися поколениями (CGE-OLG), – оценивает влияние прогрессивной шкалы налога в более широкой международной структуре. Россия в этой модели интегрирована в глобальную экономику через торговлю и финансы, однако модель использует агрегированные данные по домохозяйствам и не моделирует индивидуальные трудовые решения. Кроме того, поведенческие параметры и профили доходов задаются на основе данных по другим странам, что ограничивает применимость полученных выводов к российским реалиям.

2. Модель должна быть откалибрована на основе оценок эластичностей предложения труда для России.

Эластичность предложения труда играет ключевую роль при моделировании влияния изменений в системе налогообложения доходов индивидов, так как она определяет реакцию со стороны предложения труда на изменения в располагаемом доходе индивида.

До недавнего времени в российской макроэкономической литературе по моделям общего равновесия использовались оценки эластичностей предложения труда по другим странам в силу того, что таких оценок для России не было. Популярным выбором была

оценка в 0,8 из работы (Smets & Wouters, 2003), полученная авторами для Европы. Недавние исследования же показали, что предложение труда в России значительно менее эластично (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021) в силу низкой трудовой мобильности (Bell et al., 2015), гибкости заработных плат (Вакуленко & Гурвич, 2015, 2016) и преобладания более традиционных взглядов на распределение ролей среди членов семьи (Лежнина, 2013), поэтому реакция отработанных часов на изменение заработных плат в России не может быть описана коэффициентами эластичности для других стран.

3. Модель должна реалистично описывать изменение заработных плат с возрастом для разных социально-демографических групп населения России.

Реалистичное описание изменений заработных плат с возрастом позволит, с одной стороны, воспроизводить поведение отдельных агентов на протяжении жизненного цикла, а с другой стороны, моделировать неравенство в экономике как в возрастном разрезе (динамика заработных плат в течение жизненного цикла), так и в пространственном (распределение доходов в зависимости от начального запаса человеческого капитала и способностей к его накоплению).

В российской литературе достаточно мало работ посвящено оценке внутрикогортных профилей заработных плат, а представленные в них модели эволюции заработной платы в большинстве случаев не предназначены для построения прогнозов, что ограничивает их применение в рамках разработки моделей общего равновесия. Например, в работах (Benzell et al., 2015; Nesterova, 2024; Зубарев & Нестерова, 2019, 2022), посвященных изучению тех или иных аспектов российской экономики на основе OLG-моделей, использовались оценки зарплатных профилей из (Auerbach & Kotlikoff, 1987) для США. В связи с этим возникает необходимость построения эмпирически обоснованных профилей заработной платы с учётом пола, уровня образования и других социально-демографических характеристик, непосредственно на российских данных. Это обеспечит более реалистичное воспроизведение профилей доходов и повысит точность моделируемых поведенческих реакций.

4. Модель должна учитывать неопределенность в доходах.

Неопределенность в будущих доходах напрямую влияет на результаты моделирования налоговой политики, так как ее степень и восприятие домохозяйствами определяют, с одной стороны, сберегательные и потребительские решения последних, а с другой – их спрос на те или иные механизмы страхования от негативных шоков дохода.

В работе (Мартьянова & Полбин, 2022) были построены оценки ненаблюдаемой части эволюции заработной платы для индивидов в России, которая аппроксимируется AR(1)-процессом. Это стандартная спецификация для стохастического процесса

производительности в рамках моделей общего равновесия. Так, результаты показали, что волатильность ненаблюдаемой компоненты заработной платы оказалась в несколько раз выше в России, чем в США, что свидетельствует о существенном вкладе неопределенности в формирование заработной платы в России. Более того, в работе (Коваль & Полбин, 2020) было показано, что в случае, когда ненаблюдаемая компонента трудового дохода разделяется на постоянную и временную составляющие, то для России их дисперсии в значительной степени различаются, в отличие от аналогичных оценок для США (Blundell et al., 2008). Такое разделение важно в контексте моделирования поведения домохозяйств на протяжении жизненного цикла, так как агенты по-разному реагируют на эти шоки. Таким образом, аппроксимация ненаблюдаемой компоненты дохода с помощью AR(1)-процесса может быть слишком сильным допущением для моделирования российской экономики. В связи с этим необходима разработка более детализированных и эмпирически обоснованных оценок параметров шоков заработных плат с учётом их многокомпонентной структуры.

5. Модель должна описывать поведение домохозяйств, состоящих из двух супругов, принимающих совместное решение о трудовом участии.

Учет состава домохозяйства одновременно подразумевает под собой несколько аспектов при моделировании. Во-первых, супруги, как правило, имеют различающиеся профили заработков: отличаются начальные уровни дохода, темпы роста заработной платы и волатильность дохода. Во-вторых, между супругами наблюдается асимметрия в предпочтениях и в реакциях на доходные шоки, обусловленная как индивидуальными особенностями, так и институциональной и культурной средой.

В совокупности эти факторы формируют внутрисемейный механизм страхования, основанный на согласованных решениях о трудовом участии, который играет ключевую роль в условиях ограниченного доступа к кредитным и страховым рынкам. Особенно значим в этом контексте эффект дополнительного работника: в ответ на негативный шок, затронувший одного из супругов, другой увеличивает предложение труда, тем самым сглаживая потребление семьи.

Подобное поведение характерно для экономик с ограниченными возможностями формального страхования и подтверждается эмпирическими результатами, полученными для Мексики (Attanasio & Lechene, 2002), Индии (Attanasio & Lechene, 2002) и Южной Африки (Ardington et al., 2009), где неформальные адаптационные механизмы играют существенную роль.

Слабость формальных институтов социального страхования в России – таких как низкий уровень МРОТ, ограниченные по объёму и срокам выплаты пособия по

безработице, а также незначительное влияние профсоюзов (Вакуленко & Гурвич, 2015) – делает необходимость учёта состава домохозяйства в модели особенно важной. Игнорирование внутрисемейной структуры и совместных решений может привести к существенным искажениям в оценках поведенческих реакций и механизмов сглаживания потребления.

В существующих оценках эластичностей предложения труда по России, как правило, используется индивидуальный подход, не учитывающий взаимодействие супругов и внутрисемейные механизмы страхования (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021; Клепикова, 2016; Ларин et al., 2016). Это может приводить к смещению оценок поведенческих параметров, поскольку реакция индивида на шоки зависит не только от его собственных предпочтений и ограничений, но и от поведения партнёра. Для более точного калибрования модели и интерпретации результатов политики необходимо учитывать совместное принятие решений в домохозяйстве.

Отметим, что в мировой литературе включение двух супругов в модель, как правило, используется для анализа различий между налогообложением совокупного и индивидуального дохода. В настоящем исследовании этот элемент введён с иной целью – для реалистичного описания механизма внутрисемейного страхования от доходных шоков, который играет особенно важную роль в странах с ограниченным развитием формальных институтов социальной защиты, таких как Россия.

При этом, несмотря на важность учета совместных трудовых решений супругов и их реакции на шоки, в модели не обязательно детально воспроизводить решения о входе и выходе из занятости (*extensive margin*). В большинстве макроэкономических моделей волатильность агрегированного предложения труда в значительной степени обусловлена изменениями в занятости, однако в российском контексте подобная динамика проявляется в меньшей степени. Согласно концепции «российской модели рынка труда» (Gimpelson & Lippoldt, 2002; Капелюшников, 2001), адаптация к макроэкономическим шокам реализуется преимущественно через гибкость заработной платы, а не через колебания занятости. В условиях кризисов фирмы чаще прибегают к снижению заработной платы, неполной занятости и накоплению задолженности, чем к массовым увольнениям.

Таким образом, в условиях российской институциональной среды целесообразно сосредоточиться на выборе отработанных часов и трудовом участии среди уже занятых (*intensive margin*). Это допущение позволяет существенно упростить модель без потери ее прикладной релевантности и при этом сохранить ключевые поведенческие механизмы, характерные для российских домохозяйств.

Завершая изложение методологических ориентиров, следует подчеркнуть, что приведённые выше элементы представляют собой основу построения модели, способной достоверно воспроизводить поведенческие и макроэкономические эффекты налоговой политики в российских условиях. Вместе с тем ряд дополнительных факторов, таких как наличие неформального сектора, институциональные ограничения фискальной политики и особенности межсекторальной перераспределительной динамики, также могут оказывать существенное влияние на результаты моделирования. Включение этих аспектов, хотя и усложняет модель, представляет собой перспективное направление для дальнейших исследований, направленных на повышение прикладной релевантности и точности прогнозов.

Выводы по Главе 1

В настоящей главе были рассмотрены ключевые механизмы воздействия налоговой политики на оптимальное поведение домохозяйств в контексте жизненного цикла. В первой части были рассмотрены возможные виды реакции домохозяйств на соответствующие типы изменений в заработной плате. Во второй части были изучены конкретные эффекты, которые в тех или иных условиях оказывает налоговая политика на потребительские, сберегательные и трудовые решения домохозяйств на протяжении жизненного цикла. В третьей части были сформулированы методологические ориентиры для построения модели, адекватно отражающей особенности российской экономики и институциональной среды.

Сформулированная теоретическая структура модели учитывает ключевые особенности российской экономики и предлагает более глубокую и релевантную спецификацию по сравнению с существующими работами. Во-первых, в модели учитываются как перманентные, так и транзитивные компоненты неопределенности в доходах, что отражает специфику доходных рисков в России и представляет собой усовершенствование по сравнению с типичными спецификациями модели $AR(1)$, применяемыми в большинстве OLG-моделей. Во-вторых, поведение домохозяйств моделируется на уровне двух супругов, принимающих совместные решения о трудовом участии, что позволяет реалистично отразить внутрисемейные механизмы страхования, особенно важные для развивающейся экономики с ограниченным доступом к формальным институтам социальной защиты. В-третьих, поведенческие параметры модели калибруются на основе эмпирических оценок, полученных непосредственно для России, включая профили заработных плат и эластичности предложения труда по полу и уровню

образования. Все эти элементы в совокупности обеспечивают более точное моделирование последствий налоговой политики в российских условиях.

Глава 2. Эконометрический анализ внутрикогортной динамики заработной платы в зависимости от возраста для России

В настоящей главе использованы материалы, опубликованные автором в статье «Заработная плата, возраст и экономический рост: оценки для России» (Замниус et al., 2023).

Одним из ключевых элементов модели жизненного цикла является возрастная динамика заработной платы. Именно на ее основе генерируется реалистичное распределение заработных плат, которое необходимо для изучения последствий налоговой политики. Поэтому настоящая глава посвящена разработке и оценке модели эволюции заработной платы для России.

Заработная плата индивидов обычно растет с увеличением опыта и квалификации, а затем с возрастом начинает снижаться вследствие износа человеческого капитала. Построенные в соответствии с этой гипотезой модели определяют динамику заработных плат индивидов по мере изменения возраста. Оценки таких моделей позволяют строить прогнозы индивидуальных траекторий доходов, которые нередко используются при калибровке макроэкономических моделей (примеры для России: (Benzell et al., 2015; Nesterova, 2024; Зубарев & Нестерова, 2019, 2022; Мартыанова & Полбин, 2022; Шпилевая et al., 2023, 2024)) или оценке моделей жизненного цикла (примеры для России: (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021)).

В статье (Гимпельсон, 2019) автор приходит к выводу о том, что профили заработных плат отдельных демографических когорт в России имеют вид перевернутой U-образной кривой с пиком примерно в середине трудоспособного возраста (35-45 лет). Аналогичные пики были получены в работе (Bessudnov, 2011). В работе (Гимпельсон & Зинченко, 2019) авторы получают аргументы в поддержку данной гипотезы, показывая, что заработная плата у людей старших возрастов падает. Аналогичная форма профиля заработных плат была получена в статье (Клепикова & Колосницына, 2017), где изучалась возрастная дискриминация на российском рынке труда. В данном пласте литературы проводится оценка кросс-секционных моделей динамики заработных плат и делаются выводы (с оговорками об имеющихся ограничениях проведенного анализа) о динамике заработных плат индивидов во времени. Строго говоря, здесь используются очень жесткие предпосылки, которые могут не выполняться на практике, поскольку сравнение зарплат производится для разных индивидов, отличающихся возрастом, в один момент времени, а не для среднего индивида в разные годы (Thornton et al., 1997). Несмотря на то, что индивиды более старшего возраста в каждый момент времени могут получать меньшую заработную плату, чем более молодые, в среднем у каждого конкретного индивида

заработная плата может монотонно увеличиваться во времени (и, соответственно, с возрастом) за счет общего экономического роста, который из года в год сдвигает профили заработных плат вверх в сторону повышения ставки заработной платы.

Выводы всех упомянутых выше работ основываются на кросс-секционных профилях заработных плат. Однако существует и другой подход к анализу, который учитывает изменения заработных плат для отдельных когорт во времени на основе декомпозиции профилей заработных плат на три составляющие: возрастную, когортную и временную. В статье (Chernina & Gimpelson, 2023) это осуществляется за счет включения фиктивных переменных на возрастную группу, когорту и время с использованием дополнительных идентификационных ограничений в силу абсолютной мультиколлинеарности этих эффектов (*Age-Period-Cohort problem*). Авторами было показано, что внутрикогортные профили представляют собой возрастающие с убывающим темпом функции, однако при достаточно высокой степени обесценения запаса человеческого капитала возможно снижение заработной платы в предпенсионном возрасте. Другим примером работы, где решалась описанная проблема, является статья (Аистов, 2018), где автором была использована регрессия на главные компоненты, чтобы продемонстрировать значимость различий между возрастными профилями заработных плат респондентов разных поколений.

Основная идея разработанной в настоящей главе модели отличается от описанных выше, так как нашей целью является описание эволюции заработной платы в зависимости от наблюдаемых факторов, таких как возраст и валовый региональный продукт (ВРП). Причиной этому служит то, что такой подход позволяет не только изучать динамику заработной платы в исторической ретроспективе, но и дает возможность осуществлять ее прогноз для различных групп индивидов в зависимости от возраста и макроэкономических условий (динамики ВРП). Ключевыми отличиями нашей модели от упомянутых выше являются учет региональной гетерогенности в динамике макроэкономических условий и возможности сценарного прогнозирования эволюции заработных плат в зависимости от динамики валового регионального продукта.

2.1 Профиль заработных плат

В экономической теории принято выделять три фактора, оказывающих воздействие на индивидуальную траекторию заработных плат: 1) агрегированные макроэкономические условия; 2) изменения в индивидуальной производительности; 3) когорты, в которой был рожден индивид (Thornton et al., 1997).

Согласно работе (Rosen, 1975), принадлежность к определённой когорте оказывает значительное влияние на жизненные траектории агентов. Это связано с тем, что когорты не только формируют человеческий капитал в схожих институциональных и экономических условиях, но и начинают трудовую жизнь в одной и той же фазе макроэкономического цикла.

Когорты, вступающие на рынок труда в период бурного экономического роста, получают ряд стартовых преимуществ, которые могут оказывать длительное влияние на их благосостояние и карьерную динамику. Во-первых, высокий спрос на рабочую силу позволяет таким агентам быстрее находить работу, часто – на более благоприятных условиях. Это снижает продолжительность поиска первого места работы, повышает вероятность формального трудоустройства и даёт возможность быстрее накапливать опыт. Во-вторых, рост экономики сопровождается увеличением инвестиций в обучение и повышение квалификации, что повышает отдачу от накопленного человеческого капитала. Наконец, в условиях экономического оптимизма компании чаще инвестируют в карьерное продвижение и внутрифирменное обучение, что способствует ускоренному росту заработной платы.

Эти начальные преимущества могут закрепляться с течением времени: более высокая стартовая зарплата, меньшие периоды безработицы и лучшие условия труда формируют восходящую траекторию доходов и повышают общую жизненную удовлетворенность. В отличие от них, когорты, начавшие трудовой путь в условиях рецессии, сталкиваются с высокой конкуренцией на рынке труда, вынуждены соглашаться на менее престижную и низкооплачиваемую работу. Причем отставание в доходах и трудовой мобильности среди этих поколений будет наблюдаться даже спустя десятилетия (Rosen, 1975).

Аналогичный эффект наблюдается и в демографическом измерении. Когорты, рождённые в условиях демографического спада, выигрывают за счёт относительного сокращения предложения труда в момент выхода на рынок. В условиях ограниченного трудового резерва работодатели оказываются вынуждены предлагать более выгодные условия, чтобы привлечь и удержать работников. Таким образом, особенности макроэкономической и демографической среды в момент рождения и выхода на рынок труда формируют важные когорто-специфические эффекты, которые не сводятся к индивидуальным характеристикам и могут объяснять устойчивые различия в уровне доходов, занятости и накоплении человеческого капитала между поколениями (Chernina & Gimpelson, 2023).

Одной из общепринятых теорий, объясняющих динамику производительности индивидов, является теория человеческого капитала Минсера (Becker, 1994; Ben-Porath, 1967; Mincer, 1974). Согласно этой теории, у работающих индивидов заработная плата возрастает в силу накопления человеческого капитала. Однако накопленный запас человеческого капитала со временем изнашивается, так как изменения в технологиях обесценивают соответствующие им знания и одновременно требуют приобретения новых знаний (инвестиций в человеческий капитал) (Imai & Keane, 2004). Это приводит к тому, что отдача от накопленного человеческого капитала со временем падает, что делает профиль все более плоским. Если же инвестиции не компенсируют износ, то производительность индивида начинает падать. Это происходит в силу ограниченного периода трудоспособности индивида, к концу которого инвестиции в человеческий капитал перестают окупаться. Данная теория позволяет объяснить, почему кросс-секционный профиль заработных плат имеет перевернутую U-образную форму с пиком примерно около 35-45 лет.

Здесь необходимо сделать два замечания. Во-первых, процесс обесценения навыков и знаний неравномерен для разных профессий, когорт и регионов, так как научно-технический прогресс неравномерно влияет на производительность. В определенные промежутки времени скачки в развитии технологий воздействуют на одни отрасли, регионы и когорты больше, чем на другие. Следовательно, этот фактор должен влиять на агрегированный кросс-секционный профиль зарплат и изменять максимум заработной платы для кривых, относящихся к разным историческим эпизодам. Во-вторых, упомянутый возрастной промежуток, где расположен максимум кросс-секционного профиля заработных плат, не является универсальным для всех стран: так, во Франции пик наступает около 50 лет, в то время как в Великобритании – примерно в 45 лет (Charni, 2019).

Несмотря на выводы теории человеческого капитала, далеко не всегда кривая зависимости заработных плат от возраста будет иметь описанную форму. Причиной этому являются макроэкономические условия, которые проявляются в изменении общего уровня заработных плат. Во многом здесь идет речь именно об экономическом росте, который способствует увеличению доходов в молодом возрасте и позволяет компенсировать обесценение человеческого капитала в пожилом. Именно за счет этих эффектов на кросс-секционных данных может наблюдаться падение заработной платы начиная с определенного возраста, в то время как индивидуальные траектории все равно продолжают быть возрастающими в течение всей трудовой жизни индивидов.

Рассмотрим описанную логику на конкретном примере компьютерных технологий. В качестве важной составной части человеческого капитала здесь можем рассмотреть навыки индивида в программировании, а в качестве физического – информационные технологии, в виде компьютерных мощностей, программного и аппаратного обеспечения. Очевидно, что улучшение навыков программировать способствует росту производительности индивида, однако с определенного возраста людям перестает быть выгодным инвестировать в новые навыки. Обычно это происходит ближе к планируемому выходу на пенсию, так как с уменьшением горизонта планирования уменьшаются и кумулятивные выгоды от инвестиций в человеческий капитал. Это могло бы объяснять падение заработных плат у индивидов старшего возраста, однако улучшение программного и аппаратного обеспечения, увеличение компьютерных мощностей (например, закупка фирмой новых компьютеров с более совершенными характеристиками) будут способствовать росту производительности индивидов при фиксированном и даже снижающемся уровне человеческого капитала. Именно этот рост может нивелировать падение заработной платы у людей предпенсионного возраста и, следовательно, обеспечить постоянное увеличение заработной платы в течение всей трудовой жизни.

Важным исследованием является работа (Lewis, 1989), в которой была сделана попытка демонстрации того, что профили заработных плат с пиком до выхода на пенсию можно получить даже при нулевой амортизации человеческого капитала. Автор предположил, что средние доходы индивидов $\bar{Y}_t$ будут меняться от года к году по следующему правилу:

$$\bar{Y}_t = (1 + g_p)\bar{Y}_{t-1}, \quad (20)$$

где g_p – темп прироста общей производительности. В то же время доходы индивида $Y_{i,t}$ в возрасте i будут изменяться по следующему правилу:

$$Y_{i,t} = (1 + g_p)(1 + g_i)Y_{i-1,t-1}, \quad (21)$$

где g_i – эффект возраста, связанный, например, с накоплением профессионального опыта.

Далее автор предлагает рассмотреть индивидов в возрасте от 25 до 65 лет, предполагая, что через каждые десять лет отдача от возраста будет падать на 1 п.п. Иными словами, в промежутке от 25 до 35 лет $g_i = 3\%$, между 35 и 45 – 2% , между 45 и 55 – 1% , между 55 и 65 – 0% . При этом темп прироста производительности постоянен и равен 2% . Очевидно, что доходы индивидов будут возрастать в течение всего жизненного цикла. Однако, если рассмотреть средние уровни заработных плат разных возрастных категорий за один год, то, как показывает автор, средние зарплаты 65-летних будут ниже, чем

средние зарплаты 55-летних (см. (Lewis, 1989), таблица 2). Правда, зарплаты 55-летних превышают зарплаты 65-летних всего лишь на 0.2%. В последующем, в работе (de Seve, 1991) показано, что данный результат вызван ошибкой округления, и на самом деле в этом иллюстративном примере кросс-секционный профиль заработных плат не убывает. Таким образом, без предпосылки об обесценении человеческого капитала для объяснения снижения заработных плат по мере приближения к пенсионному возрасту на кросс-секционных данных обойтись сложно.

Загибание кросс-секционного профиля заработных плат вниз в более старших возрастах может быть объяснено издержками смены работы. Так, период отдачи от инвестиций, связанных с наймом и переобучением, убывает с возрастом (горизонт планирования становится короче), что снижает вероятность смены работы у старшего поколения по сравнению с молодым (Kooreman & Ridder, 1983). Вероятность смены работы влияет на предлагаемую индивиду заработную плату при переходе на новое рабочее место. Размер этой заработной платы устанавливается рынком, и она будет выше, чем зарплата уже работающих сотрудников с той же квалификацией на величину, равную издержкам поиска новой работы (Jovanovic, 1984). Этот факт может помочь в объяснении того, что в среднем по индивидам более высокий уровень заработных плат в среднем возрасте, когда индивиды более активно меняют работу, чем в старшем.

Другим объяснением выпуклой вверх формы эмпирической кросс-секционной кривой зарплаты являются нетрудовые доходы в виде ренты или социальных выплат, которые полагаются людям старшего возраста. Так, в течение всей жизни некоторые индивиды не только смогли накопить большое количество активов, но и могут претендовать на дополнительные доходы в виде пенсии, которые создают эффект дохода и стимулируют их покинуть рынок труда. Безусловно, уход индивидов старшего возраста с наиболее высокой производительностью и заработной платой может способствовать убыванию кросс-секционного профиля заработной платы с определенного возраста, поскольку в выборке остаются индивиды с низкой заработной платой (Thornton et al., 1997).

Стоит оговориться, что описанный факт иллюстрирует проблему негативного самоотбора. Также может встречаться позитивный самоотбор, когда наиболее квалифицированные и, следовательно, производительные работники дольше ведут трудовую деятельность, так как это работники не физического труда. Вопрос о том, какой из этих видов самоотбора превалирует на российском рынке труда, является дискуссионным.

2.2 Оценка профиля заработных плат для России

Экономическая интуиция для включения выпуска в зарплатное уравнение может быть продемонстрирована следующим образом. Рассмотрим стандартную модель с репрезентативной фирмой на рынке совершенной конкуренции, задача которой сводится к максимизации прибыли при заданных ценах факторов производства, производственный процесс которой описывается с помощью производственной функции Кобба-Дугласа:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad (22)$$

где Y_t – выпуск, A_t – совокупная факторная производительность, K_t – объема капитала, L_t – объем эффективного труда, определяемый как сумма эффективных единиц труда по всем работающим индивидам, α – эластичность выпуска по капиталу.

Условие первого порядка по выбору объема эффективного труда определяет функцию спроса на труд из равенства предельного продукта труда ставке заработной платы за единицу эффективного труда:

$$w_t = (1 - \alpha) A_t \frac{K_t^\alpha}{L_t^\alpha} \quad (23)$$

В данной функции спроса эластичность спроса на труд по заработной плате составляет $\left(-\frac{1}{\alpha}\right)$. Введем также функцию предложения труда:

$$L_t = B w_t^\varphi, B > 0 \quad (24)$$

где φ – эластичность предложения труда по заработной плате.

Тогда в точке пересечения кривых спроса и предложения на труд равновесная ставка заработной платы определяется из выражения:

$$w_t^{1+\alpha\varphi} = (1 - \alpha) A_t \frac{K_t^\alpha}{B^\alpha} \quad (25)$$

Умножим слева и справа данное выражение на $L_t^{1-\alpha}$, что с подстановкой в левую часть уравнения функции предложения труда после алгебраических преобразований дает нам следующую зависимость ставки заработной платы от выпуска:

$$w_t = \left[\frac{(1 - \alpha) Y_t}{B} \right]^{\frac{1}{1+\varphi}} \quad (26)$$

Таким образом, вне зависимости от того, какой объем накопленного капитала в экономике к текущему моменту времени и какой уровень совокупной факторной производительности, ставка заработной платы на единицу эффективного труда в равновесии будет определяться объемом выпуска в равновесии, а эластичность ставки заработной платы по выпуску будет составлять $\frac{1}{1+\varphi}$. Если предложения труда неэластично

по ставке заработной платы и φ стремится к нулю (кривая предложения труда близка к вертикальной), тогда эластичность заработной платы по выпуску будет стремиться к единице.

Безусловно, в реальности данное соотношение может выполняться неточно из-за тех или иных несовершенств на рынке, обуславливающих наличие жесткостей на рынке труда, в частности, жесткостей по изменению заработных плат, препятствующих приспособлению труда к равновесию. Однако в работах (Gimpelson & Lippoldt, 2002; Капелюшников, 2001) была сформулирована гипотеза о «русской модели рынка труда», согласно которой адаптация русского рынка труда к макроэкономическим шокам во многом происходит через изменение заработной платы, а не уровня занятости, что свидетельствует в пользу наличия гибкости заработных плат и в пользу низкой эластичности предложения труда по заработной плате. Подобный механизм связан с институциональной спецификой русского рынка труда: большая доля стимулирующих выплат, помимо фиксированной в трудовом договоре заработной платы; относительная гибкость рабочего времени в кризисные периоды; административные отпуска; низкая межфирменная мобильность; оплата вынужденных простоев и т.п. (Gimpelson & Kapeliushnikov, 2013; Капелюшников, 2009). Следовательно, зависимость ставки заработной платы от уровня экономической активности может выступать хорошим приближением реальности в русских условиях.

Таким образом, для построения индивидуального профиля заработных плат следует учитывать не только изменения в индивидуальной производительности, но и изменения макроэкономических условий. Это можно сделать в рамках следующей эконометрической спецификации:

$$\ln W_{i,k,t} = \alpha_1 x_{i,k,t} + \alpha_2 x_{i,k,t}^2 + Z_{i,k,t} \beta + \gamma \ln GRP_{k,t} + RE_i + w_{i,k,t}, \quad (27)$$

где $W_{i,k,t}$ – реальная ставка заработной платы i -го индивида, проживающего в k -ом регионе, в момент времени t , $x_{i,k,t}$ – возраст, $Z_{i,k,t}$ – экзогенные детерминанты заработной платы, $GRP_{k,t}$ – реальный ВРП региона, RE_i – случайный индивидуальный эффект. Коэффициенты $(\alpha_1; \alpha_2)$ определяют крутизну кросс-секционного профиля, одновременно описывая изменения в индивидуальной производительности при нулевом экономическом росте.

Представленная нами спецификация модели во многом вдохновлена макроэкономическими моделями с перекрывающимися поколениями, где предполагается, что динамика производительности индивида зависит от возраста и от общего уровня производительности в экономике. В целом принято описывать эволюцию эффективности

индивида некоторой параболой от возраста, однако учет роста экономики осуществляется одним из двух способов: либо в уравнение индивидуальной производительности включается дополнительный член, характеризующий общие темпы экономического роста (Altig et al., 2001; Benzell et al., 2015, 2021; Fehr et al., 2004, 2012, 2013; Kotlikoff et al., 2001, 2007; Зубарев & Нестерова, 2022), либо общий технологический прогресс вводится в виде совокупной факторной производительности (СФП) с трендовым ростом непосредственно в производственную функцию, что порождает аналогичную функциональную зависимость логарифма заработных плат индивидов от возраста и общеэкономического уровня производительности (Bielecki et al., 2020; Hsu et al., 2022; Papetti, 2021; Schön, 2023). Именно для параметризации подобного рода зависимостей при построении моделей общего равновесия для экономики РФ нами было отдано предпочтение в пользу этой спецификации.

Вероятно, привлекательней, с точки зрения гибкости аппроксимации происходящих макроэкономических процессов, было бы применять подход, аналогичный (Chernina & Gimpelson, 2023), где эффекты времени и когорт изучаются за счет включения фиктивных переменных с использованием дополнительных идентификационных ограничений. Однако это накладывает серьезные ограничения при дальнейшем использовании полученных оценок зарплатного уравнения в макроэкономическом анализе, так как прогнозирование значений этих переменных не представляется возможным. Используемый же нами подход позволяет не только изучать динамику заработной платы в исторической ретроспективе, но и дает возможность осуществлять ее прогноз для различных групп индивидов в зависимости от возраста и макроэкономических условий.

Набор экзогенных детерминант заработной платы $Z_{i,k,t}$ включает в себя следующие переменные: фиктивные переменные региона, фиктивная переменная города (равна 1, если население превышает 500 тыс. человек), фиктивные переменные уровня образования (рассматриваемые уровни образования: неполное среднее, общее среднее, среднее специальное и высшее). Необходимость включения фиктивных переменных региона связана с тем, что регионы могут отличаться между собой долей труда в производственной функции в силу неодинаковой степени трудоемкости производства и различным уровнем наделенности трудовыми ресурсами.

В настоящей спецификации также используются случайные индивидуальные эффекты RE_i для учета панельной структуры данных. Использование случайных эффектов для оценки зарплатного уравнения предпринималось, например, в работах (Magnac & Roux, 2021; Serneels, 2005). Трактовка индивидуальных эффектов как случайных величин основана на том, что настоящая выборка может быть рассмотрена как случайная выборка

из одной генеральной совокупности, а наши выводы относятся к эффектам для генеральной совокупности, не ограничиваясь эффектами в модели (Xiao et al., 2003).

Учет индивидуальных эффектов позволяет уловить наличие гетерогенности среди изучаемых нами объектов – индивидов. Содержательно эта гетерогенность обуславливается эффектами когорты и начальным запасом человеческого капитала. В условиях значительных различий между объектами оценки МНК будут несостоятельными, из-за чего оценка модели пула с поправкой на кластеризацию ошибок будет также ошибочна. Наличие этих различий подтвердил результат теста Бреуша-Пагана, который показал, что дисперсия индивидуального эффекта не нулевая.

Здесь стоит отметить, что оценивать модель при помощи внутригруппового преобразования является более привлекательным подходом в силу того, что при получении оценок он усредняет именно влияние изменения возраста на изменение заработной платы по отдельным индивидам и дает состоятельные оценки вне зависимости от того, являются ли эффекты на самом деле случайными или фиксированными (Cameron & Trivedi, 2005). Однако в нашем случае существует два серьезных источника неточности оценок с помощью внутригруппового преобразования. Во-первых, в используемой нами выборке наблюдается относительно небольшое число временных периодов для каждого индивида, что значительно усложняет идентификацию параметров возрастного полинома, в особенности коэффициента при квадратичном члене, если не задействована информация о межгрупповой вариации. Во-вторых, описанная проблема может усложняться еще и тем фактом, что центрирование переменных при внутригрупповом преобразовании может значительно увеличить корреляцию между возрастом, квадратом возраста и ВРП, поскольку данные регрессоры имеют восходящий тренд и явно возникает проблема мультиколлинеарности, из-за чего эффекты от изменений макроэкономических условий и возраста смешиваются. Стандартной практикой в таких условиях является использование модели со случайными эффектами (Wooldridge, 2010), оценка которой представляет собой средневзвешенную из внутригрупповой и межгрупповой оценок. Иными словами, недостаточная информация, черпаемая из внутригрупповой вариации, компенсируется межгрупповой.

Ключевой предпосылкой модели со случайными эффектами, гарантирующей состоятельность оценок, является ортогональность регрессоров и индивидуальных эффектов. В случае выполнения этой предпосылки предпочтительнее использовать модель со случайными эффектами, так как ее оценки являются эффективными, в отличие от модели с фиксированными эффектами. Связано это с тем, что модель со случайными эффектами принимает во внимание не только внутригрупповую вариацию переменных,

как модель с фиксированными эффектами, оцененная при помощи внутригруппового преобразования, но и межгрупповую, что делает ее оценки наиболее эффективными в рассматриваемом классе (Maddala, 1971). В силу того, что гетерогенность в нашей модели обуславливается эффектами когорты и начальным запасом человеческого капитала, индивидуальные эффекты ортогональны возрасту.

Формально используемую нами спецификацию нельзя сопоставить с аналогичной моделью с фиксированными эффектами, так как характеристики места проживания являются постоянными во времени для каждого индивида. Тем не менее, исключив эти регрессоры, нами был проведен тест Дарбина-Ву-Хаусмана, который показал, что для упрощенной спецификации модель с фиксированными эффектами является более предпочтительной. Формально этот тест основан на сопоставлении оценок коэффициентов модели со случайными и фиксированными эффектами, и, согласно логике этого теста, нулевая гипотеза об отсутствии корреляции между регрессорами и индивидуальными эффектами не отвергается, если между оценками обеих моделей нет значимого различия. Однако эти различия могут быть обусловлены не только проблемой эндогенности (Frondel & Vance, 2010; Wooldridge, 2010), но и описанными ранее факторами. Более того, если результаты модели со случайными эффектами оказались стабильными и интерпретируемыми, то модель с фиксированными эффектами показала противоречивые эффекты от получения образования и низкие значения эластичностей заработной платы по ВРП (в модели с фиксированными индивидуальными эффектами оценки эластичностей заработной платы по ВРП оказались в окрестности 0.6, когда как в модели со случайными эффектами в окрестности 1, что более интерпретируемо) и пиках кросс-секционных зарплатных траекторий.

Другим важным аспектом является необходимость учета кластеризации ошибок модели на региональном уровне, так как в условиях наличия кластеризации ошибок по регионам и общих региональных переменных будет наблюдаться недооценка стандартных ошибок коэффициентов. Например, в работе (Moulton, 1990) обсуждается ситуация, когда в модель, построенную на индивидуальных данных, включаются характеристики на более высоком уровне агрегирования (например, характеристики локальных рынков, регионов). Согласно представленным результатам, смещение оценок стандартных ошибок коэффициентов вниз будет значительно усиливаться по мере роста среднего размера кластеров, внутрикластерных корреляций ошибок модели и объясняющих переменных. Для решения данной проблемы нами был использован подход построения стандартных ошибок коэффициентов, устойчивый к кластеризации (Cameron & Miller, 2015).

Представленная спецификация модели имеет две важные особенности. Во-первых, она позволяет учесть региональную макроэкономическую гетерогенность, которую обычно игнорируют в подобных исследованиях. Во-вторых, она дает возможность осуществлять сценарное прогнозирование эволюции заработных плат индивидов в зависимости от динамики ВРП. Также полученные оценки параметров могут быть использованы при построении моделей общего экономического равновесия с экономическим ростом для РФ.

В целом, в рассматриваемой спецификации могла бы возникнуть проблема эндогенности. Строго говоря, фонд оплаты труда является составной компонентой при расчете ВРП, однако в контексте используемой нами модели это не представляется серьезным источником эндогенности. Наша зависимая переменная представляет собой индивидуальную почасовую ставку заработной платы для случайной выборки индивидов, и шоки для индивидуальной заработной платы хоть алгебраически и влияют на ВРП, так как в ВРП включаются доходы всех работников региона, но вклад шоков заработных плат отдельно взятого индивида в изменение ВРП предельно мал. Соответственно, корреляция шока индивидуальной заработной платы с ВРП близка к нулю и проблемой эндогенности можно пренебречь. В то же время кризисные явления, негативно сказывающиеся на уровне ВРП, вполне могут объяснять падение заработных плат индивидов, проживающих в рассматриваемом регионе.

Зарплатные уравнения оцениваются на 15 подвыборках²: 1) вся Россия, 2.1) все мужчины, 2.2) все женщины, 3.1) все со средним образованием, 3.2) все со средним специальным образованием, 3.3) все без высшего образования, 3.4) все с высшим образованием, 4.1) мужчины со средним образованием, 4.2) мужчины со средним специальным образованием, 4.3) мужчины без высшего образования, 4.4) мужчины с высшим образованием, 4.5) женщины со средним образованием, 4.6) женщины со средним специальным образованием, 4.7) женщины без высшего образования, 4.8) женщины с высшим образованием. Рассмотренный набор подвыборок позволит калибровать модели с перекрывающимися поколениями как с гомогенными индивидами одной возрастной группы, так и отличающимися по полу (что, например, актуально при моделировании эффектов от повышения пенсионного возраста на различную величину для мужчин и женщин) или уровню образования.

² В подвыборки со средним образованием входят индивиды как с полным, так и неполным средним образованием.

Нами были использованы панельные микроданные РМЭЗ НИУ ВШЭ³ начиная с 9-ой волны (2000 г.) и заканчивая 28-ой волной (2019 г.). Здесь стоит отметить, что временная протяженность используемой нами панели обеспечивает достаточную изменчивость логарифма ВРП во времени, что позволяет избежать его возможную коллинеранность с фиктивными переменными регионов.

Как и в работах (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021), мы используем несбалансированную панель из работающих индивидов в возрасте 25-55 лет. Верхняя граница по возрасту объясняется существенным изменением поведения индивида по достижении предпенсионного возраста, в то время как нижняя граница связана с тем, что к 25 годам подавляющее большинство индивидов получило образование.

В некоторых российских исследованиях использовались микроданные, предоставляемые Росстатом. В работах (Гимпельсон, 2019; Гимпельсон & Зинченко, 2019) использовались данные ВДН⁴, однако представленные выборки не являются повторяющимися, т.е. индивиды не отслеживаются на протяжении нескольких лет, что ограничивает нас в использовании методов панельного анализа. В статье (Гимпельсон, 2019) также использовались данные ОРС⁵, однако в них отсутствуют индивидуальные характеристики, необходимые для объяснения динамики заработной платы в рамках регрессионного анализа. Исходя из этого, в нашей работе мы ограничиваемся данными РМЭЗ НИУ ВШЭ, которые использовались в работах (Bessudnov, 2011; Chernina & Gimpelson, 2023; Аистов, 2018; Гимпельсон, 2019; Клепикова & Колосницына, 2017).

Данные о почасовой ставке заработной платы W_{it} были построены по методологии (Денисова & Карцева, 2007) с дополнительным учетом отпусков (см. подробнее в (Замниус & Полбин, 2021)). Полученная номинальная ставка заработной платы и ВРП в текущих ценах были приведены к единым ценам 2016-го года с помощью регионального ИПЦ, взятого из данных Росстата, т.е. для дефлирования номинальных показателей мы использовали региональный индекс цен. Также нами были отброшены все наблюдения, где месячная заработная плата более чем в два раза ниже уровня МРОТ.

Рассмотрим полученные результаты. В таблицах 1–4 представлены оценки уравнения зарплаты на всех подвыборках⁶. В данных таблицах Within-R² рассчитывается

³ Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ ВШЭ (RLMS HSE)», проводимый Национальным исследовательским университетом "Высшая школа экономики" и ООО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии Федерального научно-исследовательского социологического центра РАН. (Сайты обследования RLMS HSE: <https://rlms-hse.cpc.unc.edu> и <http://www.hse.ru/rlms>)

⁴ http://www.gks.ru/free_doc/new_site/vndn-2016/index.html

⁵ http://www.gks.ru/free_doc/new_site/population/trud/pr445-17.pdf

⁶ С целью анализа робастности результатов нами также была рассмотрена спецификация с фиктивными переменными для года рождения, которые описывают эффекты возрастных когорт. Числовые оценки

для модели после осуществления внутригруппового преобразования, Between-R² – после межгруппового преобразования, а Overall-R² представляет собой классический коэффициент детерминации для модели пула (в нашем случае без учета индивидуальных эффектов).

Таблица 1. Уравнение заработной платы (1)

$\ln W_{i,k,t} = \alpha_1 x_{i,k,t} + \alpha_2 x_{i,k,t}^2 + Z_{i,k,t} \beta + \gamma \ln GRP_{k,t} + RE_i + w_{i,k,t}$			
Выборка	(1)	(2.1)	(2.2)
Возраст	0.031*** (3.86e-03)	0.025*** (5.34e-03)	0.039*** (4.62e-03)
Квадрат возраста	-3.8e-04*** (5.0e-05)	-3.6e-04*** (7.0e-05)	-4.3e-04*** (6.0e-05)
Среднее образование	0.017 (0.012)	0.031** (0.015)	0.024 (0.017)
Специальное образование	0.103*** (0.017)	0.158*** (0.023)	0.148*** (0.02)
Высшее образование	0.307*** (0.019)	0.324*** (0.024)	0.405*** (0.02)
Город	0.149*** (0.019)	0.182*** (0.024)	0.108** (0.02)
Логарифм ВРП	0.972*** (0.054)	0.925*** (0.064)	0.992*** (0.05)
Пол	-	Муж	Жен
Наблюдения	98,837	44,461	54,376
Within-R ²	0.147	0.112	0.175
Between-R ²	0.400	0.427	0.438
Overall-R ²	0.352	0.363	0.391
F-статистика	2.89e+04***	1.27e+04***	1.89e+04***

*Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки, *p<0.1; скорректированные на кластеризацию на региональном **p<0.05;*

практически не изменились, знаки при переменных сохранились, что свидетельствует об устойчивости полученных нами результатов.

уровне

***p<0.01

Источник: составлено автором

Рассматривая представленные результаты, можно заметить, что на всех выборках кросс-секционный профиль будет иметь перевернутую U-образную форму, что не противоречит стандартной теории. Также используемая спецификация объясняет примерно от 30% до 40% общей вариации зависимой переменной на всех подвыборках, что свидетельствует о хорошем качестве оцененных регрессий.

Таблица 2. Уравнение заработной платы (2)

$\ln W_{i,k,t} = \alpha_1 x_{i,k,t} + \alpha_2 x_{i,k,t}^2 + Z_{i,k,t}\beta + \gamma \ln GRP_{k,t} + RE_i + w_{i,k,t}$				
Выборка	(3.1)	(3.2)	(3.3)	(3.4)
Возраст	0.023*** (4.96e-03)	0.036*** (6.32e-03)	0.028*** (3.89e-03)	0.044*** (7.6e-03)
Квадрат возраста	-3.1e-04*** (7.0e-05)	-4.6e-04*** (8.0e-05)	-3.6e-04*** (5.0e-05)	-5.0e-04*** (1.0e-04)
Город	0.152*** (0.023)	0.103*** (0.04)	0.135*** (0.024)	0.159*** (0.011)
Логарифм ВРП	1.029*** (0.068)	0.971*** (0.058)	1.008*** (0.063)	0.887*** (0.037)
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	41,864	26,339	68,203	30,634
Within-R ²	0.147	0.151	0.152	0.131
Between-R ²	0.377	0.340	0.360	0.306
Overall-R ²	0.319	0.315	0.315	0.286
F-статистика	1.19e+04***	7.25e+03***	1.87e+04***	7.02e+03***

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки, *p<0.1; **p<0.05; скорректированные на кластеризацию на региональном уровне ***p<0.01

Источник: составлено автором

Коэффициент перед логарифмом ВРП представляет собой эластичность заработной платы по ВРП, которая практически для всех подвыборок колеблется вокруг единицы. Тем не менее присутствует тенденция к ее снижению по мере повышения уровня образования: до 0,8 для мужчин и до 0,9 для женщин. Это может говорить о том, что рост выпуска в РФ

сопровождался более интенсивным ростом спроса на рабочую силу с низким уровнем образования, что может наблюдаться, например, при более интенсивном развитии видов услуг, не относящихся к высокотехнологичной деятельности, что характерно для стран-нефтеэкспортеров при росте цен на энергоресурсы.

Таблица 3. Уравнение заработной платы (3)

$\ln W_{i,k,t} = \alpha_1 x_{i,k,t} + \alpha_2 x_{i,k,t}^2 + Z_{i,k,t}\beta + \gamma \ln GRP_{k,t} + RE_i + w_{i,k,t}$				
Выборка	(4.1)	(4.2)	(4.3)	(4.4)
Возраст	0.014** (6.71e-03)	0.047*** (9.64e-03)	0.021*** (5.93e-03)	0.05*** (0.013)
Квадрат возраста	-2.3e-04*** (8.0e-05)	-6.3e-04*** (1.2e-04)	-3.1e-04*** (8.0e-05)	-6.3e-04*** (1.6e-04)
Город	0.202*** (0.022)	-4.7e-03 (0.078)	0.148*** (0.031)	0.233*** (0.015)
Логарифм ВРП	1.02*** (0.074)	0.815*** (0.06)	0.969*** (0.07)	0.809*** (0.048)
Пол	Муж	Муж	Муж	Муж
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	23,790	9,650	33,440	11,021
Within-R ²	0.131	0.088	0.120	0.094
Between-R ²	0.409	0.343	0.390	0.331
Overall-R ²	0.339	0.291	0.327	0.306
Ф-статистика	6.99e+03***	2.22e+03***	8.93e+03***	2.42e+03***

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки, * p<0.1; ** p<0.05; скорректированные на кластеризацию на региональном уровне *** p<0.01

Источник: составлено автором

Результаты в таблице 1 позволяют отдельно выделить эффект от образования. Так, чем выше ступень полученного образования, тем больше заработная плата. Более того, если получение среднего образования повышает заработную плату примерно на 0-3%, то высшее образование способствует увеличению ее на 30-40%. Люди, проживающие в городе, так же получают более высокую заработную плату.

Таблица 4. Уравнение заработной платы (4)

$\ln W_{i,k,t} = \alpha_1 x_{i,k,t} + \alpha_2 x_{i,k,t}^2 + Z_{i,k,t}\beta + \gamma \ln GRP_{k,t} + RE_i + w_{i,k,t}$				
Выборка	(4.5)	(4.6)	(4.7)	(4.8)
Возраст	0.041*** (6.86e-03)	0.043*** (7.95e-03)	0.042*** (5.18e-03)	0.042*** (7.86e-03)
Квадрат возраста	-4.8e-04*** (9.0e-05)	-4.8e-04*** (9.0e-05)	-4.8e-04*** (7.0e-05)	-4.3e-04*** (1.0e-04)
Город	0.066* (0.035)	0.202*** (0.019)	0.105*** (0.023)	0.112*** (0.013)
Логарифм ВРП	1.026*** (0.069)	1.013*** (0.06)	1.02*** (0.061)	0.931*** (0.036)
Пол	Жен	Жен	Жен	Жен
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	18,074	16,689	34,763	19,613
Within-R ²	0.172	0.191	0.186	0.150
Between-R ²	0.397	0.359	0.370	0.322
Overall-R ²	0.347	0.337	0.333	0.295
F-статистика	5.92e+03***	5.44e+03***	1.1e+04***	4.96e+03***

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки, *p<0.1; **p<0.05; скорректированные на кластеризацию на региональном уровне ***p<0.01

Источник: составлено автором

Стоит отметить, что, строго говоря, существуют и другие факторы, влияющие на заработную плату в экономике, помимо возраста и роста экономики, такие как процентные ставки, определяющие капиталовооруженность одного работника, налоговая структура, возрастная структура населения, степень развитости инфраструктуры и т.д. Для анализа этой проблемы было принято решение сопоставить нашу модель с аналогичной, где $\ln GRP_{k,t}$ и фиктивные переменные регионов были заменены на региональные временные эффекты. В первую очередь, стоит отметить, что последняя спецификация дает корректные и интерпретируемые результаты – знаки при коэффициентах остались прежними. С точки зрения качества, на примере самой общей спецификации без разделения индивидов на подгруппы, прирост скорректированного R^2 составил примерно 0,027 (с 0,624 до 0,647). Также были рассчитаны значения информационных критериев

Акаике и Шварца для обеих спецификаций. Оказалось, что для спецификации с $\ln GRP_{k,t}$ значение AIC оказалось выше (149528,7 против 143811,2), однако BIC, который накладывает больший штраф за количество используемых переменных, получился для этой модели ниже (149984,8 против 151136,6). Из этого можно сделать вывод о том, что, с точки зрения объясняющей силы, используемая в нашей работе спецификация не значительно уступает более гибкой с региональными временными эффектами.

Полученные оценки позволяют построить профили заработных плат отдельных возрастных когорт, т.е. родившихся в один год. Эта динамика представляет собой движение вдоль кросс-секционного профиля, определяемое изменениями индивидуальной производительности, с учетом того, что каждый период положение кросс-секционной кривой будет меняться в силу новых макроэкономических условий. Ниже представлены профили заработных плат для трех возрастных когорт (отмечены сплошными линиями), построенные на основе оценок по всей выборке без разделения индивидов на подгруппы (рисунок 7) и с разделением по уровню образования: без высшего (рисунок 8) и с высшим образованием (рисунок 9). Однако в силу того, что динамика ВРП отличается для каждого субъекта, для большей наглядности мы ограничились подвыборкой жителей одного региона. Нами была выбрана Москва – на дальнейшую интерпретацию выводов это влияет только с той точки зрения, что для регионов со снижающимся ВРП выводы будут другими.

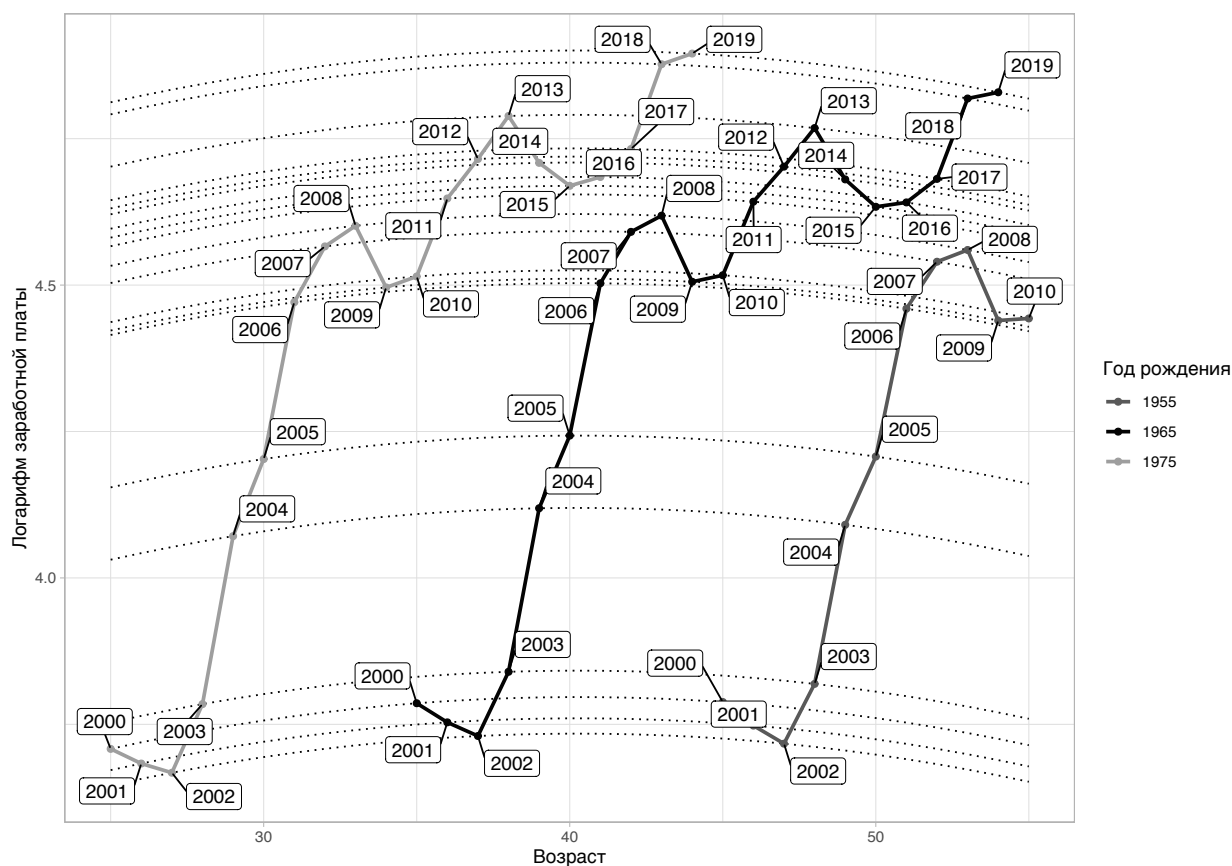


Рисунок 7. Внутрикогортные профили заработных плат для Москвы. Источник: составлено автором

Пунктирные линии представляют собой кросс-секционные профили заработных плат, каждый из которых соответствует определенному году и имеет форму перевернутой U-образной кривой с пиком примерно в 40 лет для всех индивидов без разбиения на подгруппы, 38 – для людей без высшего образования и 45 – для людей с высшим образованием. Важным наблюдением также является то, что профили для образованных людей находятся не только выше, но и имеют заметно более крутой наклон, что свидетельствует в пользу гипотезы о большей отдаче от образования.

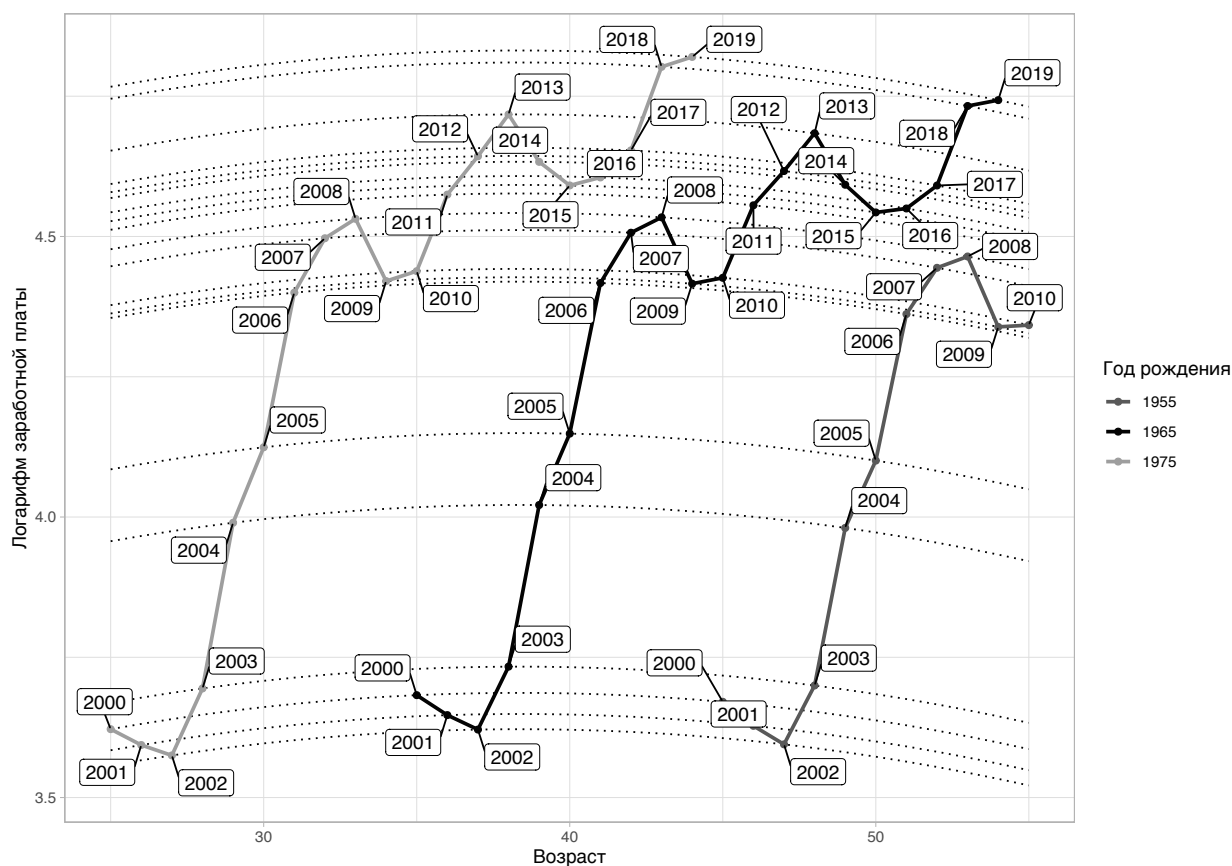


Рисунок 8. Внутрикогортные профили заработных плат для людей без высшего образования в Москве. Источник: составлено автором

Теперь обратимся к траекториям отдельных когорт: можно заметить, что заработные платы растут вне зависимости от возраста. Падение реальных заработков людей происходило в России лишь в кризисные периоды: 2008–2010 гг. и 2013–2015 гг. В случае Москвы (рисунки 7–9) и нескольких других регионов небольшой спад наблюдался в 2001 г. из-за снижения их реального ВРП. Из этого можно сделать вывод, что уменьшение заработных плат после достижения определенного возраста в силу снижения индивидуальной производительности в исторической ретроспективе нивелировалось ростом экономики в целом (за исключением периодов спада). Из этого возникает интересный вопрос: при каких минимальных темпах роста выпуска пик внутрикогортного профиля заработных плат придется на пенсионный возраст?

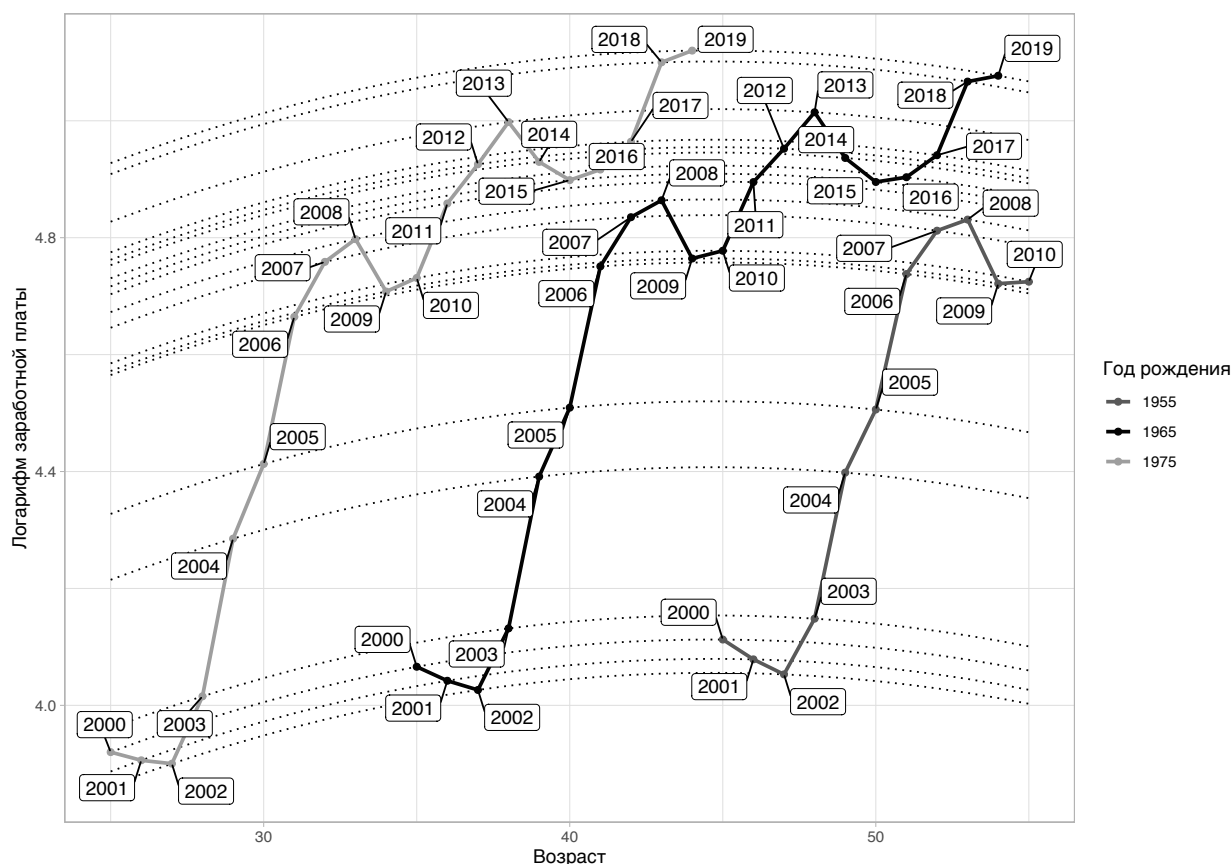


Рисунок 9. Внутрикогортные профили заработных плат для людей с высшим образованием в Москве. Источник: составлено автором

2.3 Расчет минимальных темпов экономического роста, обеспечивающих рост заработных плат в течение трудовой жизни

Для ответа на поставленный вопрос воспользуемся оценками параметров $(\hat{\alpha}_1; \hat{\alpha}_2; \hat{\gamma})$ для каждой подвыборки из соответствующей модели в таблицах 1–4. Допустим, что ВРП находится на устойчивой траектории роста с годовым темпом g , тогда его эволюцию можно записать в следующем виде:

$$GRP_{k,t} = (1 + g)GRP_{k,t-1} \quad (28)$$

В таком случае при малом g справедливо следующее:

$$\ln GRP_{k,t} = c_k + gt, \quad (29)$$

где $c_k = \ln GRP_{k,0}$ – некоторая региональная константа.

Для отдельно взятого индивида изменение t на единицу соответствует изменению возраста $x_{i,k,t}$ на единицу, т.е. $x_{i,k,t} = d_{i,k} + t$, где $d_{i,k}$ – константа, идентичная для всех индивидов одного возраста. Тогда мы можем представить ожидаемую траекторию заработной платы для отдельно взятого индивида на сбалансированной траектории роста в виде:

$$E[\ln W_{i,k,t}] = b_{i,k} + \widehat{\alpha}_1 x_{i,k,t} + \widehat{\alpha}_2 x_{i,k,t}^2 + \widehat{\gamma} g x_{i,k,t}, \quad (30)$$

где $b_{i,k}$ – некоторая индивидуальная константа, значение которой зависит от индивидуальных и региональных характеристик. Отсюда видно, что произведение $\widehat{\gamma} g$ транслирует годовой прирост экономики в годовой прирост заработной платы. Таким образом, мы можем подобрать пограничный темп экономического роста в год g так, чтобы максимум функции (30) достигался в 55, 60 и 65 лет. Возьмем производную по $x_{i,k,t}$:

$$\frac{dE[\ln W_{i,k,t}]}{dx_{i,k,t}} = \widehat{\alpha}_1 + 2\widehat{\alpha}_2 x_{i,k,t} + \widehat{\gamma} g = 0, \quad (31)$$

выразим g и подставляем одно из трех значений $x_{i,k,t} = \{55; 60; 65\}$:

$$g = \frac{-\widehat{\alpha}_1 - 2\widehat{\alpha}_2 x_{i,k,t}}{\widehat{\gamma}} \quad (32)$$

В таблице 5 представлены оценки пограничных темпов экономического роста для каждой подвыборки. Если смотреть на оценки в целом по России, то можно заметить, что темпы прироста должны находиться в пределах 2% для стабильного увеличения заработной платы до 65 лет. Также видно, что при любом рассматриваемом пиковом возрасте мужчинам требуются более высокие темпы роста экономики, чем женщинам.

Если рассматривать результаты в разрезе образовательных групп, то для обеспечения стабильного увеличения заработных плат для людей с высшим образованием до 60 и 65 лет требуются более высокие темпы прироста (60 лет – 1,7%; 65 лет – 2,3%), чем для людей без него (60 лет – 1,6%; 65 лет – 1,9%). Для пика в 55 лет различие в пограничных темпах прироста у этих социальных групп незначимо. Также можно заметить, что подвыборка со средним специальным образованием требует наибольшего роста экономики по сравнению с другими образовательными группами (55 лет – 1,4%; 60 лет – 1,9%; 65 лет – 2,4%).

Такие различия связаны с формой возрастного профиля заработной платы и характером накопления человеческого капитала. У работников с высшим образованием профили доходов растут дольше и позднее достигают пика, поскольку карьера часто строится в сферах, где оплата привязана к опыту, ответственности и уровню знаний. В то же время у работников со средним специальным образованием таких стимулов к карьерному росту меньше, а возможности повышения квалификации или перехода в более высокооплачиваемые сектора ограничены – как из-за специфики занятости (например, ручной труд, сферы с узкой специализацией), так и из-за институциональных барьеров. При этом их профессии чаще связаны с физическим износом и менее защищены системой гарантий занятости, что делает их заработки особенно чувствительными к темпам экономического роста.

Для людей с полным средним образованием заработные профили, как правило, более пологие, а пиковые значения достигаются раньше. Их род деятельности отличается от людей со специальным образованием тем, что последние чаще работают в более технологичных или формализованных отраслях (например, транспорт, медицина, промышленность), где сохраняется привязка к стажу, а значит, рост заработной платы продолжается чуть дольше. Полное среднее образование чаще ведёт к занятости в низкоквалифицированных и часто неформальных сегментах рынка (розничная торговля, услуги, охрана, уборка и др.), где возможности для повышения заработка ограничены, что объясняет пологость из зарплатного профиля. Их заработки зависят, скорее, от доступности работы, чем от перспектив роста дохода, поэтому, несмотря на общую институциональную уязвимость, требования к экономическому росту оказываются выше у группы со специальным образованием, поскольку в условиях стагнации именно они теряют возможность реализовать потенциал своего человеческого капитала.

Стоит отметить, что данная тенденция меняется при учете разделения образовательных групп по полу: если для мужчин она сохраняется, то для женщин более высокий уровень образования требует меньших темпов прироста экономики в год. Это может объясняться разной структурой занятости по полу⁷. Так, мужчины с высшим образованием чаще работают в секторах, где доходы тесно привязаны к экономической конъюнктуре и корпоративной иерархии: финансы, ИТ, управленческий сегмент, частный сектор. Для поддержания траектории роста заработков в этих секторах требуется устойчивый рост производительности и, соответственно, высокие темпы роста экономики. Женщины с высшим образованием, напротив, в большей степени заняты в государственном и социальном секторе, где зарплаты более стабильны и менее зависят от состояния экономики. Поэтому их доходы растут равномерно и не требуют значительного экономического ускорения.

Группа, требующая самых высоких темпов экономического роста в год среди всех подвыборок, представляет собой мужчин со средним специальным образованием: 55 лет – 2,7%; 60 лет – 3,5%; 65 лет – 4,3%.

Таблица 5. Минимальные темпы экономического роста, обеспечивающие неснижение заработной платы до 55, 60 и 65 лет.

Пик	55 лет	60 лет	65 лет
1) вся Россия	0.0115 (0.0022)	0.0154 (0.0028)	0.0193 (0.0033)

⁷ Женщины и мужчины России 2024 / Федеральная служба государственной статистики. URL: https://rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Wum_Man_2024.pdf

2.1) все мужчины	0.0151 (0.0027)	0.0189 (0.0034)	0.0228 (0.0042)
2.2) все женщины	0.009 (0.0025)	0.0134 (0.003)	0.0177 (0.0036)
3.1) все со средним образованием	0.0115 (0.0025)	0.0146 (0.0031)	0.0176 (0.0038)
3.2) все со специальным образованием	0.0142 (0.003)	0.0189 (0.0039)	0.0236 (0.0047)
3.3) все без высшего образования	0.012 (0.0023)	0.0155 (0.0028)	0.0191 (0.0034)
3.4) все с высшим образованием	0.0116 (0.0036)	0.0172 (0.0047)	0.0228 (0.0058)
4.1) мужчины со средним образованием	0.0116 (0.003)	0.0138 (0.0038)	0.0161 (0.0047)
4.2) мужчины со специальным образованием	0.0274 (0.0055)	0.0351 (0.0071)	0.0428 (0.0087)
4.3) мужчины без высшего образования	0.0141 (0.0029)	0.0173 (0.0037)	0.0206 (0.0046)
4.4) мужчины с высшим образованием	0.0236 (0.0067)	0.0314 (0.0087)	0.0392 (0.0107)
4.5) женщины со средним образованием	0.0122 (0.003)	0.0169 (0.0037)	0.0216 (0.0045)
4.6) женщины со специальным образованием	0.0104 (0.003)	0.0151 (0.0039)	0.0199 (0.0049)
4.7) женщины без высшего образования	0.0105 (0.0026)	0.0152 (0.0032)	0.0198 (0.0038)
4.8) женщины с высшим образованием	0.0059 (0.0038)	0.0105 (0.0049)	0.0151 (0.006)

Источник: составлено автором

Выводы по Главе 2

В настоящей главе на основе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ были представлены оценки профилей заработных плат для различных групп индивидов в России за период 2000–2019 гг. и рассчитаны минимальные темпы роста экономики, при которых заработная плата не будет убывать до достижения пенсионного возраста. Используемая модель предполагает квадратичную зависимость от возраста для кросс-секционных профилей заработных плат,

сдвиги которых во времени вследствие экономического роста моделируются с использованием динамик валового регионального продукта. Также была учтена гетерогенность индивидов путем включения в модель случайных индивидуальных эффектов.

Анализ показал, что динамика заработных плат для отдельных когорт в России с увеличением возраста не имеет форму перевернутой U-образной кривой, а представляет собой возрастающую кривую, так как увеличение заработных плат в предпенсионном возрасте обеспечивается за счет роста экономики – фактор, который не учитывался в предыдущих работах по России. Проживание в крупном городе и получение более высокого уровня образования способствуют сдвигу кросс-секционного профиля заработных плат вверх. Результаты свидетельствуют также о том, что все спады в динамике индивидуальных зарплат происходили во время кризисных периодов (2008-2009 гг. и 2013-2016 гг.). Минимальные темпы экономического роста, при которых заработная плата в среднем не должна убывать вплоть до наступления пенсионного возраста в России, составляют примерно 2% в год.

Полученный набор оценок изучаемых зависимостей заработных плат от возраста и темпов экономического роста может быть использован для калибровок моделей общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями для России (примеры использования этих оценок: (Shpilevaya & Polbin, 2024; Шпилевая et al., 2023, 2024)).

Глава 3. Эконометрическая оценка эластичностей предложения труда для России

В настоящей главе использованы материалы, опубликованные автором в статьях «Оценка межвременной эластичности замещения предложения труда для замужних женщин в России» (Замниус & Полбин, 2021), «Эластичность предложения труда по заработной плате у женатых мужчин в России» (Замниус et al., 2022).

Вторым важным элементом задачи домохозяйства в рамках модели общего равновесия, направленной на изучение последствий от изменений в области налогообложения, является эластичность предложения труда, которая определяет реакцию отработанных часов на изменения в заработной плате. Для России оценок эластичности предложения труда не так много. На текущий момент известны четыре работы (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021; Клепикова, 2016; Ларин et al., 2016). Так, в статье (Ларин et al., 2016) полученные оценки оказались неустойчивыми. В работе (Клепикова, 2016) были оценены маршаллианские эластичности для мужчин и женщин из панельных регрессий отработанных часов и индивидуального индикатора занятости по ставкам заработных плат, что позволило изучить реакцию индивидов на долгосрочные шоки. Работа (Замниус & Полбин, 2021) описывает реакцию замужних женщин на краткосрочные шоки путем оценки эластичности предложения труда по Фришу с помощью тобит-III модели с фиксированными индивидуальными эффектами. Наконец, в работе (Замниус et al., 2022) используется подход, основанный на оценке логарифмированного уравнения предельной нормы замещения труда потреблением, позволяющий получить значения структурных параметров функции полезности, необходимых для расчета эластичностей предложения труда по Маршаллу, Хиксу и Фришу. Все эти работы свидетельствуют об относительно слабой реакции со стороны предложения труда на зарплатные шоки в России.

Упомянутые работы по России имеют одну общую черту: эти модели основаны на индивидуальных решениях о предложении труда, рассматривая индивида в качестве автономного агента на рынке труда. Такой подход исключает возможность страхования шоков трудовых доходов за счет совместного предложения труда, что, согласно эмпирическим оценкам из работы (Blundell et al., 2016), является одним из ключевых механизмов страхования, особенно в условиях несовершенных кредитных рынков (Juhn & Potter, 2007). Однако до недавнего времени этому механизму уделялось лишь умеренное внимание не только со стороны большинства макроэкономических работ по оптимизации системы налогообложения (Doerke & Tertilt, 2016) и трансфертов (Naan & Prowse, 2017), но и эконометрических моделей по оценке эластичности предложения труда. Более того,

учитывая тот факт, что, согласно расчетам (Мартьянова & Полбин, 2022), дисперсия шоков заработных плат в России оказалась выше, чем в других странах, роль механизма страхования за счет совместного предложения труда может быть существенной, из-за чего уже имеющиеся для России оценки эластичностей предложения труда могут оказаться смещенными.

В настоящей главе будет построена новая оценка эластичностей предложения труда для мужчин и женщин на базе структурной модели домохозяйства, состоящего из двух супругов. В первой части представлен критический анализ эмпирической литературы по оценке эластичностей предложения труда. Во второй части будет представлена спецификация модели жизненного цикла домохозяйства и описан вывод оцениваемых структурных уравнений. В третьей части будут представлены оценки для России.

3.1 Подходы к оцениванию эластичностей предложения труда

За последние девяносто лет было разработано большое количество моделей и подходов к оценке функций предложения труда. Так, первая попытка оценить функцию предложения труда и, в частности, эластичность предложения труда по заработной плате была предпринята еще в 1934 г. П. Дугласом на основе агрегированных данных по США (Douglas, 1934). Однако первые работы по оценке функции предложения труда, которые получили известность, датируются шестидесятыми годами прошлого столетия (Lucas & Rapping, 1969; Mincer, 1962), когда кейнсианский взгляд на макроэкономику, предполагавший, что равновесный уровень занятости в экономике определяется только спросом на труд, стал отходить на второй план (Prescott & Wallenius, 2012). В это время стал обретать популярность неоклассический взгляд на макроэкономику, согласно которому наблюдаемые уровни занятости, потребления и выпуска определяются из динамической оптимизационной задачи индивида (Mankiw et al., 1985).

Одной из важнейших гипотез неоклассической макроэкономики является гипотеза межвременного замещения труда, согласно которой предложение труда возрастает в ответ на краткосрочные положительные шоки реальных заработной платы и ставки процента. Эта гипотеза была выдвинута и впервые проверена в работе (Lucas & Rapping, 1969). Однако, по мере развития неоклассических моделей реального делового цикла, критически важным стало получить точное значение межвременной эластичности замещения труда (Alogoskoufis, 1987), из-за чего в восьмидесятих годах прошлого столетия появилось много эмпирических работ, где проводилась оценка этого параметра на основе как агрегированных (Altonji, 1982; Andrews, 1987; Andrews & Nickell, 1982; Hall,

1979), так и индивидуальных данных (Altonji, 1986; Browning et al., 1985; Heckman & MaCurdy, 1980; MaCurdy, 1981) о предложении труда.

3.1.1 Статический подход

Первые попытки оценить функцию предложения труда с использованием микроданных были предприняты примерно в середине шестидесятых годов прошлого века. Обычно оцениваемые функции предложения труда не выводились из моделей, а выписывались напрямую, где отработанные часы зависят от ставки заработной платы и нетрудового дохода. Одной из первых работ, где была оценена функция предложения труда на микроданных, была (Kosters, 1966). Автор предположил линейную связь между переменными:

$$N_i = \alpha_1 W_i + \alpha_2 S_i + Z_i \gamma + u_i, \quad (33)$$

где N_i – отработанные часы индивида, W_i – ставка заработной платы в час, S_i – нетрудовой доход, Z_i – наблюдаемые детерминанты предпочтений в отношении труда, u_i – остатки.

Опираясь на уравнение Слуцкого:

$$\frac{\partial N}{\partial W} = \frac{\partial N}{\partial W} \Big|_U + N \frac{\partial N}{\partial S} \quad (34)$$

коэффициент α_1 будет описывать некомпенсированную реакцию отработанных часов на шок заработных плат при постоянном уровне нетрудового дохода, в то время как $\alpha_1 - \alpha_2 N_i$ будет равен эффекту замещения для i -го наблюдения, поэтому в эмпирических работах обычно берется среднее число отработываемых часов N . Согласно постановке статической модели предложения труда, $\alpha_2 < 0$, так как эффект дохода $\alpha_2 N$ должен быть отрицательным, в то время как $\alpha_1 \leq 0$ (Ashenfelter & Heckman, 1972; Pencavel, 1986).

Другим подходом к оценке такой модели было представление функции предложения труда через полный доход $F_i = W_i \bar{L} + S_i$, который впервые был использован в работе (Mincer, 1962):

$$N_i = \beta_1 W_i + \beta_2 F_i + Z_i \gamma + u_i \quad (35)$$

Чтобы понять связь между представленными уравнениями, достаточно подставить $S_i = F_i - W_i \bar{L}$ в первое:

$$N_i = (\alpha_1 - \alpha_2 \bar{L}) W_i + \alpha_2 F_i + Z_i \gamma + u_i \quad (36)$$

Отсюда следует, что между коэффициентами есть следующая связь: $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2 \bar{L}$, а $\beta_2 = \alpha_2$. Стоит отметить, что значение $\bar{L}$ не обязано соответствовать всему доступному индивиду времени в периоде. Если предположить, что $\bar{L} = N$, то параметр β_1 будет равен

среднему эффекту замещения. Исходя из этой же логики, в работе (Hall, 1970) $\bar{L} = 2000$ часам в году, что примерно соответствует восьмичасовому рабочему дню.

В рамках же логарифмической спецификации (Hausman, 1985; Mroz, 1987):

$$\ln N_i = \kappa_1 \ln W_i + \kappa_2 \ln S_i + Z_i \gamma + u_i \quad (37)$$

коэффициент κ_1 будет представлять собой эластичность предложения труда по Маршаллу, а $\kappa_1 - \kappa_2 \frac{WN}{S}$ – эластичность предложения труда по Хиксу.

Однако оценка таких функций предложения труда с помощью метода наименьших квадратов (МНК) может привести к смещенным результатам. Так, (Hall, 1970) отмечает, что индивиды, получившие высокий трудовой доход относительно их обычного, вероятно, будут работать меньше, чем те, кто получает такую же заработную плату на регулярной основе. Более того, проблема корреляции остатков модели и заработной платы может усугубиться при значительных ошибках в измерении последней. Исходя из этого, автор предлагает использовать двухшаговый метод наименьших квадратов (2МНК) для оценивания такой модели. Аналогичная проблема возникает для нетрудового дохода – индивиды, которые работают много и, вероятно, получают более высокие трудовые доходы, могут позволить себе больше сберегать (Greenberg & Kusters, 1970).

Второй важной проблемой, которая может привести к несостоятельности оценок, является смещение отбора – ставки заработных плат и отработываемые часы ненаблюдаемы для индивидов, которые не работают (Hall, 1970; Heckman, 1974). Стоит отметить, что в работе (Клепикова, 2016), где оценивалась маршаллианская эластичность предложения труда для России, использовалась именно статическая спецификация, в которой предлагалось решение обеих перечисленных проблем.

3.1.2 Оценка на основе фиксированных эффектов

В работе (MaCurdy, 1981) был предложен иной подход к оценке эластичности предложения труда, основанный на использовании модели жизненного цикла индивида. Так, автор рассматривает задачу индивида в следующей форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{U} = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} U(C_{it}; N_{it}) \rightarrow \max_{\mathbb{C}; \mathbb{N}} \\ \Omega_{i0} + \sum_{t=0}^T \frac{W_{it} N_{it}}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{C_{it}}{(1+r)^t} \end{array} \right. , \quad (38)$$

где Ω_{i0} – начальный уровень богатства индивида. Условия первого порядка для представленной задачи могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial C_{it}} = \left[\frac{1+\rho}{1+r} \right]^t \lambda_{i0} \\ \frac{\partial U}{\partial N_{it}} \geq \left[\frac{1+\rho}{1+r} \right]^t \lambda_{i0} W_{it}, \\ \lambda_{it} = \left[\frac{1+\rho}{1+r} \right]^t \lambda_{i0} \end{cases} \quad (39)$$

где λ_{it} – теневая цена богатства.

Допустим, что мгновенная функция полезности относится к классу CRRA, т.е. характеризуется постоянным коэффициентом относительного неприятия риска:

$$U(C_{it}; N_{it}; V_{it}) = V_{it}^{(C)} \frac{C_{it}^{1+\delta}}{1+\delta} - V_{it}^{(N)} \frac{N_{it}^{1+\theta}}{1+\theta}, \theta \geq 0, \delta \leq 0, \quad (40)$$

где $V_{it}^{(C)}, V_{it}^{(N)}$ – детерминанты предпочтений в отношении потребления и отработанных часов соответственно. Тогда можно выписать логарифмическую функцию предложения труда при постоянной предельной полезности от богатства, которую в литературе принято называть функцией предложения труда по Фришу:

$$\ln N_{it} = \frac{1}{\theta} \left[\ln W_{it} + \ln \lambda_{it} - \ln V_{it}^{(N)} \right] \quad (41)$$

Уравнение (41) невозможно оценить эмпирически, так как λ_{it} не наблюдаема для исследователя, поэтому в работе (MaCurdy, 1981) было предложено использовать логарифмированное уравнение Эйлера, чтобы выразить предельную полезность от богатства через ее начальное значение:

$$\ln \lambda_{it} = \sum_{k=1}^t \ln \left(\frac{1+\rho}{1+r} \right) + \ln \lambda_{i0} \quad (42)$$

Тогда если допустить, что $\ln \left(\frac{1+\rho}{1+r} \right) \approx \rho - r$, а $V_{it}^{(N)} = e^{Z_{it}\phi + \epsilon_{it}}$, где Z_{it} и ϵ_{it} – наблюдаемые и ненаблюдаемые детерминанты предпочтений в отношении труда соответственно, то функция предложения труда по Фришу обретет вид:

$$\ln N_{it} = \frac{1}{\theta} \ln W_{it} + t \frac{\rho - r}{\theta} + \frac{1}{\theta} \ln \lambda_{i0} - Z_{it} \frac{\phi}{\theta} - \frac{1}{\theta} \epsilon_{it} \quad (43)$$

Представленное уравнение можно оценить эконометрически, так как слагаемое $\frac{1}{\theta} \ln \lambda_{i0}$ может быть рассмотрено как фиксированный индивидуальный эффект. Важно отметить, что индивидуальный эффект будет хранить в себе информацию о постоянных во времени характеристиках индивида, которые потенциально могут коррелировать с детерминантами предпочтений в отношении труда Z_{it} , поэтому индивидуальный эффект можно рассматривать только как фиксированный (MaCurdy, 1981). Другой важной особенностью этого уравнения является тот факт, что ставка заработной платы $\ln W_{it}$ коррелирует с ненаблюдаемыми детерминантами предпочтений ϵ_{it} , в силу того, что более

трудолюбивые агенты, вероятно, будут получать более высокую заработную плату. Исходя из этого, целесообразным представляется оценивать модель с помощью 2МНК, где на первом шаге будет проводиться оценка зарплатного уравнения. Наконец, коэффициент $\frac{1}{\theta}$ представляет собой эластичность предложения труда по Фришу.

Чтобы избежать проблемы перепараметризации (англ. *incidental parameters problem*) (Neyman & Scott, 1948), можно переписать модель в первых разностях, что позволит исключить фиксированные индивидуальные эффекты и получить простую в оценивании и интерпретации спецификацию функции предложения труда:

$$\Delta \ln N_{it} = \frac{\rho - r}{\theta} + \frac{1}{\theta} \Delta \ln W_{it} - \Delta Z_{it} \frac{\phi}{\theta} - \frac{1}{\theta} \Delta \epsilon_{it}, \quad (44)$$

где Δ – разностный оператор первого порядка.

В условиях несовершенной информации несколько изменяется вывод уравнения Эйлера, так как теперь оно будет включать в себя ошибку прогноза будущей теневой цены активов, а ставка процента может меняться во времени (MaCurdy, 1985). Чтобы показать это, представим λ_{it} как сумму ожидаемой в прошлом периоде λ_{it} и ошибки прогноза v_{it} :

$$\ln \lambda_{it} = E_{t-1}(\ln \lambda_{it}) + v_{it} \quad (45)$$

Из этого следует, что:

$$\begin{cases} \lambda_{it} = e^{E_{t-1}(\ln \lambda_{it})} e^{v_{it}} \\ E_{t-1}(\lambda_{it}) = e^{E_{t-1}(\ln \lambda_{it})} E_{t-1}(e^{v_{it}}) \end{cases} \Rightarrow \lambda_{it} = \frac{E_{t-1}(\lambda_{it}) e^{v_{it}}}{E_{t-1}(e^{v_{it}})} \quad (46)$$

Полученное выражение можно подставить в исходное уравнение Эйлера и прологарифмировать его:

$$\ln \lambda_{it} = \ln \left(\frac{1 + \rho}{1 + \bar{r}_t} \right) - \ln[E_{t-1}(e^{v_{it}})] + \ln \lambda_{it-1} + v_{it} \quad (47)$$

$$\ln \lambda_{it} = \sum_{k=1}^t b_{ik} + \ln \lambda_{i0} + \sum_{k=1}^t v_{ik}, \quad (48)$$

где $b_{it} = \ln \left(\frac{1 + \rho}{1 + \bar{r}_t} \right) - \ln[E_{t-1}(e^{v_{it}})]$.

Для удобства часто предполагается, что слагаемое b_{it} постоянно как по времени, так и по индивидам. Строго говоря, такое предположение возможно в том случае, когда безрисковая ставка процента неизменна во времени, а распределение v_{it} одинаково как по индивидам, так и по времени (MaCurdy, 1985). Однако хоть эти предпосылки и не являются реалистичными, они позволяют упростить математические выкладки и не слишком сильно влияют на результаты.

Полученное уравнение Эйлера представляет собой процесс случайного блуждания с константой. Если подставить его в общий вид функции предложения труда по Фришу, то выражение будет иметь вид:

$$\ln N_{it} = \frac{1}{\theta} \left[\ln W_{it} + \ln \lambda_{i0} + tb - Z_{it}\phi - \epsilon_{it} + \sum_{k=1}^t v_{ik} \right] \quad (49)$$

Отсюда может быть получена эконометрическая спецификация уравнения предложения труда:

$$\ln N_{it} = \frac{1}{\theta} \ln W_{it} - Z_{it} \frac{\phi}{\theta} + t \frac{b}{\theta} + \frac{1}{\theta} \ln \lambda_{i0} + \eta_{it}, \quad (50)$$

где $\eta_{it} = \frac{1}{\theta} (\sum_{k=1}^t v_{ik} - \epsilon_{it})$.

Наиболее значимое отличие от случая с совершенной информацией заключается в том, что теперь остатки модели включают в себя ошибки прогноза теневой цены богатства, провоцирующие возникновение отрицательного эффекта дохода, что может послужить дополнительным источником эндогенности, (MaCurdy, 1981, 1985). Речь идет о том, что, во-первых, текущая ставка заработной платы будет коррелировать с текущими и прошлыми значениями ошибки прогноза; во-вторых, все детерминанты предпочтений Z_{it} , реализация которых наступает не ранее периода t , также будут эндогенными; в-третьих, инструменты для $\ln W_{it}$ и Z_{it} не должны коррелировать с ошибкой прогноза, т.е. должны быть известны индивиду уже в период $t - 1$, чтобы выполнялось условие валидности, необходимое для реализации инструментального подхода (McCallum, 1976; Sargent, 1978).

3.1.3 Оценка с помощью предельной нормы замещения

В работе (MaCurdy, 1983) было предложено два метода оценивания модели предложения труда в условиях несовершенной информации. Один из них брал за основу равенство предельной нормы замещения труда потреблением реальной ставке заработной платы для внутреннего решения оптимизационной задачи. Рассмотрим предельную норму замещения труда потреблением для функции полезности (40):

$$MRS_{it}^{(N,C)} = \frac{\partial U / \partial N_{it}}{\partial U / \partial C_{it}} = \frac{V_{it}^{(N)} N_{it}^{\theta}}{V_{it}^{(C)} C_{it}^{\delta}} = W_{it}, \quad (51)$$

Она может быть прологарифмирована:

$$\ln W_{it} = \theta \ln N_{it} - \delta \ln C_{it} + Z_{it}\phi + \epsilon_{it} \quad (52)$$

Это уравнение не является стандартной функцией предложения труда, а, скорее, описывает связь между тремя эндогенными переменными, – ставкой заработной платы, потреблением и отработанными часами, – которая должна выполняться, если индивид

принимает какие-либо решения в отношении потребления и отработываемых часов. Его главное преимущество состоит в том, что оно выполняется вне зависимости от конкретной спецификации функций предложения труда и спроса на композитное благо (MacCurdy, 1983).

В работе (Altonji, 1986) эта идея была взята за основу для спецификации эконометрического уравнения, результаты которой были сопоставлены с подходом (MacCurdy, 1981, 1985). Впоследствии этот подход применялся на российских данных в работе (Замниус et al., 2022).

Так, в модели (Altonji, 1986) предлагается рассмотреть в дополнении к функции предложения труда по Фришу функцию спроса на композитное благо:

$$\ln C_{it} = \frac{1}{\delta} [\ln \lambda_{it} - \ln V_{it}^{(C)}], \quad (53)$$

а затем выразить $\ln \lambda_{it}$ из функции спроса на композитное благо и подставить ее в функцию предложения труда:

$$\ln N_{it} = \frac{1}{\theta} \ln W_{it} + \frac{\delta}{\theta} \ln C_{it} + \frac{1}{\theta} [Z_{it}^{(C)} \phi_C - Z_{it}^{(N)} \phi_N] + \frac{1}{\theta} [\epsilon_{it}^{(C)} - \epsilon_{it}^{(N)}], \quad (54)$$

где $V_{it}^{(N)} = e^{Z_{it}^{(N)} \phi_N + \epsilon_{it}^{(N)}}$, $V_{it}^{(C)} = e^{Z_{it}^{(C)} \phi_C + \epsilon_{it}^{(C)}}$. Полученное уравнение аналогично тому, что было предложено (MacCurdy, 1983), однако (Altonji, 1986) представил его как функцию предложения труда. Идея, стоящая за предложенной спецификацией, заключается в том, что N_{it} и C_{it} определяются текущим и будущими значениями ставки заработной платы, запасом активов, ставкой процента и предпочтениями через λ_{it} . Исходя из этого, C_{it} в роли аргумента функции предложения труда будет хранить в себе всю информацию, необходимую для осуществления оптимального выбора отработанных часов C_{it} .

Представленная спецификация имеет ряд недостатков. Во-первых, в силу наличия гетерогенности индивидов, ошибки модели $[\epsilon_{it}^{(C)} - \epsilon_{it}^{(N)}]$ будут коррелировать во времени для каждого индивида. Во-вторых, расходы на потребление C_{it} зависят не только от ненаблюдаемых предпочтений в отношении потребления $\epsilon_{it}^{(C)}$, но и от перманентных характеристик, наличие которых отражается на значении λ_{it} , что следует из спецификации функции спроса на композитное благо по Фришу. Последнее означает, что индивиды, предпочитающие потреблять композитное благо в большем объеме относительно досуга, будут работать больше при любых профилях нетрудовых доходов и заработной платы (Altonji, 1986). В-третьих, в отличие от (MacCurdy, 1981, 1985), наблюдается положительная корреляция заработной платы W_{it} с ненаблюдаемыми предпочтениями в отношении труда $\epsilon_{it}^{(N)}$.

Можно также выделить ряд отличий спецификации (Altonji, 1986) от (MaCurdy, 1981, 1985). Во-первых, подход (Altonji, 1986; MaCurdy, 1983) не требует явной спецификации уравнения Эйлера, что делает его устойчивым по отношению к предпосылке о полноте информации. Из этого также следует, что представленная модель будет давать верные оценки вне зависимости от особенностей финансового рынка в экономике, так как предпосылка о наличии ограничений ликвидности влияет на форму уравнения Эйлера (Domeij & Floden, 2006). Во-вторых, использование переменных в уровнях, а не в первых разностях может обострить проблему ошибок измерения, которая присутствует в опросных данных. Как отмечает (Altonji, 1986), связано это с тем, что возможные различия в системах налогообложения и уровнях цен между регионами могут отражаться на номинальных заработных платах и потребительских расходах. В-третьих, W_{it} коррелирует не только с временной составляющей ненаблюдаемых детерминант предпочтений в отношении труда $\epsilon_{it}^{(N)}$, но и с постоянной. В подходе (MaCurdy, 1981, 1985) последняя была учтена с помощью фиксированного индивидуального эффекта.

Подход (Altonji, 1986; MaCurdy, 1983) позволяет оценить все структурные параметры функции полезности, необходимые для расчета эластичностей предложения труда по Маршаллу, Хиксу и Фришу. Однако он не сыскал такой популярности, как метод, предложенный (MaCurdy, 1981, 1985), в силу высоких требований к данным (Замниус et al., 2022).

3.1.4 Двухэтапное бюджетирование

С эконометрической точки зрения, проблема описанных выше подходов, где оценивались функции спроса по Фришу, заключается в том, что теневая цена активов не наблюдаема. Поэтому в работах (Blundell, 1987; Blundell et al., 1988; Blundell & Walker, 1986) был предложен подход к оценке эластичностей предложения труда, основанный на идее о «двухэтапном бюджетировании» (Gorman, 1959, 1968), где все функции спроса зависят от наблюдаемых переменных.

В настоящем подходе индивид решает свою задачу максимизации интегральной полезности в два этапа: на первом шаге индивид выбирает оптимальный набор активов за весь жизненный цикл $(A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{iT-1})$, согласно уравнению Эйлера из условий первого порядка. Полученная траектория активов позволяет рассчитать траекторию полного дохода в течение всей жизни, который в рамках настоящей модели может быть записан следующим образом:

$$F_{it} = W_{it}\bar{L} + r_t A_{it-1} - (A_{it} - A_{it-1}) \quad (55)$$

Распределив свой полный доход во времени, индивид переходит ко второму этапу, где для каждого периода решается статическая задача условной максимизации текущей функции полезности:

$$\begin{cases} U_{it} = U(C_{it}; N_{it}) \\ F_{it} = C_{it} + W_{it}L_{it} \end{cases} \quad (56)$$

Решением поставленной задачи будет функция предложения труда при постоянном полном доходе, на основе которой и осуществляется оптимальный выбор отработываемых часов:

$$N_{it} = N_{FI}(W_{it}; F_{it}) \geq 0 \quad (57)$$

Полученная функция предложения отличается от функции предложения труда по Фришу тем, что она включает в себя переменные, которые наблюдаемы только в периоде t . В то же время F_{it} выполняет роль λ_{it} , так как текущий полный доход хранит в себе информацию о текущем и прошлом оптимальном выборе, а также будущих ценах и предпочтениях индивида (Blundell & Walker, 1986).

Для построения эмпирической модели, (Blundell, 1987) предлагает воспользоваться неявными функциями текущей полезности, так как это значительно упрощает процесс решения, что было отмечено еще в работе (MacCurdy, 1983). Более того, такой подход позволяет абстрагироваться от предпосылки о сепарабельности текущей функции полезности по аргументам (Blundell & Walker, 1986). Так, автор предположил, что последняя относится к типу Гормана (англ. *Gorman polar form*):

$$\mathbb{V}_{it} = G \left[\frac{F_{it} - a(W_{it})}{b(W_{it})} \right], \quad (58)$$

где $a(W_{it})$, $b(W_{it})$ – однородные линейные функции, $G(\bullet)$ – некоторое выпуклое монотонное отображение.

Применив тождество Роя к $\mathbb{V}_{it}$, становится возможным выразить в общем виде функцию предложения труда при постоянном полном доходе (Deaton & Muellbauer, 1980):

$$N_{it} = a'(W_{it}) - \frac{b'(W_{it})}{b(W_{it})} [F_{it} - a(W_{it})], \quad (59)$$

где $a'(W_{it})$, $b'(W_{it})$ – частные производные от $a(W_{it})$, $b(W_{it})$ по W_{it} . (Blundell & Walker, 1986) отмечают, что функции $a(W_{it})$ и $b(W_{it})$ могут быть специфицированы самым разным образом, за счет чего между отработываемыми часами, заработной платой и полным доходом могут быть построены сложные зависимости. Более того, функция предложения труда при постоянном полном доходе может быть оценена без явной спецификации траектории F_{it} во времени, так как полный доход наблюдаем. Исходя из этого, предпосылка о полноте информации несущественна при использовании

двухэтапного бюджетирования, так как возможное несовершенство информации будет влиять только на распределение полного дохода во времени (Blundell & Walker, 1986).

Однако $N_{FI}(W_{it}; F_{it})$ не позволяют напрямую оценить межвременную эластичность замещения труда без введения дополнительных предпосылок о виде $G(\bullet)$. Если допустить, что последняя представляет собой лог-линейное отображение, то становится возможным построить функцию предложения труда по Фришу, исходя из того, что:

$$\frac{\partial V_{it}}{\partial F_{it}} = \lambda_{it} = \frac{1}{F_{it} - a(W_{it})} \quad (60)$$

Соответствующая V_{it} функция предложения труда по Фришу будет иметь вид:

$$N_{it} = a'(W_{it}) - \frac{b'(W_{it})}{b(W_{it})} \frac{1}{\lambda_{it}} \quad (61)$$

Однако очевидным недостатком такой гибкости при спецификации является сложность в интерпретации, а эластичности предложения труда могут быть рассчитаны только путем симуляций. Более того, (Kornstad, 1995) в своей работе отмечает, что для реализации описанного подхода требуются панельные данные за достаточно длинный временной промежуток, иначе все его преимущества с позиции теории перекрываются сложностями при эконометрической оценке. Так, например, хоть F_{it} и является предопределенным, в рамках эконометрического оценивания эта переменная будет эндогенной из-за проблемы пропущенных переменных (Blundell, 1987; Hausman, 1978). Если же говорить о возможных оценках эластичностей, то представленная спецификация позволяет рассчитать эластичности предложения труда при постоянном полном доходе и по Фришу при введении дополнительных предпосылок. Оценки же маршаллианской и хиксианской эластичностей при такой постановке получены быть не могут.

3.1.5 Лог-линеаризация условий первого порядка

Изначально лог-линеаризация условий первого порядка использовалась при оценке параметров чувствительности потребления к постоянным и транзитивным шокам. Так, классическими подходами к описанию динамики потребления домохозяйств являются гипотеза перманентного дохода М. Фридмана (Friedman, 1957) и гипотеза жизненного цикла Ф. Модильяни (Modigliani, 1966). Согласно гипотезе перманентного дохода Фридмана, в долгосрочном периоде потребление зависит не от уровня текущего дохода, а от уровня перманентного дохода, поскольку на большом горизонте планирования колебания временного дохода компенсируют друг друга, поэтому зависимость между доходом и потреблением будет близка к зависимости между перманентным доходом и потреблением. В то же время идея гипотезы жизненного цикла Модильяни состоит в том,

что индивид, распределяя свои доходы между потреблением и сбережениями, опирается не на величину текущего дохода, а на величину совокупных доходов за весь свой жизненный цикл. Сбережения, при этом, используются индивидами для перераспределения дохода с периодов его высокого уровня на периоды его низкого уровня. Мотивом для долгосрочных сбережений является мотив сбережений на старость, чтобы избежать падения потребления при значительном снижении дохода в этот период. Таким образом, согласно этим подходам, потребитель строит своё поведение, опираясь в большей степени на постоянную компоненту дохода, в меньшей – на временную.

С развитием методов эконометрической оценки появилась возможность изучать потребительское поведение с точки зрения реакции на шоки постоянного и временного дохода. Шоком дохода называется неожиданное изменение дохода (как положительное, так и отрицательное) домашнего хозяйства. Так, например, шок временного дохода показывает неожиданное временное изменение дохода, например, полученная премия или неожиданная (временная) болезнь. Шок постоянного дохода отражает те факторы, которые приводят к изменению дохода на постоянной основе, например, повышение на работе с повышением заработной платы. Также можно определить и шок потребления, который может отражать, например, шоки изменения предпочтений потребителя.

Существует несколько методов, позволяющих изучать потребительское поведение в ответ на шоки дохода, в том числе с разделением на шоки постоянного и временного дохода. Классическим подходом является обобщенный метод моментов (GMM). Методологию на основе GMM для изучения потребительского поведения в ответ на шоки постоянного и временного дохода одними из первых предложили (Blundell et al., 2008). Так, на основе данных панельного исследования динамики доходов PSID и обследования потребительских расходов CEX за период с 1978 по 1992 год, авторы исследуют потребительское поведение домашних хозяйств США. Для базовой спецификации, в которой участвуют все домашние хозяйства из выборки, авторы получают, что чувствительность потребления по отношению к постоянному доходу составила 0.642, что означает, что 10% шок постоянной составляющей дохода вызывает рост потребления на постоянной основе на 6.4%. При этом, чувствительность потребления к временной компоненте дохода оказалась достаточно мала – 0.113.

Методология, разработанная в статье (Blundell et al., 2008), широко используется в эмпирической литературе для оценивания чувствительности потребления к шокам дохода для разных стран. Так, в работе (Rostam-Afschar & Yao, 2017) изучаются параметры чувствительности потребления домашних хозяйств к шокам дохода с точки зрения влияния на них степени прогрессивности налоговой политики. Другим примером

использования этой методологии является работа (Kubota, 2021), где автор оценивал параметр страхования потребления домашних хозяйств Японии. В работе (Коваль & Полбин, 2020) аналогичное исследование проводится для России с использованием данных RLMS за период с 2000 по 2016 год.

Не так давно в работе (Blundell et al., 2016) было предложено модифицировать подход (Blundell et al., 2008) для выявления значимости механизмов страхования от шоков заработной платы с помощью труда. Так, традиционный подход к оценке реакции предложения труда индивида на изменения в заработной плате, рассматривающий индивида в качестве автономного агента на рынке труда, исключает возможность страхования шоков трудовых доходов за счет совместного предложения труда, что, согласно эмпирическим оценкам из работы (Blundell et al., 2016), является одним из ключевых механизмов страхования, особенно в условиях несовершенных кредитных рынков (Juhn & Potter, 2007). Однако до недавнего времени этому механизму уделялось лишь умеренное внимание не только со стороны большинства макроэкономических работ по оптимизации системы налогообложения (Doepke & Tertilt, 2016) и трансфертов (Naan & Prowse, 2017), но и эконометрических моделей по оценке эластичности предложения труда.

Страхование от шоков трудового дохода за счет совместного предложения труда осуществляется по двум основным каналам (Blundell et al., 2016). Первый основывается на изменении отработанных часов одного супруга в ответ на шок заработной платы другого. Подобный механизм известен в литературе под названием «эффект дополнительного работника», однако обычно под ним подразумевается реакция отработанных часов жены на потерю работы мужем (Lundberg, 1985). Второй канал основан на том, что люди могут определенным образом выбирать себе партнера (*assortative mating*). Этот канал подразумевает возможное наличие корреляции между шоками доходов супругов (Juhn & Potter, 2007). Таким образом, модель жизненного цикла домохозяйства должна учитывать оба этих канала.

Эмпирических работ по изучению механизмов страхования от шоков доходов путем совместного предложения труда в рамках модели жизненного цикла домохозяйства достаточно много. Одной из первых работ из этого пласта литературы является (Hyslop, 2001), где автор изучал механизмы, объясняющие резкий рост неравенства в доходах домохозяйств в 80-е годы в США. Модели жизненного цикла домохозяйства из работ (Attanasio et al., 2005) и (Ortigueira & Siassi, 2013) направлены на изучение эффекта дополнительного работника, роль которого возрастает в условиях высокой неопределенности и несовершенных кредитных рынков. Однако если в первой изучалось

влияние идиосинкратических шоков доходов на решение о занятости, то в последней речь шла об идиосинкратическом риске потери работы. (Park & Shin, 2020) показали, что в условиях растущей волатильности заработных плат эффект дополнительного работника позволяет эффективнее страховать риски, нежели изменения в индивидуальном предложении труда. В работе (Wu & Krueger, 2021) было показано, что игнорирование совместного предложения труда в значительной степени смещает оценки оптимального параметра прогрессивности шкалы подоходного налогообложения.

Для изучения механизмов страхования от шоков заработной платы с помощью труда в работе (Blundell et al., 2016) предлагается рассмотреть модель жизненного цикла домохозяйства с двумя работающими супругами в мире с несовершенной информацией:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbb{U} &= E_t \left[\sum_{s=0}^{T-t} \frac{1}{(1+\rho)^s} U(C_{i,t+s}; N_{i,1,t+s}; N_{i,2,t+s} | Z_{i,t+s}; Z_{i,1,t+s}; Z_{i,2,t+s}) \right] \rightarrow \max_{\mathbb{C}; \mathbb{N}_1; \mathbb{N}_2} \\ A_{i,t+1} &= (1+r)A_{i,t} + T(W_{i,1,t}N_{i,1,t} + W_{i,2,t}N_{i,2,t}) - C_{i,t} \\ T(\bullet) &\approx (1-\chi)(W_{i,1,t}N_{i,1,t} + W_{i,2,t}N_{i,2,t})^{1-\mu} \end{aligned} \right. \quad (62)$$

где $C_{i,t}$ – потребительские расходы домохозяйства i , $N_{i,j,t}$ – отработанные часы супруга j , $(Z_{i,t}; Z_{i,j,t})$ – детерминанты предпочтений в отношении труда и потребления всего домохозяйства и отдельного супруга соответственно, $A_{i,t}$ – накопленные активы домохозяйства, $T(\bullet)$ – отображение дохода домохозяйства в располагаемый доход, сделанное по аналогии с работой (Heathcote et al., 2014), с параметрами налоговой системы χ, μ .

Ключевая идея подхода (Blundell et al., 2016) заключается в том, чтобы выразить необъясненное изменение отработанных часов (т.е. очищенное от влияния детерминант предпочтений $(Z_{i,t}; Z_{i,j,t})$) через зарплатные шоки. Для этого достаточно лог-линеаризовать условия первого порядка задачи (62), которые зависят от заработной платы $W_{i,j,t}$ и предельной полезности от богатства $\lambda_{i,t}$. Для того, чтобы выразить $\lambda_{i,t}$ через зарплатные шоки, авторы используют лог-линеаризованную версию интегрального бюджетного ограничения.

Таким образом, подход (Blundell et al., 2016) позволяет представить темпы прироста очищенных от наблюдаемых характеристик отработанных часов $\Delta n_{i,j,t}$, через транзитивные $u_{i,j,t}$ и перманентные $v_{i,j,t}$ шоки заработной платы, реакция на которые описывается эластичностями предложения труда:

$$\Delta n_{i,j,t} \approx \kappa_{n_j, u_1} \Delta u_{i,1,t} + \kappa_{n_j, u_2} \Delta u_{i,2,t} + \kappa_{n_j, v_1} v_{i,1,t} + \kappa_{n_j, v_2} v_{i,2,t}, \quad (63)$$

Каждый из коэффициентов κ представляет собой ту или иную эластичность. Так, κ_{n_j, u_j} описывает реакцию предложения труда индивида на его собственный транзитивный шок, которая соответствует эластичности предложения труда по Фришу для j -го супруга. κ_{n_j, v_j} , измеряющая реакцию предложения труда индивида на его собственный перманентный шок, представляет собой эластичность предложения труда по Маршаллу. $\kappa_{h_j, v-j}$ позволяет оценить размер «эффекта дополнительного работника», в то время как $\kappa_{h_j, u-j}$ измеряет степень сепарабельности предпочтений супругов в отношении досуга, так как, в силу отсутствия эффекта дохода, этот шок оказывает воздействие только на предпочтения супруга.

Таким образом, метод, предложенный (Blundell et al., 2016), обладает рядом преимуществ по сравнению с традиционными подходами. Во-первых, он не требует строгой спецификации функции полезности, так как опирается на лог-линеаризованные условия первого порядка и интегральное бюджетное ограничение, что снижает риск ошибочной спецификации (точность такого приближения при различных допущениях о предпочтениях и доходах подробно анализируется в (Blundell et al., 2013)). Во-вторых, метод позволяет различать постоянные и временные шоки заработной платы, что обеспечивает более точную оценку эластичностей предложения труда. В-третьих, данная структура учитывает внутрисемейные взаимодействия, моделируя совместные трудовые решения супругов, и тем самым охватывает важные механизмы сглаживания потребления на уровне семьи, что особенно важно в контексте развивающейся экономики России. В-четвертых, потребление и отработанные часы рассматриваются как функции наблюдаемых шоков заработной платы, что делает метод гибким и пригодным для применения к микроданным. Наконец, подход позволяет явно учитывать ошибки измерения доходов, отработанных часов и потребления, что повышает достоверность получаемых оценок.

Однако у данного метода есть и ряд ограничений. Во-первых, лог-линеаризация условий первого порядка и интегрального бюджетного ограничения является приближением, которое может снижать точность оценок при существенных отклонениях от линейных предпосылок. Во-вторых, несмотря на отказ от строгой спецификации функции полезности, метод опирается на ряд допущений относительно динамики доходов и поведения домохозяйств, что может усложнять идентификацию параметров, особенно при наличии эндогенных шоков. В-третьих, акцент на совместных решениях супругов хорошо отражает внутрисемейные механизмы, но при этом может недооценивать влияние внешних факторов, таких как неформальный сектор или институциональные ограничения.

Наконец, разделение доходных шоков на постоянные и временные является упрощением и не всегда способно адекватно описать сложные динамические процессы на рынке труда, особенно в условиях высокой экономической нестабильности. Кроме того, реализация метода требует значительных вычислительных ресурсов.

Таким образом, наиболее релевантным и гибким подходом представляется лог-линеаризация условий первого порядка. Так, описанный метод позволяет не только оценить эластичности предложения труда для мужчин и женщин, но и учесть при этом механизм страхования от шоков за счет совместного решения о предложении труда. Более того, декомпозиция и оценка параметров распределения ненаблюдаемых компонент заработной платы может быть использована при дальнейшем построении OLG-модели для России.

3.2 Постановка модели жизненного цикла домохозяйства с двумя супругами

Идентификация эластичностей предложения труда с помощью лог-линеаризации условий первого порядка осуществляется за счет реакции индивидов на зарплатные шоки. Поэтому целесообразным представляется сначала обсудить рассматриваемые в нашем анализе шоки, а уже затем перейти к описанию модели жизненного цикла.

3.2.1 Ненаблюдаемые компоненты заработной платы

Предположим, что репрезентативное домохозяйство состоит из двух супругов: мужа ($j = 1$) и жены ($j = 2$). Пусть траектория логарифма реальной заработной платы индивида описывается следующим уравнением:

$$\ln W_{i,j,t} = X_{i,j,t}\beta + w_{i,j,t}, \quad (64)$$

где $X_{i,j,t}$ – экзогенные детерминанты заработной платы j -го супруга из i -го домохозяйства в момент времени t , $w_{i,j,t}$ – ненаблюдаемые факторы, определяющие заработную плату.

Допустим, что динамика ненаблюдаемой компоненты заработной платы раскладывается на временную и постоянную части (MaCurdy, 1982):

$$w_{i,j,t} = p_{i,j,t} + u_{i,j,t}, \quad (65)$$

где $u_{i,j,t}$ – транзитивный шок заработной платы, $p_{i,j,t}$ – постоянная компонента очищенной от наблюдаемых характеристик зарплатной траектории, которая может быть представлена как стохастический тренд:

$$p_{i,j,t} = p_{i,j,t-1} + v_{i,j,t} = \sum_{s=0}^t v_{i,j,s}, \quad (66)$$

где $v_{i,j,s}$ – перманентный шок заработной платы. Представленная спецификация (65)–(66) является одной из наиболее популярных в литературе по моделированию траектории доходов индивида (Attanasio et al., 2002, 2008, 2018b; Blundell et al., 2008, 2016; Meghir & Pistaferri, 2004; Theloudis, 2021).

Здесь необходимо оговориться о том, что именно представляют собой транзитивные и перманентные шоки. Перманентный шок можно определить как шок, влияющий на человеческий капитал индивида, ценность его навыков в долгосрочном периоде. Примерами таких шоков являются: инвалидность, когда индивид перестает физически быть способным выполнять свои текущие рабочие функции; смена профессии, когда накопленные индивидом навыки и знания не соответствуют требованиям новой профессии, из-за чего его производительность в новой профессии оценивается ниже, чем в старой; долгосрочная безработица, которая приводит к потере индивидом релевантных навыков и знаний. Под транзитивными шоками понимаются шоки, влияние которых ограничено одним периодом. Примерами таких шоков могут служить сверхурочные часы в случае, когда они оплачиваются выше; краткосрочные болезни, когда индивид получает пособие, которое зачастую отличается от его обычной заработной платы.

Для идентификации шоков заработной платы необходимо ввести ряд предпосылок об их распределении. Во-первых, перманентные и транзитивные шоки не коррелируют между разными домохозяйствами. Эта предпосылка подразумевает, что шоки являются сугубо идиосинкратическими, т.е. очищены от влияния каких-либо агрегированных факторов. Во-вторых, перманентные и транзитивные шоки некоррелированы во времени. В-третьих, шоки могут быть коррелированы между супругами. Это позволяет учесть возможное наличие механизма страхования рисков, который заключается в выборе супругами профессий с отрицательно коррелированными шоками. Шоки заработной платы могут иметь ненормальное распределение, а их моменты задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} E \begin{bmatrix} u_{i,1,t} \\ u_{i,2,t} \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; V \begin{bmatrix} u_{i,1,t} \\ u_{i,2,t} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{u_1}^2 & \sigma_{u_1 u_2} \\ \sigma_{u_1 u_2} & \sigma_{u_2}^2 \end{pmatrix} \\ E \begin{bmatrix} v_{i,1,t} \\ v_{i,2,t} \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; V \begin{bmatrix} v_{i,1,t} \\ v_{i,2,t} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{v_1}^2 & \sigma_{v_1 v_2} \\ \sigma_{v_1 v_2} & \sigma_{v_2}^2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (67)$$

где $E(\bullet)$ и $V(\bullet)$ обозначают соответственно среднее и дисперсию среди всех домохозяйств в некоторой момент времени.

Далее в работе мы будем использовать уравнение (65) в первых разностях:

$$\Delta w_{i,j,t} = v_{i,j,t} + \Delta u_{i,j,t} \quad (68)$$

3.2.2 Модель жизненного цикла домохозяйства

Перейдем к модели жизненного цикла. Каждый момент времени t домохозяйство i (далее для простоты эти индексы опущены) принимает решения о потреблении C_t и отработанных часах обоих супругов $N_{1,t}, N_{2,t}$ при условии, что существуют некоторые факторы, определяющие предпочтения всего домохозяйства Z_t (например, количество детей) и супругов по-отдельности $Z_{1,t}, Z_{2,t}$ (например, возраст). Тогда задача домохозяйства может быть представлена следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{U} = E_t \left[\sum_{s=0}^{T-t} \frac{1}{(1+\rho)^s} U(C_{t+s}; N_{1,t+s}; N_{2,t+s} | Z_{t+s}; Z_{1,t+s}; Z_{2,t+s}) \right] \rightarrow \max_{C; N_1; N_2} \\ A_{t+1} = (1+r)A_t + W_{1,t}N_{1,t} + W_{2,t}N_{2,t} - C_t \end{array} \right. \quad (69)$$

Предположим, что предпочтения домохозяйства являются унитарными, то есть домохозяйство ведет себя как единый субъект с общей функцией полезности $U(\bullet)$, которая возрастает при увеличении потребления $\frac{\partial U}{\partial C_t} > 0$ и убывает при увеличении количества отработанных часов $\frac{\partial U}{\partial N_{j,t}} < 0$, где $j = \{1; 2\}$. Кроме того, мы предполагаем, что функция $U(\bullet)$ дважды дифференцируема по своим аргументам $\frac{\partial^2 U}{\partial C_t^2} < 0$, $\frac{\partial^2 U}{\partial N_{j,t}^2} < 0$. Наконец, $U(\bullet) \rightarrow -\infty$ при $C_t \rightarrow 0$. Хотя предположение об унитарности предпочтений упрощает модель и является стандартным во многих исследованиях по структурному анализу предложения труда (Blundell et al., 2005), оно абстрагируется от возможного взаимодействия и согласования интересов супругов, гетерогенности предпочтений и неравномерного распределения ресурсов между ними.

Кроме того, мы предполагаем, что в течение жизненного цикла супруги не разводятся и не вступают в новые браки, а решения по рождаемости принимаются экзогенно. Эти предположения дают возможность исследовать, как изменяется количество рабочего времени при сохранении занятости, выделяя роль шоков заработной платы и сглаживания потребления без дополнительной сложности, связанной с эндогенным составом домохозяйства.

Дополнительно мы абстрагируемся от ограничений ликвидности и решений о занятости, которые также могут влиять на реальные динамические процессы адаптации. Эти упрощения, хотя и ограничивают сферу применения модели, необходимы для обеспечения вычислительной реализуемости динамической модели жизненного цикла с двумя доходами и являются общепринятыми в соответствующих исследованиях.

Условия первого порядка для (69) выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} U_c(t) = \lambda_t \\ U_{N_j}(t) = -W_{j,t}\lambda_t \end{cases} \quad (70)$$

где $U_X(t) = \frac{\partial U(\bullet)}{\partial X_t}$, λ_t – множитель Лагранжа, который представляет собой теньевую цену богатства.

Применим к $\ln U_c(t+1); \ln U_{N_1}(t+1); \ln U_{N_2}(t+1)$ разложение по Тейлору вокруг $(C_t; N_{1,t}; N_{2,t})$:

$$\begin{aligned} \Delta \ln U_c(t+1) &\approx \frac{C_t U_{CC}(t)}{U_c(t)} \Delta c_{t+1} + \frac{N_{1,t} U_{cN_1}(t)}{U_c(t)} \Delta n_{1,t+1} + \frac{N_{2,t} U_{cN_2}(t)}{U_c(t)} \Delta n_{2,t+1} \\ \Delta \ln U_{N_j}(t+1) &\approx \frac{C_t U_{N_j C}(t)}{U_c(t)} \Delta c_{t+1} + \frac{N_{j,t} U_{N_j N_j}(t)}{U_c(t)} \Delta n_{j,t+1} + \frac{N_{-j,t} U_{N_j N_{-j}}(t)}{U_c(t)} \Delta n_{-j,t+1} \end{aligned} \quad (71)$$

где $c_t = \ln C_t$, $n_{j,t} = \ln N_{j,t}$, а индекс $-j$ обозначает переменные, которые относятся к другому супругу. Подстановка (70) в (71) позволяет построить приближение по Тейлору для условий первого порядка:

$$\begin{aligned} \Delta c_t &\approx \eta_{c,w_1} \Delta w_{1,t} + \eta_{c,w_2} \Delta w_{2,t} + (\eta_{c,p} + \eta_{c,w_1} + \eta_{c,w_2}) \Delta \ln \lambda_t \\ \Delta n_{j,t} &\approx \eta_{n_j,w_1} \Delta w_{1,t} + \eta_{n_j,w_2} \Delta w_{2,t} + (\eta_{n_j,p} + \eta_{n_j,w_1} + \eta_{n_j,w_2}) \Delta \ln \lambda_t \end{aligned} \quad (72)$$

где $\eta_{l,m}$ – эластичность $l = \{c, n_1, n_2\}$ по цене $m = \{p, w_1, w_2\}$ по Фришу (p – это цена единицы текущего потребления относительно будущего). Заметим, что знаки при кросс-эластичностях η_{c,w_j} и $\eta_{n_j,p}$ показывают, являются ли потребление и труд -го супруга комплементарными благами ($\eta_{c,w_j} > 0; \eta_{n_j,p} < 0$) или благами-субститутами ($\eta_{c,w_j} < 0; \eta_{n_j,p} > 0$). Аналогично, $\eta_{n_j,w_{-j}} > 0$ ($\eta_{n_j,w_{-j}} < 0$) свидетельствует о том, что труд обоих супругов является благами-комплементами (субститутами).

Система (72) позволяет продемонстрировать эффекты изменения цен на решения домохозяйства об объемах потребления и количестве предлагаемых часов труда. Для примера, предположим, что муж столкнулся с некоторым шоком заработной платы $\Delta w_{1,t}$. Во-первых, в силу эффекта межвременного замещения труда, сила которого определяется коэффициентом η_{n_1,w_1} , муж изменит свои отработываемые часы на $\Delta n_{1,t}$. Во-вторых, в ответ на шок $\Delta w_{1,t}$ жена так же пересмотрит свое решение об отработанных часах в ту или иную сторону в зависимости от значения η_{n_2,w_1} . В-третьих, домохозяйство изменит свое потребительское решение при условии, что $\eta_{c,w_1} \neq 0$.

Хоть система (72) позволяет описать реакцию домохозяйства на изменение цен, она не слишком полезна в рамках эконометрического моделирования, так как предельная полезность от богатства λ_t не наблюдаема. Однако в работе (Blundell et al., 2016) был предложен способ выразить $\Delta \ln \lambda_t$ через зарплатные шоки. Это можно сделать, используя

лог-линеаризованное представление интегрального бюджетного ограничения, которое было разработано в работе (Campbell, 1993). Применение данного представления описано в приложении. Итоговая система же выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta c_t &\approx \kappa_{c,u_1} \Delta u_{1,t} + \kappa_{c,u_2} \Delta u_{2,t} + \kappa_{c,v_1} v_{1,t} + \kappa_{c,v_2} v_{2,t} \\ \Delta n_{j,t} &\approx \kappa_{n_j,u_1} \Delta u_{1,t} + \kappa_{n_j,u_2} \Delta u_{2,t} + \kappa_{n_j,v_1} v_{1,t} + \kappa_{n_j,v_2} v_{2,t}\end{aligned}\quad (73)$$

где:

$$\begin{aligned}\kappa_{c,u_j} &= \eta_{c,w_j}; \quad \kappa_{n_j,u_j} = \eta_{n_j,w_j}; \quad \kappa_{n_j,u_{-j}} = \eta_{n_j,w_{-j}} \\ \kappa_{c,v_j} &= \eta_{c,w_j} + \frac{\eta_{c,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_j} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_j}) - \eta_{c,w_j} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})} \\ \kappa_{n_j,v_j} &= \eta_{n_j,w_j} + \frac{\eta_{n_j,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_j} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_j}) - \eta_{c,w_j} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})} \\ \kappa_{n_j,v_{-j}} &= \eta_{n_j,w_{-j}} + \frac{\eta_{n_j,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_{-j}} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_{-j}}) - \eta_{c,w_{-j}} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})}\end{aligned}$$

Обсудим содержательные интерпретации коэффициентов эластичности κ из (73). κ_{n_j,u_j} описывает реакцию предложения труда индивида на его собственный транзитивный шок, которая соответствует эластичности предложения труда по Фришу для j -го супруга. Это верно в силу того, что транзитивный шок несет в себе пренебрежимо маленький эффект дохода, за счет чего описываемый шок не влияет на уровень богатства, который предполагается постоянным в рамках изменения отработанных часов по Фришу.

κ_{n_j,v_j} , измеряющий реакцию предложения труда индивида на его собственный перманентный шок, представляет собой эластичность предложения труда по Маршаллу. Ее величина позволяет не только соотнести размеры эффектов дохода и замещения, но и оценить, в какой степени труд j -го супруга используется в качестве механизма сглаживания траектории потребления домохозяйства во времени. Так, отрицательный знак этого коэффициента свидетельствует о росте отработанных часов в ответ на постоянное снижение заработной платы j -го супруга, что возможно лишь в случае преобладания эффекта дохода над эффектом замещения. Такая ситуация возможна по нескольким причинам: во-первых, домохозяйство имеет слишком низкий запас активов, чтобы использовать эти средства для компенсации потерь в потреблении, вызванных перманентным падением заработной платы ($\pi_t \rightarrow 0$); во-вторых, домохозяйства более склонны к сглаживанию своей траектории потребления во времени ($\eta_{c,p} \rightarrow 0$) будут в большей степени жертвовать досугом в ответ на перманентное снижение заработной платы, чем потреблением; в-третьих, отсутствует эффект дополнительного работника.

Изменение отработанных часов i -го супруга в ответ на перманентный шок партнера измеряется коэффициентом $\kappa_{n_j, v_{-j}}$. Он позволяет дать количественную оценку эффекту дополнительного работника. В условиях сепарабельных предпочтений в отношении труда у супругов этот коэффициент будет отрицательным, так как реакция i -го супруга на перманентный шок партнера будет осуществляться лишь за счет эффекта дохода: постоянное снижение заработной платы у супруга j негативным образом скажется на потреблении всех благ домохозяйством, включая досуг партнера.

Коэффициент $\kappa_{n_j, u_{-j}}$, представляющий собой кросс-эластичность предложения труда по Фришу, позволяет оценить степень сепарабельности предпочтений супругов в отношении труда. Связано это с тем, что транзитивные шоки не порождают эффект дохода, за счет чего реакция i -го супруга на транзитивный шок партнера возможна только при условии, что полезность первого зависит от отработанных часов последнего.

Обсудим же реакцию потребления. κ_{c, v_j} описывает реакцию потребления на перманентный шок. В отличие от случая квадратичной полезности, где $\kappa_{c, v_j} = 1$, учет мотива предосторожности и предложения труда двух супругов делает эту реакцию неоднозначной. Во-первых, величина этой реакции зависит от $S_{j,t}$, так как потребление будет чувствительнее к шокам супруга, который вносит больший вклад в формирование дохода домохозяйства. Во-вторых, κ_{c, v_j} зависит от наличия эффекта дополнительного работника и величины маршаллианской эластичности предложения труда i -го супруга. В-третьих, существует прямая зависимость κ_{c, v_j} от $\eta_{c,p}$, так как слабая склонность к сглаживанию потребления во времени будет способствовать увеличению его чувствительности к постоянным шокам. Наконец, низкий запас активов ($\pi_t \rightarrow 0$) ограничивает эффективность механизм сглаживания за счет сбережений, из-за чего потребление будет реагировать острее на перманентные шоки.

Согласно гипотезе перманентного дохода Фридмана (Friedman, 1957; Hall, 1978), влияние транзитивных шоков на потребление в условиях сепарабельности предпочтений в отношении труда и потребления и совершенных кредитных рынков на длинном горизонте планирования пренебрежимо мало, т.е. $\kappa_{c, u_j} \approx 0$. Нарушение предпосылки о сепарабельности приводит к тому, что, например, рост отработанных часов в ответ на положительный транзитивный шок снижает полезность от объема потребления, который был оптимальным до возникновения шока. В силу этого домохозяйство начнет потреблять больше, чтобы компенсировать потери, вызванные увеличением отработанных часов.

3.3 Эконометрическая оценка модели жизненного цикла для России

С эконометрической точки зрения процедура оценивания системы (73) состоит в следующем. Сначала необходимо осуществить декомпозицию ненаблюдаемой части заработной платы на временную и постоянную части, т.е. оценить уравнение (68) для мужчин и женщин. И далее, используя полученную декомпозицию, становится возможным оценить параметры системы (73). Заметим, что для учета влияния параметров предпочтений в отношении труда и потребления $(Z_{t+s}; Z_{1,t+s}; Z_{2,t+s})$ на решения индивидов (69), мы будем работать с очищенными от наблюдаемых характеристик траекториями потребления и отработанных часов супругов.

3.3.1 Процедура оценивания модели

Процедура идентификации интересующих нас параметров состоит из трех шагов. На первом этапе оцениваются регрессии заработной платы, трудовых доходов и потребления для выделения очищенных от наблюдаемых факторов траекторий переменных интереса. Используемые нами модели специфицированы по аналогии с моделью для оценки внутрикогортных профилей заработных плат из предыдущей главы:

$$\ln W_{i,j,k,t} = \alpha_1^{(w_j)} x_{i,j,k,t} + \alpha_2^{(w_j)} x_{i,j,k,t}^2 + Z_{i,j,k,t} \beta^{(w_j)} + \gamma^{(w_j)} \ln GRP_{k,t} + RE_{i,j} + w_{i,j,k,t} \quad (74)$$

$$\ln Y_{i,j,k,t} = \alpha_1^{(y_j)} x_{i,j,k,t} + \alpha_2^{(y_j)} x_{i,j,k,t}^2 + Z_{i,j,k,t} \beta^{(y_j)} + \gamma^{(y_j)} \ln GRP_{k,t} + RE_{i,j} + y_{i,j,k,t} \quad (75)$$

$$\ln C_{i,k,t} = \alpha_1^{(c)} \bar{x}_{i,k,t} + \alpha_2^{(c)} \bar{x}_{i,k,t}^2 + X_{i,k,t} \beta^{(c)} + \gamma^{(c)} \ln GRP_{k,t} + RE_i + c_{i,k,t}, \quad (76)$$

где $x_{i,j,k,t}$ – возраст j -го супруга в i -ом домохозяйстве, проживающего в k -ом регионе в момент времени t , $Z_{i,j,k,t}$ – экзогенные детерминанты дохода, которые включают в себя: фиктивные переменные региона, фиктивную переменную города (равна 1, если население превышает 500 тыс. человек), фиктивные переменные уровня образования (рассматриваемые уровни образования: неполное среднее, общее среднее, среднее специальное и высшее). Детерминанты уравнения потребления (76) несколько отличаются, так как данные по потреблению собираются только на уровне домохозяйств: $\bar{x}_{i,k,t}$ – среднее арифметическое из возрастов обоих супругов в домохозяйстве, $X_{i,k,t}$ – экзогенные детерминанты потребления. В них входят: фиктивные переменные региона, фиктивная переменная города, фиктивные переменные уровня образования обоих супругов, доля членов домохозяйства трудоспособного возраста и фиктивные переменные для количества детей.

Второй этап направлен на оценку моментов второго порядка шоков заработных плат. За основу был взят подход (Meghir & Pistaferri, 2004), однако модифицированный таким образом, чтобы учесть ошибки измерения. Так, оценка моментов распределения шоков осуществляется путем оценивания следующей системы с помощью GMM:

$$\begin{cases} \Delta w_{1,t} = \Delta u_{1,t} + v_{1,t} + \Delta \epsilon_{1,t} \\ \Delta w_{2,t} = \Delta u_{2,t} + v_{2,t} + \Delta \epsilon_{2,t} \\ \Delta c_t = \kappa_{c,u_1} \Delta u_{1,t} + \kappa_{c,u_2} \Delta u_{2,t} + \kappa_{c,v_1} v_{1,t} + \kappa_{c,v_2} v_{2,t} + \Delta \delta_t \end{cases} \quad (77)$$

где $\epsilon_{j,t}, \delta_t$ – ошибки измерения заработной платы и потребления соответственно.

В условиях отсутствия ошибок измерения было бы достаточно использовать первые два условия в (77), как это было сделано (Meghir & Pistaferri, 2004). Однако при добавлении ошибок измерения оценка становится невозможной без дополнительных идентификационных ограничений, так как нельзя разделить между собой дисперсии транзитивного шока и ошибки измерения ($cov(\Delta w_{j,t}; \Delta w_{j,t-1}) = -\sigma_{u_j}^2 - \sigma_{\epsilon_j}^2$). В работах (Blundell et al., 2016; Theloudis, 2021) были использованы оценки дисперсий ошибок измерения параметров интереса, рассчитанные для базы данных PSID (Bound et al., 1994). В силу того, что для российских баз данных такие оценки отсутствуют, мы решили использовать в качестве дополнительного идентификационного ограничения уравнение потребления. Стоящая за этим идея заключается в том, что на потребительские расходы может влиять лишь истинный транзитивный шок, но никак не ошибка измерения заработной платы ($cov(\Delta c_t; \Delta w_{j,t-1}) = -\kappa_{c,u_j} \sigma_{u_j}^2 - \kappa_{c,u-j} \sigma_{u_j, u-j}$). Таким образом, помимо оценок вторых моментов шоков заработной платы ($\sigma_{u_1}^2; \sigma_{u_2}^2; \sigma_{v_1}^2; \sigma_{v_2}^2; \sigma_{u_1 u_2}; \sigma_{v_1 v_2}$), система (77) позволяет идентифицировать ошибки измерения заработных плат и потребления ($\sigma_{\epsilon_1}^2; \sigma_{\epsilon_2}^2; \sigma_{\delta}^2$) и эластичности потребления по шокам ($\kappa_{c,u_1}; \kappa_{c,u_2}; \kappa_{c,v_1}; \kappa_{c,v_2}$).

На третьем этапе с помощью GMM оцениваются эластичности предложения труда на основе системы:

$$\begin{cases} \Delta w_{1,t} = \Delta u_{1,t} + v_{1,t} + \Delta \epsilon_{1,t} \\ \Delta w_{2,t} = \Delta u_{2,t} + v_{2,t} + \Delta \epsilon_{2,t} \\ \Delta y_{1,t} = (1 + \kappa_{n_1, u_1}) \Delta u_{1,t} + \kappa_{n_1, u_2} \Delta u_{2,t} + (1 + \kappa_{n_1, v_1}) v_{1,t} + \kappa_{n_1, v_2} v_{2,t} + \Delta \gamma_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} = \kappa_{n_2, u_1} \Delta u_{1,t} + (1 + \kappa_{n_2, u_2}) \Delta u_{2,t} + \kappa_{n_2, v_1} v_{1,t} + (1 + \kappa_{n_2, v_2}) v_{2,t} + \Delta \gamma_{2,t} \end{cases} \quad (78)$$

где $\gamma_{j,t}$ – ошибка измерения трудового дохода -го супруга.

В силу того, что в эмпирической модели используются данные по трудовым доходам, которые так же подвержены ошибкам измерения, необходимо установить связь между ними и ошибками в отработанных часах и заработной плате. Так, в силу равенства $y_{j,t} = w_{j,t} + n_{j,t}$, ошибки измерения дохода будут складываться из ошибок измерения

отработанных часов и заработной платы: $\gamma_{j,t} = \psi_{j,t} + \epsilon_{j,t}$. Тогда можно выразить дисперсию ошибки измерения заработной платы следующим образом:

$$\sigma_{\epsilon_j}^2 = \sigma_{\gamma_j}^2 + \sigma_{\psi_j}^2 - 2cov(\gamma_{j,t}; \psi_{j,t}) \quad (79)$$

Отсюда можно вывести корреляцию ошибок измерения заработной платы и трудового дохода:

$$\begin{aligned} cov(\epsilon_{j,t}; \gamma_{j,t}) &= cov(\gamma_{j,t} - \psi_{j,t}; \gamma_{j,t}) = \sigma_{\gamma_j}^2 - cov(\psi_{j,t}; \gamma_{j,t}) \\ &= \sigma_{\gamma_j}^2 - \frac{1}{2} [\sigma_{\gamma_j}^2 + \sigma_{\psi_j}^2 - \sigma_{\epsilon_j}^2] \end{aligned} \quad (80)$$

Таким образом, помимо оценок эластичностей предложения труда $(\kappa_{n_j, u_j}; \kappa_{n_j, u_{-j}}; \kappa_{n_j, v_j}; \kappa_{n_j, v_{-j}})$, где $j = \{1; 2\}$, система (78) позволяет идентифицировать дисперсии ошибок измерения отработанных часов и трудового дохода $(\sigma_{\psi_1}^2; \sigma_{\psi_2}^2; \sigma_{\gamma_1}^2; \sigma_{\gamma_2}^2)$.

3.3.2 Данные

Нами были использованы панельные микроданные РМЭЗ НИУ ВШЭ, начиная с 9-й (2000 г.) волны и заканчивая 28-й (2019 г.), и данные Росстата по региональным ИПЦ для дефлирования всех денежных показателей.

Выборка для исследования представляет собой несбалансированную панель из 7654 домохозяйств, состоящих из двух работающих супругов в возрасте от 25 до 55 лет. Верхнее ограничение по возрасту объясняется существенным изменением поведения индивида по достижении предпенсионного возраста, в то время как нижнее связано с тем, что к 25 годам подавляющее большинство индивидов получило образование.

Данные по отработанным часам в год и реальной почасовой ставке заработной платы, приведенные к ценам 2016-го года, были построены по методологии (Денисова & Карцева, 2007). Так, в РМЭЗ НИУ ВШЭ предполагается, что индивид может быть занят на максимум трех работах, поэтому нам необходимо учесть их все. Для первых двух работ мы обладаем информацией о среднем количестве отработанных часов в неделю, в день и за последние 30 дней. Переведем часы в неделю и в день в месячное выражение, умножив эти показатели на 4.35 (среднее количество недель в месяце) и 22 (предполагаем, что в среднем в месяце 22 рабочих дня) соответственно. Полученную из отработанных часов в неделю переменную мы возьмем за основу, пропуски в которой мы будем заполнять сначала часами за последние 30 дней, а затем преобразованными часами в день. На следующем шаге мы сравниваем эти значения с отработанными часами за последние 30

дней. Если эти переменные отличаются больше, чем на 48 часов, то вместо расчетного значения мы будем использовать значение за последние 30 дней. Для третьей работы мы обладаем информацией лишь об отработанных часах за последние 30 дней. Но здесь стоит заметить, что эта работа может представлять собой как регулярный, так и нерегулярный вид деятельности. В нашем исследовании нас интересует именно регулярная работа, поэтому рассматриваем мы только ее.

На основе описанных преобразований, мы получили отработанные часы в месяц для каждой из трех работ, которые мы теперь суммируем. В работе (Денисова & Карцева, 2007) отмечалось, что в выборке присутствуют индивиды, которые при ответе на вопросы об отработанных часах приписывали себе полный рабочий день сразу на нескольких работах, поэтому отбрасываются те наблюдения, где суммарные отработанные часы в месяц превышают 360 часов (15 часов в сутки). Оставшиеся наблюдения мы умножаем на 12, чтобы получить отработанные часы за год.

Методологию (Денисова & Карцева, 2007) можно улучшить, так как в базе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ имеется информация о количестве дней, проведенных в отпуске на первой работе. К этим дням можно также добавить нерабочие праздничные дни. Игнорирование нерабочих дней может привести к смещению оценок, которое будет усиливаться по мере роста доли этих нерабочих дней в общем количестве отработанных часов в году (Bick et al., 2014). Поэтому мы умножим их на среднее количество отработанных часов в день и вычтем из отработанных часов за год.

$C_{i,t}$ представляет собой реальные расходы домохозяйства на товары текущего потребления за год. Под товарами текущего потребления понимаются товары, период потребления которых не превышает 30 дней: продукты питания, алкоголь, табачная продукция, топливо, арендная плата, коммунальные услуги, лечение, косметика, образование, хозяйственные товары и прочие услуги.

По аналогии с (Blundell et al., 2016; Theloudis, 2021) мы очищаем данные по заработной плате и потреблению от резких «скачков» и оставляем лишь наблюдения, где доход индивида превышал половину от МРОТ.

3.3.3 Результаты

На рисунке 10 представлены значения всех эмпирических и теоретических моментных условий, которые были использованы при оценке модели. Видно, что модель достаточно точно воспроизводит данные, что свидетельствует в пользу полученных нами результатов.

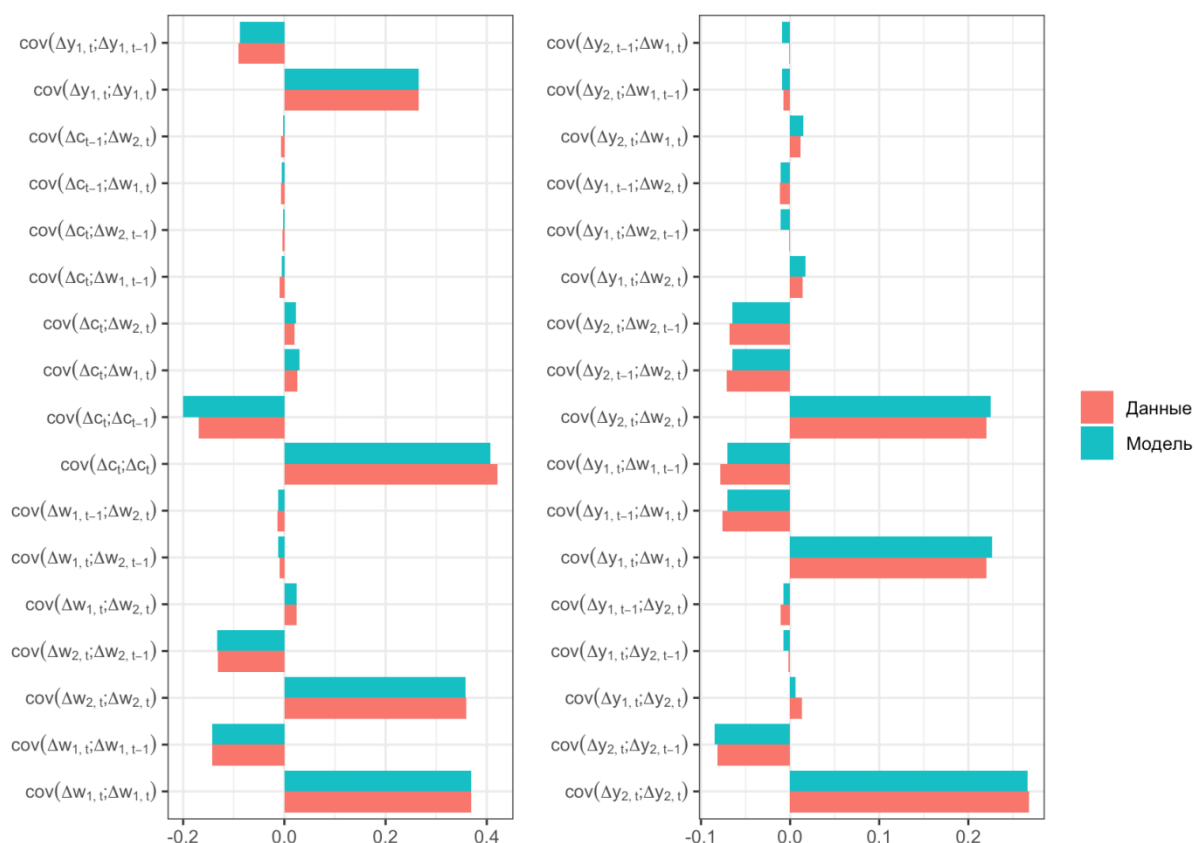


Рисунок 10. Качество подгонки модели. Источник: составлено автором

В таблицах 6 и 7 представлены оценки параметров модели. Стандартные ошибки были рассчитаны с помощью блочного бутстрапа, где в роли сэмплируемых блоков выступали домохозяйства (Horowitz, 2001). Таким образом, мы создаем 1000 блочных подвыборок и на каждой из них осуществляем все этапы оценивания. Использование этой процедуры позволяет нам учесть не только возможное наличие гетероскедастичности, но и сохранить автокорреляционную структуру, присущую панельным данным. Более того, блочный бутстрап позволяет нам учесть тот факт, что система третьего этапа калибруется оценками моментов второго порядка шоков заработной платы и ошибок измерения, полученными на втором этапе.

Рассмотрим результаты из таблицы 6. Полученные оценки дисперсий шоков заработных плат отличаются от предыдущих оценок по США (Blundell et al., 2016; Theloudis, 2021). И если дисперсия транзитивных шоков для России оказалась незначительно выше, то дисперсия перманентных шоков оказалась выше практически в два-три раза. Этот факт вполне согласуется с оценками (Мартьянова & Полбин, 2022) и концепцией «русской модели рынка труда» (Gimpelson & Lippoldt, 2002; Капелюшников, 2001), согласно которой российский рынок труда характеризуется

особенным механизмом адаптации к макроэкономическим шокам, заключающимся в сильной реакции со стороны заработной платы и слабой – со стороны занятости.

Подобные особенности рынков труда, заключающиеся в различной реакции на изменение макроэкономической ситуации, принято связывать с их институциональной спецификой (Agraia & Mourre, 2012; Blanchard & Wolfers, 2000; Boeri & Van Ours, 2013; Clar et al., 2007). Когда свобода рыночных механизмов при формировании заработных плат ограничена, снижается эффективность рынка труда, из-за чего возвращение в равновесное состояние после кризиса будет длиться значительно дольше (Blanchard, 2006). Жесткость же отмеченных институциональных ограничений может определяться соотношением переговорной силы работодателей и работников, размерами и условиями получения пособий по безработице, законодательными особенностями, такими как размер МРОТ, правила найма и увольнений, и т.п. (Вакуленко & Гурвич, 2016). В России описанные ограничения являются слабыми: низкий уровень МРОТ, низкие пособия по безработице с ограниченным сроком получения, незначительная роль профсоюзов (Вакуленко & Гурвич, 2015) и пр. Все эти факторы положительно сказываются на волатильности заработных плат в России.

Сопоставляя оценки дисперсий шоков, можно заметить, что транзитивные шоки характеризуются меньшей волатильностью, чем перманентные, что согласуется с результатами из предыдущих работ (Blundell et al., 2016; Theloudis, 2021). Если же сравнивать оценки по полу, то дисперсия транзитивного шока оказалась почти в два раза выше для мужчин, чем для женщин, что, вероятно, может объясняться разницей в трудовой мобильности (Gottschalk & Moffitt, 2009), которая в России выше для мужчин (Мальцева & Рощин, 2006). Обратный результат можно наблюдать для дисперсий перманентных шоков: для женщин она оказалась выше, чем для мужчин, что свидетельствует о большей волатильности в отдаче от ненаблюдаемых способностей (Blundell et al., 2016) и т.п. Также наблюдается положительная корреляция транзитивных шоков супругов, что может свидетельствовать о том, что партнеры склонны работать в близких секторах экономики, подверженных одинаковым шокам. Все дисперсии ошибок измерения, за исключением $\sigma_{\gamma_1}^2$, оказались статистически значимыми, что подтверждает наше предположение о необходимости их учета.

Таблица 6. Оценки вторых моментов шоков заработных плат и ошибок измерения

Параметр	Оценка	Параметр	Оценка
----------	--------	----------	--------

$\sigma_{u_1}^2$ – дисперсия		$\sigma_{u_2}^2$ – дисперсия	
транзитивного шока мужа	0.047*** (0.017)	транзитивного шока жены	0.028** (0.012)
$\sigma_{v_1}^2$ – дисперсия		$\sigma_{v_2}^2$ – дисперсия	
перманентного шока мужа	0.085*** (0.007)	перманентного шока жены	0.096*** (0.008)
$\sigma_{u_1 u_2}$ – ковариация		$\sigma_{v_1 v_2}$ – ковариация	
транзитивных шоков супругов	0.011*** (0.003)	перманентных шоков супругов	0.002 (0.004)
$\sigma_{\psi_1}^2$ – дисперсия ОИ часов мужа	0.090*** (0.003)	$\sigma_{\psi_2}^2$ – дисперсия ОИ часов жены	0.085*** (0.003)
$\sigma_{\gamma_1}^2$ – дисперсия ОИ		$\sigma_{\gamma_2}^2$ – дисперсия ОИ	
трудового дохода мужа	0.031 (0.022)	трудового дохода жены	0.037** (0.018)
$\sigma_{\epsilon_1}^2$ – дисперсия ОИ		$\sigma_{\epsilon_2}^2$ – дисперсия ОИ	
заработной платы мужа	0.095*** (0.010)	заработной платы жены	0.103*** (0.017)
σ_{δ}^2 – дисперсия ОИ			
потребления	0.199*** (0.004)		

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки,
построенные на основе блочного бутстрапа

*p<0.1; **p<0.05;

***p<0.01

Источник: составлено автором

Перейдем к оценкам параметров предпочтений, представленных в таблице 7. Можно заметить, что потребление положительно реагирует на транзитивные шоки обоих супругов, что свидетельствует о несепарабельности предпочтений в отношении потребления и труда для обоих супругов и, следовательно, комплементарности потребления и отработанных часов. Этот результат согласуется с оценками чувствительности потребления к транзитивным шокам дохода в России, представленными в работе (Коваль & Полбин, 2020).

Оценки эластичностей потребления по перманентному шоку оказались положительными, однако значительно ниже единицы. Такой результат может быть обоснован мотивом предосторожности и эффектом дополнительного работника, наличие которого подтверждается отрицательными оценками эластичностей отработанных часов по перманентным шокам супругов ($\kappa_{n_j, v-j} < 0$).

Собственное предложение труда не используется в качестве механизма сглаживания потребления, о чем свидетельствуют незначимые оценки эластичностей предложения труда по Маршаллу ($\kappa_{n_j, v_j} = 0$), что согласуется с предыдущими оценками по России (Замниус et al., 2022; Клепикова, 2016). Это является не вполне обычным результатом, однако встречающимся в литературе (Aaberge et al., 2000; Devereux, 2003). В то же время он может служить подтверждением слабой реакции российского рынка труда на длительные макроэкономические шоки (Гуртов & Степуть, 2017; Капелюшников, 2009). Отсюда можно сделать вывод, что совместное предложение труда выступает в роли ведущего инструмента для сглаживания потребления во времени. Аналогичный результат был получен в работе (Park & Shin, 2020).

Оценки эластичности предложения труда по Фришу позволяют наблюдать положительную реакцию отработываемых часов на краткосрочные шоки в России, что согласуется с результатами работы (Вакуленко & Гурвич, 2015). По сравнению с западными странами в России наблюдается значительно более слабая реакция отработанных часов на краткосрочные изменения заработной платы. Это может отражать традиционные гендерные нормы, особенно за пределами крупных городов, где мужчины рассматриваются как основные кормильцы, а женщины – как основные ответственные за ведение домашнего хозяйства и уход за членами семьи (Лежнина, 2013). Еще одним фактором является низкая трудовая мобильность – лишь 2% населения переезжают ежегодно, тогда как в США этот показатель составляет 14% (Bell et al., 2015).

В гендерном разрезе оценки для мужчин оказались ниже, чем для женщин, что согласуется с результатами многих других работ (Bargain & Peichl, 2013; Evers et al., 2008; Heckman, 1993; Whalen & Reichling, 2017). Если же сопоставлять эти оценки с результатами предыдущих работ по России, то для мужчин они оказались практически такими же ((Замниус et al., 2022) – 0,139), а для женщин – почти в два раза выше ((Замниус & Полбин, 2021) – 0,16). Такая разница может быть вызвана тем фактом, что в работе (Замниус & Полбин, 2021) в качестве агентов рассматривались отдельные женщины, а не домохозяйства, которые состоят из двух супругов (Blundell et al., 2016).

Отрицательные оценки перекрёстных эластичностей по Фришу позволяют предположить, что досуг супругов может выступать в качестве взаимозаменяемых благ: увеличение рабочего времени одного из супругов, как правило, сопровождается сокращением рабочего времени другого. Однако такую интерпретацию следует рассматривать с осторожностью, поскольку существуют и альтернативные объяснения. В частности, наблюдаемые отрицательные перекрёстные эластичности могут отражать внутрисемейные корректировки распределения времени, связанные с уходом за детьми

или участием в деятельности за пределами рынка труда (Blundell et al., 2018), а не прямую замену досуга между супругами. Таким образом, несмотря на то что результаты указывают на несепарабельность трудовых решений супругов, для полного понимания поведенческих механизмов, лежащих в их основе, требуется дальнейшее исследование.

Таблица 7. Оценки параметров предпочтений

Параметр	Оценка	Параметр	Оценка
κ_{c,u_1} – эластичность потребления по транзитивному шоку мужа	0.089*** (0.011)	κ_{c,u_2} – эластичность потребления по транзитивному шоку жены	0.062*** (0.011)
κ_{c,v_1} – эластичность потребления по перманентному шоку мужа	0.062*** (0.011)	κ_{c,v_2} – эластичность потребления по перманентному шоку жены	0.171*** (0.015)
κ_{n_1,u_1} – эластичность предложения труда мужа по транзитивному шоку мужа	0.119*** (0.016)	κ_{n_2,u_2} – эластичность предложения труда жены по транзитивному шоку жены	0.270*** (0.023)
κ_{n_1,u_2} – эластичность предложения труда мужа по транзитивному шоку жены	– 0.063** (0.029)	κ_{n_2,u_1} – эластичность предложения труда жены по транзитивному шоку мужа	– 0.111*** (0.033)
κ_{n_1,v_1} – эластичность предложения труда мужа по перманентному шоку мужа	0.025 (0.024)	κ_{n_2,v_2} – эластичность предложения труда жены по перманентному шоку жены	0.017 (0.016)

κ_{n_1, v_2} – эластичность		κ_{n_2, v_1} – эластичность	
предложения труда		предложения труда	
мужа по	– 0.060*	жены по	– 0.063*
перманентному шоку	(0.033)	перманентному шоку	(0.033)
жены		мужа	

Примечание: в скобках указаны стандартные ошибки, построенные на основе блочного бутстрапа

Источник: составлено автором

* $p < 0.1$; ** $p < 0.05$;

*** $p < 0.01$

3.3.3 Гетерогенность в механизмах страхования от шоков заработной платы с помощью предложения труда

Другим интересным вопросом является то, как могут изменяться эластичности предложения труда в зависимости от уровня дохода. Для учета подобного рода гетерогенности мы воспользуемся процедурой, предложенной в работе (Theloudis, 2021), суть которой заключается в использовании условных моментов для GMM.

Допустим, что вектор эмпирических моментных условий в момент времени t для модели третьего этапа можно представить следующим образом:

$$m_t^{uc} = \begin{pmatrix} cov(\Delta y_{1,t}; \Delta y_{1,t}) \\ cov(\Delta y_{1,t}; \Delta y_{1,t-1}) \\ \dots \\ cov(\Delta y_{2,t-1}; \Delta w_{1,t}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E[\Delta y_{1,t}^2] \\ E[\Delta y_{1,t} \Delta y_{1,t-1}] \\ \dots \\ E[\Delta y_{2,t-1} \Delta w_{1,t}] \end{pmatrix} \quad (81)$$

Каждый из параметров в системе (78) может быть выражен как функция от соответствующих эмпирических моментов. Таким образом, для оценки эластичностей предложения труда в конкретной подгруппе населения (например, среди обеспеченных домохозяйств) можно задать функциональную форму $f(\bullet)$ зависимости моментов от некоторых характеристик Ω_t , и далее использовать в оценке уравнения (78) условные эмпирические моменты m_t^c вместо безусловных m_t^{uc} :

$$m_t^c = \begin{pmatrix} E[\Delta y_{1,t}^2 | \Omega_t] \\ E[\Delta y_{1,t} \Delta y_{1,t-1} | \Omega_t] \\ \dots \\ E[\Delta y_{2,t-1} \Delta w_{1,t} | \Omega_t] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(\Omega_t; \hat{\gamma}_t^{(1)}) \\ f(\Omega_t; \hat{\gamma}_t^{(2)}) \\ \dots \\ f(\Omega_t; \hat{\gamma}_t^{(19)}) \end{pmatrix}, \quad (82)$$

где $\hat{\gamma}_t^{(k)}$ – векторы коэффициентов наклона для соответствующего моментного условия из набора m_t^C . Предположим, что функция $f(\bullet)$ линейна по параметрам $\hat{\gamma}_t^{(k)}$. Тогда для заданных значений $\Omega_t = (\ln Y_{1,t}; \ln Y_{2,t})$ условные моменты можно записать как:

$$m_t^C = \begin{pmatrix} E[\Delta y_{1,t}^2 | \Omega_t] \\ E[\Delta y_{1,t} \Delta y_{1,t-1} | \Omega_t] \\ \dots \\ E[\Delta y_{2,t-1} \Delta w_{1,t} | \Omega_t] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{0,t}^{(1)} + \hat{\gamma}_{1,t}^{(1)} \ln Y_{1,t} + \hat{\gamma}_{2,t}^{(1)} \ln Y_{2,t} \\ \hat{\gamma}_{0,t}^{(2)} + \hat{\gamma}_{1,t}^{(2)} \ln Y_{1,t} + \hat{\gamma}_{2,t}^{(2)} \ln Y_{2,t} \\ \dots \\ \hat{\gamma}_{0,t}^{(19)} + \hat{\gamma}_{1,t}^{(19)} \ln Y_{1,t} + \hat{\gamma}_{2,t}^{(19)} \ln Y_{2,t} \end{pmatrix}, \quad (83)$$

Чтобы построить условные моменты, необходимо получить оценки коэффициентов $\hat{\gamma}_{s,t}^{(k)}$. Это можно сделать путём оценки следующего набора регрессий для каждого периода времени t :

$$\begin{aligned} \Delta y_{i,1,t}^2 &= \gamma_{0,t}^{(1)} + \gamma_{1,t}^{(1)} \ln Y_{i,1,t} + \gamma_{2,t}^{(1)} \ln Y_{i,2,t} + \varepsilon_{i,t}^{(1)} \\ \Delta y_{i,1,t} \Delta y_{i,1,t-1} &= \gamma_{0,t}^{(2)} + \gamma_{1,t}^{(2)} \ln Y_{i,1,t} + \gamma_{2,t}^{(2)} \ln Y_{i,2,t} + \varepsilon_{i,t}^{(2)} \\ &\dots \end{aligned} \quad (84)$$

$$\Delta y_{i,2,t-1} \Delta w_{i,1,t} = \gamma_{0,t}^{(19)} + \gamma_{1,t}^{(19)} \ln Y_{i,1,t} + \gamma_{2,t}^{(19)} \ln Y_{i,2,t} + \varepsilon_{i,t}^{(19)}$$

Здесь $\varepsilon_{i,t}^{(k)}$ обозначает остаточный член, для которого предполагается, что его условное математическое ожидание равно нулю. Это допущение согласуется с теоретической моделью (73), согласно которой все переменные зависят исключительно от шоков заработной платы. То же самое верно и для условий моментов, поэтому выполняется $E[\varepsilon_{i,t}^{(k)} | \Omega_t] = 0$.

Ниже (рисунки 11–13) представлены оценки эластичностей предложения труда по Фришу и Маршаллу для мужчин и женщин в зависимости от значений трудовых доходов обоих супругов. В силу того, что модель оценивалась на двадцатилетнем промежутке, сетка доходов строилась в стандартных отклонениях от соответствующих средних доходов каждого года.

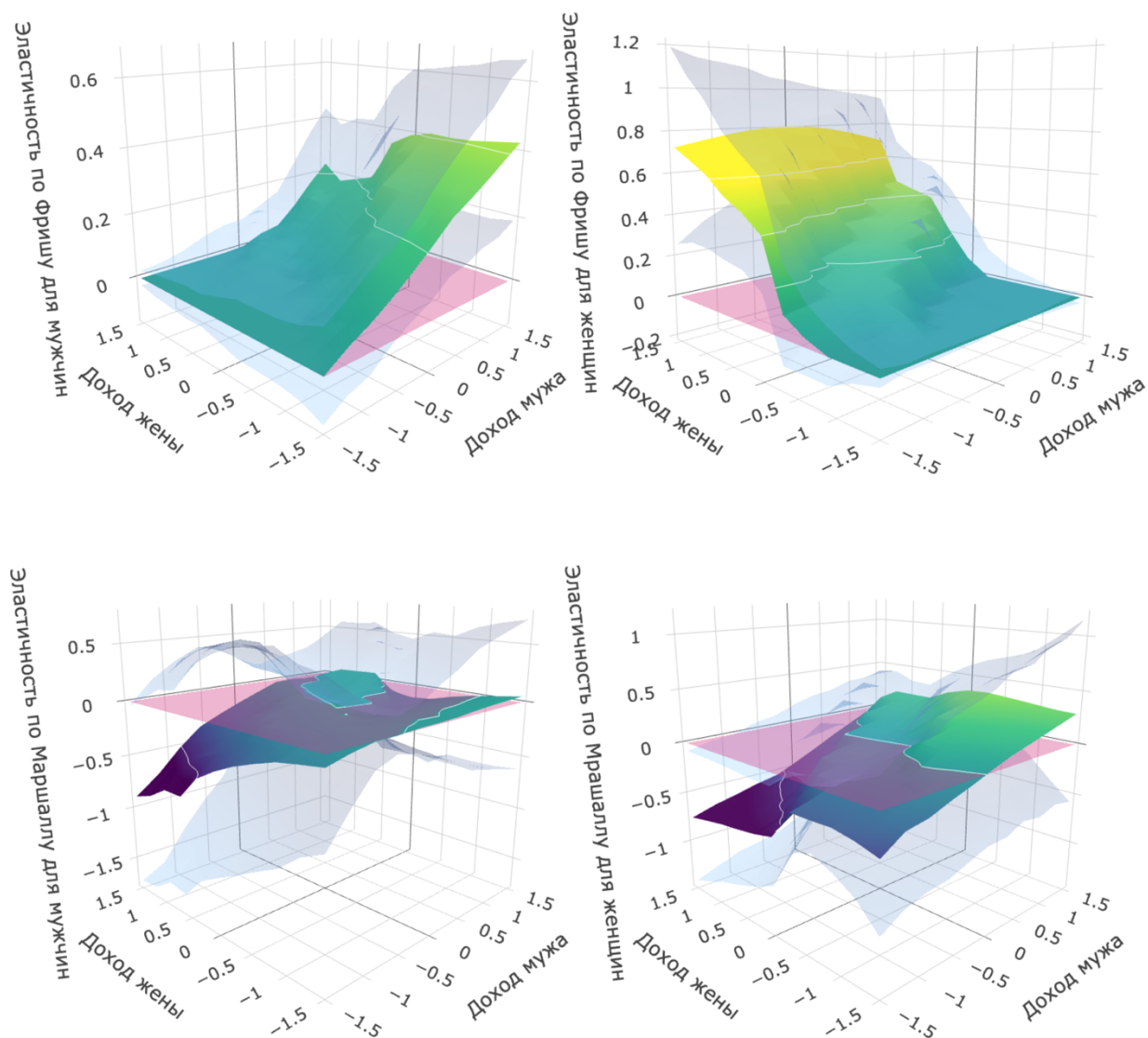


Рисунок 11. Оценки прямых коэффициентов эластичности предложения труда в зависимости от доходов супругов. Источник: составлено автором

Примечание: сплошная плоскость обозначает эластичность в пределах $\pm 1,5$ стандартного отклонения от соответствующих средних доходов каждого года; полупрозрачные синие плоскости обозначают 95% доверительные интервалы, построенные с помощью блочного бутстрапа.

На рисунке 11 представлены прямые коэффициенты эластичности предложения труда в зависимости от уровня дохода супругов. Эластичности по Маршаллу оказались незначимыми, за исключением женщин с высокими доходами, чьи мужья зарабатывают мало. Эти женщины используют свое предложение труда в качестве инструмента страхования от неопределенности в собственных доходах.

Эластичности по Фришу увеличиваются с ростом индивидуального дохода. Этот факт вполне объясним: более высокий доход связан с большими сбережениями, что позволяет сохранять потребление на постоянном уровне даже в случае реализации негативного шока, когда индивид сокращает свои отработанные часы. Индивиды с самыми

низкими доходами — как мужчины, так и женщины — не демонстрируют существенной реакции предложения труда, в силу отсутствия накоплений.

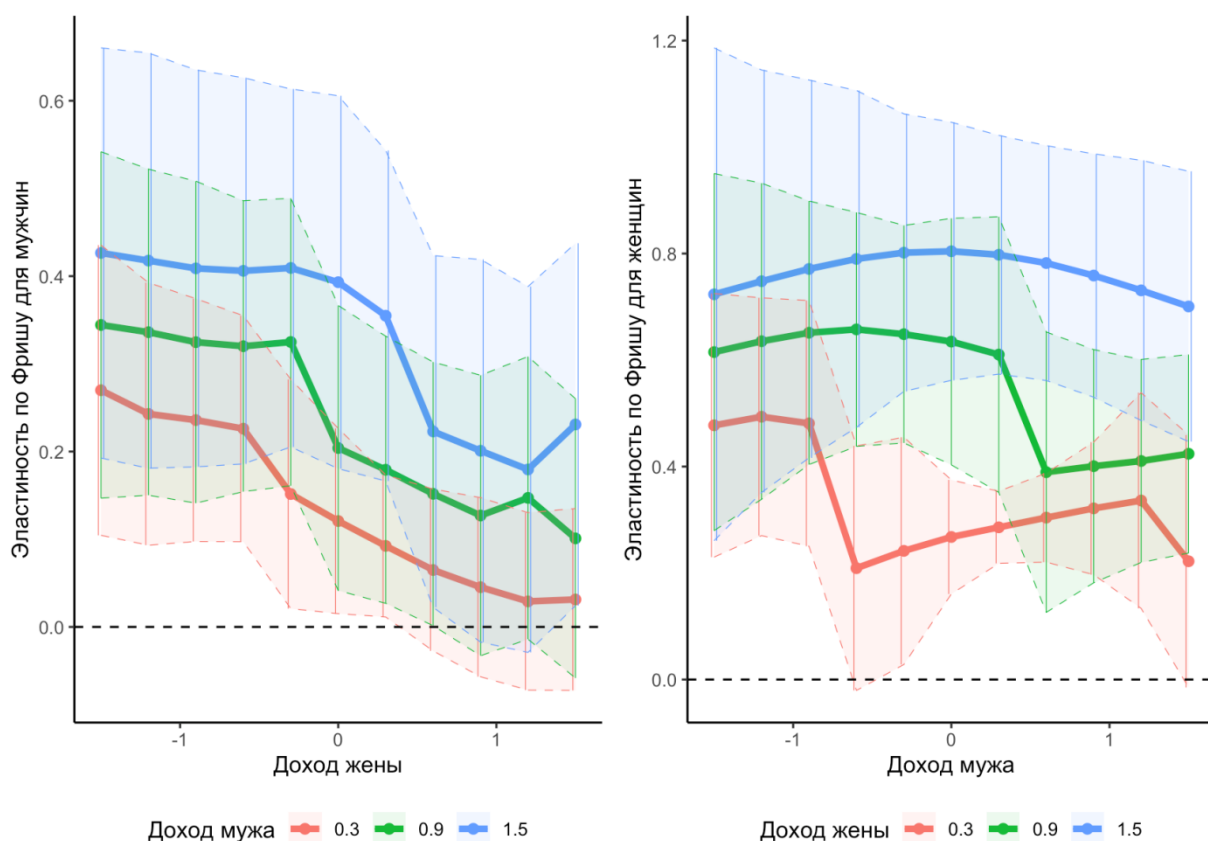


Рисунок 12. Оценки прямых коэффициентов эластичности предложения труда по Фришу для людей с разным уровнем дохода в зависимости от дохода супруга

Примечание: сплошная линия обозначает эластичность в пределах $\pm 1,5$ стандартного отклонения от соответствующих средних доходов каждого года; пунктирные обозначают 95% доверительные интервалы, построенные с помощью блочного бутстрапа.

Рассмотрим более детально изменения эластичностей предложения труда по Фришу для индивидов с доходов выше среднего (рисунок 12). У женщин с высокими доходами эластичность по Фришу остается относительно стабильной вне зависимости от заработка их мужа (в пределах от 0,69 до 0,73). В то же время у мужчин с высокими доходами эластичность заметно снижается по мере уменьшения дохода их супруги — с 0,43 до 0,23. Такая динамика может отражать особенности внутрисемейного поведения: женщины с низким доходом чаще имеют больше детей, что стимулирует более выраженный отклик предложения труда со стороны мужчин в ответ на положительные шоки производительности.

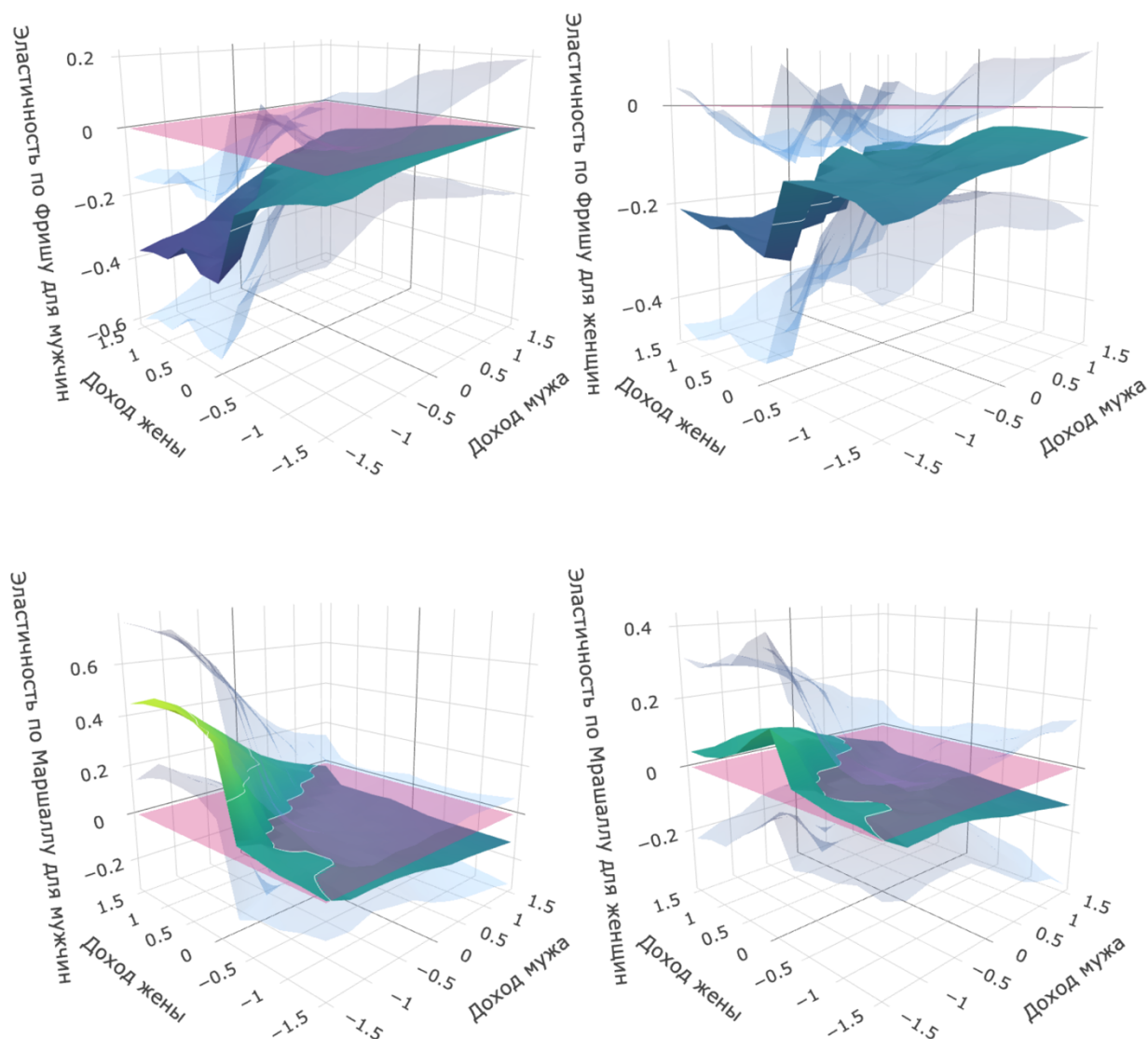


Рисунок 13. Оценки перекрестных коэффициентов эластичности предложения труда в зависимости от доходов супругов. Источник: составлено автором

Примечание: сплошная плоскость обозначает эластичность в пределах $\pm 1,5$ стандартного отклонения от соответствующих средних доходов каждого года; полупрозрачные синие плоскости обозначают 95% доверительные интервалы, построенные с помощью блочного бутстрапа.

На рисунке 13 показано, как перекрестные коэффициенты эластичности предложения труда зависят от доходов супругов. Результаты на краях распределения доходов менее надёжны из-за роста стандартных ошибок по мере отдаления от среднего, что ограничивает возможность делать однозначные выводы. Тем не менее, одно исключение выделяется: мужчины с низким доходом, чьи жёны зарабатывают много. Эти мужчины демонстрируют сильную положительную реакцию на постоянные зарплатные шоки жены (эластичность 0,45), что может свидетельствовать о переходе от эффекта дополнительного работника к эффекту отчаянного работника. Их жёны демонстрируют

значительную отрицательную реакцию на постоянные шоки (что видно на рисунке 11), в то время как сами мужья отрицательно реагируют на транзитивные шоки ($-0,37$).

Выводы по Главе 3

В настоящей главе на основе данных РМЭЗ НИУ ВШЭ были построены оценки эластичностей предложения труда для мужчин и женщин в России за период 2000–2019 гг. В первой части главы был проведен критический обзор эмпирической литературы по оценке эластичностей предложения труда. На его основе нами было отдано предпочтение в пользу метода, основанного на лог-линеаризации условий первого порядка. Гибкость данного подхода позволяет не только учесть механизм страхования от шоков за счет совместного решения о предложении труда, но и построить оценки моментов распределения временной и постоянной компонент ненаблюдаемой динамики заработной платы, очищенные от влияния ошибок измерения.

Полученный набор оценок позволяет сделать ряд выводов. Во-первых, российский рынок труда характеризуется высокой волатильностью заработных плат и слабой реакцией отработанных часов на изменения в заработных платах. Такое поведение согласуется с концепцией «российской модели рынка труда» и оценками реакции российского рынка труда на долгосрочные (Гуртов & Степуть, 2017) и краткосрочные (Вакуленко & Гурвич, 2015) шоки. Во-вторых, российские домохозяйства нестандартным образом страхуются от неопределенности. Так, если индивид сталкивается с внезапным снижением своей производительности, он не будет увеличивать свои часы работы, чтобы компенсировать снижение своих доходов. Вместо этого его партнер начнет работать больше. В-третьих, присутствует существенная гетерогенность в реакции предложения труда на изменения заработных плат по уровню доходов индивидов. Так, реакция предложения труда по Фришу заметно возрастает с увеличением индивидуального дохода: лица с высокими доходами демонстрируют значительную гибкость в труде, тогда как у низкооплачиваемых индивидов реакция практически отсутствует из-за ограниченных сбережений и возможности страхования. Кроме того, выявлены гендерные и внутрисемейные различия: мужчины с низкими доходами сильнее реагируют на рост заработка жены, тогда как женщины с высокими доходами стабильно поддерживают уровень предложения труда независимо от дохода партнера.

Глава 4. Оценка макроэкономических эффектов изменения степени прогрессии шкалы налогообложения в рамках стохастической модели общего равновесия с перекрывающимися поколениями для России

В настоящей главе использованы материалы, опубликованные автором в статье «Оценка макроэкономических эффектов изменения прогрессивности шкалы налогообложения в рамках OLG-модели» (Замниус, 2025).

В настоящей главе предложенная модель жизненного цикла домохозяйства будет расширена до стохастической модели общего равновесия с перекрывающимися поколениями, которая позволит проанализировать макроэкономические последствия от повышения степени прогрессивности шкалы подоходного налога. Полученные в предыдущих главах оценки индивидуальных зарплатных траекторий, моментов распределения ненаблюдаемых компоненты заработной платы и эластичностей предложения труда будут использованы для калибровки настоящей модели. В первой части будет представлена постановка модели. Во второй части будет описан метод решения модели. В третьей части будет обсуждаться процедура калибровки модели. В четвертой части будут рассмотрены последствия повышения степени прогрессивности шкалы подоходного налогообложения для двух вариантов формирования государственного бюджета.

4.1 Постановка модели общего экономического равновесия

В настоящей работе рассматривается модель закрытой экономики с тремя типами экономических агентов: домохозяйствами, фирмами и государством. Домохозяйства потребляют товары и предлагают факторы производства: эффективный труд и капитал. Фирмы производят товары конечного потребления и потребляют факторы производства. Государство изымает налоги и перераспределяет полученные средства между индивидами. Взаимодействие между агентами осуществляется на трех рынках: рынке товаров, рынке капитала и рынке труда.

4.1.1 Домохозяйства

Задача рациональных домохозяйств, состоящих из двух супругов, заключается в максимизация ожидаемой интегральной полезности, зависящей от потребления и отработанных часов обоих супругов. Изначально домохозяйства различаются между собой по уровню образования, который предполагается одинаковым для обоих супругов и влияет на форму их зарплатных траекторий. Так, оба супруга могут либо иметь высшее образование (*Ter*), либо не иметь его (*Sec*). Профили заработных плат предполагаются

экзогенно заданными, т.е. накопление человеческого капитала в течение трудовой жизни осуществляется вне зависимости от принятых агентами решений.

Модель описывает поведение 81 одновременно живущих поколений в возрасте от $J_i = 20$ до $J = 100$ лет. В каждый момент времени j присутствует некоторая вероятность не дожить до следующего года $(1 - \psi_{j,j+1})$. В таком случае всё домохозяйство перестает существовать, а накопленные им активы равномерно распределяются между всеми оставшимися в живых в виде «случайного наследства» beq_t .

Каждый год рождается новая когорта индивидов, причем с каждым годом размер новой когорты растет экзогенно с темпом g_n . Таким образом, вес каждой когорты $\{\mu_j\}_{j=J_i}^J$ может быть задан следующей формулой:

$$\mu_j = \frac{\psi_{j-1,j}}{1 + g_n} \mu_{j-1}, j = J_i + 1, \dots, J, \quad (85)$$

где μ_{J_i} нормирован таким образом, чтобы $\sum_{j=J_i}^J \mu_j = 1$.

Задача домохозяйства может быть представлена в следующем виде:

$$\mathbb{U} = E_{J_i} \left[\sum_{j=J_i}^J \beta^{j-J_i} \left(\prod_{k=J_i}^j \psi_{k-1,k} \right) U(c_{j,t}; n_{j,t}^m; n_{j,t}^f) \right] \rightarrow \max_{c; m^m, m^f}, \quad (86)$$

где $E_j[\bullet]$ – оператор условного на всю доступную на момент j информацию математического ожидания; $c_{j,t}$ – потребление; $(n_{j,t}^m; n_{j,t}^f)$ – отработанные часы мужа и жены соответственно; β – коэффициент дисконтирования; $\psi_{j-1,j}$ – вероятность в возрасте $j - 1$ дожить до следующего года при условии, что домохозяйство живо на момент времени $j - 1$. Таким образом, $\prod_{k=J_i}^j \psi_{k-1,k}$ представляет собой безусловную вероятность дожить до периода j .

Стандартное геометрическое дисконтирование предполагает, что домохозяйства в каждый момент времени будут одинаково ценить будущее. Это может приводить к тому, что агенты пожилого возраста будут завышать объемы своих сбережений. В реальности же домохозяйства более пожилого возраста принимают решения с учетом того, что в следующем периоде их жизнь может оборваться, поэтому откладывать потребление на более поздние периоды может быть неоправданно. Именно этот поведенческий мотив учитывается при добавлении в модель вероятности дожития. Так, агент при планировании будущего опирается не только на значение β , но и на то, насколько в принципе вероятно, что он доживет до завтра $\prod_{k=J_i}^j \psi_{k-1,k}$, то есть теперь домохозяйство оценивает свою будущую полезность на основе ожидаемого коэффициента дисконтирования $\tilde{\beta}_j =$

$\beta^{j-J_i} \left(\prod_{k=J_i}^j \psi_{k-1,k} \right)$ – стандартный подход при моделировании жизненного цикла (например, см. (Blandin & Peterman, 2019; De Nardi, 2004; Karabarbounis, 2016)).

Заметим, что в настоящей модели предполагается, что индивиды рациональны в своих ожиданиях, т.е. формируют ожидания о будущем на основе всей доступной информации, понимают структуру экономики и не совершают систематических ошибок в своих прогнозах. В условиях институциональной нестабильности и высокой изменчивости бюджетно-налоговой политики в России допущение о совершенных ожиданиях может вызывать сомнения в контексте экономической среды, характеризующейся высокой степенью неопределенности, неполной информацией и ограниченным доверием к государственным институтам. Тем не менее, использование предположения о совершенных ожиданиях является стандартной практикой в моделях с межвременными решениями (в том числе OLG), поскольку позволяет чётко определить поведение агентов, интегрировать *forward-looking* решения и обеспечить внутреннюю согласованность модели. В данном случае оно выступает скорее как эвристическое приближение, позволяющее исследовать долгосрочные поведенческие и фискальные эффекты при прочих равных условиях, чем как утверждение о точных ожиданиях агентов. Более того, в условиях нестабильности допущение совершенных ожиданий можно интерпретировать как оценку верхней границы адаптационного потенциала домохозяйств. Если даже в модели с максимально рациональными агентами реформы оказываются недостаточно эффективными или приводят к неблагоприятным распределительным последствиям, то реальные эффекты, вероятно, будут еще менее благоприятными.

Мы предполагаем, что мгновенная функция полезности домохозяйства относится к классу CRRA и представляется следующим образом:

$$U(c_{j,t}; n_{j,t}^m; n_{j,t}^f) = \frac{c_{j,t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \xi_m \frac{(1-n_{j,t}^m)^{1-\phi_m}}{1-\phi_m} + \xi_f \frac{(1-n_{j,t}^f)^{1-\phi_f}}{1-\phi_f}, \quad (87)$$

где θ – обратный коэффициент эластичности межвременного замещения потребления, $(\xi_m; \xi_f)$ – параметры нормировки. Параметры $(\phi_m; \phi_f)$ определяют величину эластичности предложения труда по Фришу, которая для настоящей спецификации выглядит как $\mathcal{E}_{w^s}^{n^s} = \frac{1}{\phi_s} \frac{1-n^s}{n^s}$. Заметим, что представленная спецификация предполагает, что общий фонд времени в периоде равен 1, а полезность извлекается из досуга $(1-n^s)$.

Альтруистические связи между поколениями отсутствуют, поэтому все домохозяйства начинают жизнь без какого-либо запаса активов и не оставляют после себя наследства и долгов. Финансовые рынки в модели предполагаются совершенными, т.е.

отсутствуют какие-либо ограничения на займы. Таким образом, бюджетное ограничение домохозяйства может быть представлено в следующем виде:

$$a_{j+1,t+1} = [1 + r_t(1 - \tau_r)](a_{j,t} + beq_t) + (1 - \tau_w) \left[(y_j^{m,e})^{1-\tau_p} + (y_j^{f,e})^{1-\tau_p} \right] + tr_t - (1 + \tau_c)c_{j,t}, e = \{Sec, Ter\}, \quad (88)$$

где $a_{j,t}$ – активы; $y_{j,t}^{s,e}$ – трудовой доход j -го члена домохозяйства с уровнем образования e , который представляет собой произведение ставки заработной платы $w_{j,t}^{s,e}$ и отработанных часов $n_{j,t}^s$; tr_t – трансферт от государства; r_t – ставка процента; τ_r – ставка налога на капитал; τ_w – ставка налога на трудовой доход; τ_p – параметр прогрессивности подоходного налога; τ_c – ставка налога на потребление.

Заработная плата индивида $w_{j,t}^{s,e}$ формируется за счет сложившейся в экономике равновесной ставки заработной платы на единицу эффективного труда W_t и некоторого индивидуального уровня производительности $h_j^{s,e}$, который зависит от индивидуального запаса человеческого капитала $Z_j^{s,e}$, уровня технологического прогресса $X_j^{s,e}$ и некоторой случайной компоненты η_j^s :

$$w_{j,t}^{s,e} = W_t h_j^{s,e} \quad (89)$$

$$h_j^{s,e} = Z_j^{s,e} X_j^{s,e} \eta_j^s \quad (90)$$

Предположим, что каждая из компонент индивидуальной производительности специфицирована следующим образом:

$$\ln Z_j^{s,e} = \kappa_0^{s,e} + \kappa_1^{s,e} j + \kappa_2^{s,e} j^2 \quad (91)$$

$$\ln X_j^{s,e} = \gamma^{s,e} g_y (j - J_i) \quad (92)$$

$$\ln \eta_j^s = p_j^s + u_j^s, u_j^s \sim iidN(0; \sigma_u^2), \quad (93)$$

где $\kappa_l^{s,e}$ – коэффициенты наклона для полинома второй степени, описывающего динамику человеческого капитала в течение жизни, g_y – темпы технологического прогресса, $\gamma^{s,e}$ – коэффициент чувствительности заработной платы к технологическому прогрессу, u_j^s – транзитивный шок заработной платы, p_j^s – перманентная компонента ненаблюдаемой траектории заработной платы, которая представляет собой некоторый процесс случайного блуждания:

$$p_j^s = p_{j-1}^s + v_j^s, v_j^s \sim iidN(0; \sigma_v^2) \quad (94)$$

Представленная спецификация динамики заработной платы базируется на результатах, представленных в предыдущих главах.

В возрастах $(J_r^m; J_r^f)$ соответствующий член домохозяйства покидает рынок труда и выходит на пенсию. По достижении пенсионного возраста агент начинает получать пенсионные выплаты $pens_t^s$.

Таким образом, задачу домохозяйства можно сформулировать в виде уравнения Беллмана:

$$V_j(a_j|e; p_j^m; p_j^f; u_j^m; u_j^f) = \max_{c_j; n_j^m; n_j^f} \left\{ U(c_j; n_j^m; n_j^f) + \beta \psi_{j,j+1} E_j[V_{j+1}(a_{j+1}|e; p_{j+1}^m; p_{j+1}^f; u_{j+1}^m; u_{j+1}^f)] \right\} \quad (95)$$

при условии:

$$\begin{aligned} a_{j+1} &= [1 + r(1 - \tau_r)](a_j + beq) + (1 - \tau_w) \left[(w_j^{m,e} n_j^m)^{1-\tau_p} + (w_j^{f,e} n_j^f)^{1-\tau_p} \right] \\ &\quad + tr + pens^m + pens^f - (1 + \tau_c) c_j, e = \{Sec, Ter\} \\ w_j^{s,e} &= W e^{\kappa_0^{s,e} + \kappa_1^{s,e} j + \kappa_2^{s,e} j^2 + \gamma^{s,e} g_y(j - J_l) + p_j^s + u_j^s}, u_j^s \sim iidN(0; \sigma_{u^s}^2), s = \{m; f\} \\ p_j^s &= p_{j-1}^s + v_j^s, v_j^s \sim iidN(0; \sigma_{v^s}^2) \\ w_j^{s,e} &= 0, J_r^s \leq j; pens^s = 0, j < J_r^s \\ a_1 &= 0; a_{j+1} \geq 0; c_j > 0; n_j^s \in [0; 1] \end{aligned}$$

4.1.2 Фирмы

Сектор производства состоит из фирм, которые производят товары конечного потребления, используя для этого эффективный труд NH_t и физический капитал K_t . Цель каждой фирмы заключается в максимизации прибыли:

$$PR_t = Y_t - R_t K_t - (1 + \tau_f) W_t NH_t \rightarrow \max_{K_t; NH_t}, \quad (96)$$

где Y_t – выпуск, τ_f – ставка обязательных взносов по социальным платежам. Арендная цена физического капитала R_t определяется через реальную ставку процента r_t и норму амортизации физического капитала δ :

$$R_t \equiv r_t + \delta \quad (97)$$

Выпуск описывается функцией Кобба-Дугласа с постоянной отдачей от масштаба:

$$Y_t = A K_t^\alpha NH_t^{1-\alpha}, \quad (98)$$

где α – эластичность выпуска по капиталу, A – совокупная факторная производительность.

4.1.3 Государство

Государство в модели придерживается политики сбалансированного бюджета, финансируя трансферты Tr_t , пенсии $Pens_t$ и свое конечное потребление G_t за счет собранных налогов T_t . В дополнение к этому задачей государства является сбор активов

всех умерших агентов Beq_t и их последующее равномерное перераспределение между всеми живущими.

Размер индивидуальной пенсии в нашей модели не зависит от объема страховых взносов, сделанных агентом в течение его трудовой жизни, т.е. пенсионная система является распределительной. Она позволяет индивидам страховать от риска прожить слишком долго, что сокращает стимулы к накоплению избыточных сбережений по мотиву предосторожности. Объем средств, выделяемых государством на выплату пенсий, представляет собой фиксированную долю от ВВП s_{pens} . Аналогичным образом государство тратит некоторую постоянную долю от выпуска s_G на финансирование своего собственного потребления.

Государство в модели облагает налогом труд T_t^w , доходы от инвестирования T_t^r , потребление домохозяйств T_t^c и труд фирм T_t^f . Для анализа последствий прогрессивного налогообложения нами была использована следующая функция располагаемого дохода (Heathcote et al., 2014):

$$y^{AT} = (1 - \tau_w)(y^{BT})^{1-\tau_p}, \quad (99)$$

где y^{AT} – располагаемый доход, y^{BT} – доход до налогообложения. Параметр τ_w определяет среднюю ставку налога, в то время как τ_p отвечает за степень прогрессивности налоговой системы. Так, если $\tau_p = 0$, то шкала является плоской; если $\tau_p > 0$, то шкала является прогрессивной, так как предельная ставка будет превышать среднюю; если же $\tau_p < 0$, то шкала является регрессивной, что описывает ситуацию, когда домохозяйства с неотрицательным доходом будут получать трансферт от государства.

Для поддержания сбалансированного бюджета в настоящую модель введены трансферты Tr_t . Так, если доходы государства превышают расходы, то все оставшиеся деньги равномерно распределяются между всеми ныне живущими домохозяйствами.

4.1.4 Общее экономическое равновесие

Пусть вектор состояний агента задан как $\omega = (a|e; p^m; p^f; u^m; u^f)$, где $a \in A = \mathbb{R}$; $e \in E = \mathbb{N}$; $p^s \in P^s = \mathbb{R}$; $u^s \in U^s = \mathbb{R}$, который определен в пространстве состояний $\Omega = A \times E \times P^m \times P^f \times U^m \times U^f$. Тогда $\Phi_j(\Omega)$ – распределение домохозяйств на пространстве состояний в момент j .

Стационарное равновесие для описанной нами экономики определяется:

1. Набором оптимальных стратегий домохозяйства $\{c_j(\Omega); n_j^m(\Omega); n_j^f(\Omega); a_{j+1}(\Omega)\}_{j=J_i}^J$;
2. Набором функций ценности домохозяйств $\{V_j(\Omega)\}_{j=J_i}^J$;

3. Начальным запасом активов a_1 , уровнем образования e и реализациями $(p_1^m; p_1^f; u_1^m; u_1^f)$;
4. Ценами на факторы производства $\{r; W\}$;
5. Параметрами государственной политики $\{\tau_w; \tau_p; \tau_c; \tau_r; \tau_f; G; Tr; Pens; Beq\}$, при которых:
 1. Домохозяйства выбирают потребление, отработанные часы обоих супругов и активы, максимизируя свое благосостояние;
 2. Фирмы, исходя из задачи максимизации прибыли, принимают решение об объеме выпуска и использования факторов производства, устанавливая цены на уровне предельного продукта:

$$r = \alpha A \left(\frac{K}{NH} \right)^{\alpha-1} - \delta \quad (100)$$

$$W = \frac{1-\alpha}{1+\tau_f} A \left(\frac{K}{NH} \right)^{\alpha} \quad (101)$$

3. Объемы эффективного труда, физического капитала и наследства агрегируются следующим образом:

$$NH = \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} \sum_{s=\{m;f\}} h_j^s(\omega) n_j^s(\omega) d\Phi_j(\omega); K = \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} a_j(\omega) d\Phi_j(\omega)$$

$$Beq = \sum_{j=J_i}^{J-1} \mu_j (1 - \psi_{j,j+1}) \int_{\Omega} a_{j+1}(\omega) d\Phi_j(\omega)$$

4. Трансферты, наследства и пенсии распределяются между экономическими агентами равномерно:

$$tr = \frac{Tr}{\sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} d\Phi_j(\omega)}; beq = \frac{Beq}{\sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} d\Phi_j(\omega)}$$

$$pens^S = \frac{Pens}{\sum_{j=J_r^m}^J \mu_j \int_{\Omega} d\Phi_j(\omega) + \sum_{j=J_r^f}^J \mu_j \int_{\Omega} d\Phi_j(\omega)}$$

5. Рынок товаров и услуг в равновесии:

$$\sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} c_j(\omega) d\Phi_j(\omega) + (g_n + \delta)K + G = AK^{\alpha} NH^{1-\alpha} \quad (102)$$

6. Государственный бюджет сбалансирован:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=\{w;c;r;f\}} T^k - s_G Y - s_{Pens} Y &= Tr \quad (103) \\
T^w &= \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} \sum_{s=\{m;f\}} \left[y_i^s(\omega) - (1 - \tau_w)(y_i^s(\omega))^{1-\tau_p} \right] d\Phi_j(\omega) \\
T^c &= \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} \tau_c c_j(\omega) d\Phi_j(\omega) \\
T^r &= \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} \tau_r r(a_j(\omega) + beq) d\Phi_j(\omega); \quad T^f = \sum_{j=J_i}^J \mu_j \int_{\Omega} \sum_{s=\{m;f\}} \tau_f y_j^s(\omega) d\Phi_j(\omega)
\end{aligned}$$

4.2 Решение модели

Алгоритм поиска стационарного равновесия включает следующие шаги:

1. Задаются начальные значения для уровня капиталовооружённости $\frac{K}{NH}$, объёма наследства Beq , трансфертов Tr и пенсий $Pens$;
2. На основе заданных значений с помощью соответствующих уравнений (см. формулы (100) и (101)) рассчитываются равновесные значения процентной ставки r и ставки заработной платы на единицу эффективного труда W ;
3. Решается задача домохозяйства, после чего симулируются траектории 10000 домохозяйств;
4. На основе полученных траекторий пересчитываются агрегированные значения: уровень капиталовооружённости $\frac{K}{NH}$, объёмы наследства Beq , трансфертов Tr и пенсий $Pens$;
5. Шаги 2–4 повторяются итеративно до сходимости, то есть до тех пор, пока значения $\left(\frac{K}{NH}; Beq; Tr; Pens\right)$ не стабилизируются.

Отдельно стоит обсудить алгоритм решения задачи домохозяйства. С вычислительной точки зрения, ключевая проблема описанной модели заключается в том, что состояние ω определяется сразу шестью переменными, что делает процесс решения очень долгим. Поэтому нами был использован метод эндогенной сетки (Carroll, 2006), который позволяет значительно ускорить процедуру. Вкратце опишем идею алгоритма.

Для начала предположим, что пространство состояний Ω дискретизировано, т.е. аппроксимируется некоторым дискретным множеством $\mathcal{G} = \mathcal{G}^a \times \mathcal{G}^e \times \mathcal{G}^{p^m} \times \mathcal{G}^{p^f} \times \mathcal{G}^{u^m} \times \mathcal{G}^{u^f}$, состоящим из набора сеток $\mathcal{G}^x = \{x^{(1)}; \dots; x^{(K_x)}\}$, $x = \{a; e; p^m; p^f; u^m; u^f\}$. Отметим, что сетки по стохастическим компонентам модели $(p^s; u^s)$ были построены на основе

процедуры (Tauchen, 1986). Для описания алгоритма также важно обозначить, к какому периоду будет относиться то или иное состояние (несмотря на то, что $\mathcal{G}$ одинаково для каждого периода), поэтому для наглядности мы будем обозначать множество состояний в текущем периоде с помощью $\mathcal{G}_j$.

Выпишем условия оптимальности задачи домохозяйства:

$$\frac{\partial V_j}{\partial c_j} = \frac{\partial U}{\partial c_j} - (1 + \tau_c)\beta\psi_{j,j+1}E_j \left[\frac{\partial V_{j+1}}{\partial a_{j+1}} \right] = 0 \quad (104)$$

$$\frac{\partial V_j}{\partial n_j^s} = \frac{\partial U}{\partial n_j^s} + (1 - \tau_w)(1 - \tau_p)(w_j^{s,e})^{1-\tau_p}(n_j^s)^{-\tau_p}\beta\psi_{j,j+1}E_j \left[\frac{\partial V_{j+1}}{\partial a_{j+1}} \right] = 0 \quad (105)$$

$$\frac{\partial V_j}{\partial a_j} = [1 + r(1 - \tau_r)]\beta\psi_{j,j+1}E_j \left[\frac{\partial V_{j+1}}{\partial a_{j+1}} \right] \quad (106)$$

Из условий (104) и (106) может быть получено уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial U}{\partial c_j} = [1 + r(1 - \tau_r)]\psi_{j,j+1}E_j \left[\frac{\partial U}{\partial c_{j+1}} \right] \quad (107)$$

Задача домохозяйства решается с помощью обратной индукции, т.е. в каждый момент времени j агенту известны его будущие функции управления $\{c_{j+1}(\mathcal{G}_{j+1}); n_{j+1}^m(\mathcal{G}_{j+1}); n_{j+1}^f(\mathcal{G}_{j+1})\}$. Отсюда следует, что, зная будущее оптимальное решение домохозяйства $c_{j+1}(\mathcal{G}_{j+1})$, через уравнение Эйлера (107) можно вывести текущее оптимальное потребление. Заметим, что раз $\frac{\partial U}{\partial c_{j+1}}$ определена в пространстве $\mathcal{G}_{j+1} = (a_{j+1}|e; p_j^m + v_{j+1}^m; p_j^f + v_{j+1}^f; u_{j+1}^m; u_{j+1}^f)$, то $E_j \left[\frac{\partial U}{\partial c_{j+1}} \right] = E \left[\frac{\partial U}{\partial c_{j+1}} \middle| e; p_j^m; p_j^f \right]$ будет определена в пространстве $(a_{j+1}|e; p_j^m; p_j^f)$, как и оптимальное потребление в текущем периоде $c_j(a_{j+1}|e; p_j^m; p_j^f)$.

Из условий (104) и (105) может быть получена предельная норма замещения отработанных часов одного супруга потреблением:

$$MRS_{n_j^s; c_j} = \frac{\partial U / \partial n_j^s}{\partial U / \partial c_j} = - \frac{(1 - \tau_w)(1 - \tau_p)(w_j^{s,e}[e; p_j^m; p_j^f; u_j^m; u_j^f])^{1-\tau_p}}{1 + \tau_c (n_j^s)^{\tau_p}}, \quad (108)$$

на основе которой, зная $c_j(a_{j+1}|e; p_j^m; p_j^f)$, можно выразить $n_j^s(a_{j+1}|e; p_j^m; p_j^f; u_j^m; u_j^f)$.

Подстановка полученных оптимальных управлений в бюджетное ограничение позволит нам рассчитать активы, при которых текущее оптимальное решение будет принято $a_j(a_{j+1}|e; p_j^m; p_j^f; u_j^m; u_j^f)$. Финальный шаг заключается в пересчете полученных для каждой реализации $(e; p_j^m; p_j^f; u_j^m; u_j^f)$ оптимальных управлений на текущей сетке по активам $\mathcal{G}^a$ при помощи интерполяции, что даст нам функции управления в зависимости

от текущего состояния $\{c_j(G_j); n_j^M(G_j); n_j^F(G_j); a_{j+1}(G_j)\}$. На основе этих функций управления может быть посчитана ценность на текущей сетке G_j (95).

4.3 Калибровка параметров модели

Обсудим процедуру калибровки. Значения коэффициентов наклона профилей заработных плат и чувствительности заработных плат к технологическому прогрессу в зависимости от пола и уровня образования $(\kappa_1^{s,e}; \kappa_2^{s,e}; \gamma^{s,e})$ взяты из оценок, представленных во второй главе. Коэффициенты $\kappa_0^{s,e}$ посчитаны таким образом, чтобы индивидуальные запасы человеческого капитала в 20 лет $Z_{20}^{s,e}$ были равны средним логарифмам реальной почасовой ставки заработной платы соответствующих групп. Данные по ставкам заработной платы были построены по аналогии с методологией, представленной во второй главе. Заметим, что детерминированные компоненты траекторий индивидуального запаса человеческого капитала $(h_j^{s,e}/\eta_j^s)$ были нормированы на среднее значение детерминированного профиля человеческого капитала мужчин с высшим образованием. Оценки вторых моментов распределения шоков заработной платы $(\sigma_{v^s}^2; \sigma_{u^s}^2)$, необходимые для калибровки случайных компонент траекторий человеческого капитала η_j^s , были взяты из предыдущей главы. В качестве возрастов выхода на пенсию были взяты значения в $J_r^m = 65$ и $J_r^f = 60$ лет для мужчин и женщин соответственно.

Условные вероятности дожития $\psi_{j,j+1}$ были взяты из таблиц смертности⁸. Коэффициент дисконтирования был подобран таким образом, чтобы в базовом сценарии $\frac{c}{y} = 51\%$, что, согласно данным о системе национальных счетов (СНС)⁹, является средним значением доли потребления домохозяйств в выпуске за 2011-2023 гг.

Значение обратного коэффициента эластичности межвременного замещения потребления θ было взято из работы (Коваль & Полбин, 2022), где была построена его оценка для России. Заметим, что эта оценка значительно превышает 2 – стандартное значение, используемое в зарубежной литературе, что свидетельствует о существенной роли мотива предосторожности в накоплении сбережений в России (Cagetti, 2003).

Оценки обратных коэффициентов эластичности досуга по Фришу были посчитаны по формуле $\phi_s = \frac{1}{\varepsilon_{w^s}^{n^s}} \frac{1-n^s}{n^s}$. Оценки эластичностей предложения труда по Фришу для

⁸ Демографический ежегодник России / Федеральная служба государственной статистики. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13207>

⁹ Национальные счета / Федеральная служба государственной статистики. URL: <https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts>

мужчин и женщин $\mathcal{E}_{ws}^{n^s}$ были взяты из предыдущей главы, доли часов досуга в отработанных часах были посчитаны на данных в рамках предпосылки о том, что общий фонд времени, которым индивиды распоряжаются, в день составляет 16 часов. Параметры нормировки в функции полезности $(\xi_m; \xi_f)$ калибровались совместно. С одной стороны, между ними присутствует соотношение $\frac{\xi_m}{\xi_f} = \frac{w^m (1-n^m)^{\phi_m}}{w^f (1-n^f)^{\phi_f}}$, которое выводится из предельной нормы замещения труда обоих супругов, получаемое из условия оптимальности (105). Из него был выражен коэффициент ξ_f . С другой стороны, коэффициент ξ_m калибровался таким образом, чтобы полученные средние отработанные часы мужчин и женщин соответствовали значениям из данных, на основе которых проводился анализ в предыдущей главе.

Под государственными расходами в настоящей модели подразумевается статья расходов на конечное потребление государственного управления из ВВП по использованию, которая включает в себя расходы на оборону, культуру, здравоохранение и т.п. В среднем за период 2011-2023 гг. их доля в выпуске составила $s_G = 18,1\%^{10}$. Средняя доля расходов средств Пенсионного фонда РФ за этот же период составила $s_{pens} = 8,3\%^{11}$.

Нами было сделано предположение, что совокупная факторная производительность в экономике $A = 1$, а эластичность выпуска по капиталу $\alpha = 0,33$ – стандартные значения этих параметров в литературе по моделям общего равновесия и оптимального налогообложения. Следует отметить, что в рамках альтернативных теоретических подходов, таких как модели эндогенного роста, параметр α может интерпретироваться иначе и принимать более высокие значения. Однако, поскольку в настоящей работе не моделируются механизмы, обеспечивающие долгосрочный экономический рост (например, накопление знаний или технологический прогресс), мы придерживаемся традиционного допущения, типичного для статических моделей фискальной политики.

Норма амортизации физического капитала $\delta = 0,1$ откалибрована таким образом, чтобы $\frac{I}{Y} = 23,2\%^{12}$, что в соответствии со статистикой ВВП по использованию равно средней доле валового накопления в выпуске за 2011-2023 гг. Также были сделаны предположения, что средние темпы технологического прогресса g_y равны 2% в год, чтобы, согласно оценкам из второй главы, обеспечить неубывание зарплатных траекторий

¹⁰ Национальные счета / Федеральная служба государственной статистики. URL:

<https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts>

¹¹ Финансы / Федеральная служба государственной статистики. URL: <https://rosstat.gov.ru/statistics/finance>

¹² Национальные счета / Федеральная служба государственной статистики. URL:

<https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts>

до предпенсионного возраста, а темпы роста населения g_n равны 1% в год. Итоговые параметры модели представлены в таблице 8.

Таблица 8. Параметры модели

Параметр	Оценка	Параметр	Оценка
Возраст, в котором домохозяйство начинает жизнь	$J_i = 20$	Дисперсии перманентных шоков мужчин и женщин	$\sigma_{v^m}^2 = 0,085$ $\sigma_{v^f}^2 = 0,096$
Возраст, в котором мужчины и женщины выходят на пенсии	$J_r^m = 65$ $J_r^f = 60$	Дисперсии транзитивных шоков мужчин и женщин	$\sigma_{u^m}^2 = 0,047$ $\sigma_{u^f}^2 = 0,028$
Возраст, в котором домохозяйство заканчивает жизнь	$J = 100$	Коэффициенты отдачи от возраста для мужчин с высшим образованием	$\kappa_0^{m, Ter} = 4,134$ $\kappa_1^{m, Ter} = 0,05$ $\kappa_2^{m, Ter} = -6,3 * 10^{-4}$
Коэффициент дисконтирования полезности	$\beta = 0,999$	Коэффициенты отдачи от возраста для мужчин без высшего образования	$\kappa_0^{m, Sec} = 4,371$ $\kappa_1^{m, Sec} = 0,021$ $\kappa_2^{m, Sec} = -3,1 * 10^{-4}$
Обратный коэффициент эластичности межвременного замещения потребления	$\theta = 5,391$	Коэффициенты отдачи от возраста для женщин с высшим образованием	$\kappa_0^{f, Ter} = 3,954$ $\kappa_1^{f, Ter} = 0,042$ $\kappa_2^{f, Ter} = -4,3 * 10^{-4}$
Обратные коэффициенты эластичности досуга по Фришу для мужчин и женщин	$\phi_m = 7,168$ $\phi_f = 4,098$	Коэффициенты отдачи от возраста для женщин без высшего образования	$\kappa_0^{f, Sec} = 3,507$ $\kappa_1^{f, Sec} = 0,042$ $\kappa_2^{f, Sec} = -4,8 * 10^{-4}$
Параметры нормировки в функции полезности	$\xi_m = 0,01$ $\xi_f = 0,157$	Ставка подоходного налога	$\tau_w = 13\%$
Коэффициенты чувствительности заработной платы к технологическому прогрессу	$\gamma^{m, Ter} = 0,809$ $\gamma^{m, Sec} = 0,969$ $\gamma^{f, Ter} = 0,931$ $\gamma^{f, Sec} = 1,02$	Параметр прогрессивности шкалы подоходного налога	$\tau_p = 0$
Темпы роста населения и технологического прогресса	$g_n = 1\%$ $g_y = 2\%$	Ставка налога на капитал	$\tau_k = 20\%$
Эластичность выпуска по физическому капиталу	$\alpha = 0,33$	Ставка налога на потребление	$\tau_c = 20\%$
Норма выбытия физического капитала	$\delta = 0,1$	Ставка налога по социальным платежам	$\tau_f = 30\%$
Совокупная факторная производительность	$A = 1$	Доли государственных расходов и пенсий в ВВП	$s_G = 18,1\%$ $s_{Pens} = 8,3\%$

Источник: составлено автором

4.4 Оценка влияния степени прогрессивности шкалы налогообложения трудовых доходов на основные макроэкономические показатели в России

Для того, чтобы установить влияние степени прогрессивности системы налогообложения на экономику, необходимо условиться, на что именно государство будет тратить собранные деньги? Для этого рассмотрим две потенциальные реформы: 1) трансферты зафиксированы на уровне базового сценария, весь профицит бюджета уходит на государственные расходы ($G = T - Tr - Pens$); 2) государственные расходы зафиксированы на уровне базового сценария, весь профицит бюджета уходит на трансферты ($Tr = T - G - Pens$). Затем построим сетку по степени прогрессивности τ_p и для обоих вариантов оценим общее экономическое равновесие в каждой ее точке. Результаты симуляционного анализа представлены на рисунках 14 и 15.

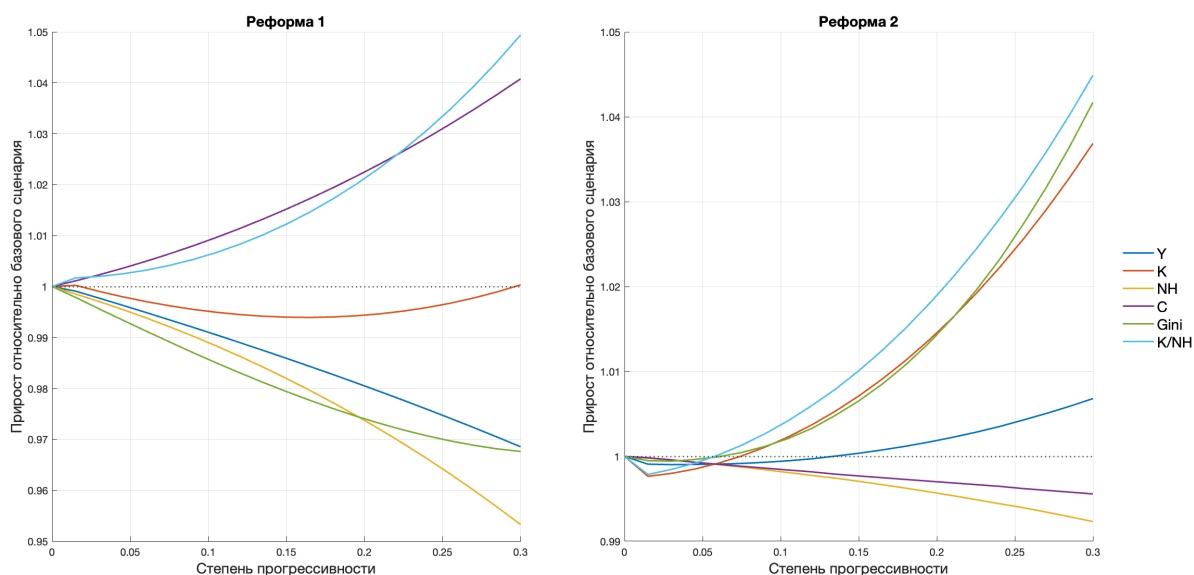


Рисунок 14. Изменение основных макроэкономических показателей по мере увеличения степени прогрессивности налоговой шкалы. Источник: составлено автором

В обоих случаях можно заметить искажающее воздействие налогообложения на труд. Так, если в сценарии, когда профицит бюджета тратится на государственные расходы, снижение агрегированного труда достигает 5% относительно базового сценария, то в ситуации, когда излишки бюджета перераспределяются между домохозяйствами в виде трансфертов, агрегированный труд претерпевает снижение лишь в пределах 1%. Это объясняется тем, что при перераспределении избыточных налоговых поступлений в форме трансфертов агенты получают часть изъятых ресурсов обратно, что снижает общее налоговое бремя и, соответственно, оказывает менее выраженное дестимулирующее воздействие на трудовую активность.

Сокращение предложения труда влечёт за собой, с одной стороны, рост предельного продукта труда и, как следствие, рыночной заработной платы, а с другой стороны – снижение налоговой базы и сокращение поступлений в бюджет. В результате, по мере роста степени прогрессивности налогообложения наблюдается снижение государственных расходов в первом сценарии и уменьшение трансфертов – во втором.

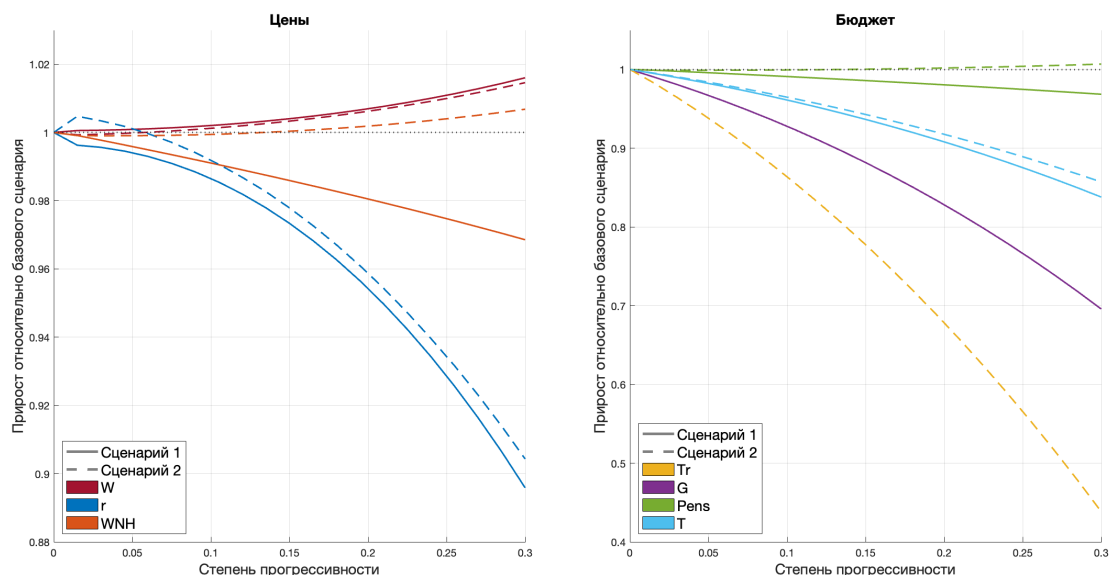


Рисунок 15. Изменение бюджета и цен по мере увеличения степени прогрессивности налоговой шкалы. Источник: составлено автором

Объем капитала в экономике обусловлен тем, сколько агенты сберегают. Заметим, что трансферты и пенсия в данной постановке модели представляют собой безрисковую выплату индивиду. В таком случае в сценарии, когда трансферты зафиксированы и, следовательно, не зависят от интенсивности и производительности труда индивидов, мотив предосторожности ослабевает, что снижает норму сбережения и способствует падению капитала и росту потребления, который достигает 4% относительно сценария с плоской шкалой налогообложения. Однако стоит отметить, что для рассматриваемого сценария наблюдается сокращение пенсий, что может подталкивать индивидов копить больше денег на старость и, как следствие, объяснять постепенный рост запасов капитала начиная примерно с $\tau_p = 0,15$. В альтернативном сценарии размер трансфертов определяется количеством собранных налогов, которые в свою очередь зависят от интенсивности труда. Дестимулирующее воздействие налоговой политики на труд снижает налоговые поступления и, следовательно, размер трансфертов. Таким образом, доля безрисковой составляющей в общем доходе домохозяйства начинает снижаться, за счет чего стимулы к осуществлению накоплений для самострахования растут, что положительным образом сказывается на норме сбережений и объемах капитала в

экономике и объясняет умеренное снижение потребления в пределах 0,5%. Для данного сценария наблюдается лишь незначительное увеличение пенсий по мере роста прогрессивности системы налогообложения, поэтому говорить о значимом ослаблении мотива предосторожности и его воздействии на запасы физического капитала не приходится. Заметим, что в обоих случаях наблюдается рост капиталовооруженности, который объясняет отрицательную динамику процентной ставки.

Реформы оказали абсолютно противоположное воздействие на уровень неравенства, измеряемого индексом Джини, который посчитан на основе всех источников дохода домохозяйства. В первом сценарии домохозяйства копят меньше, а реальный фонд оплаты труда падает. Причем последнее происходит в большей степени за счет наиболее производительных агентов, поэтому неравенство в доходах сокращается. Во втором сценарии эффект обратный – стимулы накапливать богатство и реальный фонд оплаты труда растут, что обуславливает увеличение неравенства в экономике.

При сопоставлении полученных результатов с оценками по другим странам ((Guner et al., 2016) – США, (Serrano-Puente, 2020) – Испания) оказывается, что изменение макроэкономических параметров в ответ на рост степени прогрессивности налоговой системы в России значительно слабее. Почему так происходит?

Реакция домохозяйства на изменения в налоговой политике определяется тремя факторами: отношением к риску, длительностью горизонта планирования и гибкостью предложения труда. В зависимости от комбинации этих факторов реакция на одинаковое налоговое изменение может сильно различаться у разных домохозяйств. Для России она выглядит следующим образом: высокое неприятие риска ($\theta \gg 1$), короткий горизонт планирования ($\beta \ll 1$) и слабая гибкость предложения труда ($\frac{1}{\phi} \ll 1$) (Замниус et al., 2022; Замниус & Полбин, 2021; Коваль & Полбин, 2022). Это означает, что российские домохозяйства проявляют специфическую реакцию на экономические стимулы.

Высокое относительное неприятие риска делает агентов особенно чувствительными к неопределённости. Они стремятся избегать ситуаций, в которых доход или потребление могут сильно колебаться, даже если это означает упущение потенциальной выгоды. В результате они склонны выбирать более стабильные формы занятости и сохраняют высокий уровень предосторожности в потребительском поведении.

Одновременно низкая эластичность предложения труда по Фришу говорит о том, что такие домохозяйства неохотно меняют количество отработанных часов в ответ на изменения в заработной плате. Это снижает их способность гибко адаптироваться к шокам и реформам, затрудняя временное наращивание труда ради компенсации потерь.

Наконец, низкий коэффициент дисконтирования означает, что они придают значительно большее значение текущему потреблению, чем будущему. Это делает их склонными тратить большую часть дохода сразу, ограничивая накопление сбережений и ухудшая способность сглаживать потребление на протяжении жизни.

Заметим, что согласно данным ВОЗ¹³ (рисунок 16), в России вероятность дожития от возраста j до $j + 1$, особенно для мужчин среднего и пожилого возраста, снижается значительно быстрее, чем в большинстве развитых стран. Это – один из ключевых демографических факторов, который отличает Россию от стран с высоким уровнем ожидаемой продолжительности жизни. Именно поэтому уже к 35 годам ожидаемый коэффициент дисконтирования принимает значение 0,95, а к 45 – 0,9, что и обуславливает стремление домохозяйств с низким доходом, уже начиная со среднего возраста, направлять дополнительные средства, перераспределяемые за счет налоговой политики, на потребление, а не сбережения.

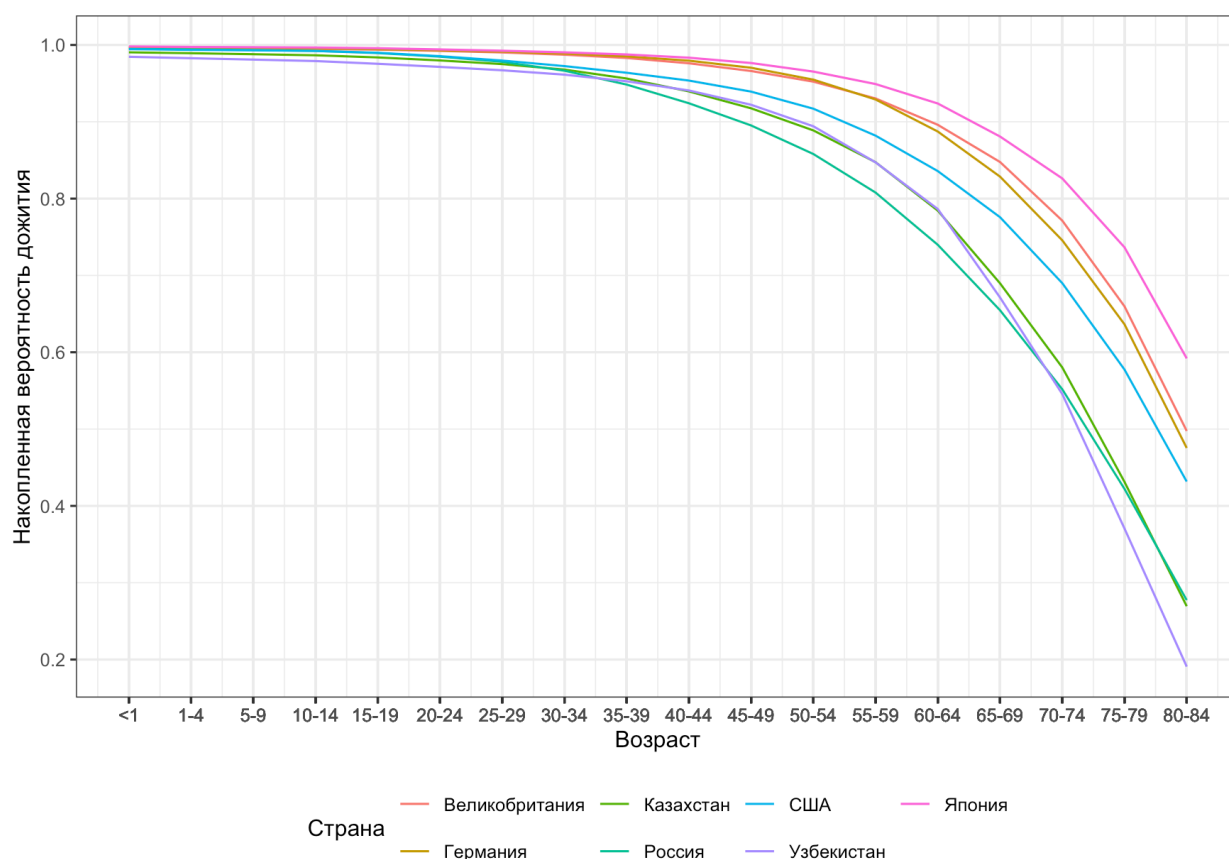


Рисунок 16. Накопленные вероятности дожития для разных стран. Источник: составлено автором

¹³ Global Health Observatory data repository / World Health Organization. URL: <https://apps.who.int/gho/data/node.main.LIFECOUNTRY?lang=en>

В совокупности эти параметры формируют определенный образ экономического агента. Такой агент боится неопределенности, предпочитает стабильность. Он практически не меняет трудовое поведение в ответ на стимулы, при этом любые временные изменения в доходе, например, разовые налоговые льготы или премии, слабо отражаются на трудовой активности, что объясняет относительно слабые потери в эффективности при повышении степени прогрессивности шкалы налогообложения. Вместо изменений в трудовой активности агент реагирует на такие стимулы, в первую очередь, через корректировку потребления, и уже во вторую – сбережений. Ему важно иметь определенный запас сбережений на «черный день», однако в откладывании средств сверх этого запаса он не видит смысла – вместо этого он, скорее, потратит их сейчас. Именно этот факт объясняет, почему неравенство в доходах, измеряемое не только по трудовым, но и нетрудовым источникам, умеренно реагирует на повышение прогрессивности шкалы налогообложения.

Выводы по Главе 4

Представленные в настоящей главе результаты демонстрируют классическую проблему компромисса между справедливостью и эффективностью. Так, в сценарии, когда профицит государственного бюджета идет на потребление государства, трансферты зафиксированы на относительно высоком уровне и не зависят от интенсивности труда, за счет чего мотив предосторожности по мере роста прогрессивности шкалы налогообложения ослабевает. Домохозяйства менее интенсивно трудятся и копят, поэтому уровень неравенства и агрегированный объем капитала снижаются, из-за чего выпуск падает. В альтернативном варианте реформы, когда профицит государственного бюджета идет на трансферты, а государственные расходы фиксированы, объем безрисковых трансфертов падает в силу необходимости финансировать налоговые вычеты для бедных и высокие государственные расходы, из-за чего стимулы к накоплению растут, неравенство увеличивается, и, как следствие, наблюдается умеренный рост выпуска.

Полученные результаты демонстрируют, что реакция российской экономики на повышение степени прогрессивности налогообложения отличается умеренной интенсивностью по сравнению с другими странами. С одной стороны, это объясняется специфическими характеристиками поведения домохозяйств: высоким уровнем неприятия риска, коротким горизонтом планирования и слабой реакцией на изменение заработной платы со стороны предложения труда. Из этого следует, что даже при перераспределении в пользу домохозяйств с низким доходом дополнительный доход, как правило, направляется на текущее потребление, а не на накопление. С другой стороны, нетрудовые доходы

являются основным источником расслоения на верхнем конце распределения. Таким образом, перераспределительный потенциал прогрессивного налогообложения оказывается ограниченным как «сверху» (из-за источника доходов), так и «снизу» (из-за низкой склонности к сбережению).

Исходя из полученных результатов, можно вывести следующие рекомендации для экономической политики в России:

1. **Создавать стимулы к долгосрочному сбережению через институциональные механизмы.** В условиях короткого горизонта планирования и демографических рисков важно развивать добровольные пенсионные накопления, налоговые вычеты на сбережения, долгосрочные финансовые продукты, ориентированные на широкий круг граждан, чтобы усилить мотивацию к формированию устойчивого капитала, не полагаясь только на текущие трансферты. Такая политика снижает зависимость домохозяйств от текущих трансфертов, уменьшает мотивацию к краткосрочной максимизации потребления и способствует сглаживанию потребления в условиях неопределенности.
2. **Сочетать налоговую реформу с демографической и институциональной политикой.** Эффективность прогрессивного налогообложения зависит не только от налоговой базы, но и от демографических и институциональных факторов. Прогрессивное налогообложение будет существенно менее эффективно, если: ожидаемая продолжительность жизни низка (что снижает мотивацию к накоплениям и долгосрочному труду); уровень доверия к государственным институтам остаётся низким (что подрывает эффективность перераспределения и вызывает сомнение в устойчивости системы); нестабильность доходов высока, особенно у низкооплачиваемых слоёв (что усиливает роль предосторожности и ограничивает горизонт планирования). Поэтому реформирование системы налогообложения должно сопровождаться: укреплением пенсионной системы (включая прозрачность и устойчивость обязательных и добровольных накоплений), развитием систем защиты занятости и предсказуемости доходов (например, через контракты, профпереподготовку, страхование по безработице), инвестициями в институты, обеспечивающие правовую защиту, стабильность налоговых условий и обратную связь между налогоплательщиками и государством.
3. **Избегать чрезмерного давления на высокодоходные группы при слабых институтах.** Увеличение прогрессивности в условиях слабой институциональной защиты прав собственности и низкого доверия к государственным институтам может привести к росту теневой экономики, уклонению от налогов или снижению мотивации

к высокопродуктивному труду. При слабом институциональном доверии перераспределение не усиливает стабильность, а может подорвать стимулы, особенно в условиях высокой степени неприятия риска у населения и короткого горизонта планирования, поэтому любые шаги к усилению прогрессивности должны сопровождаться мерами по: повышению прозрачности бюджета (в том числе в части использования доходов от налогов), защите прав собственности и контрактного права, реформированию налоговой службы в сторону большей клиентоориентированности и предсказуемости взаимодействия.

Заключение

В диссертационной работе оценено влияние изменения прогрессивности шкалы налогообложения трудовых доходов на ключевые макроэкономические переменные в России.

В первой главе на основе анализа теоретических и эмпирических исследований были выявлены ключевые предпосылки и методы построения моделей общего равновесия с перекрывающимися поколениями, применяемых для оценки последствий налоговой политики. Установлено, что для получения релевантных результатов в российских условиях модель должна: учитывать различия в траекториях заработных плат мужчин и женщин с разным уровнем образования при существенном влиянии шоков индивидуальной производительности; использовать оценки эластичностей предложения труда, полученные на российских данных; включать совместное решение супругов о трудовой активности и механизм страхования от шоков. Эти элементы легли в основу предлагаемой теоретической структуры модели и позволили выделить ключевые аспекты поведения российских домохозяйств, которые ранее не получали достаточного внимания, но критически важны при построении модели общего равновесия для России. К ним относятся, с одной стороны, динамика и волатильность заработной платы в течение жизненного цикла, а с другой – реакция предложения труда на изменения в доходах. Таким образом, был обоснован набор механизмов, отражающих российскую специфику и ранее системно не учитывавшихся в аналогичных моделях.

Во второй главе представлена модель эволюции заработной платы, позволяющая оценивать внутрикогортные профили доходов без использования классической декомпозиции на возрастные, когортные и временные эффекты. В отличие от предыдущих подходов, модель учитывает эти компоненты через наблюдаемые факторы: возрастную динамику – через квадратичную зависимость от возраста, временные сдвиги – через валовой региональный продукт, а индивидуальные различия – через случайные эффекты, что позволяет устранить проблему совершенной мультиколлинеарности (*Age-Period-Cohort problem*). Это позволяет строить сценарные прогнозы заработных плат для различных социально-демографических групп и использовать их при калибровке моделей общего равновесия для России. Кроме того, модель даёт возможность определить минимальные темпы роста экономики, при которых средняя заработная плата не снижается с возрастом. Полученные оценки показывают, что для стабильного роста доходов до выхода на пенсию экономике необходим рост порядка 2% в год.

В третьей главе были построены оценки эластичностей предложения труда для мужчин и женщин, а также параметры распределения ненаблюдаемых компонент

эволюции заработной платы. Критический обзор эмпирической литературы по оценке эластичности предложения труда показал, что использование лог-линеаризации условий первого порядка задачи домохозяйства позволяет, с одной стороны, устранить основные источники смещения, характерные для подходов, основанных на построении функции предложения труда, а с другой – учесть механизм внутрисемейного страхования через совместное принятие решений о трудовом участии супругов, который ранее оставался вне рамок подобных оценок по России. Результаты свидетельствуют о том, что для России характерна значительно более высокая вариация перманентной составляющей ненаблюдаемой части динамики заработных плат, чем для других стран, что согласуется с концепцией «российской модели рынка труда». Волатильность временной компоненты оказалась выше для мужчин, а волатильность постоянной – для женщин, что объясняется разницей в трудовой мобильности. При этом обнаружен существенный вклад ошибок измерения в объяснение вариации заработной платы. Также выбранный метод позволяет оценить прямые и перекрестные коэффициенты эластичности предложения труда для мужчин и женщин. Принимая во внимание высокую волатильность зарплатных шоков в России, существенную роль в сглаживании траектории потребления во времени играет эффект дополнительного работника, поэтому учет этого механизма страхования важен как для построения корректной оценки эластичности предложения труда, так и для моделирования влияния изменений в области прогрессивного налогообложения трудовых доходов. Сами оценки эластичностей предложения труда демонстрируют умеренную реакцию отработанных часов как на длительные, так и на временные шоки заработных плат, что так же подтверждает гипотезу о «российской модели рынка труда».

В четвёртой главе представлена стохастическая модель общего равновесия с перекрывающимися поколениями, которая расширяет предыдущую модель жизненного цикла и учитывает гетерогенность домохозяйств по уровню образования. В отличие от большинства аналогичных работ, модель включает как временные, так и постоянные компоненты доходной неопределённости для каждого из супругов, а страхование осуществляется не только через накопления, но и через совместное трудовое участие. Это позволяет более реалистично описывать поведение российских домохозяйств в условиях существенной неопределённости. Модель откалибрована на основе ранее полученных параметров задачи домохозяйства и используется для численного анализа последствий изменения прогрессивности подоходного налога для макроэкономических показателей.

С использованием разработанной модели общего равновесия проведён численный анализ последствий изменения прогрессивности подоходного налога для макроэкономических показателей в России. Оценка основана на двух сценариях

бюджетного перераспределения: с фиксированными трансфертами и с фиксированными государственными расходами. Полученные результаты выявляют стандартный компромисс между эффективностью и справедливостью: при усилении прогрессивности снижаются стимулы к труду и сбережению, сокращаются неравенство, накопления и выпуск; при перераспределении через трансферты эти эффекты ослабляются или обращаются. Влияние прогрессивного налогообложения в российском контексте оказалось менее выраженным, чем в других странах, что объясняется слабой эластичностью предложения труда и высокой степенью неприятия риска. Новизна анализа заключается в его проведении на основе модели, откалиброванной на реалистичных параметрах российской экономики, включая индивидуальные доходные траектории и оценки поведенческих параметров.

Численный имитационный анализ на базе разработанной модели общего равновесия позволил оценить влияние изменения прогрессивности шкалы подоходного налога на ключевые макроэкономические переменные в России. Оценка проводилась на базе двух сценариев распределения средств государственного бюджета при различных значениях параметра прогрессивности шкалы налогообложения: 1) трансферты зафиксированы на уровне базового сценария, весь профицит бюджета уходит на государственные расходы; 2) государственные расходы зафиксированы на уровне базового сценария, весь профицит бюджета уходит на трансферты. Результаты демонстрируют классическую проблему компромисса между справедливостью и эффективностью. Так, по мере роста степени прогрессивности в первом сценарии наблюдается ослабление мотива предосторожности, из-за чего домохозяйства менее интенсивно трудятся и копят, уровень неравенства и агрегированный объем капитала снижаются, и следовательно, выпуск падает. Для альтернативного сценария наблюдаются противоположные эффекты. При сопоставлении численных оценок с другими странами оказалось, что прогрессивное налогообложение оказывает относительно слабое влияние на уровень неравенства и выпуска в РФ. С одной стороны, это объясняется специфическими характеристиками поведения домохозяйств: высоким уровнем неприятия риска, коротким горизонтом планирования и слабой реакцией на изменение заработной платы со стороны предложения труда. Из этого следует, что даже при перераспределении в пользу домохозяйств с низким доходом дополнительный доход, как правило, направляется на текущее потребление, а не на накопление. С другой стороны, нетрудовые доходы являются основным источником расслоения на верхнем конце распределения. Таким образом, перераспределительный потенциал прогрессивного налогообложения оказывается ограниченным как «сверху» (из-за источника доходов), так и «снизу» (из-за низкой склонности к сбережению). Новизна анализа заключается в его проведении на основе модели, откалиброванной на

реалистичных параметрах российской экономики, включая индивидуальные зарплатные траектории и оценки поведенческих параметров.

Полученные результаты позволяют сформулировать ряд рекомендаций для экономической политики в России. Во-первых, необходимо создавать стимулы к долгосрочному сбережению через развитие добровольных пенсионных программ, налоговых льгот и доступных финансовых инструментов, что позволит домохозяйствам лучше справляться с неопределённостью и снизит их зависимость от текущих трансфертов. Во-вторых, налоговая реформа должна быть согласована с демографической и институциональной политикой, поскольку эффективность прогрессивного налогообложения определяется не только структурой доходов, но и такими факторами, как доверие к государству, стабильность доходов и продолжительность жизни. В-третьих, усиление прогрессивности требует осторожности в условиях слабых институтов, поскольку без сопутствующих институциональных реформ оно может подорвать стимулы к труду, привести к уходу доходов в тень и снизить эффективность перераспределения.

Библиографический список

1. Аистов, А. В. (2018). Доходы респондентов разных поколений. *Прикладная Эконометрика*, 50(2), 23–42.
2. Вакуленко, Е. С., & Гурвич, Е. Т. (2015). Моделирование механизмов российского рынка труда. *Вопросы Экономики*, 11, 5–29.
3. Вакуленко, Е. С., & Гурвич, Е. Т. (2016). Гибкость реальной заработной платы в России: сравнительный анализ. *Журнал Новой Экономической Ассоциации*, 3, 67.
4. Гимпельсон, В. Е. (2019). Возраст и заработная плата: стилизованные факты и российские особенности. *Экономический Журнал Высшей Школы Экономики*, 23(2).
5. Гимпельсон, В. Е., & Зинченко, Д. И. (2019). Цена возраста: заработная плата работников в старших возрастах. *Вопросы Экономики*, 11, 35–62.
6. Гуртов, В., & Степуть, И. (2017). Российский рынок труда в годы кризисных процессов в экономике. *Общество и Экономика*, 81–91.
7. Денисова, И. А., & Карцева, М. А. (2007). Преимущества инженерного образования: оценка отдачи на образовательные специальности в России. *Прикладная Эконометрика*, 1(5), 30–57.
8. Дробышевский, С. М., & Полбин, А. В. (2014). *Построение динамической стохастической модели общего равновесия для российской экономики*. Издательство Института Гайдара.
9. Замниус, А. В., & Полбин, А. В. (2021). Оценка межвременной эластичности замещения предложения труда для замужних женщин в России. *Прикладная Эконометрика*, 64(4), 23.
10. Замниус, А. В., Полбин, А. В., & Синельников-Мурылев, С. Г. (2022). Эластичность предложения труда по заработной плате у женатых мужчин в России. *Экономический Журнал Высшей Школы Экономики*, 26(2), 177–212.
11. Замниус, А. В., Полбин, А. В., & Синельников-Мурылев, С. Г. (2023). Заработная плата, возраст и экономический рост: оценки для России. *Вопросы Экономики*, 6, 94–116.
12. Замниус, А. В. (2025). Оценка макроэкономических эффектов изменения прогрессивности шкалы налогообложения в рамках OLG-модели. *Экономика. Налоги. Право*, 22(4), 141–155.
13. Замниус, А. В., & Шпилевая, А. Е. (2025). Оптимальное налогообложение и пенсионные системы в моделях перекрывающихся поколений. *Научные Исследования Экономического Факультета. Электронный Журнал*, 17(3), 53–84.

14. Зубарев, А. В., & Нестерова, К. В. (2019). Оценка последствий пенсионной реформы в России в глобальной CGE-OLG модели. *Экономический Журнал Высшей Школы Экономики*, 23(3), 384–417.
15. Зубарев, А. В., & Нестерова, К. В. (2022). Фискальная консолидация в условиях пандемии. *Вопросы Экономики*, 7, 5–26. <https://doi.org/https://doi.org/10.32609/0042-8736-2022-7-5-26>
16. Капелюшников, Р. И. (2001). Российский рынок труда: адаптация без реструктуризации. *Экономическая Социология*, 2(2).
17. Капелюшников, Р. И. (2009). *Конец российской модели рынка труда*. Фонд “Либеральная миссия.”
18. Клепикова, Е. А. (2016). Эластичность предложения на российском рынке труда. *Вопросы Экономики*, 9, 111–128.
19. Клепикова, Е. А., & Колосницына, М. Г. (2017). Эйджизм на российском рынке труда: дискриминация в заработной плате. *Российский Журнал Менеджмента*, 15(1), 69–88.
20. Коваль, П. К., & Полбин, А. В. (2020). Оценка роли постоянных и транзитивных шоков в динамике потребления и дохода в РФ. *Прикладная Эконометрика*, 57(1), 6–29.
21. Коваль, П. К., & Полбин, А. В. (2022). Оценка потребительского поведения домохозяйств в РФ. *Вопросы Экономики*, 3, 98–117.
22. Ларин, А. В., Максимов, А. Г., & Чернова, Д. В. (2016). Эластичность предложения труда по заработной плате в России. *Прикладная Эконометрика*, 41(1), 47–61.
23. Лежнина, Ю. П. (2013). Трансформация гендерных ролей в современной России. *Общественные Науки и Современность*, 4, 165–176.
24. Мальцева, И. О., & Роцин, С. Ю. (2006). *Гендерная сегрегация и трудовая мобильность на российском рынке труда*. Издательский дом ГУ ВШЭ.
25. Мартянова, Е. В., & Полбин, А. В. (2022). Анализ динамики доходов домохозяйств России на основе базы данных РМЭЗ. *Финансы: Теория и Практика*, 26(6), 271–287.
26. Мартянова, Е. В., & Полбин, А. В. (2024). Сценарная оценка макроэкономических эффектов прогрессивного налогообложения в России. *Финансовый Журнал*, 16(1), 8–30.
27. Туманова, Е. А., & Шагас, Н. Л. (2004). *Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода*. ИНФРА-М.
28. Шпилевая, А. Е., Полбин, А. В., & Синельников-Мурылев, С. Г. (2023). Разработка OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению для анализа политики в сфере высшего образования. *Экономический Журнал Высшей*

29. Шпилевая, А. Е., Полбин, А. В., & Синельников-Мурылев, С. Г. (2024). Имитационный анализ OLG-модели с гетерогенными предпочтениями и способностями к обучению. *Экономический Журнал Высшей Школы Экономики*, 1, 44–80.
30. Aaberge, R., Colombino, U., & Strøm, S. (2000). Labor supply responses and welfare effects from replacing current tax rules by a flat tax: Empirical evidence from Italy, Norway and Sweden. *Journal of Population Economics*, 13(4), 595–621. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s001480050153>
31. Aaron, H., & Pechman, J. (1981). *How Taxes Affect Economic Behavior*. Washington, DC: Brookings Institution.
32. Aiyagari, S. R. (1994). Uninsured idiosyncratic risk and aggregate saving. *The Quarterly Journal of Economics*, 109(3), 659–684. <https://doi.org/https://doi.org/10.2307/2118417>
33. Aiyagari, S. R. (1995). Optimal capital income taxation with incomplete markets, borrowing constraints, and constant discounting. *Journal of Political Economy*, 103(6), 1158–1175.
34. Alogoskoufis, G. S. (1987). On intertemporal substitution and aggregate labor supply. *Journal of Political Economy*, 95(5), 938–960.
35. Altig, D., Auerbach, A. J., Kotlikoff, L. J., Smetters, K. A., & Walliser, J. (2001). Simulating fundamental tax reform in the United States. *American Economic Review*, 91(3), 574–595.
36. Altonji, J. G. (1982). The intertemporal substitution model of labour market fluctuations: An empirical analysis. *The Review of Economic Studies*, 49(5), 783–824.
37. Altonji, J. G. (1986). Intertemporal substitution in labor supply: Evidence from micro data. *Journal of Political Economy*, 94(3), 176–215.
38. Andrews, M. (1987). The aggregate labour market: an empirical investigation into market-clearing for the UK. *The Economic Journal*, 97(385), 157–176.
39. Andrews, M., & Nickell, S. (1982). Unemployment in the United Kingdom since the War. *The Review of Economic Studies*, 49(5), 731–759.
40. Ardington, C., Case, A., & Hosegood, V. (2009). Labor supply responses to large social transfers: Longitudinal evidence from South Africa. *American Economic Journal: Applied Economics*, 1(1), 22–48. <https://doi.org/https://doi.org/10.1257/app.1.1.22>
41. Arpaia, A., & Mourre, G. (2012). Institutions and performance in European labour markets: taking a fresh look at evidence. *Journal of Economic Surveys*, 26(1), 1–41. <https://doi.org/https://doi.org/10.2765/30670>
42. Ashenfelter, O., & Heckman, J. (1972). *Estimating Labor Supply Functions* (Working

- Papers, Issue 409). Princeton University, Department of Economics, Industrial Relations Section. <https://econpapers.repec.org/RePEc:pri:indrel:34>
43. Attanasio, O., Berloffa, G., Blundell, R., & Preston, I. (2002). From earnings inequality to consumption inequality. *The Economic Journal*, 112(478), C52–C59.
 44. Attanasio, O., & Lechene, V. (2002). Tests of income pooling in household decisions. *Review of Economic Dynamics*, 5(4), 720–748. <https://doi.org/https://doi.org/10.1006/redy.2002.0191>
 45. Attanasio, O., Levell, P., Low, H., & Sánchez-Marcos, V. (2018a). Aggregating Elasticities: Intensive and Extensive Margins of Women’s Labor Supply. *Econometrica*, 86(6), 2049–2082. <https://doi.org/10.3982/ecta15067>
 46. Attanasio, O., Levell, P., Low, H., & Sánchez-Marcos, V. (2018b). Aggregating Elasticities: Intensive and Extensive Margins of Women’s Labor Supply. *Econometrica*, 86(6), 2049–2082. <https://doi.org/https://doi.org/10.3982/ECTA15067>
 47. Attanasio, O., Low, H., & Sánchez-Marcos, V. (2005). Female labor supply as insurance against idiosyncratic risk. *Journal of the European Economic Association*, 3(2–3), 755–764.
 48. Attanasio, O., Low, H., & Sánchez-Marcos, V. (2008). Explaining changes in female labor supply in a life-cycle model. *American Economic Review*, 98(4), 1517–1552.
 49. Auerbach, A. J., & Kotlikoff, L. J. (1987). Dynamic fiscal policy. In *(No Title)*. Cambridge U.P.
 50. Bargain, O., & Peichl, A. (2013). Steady-state labor supply elasticities: A survey. *ZEW-Centre for European Economic Research Discussion Paper*, 13–084.
 51. Becker, G. S. (1994). *Human capital: A theoretical and empirical analysis, with special reference to education*. University of Chicago press.
 52. Bell, M., Charles-Edwards, E., Ueffing, P., Stillwell, J., Kupiszewski, M., & Kupiszewska, D. (2015). Internal migration and development: Comparing migration intensities around the world. *Population and Development Review*, 41(1), 33–58.
 53. Ben-Porath, Y. (1967). The production of human capital and the life cycle of earnings. *Journal of Political Economy*, 75(4, Part 1), 352–365.
 54. Bentham, J. (1781). An introduction to the principles of morals and legislation. *History of Economic Thought Books*.
 55. Benzell, S. G., Goryunov, E., Kazakova, M., Kotlikoff, L. J., LaGarda, G., Nesterova, K., & Zubarev, A. (2015). *Simulating Russia’s and other large economies’ challenging and interconnected transitions* (No. 21269). National Bureau of Economic Research.
 56. Benzell, S. G., Kotlikoff, L. J., LaGarda, G., & Ye, V. Y. (2021). *Simulating endogenous global automation* (No. 29220). National Bureau of Economic Research.

57. Bessudnov, A. (2011). *Essays in occupational social class and status in post-Soviet Russia*. Oxford University, UK.
58. Bewley, T. (1983). A difficulty with the optimum quantity of money. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 51(5), 1485–1504.
<https://doi.org/https://doi.org/10.2307/1912286>
59. Bick, A., Brüggemann, B., & Fuchs-Schündeln, N. (2014). Labor supply along the extensive and intensive margin: Cross-country facts and time trends by gender. *Manuscript, Arizona State University*.
60. Bielecki, M., Brzoza-Brzezina, M., & Kolasa, M. (2020). Demographics and the natural interest rate in the euro area. *European Economic Review*, 129, 103535.
61. Blanchard, O. (2006). European unemployment: the evolution of facts and ideas. *Economic Policy*, 21(45), 6–59.
62. Blanchard, O., & Wolfers, J. (2000). The role of shocks and institutions in the rise of European unemployment: the aggregate evidence. *The Economic Journal*, 110(462), C1–C33.
63. Blandin, A., & Peterman, W. B. (2019). Taxing capital? The importance of how human capital is accumulated. *European Economic Review*, 119, 482–508.
64. Blomquist, N. S. (1983). The effect of income taxation on the labor supply of married men in Sweden. *Journal of Public Economics*, 22(2), 169–197.
65. Blundell, R. (1987). Econometric approaches to the specification of life cycle labour supply and commodity demand behaviour. *Econometric Reviews*, 6(1), 103–165.
66. Blundell, R., Chiappori, P.-A., & Meghir, C. (2005). Collective labor supply with children. *Journal of Political Economy*, 113(6), 1277–1306.
67. Blundell, R., Low, H., & Preston, I. (2013). Decomposing changes in income risk using consumption data. *Quantitative Economics*, 4(1), 1–37.
68. Blundell, R., & MaCurdy, T. (1999). Labor supply: A review of alternative approaches. In *Handbook of labor economics* (Vol. 3, pp. 1559–1695). Elsevier.
69. Blundell, R., Meghir, C., Symons, E., & Walker, I. (1988). Labour supply specification and the evaluation of tax reforms. *Journal of Public Economics*, 36(1), 23–52.
70. Blundell, R., Pistaferri, L., & Preston, I. (2008). Consumption inequality and partial insurance. *American Economic Review*, 98(5), 1887–1921.
71. Blundell, R., Pistaferri, L., & Saporta-Eksten, I. (2016). Consumption inequality and family labor supply. *American Economic Review*, 106(2), 387–435.
72. Blundell, R., Pistaferri, L., & Saporta-Eksten, I. (2018). Children, time allocation, and consumption insurance. *Journal of Political Economy*, 126(S1), S73–S115.

73. Blundell, R., & Walker, I. (1986). A life-cycle consistent empirical model of family labour supply using cross-section data. *The Review of Economic Studies*, 53(4), 539–558.
74. Boeri, T., & Van Ours, J. (2013). *The economics of imperfect labor markets*. Princeton University Press.
75. Bound, J., Brown, C., Duncan, G. J., & Rodgers, W. L. (1994). Evidence on the validity of cross-sectional and longitudinal labor market data. *Journal of Labor Economics*, 12(3), 345–368.
76. Browning, M. J., Deaton, A., & Irish, M. (1985). A profitable approach to labor supply and commodity demands over the life-cycle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 503–543.
77. Cagetti, M. (2003). Wealth accumulation over the life cycle and precautionary savings. *Journal of Business & Economic Statistics*, 21(3), 339–353.
78. Cameron, A. C., & Miller, D. L. (2015). A practitioner's guide to cluster-robust inference. *Journal of Human Resources*, 50(2), 317–372.
<https://doi.org/https://doi.org/10.3368/jhr.50.2.317>
79. Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2005). *Microeconometrics: methods and applications*. Cambridge University Press.
80. Campbell, J. Y. (1993). Intertemporal asset pricing without consumption data. *American Economic Review*, 83(3), 487–512.
81. Carroll, C. D. (2006). The method of endogenous gridpoints for solving dynamic stochastic optimization problems. *Economics Letters*, 91(3), 312–320.
82. Chamley, C. (1986). Optimal taxation of capital income in general equilibrium with infinite lives. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 54(3), 607–622.
83. Chang, Y., Kim, S.-B., Kwon, K., & Rogerson, R. (2018). Individual and Aggregate Labor Supply in Heterogeneous Agent Economies with Intensive and Extensive Margins. *NBER Working Paper 24985*. <http://www.nber.org/papers/w24985>
84. Charni, K. (2019). Can Cohort Effects Explain the Decline of Earnings for Older Workers? Evidence from France and Great Britain. *LABOUR*, 33(3), 306–350.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1111/labr.12149>
85. Chernina, E., & Gimpelson, V. (2023). Do wages grow with experience? Deciphering the Russian puzzle. *Journal of Comparative Economics*, 51(2), 545–563.
86. Chetty, R., Guren, A., Manoli, D., & Weber, A. (2011). Are micro and macro labor supply elasticities consistent? A review of evidence on the intensive and extensive margins. *American Economic Review*, 101(3), 471–475.
87. Clar, M., Dreger, C., & Ramos, R. (2007). Wage Flexibility and Labour Market Institutions:

- A Meta-Analysis. *Kyklos*, 60(2), 145–163.
88. Conesa, J. C., Kitao, S., & Krueger, D. (2009). Taxing capital? Not a bad idea after all! *American Economic Review*, 99(1), 25–48.
 89. Conesa, J. C., & Krueger, D. (2006). On the optimal progressivity of the income tax code. *Journal of Monetary Economics*, 53(7), 1425–1450.
 90. Da Costa, C. E., & Santos, M. R. (2018). Age-Dependent Taxes with Endogenous Human Capital Formation. *International Economic Review*, 59(2), 785–823.
 91. De Nardi, M. (2004). Wealth inequality and intergenerational links. *The Review of Economic Studies*, 71(3), 743–768.
 92. de Seve, C. W. (1991). The Relationship Between Age, Earnings and the Net Discount Rate Revisited. *Journal of Forensic Economics*, 5(1), 67–70.
 93. Deaton, A., & Muellbauer, J. (1980). *Economics and consumer behavior*. Cambridge university press.
 94. Devereux, P. J. (2003). Changes in male labor supply and wages. *ILR Review*, 56(3), 409–428.
 95. Doepke, M., & Tertilt, M. (2016). Families in macroeconomics. In *Handbook of macroeconomics* (Vol. 2, pp. 1789–1891). Elsevier.
 96. Domeij, D., & Floden, M. (2006). The labor-supply elasticity and borrowing constraints: Why estimates are biased. *Review of Economic Dynamics*, 9(2), 242–262.
 97. Douglas, P. H. (1934). *Theory of wages*. MacMillan Company, New York.
 98. Erosa, A., & Gervais, M. (2002). Optimal taxation in life-cycle economies. *Journal of Economic Theory*, 105(2), 338–369.
 99. Evers, M., De Mooij, R., & Van Vuuren, D. (2008). The wage elasticity of labour supply: a synthesis of empirical estimates. *De Economist*, 156(1), 25–43.
 100. Fehr, H., Jokisch, S., Kambhampati, A., & Kotlikoff, L. J. (2013). *Simulating the elimination of the US corporate income tax* (No. 19757). National Bureau of Economic Research.
 101. Fehr, H., Jokisch, S., & Kotlikoff, L. J. (2004). The Role of Immigration in Dealing with the Developed World's Demographic Transition. *FinanzArchiv / Public Finance Analysis*, 60(3), 296–324.
 102. Fehr, H., Kallweit, M., & Kindermann, F. (2012). Pension reform with variable retirement age: a simulation analysis for Germany. *Journal of Pension Economics & Finance*, 11(3), 389–417.
 103. Fiorito, R., & Zanella, G. (2012). The anatomy of the aggregate labor supply elasticity. *Review of Economic Dynamics*, 15(2), 171–187. <https://doi.org/10.1016/j.red.2012.01.002>

- 104.Freestone, O. (2020). *Economic inequality over the life cycle in Australia*. The Australian National University.
- 105.French, S., & Stafford, T. (2017). Returns to Experience and the Elasticity of Labor Supply. *UNSW Business School Research Paper*, 2017–15.
- 106.Friedman, M. (1957). *Theory of the consumption function*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- 107.Frondel, M., & Vance, C. (2010). Fixed, random, or something in between? A variant of Hausman's specification test for panel data estimators. *Economics Letters*, 107(3), 327–329.
- 108.Gervais, M. (2012). On the optimality of age-dependent taxes and the progressive US tax system. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36(4), 682–691.
- 109.Ghez, G., & Becker, G. S. (1975). The Allocation of Time Over the Life Cycle. In *The Allocation of Time and Goods over the Life Cycle* (pp. 83–132). National Bureau of Economic Research, Inc. <https://doi.org/10.2307/2228949>
- 110.Gimpelson, V., & Kapeliushnikov, R. (2013). Labor market adjustment: is Russia different? In M. Alexeev & S. Weber (Eds.), *The Oxford Handbook of the Russian Economy*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199759927.013.0012>
- 111.Gimpelson, V., & Lippoldt, D. (2002). *The Russian labour market: Between transition and turmoil*. Rowman & Littlefield Publishers.
- 112.González, R., & Sala, H. (2015). The frisch elasticity in the mercosur countries: A pseudo-panel approach. *Development Policy Review*, 33(1), 107–131. <https://doi.org/10.1111/dpr.12094>
- 113.Gorman, W. M. (1959). Separable utility and aggregation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 27(3), 469–481.
- 114.Gorman, W. M. (1968). The structure of utility functions. *The Review of Economic Studies*, 35(4), 367–390.
- 115.Gottschalk, P., & Moffitt, R. (2009). The rising instability of US earnings. *Journal of Economic Perspectives*, 23(4), 3–24.
- 116.Greenberg, D. H., & Kusters, M. (1970). *Income Guarantees and the Working Poor: The Effect of Income Maintenance Programs on the Hours of Work of Male Family Heads*.
- 117.Guner, N., Kaygusuz, R., & Ventura, G. (2012). Taxation and household labour supply. *The Review of Economic Studies*, 79(3), 1113–1149.
- 118.Guner, N., Lopez-Daneri, M., & Ventura, G. (2016). Heterogeneity and government revenues: Higher taxes at the top? *Journal of Monetary Economics*, 80, 69–85.
- 119.Haan, P., & Prowse, V. L. (2017). *Optimal social assistance and unemployment insurance in a life-cycle model of family labor supply and savings* (No. 1468; DIW Berlin Discussion

Paper).

120. Hall, R. E. (1970). Wages, income and hours of work in the US labor force. *Massachusetts Institute of Technology (MIT), Department of Economics*, 62.
121. Hall, R. E. (1978). Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: theory and evidence. *Journal of Political Economy*, 86(6), 971–987.
122. Hall, R. E. (1979). *Labor supply and aggregate fluctuations*. National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA.
123. Hansen, G. D. (1985). Indivisible labor and the business cycle. *Journal of Monetary Economics*, 16(3), 309–327.
124. Hausman, J. A. (1978). Specification tests in econometrics. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1251–1271.
125. Hausman, J. A. (1985). Taxes and labor supply. In *Handbook of public economics* (Vol. 1, pp. 213–263). Elsevier.
126. Heathcote, J., Storesletten, K., & Violante, G. L. (2014). Consumption and labor supply with partial insurance: An analytical framework. *American Economic Review*, 104(7), 2075–2126.
127. Heckman, J. J. (1974). Shadow prices, market wages, and labor supply. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 42(4), 679–694.
128. Heckman, J. J. (1976). Estimates of a human capital production function embedded in a life-cycle model of labor supply. In *Household production and consumption* (pp. 225–264). NBER.
129. Heckman, J. J. (1993). What has been learned about labor supply in the past twenty years? *The American Economic Review*, 83(2), 116–121.
130. Heckman, J. J., & MaCurdy, T. E. (1980). A life cycle model of female labour supply. *The Review of Economic Studies*, 47(1), 47–74.
131. Holter, H. A., Krueger, D., & Stepanchuk, S. (2019). How do tax progressivity and household heterogeneity affect Laffer curves? *Quantitative Economics*, 10(4), 1317–1356.
132. Horowitz, J. L. (2001). The bootstrap. In *Handbook of econometrics* (Vol. 5, pp. 3159–3228). Elsevier.
133. Hsu, Y.-H., Yoshida, H., & Chen, F. (2022). The impacts of population aging on China's economy. *Global Journal of Emerging Market Economies*, 14(1), 105–130.
134. Huggett, M. (1993). The risk-free rate in heterogeneous-agent incomplete-insurance economies. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17(5–6), 953–969.
[https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0165-1889\(93\)90024-M](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0165-1889(93)90024-M)
135. Hyslop, D. R. (2001). Rising US earnings inequality and family labor supply: The

- covariance structure of intrafamily earnings. *American Economic Review*, 91(4), 755–777.
136. Imai, S., & Keane, M. P. (2004). Intertemporal labor supply and human capital accumulation. *International Economic Review*, 45(2), 601–641.
 137. Iskhakov, F., & Keane, M. (2021). Effects of taxes and safety net pensions on life-cycle labor supply, savings and human capital: The case of Australia. *Journal of Econometrics*, 223(2), 401–432.
 138. Jovanovic, B. (1984). Matching, turnover, and unemployment. *Journal of Political Economy*, 92(1), 108–122.
 139. Judd, K. L. (1985). Redistributive taxation in a simple perfect foresight model. *Journal of Public Economics*, 28(1), 59–83.
 140. Judd, K. L. (1999). Optimal taxation and spending in general competitive growth models. *Journal of Public Economics*, 71(1), 1–26.
 141. Juhn, C., & Potter, S. (2007). *Is there still an added worker effect?* (No. 310). FRB of New York Staff Report.
 142. Karabarbounis, M. (2016). A road map for efficiently taxing heterogeneous agents. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 8(2), 182–214.
 143. Keane, M. P. (2011). Labor supply and taxes: A survey. *Journal of Economic Literature*, 49(4), 961–1075. <https://doi.org/10.1257/jel.49.4.961>
 144. Keane, M. P. (2016). Life-cycle labour supply with human capital: econometric and behavioural implications. *The Economic Journal*, 126(592), 546–577.
 145. Keane, M. P. (2022). Recent research on labor supply: Implications for tax and transfer policy. *Labour Economics*, 77, 102026.
 146. Keane, M. P., & Wasi, N. (2016). Labour supply: the roles of human capital and the extensive margin. *The Economic Journal*, 126(592), 578–617.
 147. Kooreman, P., & Ridder, G. (1983). The effects of age and unemployment percentage on the duration of unemployment: Evidence from aggregate data. *European Economic Review*, 20(1–3), 41–57.
 148. Kornstad, T. (1995). *Empirical life cycle models of labour supply and consumption*. Statistik sentralbyrå.
 149. Kosters, M. H. (1966). *Income and substitution parameters in a family labor supply model*. University of Chicago.
 150. Kotlikoff, L. J., Smetters, K., & Walliser, J. (2001). *Finding a way out of America's demographic dilemma* (No. 8258). National Bureau of Economic Research.
 151. Kotlikoff, L. J., Smetters, K., & Walliser, J. (2007). Mitigating America's demographic dilemma by pre-funding social security. *Journal of Monetary Economics*, 54(2), 247–266.

152. Kubota, K. (2021). Partial insurance in Japan. *The Japanese Economic Review*, 72(2), 299–328.
153. Kydland, F. E. (1995). *Business Cycles and Aggregate Labor Market Fluctuations*. Princeton University Press.
154. Lewis, W. C. (1989). On the relationship between age, earnings, and the net discount rate. *Journal of Forensic Economics*, 2(3), 69–77.
155. Lucas, R. E., & Rapping, L. A. (1969). Real wages, employment, and inflation. *Journal of Political Economy*, 77(5), 721–754.
156. Lundberg, S. (1985). The added worker effect. *Journal of Labor Economics*, 3(1, Part 1), 11–37.
157. MaCurdy, T. E. (1981). An empirical model of labor supply in a life-cycle setting. *Journal of Political Economy*, 89(6), 1059–1085.
158. MaCurdy, T. E. (1982). The use of time series processes to model the error structure of earnings in a longitudinal data analysis. *Journal of Econometrics*, 18(1), 83–114.
159. MaCurdy, T. E. (1983). A Simple Scheme for Estimating an Intertemporal Model of Labor Supply and Consumption in the Presence of Taxes and Uncertainty. *International Economic Review*, 24(2), 265–289. <https://doi.org/10.2307/2648746>
160. MaCurdy, T. E. (1985). Interpreting empirical models of labor supply in an intertemporal framework with uncertainty. In *Longitudinal analysis of labor market data* (pp. 148–170). Cambridge University Press, Cambridge.[148, 170].
161. Maddala, G. S. (1971). The use of variance components models in pooling cross section and time series data. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 39(2), 341–358.
162. Magnac, T., & Roux, S. (2021). Heterogeneity and wage inequalities over the life cycle. *European Economic Review*, 134, 103715.
163. Mankiw, N. G., Rotemberg, J. J., & Summers, L. H. (1985). Intertemporal substitution in macroeconomics. *The Quarterly Journal of Economics*, 100(1), 225–251.
164. McCallum, B. T. (1976). Rational expectations and the estimation of econometric models: An alternative procedure. *International Economic Review*, 484–490.
165. Meghir, C., & Pistaferri, L. (2004). Income variance dynamics and heterogeneity. *Econometrica*, 72(1), 1–32.
166. Mincer, J. (1962). Labor Force Participation of Married Women: A Study of Labor Supply. In *Aspects of Labor Economics* (Vol. 1, Issue 6). [https://doi.org/10.1016/S1574-0692\(06\)01007-5](https://doi.org/10.1016/S1574-0692(06)01007-5)
167. Mincer, J. (1974). *Schooling, Experience, and Earnings*. National Bureau of Economic Research. <https://books.google.ru/books?id=9IGqAAAAIAAJ>

- 168.Mirrlees, J. (1971). An exploration in the theory of optimum income taxation. *The Review of Economic Studies*, 38(2), 175–208.
- 169.Mirrlees, J., Adam, S., Besley, T., Blundell, R., Bond, S., Chote, R., Gammie, M., Johnson, P., Myles, G., & Poterba, J. (2011). The Mirrlees Review: conclusions and recommendations for reform. *Fiscal Studies*, 32(3), 331–359.
- 170.Modigliani, F. (1966). The life cycle hypothesis of saving, the demand for wealth and the supply of capital. *Social Research*, 33(2), 160–217.
- 171.Moulton, B. R. (1990). An illustration of a pitfall in estimating the effects of aggregate variables on micro units. *The Review of Economics and Statistics*, 72(2), 334–338.
<https://doi.org/https://doi.org/10.2307/2109724>
- 172.Mroz, T. A. (1987). The sensitivity of an empirical model of married women’s hours of work to economic and statistical assumptions. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 765–799.
- 173.Nesterova, K. V. (2024). Estimating the effect of Progressive Personal Income Tax Schedule for Russia in a global CGE-OLG model. *Journal of Tax Reform*, 10(2), 334–354.
- 174.Neyman, J., & Scott, E. L. (1948). Consistent estimates based on partially consistent observations. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 16(1), 1–32.
- 175.Ohanian, L. E., & Raffo, A. (2012). Aggregate hours worked in OECD countries: New measurement and implications for business cycles. *Journal of Monetary Economics*, 59(1), 40–56.
- 176.Ortigueira, S., & Siassi, N. (2013). How important is intra-household risk sharing for savings and labor supply? *Journal of Monetary Economics*, 60(6), 650–666.
- 177.Papetti, A. (2021). Demographics and the natural real interest rate: historical and projected paths for the euro area. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 132, 104209.
- 178.Park, S., & Shin, D. (2020). *Welfare consequences of rising wage risk in the United States: Self-selection into risky jobs and family labor supply adjustments* (No. 20888; Victoria University of Wellington, School of Economics and Finance Working Paper Series). Te Herenga Waka—Victoria University of Wellington.
- 179.Pencavel, J. (1986). Labor supply of men: a survey. *Handbook of Labor Economics*, 1, 3–102.
- 180.Peterman, W. B. (2013). Determining the motives for a positive optimal tax on capital. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37(1), 265–295.
- 181.Peterman, W. B. (2016a). Reconciling micro and macro estimates of the Frisch labor supply elasticity. *Economic Inquiry*, 54(1), 100–120.
- 182.Peterman, W. B. (2016b). The effect of endogenous human capital accumulation on optimal

- taxation. *Review of Economic Dynamics*, 21, 46–71.
183. Phlips, L. (2014). *Applied consumption analysis: advanced textbooks in economics*. Elsevier.
 184. Piketty, T., & Saez, E. (2013). Optimal labor income taxation. In *Handbook of public economics* (Vol. 5, pp. 391–474). Elsevier.
 185. Pistaferri, L. (2003). Anticipated and unanticipated wage changes, wage risk, and intertemporal labor supply. *Journal of Labor Economics*, 21(3), 729–754.
 186. Prescott, E. C., & Wallenius, J. (2012). Aggregate labor supply. *Quarterly Review*, 35(2).
 187. Ramsey, F. P. (1927). A Contribution to the Theory of Taxation. *The Economic Journal*, 37(145), 47–61.
 188. Rosen, S. (1975). Measuring the obsolescence of knowledge. In *Education, income, and human behavior* (pp. 199–232). NBER.
 189. Rostam-Afschar, D., & Yao, J. (2017). *Consumption Insurance, Welfare, and Optimal Progressive Taxation*.
 190. Sargent, T. J. (1978). Estimation of dynamic labor demand schedules under rational expectations. *Journal of Political Economy*, 86(6), 1009–1044.
 191. Schön, M. (2023). Demographic change and the rate of return in pay-as-you-go pension systems. *Journal of Population Economics*, 36(3), 1799–1827.
 192. Serneels, P. (2005). *Do wages reflect productivity?*
 193. Serrano-Puente, D. (2020). Optimal progressivity of personal income tax: a general equilibrium evaluation for Spain. *SERIEs*, 11(4), 407–455.
 194. Shaw, K. L. (1989). Life-cycle labor supply with human capital accumulation. *International Economic Review*, 30(2), 431–456.
 195. Shpilevaya, A., & Polbin, A. V. (2024). Построение OLG модели для российской экономики с идиосинкратическими шоками доходов. *Available at SSRN 4817752*.
 196. Smets, F., & Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Euro area. *Journal of the European Economic Association*, 1(5), 1123–1175.
 197. Stern, N. H. (1976). On the specification of models of optimum income taxation. *Journal of Public Economics*, 6(1–2), 123–162.
 198. Summers, L. H. (1981). Taxation and capital accumulation in a life cycle growth model. *American Economic Review*, 71(4), 547–560.
 199. Tauchen, G. (1986). Finite state markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. *Economics Letters*, 20(2), 177–181.
 200. Theloudis, A. (2021). Consumption inequality across heterogeneous families. *European Economic Review*, 136, 103765.

201. Thornton, R. J., Rodgers, J. D., & Brookshire, M. L. (1997). On the interpretation of age-earnings profiles. *Journal of Labor Research*, 18(2), 351–365.
202. Wallenius, J. (2011). Human capital accumulation and the intertemporal elasticity of substitution of labor: How large is the bias? *Review of Economic Dynamics*, 14(4), 577–591.
203. Whalen, C., & Reichling, F. (2017). Estimates of the frisch elasticity of labor supply: A review. *Eastern Economic Journal*, 43(1), 37–42. <https://doi.org/10.1057/eej.2015.23>
204. Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data*. MIT press.
205. Wu, C., & Krueger, D. (2021). Consumption insurance against wage risk: Family labor supply and optimal progressive income taxation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 13(1), 79–113.
206. Xiao, Z., Hammond, P., Holly, A., Chesher, A., & Jackson, M. (2003). *Analysis of Panel Data*. Cambridge University Press. <https://books.google.ru/books?id=DyXJxQEACAAJ>
207. Ziliak, J. P., & Kniesner, T. J. (2005). The effect of income taxation on consumption and labor supply. *Journal of Labor Economics*, 23(4), 769–796.

Приложение

Преобразуем систему (72). Выпишем уравнение Эйлера для (69):

$$E_t[\lambda_{i,t+1}] = \frac{1+\rho}{1+r} \lambda_{i,t} \quad (109)$$

Если допустить, что существует такая δ , что $e^\delta = \frac{1+\rho}{1+r}$, то уравнение Эйлера можно разложить в ряд Тейлора вокруг $\ln \lambda_{i,t} + \delta$:

$$\lambda_{i,t+1} \approx \lambda_{i,t} e^\delta \left[1 + (\Delta \ln \lambda_{i,t+1} - \delta) + \frac{1}{2} (\Delta \ln \lambda_{i,t+1} - \delta)^2 \right] \quad (110)$$

Отсюда можно выразить темпы прироста предельной полезности от богатства в периоде $t+1$, а затем взять математическое ожидание условно на всю информацию, которая доступна в период t :

$$E_t[\Delta \ln \lambda_{i,t+1}] \approx \delta - \frac{1}{2} E_t[(\Delta \ln \lambda_{i,t+1} - \delta)^2] \quad (111)$$

и переписать в виде:

$$\Delta \ln \lambda_{i,t+1} = \omega_{i,t+1} + \epsilon_{i,t+1}, \quad (112)$$

где $\omega_{i,t+1} = \delta - \frac{1}{2} E_t[(\Delta \ln \lambda_{i,t+1} - \delta)^2]$ определяет воздействие ρ , r и мотива предосторожности на траекторию потребления (Blundell et al., 2013), $\epsilon_{i,t+1}$ – ошибка прогноза, которая связана с пересмотром $\ln \lambda_{i,t+1}$ из-за шоков заработных плат. Предположим, что $E_t[\epsilon_{i,t+1}] = 0$ и $E_t[\Delta \ln \lambda_{i,t+1}^2]$ постоянна для всех домохозяйств в заданный момент, но может меняться во времени. Исходя из последнего, $\omega_{i,t} = \omega_t$ и может быть рассмотрена как детерминированная величина, поэтому мы можем абстрагироваться от нее.

Используя (112) и (68), можно записать систему (72) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta c_t &\approx \eta_{c,w_1}(v_{1,t} + \Delta u_{1,t}) + \eta_{c,w_2}(v_{2,t} + \Delta u_{2,t}) + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t \\ \Delta n_{j,t} &\approx \eta_{n_j,w_1}(v_{1,t} + \Delta u_{1,t}) + \eta_{n_j,w_2}(v_{2,t} + \Delta u_{2,t}) + \eta_{n_j,\lambda} \epsilon_t \end{aligned} \quad (113)$$

где $\eta_{l,\lambda} = \eta_{l,p} + \eta_{l,w_1} + \eta_{l,w_2}$, $l = \{c, n_1, n_2\}$.

Следующим шагом является преобразование инноваций в ϵ_t в шоки заработной платы. Это можно сделать, сравнивая ожидаемые потоки доходов и расходов на оставшийся период жизни до и после реализации текущих шоков заработной платы.

Ожидаемое интегральное бюджетное ограничения для задачи (69) может быть представлено следующим образом:

$$E_t \left[\sum_{s=0}^{T-t} \frac{C_{t+s}}{(1+r)^s} \right] = A_t + E_t \left[\sum_{s=0}^{T-t} \frac{Y_{t+s}}{(1+r)^s} \right], \quad (114)$$

где $Y_t = \sum_{j=1}^2 Y_{j,t} = \sum_{j=1}^2 W_{j,t} N_{j,t}$ – трудовой доход домохозяйства.

Пусть задана некоторая функция:

$$G(\xi) = \ln \sum_{k=0}^{T-t} e^{\xi_k}, \quad (115)$$

где $\xi = (\xi_0; \dots; \xi_{T-t})'$. Функция (115) может быть разложена в ряд Тейлора вокруг некоторой точки ξ^0 следующим образом (Blundell et al., 2013):

$$G(\xi) \approx G(\xi^0) + \sum_{k=0}^{T-t} \frac{e^{\xi_k^0}}{\sum_{s=0}^{T-t} e^{\xi_s^0}} (\xi_k - \xi_k^0), \quad (116)$$

Используя (115), можно лог-линеаризовать правую и левую части интегрального бюджетного ограничения (114). Так, если предположить, что $\xi_k = \ln C_{t+k} - k \ln(1+r)$, а $\xi_k^0 = E_{t-1}[\ln C_{t+k}] - k \ln(1+r)$, то левая часть (114) может быть представлена следующим образом:

$$E_t \left[\ln \sum_{k=0}^{T-t} \frac{C_{t+k}}{(1+r)^k} \right] = E_t[G(\xi)] \approx G(\xi^0) + \sum_{k=0}^{T-t} \theta_{t+k} (E_t[\ln C_{t+k}] - E_{t-1}[\ln C_{t+k}]), \quad (117)$$

где $\theta_{t+k} = \frac{e^{E_{t-1}[\ln C_{t+k}] - k \ln(1+r)}}{\sum_{s=0}^{T-t} e^{E_{t-1}[\ln C_{t+s}] - s \ln(1+r)}}$ – ожидаемая доля потребления периода $t+k$ в приведенном к периоду t потоке потребления за всю оставшуюся жизнь.

Рассмотрим сумму в правой части (117). Опираясь на (113), можно расписать элементы разности для $k=0$:

$$E_t[\ln C_t] \approx E_t[\ln C_{t-1}] + \eta_{c,w_1}(v_{1,t} + \Delta u_{1,t}) + \eta_{c,w_2}(v_{2,t} + \Delta u_{2,t}) + \eta_{c,\lambda}(\omega_t + \epsilon_t) \quad (118)$$

$$E_{t-1}[\ln C_t] \approx E_{t-1}[\ln C_{t-1}] - \eta_{c,w_1} u_{1,t-1} - \eta_{c,w_2} u_{2,t-2} + \eta_{c,\lambda} E_{t-1}[\omega_t]$$

В силу того, что $E_t[\ln C_{t-1}] = E_{t-1}[\ln C_{t-1}]$ и $\omega_t = E_{t-1}[\omega_t]$ (спецификация (112) предполагает, что ω_t – детерминированная величина, а все неопределенность хранится в ϵ_t), разность для $k=0$ выглядит следующим образом:

$$E_t[\ln C_t] - E_{t-1}[\ln C_t] \approx \eta_{c,w_1}(v_{1,t} + u_{1,t}) + \eta_{c,w_2}(v_{2,t} + u_{2,t}) + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t \quad (119)$$

Для $k=1$ элементы разности имеют вид:

$$E_t[\ln C_{t+1}] \approx E_t[\ln C_t] - \eta_{c,w_1} u_{1,t} - \eta_{c,w_2} u_{2,t} + \eta_{c,\lambda} \omega_{t+1} \quad (120)$$

$$E_{t-1}[\ln C_{t+1}] \approx E_{t-1}[\ln C_t] + \eta_{c,\lambda} \omega_{t+1}$$

Сама же разность будет равна:

$$E_t[\ln C_{t+1}] - E_{t-1}[\ln C_{t+1}] \approx E_t[\ln C_t] - E_{t-1}[\ln C_t] - \eta_{c,w_1} u_{1,t} - \eta_{c,w_2} u_{2,t} = \eta_{c,w_1} v_{1,t} + \eta_{c,w_2} v_{2,t} + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t \quad (121)$$

Для $k > 1$ $E_t[\ln C_{t+k}] = E_t[\ln C_{t+k-1}] + \omega_{t+k}$, а $E_{t-1}[\ln C_{t+k}] = E_{t-1}[\ln C_{t+k-1}] + \omega_{t+k}$, поэтому разность может быть приведена к $k=1$:

$$E_t[\ln C_{t+k}] - E_{t-1}[\ln C_{t+k}] = E_t[\ln C_{t+1}] - E_{t-1}[\ln C_{t+1}] \approx \eta_{c,w_1} v_{1,t} + \eta_{c,w_2} v_{2,t} + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t \quad (122)$$

Таким образом, учитывая тот факт, что $\sum_{k=0}^{T-t} \theta_{t+k} = 1$, сумма в правой части (117) будет равна:

$$\sum_{k=0}^{T-t} \theta_{t+k} (E_t[\ln C_{t+k}] - E_{t-1}[\ln C_{t+k}]) = \eta_{c,w_1} v_{1,t} + \eta_{c,w_2} v_{2,t} + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t + \theta_t (\eta_{c,w_1} u_{1,t} + \eta_{c,w_2} u_{2,t}) \quad (123)$$

Наконец, если предположить, что θ_t пренебрежимо мала, разница в ожиданиях между t и $t-1$ для приведенного потока потребления равна:

$$E_t \left[\ln \sum_{k=0}^{T-t} \frac{C_{t+k}}{(1+r)^k} \right] - E_{t-1} \left[\ln \sum_{k=0}^{T-t} \frac{C_{t+k}}{(1+r)^k} \right] \approx \eta_{c,w_1} v_{1,t} + \eta_{c,w_2} v_{2,t} + \eta_{c,\lambda} \epsilon_t \quad (124)$$

Аналогичная процедура применяется и для правой части интегрального бюджетного ограничения (114). Пусть $\boldsymbol{\psi} = (\psi_0; \dots; \psi_{T-t+1})'$, где:

$$\psi_k = \begin{cases} \ln A_{t+k}, k = 0 \\ \ln Y_{t+k-1} - (k-1) \ln(1+r), k = 1, \dots, T-t+1 \end{cases} \quad (125)$$

$$\psi_k^0 = \begin{cases} E_{t-1}[\ln A_{t+k}], k = 0 \\ E_{t-1}[\ln Y_{t+k-1}] - (k-1) \ln(1+r), k = 1, \dots, T-t+1 \end{cases}$$

Тогда:

$$E_t \left[\ln \left(A_t + \sum_{k=0}^{T-t} \frac{Y_{t+k}}{(1+r)^k} \right) \right] = E_t[G(\boldsymbol{\psi})] \approx G(\boldsymbol{\psi}^0) + \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} (E_t[\ln A_t] - E_{t-1}[\ln A_t]) + \sum_{k=1}^{T-t+1} \frac{e^{E_{t-1}[\ln Y_{t+k-1}] - (k-1) \ln(1+r)}}{Q_1 + Q_2} (E_t[\ln Y_{t+k-1}] - E_{t-1}[\ln Y_{t+k-1}]), \quad (126)$$

где $Q_1 = e^{E_{t-1}[\ln A_t]}$ — ожидаемый запас активов, $Q_2 = \sum_{s=1}^{T-t+1} e^{E_{t-1}[\ln Y_{t+s-1}] - (s-1) \ln(1+r)}$ — ожидаемый приведенный поток трудовых доходов. Заметим, что $E_t[\ln A_t] = E_{t-1}[\ln A_t]$, так как A_t — это некоторое известное агенту на начальный момент t состояние, которое не зависит от реализаций шоков в этом периоде.

Введем две переменные. Во-первых, пусть $\pi_t = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$ — коэффициент «частичного страхования» (Blundell et al., 2016), который показывает долю текущего богатства в приведенном потоке богатства за всю оставшуюся жизнь. Чем выше его значение, тем большим запасом средств, которые могут быть направлены на сглаживание траектории

потребления, располагает домохозяйство. Во-вторых, пусть $\alpha_{t+k-1} = \frac{e^{E_{t-1}[\ln Y_{t+k-1}] - (k-1)\ln(1+r)}}{Q_2}$.

Лог-линеаризуем трудовой доход домохозяйства:

$$\begin{aligned} \ln Y_{t+k-1} &= \ln(Y_{1,t+k-1} + Y_{2,t+k-1}) \approx \ln(E_{t-1}[Y_{1,t+k-2}] + E_{t-1}[Y_{2,t+k-2}]) + \\ & q_{1,t+k-2}[\ln(Y_{1,t+k-1}) - \ln(E_{t-1}[Y_{1,t+k-2}])] + \\ & q_{2,t+k-2}[\ln(Y_{2,t+k-1}) - \ln(E_{t-1}[Y_{2,t+k-2}])], \end{aligned} \quad (127)$$

где $q_{j,t+k-2} = \frac{E_{t-1}[Y_{j,t+k-2}]}{E_{t-1}[Y_{j,t+k-2}] + E_{t-1}[Y_{-j,t+k-2}]}$. Используя этот результат, можем переписать (126):

$$\begin{aligned} E_t[G(\boldsymbol{\psi})] &\approx G(\boldsymbol{\psi}^0) + \pi_t(E_t[\ln A_t] - E_{t-1}[\ln A_t]) + \\ & (1 - \pi_t) \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^{T-t+1} \alpha_{t+k-1} q_{j,t+k-2} (E_t[\ln Y_{j,t+k-1}] - E_{t-1}[\ln Y_{j,t+k-1}]), \end{aligned} \quad (128)$$

В силу того, что трудовой доход раскладывается на произведение отработанных часов и заработной платы, последнее слагаемое в (128) можно разделить на две составляющие и с помощью (113), по аналогии с левой частью бюджетного ограничения, выразить через шоки:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{T-t+1} \alpha_{t+k-1} q_{j,t+k-2} (E_t[\ln N_{j,t+k-1}] - E_{t-1}[\ln N_{j,t+k-1}]) = \\ & s_{j,t} (\eta_{n_j,\lambda} \epsilon_t + \eta_{n_j,w_1} v_{1,t} + \eta_{n_j,w_2} v_{2,t}) + \alpha_t q_{j,t-1} (\eta_{n_j,w_1} u_{1,t} + \eta_{n_j,w_2} u_{2,t}) \\ & \sum_{k=1}^{T-t+1} \alpha_{t+k-1} q_{j,t+k-2} (E_t[\ln W_{j,t+k-1}] - E_{t-1}[\ln W_{j,t+k-1}]) = s_{j,t} v_{j,t} \end{aligned} \quad (129)$$

где $s_{j,t} = \sum_{k=1}^{T-t+1} \alpha_{t+k-1} q_{j,t+k-2}$. Как и для θ_t , предположим, что α_t пренебрежимо мала. Отсюда следует, что разница в ожиданиях между t и $t-1$ для приведенного потока дохода равна:

$$\begin{aligned} E_t \left[\ln \left(A_t + \sum_{k=0}^{T-t} \frac{Y_{t+k}}{(1+r)^k} \right) \right] - E_{t-1} \left[\ln \left(A_t + \sum_{k=0}^{T-t} \frac{Y_{t+k}}{(1+r)^k} \right) \right] \approx \\ (1 - \pi_t) \begin{bmatrix} (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda}) \epsilon_t + \\ (s_{1,t} [1 + \eta_{n_1,w_1}] + s_{2,t} \eta_{n_2,w_1}) v_{1,t} + \\ (s_{1,t} \eta_{n_1,w_2} + s_{2,t} [1 + \eta_{n_2,w_2}]) v_{2,t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (131)$$

Теперь, приравняв (124) и (131), мы можем выразить ϵ_t через шоки $(v_{1,t}; v_{2,t})$ и подставить в (113). Таким образом, итоговая система будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Delta c_t &\approx \kappa_{c,u_1} \Delta u_{1,t} + \kappa_{c,u_2} \Delta u_{2,t} + \kappa_{c,v_1} v_{1,t} + \kappa_{c,v_2} v_{2,t} \\
\Delta n_{j,t} &\approx \kappa_{n_j,u_1} \Delta u_{1,t} + \kappa_{n_j,u_2} \Delta u_{2,t} + \kappa_{n_j,v_1} v_{1,t} + \kappa_{n_j,v_2} v_{2,t}
\end{aligned} \tag{132}$$

где:

$$\begin{aligned}
\kappa_{c,u_j} &= \eta_{c,w_j}; \quad \kappa_{n_j,u_j} = \eta_{n_j,w_j}; \quad \kappa_{n_j,u_{-j}} = \eta_{n_j,w_{-j}} \\
\kappa_{c,v_j} &= \eta_{c,w_j} + \frac{\eta_{c,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_j} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_j}) - \eta_{c,w_j} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})} \\
\kappa_{n_j,v_j} &= \eta_{n_j,w_j} + \frac{\eta_{n_j,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_j} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_j}) - \eta_{c,w_j} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})} \\
\kappa_{n_j,v_{-j}} &= \eta_{n_j,w_{-j}} + \frac{\eta_{n_j,\lambda} \left[(1 - \pi_t) (s_{j,t} + s_{1,t} \eta_{n_1,w_{-j}} + s_{2,t} \eta_{n_2,w_{-j}}) - \eta_{c,w_{-j}} \right]}{\eta_{c,\lambda} - (1 - \pi_t) (s_{1,t} \eta_{n_1,\lambda} + s_{2,t} \eta_{n_2,\lambda})}
\end{aligned}$$