МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Коренев Павел Сергеевич

Динамические модели для магнитного управления формой и положением плазмы в токамаках Глобус-М2 и ИГНИТОР

1.3.9. Физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители
д.т.н., профессор
Ю.В. Митришкин
д.т.н., чл.-корр. РАН
А.А. Галяев

Москва – 2024

Оглавление

Введение 4
Глава 1. Магнитное управление плазмой в токамаках 12
1.1. Управляемый Термоядерный Синтез 12
1.2. Токамаки 15
1.3. Магнитное управление плазмой в токамаках 16
1.4. Обзор систем магнитного управления на современных токамаках 21
1.5. Выводы 28
Глава 2. Восстановление равновесия плазмы в токамаке 29
2.1. Равновесие плазмы в токамаке 29
2.2. Магнитная диагностика в токамаках 35
2.3. Описание токамака Глобус-М2 37
2.4. Моделирование токов камеры токамака 40
2.5. Постановка задачи восстановления равновесия плазмы в токамаке 46
2.6. Алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы в реальном времени 48
2.7. Выводы 61
Глава 3. Линейные модели плазмы в токамаках 63
3.1. Построение линейных моделей плазмы в токамаках 63
3.2. Моделирование систем магнитного управления плазмой 80
3.3. Магнитная эволюционная модель плазмы в токамаке 82
3.4. Выводы 85
Глава 4. Анализ моделей плазмы для проектирования токамаков 86
4.1. Область управляемости плазмы 86
4.2. Определение оптимального положения катушек в токамаке ИГНИТОР . 88

4.3. Выводы 98
Заключение 100
Благодарности 103
Список литературы 104
Список основных публикаций по теме диссертации 111
Приложение А. Акт о внедрении алгоритма FCDI 114

Введение

Актуальность и степень научной разработанности темы исследования. Одной из наиболее актуальных задач современной науки является разработка технологий управляемого термоядерного синтеза. В реакциях термоядерного синтеза энергия вырабатывается в результате слияния ядер легких элементов. Топливо для термоядерного синтеза, такое как дейтерий и тритий, обильно распространено в природе. Эти изотопы водорода гораздо более доступны, чем традиционные ископаемые источники энергии, такие как нефть, уголь и газ, и лишены их главного недостатка – термоядерный синтез не производит парниковых газов и выбросов вредных веществ. Таким образом, управляемый термоядерный синтез является потенциально неограниченным и экологически чистым источником энергии для человечества.

Установки типа **токамак** – **то**роидальная **ка**мера с **ма**гнитными **к**атушками, являются наиболее перспективными устройствами для осуществления управляемого термоядерного синтеза и создания термоядерных электростанций. Они представляют собой тороидальные камеры, в которых горячая плазма (ионизованный газ) создается и удерживается с помощью сильного магнитного поля, создаваемого катушками токамака и током, протекающим по самой плазме. Токамаки были изобретены в 1950-х годах в СССР (Институт атомной энергии им. И.В. Курчатова). С тех пор исследования и разработка токамаков продолжаются в разных странах по всему миру. Международный термоядерный экспериментальный реактор ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), сооружаемый во Франции (г. Кадараш), является самым крупным и амбициозным проектом в области токамаков в настоящее время. Целью ITER является получение импульса плазмы высокой температуры длительностью в 400 с и отношением выработанной энергии к затраченной $Q > 10$. После создания реактора ITER планируется начать работы по созданию термоядерного реактора DEMO (DEMOnstration Power Plant), задачей которого будет демонстрация возможности коммерческого использования термоядерных реакторов.

Ключевую роль в достижении и поддержании условий для управляемого термоядерного синтеза играет управление плазмой посредством электромагнитного поля в вакуумной камере токамака, называемое магнитным управлением. Магнитное управление используется для удержания плазмы внутри камеры и предотвращения ее контакта со стенками камеры. Эта задача имеет особую значимость, поскольку в современных токамаках используются плазменные конфигурации с вытянутым вдоль вертикали сечением, обеспечивающие повышенное давление плазмы по сравнению с плазмой круглого сечения, но неустойчивые относительно сдвигов плазмы вдоль вертикали. Требуемая форма сечения плазмы также обеспечивается полоидальными магнитными полями, создаваемыми катушками. Управление токами в магнитных катушках токамаков позволяет индуктивно менять протекающий по плазме ток, и приводить его к желаемому значению. Наконец, плазма в токамаках подвержена множеству магнитогидродинамических неустойчивостей, способных привести к срыву плазменного разряда, но при наличии системы магнитного управления, эффект некоторых неустойчивостей может быть подавлен, и плазма возвращена к желаемым положению, форме и току (малый срыв плазмы).

Для создания систем магнитного управления плазмой необходимы ее линейные математические модели, описывающие динамику положения, тока и формы плазмы в зависимости от подаваемых на катушки токамака напряжений. В мировой практике такие модели рассчитываются из первых принципов (first principles) на основе уравнений Кирхгофа для контуров тока в токамаке и уравнений движения плазмы [1, 2], либо при помощи линеаризации нелинейных плазмофизических кодов [3] или посредством идентификации [4]. Предварительный анализ линейной модели плазмы в токамаке позволяет выявить требования к системе управления плазмой и возможные недостатки в структуре токамака, в частности, в расположении катушек полоидального поля [5, 6].

В то же время, для эффективной работы систем управления формой плазмы необходимы средства диагностики формы. Плазма в токамаках достигает температур в десятки миллионов градусов, и поэтому ее форма должна быть оценена по измерениям магнитных полей и потоков вне плазмы. Эта обратная задача называется задачей восстановления равновесия плазмы в токамаке. На токамаке ASDEX Upgrade (Германия) для ее решения применяется метод функциональной параметризации (Function Parametrization) [7], в котором регрессионный анализ используется для выражения параметров формы плазмы через измеряемые сигналы без учета физики задачи. Однако, более распространенным в мире является использование программных кодов, подбирающих МГД равновесия плазмы, удовлетворяющие уравнениям электродинамики и гидродинамики, и согласующиеся с измерениями токамака. Самым известным из таких кодов является EFIT (Equilibrium Fitting - подгонка под равновесие) [8], позволяющий восстановить равновесие плазмы после проведения разряда. Для работы систем управления формой плазмы, однако, требуются алгоритмы, способные восстановить равновесие плазмы в реальном времени [9], что становится особенно актуальным для таких токамаков, как Глобус-М2 (Россия), обладающих малой длительностью плазменных разрядов, порядка десятков и сотен миллисекунд.

Цель работы состоит в создании и анализе математических моделей плазмы, необходимых для разработки и моделирования систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Разработать алгоритм восстановления равновесия плазмы, позволяющий определять форму и положение плазмы в ходе разряда на токамаке Глобус-М2 для применения в замкнутом контуре системы магнитного управления плазмой.

2. Построить линейную нестационарную динамическую модель плазмы в токамаке Глобус-М2 для применения при синтезе и анализе систем управления положением, током и формой плазмы.

3. Построить нелинейную нестационарную динамическую модель плазмы в токамаке Глобус-М2 для моделирования работы систем управления положением, током и формой плазмы, и проверки устойчивости систем к малым срывам плазмы.

4. Построить линейную динамическую модель плазмы в проекте токамака ИГНИТОР и провести ее анализ для выработки рекомендаций по модификации системы катушек полоидального магнитного поля в токамаке ИГНИТОР с целью улучшения качества магнитного управления плазмой и повышения запасов устойчивости в замкнутой системе управления.

Объектом исследования является плазма в токамаке. **Предметом** исследования являются математические модели плазмы необходимые для разработки, моделирования и применения систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках.

Методы исследования. При создании математических моделей плазмы в токамаках использовались уравнения электродинамики, магнитной гидродинамики и физики плазмы. При численном моделировании плазмы использовались методы математической физики и численные методы решения дифференциальных уравнений. При анализе математических моделей плазмы применялись методы линейной алгебры и теории управления.

Научная новизна работы.

- Был разработан *новый* метод моделирования токов в камере токамака, позволяющий сократить необходимое для моделирования количество вычислений. Данный метод был применен в *новом* алгоритме восстановления равновесия плазмы FCDI (Flux and Current Distributions Identification) в реальном времени в токамаке. Алгоритм FCDI может работать в двух режимах: FCDI-FF (Fixed Filaments), восстанавливающий

плазму методом неподвижных филаментов, и FCDI-IT (Iterative), итерационно восстанавливающий распределение плотности тока плазмы в виде полиномов от полоидального магнитного потока. Алгоритм был внедрен на токамаке Глобус-М2, став первым алгоритмом восстановления равновесия плазмы, который может быть использован в обратной связи системы управления формой плазмы на токамаке Глобус-М2.

- *Впервые*, на основе восстановленных равновесий были построены линейные нестационарные динамические модели плазмы в токамаке Глобус-М2, учитывающие изменение параметров плазмы в течение разряда токамака.
- Для моделирования работы систем магнитного управления плазмой с учетом изменения параметров плазмы в течение разряда был разработан *новый* магнитный эволюционный код ТРМЕС (Tokamak Plasma Magnetic Evolution Code). В отличие от плазмофизических кодов таких как DINA [10], разработанный магнитный эволюционный код не моделирует излишние для задач магнитного управления процессы переноса в плазме, и потому работает значительно быстрее, что позволяет существенно ускорить синтез и моделирование систем магнитного управления плазмой.
- *Впервые*, был применен метод анализа величины областей управляемости по вертикали и переходных функций по горизонтали построенных моделей плазмы, для определения оптимального расположения катушек токамака для управления горизонтальным и вертикальным положением плазмы. Данный метод был применен для оптимизации расположения катушек проектного токамака ИГНИТОР.

Теоретическая и практическая значимость. Задача магнитного управления плазмой и модели плазмы, построенные для ее решения, обладают большой значимостью для развития управляемого термоядерного синтеза, и являются ключевыми для будущих проектов по термоядерному синтезу, таких как DEMO. Результаты работы могут внести вклад в разработку и оптимизацию

будущих коммерческих термоядерных реакторов. Достоверное моделирование плазмы позволяет проводить виртуальные эксперименты, что способствует оптимизации плазменных разрядов и планированию будущих экспериментов в токамака и сокращает затрачиваемые на физические эксперименты время и ресурсы. Качественное моделирование плазмы необходимо для разработки эффективных систем управления плазмой в токамаках, обеспечивающих устойчивость и точность работы установки. Анализ полученных моделей плазмы позволяет расширить понимание механизмов магнитного управления и стабилизации плазмы в токамаках, а также позволяет выявлять недостатки в конструкции токамаков на этапе конструирования и своевременно вносить изменения в полоидальную систему токамаков, необходимых для исправления найденных недостатков и обеспечения оптимальной работы токамаков.

Достоверность и обоснованность результатов. Достоверность разработанных моделей обеспечивается за счет использования известных физических законов и строгого математического аппарата при их создании, и согласованностью результатов моделирования с реальными экспериментами. Достоверность работы разработанного алгоритма восстановления равновесия плазмы подтверждается согласованностью результатов восстановления с результатами работы других существующих кодов восстановления, а также с экспериментальным данными токамака Глобус-М2. Возможность работы разработанного алгоритма восстановления в реальном времени подтверждается моделированием на целевой машине Speedgoat Performance, входящую в обратную связь системы магнитного управления плазмой на цифровом стенде реального времени. Достоверность работы разработанных алгоритма восстановления и линейных моделей плазмы также подтверждается моделированием на плазмофизическом коде DINA, представляющем собой нелинейную нестационарную модель плазмы с распределенными параметрами.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Разработанный алгоритм FCDI (Flux and Current Distribution Identification) для идентификации равновесия плазмы по магнитным измерениям в токамаках восстанавливает равновесие в реальном времени на токамаке Глобус-М2 за 16 мкс в режиме FCDI-FF (Fixed Filaments) и за 200 мкс в режиме FCDI-IT (Iterative).

2. Линейные нестационарные динамические модели плазмы, построенные на основе восстановленных равновесий, могут применяться для синтеза и анализа систем управления положением, током и формой плазмы с учетом возмущений типа малый срыв.

3. Разработанный нелинейный нестационарный магнитный эволюционный код TPMEC (Tokamak Plasma Magnetic Evolution Code) позволяет моделировать работу систем управления положением, током и формой плазмы при действии малых срывов.

4. Метод анализа линейных моделей плазмы позволяет определить изменения в системе катушек полоидального поля токамаков, повышающие качество и внутреннюю устойчивость магнитного управления плазмой.

Соответствие паспорту специальности 1.3.9. В работе представлены методы и модели предназначенные для диагностики формы, положения и тока плазмы в токамаке, а также разработки систем управления этими параметрами плазмы, необходимых для работы современных токамаков. Таким образом работа соответствует следующим направлениям исследований паспорта научной специальности 1.3.9:

- Управляемый термоядерный синтез с магнитным и инерциальным удержанием, пинчи, лазерный синтез и т.п.
- Разработка новых приборов и методов для изучения динамики плазмы: волны, неустойчивости, течения, нелинейные явления (самоорганизация,

структуры, турбулентность и т.п), аномальный перенос, электромагнетизм и т.п.

- Разработка новых методов и создание новых приборов для диагностики плазмы.

Личный вклад автора. В диссертации представлены результаты, полученные автором лично за период 2014-2023 гг. Представленные в диссертации модели и алгоритмы для токамаков Глобус-М2 и ИГНИТОР разработаны и реализованы автором лично.

Апробация результатов работы. Результаты работы обсуждались и докладывались на следующих национальных и международных конференциях:

- 11-ая и 17-ая Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» (УБС), г. Арзамас, 2014 [11]; г. Москва, 2021 [12].
- The 20th and 21st International Federation of Automatic Control World Congress (IFAC), Toulouse, France, 2017 [13], Berlin, Germany, 2020 [14-16].
- XIV Международный симпозиум «Интеллектуальные системы» (INTELS), Москва, 2020 [17];
- XIV международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), г. Москва, 2018 [18];
- Научная конференция «Ломоносовские чтения. Секция Физика», г. Москва, 2017 [19].
- The 41th and 45th European Physical Society Conference on Plasma Physics (EPS), Berlin, Germany, 2014 [20], Prague, Czech Republic, 2018 [21].

Список публикаций. По результатам диссертации опубликованы 16 статей в рецензируемых журналах, индексируемых RSCI/Web of Science/Scopus, и зарегистрировано 2 патента. Список работ приведен в конце диссертации.

Глава 1. Магнитное управление плазмой в токамаках

Глава посвящена обзору задач магнитного управления плазмой в токамаках. Рассматривается современное состояние проблемы управляемого термоядерного синтеза и показывается необходимость магнитного управления плазмой на современных термоядерных установках типа токамак. Описываются цели и задачи магнитного управления положением, током и формой плазмы. Приводится обзор используемых в мире алгоритмов восстановления равновесия и моделей плазмы в системах магнитного управления плазмой в токамаках.

1.1. Управляемый Термоядерный Синтез

Согласно современным прогнозам [22] глобальный спрос на электроэнергию увеличится на 80-150% к 2050 году (Рис. 1.1). глобальное потребление энергии будет продолжать расти. Этот рост обуславливается увеличением численности населения и качества жизни, и, как ожидается, продолжится и далее. В связи с увеличением спроса на электроэнергию, для человечества становятся все более актуальными поиски новых источников энергии.

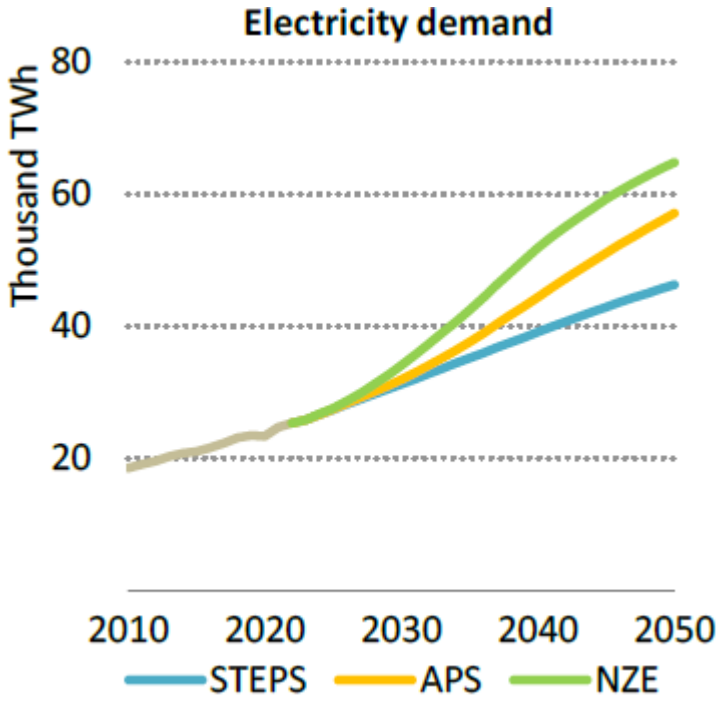


Рис. 1.1. Глобальные прогнозы спроса на электроэнергию в мире [22].

Одним из самых перспективных источников энергии в будущем является управляемый термоядерный синтез (УТС). Источником энергии в УТС являются ядерные реакции синтеза тяжёлых ядер из более легких. Условия для осуществления реакций синтеза достигаются при значительных температурах в сотни миллионов Кельвин. Наиболее легко достижимой является реакция синтеза ядра гелия из ядер изотопов водорода дейтерия и трития (Рис 1.2):

$$ {}_{1}^{2}D + {}_{1}^{3}T \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{0}^{1}n + 17{,}6 \text{ МэВ}. $$

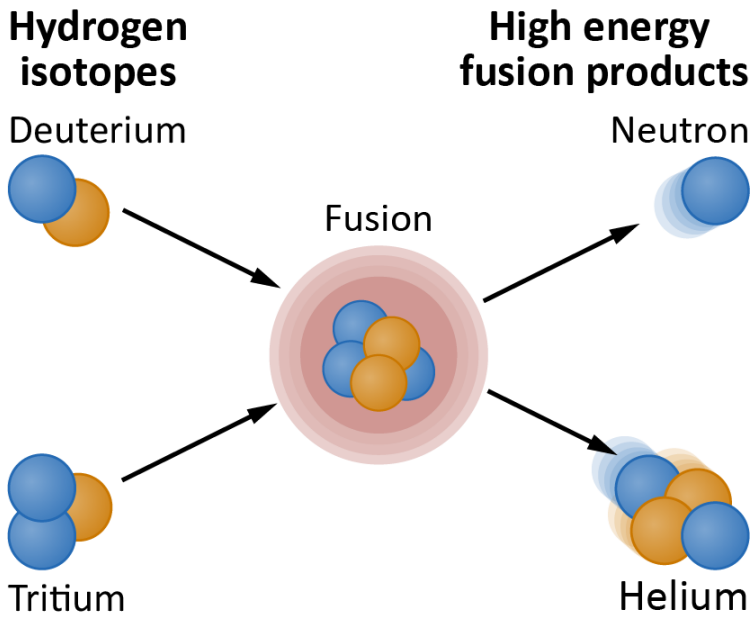


Рис. 1.2. Схема реакции термоядерного синтеза для дейтерия и трития.

По сравнению с используемыми сейчас источниками энергии, УТС обладает рядом преимуществ:

- Практически неисчерпаемые запасы топлива (изотопы водорода).
- Большое количество вырабатываемой энергии: 1 тонна смеси дейтерия и трития позволяет получить столько же энергии, сколько вырабатывается из 7 млн тонн нефти [23].

- Экологичность: УТС не вырабатывает высокоактивных радиоактивных отходов.
- Безопасность: при УТС отсутствует опасность неконтролируемых цепных реакций.
- Независимость от природных условий: в отличие от гидроэлектростанций, ветряных электростанций и солнечных электростанций, возможное расположение термоядерных реакторов не ограничено климатическими и географическими условиями.

Условия для осуществления термоядерного синтеза требуют температур порядка сотен миллионов градусов Кельвина, или более. При таких температурах атомы термоядерного топлива разделяются на ионы и электроны, образуя плазму. В свободном состоянии плазма быстро расширяется и охлаждается, и основной технической трудностью для осуществления управляемого термоядерного синтеза является сложность поддержания топлива в заданном объеме при необходимых для синтеза температурах в течение достаточного для выработки энергии времени. Разделяют два подхода к термоядерному синтезу:

- Инерциальный управляемый термоядерный синтез, в котором под воздействием высокомощного лазерного излучения топливо сжимается и нагревается до высокой температуры на короткий промежуток времени, в течение которого происходят термоядерные реакции.
- Магнитный управляемый термоядерный синтез, в котором термоядерная плазма удерживается в ограниченном объеме в течение продолжительного времени при помощи магнитного поля.

В настоящее время наиболее развиты технологии магнитного управляемого термоядерного синтеза, а именно установки типа токамак.

1.2. Токамаки

Токамак (Тороидальная камера с магнитными катушками) это тороидальная установка для магнитного удержания плазмы (Рис. 1.3). В центре токамака расположен соленоид (индуктор), наводимое которым электрическое поле вызывает пробой газа и образование плазмы в камере токамака с протекающим по ней тороидальным током. Магнитное поле, создаваемое током плазмы и токами в катушках токамака образуют конфигурацию со спиральными магнитными линиями, вдоль которых удерживаются заряженные частицы плазмы.

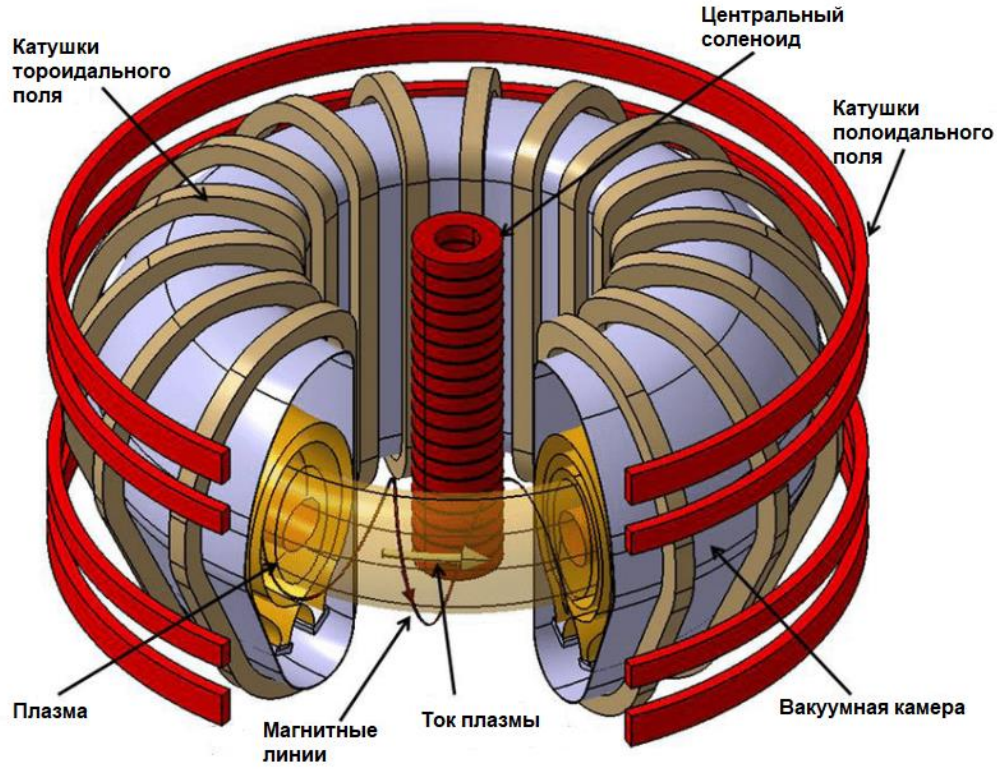


Рис. 1.3. Токамак

По причине аксиальной симметрии, токамаки проще для моделирования и конструирования чем другие типы установок для осуществления термоядерного синтеза, что и обусловило их развитость по сравнению с другими установками. Токамаком является строящийся во Франции международный экспериментальный термоядерный реактор (ITER). К значимым действующим

токамакам относятся JET (Великобритания) [24], DIII-D (США) [25], NSTX (США) [26], JT-60 (Япония) [27], KSTAR (Южная Корея) [28], EAST (Китай) [29], ASDEX Upgrade (Германия) [30].

1.3. Магнитное управление плазмой в токамаках

Одним из важнейших параметров плазмы в токамаках является величина запаса устойчивости q, характеризующий закрученность линий магнитного поля в плазме, и определяемый как число оборотов силовая линия поля делает в тороидальном направлении (вдоль большей окружности тора) за один оборот в полоидальном направлении (вдоль малой окружности тора). Уравнение магнитной линии имеет вид

$$\frac{rd\varphi}{B_\varphi} = \frac{dl}{B_p}, \qquad (1)$$

где B_φ – тороидальное магнитное поле, $B_p = \sqrt{B_r^2 + B_z^2}$ – полоидальное магнитное поле, $dl = \sqrt{(dr)^2 + (dz)^2}$, (r, φ, z) – цилиндрическая система координат. Из уравнения (1) следует выражение для запаса устойчивости q

$$q = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\oint \frac{B_\varphi}{rB_p} dl. \qquad (2)$$

Советским физиком В.Д. Шафрановым и, независимо от него, американцем М. Крускалом было получено необходимое условие устойчивости плазмы в токамаке: $q > 1$ на границе плазменного шнура [31, 32]. Дальнейшие эксперименты показали, что для устойчивости плазмы требуется еще большее значение запаса устойчивости, $q > 2{,}5$ на границе плазмы [33].

Из выражения (2) следует, что запас устойчивости повышается при уменьшении величины полоидального магнитного поля. Согласно закону Ампера о циркуляции магнитного поля, среднее значение полоидального поля $\langle B_p \rangle$ на границе плазмы равно

$$\left\langle B_p \right\rangle = \frac{\mu_0 I_P}{L},$$

где I_P – тороидальный ток плазмы, L – длина обхода полоидального сечения плазмы. Таким образом запас устойчивости плазмы может быть повышен уменьшением протекающего в плазме тока, что, однако приводит к уменьшению мощности омического нагрева, температуры и давления плазмы, а следовательно, понижает вероятность реакций термоядерного синтеза в плазме. Другой способ повышения запаса устойчивости – это использование конфигураций плазмы с большей длиной обхода L в полоидальном сечении. Такой подход позволяет проводить в плазме больший ток, и он используется на большинстве современных токамаков, где для повышения длины обхода L создаются плазменные конфигурации с вытянутым по вертикали сечением [34].

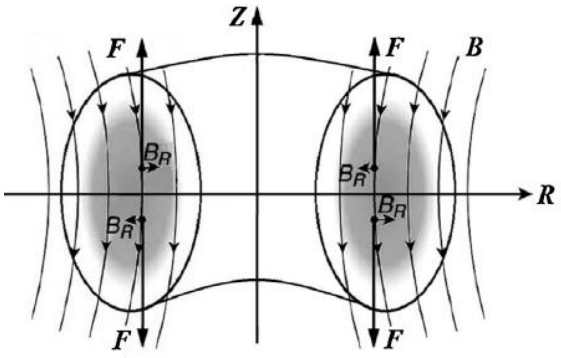


Рис. 1.4. Вытягивающие плазму силы Ампера.

Для получения вытянутой конфигурации в верхней части токамака создается магнитное поле $B_r < 0$, порождающее тянущую плазму вверх силу Ампера (Рис. 1.4)

$$F_z^+ = -2\pi \int_{S^+} r J_P B_r dS > 0, \quad S^+ = \{(r,z) : z > 0\},$$

а в нижней части токамака создается магнитное поле $B_r > 0$, порождающее тянущую плазму вниз силу Ампера

$$F_z^- = -2\pi \int_{S^+} r J_P B_r dS < 0, \quad S^- = \{(r,z) : z < 0\},$$

здесь J_P – плотность тороидального тока плазмы. В положении равновесия растягивающие плазму силы Ампера уравновешивают друг друга $F_z^+ + F_z^- = 0$, однако это равновесие неустойчиво: $\partial B_r / \partial z < 0$ и при смещении плазмы по вертикали, действующая на плазму сила $F_z^+ + F_z^-$ становится ненулевой и направленной от положения равновесия. Поэтому для работы современных токамаков необходима система управления, регулирующая токи в катушках токамака, чтобы стабилизировать вертикальное положение плазмы.

Помимо систем управления вертикальным положением, в токамаках также используются:

- системы управления горизонтальным положением плазмы, регулирующие токи в катушках вертикального магнитного поля;
- системы управления формой плазмы, регулирующие токи в катушках полоидального поля, влияющие на форму плазмы. Управление формой плазмы позволяет максимизировать занимаемый плазмой объем, и далее увеличить длину обхода плазмы в полоидальном сечении. К управлению формой также относится управление положением ударных точек плазмы – точек на камере токамака в которые попадают покидающие внешние слои плазмы частицы. Эти точки должны удерживаться на диверторных пластинах токамака, предназначенных выдерживать значительные тепловые нагрузки;
- управление омическим током плазмы, осуществляемое регулированием токов в индукторе.

Поскольку все перечисленные системы управления регулируют токи в катушках токамака, а значит и создаваемые ими поля, эти системы управления называют системами *магнитного* управления плазмой.

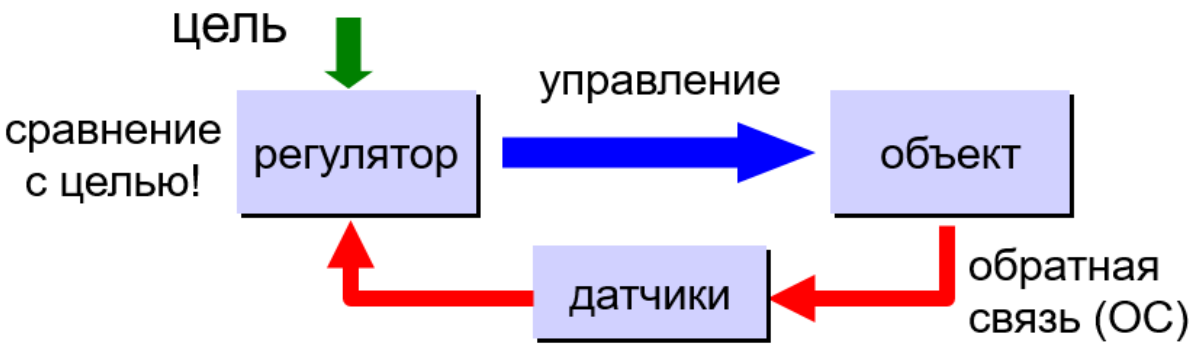


Рис. 1.5. Общая схема системы управления с обратной связью.

По принципу работы, системы магнитного управления являются системами с обратной связью (Рис. 1.5) [35]. В этих системах управляющий сигнал u, в случае магнитного управления имеющий смысл подаваемого на управляющую катушку напряжения, является функцией ошибки e:

$$u = u(e), \quad e = y - r,$$

где y – управляемая системой величина, r – целевое значение управляемой величины. Регулятор рассчитывает значение управляющего сигнала u, сводящее сигнал ошибки e к нулю, т.е. устанавливающее управляемую величину к целевому значению r. Такая структура системы управления используется, как обеспечивающая наилучшее качество управления, что установлено теорией управления [36], разделом науки, занимающимся изучением систем управления. Как следствие такой структуры, для работы системы управления необходим сигнал управляемой величины y, т.е. необходима диагностика управляемой величины (в случае магнитного управления – положения, формы и тока плазмы), работающая в *реальном времени* (т.е. определяющая управляемые величины y, в ходе самого плазменного разряда, а не при последующей обработке экспериментальных данных).

Выделяют два основных подхода к управлению формой плазмы, отличающиеся используемыми управляемыми величинами y: управление величиной зазоров (gap-based approach) между плазмой и камерой токамака [37],

и метод *изофлакс* (isoflux-based approach) [38], заключающийся в управлении значениями полоидального магнитного потока в точках желаемого положения границы плазмы. Управление зазорами позволяет регулировать значения зазоров в течение всего плазменного разряда, меняя форму плазмы в соответствие с заданным сценарием. Недостатком управления зазорами является нелинейная зависимость величины зазоров от управляющих токов в катушках токамака, в общем случае не выводимая аналитически. В отличие от зазоров, зависимость магнитных полей и потоков в фиксированных точках от токов токамака линейна, и может быть получена аналитически, что повышает надежность метода изофлакс в задачах удержания плазмы около заданного равновесия.

Управление положениями ударных точек также может осуществляться с использованием методов управления зазорами, либо методов изофлакс, через непосредственное управление положением ударных точек, либо управлением значениями магнитного потока в желаемых положениях ударных точек.

Как при управлении зазорами, так и при управлении формой методом изофлакс, уставки формы плазмы должны быть согласованы с уставками систем управления положением плазмы. Например, в случае смещения плазмы вниз по вертикали, уставка зазора между плазмой и верхней стенкой камеры должна увеличиться, в противном случае возможны ситуации, когда системы управления мешают работе друг друга.

Распространенным методом согласования управления положением плазмы с управлением формой является использование в качестве управляемой величины не самого вертикального положения плазмы, а вертикальной скорости плазмы. Система управления поддерживает околонулевую скорость плазмы, что подавляет вызванную вытянутостью плазмы неустойчивость по вертикали, но не исключает медленный вертикальный дрифт плазмы, для устранения которого используется система управления формой плазмы.

1.4.Обзор систем магнитного управления на современных токамаках

Данный раздел посвящен описанию систем магнитного управления, используемых на современных токамаках, с упором на модели плазмы, использованные при разработке входящих в системы регуляторов и алгоритмов диагностики.

1.4.1. Токамак JET

Токамак JET [24] (Великобритания) является одной из крупнейших действующих установок в мире, с большим радиусом плазмы R=2,96 м, малым радиусом a=1,25 м, магнитным полем B=3,45 Тл, током плазмы до 5 МА и продолжительностью разряда 40 с. На токамаке JET используется система стабилизации вертикального положения плазмы и система управления формой и током плазмы.

Особенностью системы вертикальной стабилизации плазмы токамака JET является управление не вертикальным положением, а вертикальной скоростью плазмы, точнее величиной $I_P \frac{d}{dt} z_P$, где I_P – ток плазмы, $z_P = \int J_\varphi z dS / I_P$ – вертикальная координата плазмы.

Оценка скорости плазмы производится по датчикам магнитного поля и сигналам поясов Роговского, измеряющих ток плазмы и токи в элементах камеры токамака, используемая модель движения плазмы имеет вид [39]

$$\frac{d^2}{dt^2} I_{FRFA} - (\gamma + b) \frac{d}{dt} I_{FRFA} + \gamma b I_{FRFA} = k_1 \left(\frac{d}{dt} U_{FRFA} - a U_{FRFA} \right),$$
$$\frac{d}{dt} \left(I_P \frac{d}{dt} z_P \right) - a I_P \frac{d}{dt} z_P = \frac{d}{dt} I_{FRFA}.$$

Здесь I_{FRFA} – ток в управляющей катушке, U_{FRFA} – напряжение на управляющей катушке. Значения коэффициентов a, b, γ, k_1 и k_2 зависят от конфигурации плазмы в рассматриваемом разряде, а потому точно не известны. Из-за этой неопределенности, на JET не удалось создать статичный регулятор вертикальной

скорости плазмы, и используется адаптивный регулятор [40], меняющий свои параметры в зависимости от наблюдаемых сигналов, в частности, от частоты переключения напряжения на управляющей катушке.

Для управления формой на токамаке JET используется подход управления зазорами включает в себя управление зазорами между плазмой и камерой токамака, положением ударных точек, а также вертикальным положением плазмы, стабилизированным системой управления скоростью плазмы. Диагностика величин зазоров осуществляется алгоритмом XLOC [41], представляющим магнитный поток и поле вне плазмы в виде полиномиальных функций, и находящий коэффициенты полиномов через минимизацию квадратичного функционала ошибки между измеренными и рассчитанными алгоритмом сигналами магнитной диагностики токамака. Алгоритм XLOC позволяет рассчитывать зазоры между плазмой и камерой токамака за 100 мкс, что достаточно быстро для управления формой плазмы на JET.

Регулятор формы плазмы токамака JET настроен на статичной линейной модели CREATE-L [42] полученной линеаризацией уравнений Кирхгофа для контуров катушек и проводящих элементов камеры, и уравнений МГД равновесия плазмы для малых отклонений от равновесия. Модель имеет стандартный для задач теории управления вид линейной модели в пространстве состояний [43]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \tag{3}$$

где u – входной вектор напряжений на катушках токамака, а y – выходной вектор зазоров.

1.4.2 Токамак DIII-D

Токамак DIII-D [25] (США) обладает большим радиусом плазмы R=1,67 м, малым радиусом a=0,67 м, магнитным полем B=2,2 Тл, током плазмы до 2 МА и продолжительностью разряда порядка 10 с.

Система стабилизации вертикального положения токамака DIII-D устроена аналогично системе токамака JET, система управления стабилизирует плазму, зануляя ее вертикальную скорость, положение плазмы при этом устанавливается системой управления формой плазмы. Поскольку инкремент вертикальной неустойчивости плазмы может значительно варьироваться от разряда к разряду, динамику плазмы не удается описать статичной аналитической моделью, и не удается стабилизировать положение плазмы статичным регулятором. Поэтому в системе стабилизации вертикального положения используется адаптивный регулятор, меняющий свои параметры в зависимости от величины инкремента вертикальной неустойчивости плазмы, оцениваемого нейросетью по наблюдаемым сигналам [44].

Для управления плазмой в DIII-D используется метод изофлакс. Диагностика формы плазмы осуществляется кодом восстановления равновесия RT-EFIT [38], позволяющим рассчитывать магнитные потоки и поля в контрольных точках за 250 мкс [45]. Регулятор формы плазмы настроен на линейной модели стандартного вида (3), полученной линеаризацией уравнений Кирхгофа для контуров тока в токамаке и уравнения баланса сил, действующих на плазму [46]. При этом, настроенный на статичной модели регулятор не позволяет достигать требуемого качества управления во всех плазменных разрядах, и его параметры корректируются вручную от разряда к разряду.

1.4.3 Токамак NSTX

Сферический токамак NSTX [26] расположен в США и характеризуется большим радиусом плазмы 0,85 м, малым радиусом 0,68 м, током плазы до 2 МА, магнитным полем до 1 Тл, и продолжительностью плазменного разряда до 5 с.

На токамаке NSTX используются системы управления положением, формой и током плазмы [47]. Система управления положением управляет непосредственно вертикальным положением плазмы, которое оценивается по измерениям магнитного потока и полей. Система управления током плазмы

регулирует напряжение, подаваемое на центральный соленоид токамака, в зависимости от разности между измеренным и целевым током плазмы.

Управление формой плазмы осуществляется методом изофлакс, диагностика формы выполняется алгоритмом восстановления равновесия плазмы RT-EFIT [38]. Алгоритм RT-EFIT рассчитывает поля и потоки в контрольных точках, минимизируя функционал невязки между измеренными и восстановленными сигналами диагностики. Полный расчет и минимизация функционала занимают около 5 мс, но алгоритм также включает в себя быстрый подцикл, использующий рассчитанные в предыдущие 5 мс коэффициенты функционала для получения примерных значений поля потоков за 200 мкс. При малых токах плазмы в начале и конце разряда восстановление равновесия ненадежно и система управления формой не использует алгоритм RT-EFIT, управляя непосредственно магнитными потоками, измеренными диагностикой токамака.

1.4.4 Токамак JT-60

Токамак JT-60 [48] расположен в Японии, его размеры – 3,4 м большой радиус и 1 м малый радиус, ток плазмы до 3 МА, магнитное поле до 4 Тл и продолжительность разряда 65 с. В 2023 г. токамак был модифицирован сверхпроводящей системой магнитных обмоток, став крупнейшим в мире действующим токамаком со сверхпроводящими катушками [49].

На токамаке JT-60 используются системы управления током, вертикальным и горизонтальным положением плазмы, а также вертикальной координатой X-точки нулевого магнитного поля на границе плазмы [50, 51]. Для диагностики этих величин используется CCS-алгоритм восстановления равновесия (Cauchy-Condition Surface) [52]. Этот алгоритм находит решение дифференциального уравнения для магнитного потока в вакууме в области Ω между датчиками магнитного поля и потока и плазмой (Рис. 1.6). Граничные условия на внешней границе $\partial\Omega_S$ области расчета находятся из измерений

потока и поля, а граничные условия на внутренней границе $\partial\Omega_P$ аппроксимируются. Поскольку положение границы плазмы неизвестно заранее и должно быть оценено алгоритмом, внутренняя граница $\partial\Omega_P$ берется внутри занимаемой плазмой области, а граница плазмы и X-точка нулевого магнитного поля ищутся на рассчитанном в Ω распределении магнитного потока. Поскольку внутренняя граница $\partial\Omega_P$ располагается внутри плазмы, а решается уравнение для потока в вакууме, полученное решение приблизительно и дает погрешность положения плазмы порядка нескольких сантиметров, что считается достаточным для управления формой и положением на JT-60. Всего цикл диагностики и управления занимает 250 мкс.

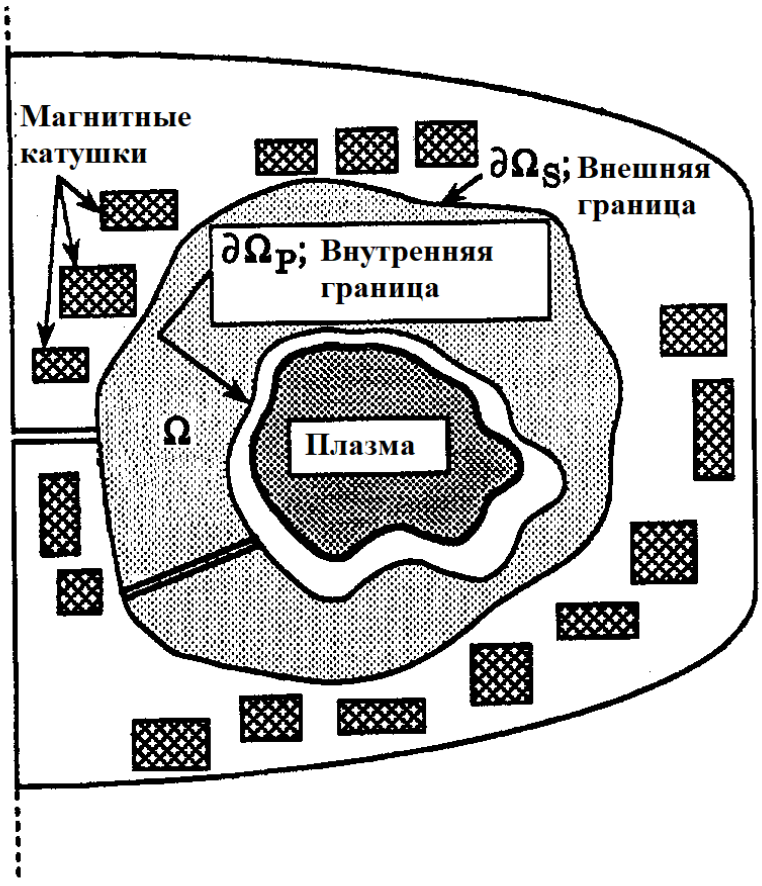


Рис. 1.6. Область расчета магнитного потока в токамаке JT-60.

1.4.5. Токамак EAST

Токамак EAST (Experimental Advanced Superconducting Tokamak) [29] находится в КНР. Его большой радиус – 1,85 м, малый радиус – 0,45 м, максимальный ток плазмы – 1 МА, магнитное поле – 3,5 Тл, продолжительность плазменного разряда – до 1000 с. На токамаке EAST используются системы управления положением, формой и током плазмы [37].

Система управления положением плазмы обеспечивает равенство координат плазмы заданным уставочным значениям. Особенностью диагностической системы токамака EAST является то, что для оценки положения плазмы используются не несколько выделенных для этой цели датчиков, а все имеющиеся на установке датчики полоидального магнитного поля и потока (38 датчиков поля и 35 датчиков потока) [53]. Положение плазмы рассчитывается по отклонениям δ от сценарных значений сигналов m датчиков поля и потока, тока плазмы I_P и токов в катушках токамака I_{PF}:

$$\delta m = M_{mPF}\delta I_{PF} + M_{mP}\delta I_P + \frac{\partial M_{mP}}{\partial R_P}\delta r_P I_P^0 + \frac{\partial M_{mP}}{\partial Z_P}\delta z_P I_P^0,$$

где I_P^0 – сценарное значение тока плазмы, r_P, z_P – координаты центра плазмы. Матрицы M_{mPF}, M_{mP} и их производные рассчитываются и загружаются в систему перед каждым плазменным разрядом.

Для управления формой плазмы на токамаке EAST основным является подход изофлакс [54]. Для диагностики формы плазмы используется алгоритм восстановления равновесия плазмы P-EFIT [55], использующий параллельные вычисления на графических процессорах для расчета формы плазмы за 380 мкс. Также на токамаке EAST планируется внедрение системы диагностики формы токамака по видеоизображениям получаемым установленными на токамаке камерами. Поскольку эта система будет определять не значения потоков и полей на границе плазмы, а непосредственно координаты границы, для управления формой с диагностикой на основе видеоданных будет невозможно использовать

метод изофлакс, и поэтому на EAST был также реализован метод управления зазорами [37].

Для настройки регуляторов формы и положения, на токамаке EAST использовались статичные линейные модели CREATE-L и CREATE-NL [42], основанные на линеаризованных уравнениях Кирхгоффа для контуров тока в токамаке и МГД-уравнений равновесия плазмы. Для различных конфигураций плазмы на токамаке EAST используются различные регуляторы, настроенные на рассчитанных для каждой отдельной конфигурации моделях.

1.4.6. Токамак ASDEX-Upgrade

Токамак ASDEX-Upgrade (Axially Symmetric Divertor Experiment) [30] расположен в Германии. Его большой радиус – 1,6 м, малый радиус – 0,65 м, максимальный ток плазмы – 2 МА, магнитное поле – 3,1 Тл, продолжительность плазменного разряда – порядка 10 с. На токамаке ASDEX-Upgrade используются системы управления положением, формой и током плазмы [56].

Особенностью системы магнитного управления токамака ASDEX-Upgrade, отличающей его от других значимых токамаков, является использование метода функциональной параметризации (Function Parametrization, FP) [7] для диагностики формы плазмы. Это статистический метод, основанный на анализе множества (порядка 10000) равновесий плазмы ASDEX-Upgrade. Для понижения размерности данных и выделения значимых сигналов диагностики используется метод главных компонент [57, 58], после чего искомые параметры плазмы представляются в виде квадратичных функций от главных компонент сигналов диагностики. Коэффициенты функций находятся методами регрессионного анализа. Метод FP позволяет рассчитать координаты ударных точек плазмы и величин зазоров между плазмой и камерой за 6 мс.

1.5.Выводы

Токамаки являются наиболее перспективным типом установок для создания термоядерного реактора. Обязательной составляющей современного токамака является система магнитного управления плазмой, включающая диагностику положения, формы и тока плазмы, и регуляторы, управляющие подаваемыми на обмотки токамака напряжениями.

Как правило, наиболее сложной компонентой системы магнитного управления плазмой является система диагностики формы плазмы, оценивающая параметры равновесия плазмы по косвенным измерениям магнитных полей и потоков. Для работы системы управления формой необходимо, чтобы система диагностики производила оценку формы в реальном времени, не менее нескольких сотен раз в течение плазменного разряда. Поэтому наибольшую сложность представляет управление формой плазмы на установках с малой продолжительностью разряда менее 1 с.

Плазма является сложным нестационарным объектом, параметры которого могут значительно меняться как от разряда к разряду, так и в течение одного разряда. Несмотря на это, на современных установках используются системы магнитного управления настроенные по статичным моделям плазмы, что ограничивает возможные режимы работы токамаков.

Глава 2. Восстановление равновесия плазмы в токамаке

Глава посвящена постановке задачи восстановления равновесия плазмы в токамаке в реальном времени и описанию алгоритма FCDI, разработанном автором для решения этой задачи на токамаке Глобус-М2. Результаты главы изложены в оригинальных работах автора [А1, А2, А3, А5, А10, А11, А12, П2], а также были доложены в докладах [11, 12, 19] научных конференций.

2.1. Равновесие плазмы в токамаке

Равновесие плазмы в токамаке устанавливается за времена Альвеновского порядка $\tau_A = a\sqrt{\mu_0 \rho}\,/\,B$, где a – малый радиус плазмы, μ_0 – магнитная постоянная, ρ – плотность плазмы, B – величина магнитного поля в плазме. Для плазмы токамака эти времена имеют порядок $\tau_A \approx 10^{-10} \sim 10^{-7}$ с, что значительно меньше времен $10^{-4} \sim 10^{-3}$ с, на которых действуют системы магнитного управления. Таким образом для задач магнитного управления можно считать, что в каждый момент времени плазма находится в магнитогидродинамическом равновесии, и для нее справедливо уравнение баланса сил, в приближении одножидкостной идеальной магнитогидродинамики записываемое как:

$$\nabla p = \vec{J} \times \vec{B}, \tag{4}$$

где p – давление плазмы, а $\vec{J}$ – плотность тока плазмы.

В каждый момент времени, магнитное поле $\vec{B}$ и плотность тока плазмы $\vec{J}$ должны удовлетворять уравнениям Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \tag{5}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \tag{6}$$

Поскольку в токамаке нет высокочастотных электрических полей, током смещения пренебрегается.

Поскольку токамак является аксиально симметричным объектом, его удобно описывать в цилиндрической системе координат (r, φ, z). Условие аксиальной симметрии накладывает ограничение

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0,$$

и равновесие плазмы описывается на плоскости (r, z), называемой полоидальной. Для этого удобно ввести определенную на данной плоскости функцию *полоидального магнитного потока* $\psi(r, z)$. Полоидальный поток в точке P определяется как магнитный поток на радиан через горизонтальную окружность с центром на оси токамака и проходящую через точку P (Рис. 2.1):

$$\psi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(P)} \vec{B} d\vec{S}.$$

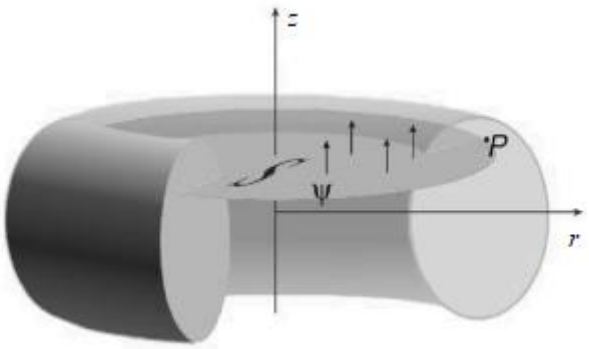


Рис. 2.1. К определению полоидального потока в токамаке

Из уравнения (5) в цилиндрической системе координат:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r B_r + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0,$$

и определения полоидального потока следует выражение для полоидальной компоненты магнитного поля из полоидального потока:

$$\frac{\partial}{\partial r}\psi = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial r}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r r' B_z dr' = rB_z,$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\psi = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial z}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r r' B_z dr' = -\int_0^r \frac{\partial}{\partial r'}\left(r' B_r\right) dr' = -rB_r,$$

$$B_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r},$$

$$\vec{B}_p = \nabla\psi \times \nabla\varphi.$$

Аналогично полоидальному потоку, определяется функция *полоидального тока F*, связанная с плотностью тока плазмы выражениями:

$$J_r = -\frac{1}{r\mu_0}\frac{\partial F}{\partial z}, \quad J_z = \frac{1}{r\mu_0}\frac{\partial F}{\partial r}.$$
$$\vec{J}_p = \mu_0^{-1}\nabla F \times \nabla\varphi. \qquad (7)$$

Распишем уравнение Максвелла (6) в цилиндрической системе координат:

$$-\frac{\partial}{\partial z}B_\varphi = \mu_0 J_r$$
$$\frac{\partial}{\partial z}B_r - \frac{\partial}{\partial r}B_z = \mu_0 J_\varphi \qquad (8)$$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} rB_\varphi = \mu_0 J_z$$

Сопоставляя выражения (7) и (8), получим выражение для тороидального магнитного поля:

$$B_\varphi = \frac{F}{r} = F\nabla\varphi \cdot \vec{e}_\varphi.$$

Итого, магнитная индукция выражается через полоидальный поток и ток как:

$$\vec{B} = \nabla\psi \times \nabla\varphi + F\nabla\varphi. \qquad (9)$$

Из этого выражения следует, что $(\vec{B}, \nabla\psi) = 0$, т.е. магнитное поле всегда перпендикулярно градиенту полоидального потока. Отсюда следует, что силовые линии магнитного поля, вдоль которых движутся частицы плазмы, лежат на поверхностях равного уровня полоидального потока, называемых

магнитными поверхностями. В общем случае, силовые линии магнитного поля незамкнуты и покрывают всю магнитную поверхность. Как показано на Рис. 2.2, магнитные поверхности в плазме токамака вложены друг в друга, образуя систему концентрических поверхностей с общей осью, называемой *магнитной осью* и проходящей через точки максимума полоидального потока. Наибольшая замкнутая магнитная поверхность, не проходящая через камеру токамака является границей плазмы. В случае, если граница плазмы касается камеры токамака, плазму называют *лимитерной*, в противном случае плазму называют *дивертор*ной. Границей дивертор*ной* плазмы является *сепаратриса*, разделяющая замкнутые линии уровня полоидального потока от незамкнутых. Сепаратриса характеризуется наличием седловой точки, называемой *X-точкой*, в этой точке $\nabla\psi = 0$, а следовательно, равно нулю и магнитное поле. Из X-точки на сепаратрисе исходят две линии уровня, пересекающие камеру токамака в точках, называемых *ударными*. Частицы могут покидать плазму вдоль этих линий, и камера в ударных точках должна быть способна выдержать повышенные тепловые нагрузки, для чего на камере устанавливаются так называемые *дивертор*ные пластины. Это вызывает необходимость управления положением ударных точек для предотвращения их выхода за пределы дивертор*ных* пластин.

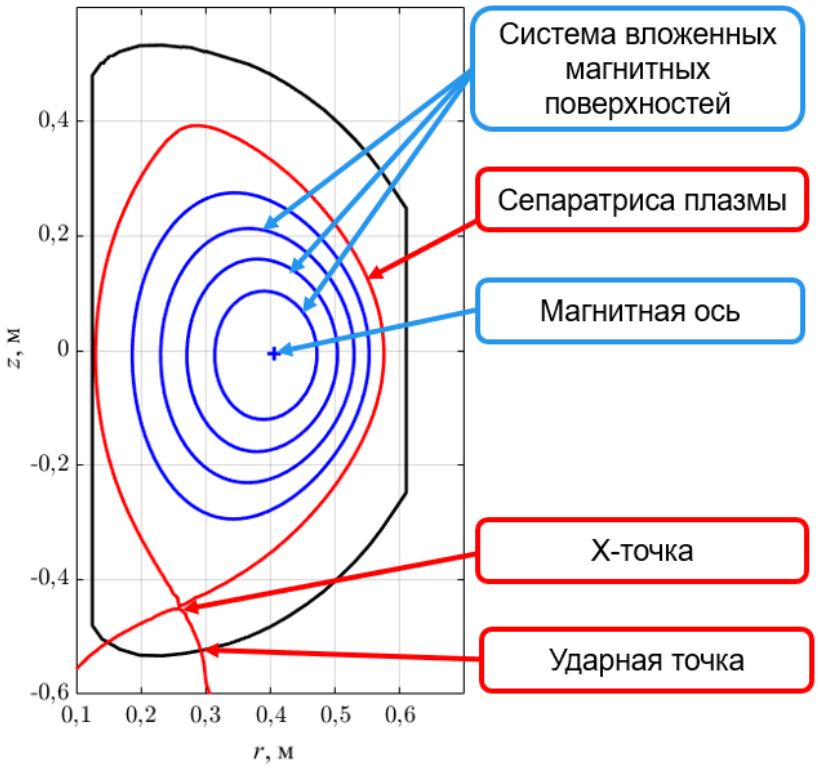


Рис. 2.2. Полоидальное сечение магнитных поверхностей в плазме токамака Глобус-М2.

Таким образом, граница плазмы на плоскости полоидального сечения (r, z) может быть найдена, как наибольшая замкнутая линия уровня полоидального потока, и задача нахождения границы плазмы может быть сведена к задаче нахождения распределения полоидального магнитного потока ψ .

Подставляя (9) в (6), получим *уравнение равновесия плазмы*, связывающее распределения полоидального потока и плотности тороидального тока в токамаке:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi=-\mu_0 r J_\varphi. \qquad (10)$$

Из определения полоидального потока следует, что он должен обращаться в ноль на аксиальной оси и на бесконечности, что дает граничные условия к уравнению равновесия:

$$\psi\big|_{r=0} = 0, \qquad \lim_{r^2+z^2\to\infty} \psi = 0.$$

Из уравнения баланса сил в плазме (4) следует, что $\vec{J}\cdot\nabla p = 0$, что с учетом (7) можно записать, как:

$$\frac{\partial F}{\partial z}\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\partial F}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

откуда следует, что полоидальный ток является функцией давления плазмы $F = F(p)$. При этом, из уравнения баланса сил также следует $(\nabla p, \vec{B}) = 0$, откуда следует что градиент давления всегда направлен по нормали к магнитной поверхности, а значит магнитные поверхности также являются поверхностями постоянного давления плазмы, и давление плазмы является функцией полоидального потока $p = p(\psi)$, а значит функцией полоидального потока является и полоидальный ток $F = F(\psi)$.

Комбинируя уравнение (10) с условием баланса между силами магнитного поля и силами давления в плазме (4) и выражениями (7) для плотности тока плазмы, и учитывая, что полоидальный ток и давление плазмы являются функциями полоидального потока, получим *уравнение Грэда-Шафранова*, связывающее распределение полоидального потока в плазме с распределением давления и полоидального тока плазмы:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi = -\mu_0 r^2 \frac{d}{d\psi}p(\psi) - \frac{1}{2}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi), \quad (r,z)\in S_{P.} \qquad (11)$$

В уравнении равновесия (10) плотность тока в токамаке является источником и полностью определяет распределение полоидального потока, а значит и границу плазмы. Но на практике распределения тока в плазме и в камере токамака неизвестны, и распределения тока и потока должны быть найдены на основе сигналов магнитной диагностики токамака. Задачу нахождения распределения полоидального потока по сигналам магнитной диагностики токамака, называют *задачей восстановления равновесия плазмы в токамаке*.

2.2. Магнитная диагностика в токамаках

Для определения формы и положения плазмы в токамаке используется система датчиков, измеряющих токи, магнитные поля и потоки в токамаке, называемая магнитной диагностикой.

Рис. 2.3. Основные типы датчиков, использующихся в системах магнитной диагностики токамака

Для измерения полоидального магнитного потока используются магнитные и седловые петли (Рис. 2.3). Магнитные петли опоясывают токамак в тороидальном направлении, и по закону Фарадея, интеграл ЭДС на концах магнитной петли пропорционален полоидальному потоку через эту петлю. Поток через седловую петлю с углом раствора α в тороидальном направлении может быть представлен, как разность полоидальных потоков в двух точках, домноженная на коэффициент $\alpha / 2\pi$. Измеряемый седловой петлей поток называют дипольным, и в первом приближении он линейно зависит от смещения плазмы из положения равновесия, соответствующего нулевому дипольному потоку. Система магнитной диагностики также может включать в себя другие петли сложной формы, соответствующие более сложным комбинациям магнитных петель, но выражаемые через значения полоидального потока в наборе точек, так измерения квадрупольного потока могут быть представлены как линейная комбинация полоидальных потоков в четырех точках.

Магнитные зонды используются для измерения магнитного поля, и представляют собой катушки с числом витков N и малой площадью сечения S. Получаемый инетегрированием напряжений на концах магнитного зонда поток равняется $\Phi = NSB_n$, где B_n – магнитное поле вдоль нормали к контуру катушки.

Ток, наводимый в плазме токамака, в общем случае имеет как полоидальную, так и тороидальную компоненты, однако согласно уравнению равновесия (10) распределение полоидального потока, а значит форма и положение плазмы определяются лишь тороидальной компонентой токов, поэтому под током плазмы I_P подразумевается только тороидальная составляющая тока плазмы. Кроме тока плазмы, в токамаке могут протекать тороидальные токи в катушках полоидального поля (*Poloidal Field*), а также в камере и пассивных проводящих структурах токамака (*Vacuum Vessel*). Далее эти токи будут обозначаться вектор-столбцами I_{PF} и I_{VV}. Для измерения токов в токамаке используются пояса Роговского, позволяющие измерить полный ток через охватываемый поясом контур (Рис. 2.4).

Поскольку сечения S_{PF} и количество витков n_{PF} катушек токамака известны, а распределение тока в катушках с высокой степенью точности можно считать равномерным, измеренный ток в катушках позволяет определить плотность тока в катушках токамака $J_{PF}(r,z) = n_{PF}^{(k)} I_{PF}^{(k)} / S_{PF}^{(k)}$, $(r,z) \in S_{PF}^{(k)}$, $k = 1,...,N_{PF}$, где N_{PF} – число катушек токамака. В отличие от токов в катушках токамака, пространственной неоднородностью распределений токов в плазме J_P и камере токамака J_{VV} пренебречь нельзя, и сигналов поясов Роговского недостаточно для их оценки.

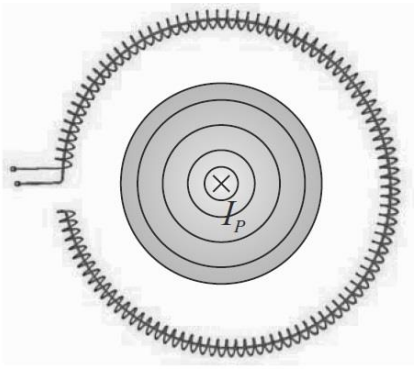


Рис. 2.4. Пояс Роговского

2.3. Описание токамака Глобус-М2

Токамак Глобус-М2 [59], до проведенной в 2018 году модернизации известный, как Глобус-М [60], расположен в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе в Санкт-Петербурге. Эта установка относится к классу сферических токамаков, т.е. токамаков с малым аспектным отношением $A = R / a$. Большой радиус токамака Глобус-М2 составляет $R = 36$ см, малый радиус $a = 24$ см, аспектное отношение $A = 1{,}5$. Величина магнитного поля, создаваемого на установке, составляет 0,9 Тл, ток плазмы – до 400 кА, длительность плазменного разряда – 300 мс. Малая длительность плазменного разряда накладывает дополнительные ограничения на необходимое быстродействие системы магнитного управления – временной шаг системы управления формой плазмы, за который рассчитывается текущая форма плазмы и подаваемое на следующем шаге напряжение на катушках токамака, должен составлять не более 100 мкс.

На установке имеется 8 катушек, создающих полоидальное магнитное поле (Рис. 2.5):

- Центральный соленоид CS (Central Solenoid), наводящий плазменный ток.
- Обмотки коррекции CC (Correction Coil), состоящие из симметрично расположенных 3-х верхних и 3-х нижних секций, соединенных последовательно.

- Обмотки полоидального поля PF1, PF2, PF3 (Poloidal Field), задающие форму плазмы. Каждая PF-обмотка состоит из симметрично расположенных верхней и нижней секции. Секции катушек PF1 и PF3 соединены последовательно, секции катушки PF2 разъединены и запитаны отдельно друг от друга.
- Обмотка вертикального поля VFC (Vertical Field Coil), управляющая горизонтальным положением плазмы и состоящая из последовательно соединенных симметричных верхней и нижней секции.
- Обмотка горизонтального поля HFC (Horizontal Field Coil), управляющая вертикальным положением плазмы и состоящая из симметричных 2-х верхних и 2-х нижних секций. Секции соединены встречно-последовательно так, что в верхних и нижних секциях ток течет в противоположных направлениях.

Все токи в катушках, а также ток плазмы измеряются поясами Роговского. Всего в систему магнитной диагностики входят 9 поясов Роговского (ток плазмы и токи в CS, CC, VFC, HFC, PF1, PF3 и две секции PF2), измеряющих ток камеры поясов Роговского на токамаке Глобус-М2 нет.

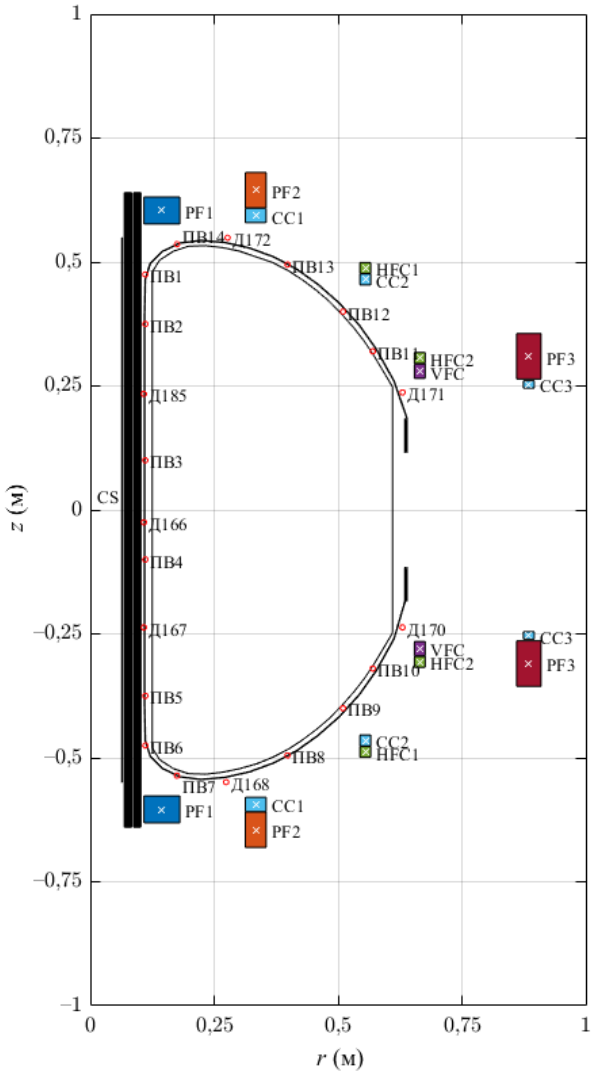


Рис. 2.5. Полоидальное сечение токамака Глобус-М2. Расположение катушек полоидального поля и магнитных петель токамака.

Горизонтальное положение плазмы на токамаке Глобус-М2 оценивается по дипольному вертикальному потоку, измеряемому седловой петлей. Вертикальное положение плазмы оценивается по сигналу датчика квадрупольного потока, состоящего из 4-х магнитных петель. Поскольку на Глобус-М2 используется аналоговая система управления положением плазмы, сигналы дипольного и квадрупольного потоков не оцифровываются в реальном времени и не доступны для восстановления равновесия в ходе разряда. Для восстановления равновесия в реальном времени доступны сигналы 21-й

магнитной петли: ПВ1-ПВ14, Д166, Д167, Д170, Д171, Д172, Д177, Д185 (Рис. 2.5).

Вакуумная камера токамака сделана из нержавеющей стали и состоит из внутреннего цилиндра толщиной 2 мм, двух полусфер толщиной 3 мм и наружного кольца толщиной 14 мм. На внешнем кольце расположены патрубки для диагностики плазмы, препятствующие протеканию тороидального тока на большей части кольца, фактически ток во внешнем кольце протекает только на нижнем и верхнем участках высотой по 4 см [61]. Суммарное электрическое сопротивление камеры в тороидальном направлении составляет 120 мкОм.

Кроме токов в камере токамака, полоидальное магнитное поле наводится поперечными круговыми токами, наводящимися в элементах обмоток тороидального магнитного поля. Для учета этих токов в модель камеры токамака введены пассивные проводящие контура тороидального тока, расположенные поперек внутренних частей обмоток тороидального поля, внутри центрального соленоида. Всего камера и пассивные проводящие структуры Глобус-М2 моделируются 56-ю проводящими элементами с вектор-столбцом токов I_{VV}.

2.4. Моделирование токов камеры токамака

Вакуумная камера (ВК) токамака является распределенным в пространстве объектом, моделируемым множеством проводящих контуров, токи в которых, в общем случае, не измеряются системой диагностики токамака. Связь наводимых в камере токамака токов с измеряемыми токами плазмы и катушек токамака дается дифференциальным уравнением:

$$L_{VV}\frac{dI_{VV}}{dt} + M_{VV_{PF}}\frac{dI_{PF}}{dt} + M_{VV_P}\frac{dI_P}{dt} + R_{VV}I_{VV} = 0. \qquad (12)$$

Здесь R_{VV} – диагональная матрица сопротивлений элементов ВК, L_{VV} – матрица индуктивности элементов ВК, $M_{VV_{PF}}$ и M_{VV_P} – матрицы взаимной индуктивности между элементами ВК, обмотками токамака и плазмой соответственно.

Взаимная индуктивность между двумя тороидальными контурами a и b с сечениями S_a и S_b, токами I_a и I_b с распределениями J_a и J_b может быть рассчитана по формуле:

$$M_{ab} = \frac{1}{I_a I_b} \iint_{S_a} \iint_{S_b} G(r_a, z_a, r_b, z_b) J_a(r_a, z_a) J_b(r_b, z_b) dr_b dz_b dr_a dz_a, \qquad (13)$$

где G – функция Грина G для уравнения равновесия (10) [62]:

$$G(r_a, z_a, r_b, z_b) = \mu_0 \sqrt{\frac{r_a r_b}{k}} \left[\left(2 - k\right) K(k) - 2E(k) \right],$$

$$k = \frac{4 r_a r_b}{(r_a + r_b)^2 + (z_a - z_b)^2},$$

K и E – эллиптические интегралы первого и второго рода [63].

Индуктивности ВК и катушек токамака могут быть рассчитаны по формуле (13), но из-за непостоянных формы, положения и распределения тока плазмы ее индуктивность не фиксирована и может быть лишь оценена приблизительно.

Существуют два подхода к моделированию токов плазмы в камере токамака. В первом подходе токи плазмы рассчитываются согласно уравнению (13) с приблизительным значением индуктивности плазмы, рассчитанным для равновесия плазмы в центре токамака. Недостатком такого подхода, являются ошибки при расчете токов для равновесий со смещенной из центра токамака плазмы, приводящие к неправильным оценкам формы и положения плазмы в этих равновесиях. Поскольку одной из задач системы магнитного управления является возвращение плазмы из смещенного положения к сценарным координатам, такой подход плохо подходит для задачи восстановления равновесия плазмы в обратной связи системы управления.

Во втором подходе токи в элементах ВК считаются свободными параметрами задачи восстановления равновесия. Это значительно повышает вычислительную сложность задачи, а кроме того, делает задачу восстановления равновесия сильно недоопределенной для многих токамаков, поскольку число

элементов ВК, как правило, сильно превышает число имеющихся сигналов диагностики токамака. Так, в токамаке Глобус-М2 ВК моделируется 56-ю элементами, а число сигналов диагностики для определения токов ВК – 22 (21 магнитная петля и измеряющий ток плазмы пояс Роговского). Для уменьшения недоопределенности можно искать решения задачи восстановления, минимизирующие вместе с невязкой сигналов диагностики, невязку токов ВК с их оценкой по уравнению (13) с фиксированной индуктивностью плазмы, но большое число элементов ВК может привести к тому, что вклад невязки токов ВК в минимизируемый функционал будет значительно превышать невязку сигналов диагностики, и невязка токов ВК будет минимизироваться за счет худшего качества восстановления по сигналам диагностики.

Решением этой проблемы служит уменьшение размерности задачи моделирования токов в ВК. Для этого на токамаке Глобус-М2 автором был предложен и применен метод разложения токов ВК на индуктивно несвязанные токовые моды.

Токи в 56 элементах ВК токамака Глобус-М2 образуют 56-мерное пространство токов камеры. Переход к базису токовых мод должен совершаться при помощи матрицы перехода $P = \left\| p_{ij} \right\|$, $I_{VV} = P\tilde{I}_{VV}$, где $\tilde{I}_{VV}$ – токи камеры в пространстве токовых мод. Для получения матрицы перехода рассмотрим выражение тока в *k*-м элементе камеры через токовые моды:

$$I_{VV}^{(k)} = \sum_j p_{kj} \tilde{I}_{VV}^{(j)}. \qquad (14)$$

Поскольку искомые токовые моды индуктивно не связанны, при отсутствии внешних наводок токовые моды должны затухать экспоненциально $\tilde{I}_{VV}^{(j)} \propto e^{-t/\tau_j}$, где τ_j – характерное время затухания *j*-й токовой моды, следовательно производная тока в *k*-м элементе камеры равна:

$$\frac{d}{dt} I_{VV}^{(k)} = \sum_j p_{kj} \frac{d}{dt} \tilde{I}_{VV}^{(j)} = -\sum_j \frac{p_{kj}}{\tau_j} \tilde{I}_{VV}^{(j)}. \qquad (15)$$

При отсутствии внешних наводок магнитный поток Ψ_k через k -й элемент ВК выражается через элементы матрицы индуктивности $L_{VV} = \left\| L_{VV}^{(ij)} \right\|$:

$$\Psi_k = \sum_m L_{VV}^{(km)} I_{VV}^m, \tag{16}$$

при этом его производная согласно (12) равна:

$$\frac{d}{dt}\Psi_k = -R_{VV}^{(k)} I_{VV}^k, \tag{17}$$

где $R_{VV}^{(k)}$ – сопротивление k-го элемента камеры.

Беря производную от (16) и подставляя выражения (14), (15) и (17), получаем:

$$\sum_m \sum_j \frac{L_{VV}^{(km)} p_{mj}}{\tau_j} \tilde{I}_{VV}^{(j)} = \sum_j R_{VV}^{(k)} p_{kj} \tilde{I}_{VV}^{(j)}.$$

Поскольку данное равенство должно выполняться при любых значениях $\tilde{I}_{VV}^{(j)}$, коэффициенты перед $\tilde{I}_{VV}^{(j)}$ в правой и левой части должны быть равны. Приравнивая их, получим систему алгебраических уравнений для нахождения элементов матрицы перехода P и характерных времен затухания τ_j:

$$\sum_m \frac{L_{VV}^{(km)}}{R_{VV}^{(k)}} p_{mj} = \tau_j p_{kj}, \quad k, j = 1, \ldots, 56. \tag{18}$$

Несложно заметить, что данная система ставит задачу нахождения собственных векторов и значений матрицы $Q = \left\| q_{km} = L_{VV}^{(km)} / R_{VV}^{(k)} \right\|$, при этом столбцы матрицы P находятся как собственные векторы матрицы Q, а времена затухания мод τ_j как собственные значения матрицы Q.

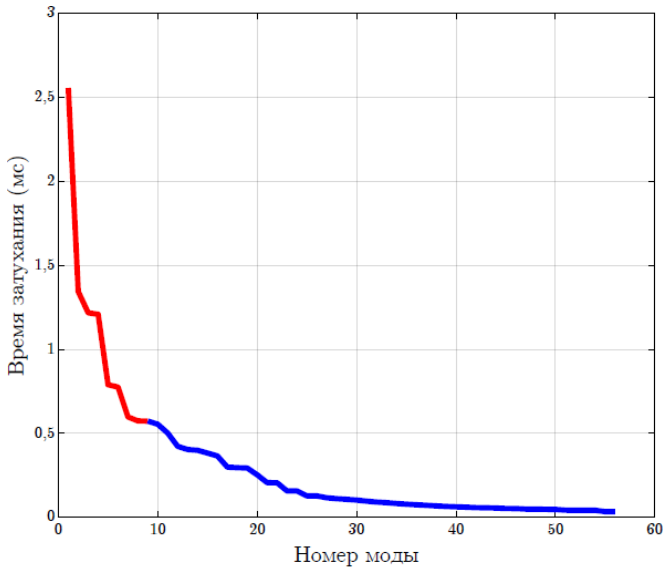


Рис. 2.6. Характерные времена затухания токовых мод камеры Глобус-М2. Используемые при моделировании моды выделены красным.

Использование полученного представления токов ВК через токовые моды позволяет вместо расчета токов в 56 элементах ВК, рассчитывать только величины токовых мод с наибольшими временами затухания, показанными на Рис. 2.6. Как будет показано далее, восстановление равновесия плазмы токамака Глобус-М2 с учетом 9-ти токовых мод с наибольшими временами затухания занимает значительно меньше времени, чем восстановление равновесия полной моделью камеры, а полученные равновесия практически не отличаются. Таким образом, вместо решения системы (12) из 56 дифференциальных уравнений для 56-ти элементов ВК, достаточно решать аналогичную систему из 9-ти уравнений для 9-ти токовых мод ВК:

$$\tilde{L}_{VV}\frac{d\tilde{I}_{VV}}{dt}+\tilde{M}_{VV_{PF}}\frac{dI_{PF}}{dt}+\tilde{M}_{VV_{P}}\frac{dI_{P}}{dt}+\tilde{R}_{VV}\tilde{I}_{VV}=0. \qquad (19)$$

Используемые в этих уравнениях коэффициенты взаимной индуктивности между токовыми модами и обмотками токамака находятся как величины магнитного потока, создаваемые токовыми модами с единичным током. Так,

согласно (14) при единичном токе в *j*-й моде ток в *k*-м элементе ВК равен p_{kj} и взаимная индуктивность между обмотками токамака и *j*-й токовой модой равна:

$$\tilde{M}_{VV_{PF}}^{(k)} = \sum_k M_{VV_{PF}}^{(k)} p_{kj},$$

где $M_{VV_{PF}}^{(k)}$ – *k*-я строка матрицы $M_{VV_{PF}}$. Аналогично считаются индуктивности между токовыми модами камеры и плазмой. Используя выражения для магнитного потока через проводники с распределенным током [64], получим матрицу взаимной индуктивности между токовыми модами. Взаимная индуктивность между *k* -й и *j*-й токовой модой равна:

$$\tilde{L}_{VV}^{(kj)} = \sum_m \sum_n L_{VV}^{(mn)} p_{mk} p_{nj},$$

подставляя (18),получим:

$$\tilde{L}_{VV}^{(kj)} = \tau_j \sum_m R_{VV}^{(m)} p_{mj} p_{mk}, \qquad (20)$$

но поскольку матрица индуктивности симметрична $L_{VV}^{(mn)} = L_{VV}^{(nm)}$, можно также записать:

$$\tilde{L}_{VV}^{(kj)} = \sum_m \sum_n L_{VV}^{(nm)} p_{mk} p_{nj} = \tau_k \sum_n R_{VV}^{(n)} p_{nk} p_{nj}. \qquad (21)$$

Это выражение должно выполняться для случая $k \neq j$, а поскольку в общем случае $\tau_j \neq \tau_k$, и из (20) и (21) следует $\tilde{L}_{VV}^{(kj)} = 0$, т.е. полученные моды действительно индуктивно не связанны. В случае $j = k$, выражение (21) дает собственную индуктивность *k* -й моды:

$$\tilde{L}_{VV}^{(kk)} = \tau_k \sum_n R_{VV}^{(n)} p_{nk}^2.$$

При этом эффективное сопротивление *k*-й моды равно:

$$\tilde{R}_{VV}^{(k)} = \tilde{L}_{VV}^{(kk)} / \tau_k = \sum_n R_{VV}^{(n)} p_{nk}^2.$$

2.5. Постановка задачи восстановления равновесия плазмы в токамаке

Задача восстановления равновесия плазмы в токамаке относится к обратным краевым задачам, и ее стандартная постановка имеет следующий вид. Требуется найти распределение плотности тороидального тока J_φ и порождаемое им согласно уравнению равновесия (10) распределение полоидального магнитного потока ψ, минимизирующие функционал невязки между измеренными и восстановленными сигналами магнитной диагностики. Как правило, функционал невязки выбирают квадратичным:

$$\chi^2(J_\varphi,\psi)=\sum_i w_i^2\left(g_i^M-g_i(J_\varphi,\psi)\right)^2, \qquad (22)$$

где g_i^M и g_i – значения i-го сигнала диагностики и соответствующей ему восстановленной величины, w_i^2 – положительные весовые коэффициенты.

Для токамака Глобус-М2 сигналы g_i^M включают в себя измеренные магнитными петлями потоки ψ_k, $k=1,...,21$ и измеренный поясом Роговского ток плазмы I_P, а соответствующие им величины g_i принимают вид $\psi(r_k,z_k)$ и $\int J_P dS$, где (r_k,z_k) – координаты магнитных петель, J_P – распределение плотности тока плазмы, составляющее вместе с плотностью тока камеры J_{VV} и плотностью тока катушек J_{PF} полное распределение плотности тороидального тока в токамаке:

$$J_\varphi=J_P+J_{VV}+J_{PF}. \qquad (23)$$

Распределение плотности тока катушек J_{PF} однозначно определяется по измеренным поясами Роговского токам катушек:

$$J_{PF}(r,z)=n_{PF}^{(i)}I_{PF}^{(i)}/S_{PF}^{(i)},\quad (r,z)\in S_{PF}^{(i)},\quad i=1,...,N_{PF} \qquad (24)$$

а распределение плотности токов камеры выражается через значение токовых мод $\tilde{I}_{VV}$, как:

$$J_{VV}(r,z)=\sum_j p_{kj}\tilde{I}_{VV}^{(j)}/S_{VV}^{(k)},\quad (r,z)\in S_{VV}^{(k)},\quad k=1,...,N_{VV}. \tag{25}$$

Здесь $S_{PF}^{(i)}$ и $S_{VV}^{(k)}$ – площадь сечения *i*-й катушки и *k*-го элемента камеры, $n_{PF}^{(i)}$ – число витков *i*-й катушки, p_{kj} – элементы матрицы перехода из базиса токовых мод к базису токов в отдельных элементах камеры, N_{PF} и N_{VV} – число катушек и элементов камеры токамака соответственно.

Поскольку использование токов камеры, рассчитанных согласно уравнению (19) для некоторой фиксированной индуктивности плазмы, не позволяет правильно восстанавливать равновесия со смещенной плазмой, в задаче восстановления равновесия токамака Глобус-М2 токи камеры считались свободными параметрами, и в функционал (22) было добавлено слагаемое $\sum_k \tilde{w}_k^2\left(\hat{I}_{VV}^{(k)}-\tilde{I}_{VV}^{(k)}\right)^2$, где $\hat{I}_{VV}$ – решение уравнения (19) с фиксированной индуктивностью плазмы, $\tilde{w}_k^2$ – положительные весовые коэффициенты.

Итоговая постановка задачи восстановления равновесия плазмы в токамаке Глобус-М2 имеет следующий вид. Необходимо найти распределение плотности тока плазмы J_P и значения $\tilde{I}_{VV}$ токовых мод камеры токамака, минимизирующие функционал вида:

$$\chi^2=\sum_i w_i^2\left(g_i^M-g_i(J_\varphi,\psi)\right)^2+\sum_k \tilde{w}_k^2\left(\hat{I}_{VV}^{(k)}-\tilde{I}_{VV}^{(k)}\right)^2\xrightarrow[J_P,\tilde{I}_{VV}]{}\min, \tag{26}$$

в котором J_φ выражается через J_P и $\tilde{I}_{VV}$ согласно (23)-(25), ψ связано с J_φ уравнением:

$$\begin{aligned} &r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi=-\mu_0 rJ_\varphi,\\ &\psi\big|_{r=0}=0,\qquad \lim_{r^2+z^2\to\infty}\psi=0, \end{aligned} \tag{27}$$

а $\hat{I}_{VV}$ удовлетворяет уравнению:

$$\tilde{L}_{VV}\frac{d\hat{I}_{VV}}{dt}+\tilde{M}_{VV_{PF}}\frac{dI_{PF}}{dt}+\tilde{M}_{VV_P}\frac{dI_P}{dt}+\tilde{R}_{VV}\hat{I}_{VV}=0. \quad (28)$$

2.6. Алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы в реальном времени

Для восстановления равновесия плазмы на токамаке Глобус-М2 в реальном времени был разработан алгоритм FCDI (Flux and Current Distribution Identification). Алгоритм имеет два режима работы FCDI-IT (Iterative) и FCDI-FF (Fixed Filaments).

2.6.1. Алгоритм FCDI-IT

Минимизация функционала (26) в задаче восстановления равновесия плазмы затрудняется тем, что аргумент функционала J_P является функцией двух переменных. Поскольку минимизация на функциональном пространстве является крайне сложной задачей, неподходящей для решения в реальном времени плазменного разряда, на вид функции J_P накладываются дополнительные ограничения. В алгоритме FCDI-IT для этого используется, уравнение Грэда-Шафранова (11) для полоидального потока в плазме. Сопоставляя уравнение Грэда-Шафранова с общим уравнением для потока (27), получим, следующее выражение для плотности плазменного тока:

$$J_P = r\frac{d}{d\psi}p(\psi)+\frac{1}{2r\mu_0}\frac{d}{d\psi}F^2(\psi). \quad (29)$$

Таким образом, J_P должна выражаться в виде суммы двух функций полоидального потока, умноженной и деленной на r соответственно. В этом представлении удобно наложить на функцию J_P граничное условие:

$$J_P(r,\psi_B)=0, \quad (30)$$

где ψ_B – значение потока на границе плазмы.

Для дальнейшего ограничения вида J_P разложим функции $p'(\psi)$ и $F(\psi)F'(\psi)$ в функциональные ряды и ограничим их конечным числом элементов:

$$J_P = r\sum_{k=0}^{N_p} c_p^{(k)} f_k(\psi) + \frac{1}{r}\sum_{k=0}^{N_F} c_F^{(k)} f_k(\psi).$$

В этом выражении в качестве функциональных рядов удобно выбрать ряды Тейлора по переменной нормированного полоидального потока $\bar{\psi} = (\psi - \psi_B)/(\psi_A - \psi_B)$, где ψ_A – значение потока на магнитной оси. В этом случае из условия (30) следует $c_p^{(0)} = c_F^{(0)} = 0$.

При выбранных ограничениях уравнение равновесия (27) принимает вид:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi = \begin{cases} -\mu_0 r^2 \sum_{k=1}^{N_p} c_p^{(k)} \bar{\psi}^k(\psi) - \mu_0 \sum_{k=1}^{N_F} c_F^{(k)} \bar{\psi}^k(\psi), & (r,z) \in S_P, \\ -\mu_0 r n_{PF}^{(i)} I_{PF}^{(i)} / S_{PF}^{(i)}, & (r,z) \in S_{PF}^{(i)}, \quad i = 1,\ldots,N_{PF}, \\ -\mu_0 r \sum_j p_{kj} \tilde{I}_{VV}^{(j)} / S_{VV}^{(k)}, & (r,z) \in S_{VV}^{(k)}, \quad k = 1,\ldots,N_{VV}, \\ 0, & (r,z) \notin S_P \bigcup_i S_{PF}^{(i)} \bigcup_k S_{VV}^{(k)}, \end{cases} \quad (31)$$

$$\psi\big|_{r=0} = 0, \qquad \lim_{r^2+z^2\to\infty} \psi = 0.$$

Правая часть этого уравнения зависит от искомой функции ψ в области плазмы S_P, и для его решения был применен метод итераций Пикара. Решение для текущей итерации ищется из уравнения (31) с правой частью, зависящей от решения предыдущей итерации:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\psi^{(n)}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi^{(n)} = -\mu_0 r^2 \sum_{k=1}^{N_p} c_p^{(k)} \bar{\psi}^k(\psi^{(n-1)}) - \mu_0 \sum_{k=1}^{N_F} c_F^{(k)} \bar{\psi}^k(\psi^{(n-1)}), \quad (r,z) \in S_P^{(n-1)}.$$

В таком виде уравнение линейно для каждой итерации и может быть решено численно стандартными разностными методами. В алгоритме FCDI-IT для этого применен метод Хокни [65], в котором путем применения дискретного синусного преобразования Фурье, система линейных уравнений для *NM*

значений потока на прямоугольной сетке размера $N \times M$ сводится к N трехдиагональным системам для M переменных, решаемых методом прогонки. Заданные на аксиальной оси и бесконечности граничные условия в (31) сводятся к граничным условиям на прямоугольной сетке при помощи метода фон Хагенова-Лакнера [66] в котором сперва находится решение $\hat{\psi}$ уравнения с условием $\hat{\psi} = 0$ на прямоугольной границе ∂S, после чего настоящие условия на ∂S находятся по формуле:

$$\psi(r,z) = -\int_{\partial S} G(r,z,r^*,z^*)\frac{\partial}{\partial n}\hat{\psi}(r^*,z^*)dl^*, \qquad (r,z) \in \partial S,$$

где G – функция Грина для уравнения равновесия (27).

Параметры $c_p^{(k)}$, $c_F^{(k)}$ и $\tilde{I}_{VV}$ находятся для каждой итерации минимизацией функционала (26). При этом, поскольку J_φ и ψ линейно зависят от $c_p^{(k)}$, $c_F^{(k)}$ и $\tilde{I}_{VV}$, а функции $g_i(J_\varphi,\psi)$ для магнитных петель, зондов и поясов Роговского линейно зависят от J_φ и ψ, функционал (26) записывается в форме:

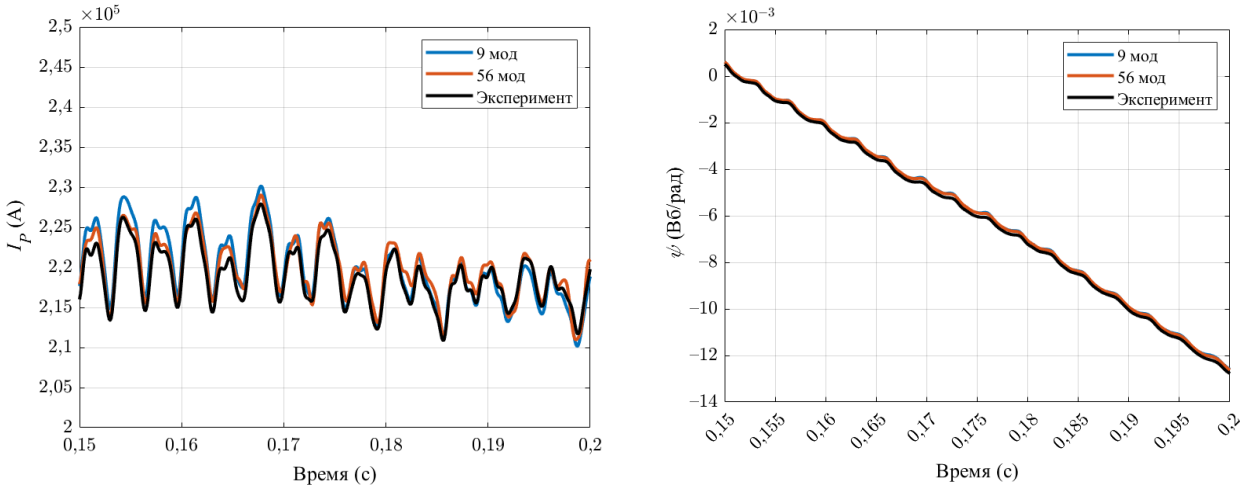
$$\chi^2 = \left\| Ax - y \right\|^2, \quad x = \begin{bmatrix} c_p^T & c_F^T & \tilde{I}_{VV}^T \end{bmatrix}^T,$$

и минимизирующий его вектор свободных параметров x, находится, как $x = A^+ y$, где A^+ – псевдообратная к A матрица.

Будучи обратной задачей, задача восстановления равновесия плазмы является некорректно поставленной по Адамару, поэтому при минимизации функционала (26) необходима регуляризация. В алгоритме FCDI применяется метод регуляризации SVD Truncation [67], в котором при нахождении псевдообратной матрицы A^+ при помощи сингулярного разложения матрицы A, отбрасывается вклад в A^+ от малых сингулярных чисел матрицы A.

Минимизация функционала (26) и решение уравнения (31) определяют распределение потока n-й итерации $\psi^{(n)}$, в седловых точках которого находятся X-точки плазменной конфигурации. Наибольшее из значений потока в X-точках

и на камере токамака дает значение потока на границе плазмы, линия уровня которого ограничивает область плазмы $S_P^{(n)}$ на которой полиномами от $\psi^{(n)}$ строится J_P на следующей итерации. Поскольку алгоритм FCDI-IT предназначен для работы в реальном времени, для восстановления равновесия в каждый момент времени выделена всего одна итерация, а полученное в ее ходе равновесие используется как начальное приближение для восстановления равновесия в следующий момент времени.



(а) (б)

Рис. 2.7. Сигналы диагностики в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2, измеренные в эксперименте и восстановленные алгоритмом FCDI-IT с полной и редуцированной моделью камеры токамака. а) Ток плазмы; б) Магнитный поток на петле Д166.

Алгоритм FCDI-IT обеспечивает хорошую точность восстановления равновесия как с полной, так и с редуцированной моделью токов камеры токамака из 9-ти токовых мод. На Рис. 2.7 показаны графики восстановленных и измеренных сигналов магнитной диагностики токамака, а в таблице 1 приведены величины абсолютных и относительных ошибок между измеренными и восстановленными сигналами. Средняя относительная ошибка не превышает 1 % при восстановлении с полной моделью камеры, а при восстановлении с

редуцированной моделью средняя ошибка не превышает 2 %, что соответствует погрешности измерения экспериментальных сигналов.

Таблица 1. Разница между параметрами плазмы, восстановленными алгоритмом FCDI-IT с полной и редуцированной моделью камеры, в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2.

Сигнал диагностики		Редуцированная модель камеры с 9-ю модами	Полная модель камеры
Ток плазмы	Максимальная ошибка	3,2 кА	3 кА
	Средняя ошибка	1,4 кА	1 кА
	Средняя относительная ошибка	0,6 %	0,5 %
Магнитный поток на магнитных петлях	Максимальная ошибка	0,48 мВб/рад	0,2 мВб/рад
	Средняя ошибка	0,1 мВб/рад	0,05 мВб/рад
	Средняя относительная ошибка	1,6 %	0,9 %

Работа алгоритма FCDI-IT была также верифицирована плазмофизическим кодом DINA [10], позволяющим моделировать эволюцию плазменного разряда. При помощи кода DINA было рассчитано равновесие токамака Глобус-М и сигналов диагностики токамака при этом равновесии. Как показано на Рис. 2.8, восстановленная алгоритмом FCDI-IT по сигналам кода DINA граница плазмы совпадает с истинной.

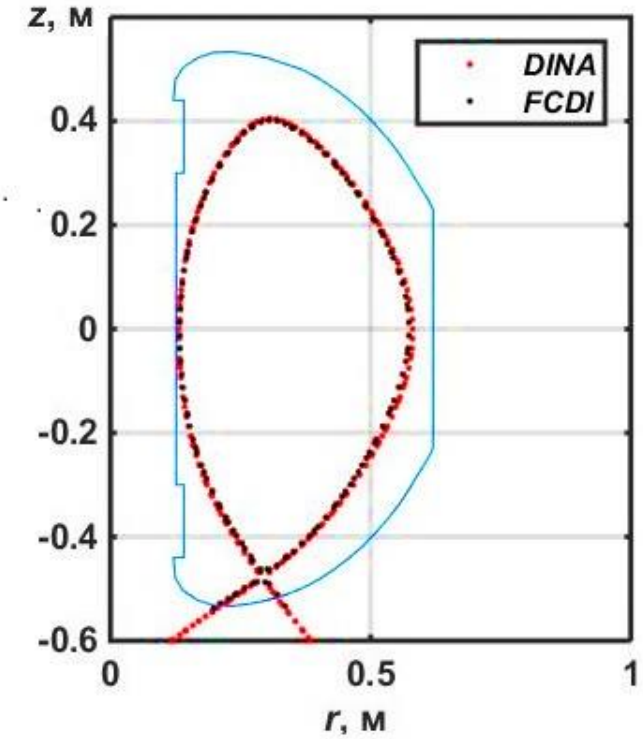


Рис. 2.8. Сравнение границ плазмы токамака Глобус-М в равновесии, рассчитанном на коде DINA, и равновесии, восстановленным алгоритмом FCDI-IT по сигналам с кода DINA

Работа алгоритма FCDI-IT проверялась на Целевой Машине Реального Времени (ЦВМР) Speedgoat Performance с процессором Intel i7-7700K, работающим на частоте 4,2 ГГц. На сетке размера 33×33 и с использованием полной модели камеры токамака из 56 токовых мод алгоритм FCDI-IT восстанавливает равновесие за 1,5 мс, использование же редуцированной модели камеры из 9 токовых мод уменьшает требуемое для восстановления равновесия время до 200 мкс.

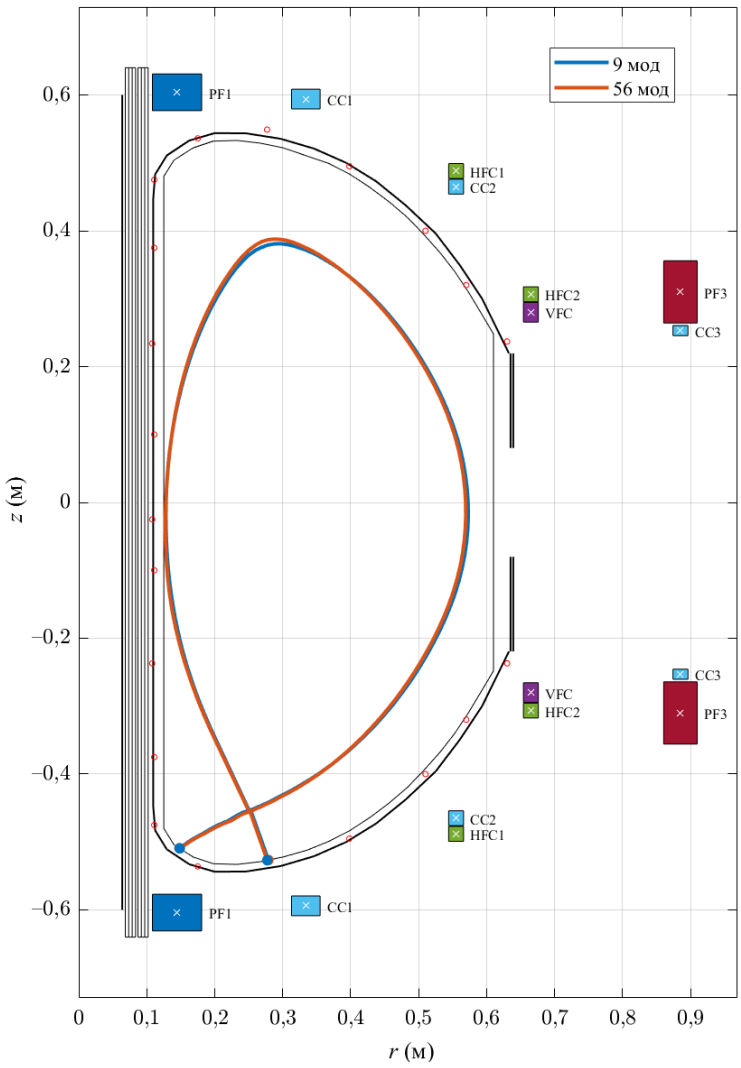


Рис. 2.9. Граница плазмы в момент времени *t*=175 мс разряда № 43345 токамака Глобус-М2, восстановленная алгоритмом FCDI-IT с полной и редуцированной моделью камеры токамака.

Таким образом, использование редуцированной модели камеры обеспечивает быстродействие, достаточное для применения алгоритма в реальном времени на большинстве современных токамаков. При этом редуцированная модель камеры не оказывает существенного влияния на результаты восстановления. На Рис. 2.9 изображены границы плазмы, восстановленные полной и редуцированной моделью, в таблице 2 приведены средние относительная и абсолютная, а также максимальная абсолютная модули разницы между параметрами плазмы, восстановленными с полной и

редуцированной моделью, графики восстановленных координат плазмы показаны на Рис. 2.10. Из Рис. 2.9, 2.10 и таблицы 2 видно, что использование редуцированной модели камеры не оказывает заметного влияния на восстановленную форму плазмы (большая относительная разница в восстановленных вертикальной координате и зазоре до внешней стенки камеры обусловлены малой абсолютной величиной этих параметров).

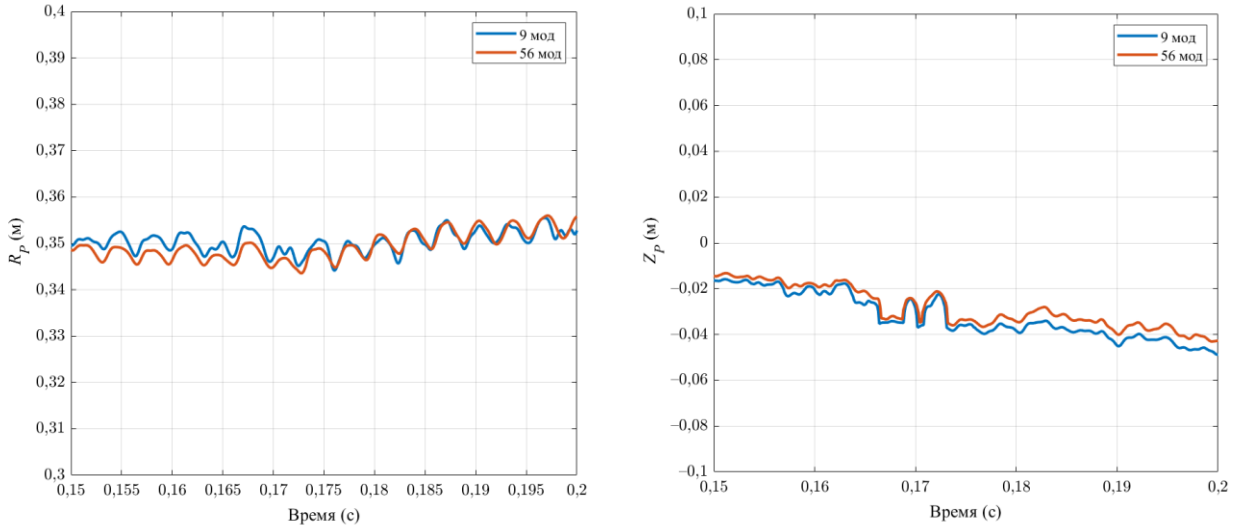


Рис. 2.10. Координаты центра плазмы в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2, восстановленные алгоритмом FCDI-IT с полной и редуцированной моделью камеры токамака.

Алгоритм FCDI-IT был реализован в программной среде MATLAB/Simulink и осенью 2022 года, был внедрен на токамаке Глобус-М2 [68], где применяется для обработки результатов плазменных разрядов.

Таблица 2. Разница между параметрами плазмы, восстановленными алгоритмом FCDI-IT с полной и редуцированной моделью камеры, в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2.

Геометрический параметр плазмы	Максимальная разность	Средняя разность	Средняя относительная разность
Координата R_P центра плазмы	4 мм	1,6 мм	0,5 %
Координата Z_P центра плазмы	9,8 мм	3,7 мм	13,5 %
Малый горизонтальный радиус плазмы	3,5 мм	1,6 мм	0,7 %
Малый вертикальный радиус плазмы	9,2 мм	4,4 мм	1,1 %
Зазор между плазмой и внешней стенкой камеры токамака	7 мм	3 мм	7,8 %
Зазор между плазмой и верхней стенкой камеры токамака	13 мм	6 мм	3,8 %
R координата X-точки	1,5 мм	0,7 мм	0,3 %
Z координата X-точки	2,5 мм	0,9 мм	0,2 %

2.6.2. Алгоритм FCDI-FF

Скорость восстановления равновесия 200 мкс достигнутая алгоритмом FCDI-IT достаточна для использования алгоритма в реальном времени на большинстве современных токамаков, однако для токамаков с малой длительностью разряда порядка сотен миллисекунд и менее желательно

быстродействие алгоритма не более 100 мкс. Для восстановления равновесия на таких токамаках был разработан алгоритм FCDI-FF.

Таблица 3. Разница между параметрами плазмы, восстановленными алгоритмом FCDI-FF с полной и редуцированной моделью камеры, в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2.

Сигнал диагностики		Редуцированная модель камеры с 9-ю модами	Полная модель камеры
Ток плазмы	Максимальная ошибка	3,1 кА	2,4 кА
	Средняя ошибка	1,1 кА	1 кА
	Средняя относительная ошибка	0,5 %	0,5 %
Магнитный поток на магнитных петлях	Максимальная ошибка	0,49 мВб/рад	0,2 мВб/рад
	Средняя ошибка	0,1 мВб/рад	0,05 мВб/рад
	Средняя относительная ошибка	1,9 %	1 %

В алгоритме FCDI-FF ток плазмы аппроксимируется набором токовых колец (филаментов) с заданными пользователем координатами (r_i, z_i), $i = 1,..., N_F$:

$$J_P = \sum_{i=1}^{N_F} I_F^{(i)} \delta(r - r_i, z - z_i).$$

Описывающими плазму свободными параметрами, при этом, являются токи филаментов I_F. Создаваемый плазмой полоидальный магнитный поток в таком приближении равняется:

$$\psi(r,z) = \sum_{i=1}^{N_F} I_F^{(i)} G(r,z,r_i,z_i),$$

где G – функция Грина для уравнения равновесия (27), значения которой могут быть вычислены до восстановления равновесия, что значительно ускоряет расчет распределения полоидального потока, а также не требует использования регулярной координатной сетки.

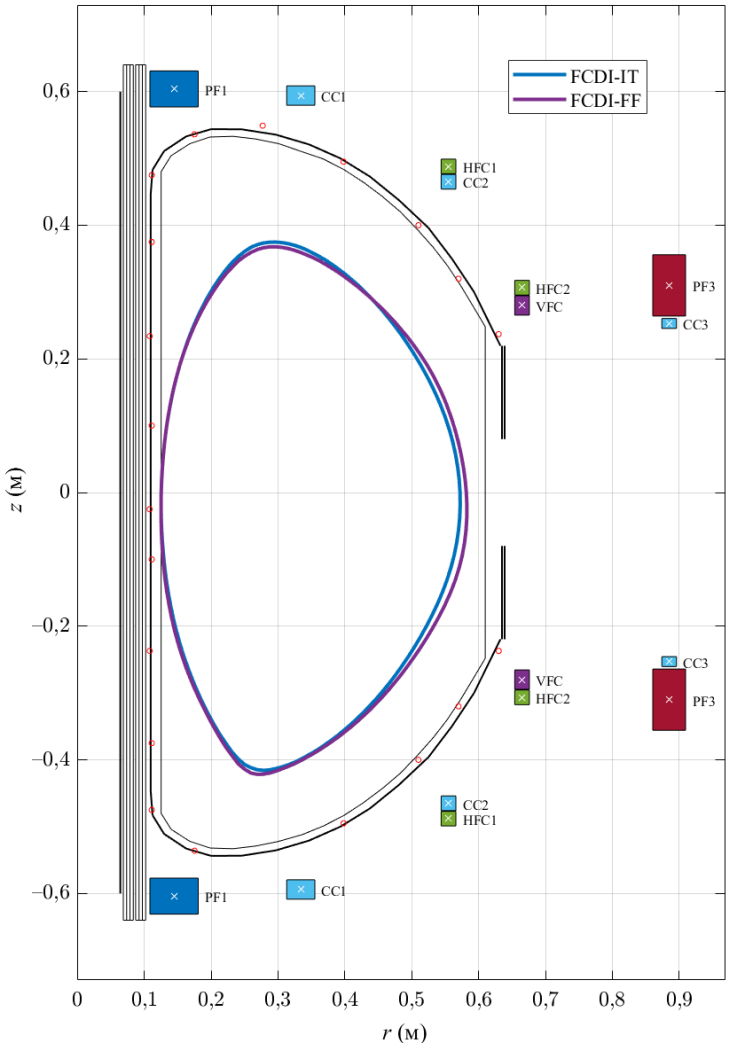


Рис. 2.11. Граница плазмы в момент времени t=160 мс разряда № 43345 токамака Глобус-М2, восстановленная алгоритмами FCDI-FF и FCDI-IT с редуцированной моделью камеры токамака.

Значения токов филаментов I_F и токовых мод камеры $\tilde{I}_{VV}$ находятся минимизацией функционала (26) с использованием метода регуляризации SVD Truncation, как и в алгоритме FCDI-IT.

Также, как и FCDI-IT, алгоритм FCDI-FF обеспечивает высокую точность восстановления равновесия плазмы. Ошибки между восстановленными и измеренными сигналами диагностики токамака приведены в таблице 3 и сопоставимы с погрешностями измерения диагностики.

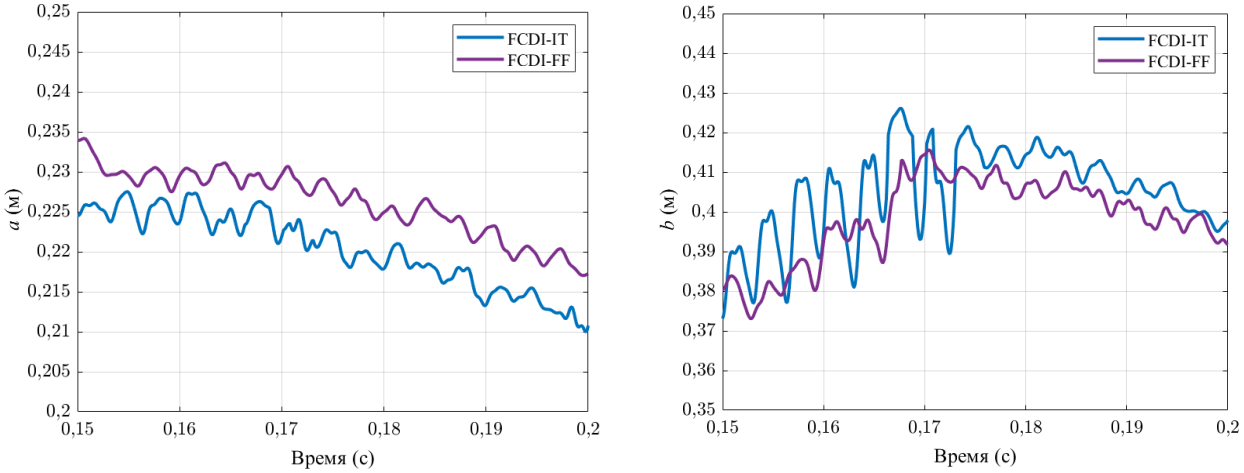


Рис. 2.12. Малые радиусы плазмы вдоль горизонтали *a* и вдоль вертикали *b* в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2, восстановленные алгоритмами FCDI-FF и FCDI-IT с редуцированной моделью камеры токамака.

При этом равновесия, восстановленные алгоритмами FCDI-FF и FCDI-IT хорошо согласуются между собой, как показано на Рис. 2.11 на котором наложены восстановленные двумя алгоритмами границы плазмы. На Рис. 2.12 изображены восстановленные алгоритмами FCDI-IT и FCDI-FF малые радиусы плазмы, средние и максимальные разности этих и других восстановленных параметров приведены в таблице 4. Максимальное различие между границами восстановленной плазмы в течение разряда составляет около 2 см, а среднее в пределах 1 см.

Таблица 4. Разница между параметрами плазмы, восстановленными алгоритмами FCDI-IT и FCDI-FF с редуцированной моделью камеры, в основной фазе разряда № 43345 токамака Глобус-М2.

Геометрический параметр плазмы	Максимальная разность	Средняя разность	Средняя относительная разность
Координата R_P центра плазмы	11 мм	6 мм	1,6 %
Координата Z_P центра плазмы	17 мм	4 мм	13,5 %
Малый горизонтальный радиус плазмы	10 мм	6 мм	2,7 %
Малый вертикальный радиус плазмы	23 мм	9 мм	2,1 %
Зазор между плазмой и внешней стенкой камеры токамака	18 мм	11 мм	27 %
Зазор между плазмой и верхней стенкой камеры токамака	22 мм	9 мм	5,5 %
R координата X-точки	7 мм	2 мм	0,9 %
Z координата X-точки	11 мм	5 мм	1 %

Измерения скорости работы алгоритма FCDI-FF, проведенные на том же оборудовании, что и для FCDI-IT, показали, что при использовании нерегулярной сетки из 1000 точек, алгоритм восстанавливает равновесие плазмы за 16 мкс с использованием редуцированной модели камеры, и за 28 мкс использованием полной модели камеры.

Как и алгоритм FCDI-IT, алгоритм FCDI-FF был реализован в программной среде MATLAB/Simulink был внедрен на токамаке Глобус-М2 осенью 2022 года для обработки результатов эксперимента после проведения разрядов. В 2025 году ожидается внедрение алгоритма FCDI-FF в систему магнитного управления плазмой реального времени.

2.7.Выводы

Был разработан алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы токамака в реальном времени. Алгоритм FCDI может использоваться в двух режимах:

- Итерационный режим FCDI-IT в котором ток плазмы аппроксимируется непрерывным распределением плотности тока на основе уравнения Грэда-Шафранова.
- Режим FCDI-FF в котором ток плазмы аппроксимируется набором тонких токовых колец с заданными пользователем координатами.

Результаты работы алгоритмов FCDI-FF и FCDI-IT согласуются друг с другом. Средняя ошибка восстановления сигналов магнитной диагностики токамака алгоритмами не превышает 2%, что находится в пределах погрешности системы диагностики. Алгоритм FCDI-IT также был верифицирован на плазмофизическом коде DINA, восстановленное им тестовое равновесие совпадает с исходным, смоделированным на коде DINA.

В данной главе был предложен и описан метод токовых мод для моделирования и редуцирования токов, наводящихся на камере токамака. Как показало моделирование на машине реального времени, использование данного метода позволило ускорить работу алгоритма FCDI-IT с 1,5 мс до 200 мкс, что позволяет его применение в реальном времени на большинстве современных токамаков, за исключением токамаков с короткой продолжительностью разряда порядка сотен мс и менее. Алгоритм FCDI-FF обеспечивает же скорость

восстановления 16 мкс, что достаточно для работы в реальном времени и на токамаках с малой продолжительностью разряда.

Алгоритмы FCDI-IT и FCDI-FF были внедрены в рабочий процесс на токамаке Глобус-М2 и используются для обработки результатов проведения плазменных разрядов, осенью 2024 года планируется внедрение алгоритма FCDI-FF в реальном времени в обратной связи системы магнитного управления токамака Глобус-М2.

Глава 3. Линейные модели плазмы в токамаках

Глава посвящена построению моделей плазмы токамака для синтеза и настройки регуляторов магнитного управления. Описан нелинейный магнитный эволюционный плазменный код ТРМЕС, разработанный автором для моделирования работы систем магнитного управления, и использующий линейные модели плазмы для промежуточных расчетов. Результаты главы изложены в оригинальных работах [А1, А2, А3, А4, А5, А6, А8, А9, А10, А12, А13, А14, А15, А16, П1], а также были доложены в докладах [17, 18, 20, 21] научных конференций.

3.1. Построение линейных моделей плазмы в токамаках

Алгоритм восстановления равновесия позволяет идентифицировать равновесие плазмы в рассматриваемый момент времени, но не способен предсказать, как это равновесие будет меняться в течение разряда, т.е. не описывает динамику плазмы. Для разработки системы управления плазмой необходимы динамические модели плазмы, позволяющие предсказать, как будет меняться положение, форма и ток плазмы в зависимости от подаваемых на катушки токамака напряжений. Такие модели могут быть получены в результате идентификации [69], либо из первых принципов на основе физических законов.

3.1.1. Линейные модели плазмы с управлением напряжением на катушках токамака

Модели из первых принципов, как правило, основываются на уравнениях Фарадея для контуров тока в токамаке и уравнение движения плазмы:

$$\frac{d}{dt}\Psi + RI = U, \qquad (32)$$

$$m\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_P = \vec{F}(J_P, I_{PF}, I_{VV}),$$

где m – масса плазмы, $\vec{r}_P = \begin{bmatrix} r_P & z_P \end{bmatrix}^T$ – радиус-вектор центра масс плазмы на полоидальной плоскости, вектор $I^T = \begin{bmatrix} I_{PF}^T & I_{VV}^T & I_P \end{bmatrix}^T$ – вектор-столбец из N_{PF} токов катушках токамака I_{PF}, N_{VV} токов в элементах камеры токамака I_{VV} и тока плазмы $I_P = \int J_P dS$, $\Psi^T = \begin{bmatrix} \Psi_{PF}^T & \Psi_{VV}^T & \Psi_P \end{bmatrix}^T$ – вектор-столбец магнитных потоков через контура токов, $U^T = \begin{bmatrix} U_{PF}^T & 0_{1\times N_{VV}} & 0 \end{bmatrix}^T$ – вектор-столбец напряжений, подаваемых на контура тока (ненулевыми могут быть только напряжения на катушках токамака), $0_{n\times m}$ – нулевая матрица размерности $n \times m$, R – диагональная матрица электрических сопротивлений контуров:

$$R = \begin{pmatrix} R_{PF} & 0_{N_{PF}\times N_{VV}} & 0_{N_{PF}\times 1} \\ 0_{N_{VV}\times N_{PF}} & R_{VV} & 0_{N_{VV}\times 1} \\ 0_{1\times N_{PF}} & 0_{1\times N_{VV}} & R_P \end{pmatrix}.$$

В случае, если моделирование плазмы происходит на временах много меньших постоянной времени контура тока плазмы $\tau = L_P / R_P$, сопротивлением плазмы можно пренебречь, приняв $R_P = 0$.

Действующая на плазму сила $\vec{F}$ состоит из двух компонент:

- Сила Ампера между током плазмы и токами катушек и камеры токамака, имеющая, как вертикальную, так и горизонтальную компоненту;

$$F_r^{vac} = 2\pi \int r J_P (B_z^{PF} + B_z^{VV}) dS,$$
$$F_z^{vac} = -2\pi \int r J_P (B_r^{PF} + B_r^{VV}) dS.$$

Здесь J_P – плотность тороидального тока плазмы, B_r^{PF}, B_z^{PF} и B_r^{VV}, B_z^{VV} – магнитные поля, создаваемые токами в катушках токамака и элементами камеры соответственно.

- Расталкивающая сила, вызванная силами Ампера между противоположными сторонами токового кольца и силами газокинетического давления, расширяющая плазменное кольцо в радиальном направлении [70]:

$$F_r^{hoop} = \frac{\mu_0 I_P^2}{2}\left(\ln\frac{8r_P}{a} + \beta_p + \frac{l_i}{2} - \frac{3}{2}\right),$$

где r_P – горизонтальная координата центра плазмы, a – малый радиус плазменного шнура, β_p – полоидальное бета, характеризующее отношение газокинетической энергии плазмы, к энергии полоидального магнитного поля на краю плазмы $B_p(a)$:

$$\beta_p = \frac{\langle p \rangle}{B_p^2(a)/2\mu_0} = \frac{8\pi}{\mu_0 I_P^2}\int p dS,$$

l_i – нормированная внутренняя индуктивность плазмы [33], характеризующая крутизну профиля распределения плазменного тока J_P:

$$l_i = \frac{\langle B_p^2 \rangle}{B_p^2(a)} = \frac{2}{R_0 \mu_0^2 I_P^2}\int B_p^2 dV,$$

где R_0 – большой радиус плазмы.

Для конфигураций плазмы с достаточно большим временем развития неустойчивости вертикального положения плазмы массой плазмы можно пренебречь, и уравнение движения плазмы принимает вид уравнения баланса действующих на плазму сил:

$$\vec{F}(J_P, I_{PF}, I_{VV}) = 0. \qquad (33)$$

Вектор геометрических параметров плазмы g, величины полоидального потока ψ и полоидального магнитного поля B_p в заданных точках определяются распределениями токов в токамаке:

$$
\begin{aligned}
g &= g(J_P, I_{PF}, I_{VV}),\\
\psi &= \psi(J_P, I_{PF}, I_{VV}),\\
B_p &= B_p(J_P, I_{PF}, I_{VV}).
\end{aligned}
\tag{34}
$$

Поскольку наиболее разработана теория управления линейными системами [43], для синтеза системы управления требуются линейные модели и уравнения (32) и (33) линеаризуют для малых отклонений δ от сценарного равновесия:

$$
\begin{aligned}
I(t) &= I_0(t) + \delta I(t),\\
U(t) &= U_0(t) + \delta U(t),\\
\vec{r}_P(t) &= \vec{r}_{P0}(t) + \delta\vec{r}_P(t),\\
\beta_p(t) &= \beta_{p0}(t) + \delta\beta_p(t),\\
l_i(t) &= l_{i0}(t) + \delta l_i(t),
\end{aligned}
$$

при этом принимается приближение жесткой плазмы, в котором при смещениях $\delta\vec{r}_P = \begin{bmatrix}\delta r_P & \delta z_P\end{bmatrix}^T$ плазма движется как твердое тело, не меняя форму распределения J_P, отклонения δI_P изменяют J_P пропорционально, также не меняя форму распределения. Изменения в форме J_P моделируются отклонениями $\delta\beta_p$ и δl_i – приращение $\delta\beta_p$ соответствует увеличению связанной с давлением плазмы составляющей J_P в выражении (29), а приращение δl_i соответствует увеличению пикированности J_P. Линеаризованные таким образом уравнения (32) и (34) принимают вид:

$$
L\frac{d}{dt}\delta I + \frac{\partial\Psi}{\partial\vec{r}_P}\frac{d}{dt}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial\Psi}{\partial\beta_p}\frac{d}{dt}\delta\beta_p + \frac{\partial\Psi}{\partial l_i}\frac{d}{dt}\delta l_i + R\delta I = \delta U, \tag{35}
$$

$$
\frac{\partial\vec{F}}{\partial I}\delta I + \frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial\vec{F}}{\partial\beta_p}\delta\beta_p + \frac{\partial\vec{F}}{\partial l_i}\delta l_i = 0, \tag{36}
$$

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial I}\delta I + \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P}\delta \vec{r}_P + \frac{\partial g}{\partial \beta_p}\delta \beta_p + \frac{\partial g}{\partial l_i}\delta l_i,$$

$$\delta \psi = \frac{\partial \psi}{\partial I}\delta I + \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P}\delta \vec{r}_P + \frac{\partial \psi}{\partial \beta_p}\delta \beta_p + \frac{\partial \psi}{\partial l_i}\delta l_i,$$

$$\delta B_p = \frac{\partial B_p}{\partial I}\delta I + \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P}\delta \vec{r}_P + \frac{\partial B_p}{\partial \beta_p}\delta \beta_p + \frac{\partial B_p}{\partial l_i}\delta l_i,$$

где L – матрица индуктивности контуров тока в токамаке:

$$L = \begin{pmatrix} L_{PF} & M_{PF_{VV}} & M_{PF_P} \\ M_{VV_{PF}} & L_{VV} & M_{VV_P} \\ M_{P_{PF}} & M_{P_{VV}} & L_P \end{pmatrix}.$$

Выражая из (36) $\delta \vec{r}_P$:

$$\delta \vec{r}_P = -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial I}\delta I + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p}\delta \beta_p + \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i}\delta l_i\right),$$

и подставляя это выражение в (35), получим:

$$\left[L - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial I}\right]\frac{d}{dt}\delta I + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \beta_p} - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p}\right]\frac{d}{dt}\delta \beta_p +$$

$$+\left[\frac{\partial \Psi}{\partial l_i} - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i}\right]\frac{d}{dt}\delta l_i + R\delta I = \delta U.$$

Введем вектор состояний $x = \delta I$, вектор входов $u = \delta U_{PF}$, вектор возмущений $w = \begin{bmatrix} \beta_p & l_i \end{bmatrix}^T$ и вектор выходов $y = \begin{bmatrix} \delta \vec{r}_P^T & \delta I_{PF}^T & \delta I_P & \delta g^T & \delta \psi^T & \delta B_p^T \end{bmatrix}^T$, тогда модель приводится к виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu + E\frac{dw}{dt}, \\ y &= Cx + Fw, \end{aligned} \qquad (37)$$

где

$$A = -\left[L - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \right]^{-1} R,$$

$$B = \left[L - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \right]^{-1} \begin{bmatrix} I_{N_{PF}} \\ 0_{N_{VV} \times N_{PF}} \\ 0_{1 \times N_{PF}} \end{bmatrix},$$

$I_{N_{PF}}$ – единичная матрица размера $N_{PF} \times N_{PF}$,

$$E = -\left[L - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \beta_p} - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} \right) \quad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial l_i} - \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \right) \right],$$

$$C = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \\ I_{N_{PF}} \quad 0_{N_{PF} \times N_{VV+1}} \\ 0_{1 \times N_{PF} + N_{VV}} \quad 1 \\ \frac{\partial g}{\partial I} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \\ \frac{\partial \psi}{\partial I} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \\ \frac{\partial B_p}{\partial I} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ 0_{N_{PF}\times 1} & 0_{N_{PF}\times 1} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial g}{\partial \beta_p} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial g}{\partial l_i} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \beta_p} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial \psi}{\partial l_i} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \frac{\partial B_p}{\partial \beta_p} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial B_p}{\partial l_i} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}\right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \end{bmatrix}.$$

Преобразованием $x = x' + Ew$ модель (37) приводится к стандартному виду линейной модели в пространстве состояний с возмущениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= Ax' + Bu + E'w, \\ y &= Cx' + F'w. \end{aligned} \tag{38}$$

Здесь $E' = AE$, $F' = F + CE$. Вектор w в модели играет роль возмущений, возникающих из-за развития внутренних неустойчивостей плазмы, так резкое уменьшение полоидального бета моделирует резкое падение температуры плазмы, а уменьшение внутренней индуктивности позволяет моделировать сглаживание профиля тока плазмы, наблюдаемое в результате малых срывов плазмы токамака [71].

3.1.2. Линейные модели плазмы с управлением токами в катушках токамака

Уравнения (35)-(38) описывают модель плазмы с напряжениями на катушках токамака в качестве управляющего сигнала, но часто системы магнитного управления задают не напряжения на катушках, но сами токи I_{PF} в катушках токамака. Поскольку в таких системах динамика токов в катушках

определяется самой системой управления, в моделях для синтеза таких систем не учитываются уравнения контуров тока в катушках токамака, а линеаризованные уравнения для контуров камеры токамака и плазмы записываются как:

$$L'\frac{d}{dt}\delta I'+\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\frac{d}{dt}\delta\vec{r}_P+\frac{\partial\Psi'}{\partial\beta_p}\frac{d}{dt}\delta\beta_p+\frac{\partial\Psi'}{\partial l_i}\frac{d}{dt}\delta l_i+R'\delta I'=-M'\frac{d}{dt}\delta I_{PF}, \quad (39)$$

где $I'^T=\begin{bmatrix} I_{VV}^T & I_P \end{bmatrix}^T$, $\Psi'^T=\begin{bmatrix} \Psi_{VV}^T & \Psi_P \end{bmatrix}^T$,

$$R'=\begin{pmatrix} R_{VV} & 0 \\ 0 & R_P \end{pmatrix},\ L'=\begin{pmatrix} L_{VV} & M_{VV_P} \\ M_{P_{VV}} & L_P \end{pmatrix},\ M'=\begin{pmatrix} M_{VV_{PF}} \\ M_{P_{PF}} \end{pmatrix}.$$

Выражая из (36) $\delta\vec{r}_P$ и подставляя его в (39), получим:

$$\left[L'-\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\left(\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial\vec{F}}{\partial I'}\right]\frac{d}{dt}\delta I'+\left[\frac{\partial\Psi'}{\partial\beta_p}-\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\left(\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial\vec{F}}{\partial\beta_p}\right]\frac{d}{dt}\delta\beta_p+$$
$$+\left[\frac{\partial\Psi'}{\partial l_i}-\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\left(\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial\vec{F}}{\partial l_i}\right]\frac{d}{dt}\delta l_i+R'\delta I'=-\left[M'-\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\left(\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial\vec{F}}{\partial I_{PF}}\right]\frac{d}{dt}\delta I_{PF}.$$

Определим вектор состояний как $x=\delta I'$, вектор входов $u=\delta I_{PF}$, вектор выходов $y=\begin{bmatrix}\delta\vec{r}_P^T & \delta I_{PF}^T & \delta I_P & \delta g^T & \delta\psi^T & \delta B_p^T\end{bmatrix}^T$ и вектор возмущений $w=\begin{bmatrix}\beta_p & l_i\end{bmatrix}^T$, тогда модель приводится к виду:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt}=Ax+B\frac{du}{dt}+E\frac{dw}{dt}, \\ &y=Cx+Du+Fw, \end{aligned} \quad (40)$$

где

$$A=-\left[L'-\frac{\partial\Psi'}{\partial\vec{r}_P}\left(\frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\right)^{-1}\frac{\partial\vec{F}}{\partial I'}\right]^{-1}R',$$

$$B = -\left[L' - \frac{\partial \Psi'}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \right]^{-1} \left[M' - \frac{\partial \Psi'}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_{PF}} \right],$$

$$E = -\left[L' - \frac{\partial \Psi'}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial \Psi'}{\partial \beta_p} - \frac{\partial \Psi'}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} \right) \quad \left(\frac{\partial \Psi'}{\partial l_i} - \frac{\partial \Psi'}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \right) \right],$$

$$C = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \\ 0_{N_{PF} \times N_{VV}+1} \\ 0_{1 \times N_{VV}} \quad 1 \\ \frac{\partial g}{\partial I'} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \\ \frac{\partial \psi}{\partial I'} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \\ \frac{\partial B_p}{\partial I'} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I'} \end{bmatrix}, \qquad D = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_{PF}} \\ I_{N_{PF}} \\ 0_{1 \times N_{PF}} \\ \frac{\partial g}{\partial I_{PF}} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_{PF}} \\ \frac{\partial \psi}{\partial I_{PF}} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_{PF}} \\ \frac{\partial B_p}{\partial I_{PF}} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial I_{PF}} \end{bmatrix}.$$

$$F = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & -\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ 0_{N_{PF} \times 1} & 0_{N_{PF} \times 1} \\ 0 & 0 \\ \frac{\partial g}{\partial \beta_p} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial g}{\partial l_i} - \frac{\partial g}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \beta_p} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial \psi}{\partial l_i} - \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \frac{\partial B_p}{\partial \beta_p} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \frac{\partial B_p}{\partial l_i} - \frac{\partial B_p}{\partial \vec{r}_P} \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P} \right)^{-1} \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \end{bmatrix}.$$

Линейным преобразованием $x = x' + Bu + Ew$ модель (40) приводится к стандартному виду линейной модели в пространстве состояний с возмущениями:

$$\frac{dx'}{dt} = Ax' + B'u + E'w,$$
$$y = Cx' + D'u + F'w. \qquad (41)$$

Здесь $B' = AB$, $E' = AE$, $D' = D + CB$, $F' = F + CE$.

3.1.3. Линейные модели плазмы в токамаке со стабилизированным вертикальным положением

Для вытянутой по вертикали плазмы, величина $\frac{\partial F_z}{\partial z_P}$, входящая в матрицу $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_P}$, является положительной, что приводит к неустойчивости вертикального положения плазмы в моделях (38) и (41). Но в ряде задач, например в ходе разработки системы управления формой плазмы при наличии работающей системы управления вертикальным положением плазмы, необходимы модели, описывающие динамику плазмы со стабилизированным положением по вертикали.

Динамику стабилизированного вертикального положения плазмы можно с достаточной точностью описать уравнением:

$$\tau \frac{d}{dt} z_P + z_P = z_{ref}, \qquad (42)$$

где τ – длительность переходных процессов в системе управления вертикальным положением плазмы, а z_{ref} – уставочное положение плазмы вдоль вертикали. При малых отклонениях δ от равновесия плазмы, это уравнение запишется как:

$$\tau \frac{d}{dt} \delta z_P + \delta z_P = \delta z_{ref}. \qquad (43)$$

Катушку токамака, осуществляющую управление вертикальным положением плазмы принято называть HFC (Horizontal Field Coil). Поскольку динамика тока I_{HFC} задается системой управления положением плазмы так,

чтобы выполнялось уравнение (42), нет необходимости рассматривать уравнение для контура тока HFC наряду с уравнениями для контуров тока в остальных катушках, и мы выделим ее из числа других катушек токамака так, что ток I_{HFC} в катушке HFC не входит в вектор токов катушек токамака I_{PF}. Линеаризованные уравнения для контуров тока в катушках, камере и плазме токамака записываются как:

$$L\frac{d}{dt}\delta I + M_{HFC}\frac{d}{dt}\delta I_{HFC} + \frac{\partial\Psi}{\partial\vec{r}_P}\frac{d}{dt}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial\Psi}{\partial\beta_p}\frac{d}{dt}\delta\beta_p + \frac{\partial\Psi}{\partial l_i}\frac{d}{dt}\delta l_i + R\delta I = \delta U, \quad (44)$$

где M_{HFC} – матрица взаимных индуктивностей между катушкой HFC и всеми другими контурами токов в токамаке: $M_{HFC} = \left(M^T_{PF_{HFC}} \quad M^T_{VV_{HFC}} \quad M_{P_{HFC}}\right)^T$.

Линеаризованные уравнения для геометрических параметров плазмы g, величин полоидального потока ψ и полоидального магнитного поля B_p в заданных точках записываются как:

$$\begin{aligned}
\delta g &= \frac{\partial g}{\partial I}\delta I + \frac{\partial g}{\partial I_{HFC}}\delta I_{HFC} + \frac{\partial g}{\partial\vec{r}_P}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial g}{\partial\beta_p}\delta\beta_p + \frac{\partial g}{\partial l_i}\delta l_i,\\
\delta\psi &= \frac{\partial\psi}{\partial I}\delta I + \frac{\partial\psi}{\partial I_{HFC}}\delta I_{HFC} + \frac{\partial\psi}{\partial\vec{r}_P}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial\psi}{\partial\beta_p}\delta\beta_p + \frac{\partial\psi}{\partial l_i}\delta l_i, \quad (45)\\
\delta B_p &= \frac{\partial B_p}{\partial I}\delta I + \frac{\partial B_p}{\partial I_{HFC}}\delta I_{HFC} + \frac{\partial B_p}{\partial\vec{r}_P}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial B_p}{\partial\beta_p}\delta\beta_p + \frac{\partial B_p}{\partial l_i}\delta l_i,
\end{aligned}$$

Линеаризованное уравнение баланса сил, действующих на плазму, записывается как:

$$\frac{\partial\vec{F}}{\partial I}\delta I + \frac{\partial\vec{F}}{\partial I_{HFC}}\delta I_{HFC} + \frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{r}_P}\delta\vec{r}_P + \frac{\partial\vec{F}}{\partial\beta_p}\delta\beta_p + \frac{\partial\vec{F}}{\partial l_i}\delta l_i = 0.$$

Ток δI_{HFC} и горизонтальное смещение плазмы δr_P выражаются из него следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \delta I_{HFC} \\ \delta r_P \end{pmatrix} = -Q^{-1}\left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial I}\delta I + \frac{\partial \vec{F}}{\partial z_P}\delta z_P + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p}\delta \beta_p + \frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i}\delta l_i \right),$$

где

$$Q = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I_{HFC}} & \dfrac{\partial \vec{F}}{\partial r_P} \end{pmatrix}.$$

Подставляя это выражение в (44), получим:

$$\begin{aligned} &\left[L - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \right]\frac{d}{dt}\delta I + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z_P} - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \right]\frac{d}{dt}\delta z_P + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \beta_p} - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} \right]\frac{d}{dt}\delta \beta_p + \\ &+ \left[\frac{\partial \Psi}{\partial l_i} - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \right]\frac{d}{dt}\delta l_i + R\delta I = \delta U, \end{aligned} \tag{46}$$

где

$$P = \begin{pmatrix} M_{HFC} & \dfrac{\partial \Psi}{\partial r_P} \end{pmatrix}.$$

Определим вектор состояний $x = \begin{bmatrix} \delta I^T & \delta z_P \end{bmatrix}^T$, вектор входов $u = \begin{bmatrix} \delta U_{PF}^T & \delta z_{ref} \end{bmatrix}^T$, вектор возмущений $w = \begin{bmatrix} \beta_p & l_i \end{bmatrix}^T$ и вектор выходов $y = \begin{bmatrix} \delta z_P & \delta I_{HFC} & \delta r_P & \delta I_{PF}^T & \delta I_P & \delta g^T & \delta \psi^T & \delta B_p^T \end{bmatrix}^T$, тогда уравнения (43), (45) и (46) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + E\frac{dw}{dt}, \\ &y = Cx + Fw, \end{aligned} \tag{47}$$

где

$$A = -S^{-1}\begin{pmatrix} R & 0_{N_{PF}+N_{VV}+1\times 1} \\ 0_{1\times N_{PF}+N_{VV}+1} & 1 \end{pmatrix}, \quad B = S^{-1}\begin{bmatrix} I_{N_{PF}} \\ 0_{N_{VV}\times N_{PF}} \\ 0_{1\times N_{PF}} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} L - PQ^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I} & \dfrac{\partial \Psi}{\partial z_P} - PQ^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \\ 0_{1\times N_{PF}+N_{VV}+1} & \tau \end{pmatrix},$$

$$E = -S^{-1}\left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \beta_p} - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p}\right) \quad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial l_i} - PQ^{-1}\frac{\partial \vec{F}}{\partial l_i}\right)\right],$$

$$C = \begin{bmatrix} 0_{1\times N_{PF}+N_{VV}+1} & 1 \\ -Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I} & -Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \\ I_{N_{PF}} \quad 0_{N_{PF}\times N_{VV}+1} & 0 \\ 0_{1\times N_{PF}+N_{VV}} \quad 1 & 0 \\ \dfrac{\partial g}{\partial I} - \left(\dfrac{\partial g}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial g}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I} & \dfrac{\partial g}{\partial z_P} - \left(\dfrac{\partial g}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial g}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial I} - \left(\dfrac{\partial \psi}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial \psi}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I} & \dfrac{\partial \psi}{\partial z_P} - \left(\dfrac{\partial \psi}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial \psi}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \\ \dfrac{\partial B_p}{\partial I} - \left(\dfrac{\partial B_p}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial B_p}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial I} & \dfrac{\partial B_p}{\partial z_P} - \left(\dfrac{\partial B_p}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial B_p}{\partial r_P}\right)Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial z_P} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & -Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ 0_{N_{PF}\times 1} & 0_{N_{PF}\times 1} \\ 0 & 0 \\ \dfrac{\partial g}{\partial \beta_p} - \left(\dfrac{\partial g}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial g}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \dfrac{\partial g}{\partial l_i} - \left(\dfrac{\partial g}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial g}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \dfrac{\partial \psi}{\partial \beta_p} - \left(\dfrac{\partial \psi}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial \psi}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \dfrac{\partial \psi}{\partial l_i} - \left(\dfrac{\partial \psi}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial \psi}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \\ \dfrac{\partial B_p}{\partial \beta_p} - \left(\dfrac{\partial B_p}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial B_p}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial \beta_p} & \dfrac{\partial B_p}{\partial l_i} - \left(\dfrac{\partial B_p}{\partial I_{HFC}} \quad \dfrac{\partial B_p}{\partial r_P}\right) Q^{-1}\dfrac{\partial \vec{F}}{\partial l_i} \end{bmatrix}.$$

Преобразованием $x = x' + Ew$ модель (47) приводится к стандартному виду линейной модели в пространстве состояний с возмущениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= Ax' + Bu + E'w, \\ y &= Cx' + F'w. \end{aligned} \qquad (48)$$

Здесь $E' = AE$, $F' = F + CE$. В таком виде модель является устойчивой и позволяет определить изменения положения, тока и формы плазмы при заданных напряжениях на катушках и уставочном значении вертикального положения плазмы.

3.1.4. Линейные модели плазмы в токамаке Глобус-М2

Определяющую роль для динамики полученных систем (38), (41) и (48) имеют собственные значения матриц A, неустойчивостям модели соответствуют собственные значения с положительными действительными частями, равняющимися инкрементам неустойчивостей [43].

Для разработки систем магнитного управления плазмой токамака Глобус-М/М2, на основе полученных алгоритмом восстановления FCDI-IT равновесиях плазмы были рассчитаны модели вида (38), (41) и (48). Модели вида (38) и (41) являются неустойчивыми с рассчитанными инкрементами неустойчивости

плазмы согласующимися с наблюдаемым в эксперименте развитием вертикальной неустойчивости. Пригодность полученных моделей для разработки систем управления подтверждается работоспособностью разработанных систем управления при моделировании на плазмофизическом коде DINA [10].

Таблица 5. Значения инкремента вертикальной неустойчивости плазмы разряда № 43345 токамака Глобус-М2, рассчитанные при разных моделях камеры.

Время, с	Инкремент вертикальной неустойчивости плазмы, $с^{-1}$			
	10 мод	21 мода	33 моды	56 мод (полная модель)
0,13	71,4	51,8	46,8	46,7
0,14	155	145	141	141
0,15	292	303	301	300
0,16	589	573	557	555
0,17	728	726	706	704
0,18	962	895	863	860
0,19	1240	1150	1100	1090
0,2	1350	1270	1220	1220
0,21	2500	2530	2300	2280
0,22	7620	6590	5150	5060

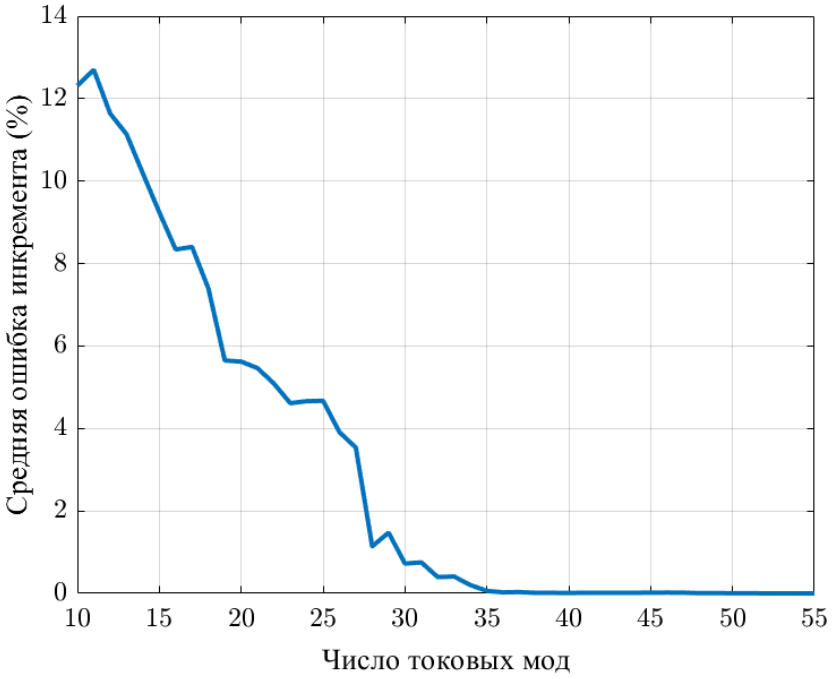


Рис. 3.1. Средняя ошибка инкремента вертикальной неустойчивости плазмы в разряде № 43345 токамака Глобус-М2, при расчете с учетом различного числа токовых мод камеры.

Другим важным параметром модели является ее порядок, определяемый размерностью вектора состояний x, что в рассматриваемой модели соответствует числу контуров тока в токамаке. Погрешности вычислений с плавающей запятой, применяемых на ЭВМ, могут приводить к плохой обусловленности матриц и неуправляемости модели [72, 73] при больших порядках. Поэтому для синтеза систем управления желательны модели малого порядка. Применяемое в алгоритме FCDI представление токов в камере токамака через малое число токовых мод с наибольшими временами затухания может быть применено и для сокращения порядка модели. В таблице 5 представлены значения инкремента неустойчивости моделей плазмы токамака Глобус-М2, посчитанные для равновесий в различные моменты времени плазменного разряда с учетом различного числа токовых мод камеры. Наводимые на камере токи по правилу Ленца препятствуют изменениям равновесия плазмы и

сдерживают развитие неустойчивости, уменьшая ее инкремент. Соответственно, учет меньшего числа токовых мод камеры приводит к фиктивному увеличению инкремента неустойчивости плазмы. Но, как показано на Рис. 3.1, сокращение числа токовых мод с 56-ти до 30-ти приводит к средней ошибке инкремента менее 1 %, учет 23-х мод обеспечивает среднюю ошибку в пределах 5 %, а учет 15-ти мод дает среднюю ошибку менее 10 %.

Как правило, для расчета линейных моделей плазмы используются расчетные равновесия плазмы, полученные теоретически. Использование алгоритма восстановления FCDI позволило получать равновесия и соответствующие им модели на основе проведенных в токамаке плазменных разрядов. Также, использование алгоритма восстановления позволило рассчитывать модели плазмы для различных моментов времени одного разряда. Анализ этих моделей показал, что динамика плазмы может значительно меняться в течение разряда, так в таблице 5 показано, что инкремент неустойчивости плазмы меняется на два порядка в ходе разряда № 43345 токамака Глобус-М2. Такое изменение параметров модели необходимо учитывать при разработки систем управления плазмой, регуляторы построенные без учета нестационарности модели не могут обеспечить целевое качество управление на всем плазменном разряде, что в свою очередь ограничивает возможные конфигурации плазмы на токамаке. Чтобы учесть нестационарность плазмы, полученные для разных времен разряда модели (37) интерполируются в одну нестационарную модель [74]:

$$\begin{aligned} &\frac{dx'}{dt} = A(t)x' + B(t)u + E(t)\frac{dw}{dt}, \\ &y = C(t)x + F(t)w. \end{aligned} \qquad (49)$$

3.2.Моделирование систем магнитного управления плазмой

Ошибки при работе систем магнитного управления плазмой в токамаках могут привести к потере удержания плазмы, налету плазмы на стенки камеры и повреждению конструкции токамака. Поэтому вводу систем управления в эксплуатацию должна предшествовать тщательная проверка работоспособности рассматриваемой системы, включающая также и численное моделирование работы рассматриваемой системы управления. Такое моделирование может осуществляться при помощи специализированных плазмофизических кодов, таких как DINA [10], TSC [75] и ASTRA [76]. Как правило моделирование плазменных разрядов на таких кодах вычислительно трудоемко и занимает до нескольких часов на разряд.

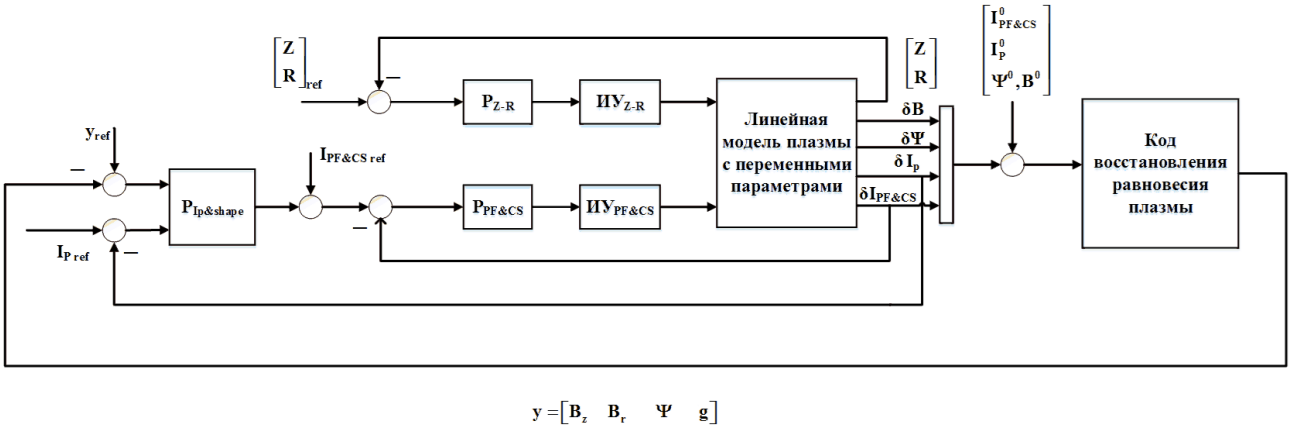


Рис. 3.2. Блок-схема системы магнитного управления формой и током плазмы токамака с нестационарной моделью плазмы, сценарными величинами токов, поля и потока, и кодом восстановления равновесия плазмы в обратной связи (патент РФ № 2702137, приоритет 2017 г.).

Для моделирования работы систем магнитного управления плазмой токамака Глобус-М/М2 была разработана методика [77], основанная на использовании линейной модели плазмы и алгоритме восстановления равновесия. Блок-схема системы управления формой, положением и током

плазмы с включенными согласно предлагаемой методики линейной моделью и алгоритмом восстановления равновесия плазмы приведена на Рис. 3.2.

Линейное приближение справедливо только для малых отклонений от равновесия плазмы, поэтому предлагаемая методика применима только для моделирования плазменных разрядов, близких к опорному разряду, для которого построена нестационарная линейная модель. В качестве опорного разряда берется проведенный разряд с записанными в эксперименте токами катушек $I^0_{PF\&CS}(t)$, током плазмы $I^0_P(t)$ и значениями магнитного полоидального потока $\Psi^0(t)$ и магнитного поля $B^0(t)$ на диагностических петлях токамака. Выходными сигналами линейной модели являются соответствующие отклонения токов $\delta I_{PF\&CS}(t)$, $\delta I_P(t)$, магнитных потоков $\delta\Psi(t)$ и полей $\delta B(t)$. Эти отклонения складываются с опорными сигналами, и полученные полные сигналы диагностики токамака $I_{PF\&CS}(t)$, $I_P(t)$, $\Psi(t)$ и $B(t)$ подаются на вход алгоритма восстановления равновесия, рассчитывающий вектор управляемых параметров y, включающий параметры формы плазмы g и значения магнитных потоков и полей в точках желаемой границы плазмы. Из этих сигналов вычитаются уставочные значения y_{ref}, и полученная разность подается на регуляторы P, рассчитывающие напряжение, которое необходимо подать на линеаризованные модели исполнительных устройств (ИУ), чтобы привести значения вектора управляемых параметров y к уставочному значению. Отклонения напряжений, выдаваемые моделями исполнительных устройств, подаются на вход линейной модели, замыкая блок-схему.

Данная методика позволяет моделировать работу систем магнитного управления токамака на разрядах, близких к опорному, но это требование близости разрядов является недостатком данного подхода. Для моделирования работы систем магнитного управления на произвольных разрядах требуется использование специальных плазмофизических кодов, рассчитывающих эволюцию равновесия плазмы в разряде.

3.3. Магнитная эволюционная модель плазмы в токамаке

Статические линейные модели (38) могут описывать динамику плазмы токамака при малых отклонениях от равновесий, для которых они были построены. Однако параметры плазмы могут значительно меняться, и статической модели может быть недостаточно для создания регулятора, работоспособного в течение всего разряда. Нестационарная модель (49) может быть использована для моделирования плазмы в течение всего разряда, но для ее создания необходимо иметь заранее подготовленный сценарий разряда, близкий к моделируемому, что не всегда является возможным.

Для более точного моделирования плазмы в токамаке необходимо отказаться от предположения о “жесткости” плазмы и допустить эволюцию профиля плотности тока плазмы. Омическое сопротивление плазмы зависит от распределений кинетических параметров плазмы, таких как температура и плотность плазмы, к тому же градиенты температуры и плотности в плотности могут создавать неомический бутстрэп-ток [78]. Таким образом, для расчета распределения тока плазмы необходимо рассматривать процессы переноса частиц и энергии в плазме. Для решения этих задач в мире разработаны ряд плазмофизических кодов [10, 75, 76], рассчитывающих эволюцию как кинетических, так и магнитных параметров плазмы. Недостатком данных кодов является большая численная сложность необходимых вычислений и, как следствие, медленная скорость работы.

Для быстрого моделирования эволюции магнитного равновесия произвольных разрядов плазмы токамака, автором была разработана нелинейная магнитная эволюционная модель TPMEC (Tokamak Plasma Magnetic Evolution Code), не требующая расчета кинетических параметров. На каждом временном шаге, расчет магнитного равновесия в модели происходит в два этапа (Рис. 3.3):

1. Расчет линейной модели (38) для текущего равновесия и ее использование для расчета значений полного тока и положения плазмы, а также

токов в катушках и элементах камеры токамака для следующего момента времени.

2. Расчет новых распределений полоидального потока и тороидального тока плазмы, а также формы плазмы, удовлетворяющих уравнению Грэда-Шафранова (11) и заданным пользователем значениям полоидального бета β_p и внутренней индуктивности l_i.

После чего, для нового равновесия строится новая линейная модель и процесс повторяется.

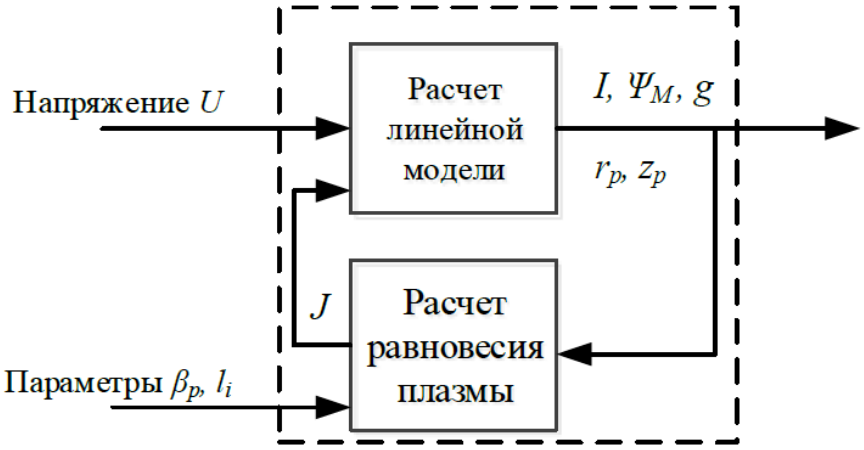


Рис. 3.3. Блок-схема магнитной эволюционной модели ТРМЕС.

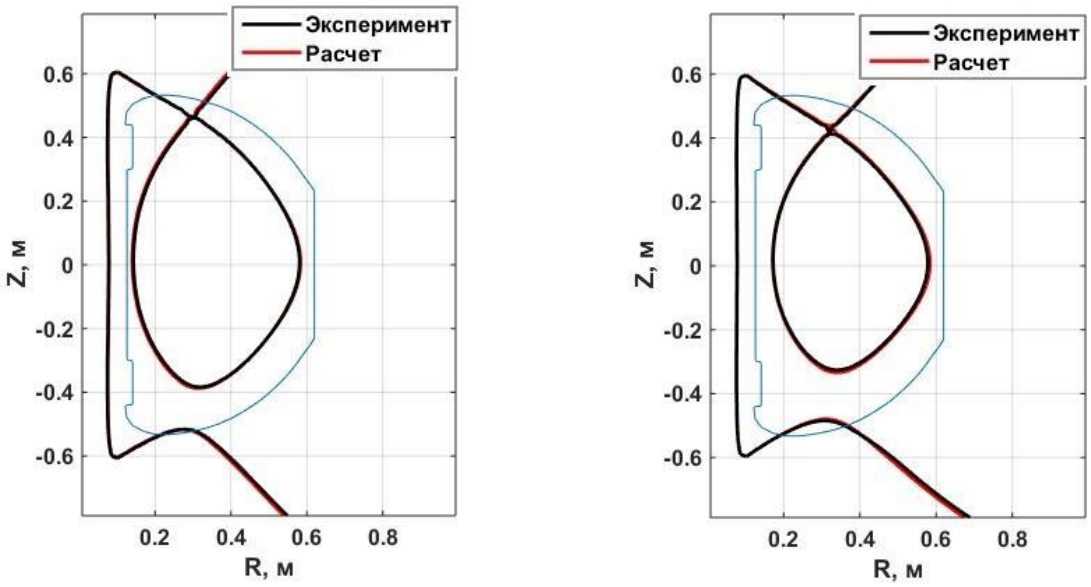
Расчет значений токов и координат для момента времени t_{k+1} производится путем численного интегрирования уравнений линейной модели (38) и обновления вектора состояний и выходов в соответствии с формулой:

$$x_{k+1} = e^{A_k(t_{k+1}-t_k)}\left(x_k - A_k^{-1}\left(e^{-A_k(t_{k+1}-t_k)} - I\right)B_k u_k\right),$$
$$y_{k+1} = C_k x_k.$$

Здесь t_k – предыдущий момент времени, A_k и B_k – матрицы линейной модели для k-го равновесия, I – единичная матрица, u_k – отклонения напряжений, подаваемых на катушки в k-й момент времени. Рассчитанные состояния x_{k+1} и выходы y_{k+1} имеют физический смысл отклонений токов в

токамаке и смещения плазмы либо от опорного разряда, либо от значений в предыдущий момент времени.

Рассчитанные токи и положение плазмы используются для перерасчета распределения плотности тока плазмы в соответствии с уравнением Грэда-Шафранова (11) и (29). При этом функции $p'(\psi)$ и $F(\psi)F'(\psi)$ аппроксимируются полиномами от полоидального потока. Коэффициенты полиномов находятся численным методом Ньютона [79] так, чтобы итоговое равновесие удовлетворяло граничным условиям, полученному на предыдущем шаге значению тока плазмы и заданным значениям полоидального беты и внутренней индуктивности.



(*а*) (*б*)

Рис. 3.4. Сравнение рассчитанных магнитным эволюционным кодом ТРМЕС и восстановленных из эксперимента сепаратрис плазмы. Токамак Глобус-М, разряд №31648, (а) t=180 мс, (б) t=200 мс.

Разработанная магнитная эволюционная модель плазмы в токамаке была реализована в программной среде MATLAB/Simulink и применена для моделирования разрядов токамака Глобус-М. Для проверки разработанной модели, рассчитанные при помощи кода магнитные равновесия были

сопоставлены с равновесиями, восстановленным по экспериментальным данным магнитной диагностики. Как показано на Рис. 3.4, рассчитанные формы и положения плазмы совпадают с восстановленными.

3.4. Выводы

Для токамака Глобус-М/М2 была построена нестационарная линейная модель, связывающая подаваемые на катушки токамака напряжения с токами в токамаке, смещением и изменением формы плазмы. Построенная модель нестационарна и учитывает изменения инкремента неустойчивости положения плазмы в течение разряда. Модель также позволяет моделировать динамику плазмы при малых срывах плазмы, описываемых резким изменением полоидального бета и внутренней индуктивности плазмы. Рассчитанные инкременты неустойчивости положения плазмы согласуются с наблюдаемыми в эксперименте на токамаке Глобус-М/М2. Полученные модели могут использоваться для синтеза регуляторов систем магнитного управления плазмой и тестового моделирования их работы в плазменных разрядах близких к опорному, для которого были построены модели.

Для более точного моделирования динамики плазмы была построена нелинейная магнитная эволюционная модель ТРМЕС плазмы в токамаке. В ходе моделирования ТРМЕС производит перерасчет линейных моделей плазмы, а потому не ограничена требованием близости к некоторому опорному разряду. ТРМЕС также позволяет моделировать малые срывы плазмы. Модель ТРМЕС была реализована в программной среде MATLAB/Simulink. Работа модели была проверена моделированием экспериментальных разрядов токамака Глобус-М и сравнением полученных равновесий плазмы с восстановленными по экспериментальным данным.

Глава 4. Анализ моделей плазмы для проектирования токамаков

Глава посвящена анализу моделей плазмы для определения конфигураций катушек токамака, обеспечивающих оптимальное качество магнитного управления в проектном токамаке ИГНИТОР. Результаты главы изложены в оригинальных работах автора [A6, A7, A8, A9].

4.1. Область управляемости плазмы

Поскольку величины напряжения и тока в управляющих катушках токамака ограничены физическими возможностями источников питания, система магнитного управления способна управлять положением неустойчивой по вертикали плазмы только в ограниченной области. Наибольшую величину вертикального смещения $z_{\max}$ плазмы, при котором плазму возможно вернуть в центр токамака $z_P = 0$ м, не выходя за ограничение на величину управляющего напряжения, называют размером области управляемости плазмы по вертикали. Это означает, что если по каким-либо причинам плазма выйдет из области управляемости $\{z_P : |z_P| < z_{\max}\}$, например, из-за действия внешних возмущений, то при заданных ограничениях на управляющее воздействие предотвратить срыв плазменного разряда уже невозможно. Считается, что для нормального функционирования токамака необходим размер области управляемости не менее 5%, а желателен не менее 10% от малого радиуса плазмы [5], в противном случае воздействующие на плазму возмущения будут выводить плазму из области управляемости, вызывая срывы разряда.

Рассмотрим равновесие плазмы, описываемое линейной моделью:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + BU, \\ z_P &= Cx. \end{aligned} \qquad (50)$$

Здесь A – матрица $N \times N$ с единственным положительным собственным значением γ, равным инкременту неустойчивости вертикального положения плазмы, B – матрица $N \times 1$, C – матрица $1 \times N$, U – приращение напряжений на

катушке токамака, управляющей вертикальным положением плазмы, допустимые значения которого ограничены величиной $U_{\max}$: $|U| < U_{\max}$. Линейным преобразованием $x = Px'$, $A' = P^{-1}AP$, $B' = P^{-1}B$, $C' = CP$ матрица A может быть приведена к блочно-диагональному виду:

$$\frac{dx'}{dt} = A'x' + B'U,$$
$$z_P = C'x',$$
$$A' = \begin{pmatrix} A_s & 0_{N-1\times 1} \\ 0_{1\times N-1} & \gamma \end{pmatrix}, B' = \begin{pmatrix} B_s \\ b_N \end{pmatrix},$$
$$C' = \begin{pmatrix} C_s & c_N \end{pmatrix}.$$

где $A_s -$ матрица $N-1\times N-1,$ не имеющая собственных значений с положительной действительной частью. Такое преобразование позволяет выделить в модели устойчивую часть порядка $N-1$:

$$\frac{dx_s}{dt} = A_s x_s + B_s U,$$
$$x_s = \begin{pmatrix} x'_1 & \dots & x'_{N-1} \end{pmatrix}^T,$$

и скалярную неустойчивую часть:

$$\frac{dx'_N}{dt} = \gamma x'_N + b_N U. \qquad (51)$$

Обе части вносят вклад в вертикальное смещение плазмы, но вкладом устойчивой части $C_s x_s$ можно пренебречь, в сравнении со способным неограниченно возрастать вкладом неустойчивой части $c_N x'_N$:

$$z_P = C_s x_s + c_N x'_N \approx c_N x'_N, \qquad (52)$$

Для того, чтобы положение плазмы было управляемым, у управляющего напряжения U должна быть возможность изменить направление движения плазмы, т.е. знак скорости плазмы dz_P / dt. Из уравнений (51) и (52) следует, что это возможно при выполнении условия:

$$\left|x'_N\right| < \left|\frac{b_N U_{\max}}{\gamma}\right|,$$

откуда следует, что область управляемости плазмы, описываемой моделью (50) определяется неравенством:

$$\left|z_P\right| < \left|\frac{c_N b_N U_{\max}}{\gamma}\right|. \qquad (53)$$

4.2. Определение оптимального положения катушек в токамаке ИГНИТОР

ИГНИТОР (IGNITOR) [80] – это проектный токамак с сильным магнитным полем 13 Тл и омическим нагревом плазмы, предназначенный для исследования условий зажигания плазмы, при котором температура плазмы поддерживается теплом, выделяемым в ходе термоядерных реакций частиц плазмы. Токамак рассчитан на плазму с большим радиусом R_0 = 1,32 м и малым радиусом a = 47 см, током I_P = 11 МА, вытянутостью k =1,83 и продолжительностью разряда порядка 10 с. Токамак ИГНИТОР предлагался к постройке на территории АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» (Троицк, Россия) [81], но возникли сомнения, способна ли система полоидальных катушек проекта удерживать плазму, и если нет, то каким образом следует модифицировать систему катушек, чтобы достичь наилучшей управляемости. В данном разделе описано исследование этих вопросов.

Изначальный проект токамака ИГНИТОР был разработан в лаборатории ENEA (Фраскати, Италия), и включает 16 двух-секционных катушек полоидального магнитного поля. Полоидальное сечение токамака приведено на Рис. 4.1. Вакуумная камера токамака в проекте имеет сопротивление 73 мкОм и толщину от 2,6 см на внутреннем обходе до 5,2 см на внешнем обходе. Для моделирования использовалось разбиение камеры на 119 проводящих элементов, в которых были выделены 15 токовых мод.

Для изучения управляемости плазмы в токамаке ИГНИТОР было рассмотрено равновесие плазмы, соответствующее моменту времени t =3,65 плазменного сценария, рассчитанного плазмофизическим кодом DINA и описанного в работе [82]. Для этого равновесия была построена линейная модель плазмы вида (50).

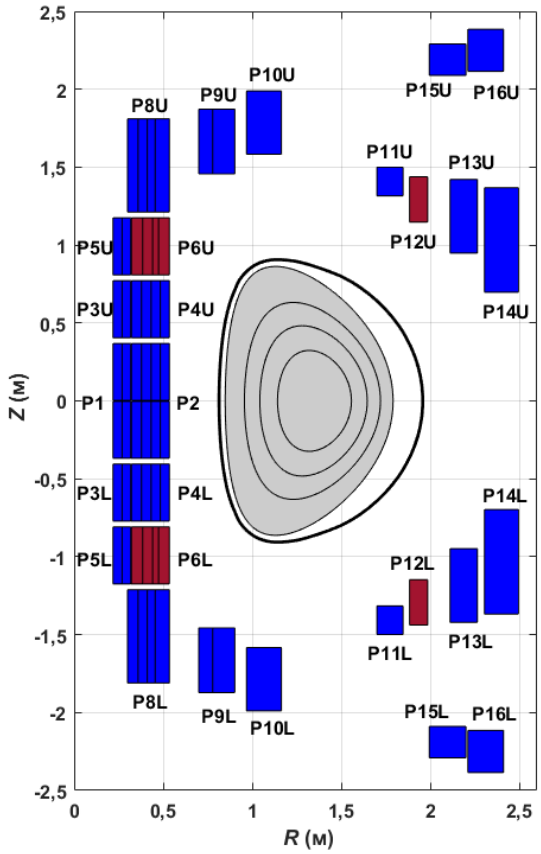


Рис. 4.1. Полоидальное сечение токамака ИГНИТОР. Красным цветом отмечены катушки, лучше всего подходящие для управления вертикальным положением плазмы.

4.2.1. Оптимизация системы катушек токамака ИГНИТОР для управления вертикальным положением плазмы

При разработке проекта токамака ИГНИТОР не было окончательно решено, какие катушки следует использовать для управления положением плазмы, но наиболее подходящими катушками для управления вертикальным

положением плазмы были признаны катушки P6 и P12 (выделены красным на Рис. 4.1), соединенные встречно-последовательно так, чтобы ток в верхних секциях катушек протекал встречно к току в нижних секциях [83]. Однако расчет по формуле (53) показал, что размер области управляемости плазмы при максимальном допустимом напряжении U_{max} = 1000 В на управляющих катушках P6 и P12 составляет всего z_{max} = 1,5 см, что составляет 3,2% от малого радиуса a токамака. Учитывая, что для безопасной работы токамака необходимо $z_{max}/a > 5\%$ и желательно $z_{max}/a > 10\%$, следует заключить, что система катушек полоидального поля в проекте ИГНИТОР не способна обеспечить безопасную работу токамака.

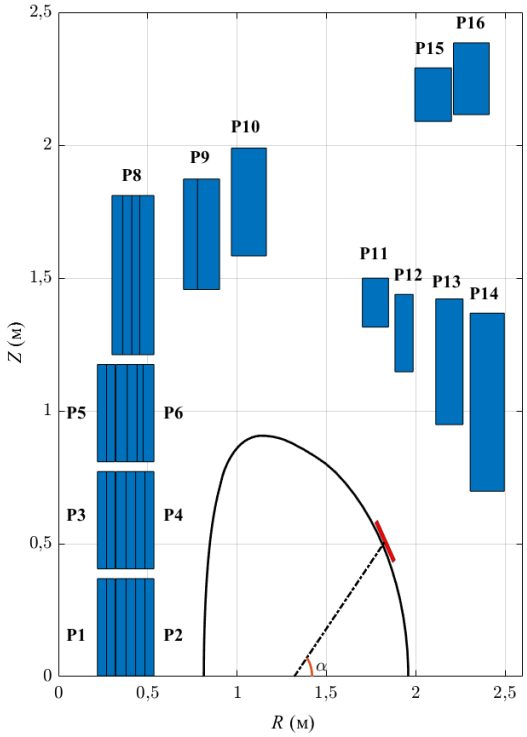


Рис. 4.2. Расположение катушек секции катушки HFC (выделена красным) в модифицированном проекте токамака ИГНИТОР

Для обеспечения управляемости вертикальным положением плазмы в токамаке ИГНИТОР, в систему катушек токамака было предложено ввести новую двух-секционную катушку HFC (Horizontal Field Coil), состоящую из двух

симметричных относительно экваториальной плоскости токамака $Z = 0$, и соединенных встречно. Размеры и число витков у секций катушек были взяты такими же, как и у катушки HFC в проекте токамака Т-15 [84, 85], а именно 10 витков и размеры 1,8 × 18 см, материалом для секций была выбрана бескислородная медь с удельным сопротивлением 0,0172 мкОм·м, использующаяся и для других катушек в проекте ИГНИТОРА. Естественно предположить, что чем ближе расположены катушки к плазме, тем сильнее они воздействуют на плазму, и тем меньший ток требуется для сдвига плазмы на желаемое расстояние. Поэтому рассматривались положения катушки HFC расположенные вдоль касательной к камере токамака, с углом раствора секций α (Рис. 4.2) от 20° до 160°, на расстояниях 1 и 2 и см от камеры.

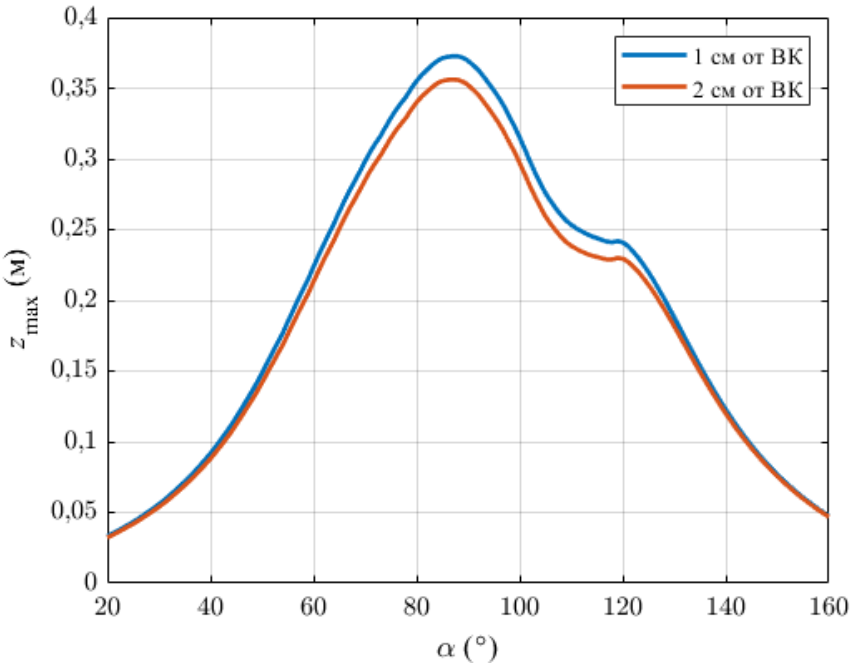


Рис. 4.3. Размеры области управляемости плазмы для расположений HFC с различным углом раствора и расстоянием от вакуумной камеры токамака (ВК).

Для равновесия плазмы в токамаке ИГНИТОР с указанными положениями катушки HFC были построены линейные модели плазмы, для которых были рассчитаны размеры области управляемости плазмы и величина инкремента неустойчивости γ вертикального положения плазмы. Полученная зависимость

размера области управляемости от положения HFC приведена на Рис. 4.3, а зависимость времени развития неустойчивости $\tau = 1/\gamma$ приведена на Рис. 4.4. Как показано на графиках, при приближении HFC к камере, размер области управляемости и время развития неустойчивости увеличиваются. Наибольший размер области управляемости при максимальном допустимом напряжении $U_{max} = 1000$ В равен $z_{max} = 36$ см и достигается при угле раствора HFC $\alpha = 88^{\circ}$, а наибольшее время развития неустойчивости достигается при угле раствора $\alpha = 85^{\circ}$ и равняется $\tau = 83$ мс, что в 3 раза медленнее, чем развитие неустойчивости в исходном проекте [86]. Таким образом, введение катушки HFC позволяет увеличить область управляемости плазмы более чем в 20 раз до величины, достаточной для безопасной работы токамака.

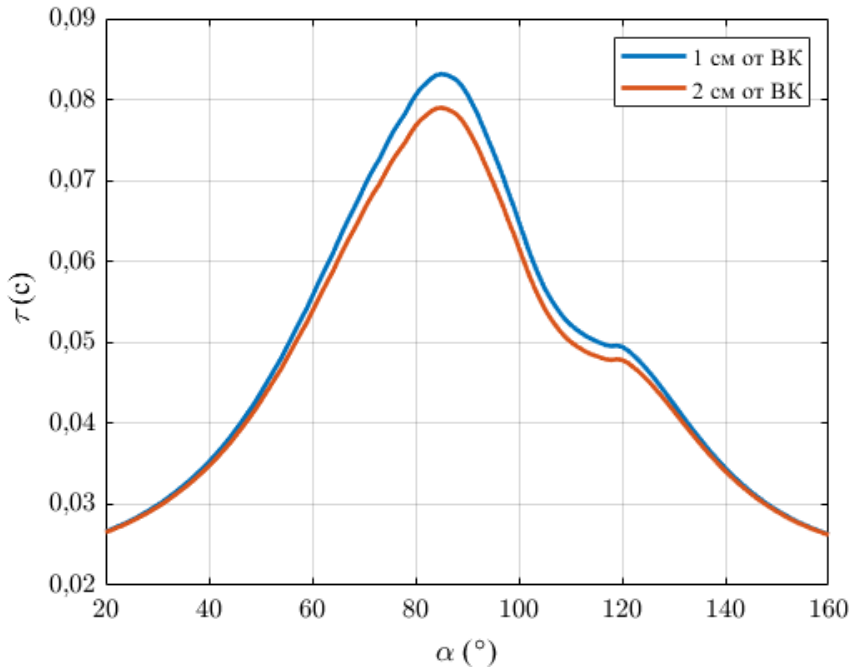


Рис. 4.4. Времена развития неустойчивости вертикального положения плазмы для расположений HFC с различным углом раствора и расстоянием от вакуумной камеры токамака (ВК).

Помимо аналитической оценки области управляемости плазмы, для исходной и модифицированной конфигураций токамака ИГНИТОР была

проведена серия численных экспериментов по парированию вертикальных срывов плазмы. В этих экспериментах для вывода линейной модели из равновесия на управляющую катушку подавалось напряжения 1 В, далее неустойчивости вертикального положения плазмы позволялось развиваться до тех пор, пока плазма не смещалась на расстояние ΔZ, после чего на управляющую катушку подавалось максимальное допустимое напряжение $U_{\max} = 1000$ В, возвращающее плазму к центру камеры токамака. Результаты моделирования показаны на Рис. 4.5 и 4.6, и согласуются с аналитической оценкой размера области управляемости – катушки P6 и P12 не могут подавить смещение плазмы выше 1,5 см, а катушка HFC теряет управление положением плазмой лишь при ΔZ больших 36 см.

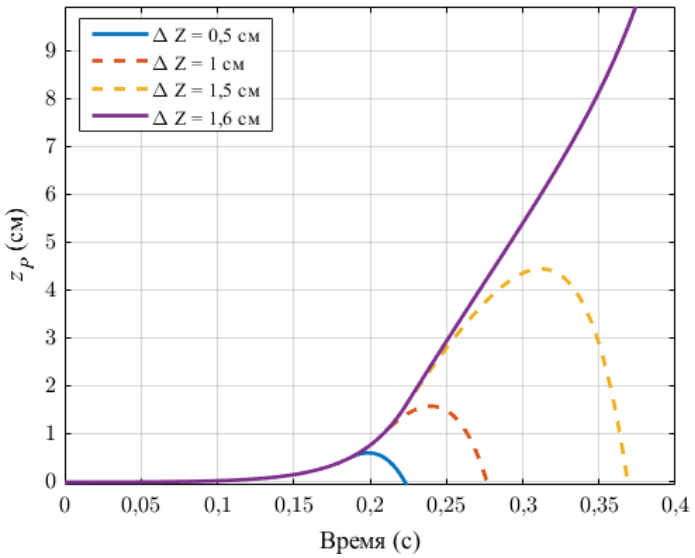


Рис. 4.5. Результаты моделирования парирования вертикальных срывов плазмы с управляющими катушками P6 и P12.

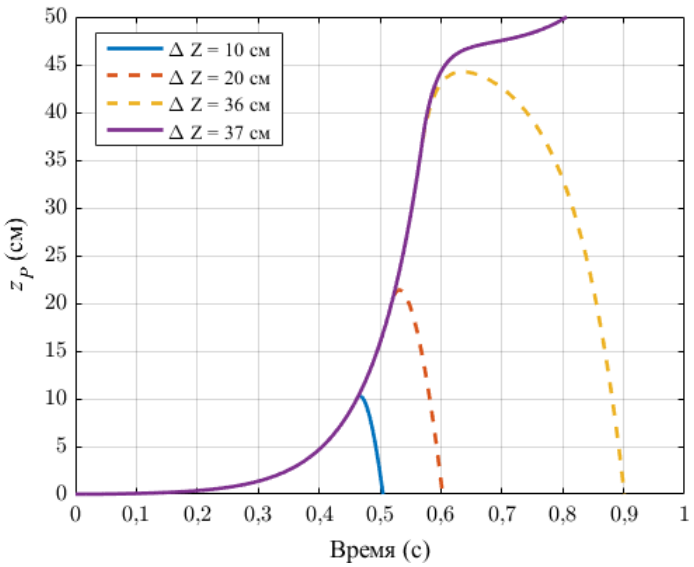


Рис. 4.6. Результаты моделирования парирования вертикальных срывов плазмы при оптимальном расположении управляющей катушки HFC.

4.2.2. Оптимизация системы катушек токамака ИГНИТОР для управления горизонтальным положением плазмы

Поскольку горизонтальное положение плазмы в токамаке устойчиво, неоптимальный выбор катушек управления горизонтальным положением плазмы не приводит к потере удержания плазмы, но ограничивает достижимые на установке конфигурации плазмы. Для оценки эффективности катушек токамака для управления горизонтальным положением плазмы осмысленно использовать величину смещения плазмы δr_p при подаче на управляющую катушку определенного напряжения.

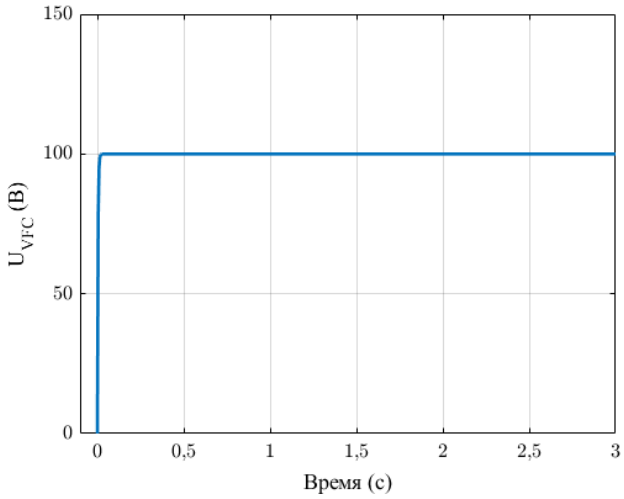


Рис. 4.7. Ступенчатое напряжение, подаваемое на управляющую горизонтальным положением плазмы катушку при моделировании.

Для управления горизонтальным положением в токамаке ИГНИТОР рассматривалась катушка P12 с соединенными последовательно секциями, и новая катушка VFC (Vertical Field Coil) также состоящая из двух последовательно соединенных секций, симметричных относительно экваториальной плоскости $Z = 0$ токамака, имеющих размеры 3,6 × 18 см и 20 витков каждая, и изготовленных из бескислородной меди с удельным сопротивлением 0,0172 мкОм·м. Секции катушки VFC размещались как у катушки HFC (Рис 4.2) – вдоль касательной к камере токамака. Рассматривались положения катушки VFC углами раствора α от 20° до 160° и расстояниями от камеры 1 и 2 см.

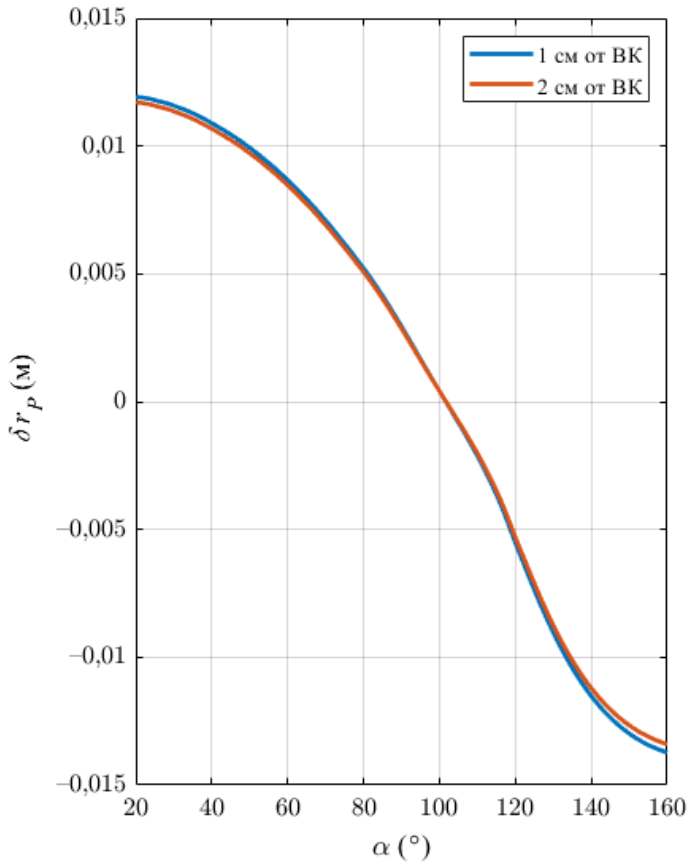


Рис. 4.8. Горизонтальное смещение плазмы токамака ИГНИТОР через 1 с после подачи напряжения 100 В на катушку VFC с углом раствора секций α.

Для выбранных управляющих катушек токамака были построены линейные модели плазмы (38), которые использовались при моделировании управления горизонтальным положением. При моделировании на управляющую катушку подавалось ступенчатое напряжение 100 В (Рис. 4.7) и рассчитывалось вызываемое им горизонтальное смещение плазмы (переходная функция модели). На Рис. 4.8 показано горизонтальное смещение плазмы через 1 с после подачи напряжения на катушку VFC. Из рисунка видно, что наибольшее влияние на горизонтальное положение плазмы имеют катушки VFC расположенные близко к экваториальной плоскости токамака, как можно ближе к вакуумной камере. Расположенная на внутренней стороне камеры ($\alpha > 90^\circ$) катушка оказывает больший эффект на положение плазмы, чем расположенная на внешней стороне,

однако для выбора оптимального положения VFC следует учесть и ее влияние на ток плазмы.

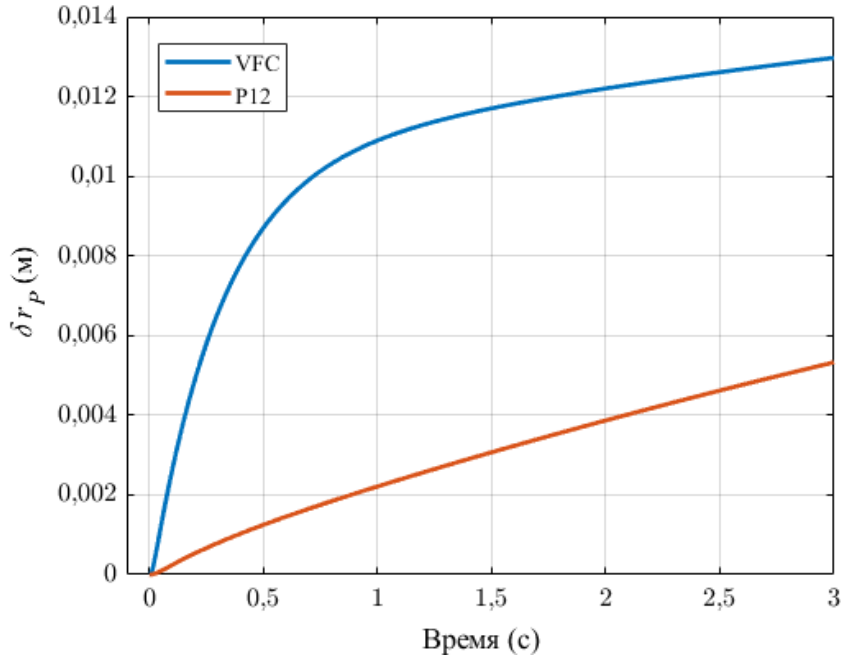


Рис. 4.9. Горизонтальное смещение плазмы токамака ИГНИТОР при подаче напряжения 100 В на катушку VFC с углом раствора секций 40° и на катушку P12.

Для управления током плазмы в токамаке ИГНИТОР используются составляющие центральный соленоид катушки P1 – P8. По закону Фарадея положительный ток как VFC, так и катушек центрального соленоида должен наводить отрицательный ток плазмы, при этом положительные токи в центральном соленоиде по закону Ампера должны притягивать шнур плазмы с протекающим по ней положительным током и смещать его к внутренней стенке токамака. Таким образом, катушка VFC на внутренней стороне камеры имеет качественно такое же влияние на плазму, что и центральный соленоид – их положительный ток смещает плазму к внутренней стенке токамака и уменьшает ток плазмы. Это затрудняет управления плазмой в случаях, когда требуется сместить плазму к внутренней стенке, одновременно повышая ток плазмы, либо сместить плазму к внешней стенке, понижая ток плазмы. В связи с этим,

положение катушки VFC на внешней стороне камеры является более оптимальным.

Расположение VFC с малым углом раствора α также затруднено по техническим причинам – вдоль экватора токамака как правило устанавливаются важные компоненты диагностики и нагрева токамака, поэтому в качестве оптимального для управления горизонтальным положением плазмы было выбрано расположение VFC с углом раствора секций $\alpha = 40^{\circ}$. На Рис. 4.9 приведены графики смещения плазмы по горизонтали при подачи ступенчатого напряжения на оптимально расположенную катушку VFC и на катушку P12 исходного проекта токамака. Подача 100 В на катушку VFC приводит к смещению плазмы на 1,1 см через 1 с, тогда как катушка P12 позволяет сместить плазму за 1 с лишь на 2 мм при 100 В напряжения.

4.3. Выводы

Несмотря на развитие токамаков в течение более 70 лет, при проектировании токамаков порой не уделяется должное внимание вопросам управляемости положением плазмы. В данном разделе был рассмотрен проект токамака ИГНИТОР. Из анализа линейных моделей плазмы рассчитанных для этого токамака следует, что:

- Плазма токамака ИГНИТОР обладает областью управляемости размером 1,5 см, что крайне мало для токамака с малым радиусом 47 см, и недостаточно для обеспечения работы токамака;
- Катушки исходного токамака позволяли сместить плазму вдоль горизонтали лишь на 2 мм за 1 с после подачи 100 В напряжения, что также крайне мало для токамака такого размера.

Для повышения возможности управления положением плазмы в проект токамака было предложено ввести две новые двух-секционных катушки – HFC для управления вертикальным положением плазмы и VFC для управления

горизонтальным положением плазмы. Оптимальное расположение новых катушек показано на Рис. 4.10 и было определено из анализа линейных моделей плазмы построенных для различных вариантов управляющих катушек. Было выбрано расположение HFC, максимизирующее размер области управляемости вертикальным положением плазмы, и расположение VFC дающее наибольшее смещение плазмы через 1 с после подачи напряжения.

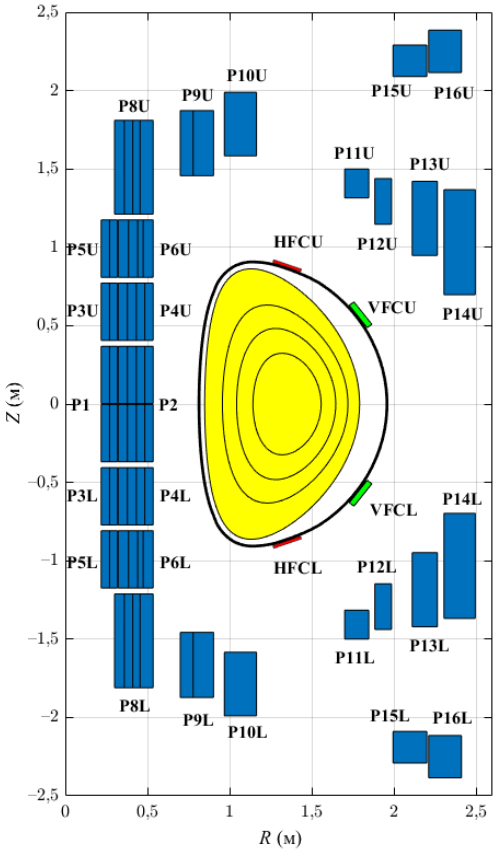


Рис. 4.10. Полоидальное сечение токамака ИГНИТОР с оптимальным расположением новых катушек HFC и VFC.

Новая катушка VFC позволила увеличить возможное смещение плазмы по горизонтали в 5,5 раз, а катушка HFC увеличила область управляемости плазмы более чем в 20 раз, до безопасных значений. Полученные значения размера области управляемости также подтверждены численным моделированием парирования вертикальных срывов плазмы.

Заключение

1. Разработан метод моделирования токов в камере и пассивных структур токамака, заключающийся в разложении токов камеры на индуктивно независимые токовые моды и пренебрежением модами с малым временем затухания. Метод позволяет сократить количество вычислений необходимых для восстановления равновесия плазмы, моделирование показало, что использование 9-ти мод увеличивает погрешность восстановления сигналов магнитной диагностики токамака Глобус-М2 менее чем на 1% по сравнению с полной моделью камеры из 56-ми токовых мод. Уменьшение числа токовых мод с 56-ти до 30-ти при расчете линейной модели движения плазмы приводит к средней ошибке инкремента неустойчивости плазмы менее 1 %, учет 23-х мод обеспечивает среднюю ошибку инкремента в пределах 5 %, а учет 15-ти мод дает среднюю ошибку менее 10 %.

2. Разработан алгоритм FCDI (Flux and Current Distribution Identification) для восстановления равновесия плазмы в реальном времени. Алгоритм может работать в двух режимах: FCDI-IT (Iterative), в котором плазма аппроксимируется непрерывным распределением плотности тока, и FCDI-FF (Fixed Filaments), в котором плазма аппроксимируется набором токовых колец с заданными координатами. Алгоритм принимает на вход сигналы магнитной диагностики токамака и выдает геометрические параметры формы плазмы (величины зазоров между плазмой и камерой, положение геометрического центра плазмы, вытянутость и треугольность). Алгоритм реализован в программной среде MATLAB/Simulink. Моделирование на машине реального времени Speedgoat показало, что алгоритм FCDI-IT позволяет восстанавливать равновесие плазмы на численной сетке 33×33 за 200 мкс, что достаточно для применения в реальном времени на токамаках с продолжительностью разряда более 1 с, а алгоритм FCDI-FF за 16 мкс, что достаточно для применения в реальном времени на токамаках с малой продолжительностью разряда, в числе

которых и токамак Глобус-М2. Высокая скорость работы достигается использованием метода токовых мод для моделирования токов в камере токамака – использование полной модели камеры приводит к увеличению времени восстановления равновесия до 1,5 мс для FCDI-IT и 28 мкс для FCDI-FF. Работа алгоритма FCDI-IT была проверена на плазмофизическом коде DINA. Алгоритмы были внедрены в рабочий процесс токамака Глобус-М2, где используются для обработки результатов эксперимента.

3. Для токамака Глобус-М2 были построены линейные нестационарные модели движения плазмы, связывающие подаваемые на катушки токамака напряжения с изменением тока, смещением и изменением геометрических параметров плазмы. Построенные модели учитывают изменение инкремента неустойчивости вертикального положения плазмы в течение плазменного разряда и могут использоваться для разработки регуляторов систем магнитного управления плазмы и моделирования их работы на плазменных разрядах близких к опорному, для которого была построена модель.

4. Была разработан нелинейная модель плазмы в токамаке TPMEC (Tokamak Plasma Magnetic Evolution Code), позволяющая проводить моделирование работы систем магнитного управления плазмой токамака. В модели TPMEC для каждого момента времени проводится расчет линейной динамической модели плазмы в плазме токамака, которая используется для расчета равновесия плазмы в следующий момент времени. Обновление линейной модели плазмы на каждом временном шаге снимает ограничение на близость моделируемого разряда плазмы к опорному, и TPMEC позволяет моделировать произвольные плазменные разряды. В отличие от более сложных плазмофизических кодов в модели TPMEC не моделируются процессы переноса частиц и энергии в плазме, распределение тока плазмы строится исходя из уравнения Грэда-Шафранова и заданных пользователем значений полоидального бета и внутренней индуктивности плазмы, что обеспечивает более быструю работу модели в сравнении с более сложными алгоритмами. Модель также позволяет

моделировать малые срывы плазмы, путем резкого изменения параметров полоидального бета и внутренней индуктивности плазмы, что позволяет моделировать работу систем магнитного управления в условиях развития неустойчивостей плазмы.

5. Система полоидальных катушек проектного токамака ИГНИТОР была проанализирована на возможность управления плазмой токамака. В ходе анализа было установлено, что проектные катушки токамака обеспечивают размер области управляемости вертикальным положением плазмы 1,5 см и позволяют сдвигать плазму на 2 мм за 1 секунду после подачи напряжения 100 В на управляющую катушку, что недостаточно для безопасной работы токамака с малым радиусом 47 см и большим радиусом 1,32 м. Для повышения возможности управления плазмой в токамаке ИГНИТОР было предложено ввести в его полоидальную систему две новых катушки – HFC для управления вертикальным положением плазмы и VFC для управления горизонтальным положением плазмы. Для различных расположений катушек были построены и проанализированы линейные модели движения плазмы, и было определено оптимальное расположение катушки HFC, позволяющее увеличить размер области управляемости вертикальным положением плазмы до 36 см, что достаточно для безопасной работы токамака, и оптимальное положение катушки VFC, позволяющее смещать плазму по горизонтали на 1,1 см за 1 секунду при подаче напряжения 100 В на VFC.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность своему учителю д.т.н., проф. Юрию Владимировичу Митришкину (26.11.1946 – 22.01.2024) за постановку задачи и научное руководство. Светлая ему память.

Автор также благодарит научного руководителя д.т.н., чл.-корр. РАН Андрея Алексеевича Галяева за поддержку и помощь при подготовке диссертации.

Полученные в ходе работы модели плазмы токамака Глобус-М2 использовались для разработки систем магнитного управления сотрудниками лаборатории «Идентификация систем управления» ИПУ РАН. Экспериментальные данные плазменных разрядов были предоставлены сотрудниками к.ф.-м.н. М.И. Патровым, н.с. Е.О. Киселевым и м.н.с. И.М. Балаченковым (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт Петербург) с разрешения руководителя уникальной научной установки «Сферический токамак Глобус-М» д.ф.-м.н. В.К. Гусева. Плазмофизический код DINA, на котором проверялась работа алгоритма FCDI и моделировался плазменный сценарий токамака ИГНИТОР был разработан и предоставлен д.ф.-м.н. Р.Р. Хайрутдиновым и к.ф.-м.н. В.Н. Докукой (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк). Автор выражает своим коллегам благодарность за предоставленные исходные данные, замечания и комментарии, которые создали благоприятную возможность для получения новых результатов.

Список литературы

1. Walker M. L., Humphreys D. A. Valid coordinate systems for linearized plasma shape response models in tokamaks // Fusion science and technology. – 2006. V. 50. – P. 473–489. – DOI: 10.13182/FST06-A1271.
2. Yuan Q. P., Xiao B. J., Luo Z. P., Walker M. L., Welander A. S., Hyatt A., Qian J. P., Zhang R. R., Humphreys D. A., Leuer J. A., Johnson R. D., Penaflor B. G., Mueller D. Plasma current, position and shape feedback control on EAST // Nuclear Fusion. – 2013. – V. 53. – P. 043009. – DOI: 10.1088/0029-5515/53/4/043009.
3. Докука В. Н., Кадурин А. В., Митришкин Ю. В., Хайрутдинов Р. Р. Синтез и моделирование H_∞-системы магнитного управления плазмой в токамаке-реакторе // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 8. – С. 126–145. – DOI: 10.1134/S0005117907080127.
4. Павлова Е. А. Анализ, синтез и математическое моделирование робастных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках. // Диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н. Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова. – 2023.
5. Humphreys D. A., et al. Experimental vertical stability studies for ITER performance and design // Nuclear Fusion. – 2009. – V. 49. – P. 115003. – DOI: 10.1088/0029-5515/49/11/115003.
6. Mitrishkin Y. V., Zenckov S. M., Kartsev N. M., Efremov A. A., Dokuka V. N., Khayrutdinov R. R. Linear and Impulse Control Systems for Plasma Unstable Vertical Position in Elongated Tokamak // Proc. the 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui Hawaii, USA. – 2012. – P. 1697–1702.
7. Schneider W., McCarthy P. J., Lackner K., Gruber O., Behler K., Martin P., Merkel R. ASDEX upgrade MHD equilibria reconstruction on distributed workstations // Fusion Engineering and Design. – 2000. – V. 48, № 1-2. – P. 127–134. – DOI: 10.1016/S0920-3796(00)00109-5.
8. Lao L., John H., Stambaugh R., Kellman A., Preiffer W. Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks // Nuclear Fusion. – 1985. – V. 25, №. 11. – P. 1611–1622. – DOI: 10.1088/0029-5515/25/11/007.
9. Huang Y., Xiao B., Luo Z., Yuan Q. Improvement of GPU parallel real-time equilibrium reconstruction for plasma control // Fusion Engineering and Design. – 2018. – V. 128. – P. 82–85. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2018.01.043.
10. Khayrutdinov R. R. and V. E. Lukash. Studies of plasma equilibrium and transport in a tokamak fusion device with the inverse-variable technique // Journal of Computational Physics. – 1993. – V. 109, I. 2. – P. 193–201. – DOI: 10.1006/jcph.1993.1211.
11. Коренев П. С. Реконструкция равновесия плазмы в токамаке итерационным методом Пикара и построение линейной динамической модели // Труды 11-й Всероссийской школы-конференции молодых

ученых «Управление большими системами». – 2014. – Арзамас, М.: ИПУ РАН. – С. 1083-1094.
12. Коренев П. С., Коньков А. Е. Восстановление равновесия плазмы токамака в реальном времени методом токовых колец // Труды 17-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами». – 2021. – М.: ИПУ РАН. – С. 538-544.
13. Mitrishkin Y. V., Prokhorov A. A., Korenev P. S., Patrov M. I., Robust H_∞ switching MIMO control for a plasma time-varying parameter model with a variable structure in a tokamak // IFAC-PapersOnLine. – 2017. – V. 50, Issue 1. – P. 11385-11390. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.1795.
14. Prokhorov A., Mitrishkin Yu., Korenev P., Patrov M. The plasma shape control system in the tokamak with the neural network as a plasma equilibrium reconstruction algorithm // IFAC PapersOnLine. – 2020. –Vol. 53, Issue 2. – P. 857-862. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.843.
15. Konkov A., Mitrishkin Yu., Korenev P., Patrov M. Robust Cascade LMI Design of MIMO Controllers for Plasma Position, Current, and Shape Model with Time-Varying Parameters in a Tokamak // IFAC PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, Issue 2. – P. 7344-7349. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1000.
16. Mitrishkin Yu., Kartsev N., Korenev P., Patrov M. Model Predictive Control with Time Varying Parameters for Plasma Shape and Current in a Tokamak // IFAC PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, Issue 2. – P. 6631-6636. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.083.
17. Mitrishkin Y. V., Kartsev N. M., Prokhorov A. A., Pavlova E. A., Korenev P. S., Konkov A. E., Kruzhkov V. I., Ivanova S. L. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach // Procedia computer science. – 2021. – V. 186. – P. 466–474. – DOI: 10.1016/j.procs.2021.04.167.
18. Митришкин Ю. В., Прохоров А. А., Коренев П. С., Патров М. И. Робастная система управления положением и током плазмы в токамаке с автоколебательными исполнительными устройствами // Материалы XIV Международной научной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). – 2018. – Москва. – С. 291-294.
19. Митришкин Ю. В., Прохоров А. А., Коренев П. С., Патров М. И. Метод моделирования систем магнитного управления плазмой в токамаке с кодом восстановления равновесия плазмы в обратной связи на основе экспериментальных данных // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». – 2017. – М.: Физический факультет МГУ им М. В. Ломоносова. – С. 181-184.
20. Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Kartsev N. M., Patrov M. I., Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak // Proceedings of the 41st EPS Conference on Plasma Physics. – 2014. – Berlin: Max-Planck-Institut für Plasmaphysik. – P. P4.054.

21. Mitrishkin Y. V., Prokhorov A. A., Korenev P. S., Patrov M. I. Robust plasma position, current, and shape control system simulated on plasma evolution code for the spherical tokamak Globus-M // Proceedings of the 45th European Physical Society Conference on Plasma Physics. – 2018. – Prague, Czech Republic. – P. P4.1079.
22. International Energy Agency. World Energy Outlook 2023. – IEA. – 2023. – Paris. – https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2023. – Licence: CC BY 4.0 (report); CC BY NC SA 4.0 (Annex A).
23. United States Government Accountability Office. Technology assessment. Fusion Energy: Potentially Transformative Technology Still Faces Fundamental Challenges // GAO-23-105813. – 2023. – https://www.gao.gov/products/gao-23-105813.
24. Pick M.A., et al. Development of key fusion technologies at JET // Nuclear Fusion. – 2000. – Vol. 40, N. 3Y. – P. 611. – DOI: 10.1088/0029-5515/40/3Y/323.
25. Lucefor T.C., et al. Development of burning plasma and advanced scenarios in the DIII-D tokamak // Nuclear Fusion. – 2005. – Vol. 45, N. 10. – P. S86. –DOI: 10.1088/0029-5515/45/10/S07.
26. Kaye S.M., Battaglia D.J., Baver D., et al. NSTX/NSTX-U theory, modeling and analysis results // Nuclear Fusion. – 2019. – Vol. 59, N. 11. – P. 112007. – DOI: 10.1088/1741-4326/ab023a.
27. Ishida S., Barabaschi P., Kamada Y., et al. Overview of the JT-60SA project // Nuclear Fusion. – 2011. – Vol. 51, N. 9. – P. 094018. – DOI: 10.1088/0029-5515/51/9/094018.
28. Kwon M., Oh Y.K., Yang H.L., et al. Overview of KSTAR initial operation // Nuclear Fusion. – 2011. – Vol. 51, N. 9. – P. 094006. – DOI: 10.1088/0029-5515/51/9/094006.
29. Gong X., Yuntao S., Baonian W., et al. Overview of recent experimental results on the EAST Tokamak // Nuclear Fusion. – 2024. – Vol. 64, N. 11. – P. 112013. – DOI: 10.1088/1741-4326/ad4270.
30. Stroth U., et al. Progress from ASDEX Upgrade experiments in preparing the physics basis of ITER operation and DEMO scenario development // Nuclear Fusion. – 2022. – Vol. 62, N. 4. – P. 042006. – DOI: 10.1088/1741-4326/ac207f.
31. Шафранов В.Д. Об устойчивости цилиндрического газового проводника в магнитном поле // Атомная энергия. – 1956. – Т. 1, N. 5. – С. 38.
32. Kruskal M., Schwarzschild M. Some Instabilities of a Completely Ionized Plasma // Proceedings of the Royal Society of London Series A. – 1954. – Vol. 223, N. 1154. – P. 348–360. – DOI: 110.1098/rspa.1954.0120.
33. Freidberg J.P. Ideal MHD. Cambridge University Press. – 2014.
34. Арцимович Л.А., Шафранов В.Д. Токамак с некруглым сечением плазменного витка // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1972. – Т. 15, N. 1. – С. 72.
35. Ким Д.П. Теория автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2003.

36. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления: учебное пособие. М.: ЛЕНАНД. – 2019.
37. Wang Y.H., Huang Y., Yuan Q.P., Luo Z.P., Xiao B.J. First implementation of plasma shape GAP control method in EAST // Fusion Engineering and Design. – 2019. – Vol. 142. – P. 1-5. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2019.04.067.
38. Ferron J.R., Walker M.L., Lao L.L., John H.E.St., Humphreys D.A., Leuer J.A. Real time equilibrium reconstruction for tokamak discharge control. // Nuclear Fusion. – 1998. – Vol. 38, N. 7. – P. 1055. – DOI: 10.1088/0029-5515/38/7/308.
39. Sartori F., Tommasi G.D., Piccolo F. The Joint European Torus. // IEEE Control Systems. – 2006. – Vol. 26, N. 2. – P. 64 - 78. – DOI: 10.1109/MCS.2006.1615273.
40. Lennholm M., Campbell D., Milani F., Puppin S., Sartori F., Tubbing B. Plasma vertical stabilisation at JET using adaptive gain adjustment // 17th IEEE/NPSS Symposium Fusion Engineering (Cat. No.97CH36131), San Diego, CA, USA. – 1997. – P. 539-542. – DOI: 10.1109/FUSION.1997.687097.
41. Sartori F., Cenedese A., Milani F. JET real-time object-oriented code for plasma boundary reconstruction // Fusion Engineering and Design. – 2003. – Vol. 66. – P. 735. – DOI: 10.1016/S0920-3796(03)00290-4.
42. Albanese R., Calabro G., Mattei M., Villone, F. Plasma response models for current, shape and position control in JET. // Fusion Engineering and Design. – 2003. – Vol. 66, N. 5. – P. 715. – DOI: 10.1016/S0920-3796(03)00285-0.
43. Chen C. Linear System Theory and Design (3rd ed.) // Oxford University Press. – 1999.
44. Sammuli B., Barr J., Humphreys, D.A. Avoidance of vertical displacement events in DIII-D using a neural network growth rate estimator. // Fusion Engineering and Design. – 2021. – Vol. 169. – P. 112492. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2021.112492.
45. Walker M. L., Johnson R. D., Leuer J. A., Penaflor B. G. On-line calculation of feedforward trajectories for tokamak plasma shape control. // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. – 2005. – P. 8233–8239. – DOI: 10.1109/CDC.2005.1583495.
46. Walker M.L., Humphreys D.A., Leuer J.A., Ferron J.R., Penaflor B.G. Implementation of model-based multivariable control on DIII–D. // Fusion Engineering and Design. – 2001. – Vol. 56-57. – P. 727-731. – DOI: 10.1016/S0920-3796(01)00393-3.
47. Boyer M.D., Battaglia D.J., Mueller D., et al. Plasma boundary shape control and real-time equilibrium reconstruction on NSTX-U. // Nuclear Fusion. – 2018. – Vol. 58, N. 3. – P. 036016. – DOI: 10.1088/1741-4326/aaa4d0.
48. Yoshino R., Nakamura Y., Neyatani Y. Plasma equilibrium control during slow plasma current quench with avoidance of plasma-wall interaction in JT-60U // Nuclear Fusion. – 1997. – Vol. 37, N. 8. – P. 1161. – DOI: 10.1088/0029-5515/37/8/I10.

49. Shirai H., Takahashi K., Pietro E.Di., et al. Recent progress of JT-60SA project toward plasma operation // Nuclear Fusion. – 2024. – Vol. 64, N. 11. – P. 112008. – DOI: 10.1088/1741-4326/ad34e4.
50. Kimura T., Kurihara K., Kawamata Y., Akiba K., Takahashi M., Terakado T., Yoshino R. JT-60U Plasma Control System. // Fusion Technology, 1997, Vol. 32, N. 3, P. 404–415. DOI: 10.13182/FST97-A4
51. Yonekawa I., Kawamata Y., Totsuka T., Akasaka H., Sueoka M., et al. JT-60 Control System. // Fusion Science and Technology. – 2002. – Vol. 42, N. 2–3. – P. 521–529. – DOI: 10.13182/FST02-A244.
52. Kurihara K. Tokamak plasma shape identification on the basis of boundary integral equations // Nuclear Fusion. – 1993. – Vol. 33, N. 3. – P. 399. – DOI: 10.1088/0029-5515/33/3/I03.
53. Yuan Q.P., Xiao B.J., Luo Z.P., Walker M.L., Welander A.S., Hyatt A, Qian J.P., Zhang R.R., Humphreys D.A., Leuer J.A., Johnson R.D., Penaflor B.G., Mueller D. Plasma current, position and shape feedback control on EAST // Nuclear Fusion. – 2013. – Vol. 53, N. 4. – P. 043009. – DOI: 10.1088/0029-5515/53/4/043009.
54. Huang Y., Xiao B., Luo Z., Yuan Q.P., Pei X.F., Yue X. Implementation of GPU parallel equilibrium reconstruction for plasma control in EAST. // Fusion Engineering and Design. – 2016. – Vol. 112. – P. 1019. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2016.02.048.
55. Yue X.N., Xiao B.J., Luo Z.P., Guo Y. Fast equilibrium reconstruction for tokamak discharge control based on GPU // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2013. – Vol. 55, N. 8. – P. 085016. – DOI: 10.1088/0741-3335/55/8/085016.
56. Mertens V., Raupp G., Treutterer W. Chapter 3: Plasma Control in ASDEX Upgrade. // Fusion Science and Technology. – 2003. – Vol. 44, N. 3. – P. 593–604. – DOI: 10.13182/FST03-A401.
57. Braams B.J., Jilge W., Lackner K. Fast determination of plasma parameters through function parametrization // Nuclear Fusion. – 1986. – Vol. 26, N. 6. – P. 699. – DOI: 10.1088/0029-5515/26/6/001.
58. McCarthy P.J. An integrated data interpretation system for tokamak discharges. Ph.D. thesis, University College Cork. – 1992.
59. Kurskiev G.S., Gusev V.K., Sakharov N.V., et al. Tenfold increase in the fusion triple product caused by doubling of toroidal magnetic field in the spherical tokamak Globus-M2. // Nuclear Fusion. – 2021. – Vol. 61, N. 6. – P. 064001. – DOI: 10.1088/1741-4326/abe08c.
60. Gusev V.K., et al. Review of Globus-M spherical tokamak results // Nuclear Fusion. – 2015. – Vol. 55, N. 10. – P. 104016. – DOI: 10.1088/0029-5515/55/10/104016.
61. Divavin V.A., Grigoriev S.A., Lipko A.V., Bykov V.A., Komarov V.N., Kuzmin E.G., Mironov I.A. Thermal and Structural Analysis of Vacuum Vessel and in-Vessel Components for Low Aspect Ratio Tokamak Globus-M //

Proceedings of the 19th Symposium on Fusion Technology. – 1996. – P. 825. – DOI: 10.1016/B978-0-444-82762-3.50175-0
62. Ariola M., Pironti A. Magnetic control of tokamak plasmas (2nd ed.). Springer International Publishing. – 2016. – DOI: 10.1007/978-3-319-29890-0.
63. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука. – 1979.
64. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: справочная книга. — Л.: Энергоатомиздат. – 1986.
65. Hockney R.W. The potential calculation and some applications // Methods of Computational Physics. – 1970. – Vol. 9. – P. 135.
66. Lackner K. Computation of ideal MHD equilibria // Computer Physics Communications. – 1976. – Vol. 12, N. 1. – P. 33. – DOI: 10.1016/0010-4655(76)90008-4.
67. Forsythe G.E., Malcolm M.A., Moler C.B. Computer methods for mathematical computations. Prentice-Hall, Inc. – 1977.
68. Коренев П.С., Коньков А.Е., Митришкин Ю.В., Балаченков И.М., Киселев Е.О., Минаев В.Б., Сахаров Н.В., Петров Ю.В. Усовершенствованный алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы в токамаке // Письма в журнал технической физики. – 2023. – Т. 49, Вып. 7. – С. 36-39. – DOI: 10.21883/PJTF.2023.07.54920.19468.
69. Ljung L. System Identification. Theory for the User. Second Edition. Prentice Hall PTR. – 1999.
70. Mukhovatov V.S., Shafranov V.D. Plasma equilibrium in a Tokamak // Nuclear Fusion. – 1971. – Vol. 11, N. 6. – P. 605. – DOI: 10.1088/0029-5515/11/6/005.
71. ITER IT documentation, Control System Design and Assessment // G 45 FDR 1 01-07-13 R1.0. – 2001. – Appendix D, "Plasma Current, Position and Shape Control".
72. Higham N.J. Accuracy and Stability of Numerical Algorithms, 2nd ed. Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, PA, USA. – 2002.
73. Brockett, R. W. Finite Dimensional Linear Systems. John Wiley & Sons. – 1970.
74. Коньков А.Е., Коренев П.С., Митришкин Ю.В., Балаченков И.М., Киселев Е.О., Система магнитного управления плазмой реального времени с алгоритмом восстановления равновесия в обратной связи для токамака Глобус-М2 // Физика Плазмы. – 2023. – Т. 49, № 12. – С. 1-9. DOI: 10.31857/S0367292123600760.
75. Jardin S.C., Pomphrey N., Delucia J. Dynamic modeling of transport and positional control of tokamaks // Journal of Computational Physics. – 1986. – Vol. 66, N. 2. – P. 481. – DOI: 10.1016/0021-9991(86)90077-X.
76. Pereverzev G.V., Yushmanov P.N. ASTRA Automated System for Transport Analysis in a Tokamak. // Tech. rep. 5/98. IPP Report. – 2002.
77. Заявка 2018132882 Россия, МПК G21B1/00. Способ формирования модели магнитного управления формой и током плазмы с обратной связью в токамаке / Ю. В. Митришкин, А. А. Прохоров, П. С. Коренев, М. И. Патров

(Россия); заявитель ФГБОУВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ) (RU). — № RU 2 702 137 C1; опубл. 10.04.2019, приоритет 28.04.2017 (Рос. Федерация). — 33 с. : ил.
78. Sauter O., Angioni C. Neoclassical conductivity and bootstrap current formulas for general axisymmetric equilibria and arbitrary collisionality regime // Physics of Plasmas. – 1999. – Vol. 6, N. 7. – P. 2834. – DOI: 10.1063/1.873240.
79. Калиткин Н. Н. Численные Методы: Учебное пособие. 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург. – 2011.
80. Coppi B., Airoldi A., Bombarda F. et al. Critical Physics Issues for Ignition Experiments: Ignitor // MIT (RLE) Report PTP 99/06. – 1999.
81. Субботин М.Л., Гостев А.А., Хрипунов В.И. Некоторые особенности размещения токамака ИГНИТОР на площадке АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2018. – Т. 41, № 3. – С. 80. – DOI: 10.21517/0202-3822-2018-41-3-80-92.
82. Докука В.Н., Гостев А.А., Хайрутдинов Р.Р. Расчёт наводимых напряжений в обмотках полоидального поля токамака ИГНИТОР в процессе срыва плазмы по вертикали // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2018. – Т. 41, № 3. – С. 93. – DOI: 10.21517/0202-3822-2018-41-3-93-104.
83. Villone F., Albanese R., Ambrosino G., Pironti A., Rubinacci G., Ramogida G., et al. Strategies for the plasma position and shape control in IGNITOR // Fusion Engineering and Design. – 2007. – Vol. 82, N. 5. – P. 1036. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2007.04.052.
84. Митришкин Ю.В., Карцев Н.С., Зенков С.М. Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15. Часть I. // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 2. – С. 129-145.
85. Митришкин Ю.В., Карцев Н.С., Зенков С.М. Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15. Часть II. // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 9. – С. 31-44.
86. Ramogida G., Cucchiaro A., Pizzuto A., Rita C., Roccella M., Galasso G., Coppi B. Optimization of the IGNITOR operating scenario at 11 MA // Fusion Engineering and Design. – 2004. – Vol. 74, N. 1. – P. 507. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2005.06.211.

Список основных публикаций по теме диссертации

А1. Коренев П. С., Митришкин Ю. В., Патров М. И. Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – Т. 17, № 4. – С. 254-266. – DOI: 10.17587/mau.17.254-266. – (РИНЦ: ИФ – 0,84; авт. вклад 0,7 из 0,8 п.л.).

А2. Докука В. Н., Коренев П. С., Митришкин Ю. В., Павлова Е. А., Патров М. И., Хайрутдинов Р. Р. Исследование полоидальной системы токамака Глобус-М и управление положением плазмы // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2016. – Т. 39. № 3. – С. 80–90. DOI: 10.21517/0202-3822-2016-39-3-80-90. – (РИНЦ: ИФ – 0,64; авт. вклад 0,2 из 0,7 п.л.).

[Dokuka V. N., Korenev P. S., Mitrishkin Y. V., Pavlova E. A., Patrov M. I., Khayrutdinov R. R. Study of Globus-M tokamak poloidal system and plasma position control // Physics of Atomic Nuclei. – 2017. – V. 80. № 7. – P. 1298–1306. – DOI: 10.1134/S1063778817070055. – (WoS: JIF– 0,3; авт. вклад 0,2 из 0,6 п.л.).]

А3. Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Kartsev N. M., Kuznetsov E. A., Prokhorov A. A., Patrov M. I. Plasma magnetic cascade multiloop control system design methodology in a tokamak // Control Engineering Practice. – 2019. – V. 87. – P. 97-110. – DOI: 10.1016/j.conengprac.2019.03.018. – (WoS: JIF – 5,4; авт. вклад 0,2 из 0,9 п.л.).

А4. Mitrishkin Y. V., Prokhorov A. A., Korenev P. S., Patrov M. I. Hierarchical robust switching control method with the equilibrium reconstruction code based on improved Moving Filaments approach in the feedback for tokamak plasma shape // Fusion Engineering and Design. – 2019. – V. 138. – P. 138-150. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2018.10.031. – (WoS: JIF – 1,9; авт. вклад 0,1 из 0,8 п.л.).

А5. Mitrishkin Y. V., Prokhorov A. A., Korenev P. S., Patrov M. I. Plasma magnetic time-varying nonlinear robust control system for the Globus-M/M2 tokamak // Control Engineering Practice. – 2020. – V. 100. – P. 104446. – DOI: 10.1016/j.conengprac.2020.104446. – (WoS: JIF – 5,4; авт. вклад 0,2 из 1,1 п.л.).

А6. Митришкин Ю. В., Коренев П. С., Коньков А. Е., Карцев Н. М. Подавление смещений плазмы по вертикали системой управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в D-образном токамаке // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 4. – С. 100–124. – DOI: 10.31857/S0005231022040067. – (РИНЦ: ИФ – 1,3; авт. вклад 0,5 из 1,6 п.л.).

[Mitrizhkin Y. V., Korenev P. S., Konkov A. E., Kartsev N. M. Suppression of Vertical Plasma Displacements by Control System of Plasma Unstable Vertical Position in D-Shaped Tokamak // Automation and Remote Control. – 2022. – V. 83, № 4. – P. 579-599. – DOI: 10.1134/S0005117922040051. – (WoS: JIF – 0,6; авт. вклад 0,4 из 1,3 п.л.).]

А7. Митришкин Ю. В., Коньков А. Е., Коренев П. С. Сравнительное исследование систем управления реального времени вертикальным положением

плазмы в токамаке с разными источниками питания обмотки горизонтального управляющего поля // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. – 2022. – Т. 45, вып. 3. – С. 34-49. – (РИНЦ: ИФ – 0,64; авт. вклад 0,2 из 1 п.л.).

[Mitrishkin Y. V., Konkov A. E., Korenev P. S. Comparative Study of Real-Time Control Systems of Vertical Plasma Position in Tokamak with Different Power Supplies for Horizontal Control Field Coil // Physics of Atomic Nuclei. – 2023. – V. 86, № 7. – P. 1616–1628. – DOI: 10.1134/S1063778823070165. – (WoS: JIF – 0,3).]

A8. Mitrishkin Y. V., Kruzhkov V. I., Korenev P. S. Methodology of Plasma Shape Reachability Area Estimation in D-Shaped Tokamaks // Mathematics. – 2022. – V. 10, № 23. – P. 4605. – DOI: 10.3390/math10234605. – (WoS: JIF – 2,3; авт. вклад 0,1 из 1,1 п.л.).

A9. Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Konkov A. E., Kartsev N. M., Smirnov I. S. New horizontal and vertical field coils with optimised location for robust decentralized plasma position control in the IGNITOR tokamak // Fusion Engineering and Design. – 2022. – V. 174. – P. 112993. – DOI: 10.1016/j.fusengdes.2021.112993. – (WoS: JIF – 1,9; авт. вклад 0,5 из 1,3 п.л.)

A10. Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Konkov A. E., Kruzhkov V. I., Ovsyannikov N. E. New identification approach and methods for plasma equilibrium reconstruction in D-shaped tokamaks // Mathematics. – 2022. – V. 10, № 1. – P. 40. – DOI: 10.3390/math10010040. – (WoS: JIF – 2,3; авт. вклад 0,4 из 1,4 п.л.).

A11. Коренев П. С., Коньков А. Е., Митришкин Ю. В., Балаченков И. М., Киселев Е. О., Минаев В. Б., Сахаров Н. В., Петров Ю. В. Усовершенствованный алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы в токамаке // Письма в журнал технической физики. – 2023. – Т. 49, вып. 7. – С. 36-39. – DOI: 10.21883/PJTF.2023.07.54920.19468. – (РИНЦ: ИФ – 0,73; авт. вклад 0,2 из 0,3 п.л.).

[Korenev P. S., Konkov A. E., Mitrishkin Y. V., Balachenkov I. M., Kiselev E. O., Minaev V. B., Sakharov N. V., Petrov Yu. V. Improved FCDI algorithm for tokamak plasma equilibrium reconstruction // Technical Physics Letters. – 2023. – V. 49. № 7. – P. 34–37. – DOI: 10.21883/TPL.2023.04.55873.19468. – (WoS: JIF – 0,8; авт. вклад 0,2 из 0,3 п.л.).]

A12. Коньков А. Е., Коренев П. С., Митришкин Ю. В., Балаченков И. М., Киселев Е. О. Система магнитного управления плазмой реального времени с алгоритмом восстановления равновесия в обратной связи для токамака Глобус-М2 // Физика Плазмы. – 2023. – Т. 49, № 12. – С. 1348-1356. – DOI: 10.31857/S0367292123600760. – (РИНЦ: ИФ – 1,4; авт. вклад 0,3 из 0,6 п.л.).

[Konkov A. E., Korenev P. S., Mitrishkin Y. V., Balachenkov I. M., Kiselev E. O. Real-Time Plasma Magnetic Control System with Equilibrium Reconstruction Algorithm in the Feedback for the Globus-M2 Tokamak // Plasma Physics Reports. – 2023. – V. 49, № 12. – P. 1552 – 1559. –DOI: 10.1134/S1063780X23601827. – (WoS: JIF – 0,9; авт. вклад 0,3 из 0,5 п.л.).]

Иные публикации по теме диссертации

A13. Mitrishkin Y. V., Prokhorov A. A., Korenev P. S., Patrov M. I., Robust H_∞ switching MIMO control for a plasma time-varying parameter model with a variable structure in a tokamak // IFAC-PapersOnLine. – 2017. – V. 50, Issue 1. – P. 11385-11390. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.1795. – (Scopus: SJR – 0,37; авт. вклад 0,1 из 0,4 п.л.).

A14. Prokhorov A., Mitrishkin Yu., Korenev P., Patrov M. The plasma shape control system in the tokamak with the neural network as a plasma equilibrium reconstruction algorithm // IFAC PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, Issue 2. – P. 857-862. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.843. – (Scopus: SJR – 0,37; авт. вклад 0,1 из 0,4 п.л.).

A15. Konkov A., Mitrishkin Yu., Korenev P., Patrov M. Robust Cascade LMI Design of MIMO Controllers for Plasma Position, Current, and Shape Model with Time-Varying Parameters in a Tokamak // IFAC PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, Issue 2. – P. 7344-7349. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1000. – (Scopus: SJR – 0,37; авт. вклад 0,1 из 0,4 п.л.).

A16. Mitrishkin Yu., Kartsev N., Korenev P., Patrov M. Model Predictive Control with Time Varying Parameters for Plasma Shape and Current in a Tokamak // IFAC PapersOnLine. – 2020. – Vol. 53, Issue 2. – P. 6631-6636. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.083. – (Scopus: SJR – 0,37; авт. вклад 0,1 из 0,4 п.л.).

Патенты:

П1. Заявка 2018132882 Россия, МПК G21B1/00. Способ формирования модели магнитного управления формой и током плазмы с обратной связью в токамаке / Ю. В. Митришкин, А. А. Прохоров, П. С. Коренев, М. И. Патров (Россия); заявитель ФГБОУВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ) (RU). — № RU 2 702 137 C1; опубл. 10.04.2019, приоритет 28.04.2017 (Рос. Федерация). — 33 с. : ил.

П2. Заявка 2022117882 Россия, МПК G21B1/00. Способ быстродействующего определения формы плазмы в камере токамака в течение диверторной фазы плазменных разрядов / Ю. В. Митришкин, А. Е. Коньков, П. С. Коренев, В. И. Кружков (Россия); заявитель ФГБОУВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ) (RU). — № RU 2 787 571 C1; опубл. 11.01.2023, приоритет 30.06.2022 (Рос. Федерация). — 20 с. : ил.

Приложение А. Акт о внедрении алгоритма FCDI

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Политехническая ул., 26, С.-Петербург, 194021
Телефон: (812) 297-2245 Факс: (812) 297-1017
post@mail.ioffe.ru http://www.ioffe.ru

ИНН 7802072267/КПП 780201001
ОКПО 02698463
ОГРН 1037804006998

"УТВЕРЖДАЮ"

_____№_____

На № _____ от _____

Заместитель директора по научной работе
доктор физ.-мат. наук

П.Н. Брунков

М.П. «25» октября 2022 г.

АКТ О ВНЕДРЕНИИ СИСТЕМЫ МАГНИТНОЙ ДИАГНОСТИКИ

Комиссия в составе старшего научного сотрудника, к.ф.-м.н. Сахарова Николая Владимировича (председатель), ведущего научного сотрудника, к.ф.-м.н. Минаева Владимира Борисовича, старшего научного сотрудника, к.ф.-м.н. Петров Юрия Викторовича, младшего научного сотрудника Киселева Евгения Олеговича рассмотрела результаты научно-практического внедрения в физический эксперимент на УНУ «Сферический токамак Глобус-М» алгоритма восстановления равновесия плазмы «FCDI (Flux-Current Distribution Identification)», разработанного научным сотрудником МГУ им. М.В. Ломоносова и ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН Кореневым Павлом Сергеевичем и младшим научным сотрудником МГУ им. М.В. Ломоносова и ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН Коньковым Артёмом Евгеньевичем по гранту Российского Научного Фонда № 21-79-20180 под научным руководством доктора технических наук, профессора физического факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, главного научного сотрудника ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН Митришкина Юрия Владимировича.

Объект внедрения

Алгоритм восстановления равновесия плазмы «FCDI» реализован в программной среде MATLAB/Simulink и может работать в двух режимах: «FCDI-IT» – восстановление равновесия плазмы методом итераций Пикара и «FCDI-FF» – восстановление равновесия плазмы методом неподвижных токовых колец (филаментов). Алгоритм разработан с возможностью использования на целевых машинах реального времени Speedgoat Performance или КМП «РИТМ». Алгоритм восстанавливает равновесие плазмы в реальном времени в

каждой временной точке дискретной выборки за 200 мкс в режиме «FCDI-IT» и 30 мкс в режиме «FCDI-FF», что позволяет его применение в обратной связи цифровых систем управления положением, током и формой плазмы вытянутых по вертикали токамаков, в частности, сферического токамака Глобус-М2.

Пользовательский интерфейс алгоритма восстановления равновесия плазмы «FCDI» обеспечен разработанным м.н.с. А.Е. Коньковым и н.с. П.С. Кореневым приложением «VisualPSI», позволяющим осуществлять вывод сепаратрисы и внутренних магнитных поверхностей плазмы, 3-х мерного распределения полоидального потока (Рис. 1), и вывод графиков восстановленных параметров плазмы (Рис. 2), а также их экспорт в форматах mat, json и G-EQDSK.

Подключение алгоритма восстановления равновесия плазмы «FCDI» к базе данных плазменных разрядов токамака Глобус-М2 обеспечено разработанным м.н.с. А.Е. Коньковым программным пакетом «Tokamak Datasets Processing Toolbox», позволяющим осуществлять обработку экспериментальных данных плазменного разряда в среде MATLAB.

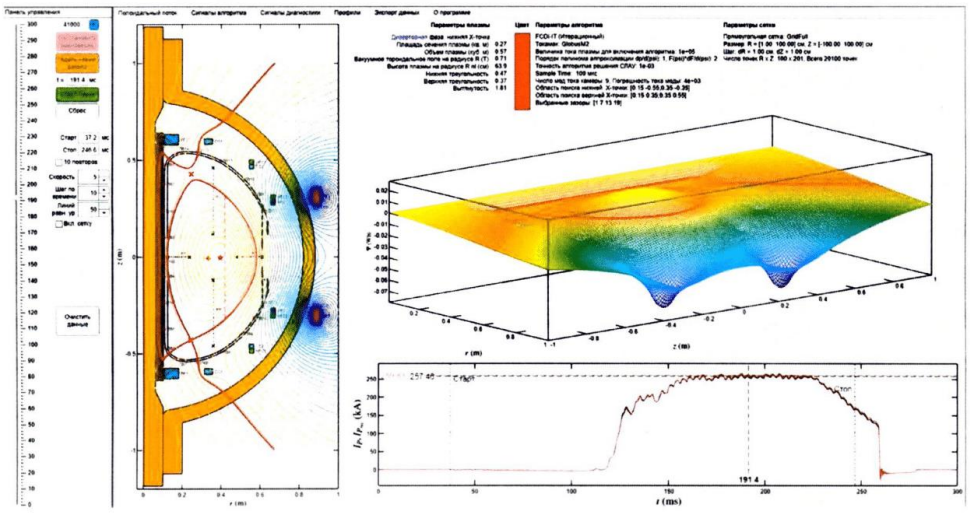


Рис. 1. Интерфейс VisualPsi. Восстановленные сепаратриса и магнитные поверхности плазмы, а также трехмерное распределение полоидального магнитного потока в токамаке Ψ, измеренный и восстановленный токи плазмы I_P и I_{Prec}.

Процедура внедрения

На подключенной к локальной базе данных разрядов токамака ЭВМ были установлены программный пакет «Tokamak Datasets Processing Toolbox», алгоритм восстановления равновесия плазмы «FCDI» и приложение для визуализации восстановленных равновесий «VisualPSI».

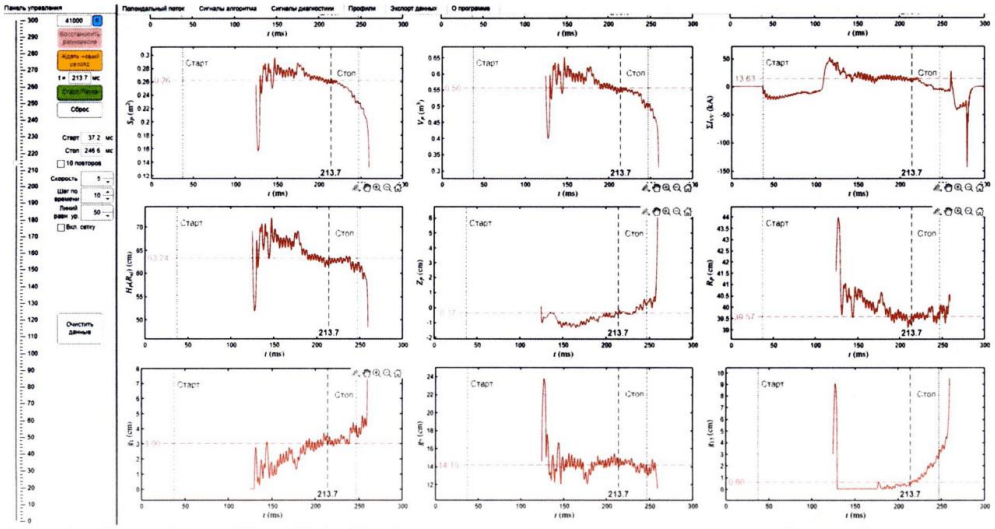


Рис. 2. Интерфейс VisualPsi. Графики восстановленных площади S_P и объема плазмы V_P, суммарного тока на камере токамака $\sum I_{VV}$, высоты вертикальной хорды интерферометра H_P, положения плазмы R_P и Z_P и зазоров g_1, g_7, g_{13} между плазмой и лимитером токамака.

Заключение комиссии

Комиссия установила, что перечисленное программное обеспечение в составе системы магнитной диагностики плазменного разряда было внедрено на УНУ «Сферический токамак Глобус-М» 11 октября 2022 г., и позволило восстанавливать равновесие плазмы, включая форму, положение, плотность тока, профили давления, полоидального тока и запаса устойчивости плазмы q, положения ударных и Х-точек, рассчитываемые вдоль сепаратрисы с шагом 15° 24 зазора между плазмой и лимитером токамака, распределения магнитных полей в токамаке, на основании показаний магнитной диагностики токамака, а именно магнитных петель и поясов Роговского.

Председатель комиссии — Н.В. Сахаров

Члены комиссии — В.Б. Минаев

Ю.В. Петров

Е.О. Киселев