

**ОТЗЫВ научного руководителя  
на диссертацию на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук Корчагина Никиты Павловича  
на тему: «Сложность проблемы сюръективного гомоморфизма для  
циклов»  
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел  
и дискретная математика (физико-математические науки)**

Задача удовлетворения ограничений это одна из самых массовых задач математической кибернетики, которая формулируется следующим образом: на вход подается какое-то множество ограничений, нам нужно проверить их выполнимость. Чтобы иметь возможность задавать ограничения, обычно фиксируют сигнатуру (или язык ограничений). В общем случае эта задача может быть даже алгоритмически неразрешимой, но на конечном множестве всегда попадает в класс NP. Около 20 лет главным открытым вопросом в этой области была гипотеза о том, что для любого фиксированного языка ограничений на конечном множестве задача либо является NP-полной, либо решается за полиномиальное время.

После того, как гипотеза была доказана в 2017 году, внимание исследователей переключилось на всевозможные вариации этой задачи. Наибольшего внимания сейчас удостоена Задача Удовлетворения Ограничениям с обещаниями, так как там удается использовать очень мощный алгебраический аппарат, разработанный для обычной задачи. Одним из вариантов, где имеющийся аппарат использовать почти не удастся это сюръективная задача удовлетворения ограничениям, где нужно найти решение, принимающее все значения из области значений. Добавление этого глобального ограничения делает невозможным сведение с помощью примитивных позитивных формул, что являлось главным (и почти единственным) инструментом сведения для обычной задачи. Тем не менее, долгое время существовала надежда, что сложность сюръективной задачи зависит только от полиморфизмов языка ограничений, а единственный полиномиальный алгоритм для решения этой задачи - это тривиальное сведение к обычной задаче посредством перебора переменных, которые примут все значения из области значений. Эта гипотеза известна как гипотеза Хуби Чена, и она была опровергнута в 2021 года, когда было показано, что большее количество полиморфизмов вовсе не означает более простой задачи. Таким образом оказалось, что старый аппарат не работает, а нового еще не придумали. Здесь надо отметить, что сюръективная задача выгодно

отличается от многих других классов задач, так как здесь есть конкретные простые примеры, для которых сложность до сих пор остается неизвестной.

Если в языке ограничений есть только одно бинарное отношение, то сюръективная задача удовлетворения ограничениям эквивалентна задаче о существовании сюръективного гомоморфизма на фиксированный граф. Диссертационная работа соискателя посвящена сложности этой задачи для всевозможных рефлексивных циклов. Исследователи сходятся во мнении, что для большинства из них задача является NP-трудной, но техника доказательства NP-трудности настолько слаба, что пока считается большим успехом, если удастся закрыть конкретные графы. Например, сложность задачи оставалась неизвестной долгие годы для рефлексивного цикла длины 4 и для цикла длины 6. Таким образом, было неизвестно, можно ли быстро проверить, что заданный граф можно отобразить в рефлексивный цикл длины 4 (задача известная в теории графов как поиск несвязного разреза).

Соискатель предложил новый подход для доказательства NP-трудности задачи, который основан на известном сведении обычной задачи удовлетворения ограничениям к набору тождеств и проверке их выполнимость в классе полиформизмов. Чтобы сведение работало для сюръективной задачи, соискателю приходится делать систему тождеств избыточной и надеется, что глобальную сюръективность удастся сделать локальной. Соискатель называет это свойством наследования сюръективности, и доказательству этого свойства для конкретных графов посвящена значительная (если не основная) часть работы. Развив эту технику до достаточного уровня, автору удалось описать сложность для всех рефлексивных циклов произвольной длины и с произвольной ориентацией ребер кроме конкретных 5 графов. Один из таких графов это рефлексивный цикл длины 5 и сложность для него пока остается неизвестной. Тем не менее, это огромный прорыв по сравнению с предыдущими результатами по теме, где авторам удавалось закрывать либо конкретный граф, либо совсем простые семейства графов. Результаты, полученные в работе являются новыми, доказательства полными и корректными.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (физико-математические науки), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по

защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Считаю, что диссертационная работа Корчагина Никиты Павловича удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ 011.4 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Научный руководитель:

Кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник лаборатории  
проблем теоретической кибернетики  
механико-математического факультета  
ФГБОУ ВО Московский государственный  
университет имени М.В. Ломоносова.

Жук Дмитрий Николаевич

26.12.2025

Контактные данные:

тел.: 7(495)9394637, e-mail: zhuk@intsys.msu.ru

Специальность, по которой научным руководителем  
защищена диссертация:

01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика

Адрес места работы:

119991, г. Москва, ул. Ленинские горы 1,  
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
механико-математический факультет,  
лаборатория проблем теоретической кибернетики

Подпись старшего научного сотрудника лаборатории  
проблем теоретической кибернетики  
механико-математического факультета  
МГУ имени М.В.Ломоносова удостоверяю:  
Декан механико-математического  
факультета МГУ, член-корреспондент РАН  
профессор А.И. Шафаревич

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_