

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Трифоновой Екатерины Евгеньевны на тему:

«О свойствах конечно порождающих систем булевых
функций для классов рациональных вероятностей»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра,
теория чисел и дискретная математика

Трифоновой Екатериной Евгеньевной представлено диссертационное исследование на тему «О свойствах конечно порождающих систем булевых функций для классов рациональных вероятностей».

Задачи исследования выразительных возможностей множеств в дискретной математике относятся уже к числу классических. Это в первую очередь обусловлено тем, что само понятие выразимости связано с практическим применением или подразумевает возможность практического применения.

В общем виде такие задачи можно представить следующим образом:

$$F(A) = B,$$

где A, B — множества, а F — оператор из некоторого семейства.

Зафиксировав B , можно для различных F описывать все A , обладающие определенными свойствами, или зафиксировав A , для различных F описывать все B , получаемые из A применением F .

К таким задачам, например, относится задача нахождения в функциональных системах так называемых полных множеств и, соответственно, критериев полноты.

Говоря о свойствах, которыми должны обладать множества A и B , достаточно часто рассматриваются мощности множеств, при этом A должно, как правило, обладать минимальной, а B — максимальной мощностью. Зависимость между мощностями множеств A и B при этом называют функцией роста.

Первые исследования здесь были проведены для алгебраических структур. Уже к 70-м годам прошлого века было получено, что, например, все известные классы групп имеют либо полиномиальную, либо экспоненциальную функцию роста.

Исследование выразительных возможностей актуально не только для функциональных систем или алгебраических структур — оно возникает и при генерации бернуллиевских (булевых) случайных величин с заданными вероятностями.

Первоначальный импульс здесь был связан с практическими нуждами, переломный момент наступил после появления цифровых вычислительных устройств и классических работ Дж. фон Неймана и К. Э. Шеннона.

В советской школе кибернетики в 1960–1970-е годы прошлого века задача приобрела новую формулировку с акцентом на логические функции и получила свое развитие в работах Р. Л. Схиртладзе и Ф. И. Салимова.

Исследования в этом направлении продолжаются и в настоящее время: растущие проблемы, связанные с шумом и неопределённостью значений сигналов при передаче информации, стимулируют поиск новых подходов. Свидетельством этого являются работы Р. М. Колпакова и А. Д. Яшунского, W. Qian, M. D. Riedel и др.

Формулировка приведенной выше задачи исследования выразительных возможностей множеств допускает и следующие две взаимодополняющие интерпретации: для заданного семейства функций (операторов) найти такой элемент F , что найдется пара (A, B) с требуемыми свойствами и для фиксированного оператора F исследовать класс свойств, которые могут быть описаны с его помощью через подходящие множества A и B .

При изучении выразительных возможностей множеств в качестве F естественно рассматривать клоны дискретных функций. Это позволяет исследовать как построение клона по заданным образующим, так и классификацию свойств фиксированного клона через соответствующие системы множеств.

Диссертационная работа представляет исследования в этом направлении и решает задачи выразимости бернуллиевских распределений системами булевых функций.

Диссертационная работа состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка литературы.

Во введении дается обоснование актуальности проводимого исследования, указывается цель исследования, задачи, теоретическая и практическая значимость, описываются результаты, используемые в исследовании, приводится краткое содержание работы.

В первой главе приводятся базовые понятия и утверждения, необходимые для понимания дальнейшего изложения, в том числе — определение индуцированной вероятностной функции, множества вероятностей, выразимых системой булевых функций из заданного множества вероятностей, конечно порождающего множества булевых функций.

Основным результатом этой главы является доказательство выразительной ограниченности одной из наиболее «известных» и часто используемых в различных построениях функции — функции голосования или медианы.

Вторая глава посвящена исследованию индуцированных функций, в соответствии с классификацией, основанной на делимости старшего коэффициента полиномиальной формы таких функции на простое число p .

Глава содержит два основных результата.

Первым является оценка числа p -сократимых функций среди всех редуцированных функций (теоремы 2.6 и 2.7).

Вторым — условия конечной порождаемости множества булевых функций (теоремы 2.12 и 2.14).

В третьей главе исследуется связь между введенной ранее p -сократимостью и неповторными представлениями булевых функций. Сведение изучения неповторной замкнутости множества булевых функций к неповторной замкнутости соответствующего множества индуцированных функций позволило описать некоторые неповторно замкнутые классы булевых функций, оценить мощность множества неповторно замкнутых классов, мощности базисов и получить разбиение множества всех булевых функций на непустые неповторно замкнутые классы.

В четвертой главе показано, что неповторно замкнутый класс 5-несократимых функций и объединение неповторно замкнутых классов 5-сократимых булевых функций двух типов являются конечно порождающими для множества всех пятнадцатичных дробей.

Общее число доказанных в работе утверждений равно 53. Все утверждения снабжены подробными доказательствами, выводы достоверные. При доказательствах были использованы методы дискретной математики, алгебры, комбинаторики. Диссертанту пришлось преодолевать как технические, так и теоретические сложности.

Обзор публикаций по теме исследования достаточно полон. Список литературы содержит 124 источника, включая 8 работ автора. Все работы относятся к теме диссертации и позволяют оценить проблематику исследований.

В диссертации используется сквозная по главам нумерация лемм, предложений и теорем.

Диссертация оформлена вполне грамотно, но, как и ко всякой технически сложной объемной работе, выполненной на правах рукописи, к ней есть отдельные замечания.

Леммы 2.2. и 2.5. непосредственно следуют из леммы 2.1, поэтому, на мой взгляд, их лучше оформить как следствия.

В 4-ой главе для разделителя разрядов используется точка. В диссертации разделитель разряда и многоточие встречаются на одной линии (например: стр. 53 десятая строка сверху, стр. 58 тринадцатая строка снизу), что замедляет чтение и восприятие текста. При первом взгляде на такой текст возникает ощущение опечатки — использование 4-х или 5-ти точек для многоточия. Наверное, имело смысл использовать другой знак для разделителя.

Несколько замечаний по оформлению.

В заголовках, как правило, переносы не делают.

На стр. 43 в пятой снизу строке не нужен абзацный отступ.

На стр. 88 два заголовка — Литература и список литературы.

Можно было указать и некоторые другие замечания, но я не буду этого делать, в связи с тем, что как приведенные, так и не приведенные недостат-

ки оформления диссертационного исследования не влияют на полученные результаты и общее положительное впечатление о работе.

Изучение представленной диссертации, автореферата и научных трудов соискателя дает основание заключить следующее.

Диссертация Трифоновой Екатерины Евгеньевны является научно-квалификационной работой, в которой решена научная задача, имеющая значение для развития теории дискретных функций (п. 2.1. Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова).

Диссертация написана самостоятельно, представляет целостное исследование, содержащее новые научные результаты, не содержит некорректных заимствований.

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.5. «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика», а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова.

Диссертация и автореферат оформлены согласно п. 3.1. Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова и согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (приложения 8, 9).

Автореферат верно отражает содержание диссертации.

Публикации по результатам исследования удовлетворяют требованиям пп. 2.3, 2.4 (абзац 3) Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова.

Исходя из вышесказанного, считаю, что соискатель Трифонова Екатерина Евгеньевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой
алгебраических и информационных систем института
математики и информационных технологий
ФГБОУВО «Иркутский государственный университет»
Пантелеев Владимир Иннокентьевич

05.12.2025 г.

Контактные данные:

тел.: [REDACTED], e-mail: [REDACTED]

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация — 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика

Адрес места работы: 664003, Иркутская обл., г. Иркутск, ул. К. Маркса, д. 1, Иркутский государственный университет, Институт математики и информационных технологий, тел.: (8-3952) 52-12-98; ime@math.isu.ru, г. Иркутск, бульвар Гагарина, 20.