

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Клементьева Петра Дмитриевича

«Двухуровневый анализ некоторых типов композитов и метаматериалов», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 –  
Механика деформируемого твердого тела

**Актуальность работы.** Диссертационная работа посвящена численному исследованию эффективных упругих и упругопластических характеристик структурно неоднородных материалов, таких как дисперсные композиты, пористые материалы, эластомерные композиты с учетом их поврежденности, материалы с регулярной (периодической) структурой, метаматериалы. Расчёт макроскопических свойств таких материалов на основе точного моделирования их внутренней структуры безусловно является актуальным направлением, поскольку позволяет осуществить точный прогноз их механических характеристик, и тем самым сократить время при проведении экспериментов на образцах по определению их эффективных характеристик. Особенно это актуально при учете пластических деформаций и локальных повреждений. Актуальным также является использование результатов томографических исследований реальных структур для повышения точности их численного моделирования. В работе рассмотрена методика исследования коротких резинокордных образцов, что также является актуальной задачей при проектировании резинокордных изделий. Таким образом, целью диссертационной работы является применение **вычислительных экспериментов** для определения эффективных макроскопических свойств дисперсных композитов, пористых материалов, материалов с регулярной периодической структурой и метаматериалов.

**Научная новизна** работы заключается в развитии методов моделирования структурно-неоднородных материалов, включая описание неклассических эффектов в их поведении, а также в тестировании этих

методов путем сопоставления получающихся результатов с экспериментальными данными реальных композитных материалов.

В частности, в работе продемонстрировано качественное уточнение расчётной диаграммы напряжение – деформация по отношению к экспериментальной путем учёта томографической структуры и деградации фаз композита. Показано, что для метаматериалов с периодической структурой включений исчезают неклассические эффекты связанности (растяжение/изгиб и сжатие/кручение) при гомогенизации, а для метаматериалов с цилиндрической периодичностью включений такие эффекты сохраняются. Для резинокордных образцов исследованы зоны краевого эффекта и обоснована возможность использования коротких образцов в экспериментах на одноосное растяжение. Показано, что для пористого материала его упругопластические характеристики с высокой точностью описываются моделью Друкера–Прагера.

**Обоснованность и достоверность** научных результатов, выводов и рекомендаций, полученных в диссертации, подтверждаются корректностью постановок задач моделирования, использованием строгих апробированных математических моделей и корректных методов их численного и асимптотического анализа, а также сравнением полученных результатов с экспериментальными данными.

**Структура и содержание работы.** Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 147 страниц, включает 65 рисунков и 10 таблиц. Список литературы содержит 187 наименований.

**Во введении** описывается актуальность темы диссертационной работы, формулируются цели и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методология и методы исследования, положения, выносимые на защиту, достоверность и обоснованность результатов. Представлены краткий обзор диссертационной работы по главам, приведены сведения об апробации и публикациях по теме диссертации.

**Первая глава** посвящена численному моделированию эффективных механических характеристик дисперсных и пористых материалов на примере реального композитного материала  $V_4C/2024Al$  и различных модельных примеров пористых и композитных структур (поры и включения в форме правильных тетраэдров или эллипсоидов). Реальные структуры были смоделированы на основе томографических исследований микроструктуры композита  $V_4C/2024Al$ , и для него были проведены сравнения результатов с данными экспериментов, а также были вычислены концентрации напряжений при статическом нагружении. Проведено сравнение трехмерных и двумерных моделей для одной и той же структуры, которые продемонстрировали хорошую точность для 3D моделей (1%) и относительно удовлетворительную точность для 2D моделей (9%) в плане определения эффективных модулей упругости. Дальнейший материал главы был посвящен исследованию особенностей моделирования пористых материалов с целью соблюдения принципа эквивалентной гомогенности по энергии (равенство Хилла), а также особенностей моделирования упругопластических характеристик композитных и пористых материалов. В частности, было показано, что для материалов с угловатыми порами кривая напряжение – деформация зависит от пути нагружения и от объемной деформации, и может быть описана моделью Друкера-Прагера, для которой была проведена идентификация ее параметров.

**Во второй главе** был разработан алгоритм вычисления упругопластических характеристик композитных и пористых материалов с учетом их поврежденности (алгоритм прогрессирующего разрушения). В частности, было показано, что применение данного алгоритма при вычислении эффективной диаграммы напряжение – деформация для композита  $V_4C/2024Al$  позволяет качественно улучшить результаты расчетов в случае моделирования реальных структур. Был проведен сравнительный анализ различных вариантов алгоритма прогрессирующего разрушения, который привел к выводу, что наилучшие результаты дает алгоритм разрушения всего конечного элемента в целом, в отличие от других алгоритмов. Было также

показано, что замена реальной структуры модельной на основе эллипсоидов дает неудовлетворительные результаты.

**Третья глава** посвящена исследованию материалов с неклассическими свойствами – метаматериалов. К таким материалам автор относит, в том числе, и резинокордные изделия, представляющие собой эластомерную матрицу с жестким кордовым каркасом периодической структуры. Для описания таких композиций применяется, с одной стороны, метод асимптотического усреднения второго порядка для периодических структур, а с другой стороны – непосредственные расчеты методом конечных элементов. Поскольку метод асимптотического усреднения приводит к уравнениям градиентного типа, учитывающим моментные характеристики эффективной среды, то неклассические эффекты могут быть исследованы теоретически с помощью уравнений моментной теории упругости с коэффициентами, которые определяются на основе геометрии микроструктуры. В данной главе были рассмотрены пластинчатые структуры, используемые при моделировании резинокордовых изделий, а также пространственные звездчатые структуры, моделирующие метаматериалы типа ауксетиков. Исследовался вопрос о связности в таких структурах деформаций растяжение/изгиб и сжатие/кручение. Для пластинчатых структур было теоретически показано, что коэффициенты связности растяжение/изгиб зависят обратно пропорционально от числа ячеек периодичности. А для пространственных структур, имеющих осевую симметрию, было показано, что связность растяжения/сжатия с кручением определяется цилиндрической симметрией микроструктуры и сохраняется при любом числе ячеек. Эти результаты подтверждаются численным моделированием. Как частный случай пластин, обладающих связностью растяжение/изгиб, был рассмотрен двухслойный резинокорд, и для него были определены характерные размеры зон влияния краевых эффектов, что позволило обосновать методику использования коротких образцов при испытаниях на одноосное растяжение.

**В заключении** сформулированы основные положения и выводы на основе полученных результатов.

**Автореферат** правильно и полно отражает содержание диссертации. Полученные результаты в достаточной степени апробированы. Они докладывались на всероссийских и международных конференциях, в том числе были опубликованы 3 статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ. Диссертация соответствует специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела».

**Замечания по диссертационной работе:**

1. При постановке задач (1.1), (1.2) на представительном элементе объема не обсуждаются в должной мере проблемы, связанные с выбором граничных условий для функций быстрых переменных. Эта проблема упоминается в обзоре на стр. 21, где неверно указано, что для периодических условий возникает пограничный слой. Метод асимптотического усреднения первоначально сформулирован и обоснован именно для периодических условий. Автор ставит задачу при условии равенства нулю на границе представительного элемента, однако, в дальнейших расчетах использует и другие граничные условия (рис. 1.1), в том числе и эквивалентные периодическим.
2. Кстати, существенное различие в результатах усреднения 3D и 2D реальных структур (рисунок 1.7) объясняется, в том числе, разной постановкой граничных условий: в первом случае это равенство нулю функций быстрых переменных, а во втором – условия, эквивалентные периодическим
3. Хочется отметить некоторую сумбурность обзора литературы, который делается в работе несколько раз: во введении, в начале каждой главы, и охватывает огромный объем материала. Однако, например, такая работа, как [*Власов А.Н., Мерзляков В.П. Усреднение деформационных и прочностных свойств в механике скальных пород. М.: Изд-во Ассоциации*

строительных вузов. 2009], имеющая прямое отношение к материалу глав 1 и 2 не упоминается.

4. Было бы полезно в третьей главе дать оценку для коэффициента связанности растяжение/сжатие – кручение от геометрических параметров цилиндрической структуры.

5. Рисунок 3.11 требует своего пояснения, что на нем изображено и какая все-таки это структура у резинокордного изделия, непонятно.

6. Хочется отметить некоторые странности терминологии. Зачем в двухмасштабном методе применять термин “мезоуровень”, обычно принято рассматривать микро- и макроуровень. Для обозначения диаграмм применяется неудачный символ эквивалентности. По определению диаграмма – это способ наглядного представления числовых данных, но в данном случае имеется ввиду обычная функция – зависимость между деформациями и напряжениями. Термин “классическая ламинатная теория” (стр. 91) – это англицизм, по-русски это должно быть классической теорией ламинатов.

7. Некоторые редакционные замечания: на стр. 51 рис. 1 отсутствует, имеется ввиду рисунок 1.11; на стр. 90 вместо символа  $u_i^E$  должен быть символ  $u_i^T$ ; на стр. 30 в формуле Остроградского-Гаусса для функций быстрых переменных отсутствует нормаль в граничном интеграле, впрочем там функции принимают нулевое значение.

**Общее заключение.** Сделанные замечания не имеют принципиального значения и не снижают научной ценности работы. Представленная к защите диссертация Клементьева Петра Дмитриевича «Двухуровневый анализ некоторых типов композитов и метаматериалов» является законченной научно-квалификационной работой. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пунктами 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, и оформлена согласно требованиям Положения о Совете по защите диссертаций на

соискание ученой степени кандидата и доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Клементьев Петр Дмитриевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент

Волков-Богородский Дмитрий Борисович

кандидат физико-математических наук

(специальность 01.01.07 – «Вычислительная математика»),

ведущий научный сотрудник

отдела механики структурированной и гетерогенной среды

ФГБУН «Институт прикладной механики Российской академии наук»

(ИПРИМ РАН)

Телефон: +7(495)946-18-06

e-mail: volkov-bogorodskij@iam.ras.ru

Адрес места работы:

125040, г. Москва, просп. Ленинградский, д. 7, стр. 1,

Институт прикладной механики РАН,

Тел.: +7 495 946-18-06, e-mail: iam@iam.ras.ru

Волков-Богородский Д.Б.  
«5» июня 2026 г.

Подпись

Волкова-Богородского Дмитрия Борисовича

удостоверяю

*(фамилия имя отчество оппонента полностью)*

Ученый секретарь ИПРИМ РАН

Ю.Н. Карнет

М.П.



(Ф.И.О.)