

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Сорин Борис Владимирович

Компактификации ультратранзитивных
групп преобразований дискретных
и линейно упорядоченных пространств

Специальность 1.1.3. Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2026

Диссертация подготовлена на кафедре общей топологии и геометрии механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова.

Научные руководители:	Садовничий Юрий Викторович, доктор физико-математических наук, доцент Козлов Константин Леонидович, доктор физико-математических наук, доцент
Официальные оппоненты:	Щепин Евгений Витальевич, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, отдел геометрии и топологии, главный научный сотрудник Фоменко Татьяна Николаевна, доктор физико-математических наук, доцент, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра общей математики, профессор Геворкян Павел Самвелович, доктор физико-математических наук, профессор Московский педагогический государственный университет, институт математики и информа- тики, кафедра математического анализа имени академика П.С.Новикова, заведующий кафедрой

Защита диссертации состоится «13» ноября 2026 года в 17 часов 45 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.4 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу 119234, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1., механико-математический факультет, аудитория 14-08.

E-mail: dissovet.msu.011.4@math.msu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, Ломоносовский проспект, д. 27) и на портале <https://dissovet.msu.ru/dissertations/4098/>

Автореферат разослан « » октября 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.011.4,
кандидат физико-математических наук

В. А. Кибкало

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию компактификаций групп преобразований дискретных пространств в перестановочной топологии и линейно упорядоченных пространств в топологии поточечной сходимости. Рассматриваются вопросы Roelcke-предкомпактности топологических групп, нахождение полугрупповых компактификаций топологических групп и их описание. Изучаются тополого-алгебраические свойства компактификаций топологических групп.

Актуальность темы исследования и степень её разработанности

Развитие теории компактификаций топологических групп привело к ряду фундаментальных результатов, которые связывают общую топологию, функциональный анализ, динамические системы и эргодическую теорию, алгебраическую геометрию, теорию представлений и комбинаторику. Компактификации топологических (полу)групп являются важным инструментом исследований в топологической динамике^{1,2} и топологической алгебре³. Современная теория представлений топологических групп (в банаховых пространствах) базируется на компактификациях топологических групп². Рассмотрение компактификаций группы позволяет определить ее топологическое строение⁴ и минимальность⁵.

А. Вейль установил, что топологическая группа является (локально) предкомпактной в том и только в том случае, если ее пополнение по правой равномерности (локально) компактная группа. Семейство непрерывных гомоморфизмов группы в компактные группы определяет ее (несобственную) компактификацию, называемую *компактификацией Бора*. Введенное С. Бохнером понятие *почти периодической функции* на $\mathbb{R}$ и его распространение Дж. фон Нейманом на произвольные топологические группы позволили А. Вейлю определить конструкцию компактификации Бора, использующую банахову алгебру ограниченных почти периодических функций и двойственность. И. М. Гельфанд и Д. А. Райков показали, что компактификация Бора локально компактной абелевой группы близка к собственной компактификации группы (естественный гомоморфизм группы в ее компактификацию Бора инъективен).

Семейство непрерывных гомоморфизмов группы в компактные полутопологические полугруппы определяет ее (несобственную) компактификацию, называемую *WAP-компактификацией*. Введенное У. Эберлейном понятие *слабо почти периодической функции*⁶ позволило К. Делеу и И. Гликсбергу определить конструкцию WAP-компактификации, использующую банахову алгебру ограниченных слабо почти периодических функций, критерий А. Гротендика слабой компактности и двойственность. Этот подход позволил устанавливать, когда WAP-компактификация является собственной. В частности, WAP-ком-

¹ de Vries J. Abstract Topological Dynamics // Recent Progress in General Topology, Ed.: M. Husek, J. van Mill, Elsevier. 1991, pp. 597–628.

² Glasner E., Megrelishvili M. Representations of Dynamical Systems on Banach Spaces // Recent Progress in General Topology III, Ed.: K., P. Hart, J. van Mill, P. Simon, Atlantis Press. 2014, pp. 399–470.

³ Hindman N., Strauss D., Recent Progress in the Topological Theory of Semigroups and the Algebra of βS // Recent Progress in General Topology II, Ed.: M. Husek, J. van Mill, Elsevier. 2002, pp. 227–252.

⁴ Bessaga C., Pelczyński A. Selected Topics in Infinite-Dimensional Topology, PWN, Warsaw, 1975.

⁵ Uspenskij V. V. On subgroups of minimal topological groups // Top. Appl. 2008. Vol.155, No 14, pp. 1580–1606.

⁶ Eberlein W. F. Abstract ergodic theorems and weakly almost periodic functions // Trans. Amer. Math. Soc. 1949. Vol. 67, pp. 217–240.

пактификация локально (пред)компактной группы является собственной компактификацией. Имеется и другая характеристика: WAP-компактификация топологической группы является собственной в том и только в том случае, если группа представима на рефлексивном банаховом пространстве (является подгруппой его группы изометрий)⁷. Существуют топологические группы, WAP-компактификации которых тривиальны⁸.

У любой топологической группы имеются собственные компактификации, являющиеся правотопологическими полугруппами (моноидами). Например, "*greatest ambit*" — компактификация Самюэля по правой равномерности. На *Roelcke-компактификацию* — компактификацию Самюэля по *Roelcke-равномерности* (точной нижней грани левой и правой равномерностей)⁹ — непрерывно продолжаются левое и правое действия группы (соответствующие левому и правому умножениям в группе) и инверсия на группе. Эти компактификации совпадают для *SIN-групп* (или *групп с инвариантным базисом*⁹), в частности, для абелевых групп. Поэтому *Roelcke-компактификация* *SIN-группы* является правотопологической полугруппой. При биекции Гельфанда – Колмогорова между (полными) кольцами непрерывных ограниченных функций на тихоновском пространстве и его (собственными) компактификациями *greatest ambit* соответствует кольцо равномерно непрерывных относительно правой равномерности функций, *Roelcke-компактификация* соответствует кольцо равномерно непрерывных относительно правой и левой равномерностей функций.

Roelcke-равномерность на топологической группе имеет простое описание. В. В. Успенский назвал топологическую группу *Roelcke-предкомпактной*, если *Roelcke-равномерность* на ней вполне ограничена. Общие условия, гарантирующие *Roelcke-предкомпактность* группы, приведены в работах^{10,11,12}. На *Roelcke-предкомпактные* группы возможно распространение результатов, справедливых для компактных групп, и *Roelcke-предкомпактность* связана с минимальностью топологической группы. Поэтому В. Г. Пестов выделяет *Roelcke-предкомпактные* группы как "малые" группы среди "больших" групп¹³. Любая топологическая группа вложима как замкнутая подгруппа в *Roelcke-предкомпактную* группу⁵. В¹⁴ представлен критерий, когда *Roelcke-компактификация* *Roelcke-предкомпактной* топологической группы является правотопологической полугрупповой компактификацией.

К. Розендалем¹⁵ выявлена связь *олигоморфности* подгруппы $S(N)$ (алгебраическое свойство) с ее *Roelcke-предкомпактностью* (топологическое свойство) (в перестановочной

⁷ *Shtern A.* Compact semitopological semigroups and reflexive representability of topological groups // Russian J. of Math Physics. 1994. Vol. 2, pp. 131–132.

⁸ *Megrelishvili M.* Every semitopological semigroup compactification of the group $H_+[0,1]$ is trivial // Semigroup Forum. 2001. Vol. 63, No 3, pp. 357–370.

⁹ *Roelcke W, Dierolf S.* Uniform structures on topological groups and their quotients., McGraw-Hill Inc. 1981.

¹⁰ *Tsankov T.* Unitary representations of oligomorphic groups // Geometric and Functional Analysis. 2012. Vol. 22 No.2, pp. 528–555.

¹¹ *Glasner E., Megrelishvili M.* Circular orders, ultra-homogeneous order structures and their automorphism groups in Topology, Geometry and Dynamics // V. A. Rokhlin-Memorial, Ed.: A. M. Vershik, V. M. Buchstaber, A. V. Mal'utina, Contemporary Mathematics. 2021. Vol. 772, pp. 133–154.

¹² *Kozlov K. L.* Uniform equicontinuity and groups of homeomorphisms // Top. Appl. 2022. Vol. 311, 107959.

¹³ *Pestov V.* Topological groups: Where to from here? // Topol. Proc. 1999 (Summer). Vol. 24, pp. 421–506.

¹⁴ *Glasner E., Megrelishvili M.* Some new algebras of functions on topological groups arising from G -spaces // Fund. Math. 2008. Vol. 201 No.1, pp. 1–51.

¹⁵ *Rosendal C.* A topological version of the Bergman property // Forum Math. 2009. Vol. 21, No.2, pp. 299–332.

топологии). Т. Цанковым¹⁰ дана полная характеристика Roelcke-предкомпактности подгрупп группы $S(\mathbb{N})$ (в перестановочной топологии) с использованием олигоморфности. Подгруппа группы $S(\mathbb{N})$ Roelcke-предкомпактна в том и только в том случае, если она является пределом обратного спектра олигоморфных групп. Олигоморфность групп связана с теорией моделей (согласно которой действие группы автоморфизмов $\aleph_0$ -категоричной структуры M на ее конечных степенях содержит всю теоретико-множественную информацию об M), комбинаторикой и теорией Рамсея, градуированными алгебрами и топологической динамикой. Исследования олигоморфности групп перестановок проводятся, например, в работе П. Кэмерона¹⁶. Непосредственное установление олигоморфности группы часто встречает трудности.

Группа перестановок $S(X)$ дискретного пространства X и ее подгруппа, элементы которой имеют конечные носители, являются Roelcke-предкомпактными^{17,18}.

В диссертации развивается техника установления Roelcke-предкомпактности групп, использующая сравнение Roelcke-равномерности с другими равномерностями на группе.

Для подгруппы G группы перестановок $S(X)$ бесконечного множества X в дискретной топологии в диссертации устанавливается эквивалентность: олигоморфности G , Roelcke-предкомпактности G (при конечном числе орбит действия) и вполне ограниченности максимальной эквивариантности на X . Подгруппа G группы $S(X)$ Roelcke-предкомпактна в том и только в том случае, если она является всюду плотной подгруппой предела обратного спектра олигоморфных групп. Roelcke-компактификация $S(X)$ (алгебраически) изоморфна симметрическому инверсному моноиду I_X .

Топологическая группа преобразований компактного пространства X (с компактно-открытой топологией) вложима в гиперпространство замкнутых бинарных отношений на X , и умножению соответствует композиция отношений. Таким образом получается *графическая компактификация* группы, являющаяся ее собственной компактификацией. Дж. Кеннеди¹⁹ и В. В. Успенский²⁰ выявили связь структуры графической компактификации группы с однородностью компактного фазового пространства. По своим алгебраическим свойствам графическая компактификация похожа на Roelcke-компактификацию, на нее продолжаются правое и левое действия группы и инверсия на группе.

Р. Эллисом для построения (несобственных) компактификаций группы G гомеоморфизмов компактного пространства X предложен “функциональный подход”²¹. Каждый элемент $g \in G$ рассматривается как элемент произведения X^X (отображение X на себя), и композиция отображений в X^X соответствует умножению в G . Замыкание G в X^X называется *обертывающей полугруппой Эллиса* и является компактным правотопологическим

¹⁶ Cameron P. J. Oligomorphic permutation groups // Cambridge: Camb. Univ. Press. 1990. (London Math. Soc. Lecture Note Ser. Vol. 152).

¹⁷ Gaughan E. D. Topological group structures of infinite symmetric groups // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1976. Vol. 58, pp. 907–910.

¹⁸ Banach T., Guran I., Ravsky A. Generalizing separability, precompactness and narrowness in topological groups // Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas. 2021. Vol. 115. Article number: 18.

¹⁹ Kennedy J. Compactifying the space of homeomorphisms // Colloq. Math. 1998. Vol. 56, No.1, pp. 41–58.

²⁰ Uspenskij V. V. The Roelcke compactification of groups of homeomorphisms // Top. Appl. 2001. Vol. 111, pp. 195–205.

²¹ Ellis R. A semigroup associated with a transformation group // Trans. Amer. Math. Soc. 1960. Vol. 94, pp. 272–281.

моноидом и (несобственной) компактификацией G . В топологической динамике обертывающая полугруппа Эллиса играет огромную роль в исследовании динамических систем с компактными фазовыми пространствами, см., например²². Топологическая группа преобразований компактного пространства вложима в *Эллисовскую компактификацию* (обертывающую полугруппу Эллиса), если ее топология совпадает с топологией поточечной сходимости при ее представлении на компакте, как, например, показано диссертантом.

Если G — группа преобразований некоторого пространства X , то для применения обеих конструкций построения ее компактификаций достаточно следующее. Если X компактно и топология G согласована с соответствующей топологией на G как на пространстве отображений, то можно напрямую применить конструкцию Эллиса или графический подход. Иначе можно переходить к эквивариантным компактификациям G -пространства X (если они существуют), а затем применять их²³. Непосредственное описание графических компактификаций групп и обертывающих полугрупп Эллиса встречается редко.

В диссертации представлены описания Эллисовских компактификаций группы перестановок $S(X)$ дискретного пространства X и групп автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ ультраоднородного линейно упорядоченного дискретного и линейно упорядоченного топологического пространств X .

Если топологическая группа G является подгруппой группы перестановок $S(X)$ дискретного пространства X в перестановочной топологии, то она вложима (топологически и алгебраически) в унитарную группу $U(\mathbf{H})$ (некоторого) гильбертова пространства $\mathbf{H}$ в сильной операторной топологии (топологии поточечной сходимости при действии $U(\mathbf{H})$ изометриями на единичной сфере гильбертова пространства $\mathbf{H}$). Roelcke-компактификация унитарной группы $U(\mathbf{H})$ совпадает с ее WAP-компактификацией²⁴. Поэтому WAP-компактификация группы G собственная.

Группа перестановок $S(\mathbb{N})$ счетного дискретного множества (в перестановочной топологии) и ее подгруппа $\text{Aut}(\mathbb{Q})$ — группа автоморфизмов рациональных чисел в перестановочной топологии (биекций дискретного пространства, сохраняющих порядок) являются классическими хорошо изученными группами. Они являются неархимедовыми Roelcke-предкомпактными польскими группами^{9,11,17}. Roelcke-компактификация $S(\mathbb{N})$ (алгебраически) изоморфна симметрическому инверсному моноиду $I_{\mathbb{N}}$ (множеству частичных биекций $\mathbb{N}$)¹⁴ и, следовательно, является WAP-компактификацией $S(\mathbb{N})$. Для ее построения использована конструкция Эллиса (с продолженным действием $S(\mathbb{N})$ на Александровскую компактификацию $\alpha\mathbb{N}$). Там же установлено, что Roelcke-компактификация $S(\mathbb{N})$ гомеоморфна канторову множеству. Roelcke-компактификация $\text{Aut}(\mathbb{Q})$ не является полугрупповой компактификацией $\text{Aut}(\mathbb{Q})$. WAP-компактификация $\text{Aut}(\mathbb{Q})$ — полутопологический инверсный моноид с непрерывной инволюцией²⁵.

Диссертантом получены результаты для $S(X)$ в более общем случае бесконечного дис-

²² Glasner E. Enveloping semigroups in topological dynamics // Top. Appl. 2007 Vol. 154, pp. 2344–2363.

²³ Kozlov K. L., Leiderman A. G. On two methods of constructing compactifications of topological groups // arXiv:2507.10353. (2025).

²⁴ Uspenskij V. V. The Roelcke compactification of unitary group, in Abelian groups, Module Theory, and Topology: Proceedings in Honor of Adalberto Orsatti's 60th Birthday // Ed.: D. Dikranjan, L. Salce, in: Lecture Notes in Pure and Appl. Math., Marcel Dekker, New York. 1998. Vol. 201, pp. 411–419.

²⁵ Ben Yaacov I., Ibarlucía T., Tsankov T. Eberlein oligomorphic groups // Trans. Amer. Math. Soc. 2018. Vol. 370, No. 3, pp. 2181–2209.

кретного пространства X , аналогичные результатам, сформулированным выше для $S(\mathbb{N})$.

Т. Охкумой начато изучение структуры однородных линейно упорядоченных множеств²⁶. Простое линейно упорядоченное множество или *ультраоднородно*, или *жестко* и (порядково) изоморфно подгруппе $\mathbb{R}$ ²⁷.

Линейно упорядоченное множество X в дискретной топологии является *ГО-пространством*²⁸. Полезным оказывается результат Т. Мивы и Н. Кемото о существовании наименьшего линейно упорядоченного пространства, в которое ГО-пространство (порядково) вложимо²⁹. С использованием работ^{30,31} данный результат влечет существование наименьшей линейно упорядоченной компактификации произвольного ГО-пространства.

Для ультраоднородного линейно упорядоченного множества X в дискретной топологии в диссертации описаны все G -компактификаций X (их пять) и построены соответствующие Эллисовские компактификации группы $\text{Aut}(X)$. Установлена Roelcke-предкомпактность группы $\text{Aut}(X)$ и проведено сравнение ее Roelcke- и Эллисовских компактификаций. Roelcke-компактификация $\text{Aut}(X)$ совпадает с ее Эллисовской компактификацией, построенной по максимальной G -компактификации X , в том и только в том случае, если X непрерывно упорядочено. Если X не непрерывно упорядочено, то Roelcke-компактификация $\text{Aut}(X)$ меньше ее Эллисовской компактификацией, построенной по максимальной G -компактификации X , и несравнима с промежуточными Эллисовскими компактификациями.

Недавно было установлено, что Эллисовская компактификация $\text{Aut}(X)$, построенная по минимальной G -компактификации X , является ее WAP-компактификацией³².

Группа $\text{Aut}([0, 1])$ (в компактно-открытой топологии) Roelcke-предкомпактна, и ее Roelcke-компактификация отождествляется с множеством монотонных кривых в $[0, 1] \times [0, 1]$, начинающихся в $(0, 0)$ и оканчивающихся в $(1, 1)$, как замкнутых бинарных отношений на $[0, 1]$ в топологии Вьеториса²⁰. WAP-компактификация $\text{Aut}([0, 1])$ тривиальна⁸. Для получения этого результата использовано явное описание Roelcke-компактификации группы $\text{Aut}([0, 1])$. Группа $\text{Aut}([0, 1])$ гомеоморфна ℓ_2^4 (в доказательстве используется компактификация группы $\text{Aut}([0, 1])$, гомеоморфная гильбертову кубу).

Для группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ ультраоднородного LOTS (линейно упорядоченного топологического пространства) X топология поточечной сходимости при действии $\text{Aut}(X)$ на X является *допустимой групповой топологией*³³. Данный результат получен С. Овчинниковым³⁴ и независимо доказан диссертантом.

²⁶ Ohkuma T. Structure of homogeneous chains // Kodai Math. Sem. Rep. 1953. Vol. 5, Vol. 1, pp. 1–12.

²⁷ Glass A. M. W., Gurevich Yu., Holland W. C., Shelah S. Rigid homogeneous chains // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 1981. Vol. 89, No.7, pp. 7–17.

²⁸ Lutzer D. J. On generalized ordered spaces // Dissertationes Math. 1971. Vol. 89.

²⁹ Miwa T., Kemoto N. Linearly ordered extensions of GO spaces // Top. Appl. 1993. Vol. 54, pp. 133–140.

³⁰ Kaufman R. Ordered sets and compact spaces // Coll. Math. 1967. Vol. 17, pp. 35–39.

³¹ Федорчук В. В. Некоторые вопросы теории упорядоченных пространств // Сибирский математический журнал. 1969. Vol. 10, № 1, С. 172–187.

³² Kozlov K. L., Leiderman A. G. On proper compactifications of topological groups // arXiv:2604.23201 (2026).

³³ Arens R. Topologies for homeomorphism groups // Amer. J. of Math. 1946. Vol. 68, No.4, pp. 593–610.

³⁴ Ouchinnikov S. Topological automorphism group of chains // Mathwear & Soft Computing. 2001. Vol. 8, pp. 47–60.

В диссертации описаны все G -компактификаций ультраоднородного компактного LOTS X (их две) и построены соответствующие Эллисовские компактификации группы $\text{Aut}(X)$. Показано, что Эллисовская компактификация $\text{Aut}(X)$, построенная по максимальной G -компактификации X , больше ее Roelcke-компактификации, а Эллисовская компактификация $\text{Aut}(X)$, построенная по минимальной G -компактификации X , несравнима с ее Roelcke-компактификацией.

Недавно было установлено, что WAP-компактификация $\text{Aut}(X)$ тривиальна³².

В диссертации проведено исследование Roelcke-предкомпактности группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ *общего однородного линейно упорядоченного множества* X . $\text{Aut}(X)$ Roelcke-предкомпактна в том и только в том случае, если группы $\text{Aut}(J)$ и $\text{Aut}(X/J)$ (в соответствующих топологиях) Roelcke-предкомпактны для любого собственного *регулярного промежутка* J множества X . Этот результат важен для полного решения задачи установления Roelcke-предкомпактности группы $\text{Aut}(X)$ однородного линейно упорядоченного множества X .

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются ультратранзитивные группы преобразований дискретных и линейно упорядоченных пространств. Предметом исследования являются полугрупповые и Roelcke-компактификации этих групп преобразований.

Цели и задачи диссертации

Диссертационная работа преследует следующие цели:

1. Исследовать Roelcke-предкомпактность (под)групп преобразований “простейших” топологических пространств: дискретных и линейно упорядоченных пространств. Выяснить, когда их Roelcke-компактификации имеют полугрупповую структуру. Дать описание Roelcke-компактификаций.
2. Получить описания полугрупповых компактификаций топологических групп, получаемых методом Эллиса, при их представлении на дискретных пространствах и линейно упорядоченных пространствах. Провести их сравнения между собой и сравнение с Roelcke-компактификациями.

Положения, выносимые на защиту

Следующие результаты являются новыми и выносятся на защиту:

1. Топологическая характеристика олигоморфности подгруппы G группы перестановок $S(X)$, X — бесконечное дискретное пространство. Теоремы об установлении связи олигоморфности группы G и ее Roelcke-предкомпактности (в перестановочной топологии).
2. Roelcke-компактификация ультратранзитивно действующей подгруппы G группы перестановок $S(X)$ в перестановочной топологии алгебраически изоморфна симметрическому инверсному моноиду I_X , X — бесконечное дискретное пространство. Roelcke-компактификация G и ее WAP-компактификация совпадают. Существует счетное число компактификаций группы $S(X)$, являющихся полутопологическими инверсными моноидами с непрерывными инволюциями (Rees-факторполугруппы Roelcke-компактификации $S(X)$).
3. Теорема о существовании пяти G -компактификаций ультраоднородного линейно упорядоченного множества X в дискретной топологии. Описание соответствующих Эллисовских компактификаций группы его автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ в перестановочной топологии;

о Roelcke-предкомпактности группы $\text{Aut}(X)$ и совпадении ее Roelcke-компактификации с Эллисовской компактификацией, соответствующей максимальной G -компактификации X ; описание Эллисовских компактификаций $\text{Aut}(X)$, порядковых соотношениях и алгебраических связей между ними и ее Roelcke-компактификацией.

4. Существует две G -компактификации ультраоднородного LOTS X . Описание соответствующих Эллисовских компактификаций группы его автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ в топологии поточечной сходимости. Теорема о Roelcke-предкомпактности группы $\text{Aut}(X)$, о порядковых соотношениях между ее Roelcke-компактификацией и ее Эллисовской компактификацией, соответствующей максимальной G -компактификации X . Теорема о существовании семейства вполне ограниченных квазиэллисовских эквивариантных эквивариантных на группе $\text{Aut}(X)$ и (не)гомеоморфности эквивариантных компактификаций $\text{Aut}(X)$, соответствующих этим эквивариантным, гильбертову и тихоновским кубам.

5. Теорема о топологическом изоморфизме группы $\text{Aut}(X)$ однородного линейно упорядоченного множества X ((а) в перестановочной топологии, если X дискретно, (б) в топологии поточечной сходимости, если X — LOTS) топологическому сплетению групп $\text{Aut}(J)$ (в перестановочной топологии в случае (а), в топологии поточечной сходимости в случае (б)) регулярного промежутка J и $\text{Aut}(X/J)$ в перестановочной топологии факторпространства X/J и ее Roelcke-предкомпактности.

Научная новизна

Результаты диссертации являются новыми и получены автором самостоятельно. Результаты других авторов, используемые в диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Для подгруппы G группы перестановок $S(X)$ бесконечного дискретного пространства X в перестановочной топологии установлено:

- (1) олигоморфность действия G на X эквивалентна вполне ограниченности максимальной эквивариантности на X и эквивалентна Roelcke-предкомпактности G , если у действия конечное число орбит;
- (2) Roelcke-предкомпактность группы G эквивалентна топологической изоморфности G всюду плотной подгруппе предела обратного спектра из олигоморфных групп.

Олигоморфность действия группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ на простом линейно упорядоченном множестве X эквивалентна ультраоднородности X и эквивалентна Roelcke-предкомпактности группы $\text{Aut}(X)$ в перестановочной топологии τ_d и топологии поточечной сходимости τ_p .

2. Для группы перестановок $S(X)$ бесконечного дискретного пространства X в перестановочной топологии установлено:

- (1) единственная G -компактификация X — Александровская компактификация αX ;
- (2) Эллисовская компактификация $S(X)$ совпадает с Roelcke-компактификацией $S(X)$ и является WAP-компактификацией;
- (3) Эллисовская компактификация $S(X)$ алгебраически изоморфна симметрической инверсной полугруппе I_X ;

- (4) существует счетное число компактификаций группы $S(X)$, являющихся полутопологическими инверсными моноидами с непрерывными инволюциями (Rees-факторполугруппы Roelcke-компактификации $S(X)$);
- (5) если X счетно, то Roelcke-компактификация $S(X)$ и ее Rees-факторполугруппы гомеоморфны канторову множеству.

3. Для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_\theta)$ автоморфизмов в перестановочной топологии ультраоднородного линейно упорядоченного множества X (в дискретной топологии) установлено:

- (1) существует пять G -компактификаций X : наименьшей G -компактификацией является Александровская компактификация, максимальной G -компактификацией является наименьшее компактное LOTS, в которое X (порядково) вложимо;
- (2) группа G Roelcke-предкомпактна, Roelcke-компактификация G не больше ее Эллисовской компактификации, соответствующей максимальной G -компактификации X , и они совпадают в том и только в том случае, если X непрерывно упорядочено;
- (3) Эллисовская компактификация G , соответствующая αX , является полутопологическим инверсным моноидом с непрерывной инволюцией, алгебраически изоморфным инверсному моноиду всех частичных автоморфизмов X ;
- (4) существует счетное число компактификаций группы G , являющихся полутопологическими инверсными моноидами с непрерывными инволюциями (Rees-факторполугруппы Эллисовской компактификации G , соответствующей αX);
- (5) если X счетно, то Эллисовская компактификация G , соответствующая αX , и ее Rees-факторполугруппы гомеоморфны канторову множеству;
- (6) если X не непрерывно упорядочено, то все промежуточные Эллисовские компактификации G несравнимы с ее Roelcke-компактификацией.

4. Для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$ автоморфизмов в топологии поточечной сходимости ультраоднородного LOTS X установлено:

- (1) существует две G -компактификации X : максимальной G -компактификацией $\beta_G X$ является наименьшее компактное LOTS, в которое X (порядково) вложимо, наименьшая G -компактификация получается из $\beta_G X$ отождествлением наибольшего и наименьшего элементов;
- (2) группа G Roelcke-предкомпактна, Roelcke-компактификация G меньше ее Эллисовской компактификации, соответствующей максимальной G -компактификации $\beta_G X$;
- (3) Эллисовская компактификация G , соответствующая минимальной G -компактификации X , несравнима с ее Roelcke-компактификацией;
- (4) если $X = (0, 1)$, то Эллисовская компактификация, соответствующая максимальной G -компактификации $\beta_G X$, — сепарабельный неметризуемый компакт с первой аксиомой счетности, являющийся ретрактом пространства Хелли;

- (5) если $X = (0, 1)$, то существуют квазиэллисовские компактификации, соответствующие максимальной G -компактификации $\beta_G X$, гомеоморфные гильбертову кубу; не существует квазиэллисовских компактификаций, соответствующих максимальной G -компактификации $\beta_G X$, гомеоморфных тихоновскому кубу несчетного веса.

5. Для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$ автоморфизмов в топологии поточечной сходимости однородного линейно упорядоченного множества (соответственно однородного LOTS) X , где J — регулярный промежуток X , X/J — фактормножество, установлено:

- (1) группа G топологически изоморфна топологическому сплетению групп $\text{Aut}(J)$ (в топологии поточечной сходимости) регулярного промежутка (соответственно LOTS) J и $\text{Aut}(X/J)$ (в перестановочной топологии) фактормножества X/J (в дискретной топологии);
- (2) группа G Roelcke-предкомпактна тогда и только тогда, когда группы $(\text{Aut}(J), \tau_p)$ и $(\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактны.

Методы исследования

В диссертации применяются методы теоретико-множественной, равномерной и эквивариантной топологий. В частности, собственные компактификации топологических пространств строятся как их пополнения по вполне ограниченным равномерностям (использование биекции Ю.М. Смирнова между близостями (вполне ограниченными равномерностями) на пространстве и его компактификациями). Используются теория линейно упорядоченных множеств и топологические аспекты функционального анализа.

Теоретическая и практическая ценность работы

Работа имеет теоретический характер. Полученные результаты представляют интерес для специалистов в областях теоретико-множественной топологии, (топологической) алгебры, теории представлений топологических групп, топологической динамики и функционального анализа.

Степень достоверности и апробация результатов

Соискатель имеет 4 опубликованные работы, все они по теме диссертации [1, 2, 3, 4] и опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности и отрасли наук. По ним были сделаны доклады на следующих международных и всероссийских конференциях и семинарах.

Доклады на международных конференциях:

1. Топологическая конференция «Александровские чтения», посвященная 125-летию со дня рождения Павла Сергеевича Александрова, 6–7 мая 2021 г., Москва, МГУ.
2. Международная конференция по топологии и ее приложениям, посвященная 100-летию со дня рождения Юрия Михайловича Смирнова, 20–21 сентября 2021 г., Москва, МГУ.
3. TOPOSYM 2022. Prague Symposia on General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra. July 25–29, 2022, Prague, Czech Republic (ТЕЗИСЫ).

4. 2023 International Conference on Topology and its Applications, July 3–7, 2023, Nafpaktos, Greece (ТЕЗИСЫ).
5. Всероссийская научная конференция по математике и механике с международным участием, 02–05 октября 2023 г., Томск.
6. Научная конференция «Топология и её приложения», посвящённая памяти Евгения Георгиевича Пыткеева, 7–9 февраля 2024 года, Екатеринбург.

Доклады на научно-исследовательских семинарах:

1. Научно-исследовательский семинар им. П. С. Александрова, каф. общей топологии и геометрии, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 28 марта 2019 г., Москва.
2. Научно-исследовательский семинар им. П. С. Александрова, каф. общей топологии и геометрии, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 28 сентября 2023 г., Москва.
3. Научно-исследовательский семинар им. П. С. Александрова, каф. общей топологии и геометрии, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 26 октября 2023 г., Москва.
4. Научно-исследовательский семинар им. П. С. Александрова, каф. общей топологии и геометрии, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 24 апреля 2025 г., Москва.
5. Научно-исследовательский семинар им. П. С. Александрова, каф. общей топологии и геометрии, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 12 марта 2026 г., Москва.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и списка публикаций автора. Объем диссертации 132 страницы. Список литературы и публикаций автора включает в себя 71 наименование. Используется тройная нумерация определений, лемм, теорем, предложений, следствий, замечаний, примеров. Первое число означает номер главы, второе — номер раздела внутри главы, третье — номер определения, леммы, теоремы, предложения, следствия, замечания, примера.

Основное содержание работы

Во **введении** приводится краткая история тематики исследования, конкретизируются область исследования, ее актуальность и научная новизна полученных результатов, формулируются основные результаты диссертации.

В **главе 1** изложены предварительные сведения. Перечислим некоторые положения и результаты этой главы, не являющиеся общеизвестными, а также новые результаты.

Определение 1.2.1. Топологическая группа $G = (G, \tau)$ τ_p -представима в (тихоновском) пространстве X , если существует непрерывное (эффективное) действие $\theta : G \times X \rightarrow X$, $((G, \tau_p), X, \theta)$ — G -Тихоновское пространство и $\tau_p = \tau$.

Лемма 1.2.2. Пусть $(G = (G, \tau_p), X, \theta)$ — G -Тихоновское пространство и bX — G -компактификация X . Тогда топология поточечной сходимости τ_p^{bX} для продолженного действия $\tilde{\theta} : G \times bX \rightarrow bX$ является наименьшей допустимой групповой топологией на G и $\tau_p^{bX} = \tau_p$.

Равномерность R_K по направленному семейству K малых (замкнутых) подгрупп на топологической группе G^{12} (для любого $O \in N_G(e)$ существует $H \in K$ такая, что $H \subset O$, $H \leq H' \iff H' \subset H$). Базу R_K образуют покрытия $\{OgH \mid g \in G\}$, $O \in N_G(e)$, $H \in K$. Если равномерность R_K вполне ограниченная, то группа G Roelcke-предкомпактна.

Если топологическая группа $G = (G, \tau)$ τ_p -представима в X , то семейством малых подгрупп K может служить семейство подгрупп — стабилизаторов конечного числа точек $\sigma = \{x_1, \dots, x_n \mid x_k \in X, k = 1, \dots, n\}$

$$\text{St}_\sigma = \{g \in G \mid gx = x, x \in \sigma \in \Sigma_X\} = \bigcap \{\text{St}_x \mid x \in \sigma \in \Sigma_X\},$$

Σ_X — семейство конечных подмножеств множества X , упорядоченных по включению: $\sigma \leq \sigma' \iff \sigma \subset \sigma'$. В этом случае получаем $R_K = R_{\Sigma_X}$.

Эллисовская эквивалентность $\mathcal{V}_G(bX)$ на группе G^{35} . Если топологическая группа G τ_p -представима в X и bX — G -компактификация X , то

$$\mathcal{V}_G(bX) = \mathcal{U}_{bX}^p|_{\iota(G)}$$

равномерность, индуцированная единственной равномерностью $\mathcal{U}_{bX}^p$ на декартовом произведении $(bX^{bX}, \mathcal{U}_{bX}^p)$ компактных пространств $(bX, \mathcal{U}_{bX})$ на образе группы $\iota(G)$ при топологическом мономорфизме $\iota : G \rightarrow bX^{bX}$, $\iota(g)(x) = \tilde{\theta}(g, x)$, где $\tilde{\theta}$ продолжение действия G на bX .

Определение 1.5.1.³⁵ Пусть G топологическая группа. $\alpha : G \times G \rightarrow G$ действие группы G на себе умножением слева. Эллисовская компактификация bG группы G — это G -компактификация группы G такая, что $(bG, \bullet)$ является правым топологическим моноидом, и сужение умножения $\bullet|_{G \times bG} = \tilde{\alpha}$, где $\tilde{\alpha}$ — продолжение на bG левого действия группы G на себе.

$e_{bX}G = \text{cl}(\iota(G))$ — Эллисовская компактификация группы G .

Квазиэллисовские эквивалентности и компактификации. Пусть топологическая группа G τ_p -представима в X и bX — G -компактификация X . $\mathcal{D}$ — семейство всюду плотных подмножеств D компакта bX таких, что топология поточечной сходимости на G на множестве точек из D совпадает с топологией группы.

Проводя рассуждения, аналогичные рассуждениям при построении Эллисовской эквивалентности, по множеству $D \in \mathcal{D}$ строятся квазиэллисовская эквивалентность $\mathcal{V}_G^D(bX) = \mathcal{U}_D^p|_{\iota_D(G)}$ на группе G и квазиэллисовская компактификация $e_{bX}^D G = \text{cl}(\iota_D(G))$

³⁵ Kozlov K. L., Sorin B. V. Enveloping semigroups as compactifications of topological groups // arXiv:2509.17577v2 (2025).

группы G , где $\iota_D : G \rightarrow bX^D$ является композицией топологического мономорфизма ι и проекции произведения bX^{bX} на подпроизведение bX^D . Компактификации $e_{bX}^D G$ не обязательно являются полугруппами.

Семейства квазиэллипсовских эквивариантностей $\mathcal{V}_G^D(bX)$ и эквивариантностей R_{Σ_D} — упорядоченные семейства: $\mathcal{V}_G^D(bX) \subset \mathcal{V}_G^{D'}(bX)$, $R_{\Sigma_D} \subset R_{\Sigma_{D'}}$ равносильно $D \subset D'$, $D, D' \in \mathcal{D}$.

Если $R_{\Sigma_D} = \mathcal{V}_G^D(X)$ (или $R_{\Sigma_X} = \mathcal{V}_G(X)$), то группа G Roelcke-предкомпактна.

Теорема 1.5.1. Пусть $(G = (G, \tau_p), X, \theta)$ — G -пространство, X — компакт. Тогда:

(1) $\mathcal{V}_G^D(X) \subset R_{\Sigma_D}$ для любого $D \in \mathcal{D}$,

(2) если для любого множества точек $\sigma_D \in \Sigma_D$ и для любого окружения $U \in \mathcal{U}_X$ существует окружение $V = V(\sigma_D; U) \in \mathcal{U}_X$ такое, что выполнено условие:

$$\begin{aligned} &\text{если для } g, h \in G \text{ выполнено } (\theta(g, d), \theta(h, d)) \in V, \quad d \in \sigma_D, \\ &\text{то существует } g' \in g\text{St}_{\sigma_D} \text{ такой, что } h \in O_U g', \quad (\star\star) \end{aligned}$$

где $O_U = \{h \in G \mid (x, \theta(h, x)) \in U, x \in X\}$, то $\mathcal{V}_G^D(X) = R_{\Sigma_D}$.

Следующие два предложения устанавливают условия несовпадения квазиэллипсовских равномерностей между собой и с Roelcke-равномерностью.

Предложение 1.5.3. Пусть $(G = (G, \tau_p), X, \theta)$ — G -пространство, X — компакт, $\mathcal{U}_X$ — равномерность на X и $D, D' \in \mathcal{D}$. Если существуют точка $d \in D \setminus D'$ и окружение $V \in \mathcal{U}_X$ такие, что для любой окрестности O_d точки d и любого окружения $U \in \mathcal{U}_X$ существуют $g, g' \in G$, для которых $(\theta(g, d), \theta(g', d)) \notin V$ и $(\theta(g, x), \theta(g', x)) \in U$ для любого $x \in X \setminus O_d$, то $\mathcal{V}_G^D(X) \neq \mathcal{V}_G^{D'}(X)$.

Предложение 1.5.4. Пусть $(G = (G, \tau_p), X, \theta)$ — G -пространство, X — компакт, $\mathcal{U}_X$ — равномерность на X и $D \in \mathcal{D}$. Если существуют точка $d \in D$ и окружение $V \in \mathcal{U}_X$ такие, что для любой окрестности $O \in N_G(e)$ существуют $\varphi \in O$ и $g \in G$ такие, что $(\theta(g, d), \theta(g\varphi, d)) \notin V$, то $\mathcal{V}_G^D(X) \neq L \wedge R$.

Теорема 1.7.1. Топология поточечной сходимости является допустимой групповой топологией на группе автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ LOTS X .

Лемма 1.7.1. В следующих топологиях однородное линейно упорядоченное множество X является GO-пространством и каждый элемент $\text{Aut}(X)$ гомеоморфизм:

(1) топология линейного порядка τ , (X, τ) — линейно упорядоченное пространство (LOTS);

(2) топология "стрелки" $\tau_{\rightarrow}$ или $\tau_{\leftarrow}$ (база топологии — полуинтервалы $[x, y)$ (правая стрелка) или полуинтервалы $(x, y]$ (левая стрелка), $x < y \in X$);

(3) дискретная топология τ_d ,

$$\tau \leq \left\{ \begin{array}{c} \tau_{\rightarrow} \\ \tau_{\leftarrow} \end{array} \right\} \leq \tau_d.$$

$$\tau = \left\{ \begin{array}{c} \tau_{\rightarrow} \\ \tau_{\leftarrow} \end{array} \right\} = \tau_d \iff X \text{ — дискретное однородное линейно упорядоченное множество.}$$

Предложение 1.7.2. Пусть X однородное линейно упорядоченное множество. Тогда:

(1) на группе $\text{Aut}(X)$ топология поточечной сходимости τ_p является наименьшей допустимой групповой топологией для действия $\text{Aut}(X) \curvearrowright (X, \tau)$. Перестановочная топология τ_d является допустимой групповой топологией и $\tau_d \geq \tau_p$. Если X дискретно, то $\tau_d = \tau_p$.

(2) на группе $\text{Aut}(X)$ перестановочная топология τ_d является наименьшей допустимой групповой топологией для действий $\text{Aut}(X) \curvearrowright (X, \tau_{\rightarrow})$, $\text{Aut}(X) \curvearrowright (X, \tau_{\leftarrow})$, $\text{Aut}(X) \curvearrowright (X, \tau_d)$.

В главе 2 устанавливаются связи между олигоморфностью группы, ее Roelcke-предкомпактностью и вполне ограниченностью максимальной эквивариантности на множестве X . Приводятся топологическая характеристика олигоморфности действия группы G в перестановочной топологии τ_d на дискретном пространстве (X, τ_d) и спектральная характеристика Roelcke-предкомпактности подгрупп группы перестановок. Приводится характеристика простых линейно упорядоченных множеств X , использующая олигоморфность действия группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ и Roelcke-предкомпактность группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$. Перечислим основные определения и результаты этой главы.

Определение 2.0.1. Эффективное действие θ_1 группы G на множестве X олигоморфно, если у диагонального действия $\theta_n : G \times X^n \rightarrow X^n$ конечное число орбит, $n \in \mathbb{N}$.

Группа G называется олигоморфной, если существуют множество X и олигоморфное действие G на X . В этом случае говорим, что олигоморфность группы G реализуется ее действием на множестве X .

Теорема 2.1.1. Следующие условия для G -пространства $((G, \tau_d), X, \curvearrowright)$ эквивалентны:

- (1) максимальная эквивариантность $\mathcal{U}_X$ вполне ограничена;
- (2) действие группы G на множестве X олигоморфно.

Теорема 2.1.2. Пусть у действия $(G, \tau_d) \curvearrowright X$ конечное число орбит. Тогда группа (G, τ_d) Roelcke-предкомпактна в том и только в том случае, если действие G на X олигоморфно.

Теорема 2.1.3. Следующие условия для G -пространства $((G, \tau_d), X, \curvearrowright)$, X — дискретное пространство (действие эффективно), эквивалентны:

- (1) группа (G, τ_d) Roelcke-предкомпактна;
- (2) для сужения имеющего конечное число орбит действия $G \curvearrowright Y$ на любое инвариантное подмножество $Y \subset X$ (H_Y — ядро действия $G \curvearrowright Y$) действие группы $G_Y = G/H_Y$ на Y олигоморфно;
- (3) для сужения имеющего конечное число орбит действия $G \curvearrowright Y$ на любое инвариантное подмножество $Y \subset X$ (H_Y — ядро действия $G \curvearrowright Y$) для G -пространства $((G_Y = G/H_Y, \tau_d), Y, \curvearrowright)$ максимальная эквивариантность $\mathcal{U}_Y$ вполне ограничена.
- (4) группа (G, τ_d) — всюду плотная подгруппа предела обратного спектра из олигоморфных групп (в перестановочных топологиях).

Теорема 2.2.1. Пусть X — простое (линейно упорядоченное) множество.

(1) X жестко $\iff$ группа $\text{Aut}(X)$ не является Roelcke-предкомпактной ни в какой допустимой групповой топологии при действии на $\text{LOTS } X \iff$ действие $\text{Aut}(X)$ на X не олигоморфно.

(2) X ультраоднородно $\iff$ группа $(\text{Aut}(X), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактна $\iff$ группа $(\text{Aut}(X), \tau_p)$ Roelcke-предкомпактна $\iff$ действие $\text{Aut}(X)$ на X олигоморфно $\implies \text{Aut}(X)$ олигоморфна.

(3) группа $(\text{Aut}(X), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактна в том и только в том случае, если группа $(\text{Aut}(X), \tau_p)$ Roelcke-предкомпактна.

В главе 3 для дискретного пространства X и его группы перестановок $S(X)$ в перестановочной топологии описываются G -компактификации X , Roelcke-компактификация $b_r S(X)$ и доказывается, что она является WAP-компактификацией.

Теорема 3.1.1. Пусть X — дискретное пространство, $G = (S(X), \tau_p)$. Тогда:

(1) Александровская одноточечная компактификация $\alpha X = X \cup \{\infty\}$ пространства X — единственная G -компактификация X ,

(2) $e_{\alpha X} G = b_r G$, и G Roelcke-предкомпактна,

(3) $b_r G$ — множество всех отображений $f: \alpha X \rightarrow \alpha X$ в себя в топологии поточечной сходимости таких, что f — биекция на $Y \subset X$ и $f(\alpha X \setminus Y) = \infty$, Y — произвольное подмножество X ,

(4) $b_r G$ — *sim*-компактификация G (см. § 1.5 диссертации), алгебраически изоморфная симметрической инверсной полугруппе I_X на X , и является WAP-компактификацией G .

Следствие 3.2.1. В $b_r G$ ($G = (S(X), \tau_p)$) идеалы $I_X^n = \{f \in b_r G \mid |D(f)| \leq n\}$, $n \in \mathbb{N}$, являются компактными идеалами. Rees-факторполугруппы $e_{\alpha X} G / \rho_{I_X^n}$, $n \in \mathbb{N}$, являются *sim*-компактификациями G .

Если X счетно, то *sim*-компактификации $e_{\alpha X} G$ и $e_{\alpha X} G / \rho_{I_X^n}$, $n \in \mathbb{N}$, группы G метризуемы (гомеоморфны канторову множеству) ($\rho_{I_X^n}$ — конгруэнция по идеалу I_X^n (см. § 1.4 диссертации)).

В главе 4 для (бесконечного) ультраоднородного линейно упорядоченного множества X (в дискретной топологии) и его группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ в перестановочной топологии описываются G -компактификации X , устанавливается Roelcke-предкомпактность группы $\text{Aut}(X)$, описываются Эллисовские компактификации и Roelcke-компактификация $\text{Aut}(X)$. Проводится их (порядковое) сравнение и устанавливается, что: (а) Roelcke-компактификация $\text{Aut}(X)$ является Эллисовской компактификацией $\text{Aut}(X)$ в том и только в том случае, если X непрерывно упорядочено; (б) WAP-компактификация $\text{Aut}(X)$ является ее собственной компактификацией.

Дискретное ультраоднородное линейно упорядоченное множество X является ГО-пространством. Существует наименьшее $\text{LOTS } X \otimes_\ell \{-1, 0, 1\}$ (топология линейного порядка индуцирована лексикографическим порядком на $X \times \{-1, 0, 1\}$), в которое X (порядково) вложимо²⁸, и наименьшая линейно упорядоченная компактификация $b_m X$, в которую X (порядково) вложимо: $b_m X = X^+ \cup X^0 \cup X^- \cup \Gamma$, где $X^+ = X \times \{1\}$, $X^0 = X \times \{0\}$, $X^- = X \times \{-1\}$, Γ — множество щелей.

Предложение 4.1.1. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut } X, \tau_\partial)$. Тогда $b_m X = \beta_G X$.

Лемма 4.1.1. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut } X, \tau_\partial)$. Тогда существует пять G -компактификаций G -пространства X :

$$\begin{array}{ccccc}
& & b^{\leftrightarrow} X = & & \\
& \nearrow & & \searrow & \\
b_m X & & = b_m X /_{\inf \sim \sup} & & b^+ X = & \rightarrow \alpha X \\
& \searrow & & \nearrow & \\
& & b^{\dagger} X = & & \\
& & = b_m X /_{(x,-1) \sim (x,1), x \in X} & &
\end{array}$$

Отображения компактификаций $b_m X \rightarrow b^{\leftrightarrow} X$, $b^{\dagger} X \rightarrow b^+ X$, $b^+ X \rightarrow \alpha X$ ($b_m X, b^{\leftrightarrow} X, b^{\dagger} X \rightarrow \alpha X$) элементарны (см. главу 1 диссертации).

Теорема 4.2.1. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut}(X), \tau_{\partial})$. Тогда:

- (1) Эллисовская компактификация $e_{b_m X} G$ является пополнением $(G, R_{\Sigma_{b_m X}})$,
- (2) G Roelcke-предкомпактна, $b_r G \leq e_{b_m X} G$ и $\mathfrak{E}(b_r G) = e_{b_m X} G$ (отображение $\mathfrak{E}$ определено в § 1.5 диссертации),
- (3) $e_{b_m X} G$ является множеством отображений f множества $b_m X$ в себя в топологии поточечной сходимости таких, что:
 - (i) f монотонно (если $x < y$, то $f(x) \leq f(y)$),
 - (ii) $f(x) \notin X$, если $x \in b_m X \setminus X$,
 - (iii) если $f(x) = f(y)$, $x \neq y$, то $f(x) \in b_m X \setminus X$,
 - (iv) либо $f((x, -1)) = f((x, 0)) = f((x, 1)) \notin X$, либо $f((x, -1)) = (y, -1)$, $f((x, 0)) = (y, 0)$, $f((x, 1)) = (y, 1)$,
 - (v) $f(\inf) = \inf$, $f(\sup) = \sup$,
- (4) $b_r G$ является множеством отображений f множества X в $b_m X$ в топологии поточечной сходимости таких, что (i') f монотонно, (ii') если $f(x) = f(y)$, $x \neq y$, то $f(x) \in b_m X \setminus X$.

Если X непрерывно упорядочено, то $b_r G = e_{b_m X} G$.

Следствие 4.2.1. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut}(X), \tau_{\partial})$. Тогда:

- (1) если $b_r G \notin \mathbb{E}(G)$ (множество $\mathbb{E}(G)$ определено в § 1.5 диссертации), то не существует $bG \in \mathbb{E}(G)$ такой, что $b_r G < bG < e_{b_m X} G$,
- (2) $b_r G \in \mathbb{E}(G)$ тогда и только тогда, когда X непрерывно упорядоченно.

Определение 4.2.1. Пусть X — линейно упорядоченное множество. f — частичный автоморфизм X , если f является частичной биекцией и $f(x) < f(y)$, когда $x, y \in D(f) = \{z \in X \mid f(z) \text{ определена}\}$, $x < y$.

J_X — множество всех частичных автоморфизмов линейно упорядоченного множества X .

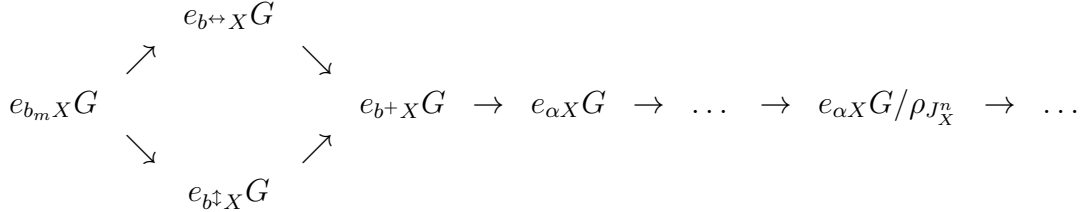
Теорема 4.2.2. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut}(X), \tau_{\partial})$. $e_{\alpha X} G$ является *sim*-компактификацией G ((алгебраически) изоморфной полутопологическому инверсному моноиду J_X).

Следствие 4.2.3. Идеалы $J_X^n = \{f \in e_{\alpha X} G \mid |D(f)| \leq n\}$, $n \in \mathbb{N}$, являются компактными идеалами в $e_{\alpha X} G$ ($G = (\text{Aut}(X), \tau_{\partial})$). Rees-факторполугруппы $e_{\alpha X} G / \rho_{J_X^n}$, $n \in \mathbb{N}$, являются *sim*-компактификациями G ($\rho_{J_X^n}$ — конгруэнция по идеалу J_X^n (см. § 1.4)).

Если X счетно, то sit -компактификации $e_{\alpha X}G$ и $e_{\alpha X}G/\rho_{J_X^n}$, $n \in \mathbb{N}$, группы G метризуемы (гомеоморфны канторову множеству).

Описание всех Эллисовских компактификаций группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$, соответствующих G -компактификациям X .

Теорема 4.2.3. Пусть дискретное пространство X — ультраоднородное линейно упорядоченное множество, $G = (\text{Aut}(X), \tau_\partial)$.



Если X непрерывно упорядочено, то $b_r G = e_{b_m X}G$, иначе $e_{b_m X}G > b_r G > e_{\alpha X}G$ и $b_r G$ несравнима с $e_{b \leftrightarrow X}G$, $e_{b \uparrow X}G$ и $e_{b^+ X}G$.

В главе 5 для (бесконечного) ультраоднородного LOTS X и его группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ в топологии поточечной сходимости описываются G -компактификации X , устанавливается Roelcke-предкомпактность $\text{Aut}(X)$ и описываются Эллисовские компактификации $\text{Aut}(X)$. Устанавливается, что Roelcke-компактификация $\text{Aut}(X)$ меньше Эллисовской компактификации $\text{Aut}(X)$, соответствующей $\beta_G X$, и несравнима с другой Эллисовской компактификацией $\text{Aut}(X)$.

$c_m X = X \cup \Gamma$, где Γ — множество щелей (с естественным продолжением порядка), является наименьшей линейно упорядоченной компактификацией X .

Предложение 5.1.1. Пусть X — ультраоднородное LOTS и $\text{Aut}(X)$ — группа автоморфизмов X . Тогда $c_m X = \beta_G X$.

cX — компактификация X , получаемая из $c_m X$ отождествлением точек $\sup$ и $\inf$. Если X непрерывно упорядочено, то $c_m X = \{\inf\} \cup X \cup \{\sup\}$, $cX = \alpha X = X \cup \{\infty\}$. Существует всего две G -компактификации ультраоднородного LOTS $c_m X$ и cX .

Теорема 5.2.1. Пусть X — ультраоднородное LOTS, $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$. Тогда:

- (1) Эллисовская компактификация $e_{c_m X}G$ является пополнением $(G, R_{\Sigma_{c_m X}})$,
- (2) G Roelcke-предкомпактна, $b_r G < e_{c_m X}G$,
- (3) $e_{c_m X}G$ — множество монотонных отображений f множества $c_m X$ в себя ($x < y \implies f(x) \leq f(y)$) в топологии поточечной сходимости таких, что $f(\inf) = \inf$, $f(\sup) = \sup$.

Если X — непрерывно упорядочено, то $e_{c_m X}G$ является пополнением (G, R_{Σ_X}) .

$I = \{f \in e_{c_m X}G \mid f(x) = \inf \vee \sup, x \in c_m X\}$ — непустой компактный идеал $e_{c_m X}G$.

Следствие 5.2.1. $e_{cX}G = e_{c_m X}G/I$.

Теорема 5.2.2. Пусть X — ультраоднородное LOTS, $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$. Тогда:

- (1) Эллисовская компактификация $e_{cX}G$ является множеством всех отображений f множества cX в себя таких, что $f(\infty) = \infty$, ограничение f на $f^{-1}(cX \setminus \{\infty\})$ является монотонным отображением множества $f^{-1}(cX \setminus \{\infty\})$ в $cX \setminus \{\infty\}$ (с линейным порядком, индуцированным на $cX \setminus \{\infty\}$ как на подмножестве $c_m X$),

(2) компактификации $e_{cX}G$ и b_rG группы G несравнимы.

Следствие 5.2.2. $e_{cmX}G$ и $e_{cX}G$ не являются st -компактификациями G .

Квазиэллисовские эквивалентности на группе $\text{Aut}(X)$ ультраоднородного LOTS и квазиэллисовские компактификации (§ 1.5 диссертации).

Теорема 5.3.2. Для группы $G = (\text{Aut}(K), \tau_p)$ автоморфизмов отрезка $K = I$ (соответственно, лексикографически упорядоченного квадрата $K = \mathbf{K}$ и длинного отрезка $K = \mathcal{L}^*$) существует семейство $\tilde{\mathbb{E}}(G)$ попарно различных квазиэллисовских компактификаций G мощности $\mathfrak{c}$ (соответственно, $2^{\mathfrak{c}}$ и 2^{ω_1}) такое, что $(G, bG) \approx_G (G, b'G)$ для любых $bG, b'G \in \tilde{\mathbb{E}}(G)$.

Для $G = (\text{Aut}(I), \tau_p)$ компактификации из $\tilde{\mathbb{E}}(G)$ гомеоморфны гильбертову кубу Q . Более того, $(G, e_1^D G) \approx (s, Q)$, $e_1^D G \in \tilde{\mathbb{E}}(G)$, где Q — гильбертов куб, s — его псевдовнутренность.

Следствие 5.3.1. $((\text{Aut}(I), \tau_p), e_1^D(\text{Aut}(I), \tau_p)) \approx_G ((\text{Aut}(I), \tau_p), b_r(\text{Aut}(I), \tau_p)) \approx (s, Q)$ для любого счетного всюду плотного подмножества $D \subset I$.

Предложение 5.3.2. Для группы $G = (\text{Aut}(I), \tau_p)$ и любого всюду плотного подмножества D отрезка I квазиэллисовская компактификация $e_1^D(G)$ не гомеоморфна тихоновскому кубу несчетного веса.

В главе 6 определяется структура группы автоморфизмов общего однородного линейно упорядоченного множества (LOTS) и охарактеризована ее Roelcke-предкомпактность (в топологии поточечной сходимости и перестановочной топологии).

Пусть G группа, H подгруппа группы перестановок $S(X)$ множества X (определено действие $H \curvearrowright X$). Корректно определено действие H на группе G^X :

$$(h\varphi)(x) = \varphi(h^{-1}x), \quad x \in X, \quad \text{где } h \in H, \quad \varphi \in G^X. \quad (\text{Wr})$$

Определение 6.1.1. Сплетением $G \text{Wr}_X H$ групп G и H называется полупрямое произведение $G^X \rtimes H$ групп G^X и H .

Если G топологическая группа, топологическая группа G^X — тихоновское произведение групп G , группа H в перестановочной топологии (при действии $H \curvearrowright X$), то действие $H \curvearrowright G^X$, определенное в (Wr), непрерывно, и топологическое полупрямое произведение $G^X \rtimes H$ является топологической группой⁹.

Сплетение групп $G \text{Wr}_X H$ с топологией произведения $G^X \times H$ топологических групп G^X и H назовем топологическим сплетением групп и будем обозначать $G \text{Wr}_X^\tau H$. Если X — линейно упорядоченное множество и $H = \text{Aut}(X)$, то индекс X в обозначении будем опускать: $G \text{Wr}^\tau H$.

Предложение 6.1.1. Пусть G топологическая группа, топологическая группа G^X — тихоновское произведение групп G и группа H в перестановочной топологии при действии $H \curvearrowright X$.

Сплетение групп $G \text{Wr}_X^\tau H$ Roelcke-предкомпактно, если группы G и H Roelcke-предкомпактны.

Теорема 6.2.1. Пусть J собственный регулярный промежуток однородного линейно упорядоченного множества X . Тогда:

- (1) $\text{Aut}(X) = \text{Aut}(J) \text{Wr} \text{Aut}(X/J)$,
- (2) $(\text{Aut}(X), \tau_p) = (\text{Aut}(J), \tau_p) \text{Wr}^\tau (\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$,
- (3) $(\text{Aut}(X), \tau_\partial) = (\text{Aut}(J), \tau_\partial) \text{Wr}^\tau (\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$,
- (4) $(\text{Aut}(X), \tau_p) / (\text{Aut}(J), \tau_p)^{X/J} = (\text{Aut}(X), \tau_\partial) / (\text{Aut}(J), \tau_\partial)^{X/J} = (\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$,
- (5) *действие* $\text{Aut}(J) \text{Wr} \text{Aut}(X/J) \curvearrowright X/J \otimes_\ell J$ *задается правилом*
 $((g_\iota)_{\iota \in X/J}, h), (J_x, t_x)) = (hJ_x, g_{hJ_x} t_x), (g_\iota)_{\iota \in X/J} \in \text{Aut}(J)^{X/J}, h \in \text{Aut}(X/J).$ (★)

Действия $(\text{Aut}(J), \tau_p) \text{Wr}^\tau (\text{Aut}(X/J), \tau_\partial) \curvearrowright (X = X/J \otimes_\ell J, \tau)$ и
 $(\text{Aut}(J), \tau_\partial) \text{Wr}^\tau (\text{Aut}(X/J), \tau_\partial) \curvearrowright (X = X/J \otimes_\ell J, \tau_d),$

определяемые правилом (★), непрерывны.

Теорема 6.2.2. *Пусть X — общее однородное линейно упорядоченное множество. Следующие условия эквивалентны:*

- (1) *топологическая группа $(\text{Aut}(X), \tau_p)$ (соответственно $(\text{Aut}(X), \tau_\partial)$) Roelcke-предкомпактна,*
- (2) *для любого собственного регулярного промежутка $J \subset X$ топологические группы $(\text{Aut}(J), \tau_p)$ (соответственно $(\text{Aut}(J), \tau_\partial)$) и $(\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактны,*
- (3) *существует собственный регулярный промежуток $J \subset X$ такой, что топологические группы $(\text{Aut}(J), \tau_p)$ (соответственно $(\text{Aut}(J), \tau_\partial)$) и $(\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактны.*

Заключение

В диссертации получены следующие результаты:

1. Во введении диссертации установлено, что топология поточечной сходимости является наименьшей допустимой групповой топологией на группе автоморфизмов LOTS.

2. В главе 2 диссертации для подгруппы G группы перестановок $S(X)$ бесконечного дискретного пространства X в перестановочной топологии установлено:

- (1) *олигоморфность действия G на X эквивалентна вполне ограниченности максимальной эквивариантности на X и эквивалентна Roelcke-предкомпактности G , если у действия конечное число орбит;*
- (2) *Roelcke-предкомпактность группы G эквивалентна топологической изоморфности G всюду плотной подгруппе предела обратного спектра из олигоморфных групп.*

Олигоморфность действия группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ простого линейно упорядоченного множества X эквивалентна ультраоднородности X и эквивалентна Roelcke-предкомпактности группы $\text{Aut}(X)$ в перестановочной топологии τ_∂ и топологии поточечной сходимости τ_p .

Применение полученных результатов позволяет (достаточно просто) устанавливать олигоморфность и Roelcke-предкомпактность групп автоморфизмов (как в перестановочной топологии, так и в топологии поточечной сходимости) ультраоднородных линейно упорядоченных множеств (пространств):

• $\mathbb{Q}, \mathbb{P}, \mathbb{R}, (0, 1), \mathbb{Z} \otimes_\ell \mathbb{Q}, \mathbb{Z} \otimes_\ell \mathbb{P}$, "открытого длинного луча" L ($\mathcal{L} = [0, \omega_1) \otimes_\ell [0, 1)$ — "длинный луч"³⁶, $L = \mathcal{L} \setminus \{(0, 0)\}$), "открытой длинной прямой" $\tilde{L} = L_- \diamond \{(0, 0)\} \diamond L$ ($\mathcal{L}_-$

³⁶ *Энгелькинг Р.* Общая топология. М.: Мир, 1986.

— "длинный луч с обратным линейным упорядочением", $L_- = \mathcal{L}_- \setminus \{(0, 0)\}$;

- линейно упорядоченных множеств (пространств), действие групп автоморфизмов которых имеет конечное число орбит: компакт "две стрелки Александра"³⁶ и "лексикографически упорядоченный квадрат"³⁶;

- ультраоднородных ГО-пространств и ГО-пространств, действие групп автоморфизмов которых имеет конечное число орбит: "прямая Зоргенфрея"³⁶ и "прямая Майкла"³⁶.

3. В главе 3 диссертации для группы $S(X)$ перестановок бесконечного дискретного пространства X в перестановочной топологии установлено:

- (1) единственной G -компактификацией X является Александровская компактификация αX ;
- (2) Эллисовская компактификация $S(X)$ совпадает с Roelcke-компактификацией $S(X)$ и является WAP-компактификацией;
- (3) Эллисовская компактификация $S(X)$ алгебраически изоморфна симметрической инверсной полугруппе I_X ;
- (4) существует счетное число компактификаций группы $S(X)$, являющихся полутопологическими инверсными моноидами с непрерывными инволюциями (Rees-факторполугруппы Эллисовской компактификации $S(X)$);
- (5) если X счетно, то Эллисовская компактификация $S(X)$ и ее Rees-факторполугруппы гомеоморфны канторову множеству.

Применение полученных результатов позволяет установить, что:

- любая группа G , действующая ультратранзитивно на X , олигоморфна и Roelcke-предкомпактна в перестановочной топологии;

- подгруппа $S_{<\omega}(X)$ группы $S(X)$, элементы которой имеют конечные носители, действует ультратранзитивно на X , олигоморфна и Roelcke-предкомпактна;

- группы Хоутона³⁷, ультратранзитивно действующие на соответствующих счетных дискретных пространствах, олигоморфны и Roelcke-предкомпактны.

4. В главе 4 диссертации для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_\partial)$ автоморфизмов в перестановочной топологии ультраоднородного линейно упорядоченного множества X (в дискретной топологии) установлено:

- (1) существует пять G -компактификаций X : наименьшей G -компактификацией является Александровская компактификация, максимальной G -компактификацией является наименьшее компактное LOTS, в которое X (порядково) вложимо;
- (2) G Roelcke-предкомпактна, Roelcke-компактификация G не больше ее Эллисовской компактификации, соответствующей максимальной G -компактификации X , и они совпадают в том и только в том случае, если X непрерывно упорядочено;
- (3) Эллисовская компактификация G , соответствующая αX , является полутопологическим инверсным моноидом с непрерывной инволюцией, алгебраически изоморфным инверсной полугруппе всех частичных автоморфизмов X ;

³⁷ Cox C. Twisted Conjugacy in Houghton's groups // Journal of Algebra. 2017. Vol. 490, pp. 390–436.

- (4) существует счетное число компактификаций группы G , являющихся полутопологическими инверсными моноидами с непрерывными инволюциями (Rees-факторполугруппы Эллисовской компактификации G , соответствующей αX);
- (5) если X счетно, то Эллисовская компактификация G , соответствующая αX , и ее Rees-факторполугруппы гомеоморфны канторову множеству;
- (6) если X не непрерывно упорядочено, то все промежуточные Эллисовские компактификации G несравнимы с ее Roelcke-компактификацией.

Применение полученных результатов позволяет установить, что G -компактификации дискретного линейно упорядоченного множества $\mathbb{Q}_r$ диадических рациональных чисел интервала $(0, 1)$ для действия группы Томпсона $(F, \tau_\partial) \curvearrowright \mathbb{Q}_r$ (каждый автоморфизм из F является кусочно-линейным отображением, имеющим конечное число точек излома³⁸) те же самые, что и для действия группы $\text{Aut}(\mathbb{Q}_r)$. Следовательно, для группы Томпсона (F, τ_∂) применимы результаты главы 4.

5. В главе 5 диссертации для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$ автоморфизмов в топологии поточечной сходимости ультраоднородного LOTS X установлено:

- (1) существует две G -компактификации X : максимальной G -компактификацией $\beta_G X$ является наименьшее компактное LOTS, в которое X (порядково) вложимо, наименьшая G -компактификация получается из $\beta_G X$ отождествлением наибольшего и наименьшего элементов;
- (2) группа G Roelcke-предкомпактна, Roelcke-компактификация G меньше ее Эллисовской компактификации, соответствующей максимальной G -компактификации $\beta_G X$;
- (3) Эллисовская компактификация G , соответствующая наименьшей G -компактификации X , несравнима с ее Roelcke-компактификацией;
- (4) если $X = (0, 1)$, то Эллисовская компактификация G , соответствующая максимальной G -компактификации $\beta_G X$, — сепарабельный неметризуемый компакт с первой аксиомой счетности, являющийся ретрактом пространства Хелли;
- (5) если $X = (0, 1)$, то существуют квазиэллисовские компактификации G , соответствующие максимальной G -компактификации $\beta_G X$, гомеоморфные гильбертову кубу; не существует квазиэллисовских компактификаций G , соответствующих максимальной G -компактификации $\beta_G X$, гомеоморфных тихоновскому кубу несчетного веса.

Применение полученных результатов позволяет установить, что:

- группа автоморфизмов $(0, 1)$ имеет континуум с попарно различных G -компактификаций, гомеоморфных гильбертову кубу, а группы автоморфизмов "открытого длинного луча" и "лексикографически упорядоченного квадрата" имеют соответственно 2^{ω_1} и 2^c попарно различных G -компактификаций.

³⁸ Cannon J. W., Floyd W. Parry W. R. Introductory notes on Rychard Thompson's groups // L'Enseignement Mathématique. 1996. Vol. 42, pp. 215–256.

- Roelcke-компактификация группы Томпсона (F, τ_p) топологически изоморфна Roelcke-компактификации группы автоморфизмов $(0, 1)$ в топологии поточечной сходимости. Эллисовская компактификация группы Томпсона (F, τ_p) , соответствующая максимальной G -компактификации $\beta_G \mathbb{Q}_r = I$, — сепарабельный неметризуемый компакт с первой аксиомой счетности, являющийся ретрактом пространства Хелли.

6. В главе 6 диссертации введено понятие топологического сплетения групп и представлено достаточное условие его Roelcke-предкомпактности.

Для группы $G = (\text{Aut}(X), \tau_p)$ автоморфизмов в топологии поточечной сходимости однородного линейно упорядоченного множества (соответственно однородного LOTS) X , где J регулярный промежуток X , X/J фактормножество, установлено:

- (1) группа G топологически изоморфна топологическому сплетению групп автоморфизмов (в топологии поточечной сходимости) регулярного промежутка (соответственно LOTS) J и фактормножества X/J (в дискретной топологии);
- (2) группа G Roelcke-предкомпактна тогда и только тогда, когда группы $(\text{Aut}(J), \tau_p)$ и $(\text{Aut}(X/J), \tau_\partial)$ Roelcke-предкомпактны.

Применение полученных результатов позволяет установить, что:

- группа автоморфизмов лексикографически упорядоченных произведений двух множеств (пространств), где второй сомножитель жесткое множество, не Roelcke-предкомпактна ни в перестановочной топологии, ни в топологии поточечной сходимости;
- группа автоморфизмов лексикографически упорядоченного произведения ультраоднородных линейно упорядоченных множеств (пространств), является сплетением групп автоморфизмов сомножителей, Roelcke-предкомпактна в перестановочной топологии и в топологии поточечной сходимости.

Приведены описания и устанавливается Roelcke-предкомпактность в перестановочной топологии и в топологии поточечной сходимости групп автоморфизмов лексикографически упорядоченных конечных произведений $\mathbb{R}$ и "лексикографически упорядоченного квадрата".

Таким образом, полученные в диссертации результаты позволяют устанавливать Roelcke-предкомпактность топологических групп и строить компактификации групп преобразований, являющиеся правотопологическими моноидами, получать описания компактификаций топологических групп и проводить их сравнения. Эти результаты представляют интерес для специалистов в области теоретико-множественной топологии, в (топологической) алгебре, теории представлений топологических групп, топологической динамике и функциональном анализе.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., доценту Юрию Викторовичу Садовничему за конструктивное обсуждение вопросов, связанных с темой исследований, полезную информацию, поддержку и помощь.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., доценту Константину Леонидовичу Козлову за постановку задачи, многочисленные содержательные обсуждения тематики работы, содействие и многолетнее плодотворное сотрудничество.

Автор благодарен проф. В. Г. Пестову и проф. М. Г. Мегрелишвили за предоставленную полезную информацию, связанную с темой исследования.

Автор благодарен коллективу кафедры общей топологии и геометрии за творческую и благожелательную атмосферу.

Список публикаций автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 1.1.3. Геометрия и топология (физико-математические науки)

1. *Сорин Б. В.* О сильных формах однородности топологических пространств // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. – 2020. – № 3. – С. 39–42. EDN: QALBMN. Импакт-фактор 0,548 (РИНЦ). Объем 0,25 п.л.
Английский перевод: *Sorin B. V.* On Strong Forms of Homogeneity of Topological Spaces // Moscow University Mathematics Bulletin. – 2020. vol. 75, no. 3. – pp. 117–120. EDN: SCLHBM. Импакт-фактор 0,420 (JIF). Объем 0,25 п.л.
2. *Сорин Б. В.* Компактификации групп гомеоморфизмов линейно упорядоченных компактов // Математические заметки. – 2022. Т. 112, № 1. – С. 118–137. EDN: OZLWSU. Импакт-фактор 0,369 (РИНЦ). Объем 1,25 п.л.
Английский перевод: *Sorin B. V.* Compactifications of Homeomorphism Groups of Linearly Ordered Compacta // Mathematical Notes. – 2022. – vol. 112, no. 1. pp. 126–141. EDN: XNIUOH. Импакт-фактор 0,377 (JIF). Объем 1 п.л.
3. *Сорин Б. В.* О Roelcke-предкомпактности групп автоморфизмов общих линейно упорядоченных множеств // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2025. – Т. 31, № 1. – С. 175–184. EDN: TTICUP. Импакт-фактор 0,437 (РИНЦ). Объем 0,625 п.л.
4. *Сорин Б. В.* Топологическая версия олигоморфности групп // Сибирский математический журнал. – 2025. – Т. 66, № 3. – С. 554–568. EDN: ENSBNX. Импакт-фактор 0,451 (РИНЦ). Объем 0,938 п.л.
Английский перевод: *Sorin B. V.* A Topological Version for the Oligomorphicity of Groups // Siberian Mathematical Journal. – 2025. – vol. 66, no. 3. – pp. 788–799. EDN: SRXPJB. Импакт-фактор 0,411 (JIF). Объем 0,75 п.л.