

**ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
Иванова-Погодаева Ильи Анатольевича на тему:
«Построение бесконечной конечно определенной нильполугруппы»
по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория
чисел и дискретная математика**

Проблемы бернсайдовского типа играли важную роль почти с самого начала современной алгебры. При этом уже более полувека чисто алгебраические вопросы естественно дополняются вопросами алгоритмическими: роль компьютерного эксперимента (а в последние десятилетия -- и Искусственного Интеллекта) в математических исследованиях постоянно возрастает. Однако наивные надежды начала 20 века (отражённые, например, в формулировке 10-й проблемы Гильберта) на универсальные алгоритмы не оправдались: работы А.А. Маркова-мл. и П.С. Новикова по проблеме слов, Ю.В. Матиясевича по диофантовым проблемам, как и многие другие, дали примеры алгоритмической неразрешимости самых естественных вопросов дискретной математики. Результаты этого типа не являются чисто отрицательными: они ставят содержательные вопросы о границах разрешимости и приводят к развитию областей математики на границе алгебры и логики.

Основные результаты докторской диссертации Иванова-Погодаева формально относятся именно к таким областям. Точнее, самый основной её результат относится к чистой алгебре: построена конечно определённая бесконечная нильполугруппа с тождеством $x^9=0$ (теорема 3.1), чем дан ответ на известный вопрос Л.Н. Шеврина и М.В. Сапира, поставленный в 1989 году. К логике и теории алгоритмов же относятся конструкции алгебр с конечными базисами Грёбнера и неразрешимостью соответственно проблемы делителей нуля (теорема 2.4) и проблемы нильпотентности (теорема 2.5).

Но общематематическая природа результатов диссертации и стиля мышления диссертанта шире: строятся и используются геометрические объекты -- мозаики и замощения, замечательные сами по себе, а не только как средство доказательства алгебраических и алгоритмических результатов. В этом диссертация перекликается с теорией детских рисунков А. Гротендика, топологические объекты которой (графы на поверхностях) задаются подгруппами конечного индекса свободной группы с двумя образующими и имеют тесную -- на уровне эквивалентности категорий -- связь с арифметико-геометрическими объектами, парами Белого.

Во введении даётся обзор известных результатов. Первая глава посвящена автоматным методам, в частности, реализации машины Тьюринга в конечно определённых объектах.

Вторая глава является геометрической. В ней строится последовательность комплексов, кодировка путей в которых соответствует полугрупповым словам. В третьей главе определяется и доказывается свойство слабой детерминированности этой последовательности, позволяющее геометрически интерпретировать соотношения в полугруппе и приводить кодировки путей к каноническому виду. Основным результатом четвёртой главы -- доказательство соотношения $x^9=0$.

Пятая, шестая и седьмая главы являются дополнительными, но содержат весьма интересные результаты. Обсуждается поведение автоматов при обходе лабиринта, заданного бернсайдовской группой и эволюция клеточного автомата на регулярной решётке. Излагается геометрический подход к остроению бернсайдовской группы. Седьмая глава посвящена смежным вопросам, в частности, применению мозаик при построении самозаклинивающихся структур.

В диссертации используются как известные разнообразные методы алгебры, теории автоматов, комбинаторики и геометрии, так и новые, разработанные автором. К последним относятся интерпретация буквы как состояния конечного автомата, а слова -- как цепочки взаимодействующих

конечных автоматов. Вторая интерпретация в случае конечности числа соотношений применима к задачам самоорганизации.

Основные результаты диссертации являются новыми. Они тщательно обоснованы, доложены на многочисленных международных конференциях и своевременно опубликованы в известных изданиях.

В целом диссертация является законченным и профессионально зрелым произведением, вносящим значительный вклад в актуальный раздел современной математики, в котором работают весьма многие сильные специалисты. Автор выработал собственный стиль исследований, в котором алгебра гармонирует с геометрией, а эстетический аспект играет важную роль. В диссертации отражён большой педагогический опыт автора и его умение популярно рассказывать об элементарной составляющей его исследований; педагогическим шедевром является "демо-версия" доказательства неперIODичности мозаики Пенроуза (стр. 16 автореферата)

Диссертация оформлена аккуратно и логически безупречно. Ниже перечислены несколько несущественных замечаний:

1. На стр. стр. 12 автореферата встречается выражение методы, ... использующие автоматные методы. На той же странице скобки во фрагменте (и слова, сопоставленные их кодировкам) важного утверждения о биекции являются лишними.

2. Во 2й главе диссертации параграф 3 называется «Конечно определенные алгебры с конечным базисом Гребнера и проблемой делителей нуля», но при этом приводятся две разные конструкции, одна для проблемы делителей нуля, другая для проблемы нильпотентности.

3. На странице 133 в 6 строке некорректно указан номер рисунка.

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации

соответствует паспорту научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова. Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Иванов-Погодаев Илья Анатольевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук

профессор кафедры математики, логики и интеллектуальных систем в гуманитарной сфере отделения интеллектуальных систем в гуманитарной сфере

ФГАОУ ВО «Российский государственный гуманитарный университет»

Георгий Борисович Шабат 10.06.2026.

Контактные данные:

8 (495) 250 63 29, e-mail: shabat@mccme.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена

диссертация: 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел

Почтовый адрес: Миусская пл., д. 6, стр. 6, Москва, 125047

Проректор по научной
и проектной работе

О.В. Павленко