

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук Воронцова Михаила Олеговича
на тему: «Асимптотические свойства методов множественной
проверки гипотез в условиях зависимости наблюдений»
по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая
статистика

Актуальность темы исследования

Современные технологии обработки данных открывают новые возможности для анализа больших массивов информации. В связи с этим перед теоретиками встают задачи разработки инновационных методов выявления ключевых факторов, оптимизации форматов представления данных и устранения шумовых эффектов.

В области математической статистики для решения этих задач активно используется концепция множественной проверки гипотез. В рамках диссертации задача множественной проверки гипотез рассматривается как проблема пороговой обработки. Существуют различные подходы к контролю за количеством ошибок первого рода при проверке большого числа нулевых гипотез, такие как метод Холма–Бонферрони, метод Сидака и другие. Одними из наиболее перспективных в настоящее время считаются методы, основанные на контроле средней доли ложных отклонений нулевой гипотезы (False Discovery Rate — FDR), например, метод Бенджамини–Хохберга. В современных исследованиях, особенно в области генетического анализа и компьютерного зрения, этот метод часто используется для определения пороговых значений. Это связано с высокой статистической мощностью критериев на основе FDR при работе с большими объемами данных. Выбор данной характеристики диссертантом позволяет опираться на результаты исследований таких ученых, как Ф. Абрамович, Й. Бенджамини, Д. Донохо, И. Джонстон, Й. Хохберг и других, которые изучали свойства FDR-порога.

Поставленные задачи имеют важное значение для различных прикладных областей, где необходимо упростить сложные модели, сохраняя при этом полезную информацию. Поэтому актуальность выбранной темы ис-

следования не вызывает сомнений.

Содержание работы

Во Введении автор излагает историю рассматриваемой темы и обосновывает выбор направления исследования.

В первой главе приводится математическая постановка задачи, описываются классы рассматриваемых массивов данных, описывается FDR-метод множественной проверки гипотез и обсуждается его связь с задачей пороговой обработки. Критерием качества обработки выступает среднеквадратичный риск, традиционно используемый в подобного рода задачах. Диссертант отмечает, что на практике невозможно точно определить значение риска. Поэтому используется оценка риска, которая, благодаря своей независимости от исходного сигнала, может быть вычислена на основе наблюдаемых данных. Это позволяет анализировать эффективность пороговой обработки в реальных условиях. Также приводится обзор результатов, полученных другими авторами в моделях с независимыми элементами массива: теорема 1.1 (Абрамович, Бенджамини, Донохо) о верхней оценке среднеквадратичного риска при растущем объеме наблюдений, теоремы 1.2–1.4 (Палионная, Шестаков) о сильной состоятельности и асимптотической нормальности оценки риска и теоремы 1.5–1.6 (Палионная), содержащие оценки скорости сходимости распределений оценки риска к нормальному закону.

Во второй главе рассматривается задача пороговой обработки в условиях зависимости наблюдений. Отметим, что данную задачу можно было бы формализовать разными способами, например, предположить, что наблюдения образуют гауссовскую случайную последовательность (так сохраняется форма одномерных распределений). В диссертации выбрана формализация через понятие коэффициента сильного перемешивания и слабой зависимости, что придает результатам широкий качественный характер, вместо частного количественного характера. Основные результаты содержатся в теоремах 2.1 и 2.2, в которых получены верхние оценки для среднеквадратичного риска FDR-процедуры для различных классов разреженности массивов данных при некоторых заданных условиях, характеризующих «слабую» зависимость.

В третьей главе исследуются асимптотические свойства оценки средне-

квадратичного риска также в условиях слабой зависимости наблюдений. В теоремах 3.1 и 3.2 доказывается асимптотическая нормальность оценки риска при использовании FDR-порога. Теорема 3.3 устанавливает сильную состоятельность данной оценки, а в теоремах 3.4 и 3.5 получены оценки скорости сходимости распределений оценки риска к нормальному закону.

В заключении диссертации кратко изложены результаты исследования и обозначены перспективные направления для будущих работ по данной теме. Весь текст исследования объединен общей методологической основой, что обеспечивает логическую связность всей работы.

Новизна, достоверность и степень обоснованности результатов

Результаты, представленные в диссертации, являются оригинальными и были получены посредством строгих математических доказательств, демонстрирующих глубокое понимание автором теории вероятностей и математической статистики, а также математического анализа.

Основные результаты диссертации были опубликованы в двух статьях, написанных Воронцовым М.О. единолично, и двух статьях, выполненных в соавторстве с научным руководителем Шестаковым О.В., который предложил постановки задач. Все четыре статьи по теме диссертации опубликованы в журналах, индексируемых в базах Web of Sciences, Scopus, РИНЦ и входящих в перечень ВАК. Кроме того, ключевые результаты работы были представлены на шести научных конференциях, одна из которых международного уровня. Тезисы докладов опубликованы в сборниках конференций.

Важно подчеркнуть высокий научный уровень диссертации. Доказательства выполнены с высокой степенью тщательности, что подтверждает достоверность представленных результатов. Автореферат содержит основные положения диссертации и полностью отражает ее содержание.

Замечания по работе

Тем не менее, есть определенные замечания к диссертационному исследованию, которые стоит выделить.

1. В формуле (2.9) на стр. 28 правая часть неравенства содержит слагаемое вида $o(\gamma_n)$. Поскольку в математическом анализе символ $o(\gamma_n)$

понимается как семейство последовательностей, а не какая-то конкретно последовательность, означает ли формула (2.9), что неравенство должно выполняться для любой последовательности из этого семейства?

2. В леммах 2.2 и 2.3 идет речь об оценках «хвостов» распределений величины \hat{k}_F , однако пояснительный текст перед леммой 2.2 утверждает, что эти леммы устанавливают нижнюю границу для порога \hat{t}_F . В то же время, сама формула связи между \hat{k}_F и \hat{t}_F приводится в первой главе. Следовало подробнее написать, каким образом получается данная нижняя граница.
3. В формулировке лемм 2.2 и 2.4 предполагается, что случайные величины x_i имеют нормальное распределение. Однако при доказательстве это предположение используется минимальным образом: значение порога t_k определяется через квантиль нормального распределения, а остальные шаги доказательства от предположения о нормальности независимы. По нашему мнению, диссертант, на самом деле, доказал более общее утверждение, справедливое для целого ряда симметричных распределений, а не только для нормального распределения.

Заключение

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Воронцов Михаил Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4. Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент
заведующий кафедрой теории вероятностей и анализа
данных федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

ЗОРИН Андрей Владимирович

04.05.2026

Контактные данные:

тел.: +7 (920) 045-16-02, e-mail: andrei.zorine@itmm.unn.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Адрес места работы:

603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23,
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный
исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского», Институт
информационных технологий, математики и механики,
Кафедра теории вероятностей и анализа данных
Телефон: (831) 462-30-85, E-mail: unn@unn.ru