

ОТЗЫВ
научного руководителя
о диссертации Щегорцовой Ольги Александровны
на тему «Исследование изотропных многообразий и векторных
расслоений, соответствующих квазиклассическим асимптотикам для
уравнения Шредингера с дельта-особенностями», представленной
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа посвящена изучению квазиклассических асимптотик решений нестационарного уравнения Шредингера с потенциалом, содержащим сингулярное слагаемое — дельта-функцию с носителем на гладкой гиперповерхности коразмерности 1 в $\mathbb{R}^n$ или в точке трехмерного пространства, — и отвечающих им геометрических объектов в фазовом пространстве. Соответствующие операторы определяются в рамках теории самосопряженных расширений и задаются краевыми условиями на носителе сингулярности; существенная часть работы посвящена необходимым модификациям классического аппарата геометрических асимптотик в точках этого носителя.

Исследование относится к актуальному и активно развивающемуся направлению — квазиклассической теории операторов с особенностями — и сочетает методы из разных областей математики, в том числе квазиклассической теории (в частности, теории канонического оператора и комплексного ростка Маслова), дифференциальной геометрии, теории уравнений в частных производных и функционального анализа. Между тем стандартный квазиклассический аппарат, развитый В.П. Масловым для уравнений с гладкими коэффициентами, в точках носителя сингулярности требует модификации. Центральную роль в квазиклассическом анализе играет геометрический подход, при котором асимптотики и отвечающие им геометрические объекты изучаются совместно; перестройка лагранжевых и изотропных многообразий при взаимодействии волны с носителем сингулярности составляет один из главных предметов исследования.

Диссертация охватывает четыре задачи, различающиеся геометрией носителя сингулярности и типом начальных данных. В первой рассматривается волновой пакет с вещественной фазой, падающий на гиперповерхность коразмерности 1. Построена локальная и глобальная квазиклассическая асимптотика решения в виде суммы падающей, отраженной и прошедшей волн; разработана модификация метода канонического оператора Маслова, учитывающая условия сшивки,

задаваемые дельта-потенциалом. Описано расщепление лагранжева многообразия при взаимодействии с поверхностью — многообразие отраженной волны получается из исходного отображением, меняющим знак нормальной компоненты импульса при сохранении касательной.

Вторая и третья задачи посвящены начальным данным в виде гауссова пучка — локализованного соответственно в окрестности точки и в окрестности подмногообразия положительной коразмерности. В обоих случаях построены изотропные многообразия и комплексные векторные расслоения над ними, отвечающие падающей, отраженной и прошедшей волнам. Показано, что сдвиг матрицы комплексного роста отраженной волны относительно падающей определяется второй квадратичной формой поверхности-носителя сингулярности и параметрами потенциала. В третьей задаче комплексный росток определяется над изотропным многообразием положительной размерности как векторное расслоение; здесь же строго обоснован метод комплексного роста для уравнения Шредингера с гладким потенциалом.

Четвертая задача посвящена точечному дельта-потенциалу в R^3 . Построены лагранжевы многообразия падающей и рассеянной волн; показано, что для рассматриваемого класса начальных данных рассеянная волна является чисто расходящейся сферической волной — сходящаяся компонента отсутствует.

Во всех задачах явно выписаны нестационарные аналоги коэффициентов отражения и прохождения и получены оценки точности построенных асимптотик. Все утверждения четко сформулированы и строго доказаны.

Работа представляет собой серьезное математическое исследование и существенно расширяет квазиклассический аппарат для операторов с особенностями. Результаты опубликованы в четырех статьях в журналах, индексируемых в Web of Science, Scopus, RSCI и РИНЦ, и неоднократно докладывались на всероссийских и международных конференциях и школах.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3 Геометрия и топология (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова». Щегорцова Ольга Александровна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3 Геометрия и топология.

Диссертационное исследование оформлено согласно требованиям «Положения о совете по защите диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова».

Считаю, что диссертационная работа Щегорцовой Ольги Александровны удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и рекомендую ее к защите в диссертационном совете МГУ.011.4 на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Научный руководитель:

декан механико-математического факультета
МГУ имени М.В. Ломоносова,
член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук,
Шафаревич Андрей Игоревич

А.И. Шафаревич

02.04.2026

Контактные данные:

тел.:

email:

Специальность, по которой научным руководителем
защищена диссертация:

01.01.03 – Математическая физика

Адрес места работы:

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1,

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет

Тел.: 8(495)939-12-63

email: andrei.shafarevich@math.msu.su

Подпись декана механико-математического факультета удостоверяю
начальник отдела кадров механико-математического факультета Т.А.Соколова