

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Павлов Владислав Игоревич

**Тепловые и термодинамические эффекты в
высокодобротных оптических микрорезонаторах**

Специальность 1.3.2.

Приборы и методы экспериментальной физики

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, доцент
Биленко Игорь Антонович

Москва — 2024

Оглавление

	Стр.
Введение	4
 Глава 1. Термодинамические флуктуации в микрорезонаторах	
и элементах связи с ними	17
1.1 Введение	17
1.2 Метод флуктуационно-диссипационной теоремы	21
1.2.1 Энергетическая формулировка Левина	22
1.3 Шумы в интегральных волноводах связи	23
1.3.1 Терморефрактивный шум	24
1.3.2 Броуновский шум	25
1.3.3 Термоупругий шум	26
1.3.4 Фотоупругий шум	27
1.3.5 Сравнение вкладов различных шумов	28
1.4 Сравнение шумов в элементе связи с шумами микрорезонатора .	29
1.5 Термодинамические флуктуации в установке с призмой	36
1.6 Выводы	41
 Глава 2. Определение эффективных тепловых параметров	
микрорезонатора и их влияние на динамику	
нелинейных процессов	42
2.1 Введение	42
2.2 Моделирование нагрева микрорезонатора мощностью накачки . .	44
2.3 Методы определения эффективных параметров	46
2.3.1 Аналитические выражения для эффективных параметров	46
2.3.2 Аппроксимация тепловой динамики суммой экспонент . .	48
2.3.3 Метод разложения по тепловым модам	50
2.4 Анализ результатов	58
2.4.1 Область применимости и анализ точности методов	
оценки тепловых параметров микрорезонаторов	58
2.4.2 Зависимость точности аппроксимации от параметров	
накачки	68
2.4.3 Проверка корректности граничных условий и	
материальных параметров модели	69

2.4.4	Экспериментальные ограничения на измерения временной зависимости сдвигов частоты	70
2.5	Взаимосвязь тепловых параметров с терморефрактивным шумом	72
2.6	Влияние тепловых эффектов на динамику нелинейных процессов в микрорезонаторе	74
2.7	Выводы	79
Глава 3. Измерение сдвигов частоты в оптических микрорезонаторах		
3.1	Введение	81
3.2	Подстройка частоты микрорезонатора из танталата лития внешним электрическим полем	82
3.3	Измерение временной зависимости тепловых сдвигов частоты вызванных поглощением накачки	85
3.3.1	Экспериментальная установка	85
3.3.2	Численное моделирование нагрева микрорезонатора	87
3.3.3	Проверка метода разложения по тепловым модам	91
3.3.4	Влияние дополнительного теплоотвода на тепловые сдвиги частоты	95
3.4	Подстройка частоты микрорезонатора нагревом внешним лазерным излучением	96
3.5	Выводы	98
Заключение		100
Список статей, индексируемых в базах данных Scopus и WoS, в которых содержатся основные результаты диссертации		102
Список других публикаций, в которых содержатся основные результаты диссертации		104
Список литературы		107
Список рисунков		119
Список таблиц		128

Введение

Из всех экспериментально определяемых величин наиболее точно может быть измерена частота [1]. В настоящее время относительная неопределенность измерения частоты может составлять менее 10^{-18} [2]. Преобразование в частоту других физических величин используется во многих прецизионных измерениях в различных областях науки и техники. При проведении оптических измерений удобным оказывается использование высокодобротных резонаторов. В последние годы, одним из наиболее перспективных типов резонаторов являются оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи" [3].

Моды "шепчущей галереи" являются типом волн, которые могут распространяться внутри диэлектрического сфероида вдоль его образующей. Первоначально моды "шепчущей галереи" были обнаружены лордом Рэлеем в 1878 году для звуковых волн в шепчущей галерее собора Святого Павла. Звук отражался от стен круглого помещения, создавая впечатление, что голос звучит вокруг всей комнаты. Оказалось, что подобное явление также наблюдается и для других типов волн, в частности, для оптического излучения в микрорезонаторах. Оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи" представляют собой тела вращения, способные за счет эффекта полного внутреннего отражения удерживать свет внутри себя на протяжении длительного времени. Лазерное излучение вводится в микрорезонаторы с помощью призм, волноводов, а также полированных или растянутых оптических волокон. В результате свет циркулирует внутри резонатора, создавая стабильное состояние, известное как оптическая мода.

Одной из ключевых особенностей мод "шепчущей галереи" является их высокая добротность (до 10^{11}) [4]. Добротность определяет, насколько долго мода может существовать без потери энергии. Высокая добротность позволяет использовать эти моды для создания стабильных источников излучения как в оптическом, так и в СВЧ диапазоне, которые применяются в стандартах частоты [5], телекоммуникационных системах [6], спектроскопии [7], рефрактометрии и дальнометрии [8]. Кроме того, оптические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи используются для исследования фундаментальных свойств света. Например, они позволяют наблюдать эффекты квантовой механики, такие как квантовое запутывание, квантовая суперпозиция и квантовая блокада

[9]. Это открывает новые возможности для развития квантовых технологий и создания квантовых компьютеров [10]. В биомедицинских исследованиях оптические микрорезонаторы могут использоваться в качестве сенсоров для изучения биологических образцов [11]. Таким образом, оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи" представляют собой перспективную технологию, которая может найти применение в различных областях науки и техники. Их уникальные свойства делают их привлекательным инструментом для исследований и разработки новых технологий.

Высокодобротные оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи" впервые были изготовлены с помощью водородной горелки в 1989 году [3; 12] в виде кварцевых микросфер. На данный момент, из-за существенного развития технологий изготовления микрорезонаторов они могут иметь форму сфер, дисков или кольцевых волноводов из высоко прозрачных оптических материалов, к которым относятся плавленый кварц, MgF_2 [13], CaF_2 [4], BaF_2 [14], Si_3N_4 [15], LiNbO_3 [16] и др., а диаметры микрорезонаторов могут лежать в диапазоне от десятков микрометров до единиц миллиметров.

Одним из наиболее перспективных типов микрорезонаторов являются кольцевые интегральные микрорезонаторы. На сегодняшний день интегральные фотонные платформы создаются на базе различных материалов, включая LiNbO_3 [17–20], Si [21–23], AlGaAs [24–27], GaP [28], TiO_2 [29] и другие. Однако заметный прогресс последних десятилетий в технологии изготовления интегральных фотонных структур на основе нитрида кремния (Si_3N_4) привел к более широкому использованию данной платформы для решения актуальных задач оптики и фотоники. Большое разнообразие устройств на основе интегральной технологии Si_3N_4 обусловлено низкими потерями нитрида кремния в телекоммуникационном диапазоне длин волн, отсутствием двухфотонного поглощения, воспроизводимостью изготовления и высокой оптической нелинейностью [15; 30; 31]. В [32] также показано, что облучение протонами высоких энергий не оказывает долговременного влияния на линейные оптические потери структур нитрида кремния, что открывает перспективы для космических приложений. Интегральные микрорезонаторы из нитрида кремния широко используются для создания компактных, высокостабильных лазеров [33–35] и компактных генераторов оптических частотных гребенок [36–39].

За последние более чем тридцать лет оптические микрорезонаторы нашли широкое применение в различных областях науки и техники [40–42] и, в

том числе, стали важным элементом для создания современных фотонных и радиофотонных устройств [41; 43; 44], в частности, лазеров с шириной линии $\sim$ единиц Гц [13]. Несмотря на впечатляющие результаты, полученные с использованием оптических микрорезонаторов, возникает вопрос о фундаментальных ограничениях на стабильность резонансных частот микрорезонатора. В частности, известно, что одной из причин подобных фундаментальных ограничений являются термодинамические эффекты в микрорезонаторах [44; 45].

Под термодинамическими эффектами как правило понимают флуктуации какого-либо параметра в следствие флуктуаций температуры в микроскопических объёмах, которые наблюдаются даже в состоянии теплового равновесия [46]. Они являются неотъемлемой частью статистической механики и важны для понимания многих явлений в природе. Термодинамические флуктуации играют решающую роль в различных областях науки: от электроники [47] и физики полупроводников [48] до фотоники и метрологии. [5] [49]. Термодинамические шумы включают в себя броуновские флуктуации [50], а также терморефрактивные [51], термоупругие [49] и фотоупругие [52].

Для оптических интерферометров [49], используемых при обнаружении гравитационных волн, были установлены два ключевых вклада шума, а именно терморефрактивный шум и термоупругий шум, преобразующие стохастические колебания температуры через термооптический или термоупругий коэффициенты в флуктуации частоты, тем самым ограничивая предельную точность измерений. Аналогично для оптических микрорезонаторов одним из ограничивающих факторов на точность измерений механических смещений и ширину линии при стабилизации лазеров микрорезонатором являются термодинамические флуктуации резонансной частоты микрорезонатора [44].

Терморефрактивный и термоупругий шумы экспериментально наблюдались в кварцевых микросферах [45], в кристаллических [13] и интегральных микрорезонаторах [53], и также теоретически анализировались в ряде работ [44; 54]. Однако экспериментальное измерение частотного шума стабилизированного микрорезонатором лазера зачастую не позволяет достичь уровня шумов определяемого фундаментальными флуктуациями в микрорезонаторах [55]. Возможным фактором, вносящим вклад в уровень шума стабилизированного микрорезонатором лазера, могут быть флуктуации в сопряженных с микрорезонатором элементах (линзах, призмах, световодах, подложках), которые подробно изучались в первой главе данной работы.

Также использование микрорезонаторов зачастую осложняется неизбежным проявлением тепловых эффектов [56—58]. Под тепловыми эффектами подразумеваются изменения каких-либо параметров (например, резонансной частоты, коэффициента связи, длины оптического пути) вызванное изменением средней по макроскопическому объёму температуры микрорезонатора, его части, его крепления или оптических элементов (линз, призм, световодов, подложек).

Поглощение оптической мощности в микрорезонаторе вызывает нагрев и, как следствие, сдвиг его собственных частот из-за эффектов терморефракции и теплового расширения. Термооптические сдвиги частоты, дрейфы и нестабильности [45; 53; 54; 57; 59—63] влияют на динамику линейных и нелинейных процессов в оптических схемах на основе микрорезонаторов, например, при генерации оптических частотных гребенок и диссипативных солитонов [62; 64—69] и эффективность лазерной стабилизации [13; 70; 71].

С другой стороны, тепловые эффекты также могут быть полезными, предоставляя возможности для подстройки резонансных частот, которая важна для различных приложений, включая высокочувствительные датчики температуры и болометры [72—78], перестраиваемые фильтры [79—81], контроль резонансных свойств фотонных так называемых молекул [82—84], и нелинейно-оптические взаимодействия [69; 85—90].

Вопрос учета тепловых эффектов имеет первостепенное значение для широко используемых в настоящее время компактных интегральных структур с высокодобротными микрорезонаторами [15; 30; 31]. Это связано с тем, что интегральные микрорезонаторы сочетают в себе высокую добротность и крайне высокую локализацию оптической мощности в небольшом объеме фотонного микрочипа.

Для минимизации влияния тепловых эффектов разработано множество методов, включающих в себя, например, различные типы модуляции частоты и мощности лазера [91; 92], использование дополнительного лазера [93] и работу при криогенных температурах [94]. Однако, несмотря на вдохновляющие и многообещающие экспериментальные результаты [32; 43; 95], принципы и динамика эффекта затягивания при больших мощностях накачки в нелинейных режимах, учитывающих как кубичную (или керровскую), так и тепловую нелинейности, изучены недостаточно. В данной работе произведен анализ нелинейных про-

цессов генерации солитонов и платиконов в микрорезонаторе с учетом как керровской, так и тепловой нелинейности.

Во многих исследованиях для описания тепловой динамики микрорезонатора и, следовательно, для определения тепловых сдвигов собственных частот микрорезонатора [17; 63; 64; 66] используются скоростные уравнения с эффективными тепловыми параметрами. Таким образом, для точного моделирования линейных и нелинейных процессов в оптических микрорезонаторах и разработки устройств на их основе необходима оценка эффективных тепловых параметров микрорезонатора, таких как скорость тепловой релаксации и скорость оптического поглощения (и, следовательно, значение коэффициента тепловой нелинейности), определяющие динамику тепловых процессов в таких структурах. В частности, возникает вопрос, как определять эффективные параметры для конкретного микрорезонатора. Точное решение трехмерного уравнения теплопроводности с источником не выражается в аналитическом виде. Существующие аналитические выражения для эффективных тепловых параметров, которые были выведены для упрощенного случая сферического микрорезонатора [58], плохо описывают более сложные структуры, такие как дисковые кристаллические или интегральные микрорезонаторы [91], так как не учитывают неоднородность материала микрорезонатора и внешние условия. Поэтому для наиболее точного определения эффективных параметров необходимо производить численное моделирование уравнения теплопроводности в микрорезонаторах с последующей аппроксимацией временной зависимости температуры микрорезонатора решением скоростного уравнения, представляющим собой экспоненциальную зависимость. Тем не менее и такой подход может быть недостаточно точным при определенных условиях [91]. Это связано с тем, что динамика температуры более сложна, чем простая экспоненциальная зависимость. Скоростное уравнение является эмпирическим, и его использование для описания тепловых процессов может быть некорректным для конкретной структуры. При этом до сих пор не существует альтернативного более точного способа учета тепловых эффектов. Во второй главе данной работы предложен универсальный подход, основанный на разложении теплового поля на тепловые моды микрорезонатора, обеспечивающий высокую точность учета тепловых эффектов для любых параметров микрорезонатора и внешнего воздействия.

Как уже упоминалось ранее, тепловые эффекты также иногда могут быть полезными, предоставляя возможности для контроля и перестройки резонанс-

ных частот [79]. Возможность эффективно управлять резонансными частотами имеет важное практическое значение для разработки перестраиваемых узкополосных лазеров в режиме затягивания на оптический микрорезонатор, необходимых для множества различных применений [96]. Известно несколько способов управления резонансными частотами: тепловые эффекты [88], механическое воздействие [97; 98], электрооптический эффект [99]. Тепловые эффекты, несмотря на инерционность, позволяют управлять резонансными частотами, изменяя температуру микрорезонатора практически в неограниченном диапазоне (от сверхнизких температур до точки плавления материала микрорезонатора). Однако задача практической реализации нагрева микрорезонатора может оказаться весьма нетривиальной. Размещение микрорезонатора на нагревателе или элементе Пельтье может быть не очень эффективным из-за плохого теплового контакта между резонатором и нагревателем или большого времени тепловой релаксации системы микрорезонатор-нагреватель. В третьей главе данной работы экспериментально исследовались и численно анализировались более простые в реализации методы нагрева микрорезонатора: за счет поглощения оптического излучения внешнего лазера (с помощью нанесения поглощающего слоя на микрорезонатор) и поглощения оптической мощности накачки. Рассматриваемые способы просты в реализации и могут использоваться для создания перестраиваемых узкополосных лазеров на основе эффекта затягивания лазерного диода на оптический микрорезонатор.

Таким образом, несмотря на то что тепловые и термодинамические эффекты давно известны и подробно исследовались во множестве научных работ, до сих пор существуют незакрытые вопросы и нерешенные научные задачи в данной области. До сих пор не разработан метод расчета эффективных тепловых параметров, которые позволяли бы точно учитывать тепловые сдвиги частоты для любых параметров микрорезонатора. Также на текущий момент не существует методов для оценки флуктуаций в системах с микрорезонаторами, учитывающих шумы как в микрорезонаторе, так и сопряженных оптических элементах и креплениях.

Целью данной работы является разработка метода для точного учета тепловых и термодинамических эффектов в системах с высокодобротными оптическими микрорезонаторами, поиск способов минимизации влияния данных эффектов на собственные частоты микрорезонаторов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработать математическую модель для учета влияния флуктуаций в микрорезонаторе и элементе связи на шум частоты генерации диодного лазера в режиме затягивания.
2. Исследовать влияние тепловых эффектов на нелинейные процессы в микрорезонаторе в режиме затягивания. Разработать математическую модель для более точного расчета эффективных тепловых параметров микрорезонатора.
3. Исследовать различные способы экспериментальной оценки временной зависимости тепловых сдвигов частоты и сравнить измеренные сдвиги частоты с результатами численного моделирования.

Научная новизна:

1. Впервые выполнен расчет влияния вклада шумов в элементе связи на флуктуации частоты стабилизируемого лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор и найдены условия, при которых данный вклад может быть существенным.
2. Впервые исследована применимость скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами для описания динамики температуры и тепловых сдвигов частоты в микрорезонаторе.
3. Впервые предложен метод позволяющий уточнить расчёт эффективных тепловых параметров с помощью метода разложения по тепловым модам.
4. Впервые выполнен расчет тепловых шумов в дисковых микрорезонаторах из фторида магния с учетом температурной зависимости материальных параметров и найдена оптимальная температура микрорезонатора.
5. Исследована оригинальная модель для описания нелинейных процессов в высокочастотном микрорезонаторе в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов.
6. Впервые продемонстрировано, что затягивание может приводить к компенсации тепловых эффектов, делая возможным образование устойчивых оптических солитонов и платиконов.

7. Был разработан оригинальный метод спектрограмм, позволяющий исследовать временную зависимость тепловых сдвигов частоты в микрорезонаторах.
8. Впервые предложен и применен метод инфракрасной термографии для измерения распределения температуры в микрорезонаторе.
9. Впервые проведено сравнение временной зависимости сдвигов резонансных частот с помощью нагрева внешним лазером поглощающего слоя на поверхности микрорезонатора с моделированием.

Практическая значимость Для многих актуальных практических приложений, в частности портативных стандартов частоты, необходимы компактные перестраиваемые источники лазерного излучения с узкой шириной линии, создание которых возможно с использованием оптических микрорезонаторов. Однако предельно достижимая стабилизация лазерного излучения оптическим микрорезонатором, ограниченная фундаментальными шумами микрорезонатора, для многих конструкций до сих пор не достигнута в эксперименте. Причиной этому могут быть флуктуации в элементе связи с микрорезонатором. В данной работе впервые проанализирован вклад флуктуаций в элементе связи с микрорезонатором на общую нестабильность системы и найдены условия, при которых данный вклад может быть существенным. Разработанная модель проясняет фундаментальные ограничения на ширину линии лазеров, стабилизированных высокодобротными микрорезонаторами.

Также использование микрорезонаторов, ввиду высокой добротности и большой концентрации оптической мощности в малом объеме микрорезонатора, зачастую сопровождается проявлением тепловых эффектов. Из-за высокой добротности резонансные частоты крайне чувствительны к изменениям температуры. Точный учет тепловых эффектов позволяет компенсировать их влияние и, также, использовать тепловые эффекты для прецизионной перестройки лазерного излучения. Наиболее простым способом учета тепловых эффектов является использование скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами. Однако сами значения эффективных тепловых параметров для конкретной конструкции микрорезонатора заведомо неизвестны и требуют дополнительных расчетов или измерений.

В данной работе впервые предложен метод более точного расчета эффективных тепловых параметров с помощью метода разложения по тепловым модам. Разработанная модель позволяет повысить эффективность как ис-

пользования тепловых эффектов для подстройки резонансных частот, так и компенсации их паразитного влияния в устройствах на основе микрорезонаторов.

Достоверность полученных результатов обеспечена корректностью постановки задач, использованием обоснованных экспериментальных и численных методов, и подтверждается публикациями в рецензируемых изданиях.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются высокочастотные оптические микрорезонаторы с модами типа "шепчущей галереи". Предметом исследования являются тепловые и термодинамические эффекты в высокочастотных микрорезонаторах и элементах связи с ними при накачке лазерным источником в режиме непрерывного излучения.

Методология и методы исследования. В работе использовались следующие методы: метод конечных элементов для расчета спектральных плотностей флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор, расчета динамики температуры микрорезонатора при нагреве мощностью накачки и вычисления интегралов перекрытия тепловых и оптических мод, метод наименьших квадратов для аппроксимации данных моделирования с целью получения эффективных тепловых параметров микрорезонатора, метод спектрограмм и метод инфракрасной термографии для измерения тепловых сдвигов частоты, также общепринятые методы теоретической и экспериментальной физики.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Предложенная модель учета флуктуаций фазы в элементах связи лазера с микрорезонатором в режиме затягивания, учитывающая влияние терморефрактивного, термоупругого, броуновского и фотоупругого шумов позволяет определить параметры элемента связи, при которых вклад этих флуктуаций в нестабильность частоты лазера становятся сравнимым с вкладом флуктуаций в микрорезонаторе. Для интегрального микрорезонатора из нитрида кремния с межмодовым интервалом 100 МГц, добротностью 10^7 и планарным волноводом связи длина волновода не должна превышать 80 мм.
2. Предложенная модель расчета эффективных тепловых параметров с помощью разложения по тепловым модам, учитывающая тепловые процессы в волноводе, покрытии и подложке интегрального микрорезонатора позволяет повысить точность их определения. Для типичных

интегральных микрорезонаторов из нитрида кремния с постоянной мощностью накачки расхождение с экспериментальными данными составляет менее 0.1% против 2% для модели с одной экспонентой.

3. В случае импульсной накачки с длительностью импульса порядка 1 мкс ошибка расчета тепловых сдвигов частоты предложенным методом составляет менее 0.1% вместо 70 % с использованием модели с одной экспонентой.
4. Для микрорезонаторов из фторида магния с радиусом более 2 мм оптимальная температура, при которой вклад терморефрактивных флуктуаций в микрорезонаторе в нестабильность его собственной частоты становится минимальным, равна 75 ° С.
5. Построенная численная модель для расчета динамического сдвига собственных частот микрорезонаторов позволяет учитывать как внешние источники тепла, так и нагрев резонансным оптическим излучением при произвольном окружении микрорезонатора, что обеспечивает соответствие с экспериментальными данными для микрорезонатора из фторида магния с диаметром 3 мм и толщиной 1 мм, расположенного на латунной ножке, с ошибкой менее 2 %.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на ряде престижных всероссийских и международных конференций:

1. "Estimation of a time dependent frequency shift of whispering gallery modes due to the pump induced heating," 2024 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, Russian Federation, 1-5 June 2024 г.
2. "Определение эффективных параметров микрорезонаторов путем разложения по тепловым модам" Невская Фотоника, Санкт-Петербург, 9-13 октября 2023
3. "The Photonic Microchip Thermal Parameters Definition via The Thermal Mode Decomposition" Laser Physics 2023, Ashtarak, Armenia, September 12-15, 2023
4. "Thermal Mode Decomposition Method for Microresonator Thermal Parameters Estimation" ICQT-2023, Moscow, July 9-12, 2023
5. "Сравнение методов расчета эффективных тепловых параметров микрорезонаторов" «ФОТОНИКА-2023», Новосибирск, 4-8 сентября 2023

6. "Thermal mode decomposition method for microresonator thermal parameters estimation" SPIE/COS Photonics Asia, Beijing, China, 14 - 16 October 2023
7. "Numerical simulation of pump power-induced heating processes in silicon nitride photonic chips" SPIE/COS Photonics Asia, Nantong, Jiangsu China, 21 - 23 October 2022
8. "Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si₃N₄ Microresonators," 2022 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, Russian Federation, 20-24 June 2022 г.
9. "Numerical Simulation of Influence of the Thermal and Mechanical Fluctuations in the Coupling Elements of Microresonators," 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), Gainesville, FL, USA, 2021
10. "Численное моделирование тепловых и механических шумов в элементах связи с оптическими микрорезонаторами" Метрология времени и пространства: Материалы X Международного симпозиума, Менделеево, 06–08 октября 2021 г.
11. "Математическое моделирование терморефрактивных шумов устройств ввода лазерного излучения в микрорезонаторы на волнах шепчущей галереи" VIII научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и специалистов, Менделеево, 06 февраля 2020 г.
12. "Применение устройств на оптических резонаторах с модами шепчущей галереи в метрологии времени и частоты," Метрология времени и пространства : Материалы X Международного симпозиума, Менделеево, 06–08 октября 2021 г.
13. "Перспективы создания аппаратуры для спутникового мониторинга парниковых газов на основе оптических частотных гребено" XI Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 26–28 января 2022 г.
14. "Применение лазеров стабилизированных микрорезонаторами для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана" XI Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 26–28 января 2022 г.

15. "Перспективы создания аппаратуры для спутникового мониторинга парниковых газов на основе оптических частотных гребенок" г. Сочи, Краснодарский край, Россия, 13-18 сентября 2021 г.
16. "Application of the self-injection locked diode lasers for a laser cooling system of a rubidium fountain" Физика ультрахолодных атомов – 2021, Институт лазерной физики СО РАН, 20-22 декабря 2021 г.
17. "Оптоэлектронный контроль частоты диодных лазеров с помощью микрорезонаторов из танталата лития для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана" Форум «Микроэлектроника 2022», г. Зеленоград, 15-16 сентября 2022 г.
18. "Моделирование нелинейных процессов в высокочастотных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов" Нелинейные волны - 2022, Нижний Новгород: ИПФ РАН, 07–13 ноября 2022 г.
19. "Сравнение методов оценки нагрева микрорезонатора из фторида магния при поглощении оптической мощности накачки" XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 24–26 января 2024 г.
20. "В поисках оптимальной температурной точки горячего микрорезонатора из фторида магния" XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, НИЯУ МИФИ, 24–26 января 2024 г.

Личный вклад. Задачи исследования были сформулированы совместно с научным руководителем работы. Все изложенные в работе результаты получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. Лично автором разработана модель для расчета термодинамических флуктуаций в системах с оптическими микрорезонаторами и модель для расчета нагрева микрорезонатора за счет поглощения оптической мощности накачки, а также предложен и реализован метод для расчета эффективных тепловых параметров микрорезонатора. Лично автором были проведены эксперименты по измерению временной зависимости тепловых сдвигов частоты и измерению сдвигов частоты за счет внешнего электрического поля. Автор непосредственно участвовал в анализе экспериментальных данных и результатов моделирования, подготовке основных публикаций по выполненной работе.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях [A1-A13], из которых 5 - статьи [A1-A5], индексируемые в базах SCOPUS, Web of Science, 2 - статьи в журналах, рекомендованных ВАК [A12-A13].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и 0 приложений. Полный объём диссертации составляет 128 страниц, включая 42 рисунка и 7 таблиц. Список литературы содержит 133 наименования.

Глава 1. Термодинамические флуктуации в микрорезонаторах и элементах связи с ними

1.1 Введение

Стабильные лазеры с узкой шириной линии имеют большое значение для многих приложений в науке и технике, таких как метрология длины, спектроскопия высокого разрешения и атомные часы [100]. Одним из наиболее эффективных методов стабилизации и уменьшения ширины линии диодного лазера является затягивание на высокочастотные оптические микрорезонаторы с модами "шепчущей галереи". Затягивание в оптике схоже с затягиванием в радиофизике. Также возможно влиять на свойства генератора с помощью дополнительного колебательного контура. Отличие заключается в способе обратного влияния на генератор. В основе метода затягивания лежит явление обратного рэлеевского рассеяния на внутренних и поверхностных неоднородностях резонатора с модами "шепчущей галереи" [101]. Рэлеевское рассеяние, также называемое упругим, происходит без изменения длины волны излучения на неоднородностях, например, на дефектах в кристаллической решетке материала резонатора. В результате возникает волна обратного рассеяния, которая распространяется обратно в лазерный диод. Если изначально частота генерации была близка к собственной частоте внешнего резонатора, нелинейное взаимодействие в лазерной среде приводит к генерации точно на его собственной частоте и сужению ширины линии. [102]. Экспериментально показано уменьшение ширины линии более чем в тысячу раз возможно с помощью реализации подобной техники [103]. Однако неизбежно возникают вопросы о фундаментальных пределах и ограничениях стабилизации методом затягивания.

Классические варианты реализации затягивания изображены на рисунке 1.1. Схему затягивания лазерного диода на оптический микрорезонатор можно условно разделить на две части: микрорезонатор (области, обозначенные салатовыми пунктирными линиями на рис. 1.1) и элемент связи с микрорезонатором (области, обозначенные пурпурными пунктирными линиями на рис. 1.1). Существуют различные способы связи с оптическими микрорезонаторами. Наиболее распространенными элементами связи, с помощью которых было

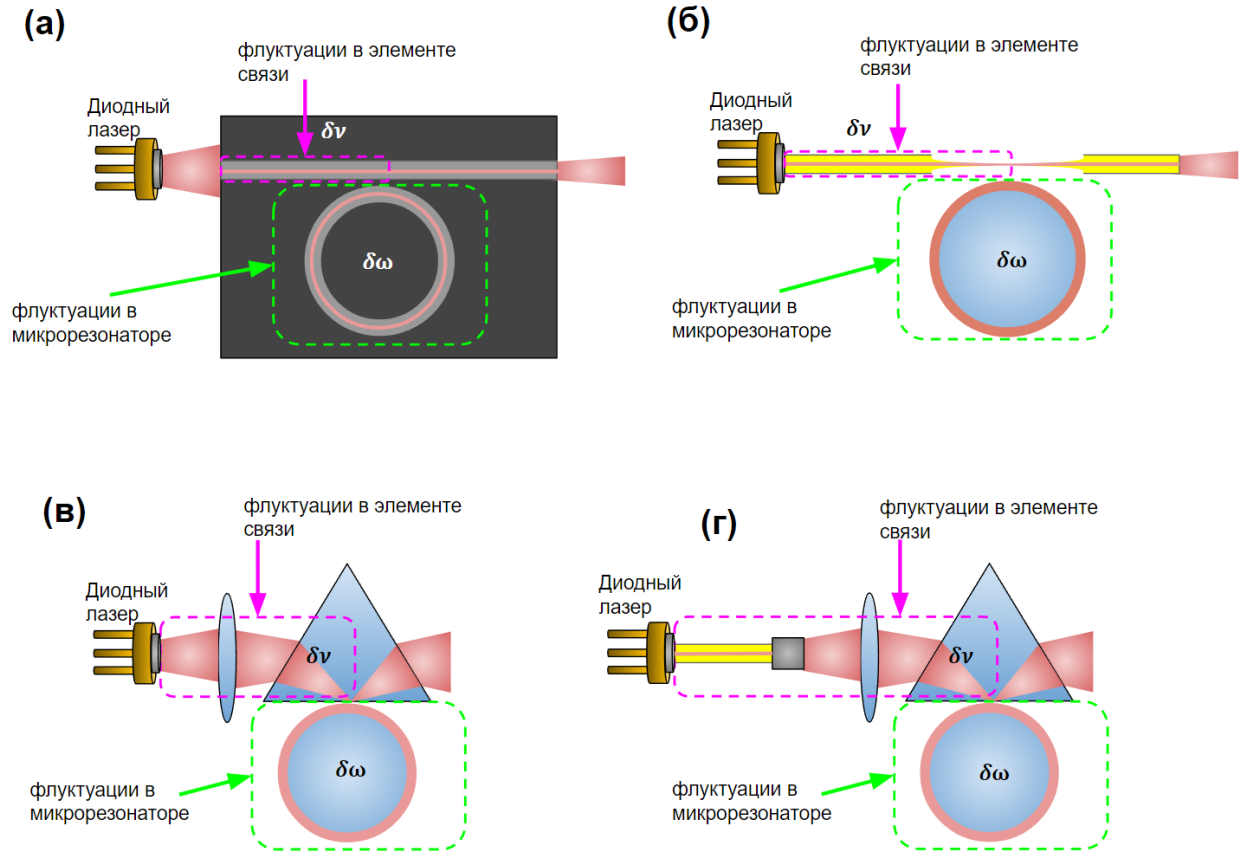


Рисунок 1.1 — Типы связи в режиме затягивания: (а) интегральный волновод, (б) растянутое волокно, (в) призма, (г) комбинация оптического волокна и призмы

реализовано затягивание, является интегральный волновод связи, растянутое волокно, призма, либо комбинация волокна и призмы, изображенные на рисунке 1.1 а,б,в,г соответственно.

Известно, что одним из ограничивающих факторов на эффективность стабилизации методом затягивания является флуктуации резонансных частот микрорезонатора, вызванные равновесными флуктуациями термодинамических переменных, в частности, температуры и механического напряжения.

В большинстве случаев терморефрактивный шум дает наибольший вклад среди тепловых шумов. Для интегральных микрорезонаторов из нитрида кремния также наблюдается, что терморефрактивный шум является основным источником шума, так как термооптический коэффициент ($\beta = \frac{\partial n}{\partial T}$) значительно больше, чем коэффициент теплового расширения ($\alpha_L = \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T}$). В работе [53] было продемонстрировано хорошее согласие экспериментально измерен-

ного спектра терморефрактивного шума в интегральных микрорезонаторах различного диаметра с теоретическими моделями и моделированием методом конечных элементов. Для теоретического описания терморефрактивного шума известно два выражения. Первое получено в рамках Ланжевеновского подхода для флуктуаций температуры [54]:

$$S_{\delta T}(\Omega) = \frac{k_B T^2}{\sqrt{\pi^3 k \rho C \Omega}} \sqrt{\frac{1}{2p+1}} \frac{1}{R_0 \sqrt{d_z^2 - d_r^2}} \frac{1}{(1 + (\Omega \tau_d)^{3/4})^2}, \quad (1.1)$$

где R_0 - радиус микрорезонатора, C - теплоемкость, ρ - плотность, k - теплопроводность материала микрорезонатора, d_z и d_r - это полуширины основной моды с орбитальным числом l , азимутальным числом m , номер меридиональной моды $p = l - m$, $\tau_d = \frac{\pi^{1/3}}{4^{1/3} \frac{\rho C}{k} d_r}$. Ключевыми особенностями являются зависимости $\Omega^{-1/2}$ на низкой частоте и Ω^{-2} на высокой частоте, и зависимость от масштабирования R_0^{-1} . Данная модель дает удовлетворительное согласие с экспериментальными измерениями в микросферах [45].

Другая теоретическая модель терморефрактивного шума основана на методе разложения по тепловым модам [44]. Этот метод не учитывает взаимодействие с внешней средой, что приводит к сильному отклонению на низких частотах от результатов моделирования в виду конечного размера микрорезонатора. Спектральная плотность флуктуаций температуры для данной модели имеет вид:

$$S_{\delta T}(\Omega) = \frac{k_B T^2 R_0^2}{12k V_{eff}} \left(1 + \left(\frac{R_0^2 \rho C \Omega}{3^{5/3} k}\right)^{3/2} + \frac{1}{6} \left(\frac{R_0^2 \rho C \Omega}{8l^{1/3} k}\right)^2\right)^{-1}, \quad (1.2)$$

где V_{eff} - эффективный объем оптической моды. Здесь также наблюдается зависимость Ω^{-2} на низких частотах, однако зависимость от масштабирования имеет более сложный характер, учитывающий эффективный объем моды V_{eff} .

Флуктуации температуры могут быть преобразованы в флуктуации частоты, тогда связь между спектральными плотностями будет выражаться следующим образом:

$$S_{\delta \omega}^{TR} = \left(\frac{\omega_0}{n} \beta\right)^2 S_{\delta T}, \quad (1.3)$$

где ω_0 - резонансная частота, β - термооптический коэффициент.

Для теоретического описания термоупругого шума в микрорезонаторах можно использовать выражение [13]:

$$S_{\delta\omega}^{TE}(\Omega) = \omega_0^2 \frac{k_B \alpha_L^2 T^2}{\rho C V_R} \frac{2R_0^2/\pi^2}{1 + (\Omega R_0^2/D_T \pi^2)^2}, \quad (1.4)$$

где α_L – коэффициент теплового расширения, V_R – объем микрорезонатора, $D_T = \frac{k}{C\rho}$ – коэффициент термодиффузии.

Терморелактивный и термоупругий шум экспериментально наблюдались в кварцевых микросферах [45], в кристаллических [13] и интегральных микрорезонаторах [53], и также теоретически анализировались в ряде работ [44; 54]. Однако экспериментальное измерение частотного шума лазера в режиме затягивания на микрорезонатор зачастую не позволяет достичь уровня шумов, определяемого фундаментальными флуктуациями в микрорезонаторах [55]. Возможным фактором, вносящим вклад в уровень шума лазера в режиме затягивания, могут быть флуктуации в подсистеме элемента связи [104] (области, обозначенные пурпурными пунктирными линиями на рис. 1.1).

Рассмотрим влияние времени задержки τ (например, расстояние между лазером и микрорезонатором) на режим затягивания. Выражение для фазы обратной волны можно записать в виде:

$$\psi = \psi_0 + (\omega_{LS} - \omega_0)\tau, \quad (1.5)$$

где ω_{LS} – частота лазера, ω_0 – собственная частота микрорезонатора. Начальная фазовая задержка ψ_0 , определяющая режим затягивания, может регулироваться настройкой τ или собственной частоты моды микрорезонатора ω_0 в малом диапазоне $|\delta(\omega_0\tau)| < \pi$. Однако, при флуктуациях расстояния δD между лазерным диодом и микрорезонатором происходят флуктуации фазы, которые влияют на стабильность частоты генерации лазера и его ширину линии в режиме затягивания.

Было показано [102], что изменение частоты излучения лазерного диода в режиме затягивания $\delta\nu$ зависят от изменения оптического пути лазерного излучения δD в элементе связи:

$$\delta\nu = \frac{\omega_0^2}{2Q_{mc}} \delta D, \quad (1.6)$$

где $D = \int_L n_{eff}(z)dz$ – оптический путь между диодным лазером и микрорезонатором, n_{eff} – эффективный показатель преломления оптического пути, ω_0

— собственная частота моды микрорезонатора, Q_m — добротность моды микрорезонатора, c — скорость света в вакууме.

В данной главе произведено моделирование методом конечных элементов (МКЭ) с использованием COMSOL Multiphysics флуктуаций оптического пути и, как следствие, частоты генерации лазера в режиме затягивания на микрорезонатор вызванных фундаментальными шумами в различных элементах связи с микрорезонаторами. На основании результатов моделирования сделан вывод об ограничении эффективности оптической обратной связи и произведена оценка вклада этого эффекта в ширину линии генерации лазера в режиме затягивания на микрорезонатор.

1.2 Метод флуктуационно-диссипационной теоремы

Для численного моделирования использовался метод на основе флуктуационно-диссипационной теоремы (ФДТ). ФДТ — это теорема статистической физики, которая связывает флуктуации термодинамических переменных системы (их спектральную плотность) с её диссипативными свойствами [105]. ФДТ выводится из предположения, что реакция системы на небольшое внешнее воздействие имеет ту же природу, что и реакция на флуктуации.

В классической формулировке, отклик линейной системы $x(t)$ на внешнее воздействие $F(t)$ можно представить в виде:

$$x(t) = \int_0^{\infty} \alpha(\tau) F(t - \tau) d\tau \quad (1.7)$$

Причем связь между Фурье компонентами воздействия $\tilde{x}(\Omega) = \int x(t) e^{i\Omega t} dt$ и отклика $\tilde{F}(\Omega) = \int F(t) e^{i\Omega t} dt$ имеет вид:

$$\tilde{x}(\Omega) = \alpha(\Omega) \tilde{F}(\Omega), \quad (1.8)$$

где величина $\alpha(\Omega) = \int \alpha(t) e^{i\Omega t} dt$ называется обобщенной восприимчивостью. Функция $\alpha(\Omega)$ — комплексная, обозначим ее вещественную и мнимую часть $\alpha'(\Omega)$ и $\alpha''(\Omega)$:

$$\alpha(\Omega) = \alpha'(\Omega) + i\alpha''(\Omega). \quad (1.9)$$

Согласно уравнению 124.9 из [46], спектральная плотность флуктуаций термодинамической величины $S_x(\Omega)$ связана с мнимой частью обобщенной восприимчивости $\alpha''(\Omega)$, которая соответствует диссипации в системе, следующим образом:

$$S_x(\Omega) = \hbar \alpha''(\Omega) \coth \left(\frac{\hbar \Omega}{2k_B T} \right). \quad (1.10)$$

Легко получить, что в классическом случае $k_B T \gg \hbar \omega$, S_x выражается следующим образом:

$$S_x(\Omega) = \frac{2k_B T}{\Omega} \alpha''(\Omega). \quad (1.11)$$

1.2.1 Энергетическая формулировка Левина

Рассмотрим линейную систему, описываемую обобщенной координатой x и наблюдаемой y . Пусть на систему действует слабая периодическая обобщенная сила $F = F_0 \cos(\Omega_0 t) q_f(r)$, где $q_f(\vec{r})$ — форм-фактор, определяемый соотношением между обобщенной координатой и наблюдаемой:

$$y = \int_V x(\vec{r}) q_f(\vec{r}) dV \quad (1.12)$$

Можно рассчитать отклик x системы на внешнее воздействие F и рассеянную (диссипативную) в системе мощность $W_{diss}(\Omega)$. Таким образом, учитывая связь между мнимой частью обобщенной восприимчивости и рассеянной в системе мощностью $\alpha''(\Omega) = \frac{2W_{diss}}{\Omega_0 F_0}$ ([46]) и подставив ее в (1.11), спектральная плотность флуктуаций наблюдаемой y будет определяться выражением:

$$S_y(\Omega) = \frac{4k_B T}{\Omega^2 F_0^2} W_{diss} \quad (1.13)$$

В данном случае наблюдаемой является флуктуация частоты $\delta \nu$ лазерного диода в режиме затягивания на микрорезонатор, F_0 — нормировочная постоянная, Ω — частота Фурье.

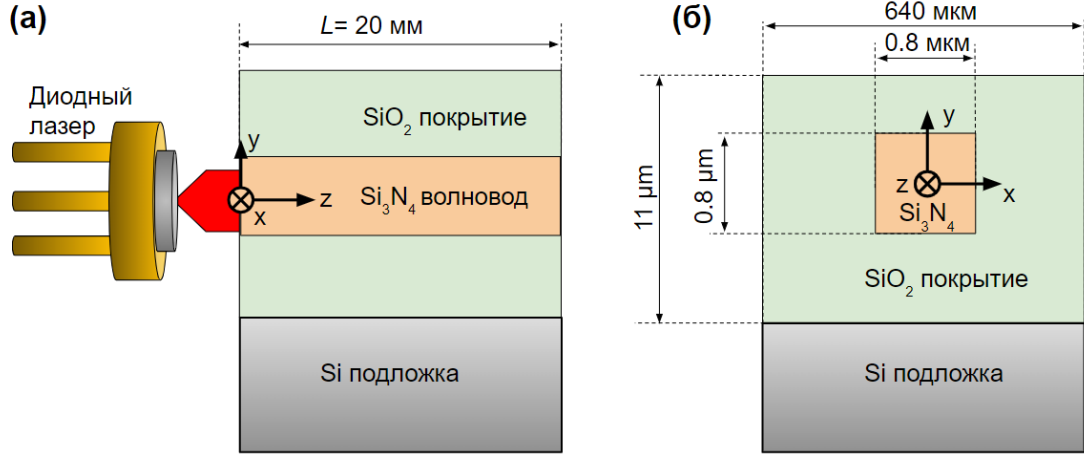


Рисунок 1.2 — Модель интегрального волновода, используемая в моделировании методом конечных элементов: (а) — продольное и (б) — поперечное сечение.

1.3 Шумы в интегральных волноводах связи

Наиболее простым для рассмотрения элементом связи с микрорезонатором является интегральный волновод, показанный на рис. 1.1 (а). Более детальная модель изображена на рисунке 1.2.

Можно связать флуктуации частоты лазера в режиме затягивания $\delta\nu$ и эффективного показателя преломления волновода δn_{eff} , подставив в выражение (1.6) $\delta D = \int_L \delta n_{eff}(z) dz = \int_L \int_S \frac{\delta n_{eff}(z)}{S} dV$:

$$\delta\nu = \int_V \frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \frac{\delta n_{eff}(z)}{S} dV, \quad (1.14)$$

где $S = 0,8 \text{ мкм} \times 0,8 \text{ мкм}$ - площадь поперечного сечения интегрального волновода, Q_m - добротность микрорезонатора, с которым происходит связь с помощью волновода.

1.3.1 Терморефрактивный шум

Терморефрактивный шум вызван флуктуациями температуры. Дисперсию флуктуаций температуры в объеме V можно записать как [46]:

$$\langle \delta T^2 \rangle = \frac{k_B T^2}{C \rho V}. \quad (1.15)$$

Флуктуации температуры приводят к флуктуациям показателя преломления волновода n_{eff} через термооптический коэффициент $\beta_{eff} = dn_{eff}/dT$. В качестве обобщенной координаты было выбрано отклонение температуры δT , а в качестве обобщенной силы – энтропия s . Таким образом, подставить $n_{eff} = \beta_{eff} \delta T$ в (1.14) для наблюдаемой флуктуации частоты лазера $\delta \nu$ в режиме затягивания можно записать в виде:

$$\delta \nu = \int_V \frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \frac{\beta_{eff} \delta T(\vec{r})}{S} dV. \quad (1.16)$$

Видно, что структура формулы (1.16) соответствует структуре формулы (1.12). Следовательно, форм-фактор терморефрактивного шума для наблюдаемой $\delta \nu$ выражается:

$$q_f(\vec{r}) = \frac{\omega_0^2 \beta_{eff}}{2S Q_m c} \quad (1.17)$$

Используя уравнение теплопроводности:

$$\rho C \delta \dot{T} - k \Delta \delta T = T \delta \dot{s} \quad (1.18)$$

и учитывая, что δT и $\dot{s}$ малы, в первом порядке приближения и $\delta T = Re[\tilde{T} e^{-i\Omega t}]$, результате можно получить систему уравнений для численного моделирования методом конечных элементов (см. подробный вывод на стр. 103 в [106]):

$$\begin{cases} i\Omega \rho C \tilde{T} + k \Delta \tilde{T} = i\Omega T_0 F_0 \frac{\omega_0^2 \beta}{2S Q_m c} \\ \tilde{T}|_{\infty} = 0, \end{cases} \quad (1.19)$$

Диссипативную тепловую мощность в интегральном волноводе можно рассчитать, используя выражение [54]:

$$W_{diss} = \int \frac{k}{T} (grad \delta T)^2 dV \quad (1.20)$$

В результате, если подставить выражение (1.20) в (1.13), спектральная плотность флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания, вызванная терморепрограммирующим шумом, имеет вид:

$$S_{\delta\nu}^{TR}(\Omega) = \frac{4k_B T}{\Omega^2 F_0^2} \int \frac{k}{T} (\text{grad } \delta T)^2 dV. \quad (1.21)$$

1.3.2 Броуновский шум

Броуновский шум вызван флуктуациями механического напряжения в материале. Флуктуации механического напряжения по закону Гука преобразуются в смещение поверхности твердого тела и флуктуации его объема δV [44]:

$$\langle \delta V^2 \rangle = k_B \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} T, \quad (1.22)$$

где $\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}$ — коэффициент изотермической сжимаемости. Для броуновского шума обобщенной координатой является поле деформаций (смещений) $\vec{u}$, а обобщенной силой — механическая сила $\vec{F}$. При малых деформациях можно рассматривать изменение длины волновода как локальное изменение показателя преломления $\delta n_{eff} = n_{eff}(\vec{n}_\perp \vec{u})$. Таким образом, подставив δn_{eff} в (1.14), для наблюдаемой величины — флуктуации частоты лазера в режиме затягивания $\delta\nu$ можно записать:

$$\delta\nu = \int \frac{n_{eff} \vec{n}_\perp \vec{u}}{S} \frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \delta(S_w(\vec{r})) dV, \quad (1.23)$$

$S_w(\vec{r})$ — функция, определяющая поверхность, которая равна нулю, когда точка $\vec{r}$ лежит на поверхности, $\vec{n}_\perp$ — единичный вектор нормали к поверхности волновода. Форм-фактор броуновского шума для наблюдаемой $\delta\omega_D$ выражается:

$$q_f(\vec{r}) = \frac{n_{eff}}{S} \frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \vec{n}_\perp. \quad (1.24)$$

Для расчета броуновского шума решалось уравнение упругих колебаний в частотной области в виде $\vec{u}(t) = \text{Re}[\vec{u}e^{-i\Omega t}]$ с возмущением в виде $\vec{F} = F_0 \frac{n}{S} \frac{\omega_m^2}{2Q_m c} \vec{n}_\perp e^{-i\Omega t}$.

$$\begin{cases} -\rho\Omega^2\vec{u} - \nabla(\hat{\sigma}) = 0 \\ \hat{\sigma}\vec{n}_\perp|_S = F_0\frac{n}{S}\frac{\omega_m^2}{2Q_mc}\vec{n}_\perp \end{cases} \quad (1.25)$$

где ρ — плотность материала, Ω — круговая Фурье частота, $\hat{\sigma}$ — тензор механических напряжений, $\vec{u}$ — поле деформаций, F_0 — нормировочная постоянная. Диссипативная механическая мощность в системе определяется по формуле [107]:

$$W_{diss} = \Omega\varphi_0 \int \sum_{ij} \varepsilon_{ik}\sigma_{ik}dV \quad (1.26)$$

где ε_{ik} и σ_{ik} — компоненты тензоров деформаций и механических напряжений соответственно, φ_0 — тангенс угла механических потерь. В результате, если подставить (1.26) в (1.13), спектральная плотность флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания, вызванных броуновским шумом, имеет вид:

$$S_{\delta\nu}^{BR}(\Omega) = \frac{4k_BT}{\Omega F_0^2}\varphi_0 \int \sum_{ij} \varepsilon_{ik}\sigma_{ik}dV, \quad (1.27)$$

где F_0 — нормировочная постоянная, $F_0 = \frac{N \cdot m}{Hz}$.

1.3.3 Термоупругий шум

Термоупругий шум связан с коэффициентом теплового расширения $\alpha_L(T) = \frac{1}{L}\frac{\partial L(T)}{\partial T}$. В методе ФДТ не требуется, чтобы рассматриваемые потери соответствовали обобщенной координате. В случае термоупругого шума удобно принять поле смещений в качестве обобщенной координаты, а механическую силу, действующую на волновод, в качестве обобщенной силы. Более того, структура форм-фактора аналогична броуновскому шуму:

$$q_f(\vec{r}) = \frac{n_{eff}}{S} \frac{\omega_0^2}{2Q_mc} \vec{n}_\perp, \quad (1.28)$$

где $\vec{n}_\perp$ — единичный вектор нормали к поперечной поверхности волновода. В результате совместно численно решались уравнения термоупругости и теплопроводности:

$$\begin{cases} -\rho\Omega^2\vec{u} - \nabla(\hat{\sigma}) = 0 \\ \hat{\sigma}\vec{n}_\perp|_S = F_0\frac{n_{eff}}{S}\frac{\omega_0^2}{2Q_{mc}}\vec{n}_\perp \\ i\Omega\rho C\tilde{T} + k\Delta\tilde{T} = i\Omega T_0\alpha_{ij}\sigma_{ij} \\ \tilde{T}|_\infty = 0 \end{cases} \quad (1.29)$$

Далее рассчитывались потери так же, как и для случая терморефрактивного шума (1.20). Обратите внимание, что хотя изменение энтропии применяется к объему, все полученные силы были приложены к направляющим поверхностям.

1.3.4 Фотоупругий шум

Для фотоупругого шума обобщенной координатой является поле смещений $\vec{u}$, а обобщенной силой — механическая сила $\vec{F}$. Для фотоупругого шума изменение длины волновода будет связано с изменением показателя преломления через коэффициент фотоупругости p :

$$\delta n \approx \frac{n^3 p}{2} \left(\frac{\delta L}{L} + \frac{\delta w}{w} + \frac{\delta t}{t} \right), \quad (1.30)$$

где w и t — ширина и толщина волновода соответственно, площадь поперечного сечения волновода $S = w \cdot t$.

Пусть наблюдаемой является частота лазера $\delta\nu$, тогда

$$\delta\nu = \int_S \frac{\omega_0^2 n_{eff}^3 p_{eff}}{4Q_{mc}} \left(\frac{u_x|_S}{Lt} dydz + \frac{u_y|_S}{wL} dx dz + \frac{u_z|_S}{wt} dx dy \right). \quad (1.31)$$

В результате форм-фактор фотоупругого шума равен:

$$q_f(\vec{r}) = \frac{\omega_0^2}{4Q_{mc}} \frac{n_{eff}^3 p}{LS} \vec{n}_\perp. \quad (1.32)$$

В итоге полученные выражения форм-факторов $q_f(r)$ (см. выражение (1.12)) для рассматриваемых шумов обобщены в виде таблицы 1.

Таблица 1 — Полученные выражения форм-фактора $q_f(r)$ (см. выражение (1.12)) для рассматриваемых шумов

тип шума	x	F	$q_f(\vec{r})$	W_{diss}
терморефрактивный	δT	S	$\frac{\omega_0^2 \beta}{2SQ_{mc}}$	$\int \frac{k}{T} (grad \delta T)^2 dV$
термоупругий	$\vec{u}$	$\vec{F}$	$\frac{n_{eff}}{S} \frac{\omega_0^2}{2Q_{mc}} \vec{n}_z$	$\int \frac{k}{T} (grad \delta T)^2 dV$
Броуновский	$\vec{u}$	$\vec{F}$	$\frac{n_{eff}}{S} \frac{\omega_0^2}{2Q_{mc}} \vec{n}_z$	$\Omega \varphi_0 \int \sum_{ij} \varepsilon_{ik} \sigma_{ik} dV$
фотоупругий	$\vec{u}$	$\vec{F}$	$\frac{\omega_0^2}{4Q_{mc}} \frac{n_{eff}^3 p}{LS} \vec{n}_\perp$	$\Omega \varphi_0 \int \sum_{ij} \varepsilon_{ik} \sigma_{ik} dV$

1.3.5 Сравнение вкладов различных шумов

Фундаментальные шумы в интегральных волноводах Si_3N_4 моделировались методом конечных элементов. Для этого использовались физические параметры материала волновода из таблицы 2. Рис. 1.3 показывает, что терморефрактивный шум доминирует в интегральных волноводах на частотах $1 - 10^7$ Гц. Полученный результат аналогичен случаю с шумами интегральных микро-резонаторов из Si_3N_4 [53].

Таблица 2 — Параметры волновода, используемого для моделирования МКЭ

Параметр	Si_3N_4	SiO_2
Плотность ρ (кг/м ⁻³)	$3.29 \cdot 10^3$	$2.20 \cdot 10^3$
Показатель преломления n	1.996	1.44
Термооптический коэффициент β (1/К)	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$9.4 \cdot 10^{-6}$
Теплопроводность k (Вт/(м · К))	20	1.4
Удельная теплоемкость C (Дж/(кг · К))	800	730
Модуль Юнга E (Па)	$250 \cdot 10^9$	$70 \cdot 10^9$
Коэффициент Пуассона μ	0.23	0.17
Коэффициент теплового расширения α_L (1/К)	$2.3 \cdot 10^{-6}$	$0.5 \cdot 10^{-6}$
Коэффициент механических потерь φ_0	$8 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$
Коэффициент фотоупругости p	0.047	—

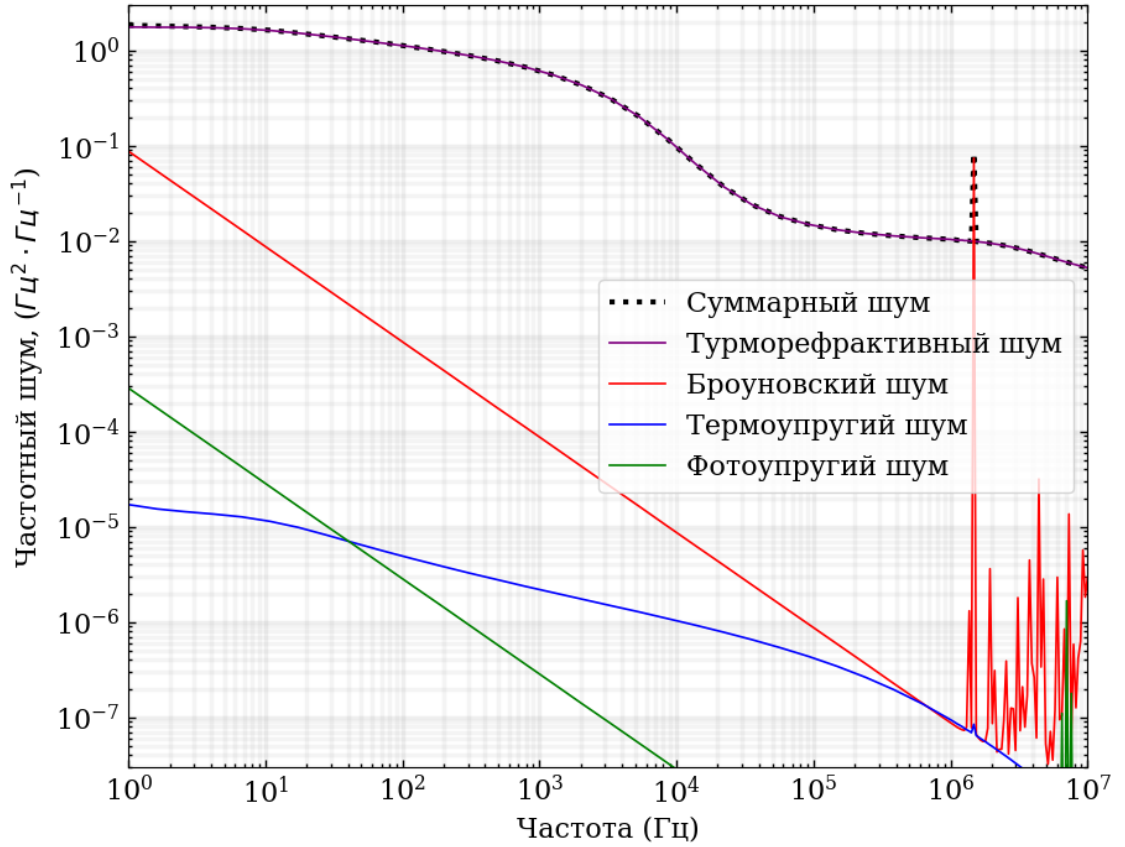


Рисунок 1.3 — Численное моделирование вкладов различных флуктуаций в волноводе в частотные шумы лазера в режиме затягивания: турморефрактивный (фиолетовая кривая), термоупругий (синяя кривая), фотоупругий (зеленая кривая) и броуновский (красная кривая) шумы. Сумма всех вкладов изображена черной пунктирной кривой.

1.4 Сравнение шумов в элементе связи с шумами микрорезонатора

Уравнения (1.1) и (1.2) являются идеализацией, в которой используются однородные материалы и не учитываются внешние условия среды, в которую помещен микрорезонатор. Очевидно, что данные предположения могут не соответствовать реальным резонаторам, в частности интегральным микрорезонаторам из нитрида кремния Si_3N_4 . Поэтому в данной работе производилось моделирование фундаментальных шумов микрорезонатора методом конечных элементов на основе ФДТ, учитывающей геометрию реальных микрорезонаторов и различные внешние условия среды, в которую помещен микрорезонатор.

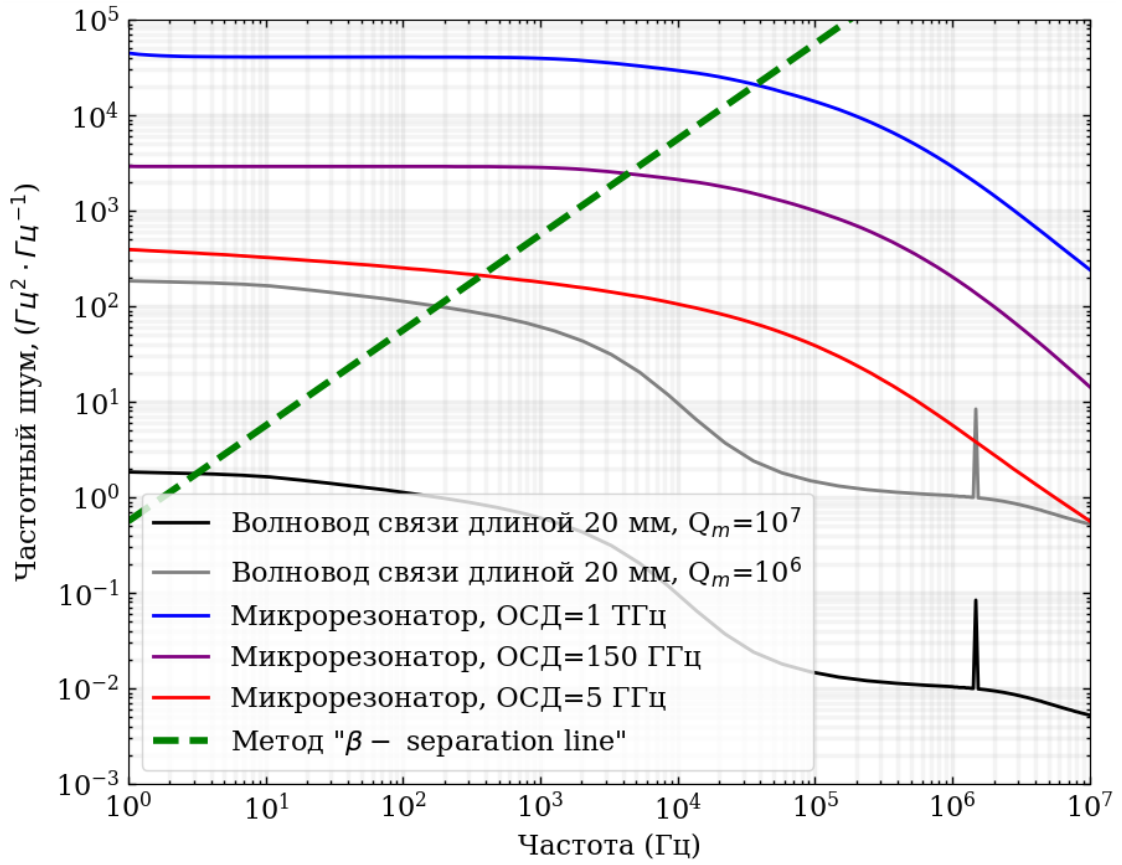


Рисунок 1.4 — Сравнение частотного шума интегральных микрорезонаторов с разными ОСД (1 ТГц - синяя кривая, 150 ГГц - фиолетовая кривая, 5 ГГц - красная кривая) и интегральных волноводов связи длиной $L = 20$ мм с микрорезонаторами с добротностью $Q_m = 10^7$ и $Q_m = 10^6$ (черная и серая кривая соответственно). Зеленая пунктирная линия – метод " β -separation line": $S_\beta(f) = 8 \ln(2)f/\pi^2$ [108].

Наблюдаемой величиной для терморефрактивного шума микрорезонатора являются флуктуации резонансной частоты $\delta\omega$. Используя теорию возмущений, можно записать относительный сдвиг резонансных частот для терморефрактивного шума:

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = -\frac{\int \delta T(\vec{r}) \epsilon_0 n \beta |\vec{E}_{WGM}(\vec{r})|^2 d^3r}{W_{WGM}}, \quad (1.33)$$

где ω_0 – резонансная частота микрорезонатора, $\delta\omega_{TR}$ – отклонение резонансной частоты, $W_{WGM} = \int \vec{E}_{WGM}(\vec{r}) \epsilon_0 \hat{\epsilon} \vec{E}_{WGM}(\vec{r}) dV$ – полная энергия электрического поля моды, $\vec{E}_{WGM}(\vec{r})$ – электрическое поле моды, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная, $\hat{\epsilon}$ – тензор диэлектрической проницаемости.

Для численного моделирования терморефрактивных и термоупругих шумов в оптических микрорезонаторах методом конечных элементов решалась

система уравнений:

$$\begin{cases} -\rho\Omega^2\vec{u} - \nabla(\hat{\sigma}) = 0 \\ \hat{\sigma}\vec{n}_\perp|_S = \vec{F} \\ i\Omega\rho C\tilde{T} + k\Delta\tilde{T} = i\Omega T_0\alpha_{ij}\sigma_{ij} + i\Omega S_0T\frac{\int\omega_0\varepsilon_0n\beta|\vec{E}_{WGM}(\vec{r})|^2d^3r}{W} \\ \tilde{T}|_\infty = 0 \end{cases} \quad (1.34)$$

В результате была рассчитана спектральная плотность флуктуаций частоты, вызванных терморефрактивным и термоупругим шумом (см. рис. 1.4) с помощью выражения (1.21). Далее было проведено сравнение шума в интегральном волноводе с шумом в интегральных микрорезонаторах с ОСД = 1 ТГц, 150 ГГц и 5 ГГц. ОСД – область свободной дисперсии (межмодовый интервал), определяемая выражением $\text{ОСД} = \frac{c}{2\pi R_0 n_{eff}}$, где c – скорость света в вакууме, R_0 – радиус микрорезонатора, n_{eff} – эффективный показатель преломления микрорезонатора. На рис. 1.4 видно, что шум микрорезонатора уменьшается с уменьшением ОСД (то есть с увеличением радиуса микрорезонатора). Однако рис. 1.4 показывает, что общий шум в интегральном волноводе связи, учитывая добротность микрорезонатора $Q_m = 10^7$ (черная линия), пренебрежимо мал по сравнению с шумом интегральных микрорезонаторов. Уровень частотного шума интегрального волновода составляет порядка $10^{-2} \text{ Гц}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$ на частотах 1 МГц, что меньше результатов [33] более чем в 100 раз. Тем не менее, формулы (1.6) и (1.14) показывают, что шум в элементе связи в случае затягивания зависит от добротности микрорезонатора с которым происходит связь. Если считать добротность микрорезонатора $Q_m = 10^6$ (серая линия на рис. 1.4), то шум в элементе связи сопоставим с шумами микрорезонатора с ОСД порядка единиц ГГц. При этом из формулы (1.33) видно, что тепловой сдвиг частоты и терморефрактивный шум в микрорезонаторе не зависят от добротности Q_m микрорезонатора.

Возможным способом уменьшения терморефрактивного шума является помещение установки с микрорезонатором в криостат. Так, например, термооптический коэффициент нитрида кремния β обладает зависимостью от температуры. В статье [94] было измерено влияние терморефрактивного шума на стабильность частотных характеристик оптического солитона. Для этого использовались данные $dn_{Si_3N_4}(T)/dT = 3.211 \cdot 10^{-7} - 1.990 \cdot 10^{-8} \cdot T + \dots$ и $dn_{SiO_2}(T)/dT = -1.167 \cdot 10^{-7} + 1.727 \cdot 10^{-8} \cdot T + \dots$, полученные в статье [109].

Одной из наиболее распространенных характеристик лазеров является ширина линии. Существует несколько различных методов оценки ширины линии по спектральной плотности частотного шума. Максимальная ширина линии лазерного излучения обусловленная шумами в интегральном волноводе оценивалась как дисперсия частоты (см. (3.74) из [1], глава 3):

$$\Delta\nu_{rms} = \sqrt{\int_{\frac{1}{\tau}}^{f_c} S_{\delta\nu}(f) df}, \quad (1.35)$$

где τ — время усреднения (время измерения), f_c — частота среза высоких частот. Используя $\tau = 1$ с, $f_c = \Omega_c/2\pi = 5$ МГц, получаем $\Delta\nu_{rms} \sim 0,5$ кГц. Кратковременную ширину линии, используемую в [33], можно рассматривать как оценку минимально возможной ширины линии (см. (3.70) из [1], глава 3):

$$\Delta\nu = \pi S_{\delta\nu}(f_c). \quad (1.36)$$

Эта оценка для $f_c = \Omega_c/2\pi = 5$ МГц дает нам $\Delta\nu \sim 10^{-1}$ Гц. Другой метод расчета эффективной ширины линии $\Delta\nu_{eff}$ дает интегральное уравнение, которое необходимо решить [110]:

$$\int_{\Delta\nu_{eff}}^{\infty} \frac{S_{\delta\nu}}{f^2} df = \frac{1}{\pi}. \quad (1.37)$$

Данная оценка дает $\Delta\nu_{eff} \sim 4$ Гц, что больше результатов [33]. Также была проведена оценка ширины линии $\Delta\nu_{\beta} \sim 3$ Гц, используя метод "β-separation line"[108], который хорошо согласуется с (1.37). Видно, что разные методы оценки ширины линии могут давать разные результаты и поэтому всегда необходимо указывать метод, по которому рассчитывалась ширина линии, особенно для коммерческих продуктов.

Далее была исследована зависимость частотного шума в элементе связи от длины волновода L . На рис. 1.5 показано, что вклад волновода в кратковременную ширину линии, определяемую уравнением (1.36), линейно пропорционален длине волновода. Из формулы (1.14) видно, что шум элемента связи в случае затягивания зависит от добротности Q_m микрорезонатора, с которым происходит связь, и становится существенным при определенных соотношениях радиуса микрорезонатора R_0 и длины волновода связи L . На рис. 1.5 точка пересечения черной и фиолетовой пунктирной линии показывает, что для связи с микрорезонатором с добротностью $Q_m = 10^7$ и ОСД = 0.1 ГГц вклад шумов

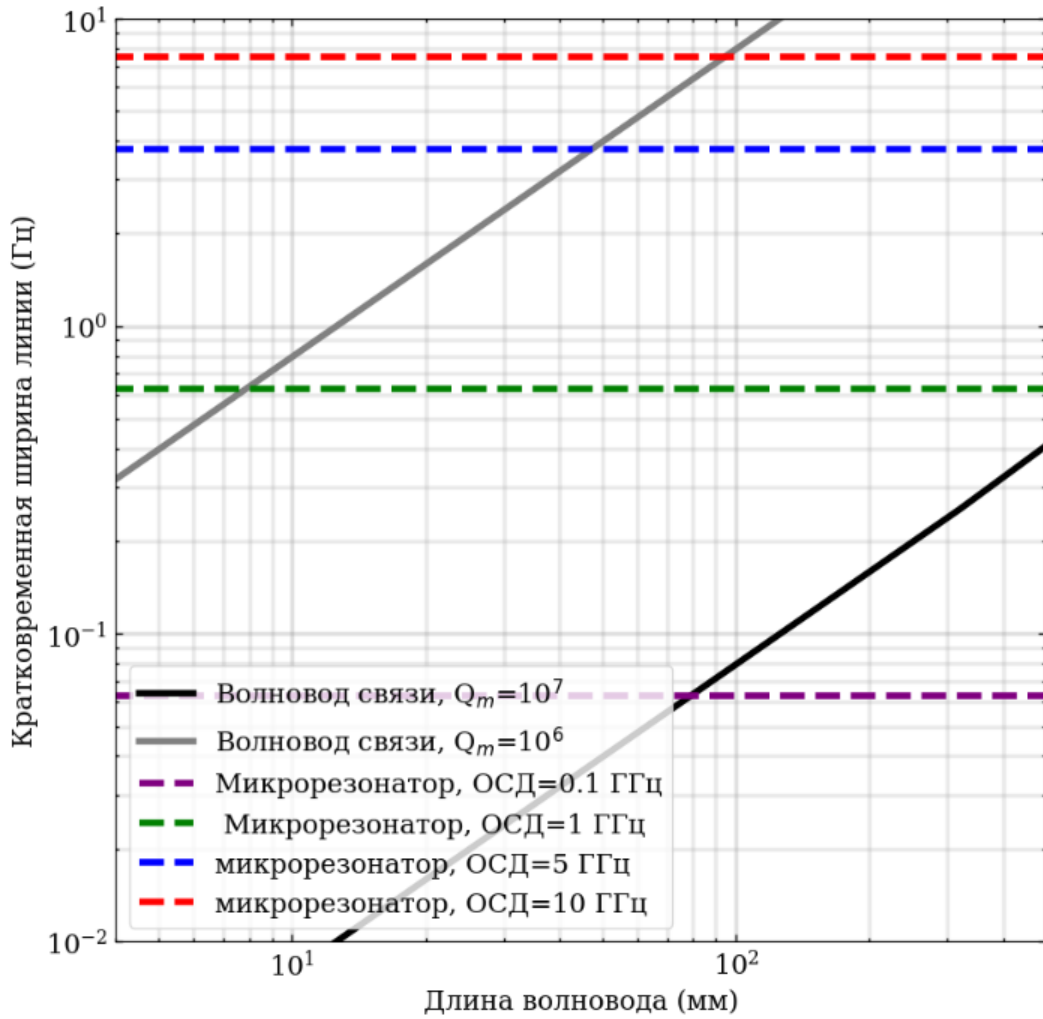


Рисунок 1.5 — Зависимость кратковременной ширины линии, определяемой волноводом связи, от его длины. Горизонтальные пунктирные линии – ширина линии определяемая микрорезонатором

в элементе связи необходимо учитывать при использовании волноводов длиной более $L=80$ мм. Однако, если добротность микрорезонатора из нитрида кремния ниже, например, $Q_m=10^6$ (серая линия на рис. 1.5), ограничение на длину волновода L может быть более существенным, например, не более 8 мм для микрорезонатора с ОСД 1 ГГц.

Несмотря на то, что полученные результаты показывают, что шум в волноводе связи пренебрежимо мал по сравнению с шумом микрорезонатора с добротностью более 10^7 и ОСД более 1 ГГц, существуют области, где шум волновода становится существенным: микрорезонаторы с добротностью менее 10^7 , ОСД менее 1 ГГц и длиной волновода связи более 10 мм. В работе [111] утверждается, что увеличение оптического пути между лазером и микрорезонатором увеличивает время жизни фотона, что может привести к повышению эффектив-

ности стабилизации методом затягивания и, как следствие, сужению ширины линии лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор. Увеличение оптического пути требует увеличения длины волновода, что, как показано было в данной главе, приведет к увеличению термодинамических флуктуаций в этом волноводе. Таким образом может возникнуть задача оптимизации длины волновода.

В последнее время часто используются спиральные микрорезонаторы с ОСД менее 1 ГГц. В работе [97] демонстрируется затягивание лазера на спиральный микрорезонатор с ОСД 0.8 ГГц и добротностью 10^7 . В качестве элемента связи использовалась Брэгговская решетка в виде волновода длиной 6.5 мм. Полученная кратковременная ширина линии $\Delta\nu$ составила 3.8 Гц, которая определяется терморефрактивным шумом микрорезонатора (приблизительно зеленая пунктирная линия на рис. 1.5). Однако, если добротность микрорезонатора деградирует до 10^6 или использовать микрорезонатор с меньшим ОСД, то ширину линии будет ограничивать терморефрактивный шум в элементе связи.

Также можно заметить в выражении (1.14), что сдвиг частоты в элементе связи пропорционален квадрату собственной частоты микрорезонатора $\delta\nu \sim \omega_0^2$, а значит, что спектральная плотность флуктуаций частоты – четвертой степени $S_{\delta\nu} \sim \omega_0^4$. Поэтому вклад флуктуаций в элементе связи будет значительно больше при использовании лазерных диодов в режиме затягивания в видимом и УФ диапазонах излучения.

Другим случаем, когда шумы в элементе связи могут быть существенны – использование интегральных волноводов в качестве элемента связи с дисковыми микрорезонаторами [112]. Дисковые микрорезонаторы имеют меньший уровень шума по сравнению с интегральными микрорезонаторами за счет возможности использования материалов с меньшим термооптическим коэффициентом и, обычно, большего эффективного объема электромагнитной моды. Поэтому представленные в работе математические модели целесообразно использовать и для моделирования систем с дисковыми микрорезонаторами. Например, альтернативой элементам связи – волноводам могут выступать растянутые волокна. При этом длина оптического волокна, соединяющего лазер и область связи с микрорезонатором может составлять несколько метров. Аналогично тому, как рассчитывались флуктуации в интегральном волноводе, был рассчитан частотный шум для случая элемента связи – оптического волокна SMF-28 [113; 114] (см. Рис. 1.6) с сердцевинной диаметром $9.2\mu\text{m}$, изменив

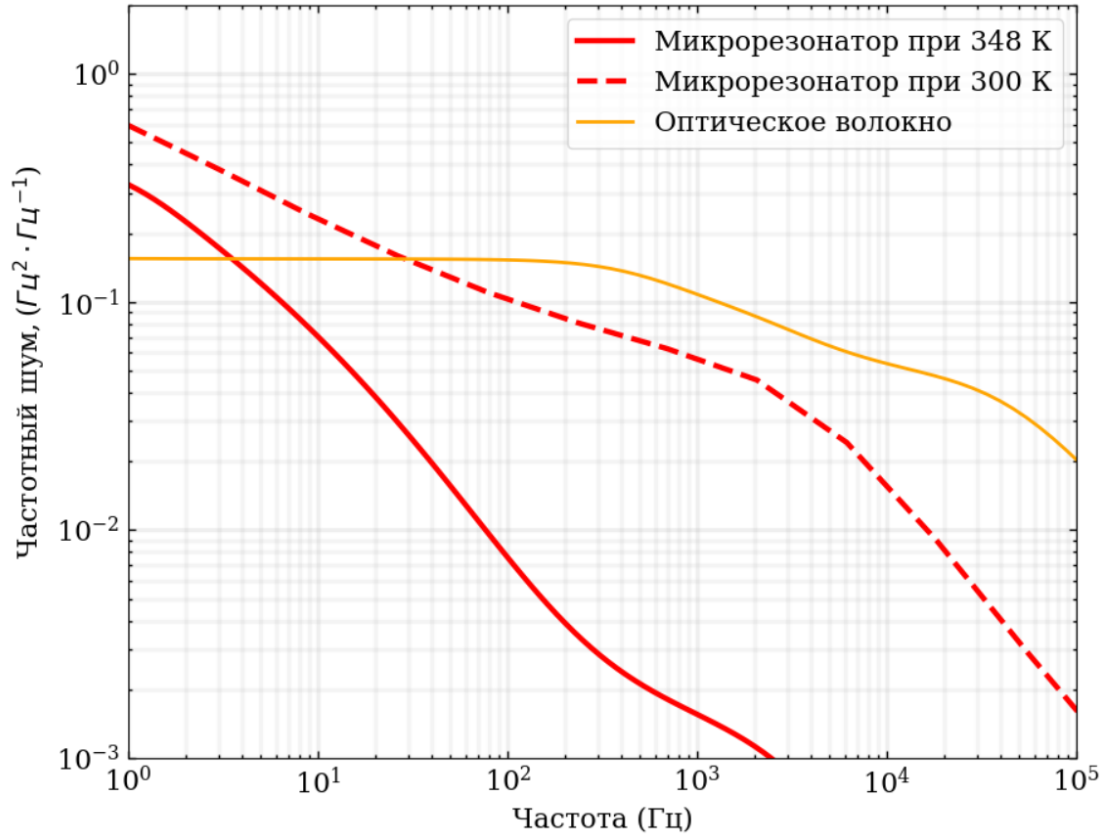


Рисунок 1.6 — Желтая сплошная линия – шум в элементе связи для случая оптического волокна SMF-28 [113; 114] (см. Рис. 1.1 (б)) с сердцевиной диаметром 9.2 мкм и длиной 40 см, учитывая, что добротность микрорезонатора 10^8 . Красная пунктирная и сплошная линия – шум дискового микрорезонатора из MgF_2 радиусом $R_0 = 3.5$ мм при температуре 300 К и 348 К соответственно.

площадь поперечного сечения в модели на $S = \pi(9.2\mu\text{м})^2/4$. Так как длина оптического волокна может быть довольно большой, возможно подобрать такие соотношение длины оптического волокна и добротности микрорезонатора, что вклад шумов в элементе связи будет превосходить шумы в микрорезонаторе (см. Рис. 1.6). В расчетах численно решалась система (1.29) для MgF_2 микрорезонатора с латунной ножкой с учетом температурной зависимости тепловых коэффициентов (термофракции $\beta(T) = \frac{\partial n(T)}{\partial T}$ и теплового расширения $\alpha_L(T) = \frac{1}{L} \frac{\partial L(T)}{\partial T}$) MgF_2 [115]:

$$\frac{\partial n_e(T)}{\partial T} = (0.04183 - 5.63233 \cdot 10^{-4} \cdot T) \cdot 10^{-5}, \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial n_o(T)}{\partial T} = (0.09797 - 5.57293 \cdot 10^{-4} \cdot T) \cdot 10^{-5}, \quad (1.39)$$

$$\alpha_L(T) = 4.64 \cdot 10^{-6} + 6.45 \cdot 10^{-8} \cdot T - 6.69 \cdot 10^{-11} \cdot T^2. \quad (1.40)$$

Получено, что при 348 градусах, в точке нулевой терморефракции для микрорезонаторов больших радиусов ($\approx R_0 > 2$ мм) наблюдается значительное снижение шума. На рисунке 1.6 видно, что при 348 К в диапазоне частот (3 Гц; 10^5 Гц) шум в элементе связи превосходит шум в микрорезонаторе и, следовательно, флуктуации в элементе связи будут определять ширину линии генерации для данной системы.

Также необходимо отметить, что, несмотря на то, что ширина линии является общепринятой характеристикой лазерного излучения, наиболее корректно сравнивать значения частотного шума на разных частотных отстройках (кривые спектральной плотности). Это связано с тем, что измеряемая ширина линии обычно зависит от измерительного устройства (времени интегрирования, частоты среза и т. д.). Например, дисковый микрорезонатор в [13] обладал частотным шумом порядка $1 \text{ Гц}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$ на частотах 10^3 Гц, что ниже измеренного в интегральном микрорезонаторе [33] ($10^4 \text{ Гц}^2 \cdot \text{Гц}^{-1}$ на частотах 10^3 Гц), несмотря на то, что ширина линии, измеренная в дисковом микрорезонаторе составляла 25 Гц [13] против 1,2 Гц во интегральном микрорезонаторе [33]. То есть ширина линии зависит от прибора, методики измерения, времени усреднения и других условий.

1.5 Термодинамические флуктуации в установке с призмой

В отличие от интегрального волновода и оптического волокна, в установке с призмой разумно применить геометрическое приближение для лазерного излучения, так как есть участки оптического пути между лазерным диодом и микрорезонатором с расходящимися световыми пучками и размер лазерного пучка может достигать нескольких миллиметров. Для этого в модели были построены геометрические фигуры (конусы), приблизительно соответствующие распространению гауссовского пучка в свободном пространстве.

Для расчета броуновского шума в установке с призмой была спроектирована модель, изображенная на рисунке (1.7). В качестве граничного условия было зафиксировано основание установки. Далее рассчитывалась рассеянная

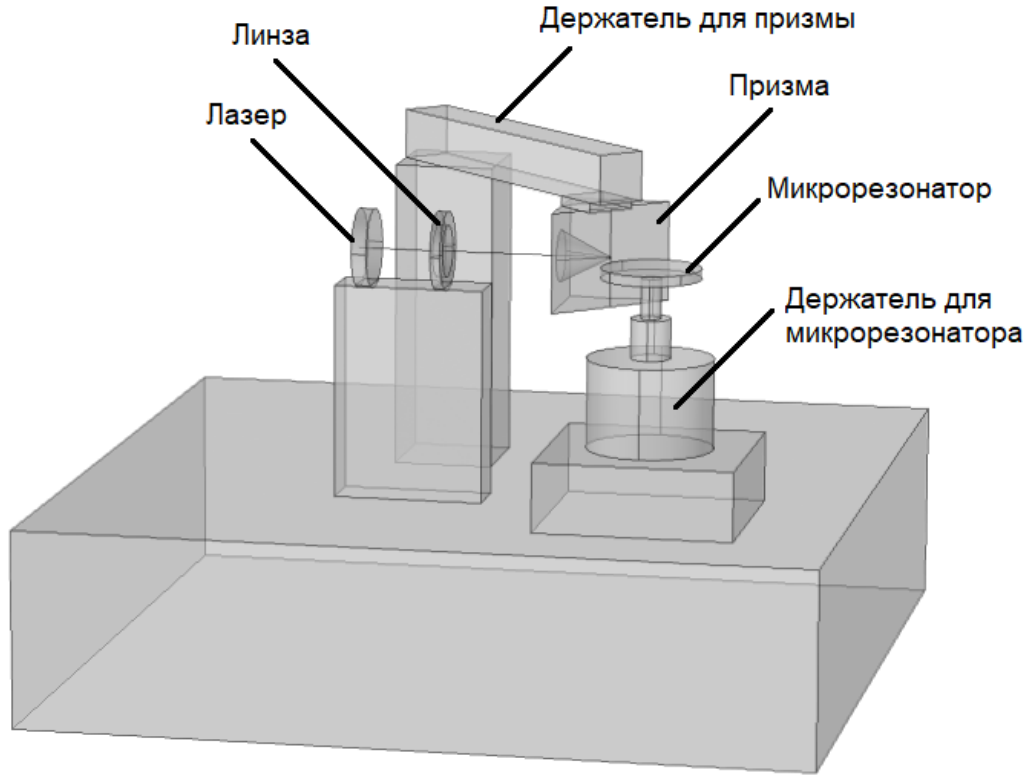


Рисунок 1.7 — Геометрия установки с призмой.

энергия по всему объему модели и спектральная плотность флуктуаций частоты аналогично интегральному волноводу. В результате был рассчитан вклад флуктуаций в элементе связи – призме, изображенный на рисунке 1.8. Видно, что флуктуации в призме пренебрежимо малы по сравнению с флуктуациями в микрорезонаторе.

Для проверки результатов численного моделирования проводилось сравнение броуновского шума, рассчитанного с помощью ФДТ и полученного методом разложения по механическим модам [116], [117], в основе которого лежит использование теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы. В этом методе система рассматривается как суперпозиция гармонических осцилляторов, заключенная энергия в которых равна $k_B T$. Таким образом, передаточная функция всей системы является суммой вклада каждого осциллятора, то есть выражается как:

$$H(\Omega) = \sum_n \frac{1}{-m_n \Omega^2 + m_n \Omega_n^2 [1 + i \varphi_n(\Omega)]} \quad (1.41)$$

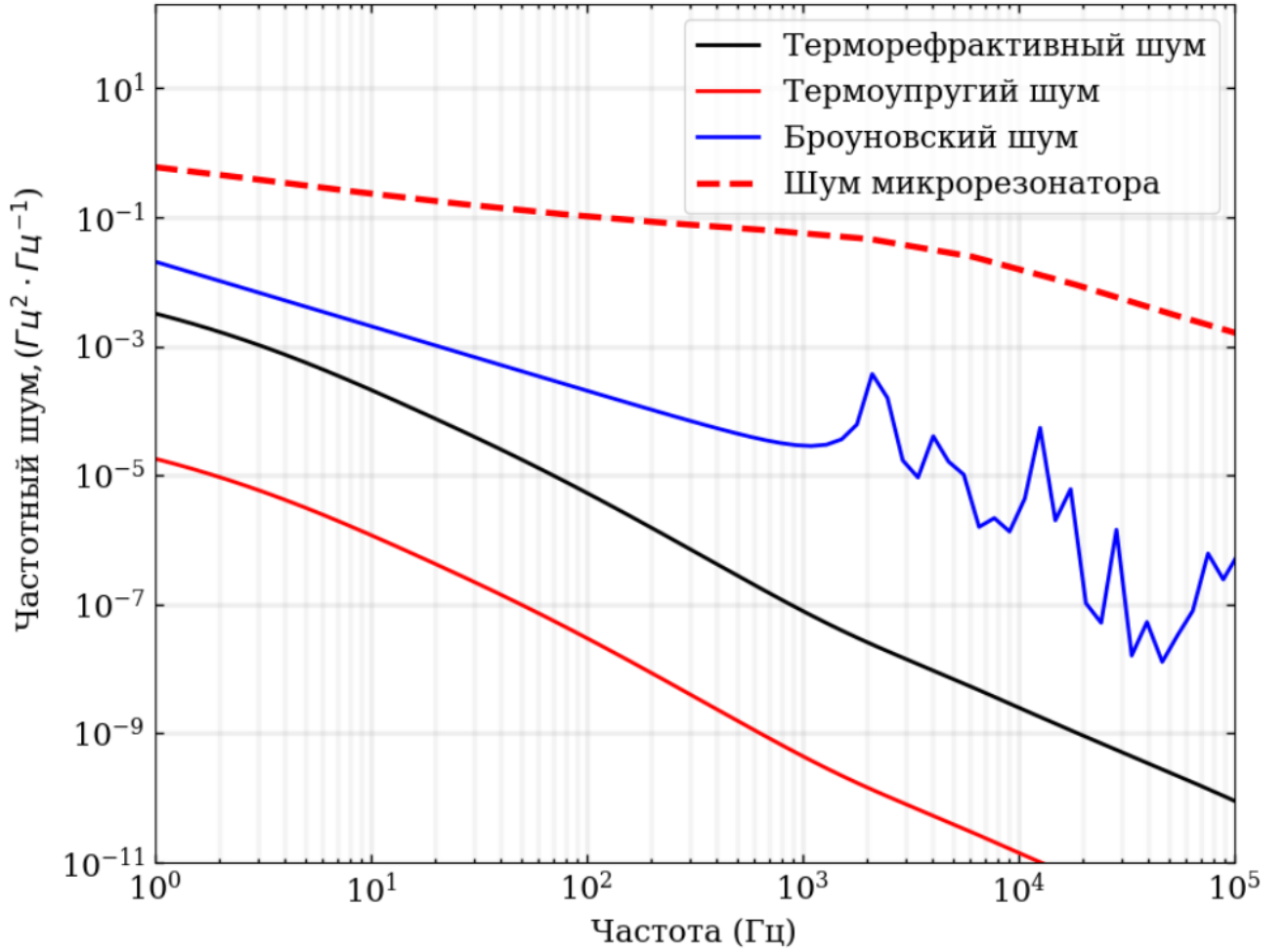


Рисунок 1.8 — Красная, черная и синяя сплошные линии – термоупругий, терморелактивный и броуновский шум соответственно в элементе связи для случая SiO_2 призмы. Красная пунктирная линия – шум микрорезонатора из MgF_2 с радиусом 3.5 мм.

где Ω_n – частоты механических резонансов, $\varphi_n(\Omega)$ – тангенс угла потерь. Эффективная масса m_n [117] определяется следующим образом:

$$m_n = \frac{1}{[u_n(r_0)]^2} \int \rho [u_n(r)]^2 dV, \quad (1.42)$$

где ρ – плотность материала резонатора, $u_n(r)$ – поле смещений, r_0 – точка наблюдения. Значение $[u_n(r_0)]$ вычислялось как среднее по объему установки с призмой.

Используя передаточную функцию (1.41), можно получить спектральную плотность флуктуаций смещения δD , вызванных броуновским шумом системы, которые можно пересчитать в флуктуации частоты лазера в режиме затягива-

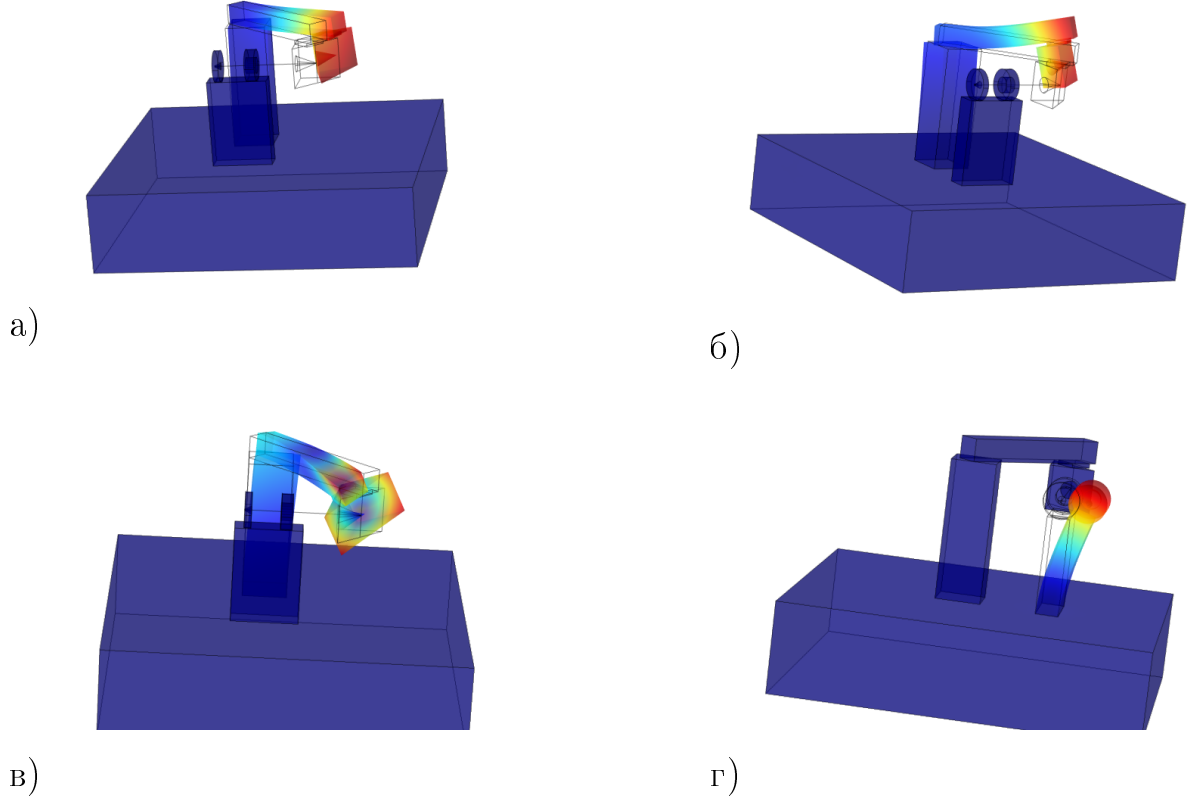


Рисунок 1.9 — Различные механические моды установки: а) 2265 Гц, б) 2684 Гц, в) 4312 Гц г) 12976.2 Гц.

ния $\delta\nu$ по формуле 1.6:

$$S_{\delta D}^{BR}(\Omega) = \sum_n \frac{4k_B T}{\pi\Omega} \frac{\Omega_n^2 \varphi_n(\Omega)}{(\Omega^2 - \Omega_n^2)^2 + \Omega_n^4 \varphi_n^2(\Omega)}, \quad (1.43)$$

которые можно пересчитать в флуктуации частоты лазера в режиме затягивания $\delta\nu$ по формуле 1.6:

$$S_{\delta\nu}^{BR}(\Omega) = \sum_n \left(\frac{\omega_0^2}{2Q_m c} \right)^2 \frac{4k_B T}{\pi\Omega} \frac{\Omega_n^2 \varphi_n(\Omega)}{(\Omega^2 - \Omega_n^2)^2 + \Omega_n^4 \varphi_n^2(\Omega)}. \quad (1.44)$$

В результате моделирования были рассчитаны различные механические моды для установки с призмой (1.9) и спектральная плотность флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания $S_{\delta\nu}$, вызванной броуновским шумом, которые изображены на рисунке (1.10). Видно, что предложенный метод разложения по механическим модам хорошо сходится с методом на основе ФДТ, что подтверждает правильность произведенных расчетов.

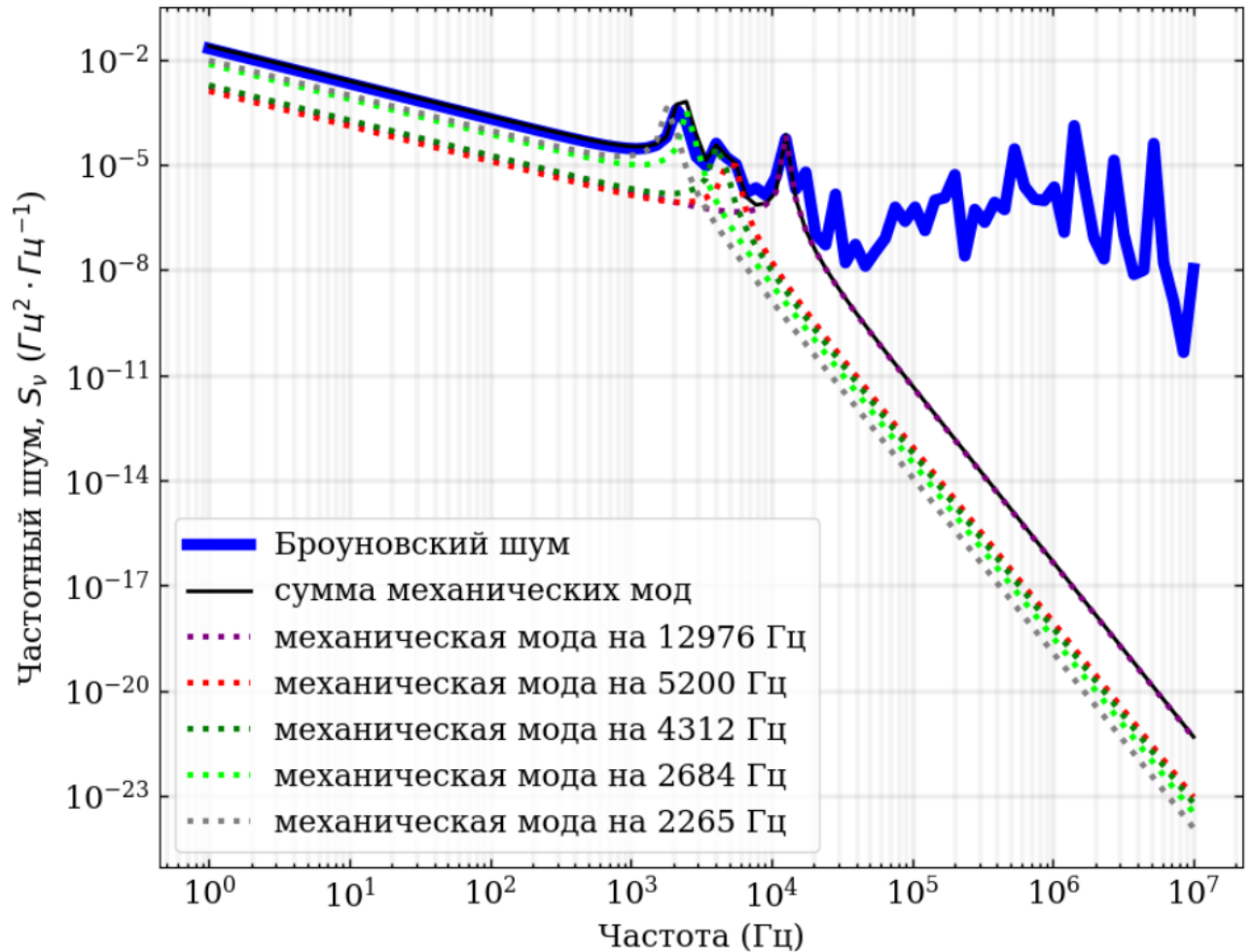


Рисунок 1.10 — Сравнение расчета броуновского шума двумя методами, метод ФДТ [106]: (синий цвет) и метод разложения по механическим модам [116]: зеленый, красный, голубой, фиолетовый, желтый соответствуют вкладам в броуновский шум от различных механических мод (с соответствующими резонансными частотами: 2265 Гц, 2684 Гц, 4312 Гц, 5267 Гц, 12976 Гц); черный – суммарный вклад в броуновский шум от перечисленных механических мод, рассчитанный методом разложения по механическим модам.

1.6 Выводы

В данной главе был произведен расчет фундаментальных шумов с помощью Флуктуационно-диссипационной теоремы и метода конечных элементов в оптических микрорезонаторах и элементах связи с ними. Были рассчитаны вклады терморефрактивного, термоупругого, фотоупругого и броуновского шумов в различных элементах связи с оптическими микрорезонаторами, включая интегральный волновод, растянутое волокно и установку с призмой, в спектральной плотности флуктуаций частоты лазера в режиме затягивания. Было проведено сравнение шумов в элементах связи с шумами микрорезонатора и найдены условия, при которых шумы в элементе связи будут превалировать.

Была произведена оценка вклада в ширину линии лазера в режиме затягивания флуктуаций в элементе связи. Было установлено, что для интегрального волновода из нитрида кремния ($S = 0,8 \times 0,8$ мкм) длиной 20 мм и длиной волны 1,5 мкм ограничение ширины линии, связанное с шумами в элементе связи, находится на уровне 0,5 кГц при времени усреднения $\tau = 1$ с. На основе моделирования был сделан вывод, что экспериментальные результаты, полученные, например, в исследовании [55] 1 кГц, ограничены другими флуктуационными процессами, включая лазерный шум, механические вибрации под воздействием сейсмических сигналов и нелинейные эффекты. Также было установлено, что для интегрального микрорезонатора из нитрида кремния с межмодовым интервалом 100 МГц, добротностью 10^7 и планарным волноводом связи длина волновода не должна превышать 80 мм.

Также получено, что при температуре 75 °C для определенной комбинации параметров дискового микрорезонатора из фторида магния вклад терморефрактивных флуктуаций в микрорезонаторе в нестабильность его собственной частоты становится минимальным.

Глава 2. Определение эффективных тепловых параметров микрорезонатора и их влияние на динамику нелинейных процессов

2.1 Введение

Для исследования влияния тепловых эффектов, как правило, используется система уравнений связанных мод для амплитуд прямой и обратной волны A_m и B_m с учетом эффектов само- и перекрестного воздействия [32; 36], дополненная скоростным уравнением с эффективными тепловыми параметрами [17; 63; 64; 66], учитывающим динамику теплового сдвига резонансных частот микрорезонатора $\delta\omega$ под воздействием мощности накачки [87; 118]. Для моделирования динамики при затягивании данная модель дополняется уравнениями, описывающими поле лазера (см. полный вывод в [36]):

$$\frac{dN_g}{d\tau} = r_{g/\kappa} f_e^2 \left(\tilde{\kappa}_l - N_g |A_l|^2 \right) + \tilde{\kappa}_N (\tilde{\kappa}_l - N_g), \quad (2.1)$$

$$\frac{dA_l}{d\tau} = (-i\xi_0 - iv_\xi \tau + (1 + i\alpha_g) N_g - \tilde{\kappa}_l) A_l - \frac{\tilde{K}_0}{f_e} B_m e^{-i\psi_s}. \quad (2.2)$$

$$\frac{dA_m}{d\tau} = - (1 + id_2 m^2 - i\delta\omega) A_m + i\Gamma B_m + i\widehat{AAA_m^*} + i2\alpha_x A_m P_B + f_e A_l e^{-i\psi_s} \delta_{m0}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dB_m}{d\tau} = - (1 + id_2 m^2 - i\delta\omega) B_m + i\Gamma A_m + i\widehat{BBB_m^*} + i2\alpha_x B_m P_A, \quad (2.4)$$

$$\frac{d\delta\omega}{d\tau} = \frac{\delta_\theta}{\kappa} \left(\frac{n_{2T}}{n_2} (P_a + P_b) - \delta\omega \right), \quad (2.5)$$

где $\tau = \kappa t/2$ — нормированное время, α_x — коэффициент перекрытия мод (кросс-модуляции), $\zeta_m = 2(\omega_{eff} - \omega_m)/\kappa = \zeta_0 - d_2 m^2 + \dots$ — нормированные эффективные отстройки для соответствующих мод (для закона дисперсии вида $\omega_m = \omega_0 + D_1 m + D_2 m^2 + \dots$, $d_2 = 2D_2/\kappa$), Γ и $f_p = \sqrt{\frac{8\omega_0 c g_0 \eta P_{in}}{\kappa^2 n^2 V_{eff}}}$ — нормированные коэффициент обратного рассеяния и амплитуда накачки, $\widehat{AAA_m^*} = \sum_{m'=\eta+\nu-m} A_\eta A_\nu A_{m'}^*$ и $\widehat{BBB_m^*} = \sum_{m'=\eta+\nu-m} B_\eta B_\nu B_{m'}^*$ — керровские нелинейные члены [119], $P_A = \sum |A_\eta|^2$ и $P_B = \sum |B_\eta|^2$ — средние интенсивности прямой и обратной волн [36]. Эффективные тепловые параметры δ_θ и $\frac{n_{2T}}{n_2}$ — обратное время тепловой релаксации и отношение теплового коэффициента нелинейности к керровскому. Первое уравнение описывает динамику

нормированной концентрации носителей заряда N_g , а второе – нормированное поле лазера a_l , где $r_{g/\kappa} = \frac{g_l}{g_0 \tilde{\kappa}_W^2}$ комбинация отношения коэффициента усиления лазера к коэффициенту нелинейности микрорезонатора и коэффициента связи лазера и микрорезонатора [36] (g_l и g_0 – коэффициент усиления лазера и коэффициент керровской нелинейности, $\tilde{\kappa}_W$ – коэффициент связи микрорезонатора и выходного зеркала лазера, нормированный на ширину линии моды микрорезонатора), $\tilde{\kappa}_l$ и $\tilde{\kappa}_N$ – нормированные скорости релаксации лазерного поля и носителей к ширине линии моды микрорезонатора, ψ_S – фаза затягивания, определяемая расстоянием между лазером и микрорезонатором, ξ_0 – начальная расстройка лазера и $v_\xi = v_f [\text{Гц/с}] \frac{8\pi}{\kappa^2}$ – нормированная скорость сканирования.

$$\tilde{K}_0 = \frac{K_0}{2\Gamma \sqrt{1 + \alpha_g^2}}, \quad (2.6)$$

где K_0 – коэффициент стабилизации [102], а f_e – нормированная амплитуда накачки

$$f_e = \sqrt{\frac{g_l J_N - \tilde{\kappa}_N \tilde{\kappa}_l}{r_{g/\kappa} \tilde{\kappa}_l}}, \quad (2.7)$$

где $J_N = \frac{2I}{eV_{l\kappa}}$ – нормированный ток диода (I – сила тока, e – заряд электрона, V_l – объём моды лазера).

Как утверждалось ранее, во многих исследованиях для описания тепловой динамики микрорезонатора и, следовательно, для определения тепловых сдвигов собственных частот микрорезонатора [17; 63; 64; 66] используются скоростные уравнения с эффективными параметрами. Для точного моделирования линейных и нелинейных процессов в оптических микрорезонаторах и разработки эффективных устройств на их основе необходима оценка эффективных тепловых параметров микрорезонатора, таких как эффективная скорость тепловой релаксации и эффективная скорость оптического поглощения (и, следовательно, эффективное значение тепловой нелинейности), определяющее динамику тепловых процессов в таких структурах. Особенно этот вопрос имеет первостепенное значение для широко изучаемых и разрабатываемых в настоящее время компактных интегральных структур. В данной главе для точного описания тепловой динамики предложен универсальный подход, основанный на разложении теплового поля на тепловые моды микрорезонатора [44; 120]. Продемонстрировано применение предложенного метода на примере кольцевых интегральных микрорезонаторов, микротороидов, микросфер и дисковых

микрорезонаторов, однако его возможно использовать и для анализа тепловых эффектов в других резонансных системах.

2.2 Моделирование нагрева микрорезонатора мощностью накачки

Рассмотрим описание тепловых эффектов в оптических микрорезонаторах на примере интегрального кольцевого микрорезонатора, изображенного на рисунке 2.1. Электромагнитное поле в микрорезонаторах ограничено малым объемом по сравнению со всей интегральной структурой, включающей SiO₂ покрытие и кремниевую подложку. Уравнение теплопроводности для интегрального микрорезонатора можно записать в виде [58]:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} - D_T \cdot \Delta T(\vec{r}, t) = \frac{Q(\vec{r})}{C_p \rho}, \\ T(\vec{r}, 0) = T_0, \\ \frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0, \\ -k \nabla T|_{S_t} = h_{air}(T - T_0), \\ -k \nabla T|_{S_b} = h_{air}(T - T_0), \\ T|_{S_s} = T_0, \end{cases} \quad (2.8)$$

где $D_T = \frac{k}{C_p \rho}$ – коэффициент термодиффузии, k – теплопроводность, C_p – теплоёмкость, ρ – плотность материала микрорезонатора. $Q(\vec{r})$ – мощность источников тепла на единицу объёма для m -й моды микрорезонатора, равная плотности мощности в оптической моде, поглощаемой в волноводе $Q(\vec{r}) = \frac{P \cdot |e_m(\vec{r})|^2}{\int |e_m(\vec{r})|^2 dV}$, P – часть оптической мощности, связанная с m -й модой, которая поглощается материалом микрорезонатора, приводя к его нагреву (см. цветовую карту на рисунке 2.1), T_0 – температура окружающей среды, h_{air} – коэффициент теплопередачи ≈ 10 Вт/(м²·К) при конвективном воздушном охлаждении. S_t и S_b – площади верхней и нижней поверхности микрочипа, S_s – площадь боковой поверхности, $e_m(\vec{r})$ – профиль m -й моды микрорезонатора. Сложность системы, представленной уравнением (2.8), затрудняет эффективное моделирование динамики электромагнитного поля с учетом влияния тепловых эффектов в микрорезонаторах. Поэтому обычно используются упрощенные полуэмпири-

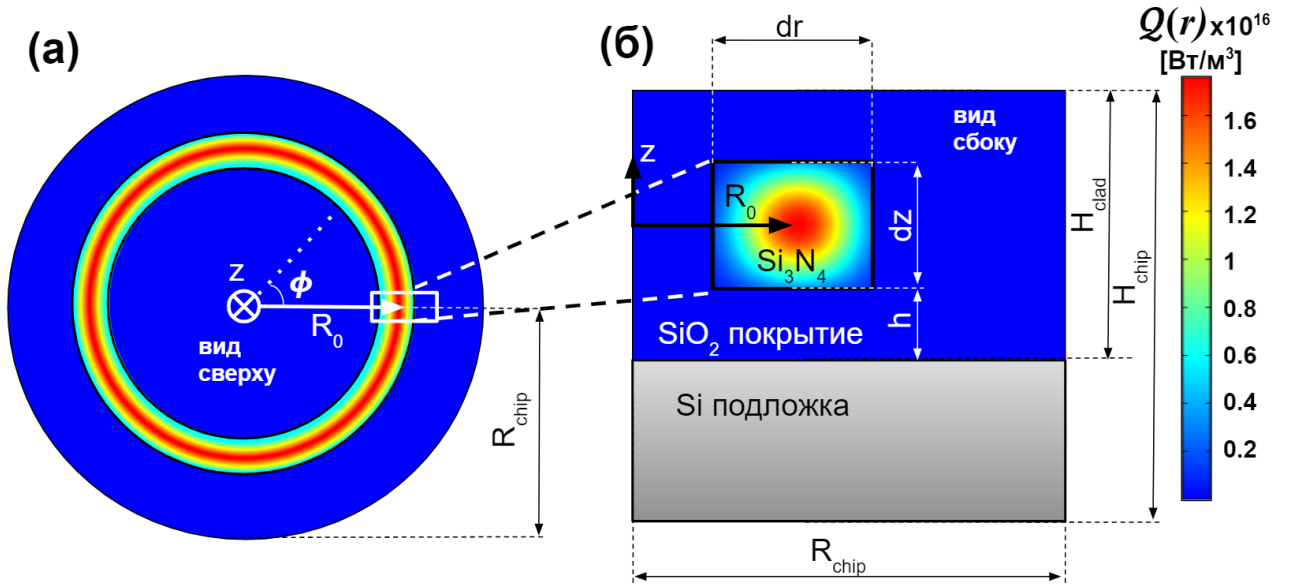


Рисунок 2.1 — Модель интегрального микрорезонатора, используемая при моделировании методом конечных элементов: (а) вид сверху, (б) боковой разрез. Цвет показывает распределение источников тепла $Q(r)$ внутри волновода. R_0 — радиус микрорезонатора (R_0 варьировался от 24 мкм до 840 мкм). Поперечные размеры dr и dz волновода варьировались в диапазоне от 20 до 2000 нм.

ческие скоростные уравнения с эффективными тепловыми параметрами. Ниже кратко рассмотрен их вывод и определены эффективные тепловые параметры.

В работе выполнено моделирование методом конечных элементов (МКЭ) с использованием COMSOL Multiphysics динамики температуры при нагреве постоянной мощностью для интегральной структуры, представленной на рисунке 2.1, с материалами и геометрическими параметрами по умолчанию, указанными в таблицах 3 и 4. Полученные результаты при нагреве мощностью $P = 10$ мВт кольцевого микрорезонатора радиусом 24 мкм с шириной волновода $dr = 1$ мкм и высотой $dz = 0,8$ мкм показаны на рис. 2.2 (а).

Таблица 3 — Таблица параметров фотонного микрочипа, используемых по умолчанию в моделировании.

Параметр	Значение
Внутрирезонаторная мощность нагрева P	10 мВт
Температура окружающей среды T_0	300 К
Коэффициент теплопередачи h_{air}	10 Вт/(м ² ·К)
Радиус микрорезонатора R_0	24 мкм
Ширина волновода dr	1 мкм
Высота волновода dz	0.8 мкм
Толщина фотонного микрочипа H_{chip}	240 мкм
толщина SiO ₂ покрытия H_{clad}	11 мкм
Расстояние между волноводом и подложкой h в SiO ₂ покрытие	4 мкм
Радиус фотонного микрочипа R_{chip}	1 мм

Таблица 4 — Физические свойства материалов, используемых для моделирования.

Физические свойства	Si ₃ N ₄	SiO ₂	Si
Плотность ρ (кг/м ³)	3290	2200	2329
Удельная теплоемкость C_p (Дж/(кг · К))	800	730	700
Теплопроводность k (Вт/(м · К))	20	1.4	130

2.3 Методы определения эффективных параметров

2.3.1 Аналитические выражения для эффективных параметров

Отклонение температуры $\delta T = (T(t) - T_0)$ от комнатной температуры T_0 , вызванное внутрирезонаторной мощностью нагрева P , обычно рассчитывается с помощью скоростного уравнения [17; 63; 66]. Если усреднить (2.8) умножением на квадрат модуля поля электромагнитной моды микрорезонатора $|e_m(\vec{r})|^2$ и проинтегрировать по объему микрорезонатора, используя формулу Грина для

второго члена уравнения, можно получить следующее выражение (также известное как скоростное уравнение) [58]:

$$\frac{d\delta T}{dt} = -\delta_\theta \delta T + \gamma P, \quad (2.9)$$

где $\gamma = \frac{1}{\rho C_p} \frac{\int |e_m(\vec{r})|^4 dV}{[\int |e_m(\vec{r})|^2 dV]^2}$ и $\delta_\theta = D_T \frac{\int \nabla^2 |e_m(\vec{r})|^2 dV}{\int |e_m(\vec{r})|^2 dV}$. Эффективная скорость тепловой релаксации δ_θ и эффективная скорость оптического поглощения γ зависят от конфигурации микрорезонатора. Эффективная скорость тепловой релаксации определяет время установления теплового равновесия. Комбинация δ_θ и γ определяет величину изменения температуры и, следовательно, величину теплового сдвига резонансных частот и, как следствие, величину эффективной тепловой нелинейности.

В случае, когда нагрев происходит за счет поглощения электромагнитного поля m -й моды, возбуждаемого в микрорезонаторе внешним лазером, P можно записать как

$$P = \frac{n_0^2 \epsilon_0 |A_m|^2 \omega_m \int |e_m(\vec{r})|^2 dV}{2Q_{abs}}, \quad (2.10)$$

где A_m — медленно меняющаяся амплитуда m -й моды, Q_{abs} — добротность, определяемая поглощением, ω_m — собственная круговая частота микрорезонатора, n_0 — показатель преломления материала микрорезонатора, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Чтобы преобразовать изменение температуры δT в сдвиг резонансной частоты $\delta \omega$, можно использовать соотношение:

$$\delta \omega = \frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dT} \omega_m \delta T. \quad (2.11)$$

Тогда, переходя от изменения температуры в (2.9) к тепловому сдвигу частоты, можно записать следующее уравнение:

$$\frac{d\delta \omega}{dt} = -\delta_\theta \delta \omega + \gamma \frac{dn_0}{dT} \frac{n_0 \epsilon_0 |A_m|^2 \omega_m^2 \int |e_m(\vec{r})|^2 dV}{2Q_{abs}}. \quad (2.12)$$

Данное уравнение аналогично тому, которое обычно используется для анализа нелинейных процессов в керровской среде (2.5). Таким образом, можно составить эффективный коэффициент тепловой нелинейности n_{2T} в зависимости от δ_θ и γ :

$$n_{2T} = \alpha \frac{\gamma}{\delta_\theta} \frac{\partial n}{\partial T} \int |e_m(\vec{r})|^2 dV, \quad (2.13)$$

α — коэффициент поглощения, измеряемый в $1/\text{м}$ ($Q_{abs} = \frac{n_0 \omega_m}{\alpha c}$, c — скорость света в вакууме). Параметр тепловой нелинейности n_{2T} удобно сравнивать со значением керровской нелинейности n_2 , чтобы определить, какой нелинейный механизм будет преобладать [63; 64; 69; 87; 121]. При этом в микрорезонаторах с большим коэффициентом керровской нелинейности могут появиться дополнительные спектральные компоненты из-за процесса четырехволнового смещения [42; 64; 122], что необходимо учитывать в (2.10).

Используя гауссову аппроксимацию электромагнитных полей в δ_θ и γ из уравнения (2.9), можно получить оценки тепловых параметров рассматриваемого микрорезонатора:

$$\delta_\theta^{theor} = 2D_T \left(\frac{1}{r_r^2} + \frac{1}{r_z^2} \right), \quad (2.14)$$

$$\gamma^{theor} = \frac{1}{\rho C_p V}, \quad (2.15)$$

где r_r и r_z — полуширина и полувысота поперечного профиля моды соответственно, $V \approx 2\pi^2 r_r r_z R_0$ — объём моды, R_0 — радиус микрорезонатора. В случае кольцевого волновода размеры мод хорошо аппроксимируются полуширинами поперечного сечения волновода $r_r \approx dr/2$ и $r_z \approx dz/2$.

2.3.2 Аппроксимация тепловой динамики суммой экспонент

Выше рассматривалась модель тепловой релаксации микрорезонатора за счет теплопроводности волновода. Однако, можно предположить, что мощность накачки изменяется во времени или частота накачки меняет свое положение относительно резонансной частоты микрорезонатора. В этом случае, помимо теплопроводности Si_3N_4 волновода, в микрорезонаторе могут возникнуть и другие процессы, в частности тепловая релаксация всего микрочипа в целом, за счет конвекции воздуха и теплопроводности кремниевой подложки [56]. Таким образом, может существовать несколько времен тепловой релаксации, связанных с процессами в разных тепловых подсистемах микрочипа. Это приводит к появлению дополнительных эффективных тепловых параметров $\delta^{(k)}$ и $\gamma^{(k)}$ и, как следствие, для более точного описания тепловой динамики (см. рисунок 2.2)

необходимо использовать несколько скоростных уравнений [17; 63; 66]:

$$\frac{d\delta T^{(k)}}{dt} = (-\delta_{\theta}^{(k)}\delta T^{(k)} + \gamma^{(k)}P), \quad (2.16)$$

так что $\delta T = \sum \delta T^{(k)}$ – это сумма частичных вкладов тепловых мод $\delta T^{(k)}$. Тогда $\delta_{\theta}^{(k)}$ и $\gamma^{(k)}$ – эффективная скорость тепловой релаксации и эффективная скорость оптического поглощения k -й тепловой моды соответственно.

Далее рассмотрено два теоретических метода определения эффективных тепловых параметров микрорезонатора по данным, полученным численным решением (2.8) для интегральной структуры, показанной на рисунке 2.1. В рамках первого метода эффективные параметры получаем путем аппроксимации температурной зависимости, полученной численным моделированием (сплошная линия на рисунке 2.2 (а)), суммой формального решения (2.16) с постоянной мощностью нагрева:

$$\delta T^{(k)}(t) = \frac{\gamma^{(k)}P}{\delta_{\theta}^{(k)}} + \left(\delta T_0 - \frac{\gamma^{(k)}P}{\delta_{\theta}^{(k)}} \right) e^{-\delta_{\theta}^{(k)}t}. \quad (2.17)$$

где начальное отклонение температуры $\delta T_0 = 0$. В результате получаем эффективные $\gamma^{(k)}$ и $\delta_{\theta}^{(k)}$.

Коэффициент детерминации r^2 использовался для оценки точности метода аппроксимации:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_i (T_i(t_i) - T(t_i))^2}{\sum_i (T_i(t_i) - \bar{T})^2}, \quad (2.18)$$

$T_i(t_i)$ – набор данных температуры полученных с помощью численного моделирования, где каждый T_i связан с моментом времени t_i , а $\bar{T}$ – среднее значение набора данных $T_i(t_i)$, используемое для нормировки. Прогнозируемое значение температуры $T(t_i)$ было получено с использованием аппроксимацией суммой выражений с эффективными параметрами (2.17). Для диапазона параметров, где метод аппроксимации хорошо согласуется с данными численного моделирования, r^2 стремится к 1 (см. рисунок 2.2в), а для диапазона плохого согласия r^2 уменьшается. Отклонение r^2 от 1 (независимо от сетки моделирования) объясняется тем, что реальная зависимость температуры от времени при нагреве представляет собой более сложную функцию, чем решение (2.9), которое представляет собой экспоненциальную зависимость.

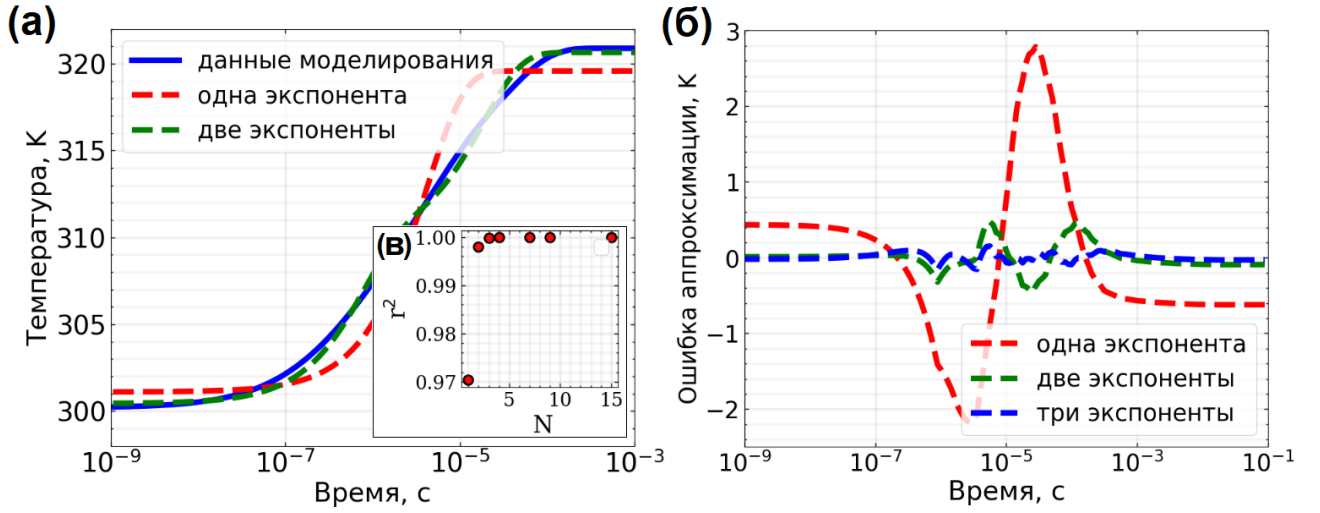


Рисунок 2.2 — (а): Синяя линия — данные, полученные численным решением (2.8) для $P = 10$ мВт нагрева интегрального микрорезонатора радиусом 24 мкм с шириной волновода $dr = 1$ мкм и высотой $dz = 0,8$ мкм; красная пунктирная линия показывает аппроксимацию одной экспонентой; зеленая пунктирная линия — аппроксимация двумя экспонентами; (б): отклонение $(T_i(t_i) - T(t_i))$ одно-, двух- и трехэкспоненциальной аппроксимации (красная, зеленая и синяя пунктирные линии соответственно) от данных численного моделирования. (в): Коэффициент детерминации r^2 для различного числа экспонент от 1 до 15.

2.3.3 Метод разложения по тепловым модам

В рамках второго метода использовался тот факт, что общее решение системы (2.8) можно представить в виде разложения на тепловые моды микрорезонатора [120]:

$$T(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^N T_0^{(k)} C^{(k)}(\vec{r}) e^{-\delta_{\theta}^{(k)} t}, \quad (2.19)$$

где $T_0^{(k)}$ и $C^{(k)}(\vec{r})$ — амплитуда и пространственная форма тепловой моды, $\delta_{\theta}^{(k)}$ — собственные значения, соответствующие обратным временам тепловой релаксации различных "тепловых подсистем". Следует отметить, что введенные здесь формальные собственные значения мод $\delta_{\theta}^{(k)}$ и скорости тепловой релаксации, введенные в предыдущем подразделе, не совпадают. Однако, поскольку получена одинаковая форма уравнений для одной и той же системы, предполагается,

что они должны стремиться друг к другу с увеличением числа экспонент в аппроксимации. Далее анализируется данное предположение.

Чтобы получить значения $C^{(k)}(\vec{r})$ и $\delta_\theta^{(k)}$, с помощью COMSOL Multiphysics численно решалась задача на собственные значения в тепловой области для кольцевого интегрального микрорезонатора показанного на рисунке 2.1:

$$D_T \Delta C^{(k)}(\vec{r}) = -\delta_\theta^{(k)} C^{(k)}(\vec{r}). \quad (2.20)$$

В результате были получены формы мод $C^{(k)}(\vec{r})$ (нормированные на 1 Кельвин) и собственные значения $\delta_\theta^{(k)}$ (см. рисунок 2.3). Далее решение (2.19) было подставлено в уравнение (2.8), которое далее было умножено на нормированную форму моды $\frac{C^{(k)}(\vec{r})}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV}$ и проинтегрировано по объёму. Численно проверено, что тепловые моды образуют ортогональный базис такой, что $\frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(m)}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV} = \delta_{km}$, где δ_{km} — символ Кронекера. Используя ортогональность тепловых мод, были получены скоростные уравнения для тепловых мод, аналогичные (2.16):

$$\frac{d\delta T^{(k)}}{dt} = -\delta_\theta^{(k)} \delta T^{(k)} + \frac{1}{P} \frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV} \frac{P}{\rho C_p}, \quad (2.21)$$

где $\delta T^{(k)} = T_0^{(k)} e^{-\delta_\theta^{(k)} t}$. Видно, что выражение в правой части (2.21) совпадает по размерности с $\gamma^{(k)}$ в уравнении (2.16):

$$\gamma^{(k)} = \frac{1}{P} \frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV} \frac{1}{\rho C_p}. \quad (2.22)$$

Выражение (2.22) было рассчитано для каждой формы тепловой моды $C^{(k)}(\vec{r})$. Примеры форм $C^{(k)}(\vec{r})$ на рисунках 2.3 (а), (б) соответствуют тепловой моде с максимальным интегралом перекрытия $\frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV}$, (а) (в), (г) соответствуют самой медленной тепловой моде подсистемы покрытия. Чтобы получить амплитуду экспоненты, выражение (2.22) было нормировано на $\delta_\theta^{(k)}$. Результирующий спектр амплитуд экспонент γ_k/δ_k , полученный из (2.22), показан основной линией на рисунке 2.4. Исследовалась зависимость эффективных параметров от числа экспонент N. На рисунке 2.4 количество экспонент и соответствующие им эффективные параметры обозначены разными символами (по горизонтальной оси — эффективная скорость тепловой релаксации δ_θ , по вертикальной оси — амплитуда γ/δ_θ экспоненты из уравнения (2.17), $\delta T_0 = 0$, $P = 1$ Вт).

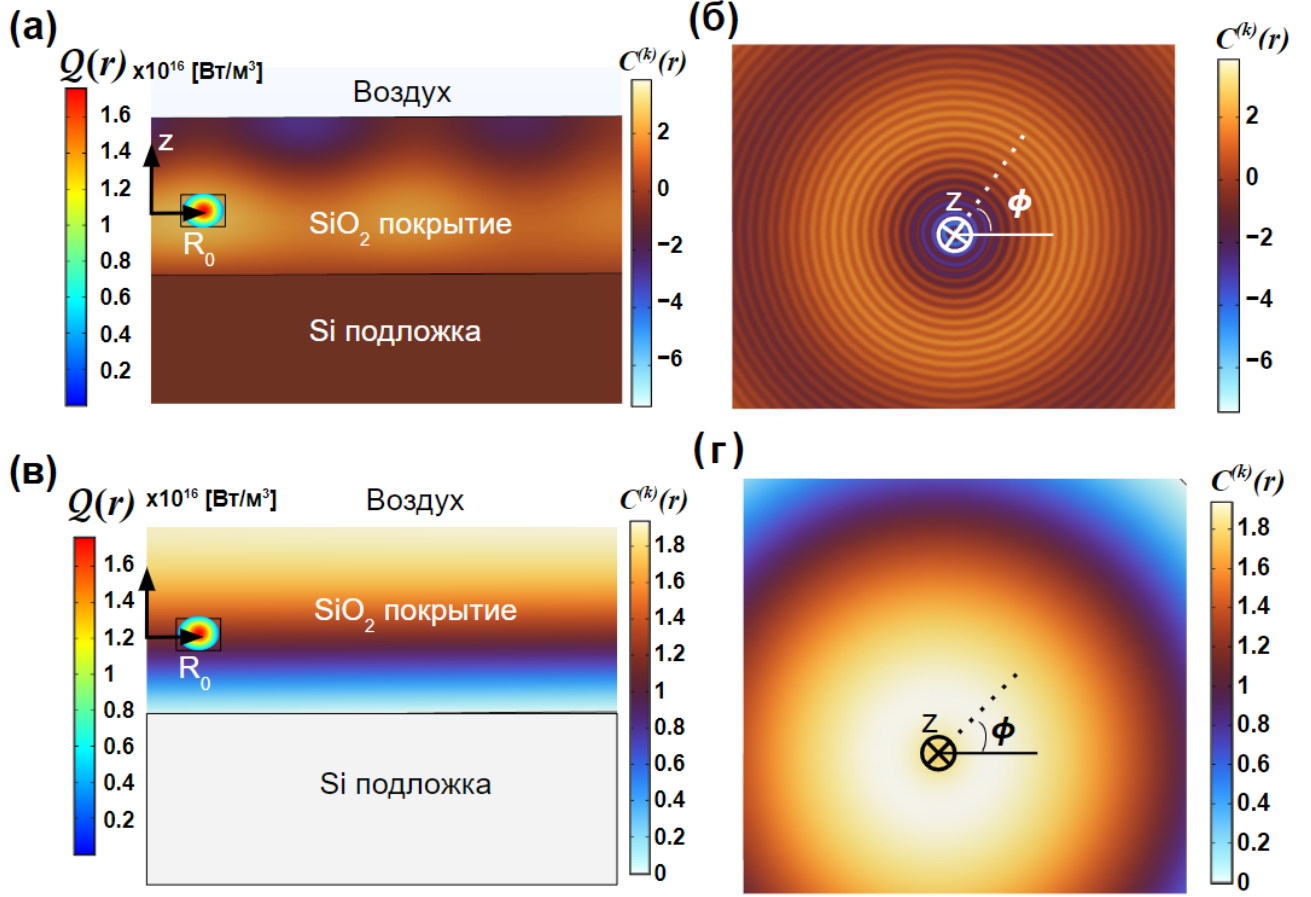


Рисунок 2.3 — Примеры пространственных форм тепловых мод $C^{(k)}(\vec{r})$, нормированных на 1 Кельвин (цветная шкала на правой стороне каждой панели) интегрального микрорезонатора с материалом по умолчанию и геометрическими параметрами, указанными в таблицах 3 и 4, указанных на рисунке 2.1: (а) боковой разрез и (б) вид сверху для тепловой моды с максимальным интегралом перекрытия $\frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot \mathcal{Q}(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV}$, нормированного на $\delta_{\theta}^{(k)}$ с $\delta_{\theta}^{(k)} = 162,388$ Гц; (в) боковой разрез и (г) вид сверху для самой медленной тепловой моды подсистемы SiO_2 покрытия с $\delta_{\theta}^{(k)} = 17,782$ Гц. Цветная шкала в левой части панелей (а) и (в) показывают распределение источника тепла $\mathcal{Q}(r)$ внутри волновода.

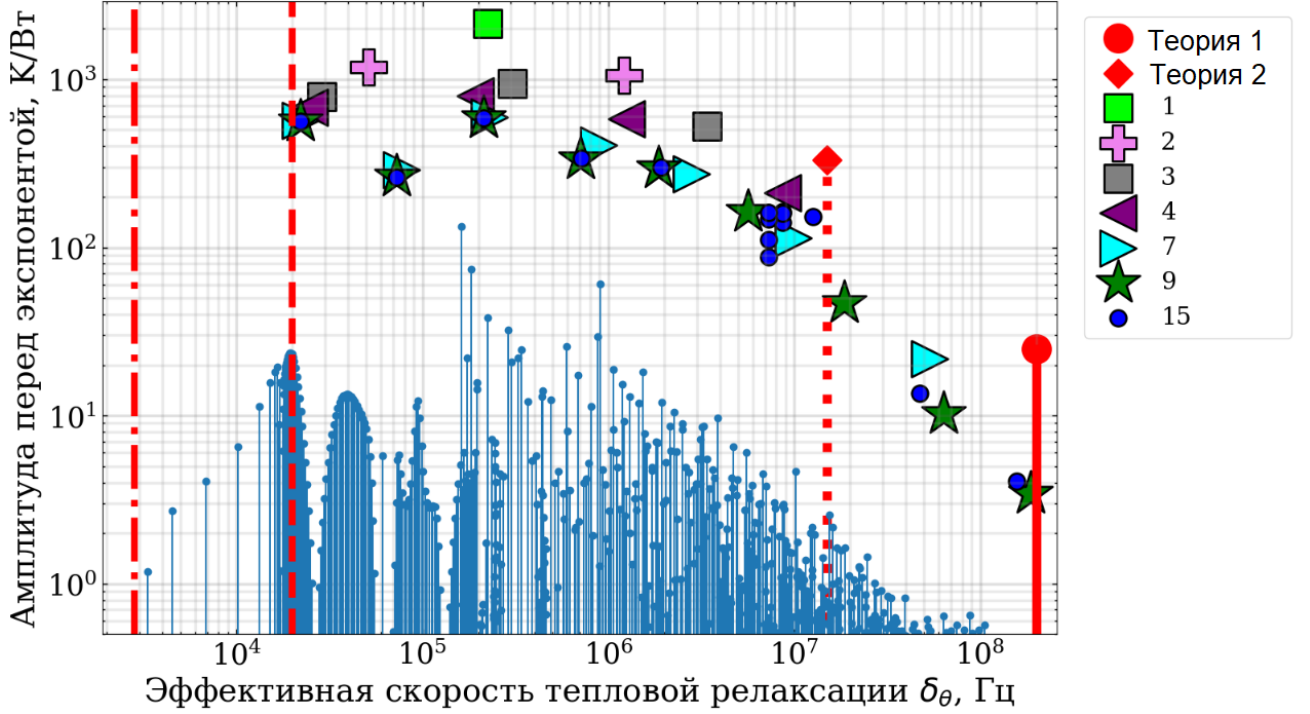


Рисунок 2.4 — Синие вертикальные линии — спектр амплитуд экспонент $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$, полученный методом разложения по тепловым модам для интегрального микрорезонатора с материалами и геометрическими параметрами по умолчанию, указанными в таблицах 3 и 4; различные символы обозначают амплитуды для экспоненциальной аппроксимации (2.17) с определенным количеством экспонент (от 1 до 15), красная линия с красным кружком — теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты, полученные по формулам (2.14) и (2.15), красная пунктирная линия с красным ромбом — теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты, полученные по формулам (2.23) и (2.15), красные пунктирные и штрихпунктирные линии — теоретическая наименьшая эффективная скорость тепловой релаксации SiO_2 покрытия (формула (2.24)) и кремниевой подложки (формула (2.25)).

На рисунке 2.4 видно, что эффективная скорость тепловой релаксации, соответствующая максимуму амплитудного спектра экспонент $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$, полученная методом разложения по тепловым модам (синие вертикальные линии), очень близка к эффективной скорости тепловой релаксации для случая одноэкспоненциального приближения ($N = 1$, салатовый квадрат). Однако в таком спектре наблюдается еще несколько пиков, сравнимых по амплитуде с максимальным (например, при $\delta_\theta \approx 10^6$ Гц). Тем не менее сумма всех амплитуд $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$ для всех тепловых мод равна амплитуде для одноэкспоненциального приближения. Этот факт свидетельствует о выполнении закона сохранения энергии. Обращает на себя внимание, что при разложении на тепловые моды коэффициент тепловой нелинейности n_{2T} также распадается на набор $n_{2T}^{(k)}$ (см. уравнение (2.13)), а сумма $n_{2T}^{(k)}$ равна исходной ($\sum n_{2T}^{(k)} = n_{2T}$). Каждый коэффициент соответствует эффективной скорости тепловой релаксации $\delta_\theta^{(k)}$.

Увеличение числа скоростных уравнений (от 1 до 15) приводит к постепенному разложению температурной динамики на тепловые моды, где собственные значения соответствуют эффективным скоростям тепловой релаксации в показателях экспонент, а амплитуды спектральных составляющих (рис. 2.4, синие линии) коррелируют с амплитудами экспонент. Однако после $N=9$ экспонент (рис. 2.4, зеленые звезды) значения эффективных скоростей тепловой релаксации $\delta_\theta^{(k)}$ и амплитуд экспонент перестают изменяться. Таким образом, сходимость по числу экспонент может быть математически строгим критерием оптимального числа экспонент.

Чтобы проверить метод разложения по тепловым модам, была восстановлена динамика температуры по амплитудному спектру экспонент (см. синие вертикальные линии на рисунке 2.4), подстановкой в уравнение (2.17) собственные значения тепловой моды $\delta_\theta^{(k)}$ и $\gamma^{(k)}$ (см. уравнение (2.22)) для этих тепловых мод. В результате было получено хорошее согласие между восстановленной динамикой и данными моделирования (см. рисунок 2.5). Таким образом, два независимых подхода к разложению по тепловым модам сходятся к одному и тому же результату.

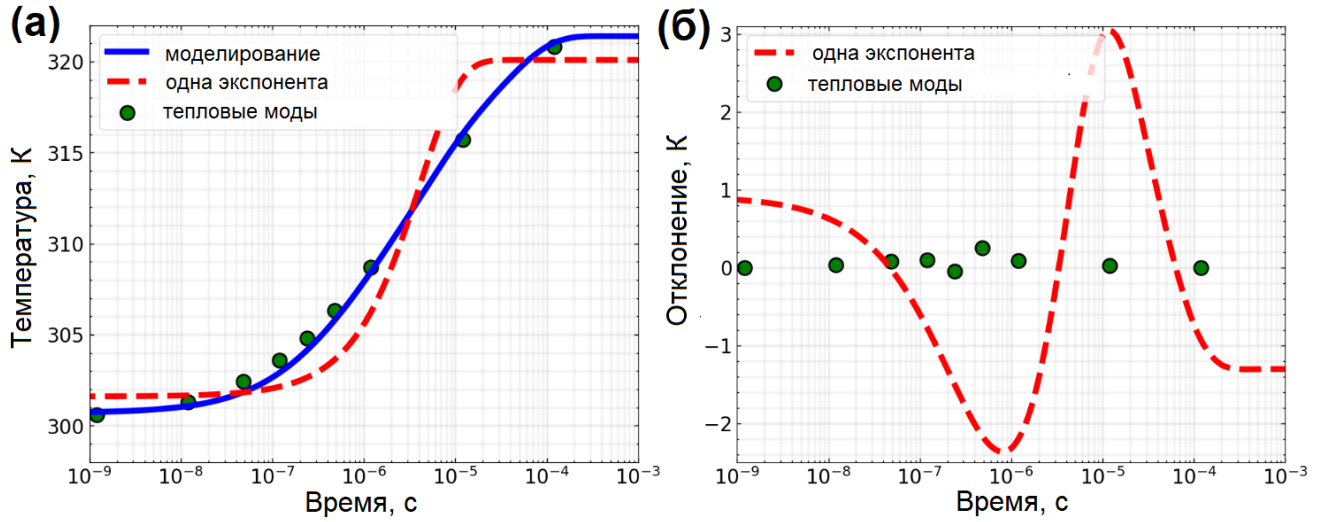


Рисунок 2.5 — (а): синяя линия — данные численного моделирования, красная пунктирная линия — аппроксимация одной экспонентой, зеленые точки — восстановленная динамика по амплитудному спектру экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4) и (б): $(T_i(t_i) - T(t_i))$ — ошибка аппроксимации одной экспонентой (красная пунктирная линия) от данных численного моделирования для мощности нагрева $P = 10$ мВт микрорезонатора с радиусом 24 мкм, шириной волновода $dr = 1$ мкм и высотой $dz = 0,8$ мкм.

Диапазон существования тепловых режимов

Аналитически и численно исследована область существования тепловых мод. Обнаружено, что с помощью аналитических формул можно ограничить диапазон эффективных скоростей тепловой релаксации $\delta_\theta^{(k)}$. Во-первых, численно было установлено, что возможные значения $\delta_\theta^{(k)}$ для тепловых мод микрорезонатора (синие вертикальные линии на рисунке 2.4) ограничены сверху величиной δ_θ^{theor} (из уравнения (2.14)), описывающего тепловые процессы в материале волновода (сплошная красная линия с красным кружком на рисунке 2.4).

Кроме того, было замечено, что эффективные скорости тепловой релаксации, используемые для многоэкспоненциальной аппроксимации, не очень хорошо согласуются с аналитической эффективной скоростью тепловой релаксации (2.14) и соответствующей амплитудой экспоненты. На рисунке 2.4 видно, что тепловые моды (синие вертикальные линии на рисунке 2.4) близкие к теоретическому значению (2.14) (сплошная красная линия с красным кружком на рисунке 2.4) имеют низкие амплитуды (менее 10^0 К/Вт которые значи-

тельно меньше амплитуды экспоненты, определяемой уравнениями (2.14) и (2.15), показанной красным кружком) и, соответственно, дают малый вклад в динамику температуры. Этот эффект связан с наличием теплопроводности покрытия, которое ограничивает эффективную скорость тепловой релаксации. Таким образом, если в аналитическую формулу (2.14) вместо теплопроводности подставить теплопроводность покрытия волновода, то можно получить ограничение на $\delta_{\theta}^{(k)}$, когда амплитуды экспонент еще сравнимы с одноэкспоненциальным приближением (красный пунктир с красным ромбом, рисунок 2.4):

$$\delta_{\theta}^{mod} = \frac{2k_{clad}}{C_p \rho} \left(\frac{1}{r_r^2} + \frac{1}{r_z^2} \right). \quad (2.23)$$

Только для случая четырех экспонент (фиолетовые треугольники, рисунок 2.4) самая высокая эффективная скорость тепловой релаксации совпадает с аналитической формулой (2.23).

Еще одним фактором, влияющим на ограничение значений эффективных параметров, является толщина покрытия и наличие кремниевой подложки, эффективно отводящей тепло за счет высокой теплопроводности. Обнаружено, что граница с кремнием примерно эквивалентна границе с фиксированной температурой. Обнаружено, что самая медленная эффективная скорость тепловой релаксации подсистемы покрытия связана с толщиной покрытия. Для расчета самой медленной тепловой моды подсистемы покрытия временно была удалена кремниевая подложка из модели и заменена границей с фиксированной температурой T_0 . Далее можно обобщить формулы (2.14) и (2.23), чтобы найти аналитическую аппроксимацию границы эффективных параметров, подставляя в формулу соответствующие параметры подсистемы. Таким образом, для покрытия, подставив толщину оболочки H_{clad} вместо r_r^2 и r_z^2 , можно получить (Рисунок 2.4, пунктирная красная линия):

$$\delta_{\theta}^{slow} = \frac{4 \cdot k_{clad}}{C_{p_{clad}} \rho_{clad} H_{clad}^2}, \quad (2.24)$$

где H_{clad} — толщина SiO_2 покрытия (см. рисунок 2.1). Делая то же самое для Si подложки, можно получить наименьшую скорость тепловой релаксации всей системы (рис. 2.4, штрихпунктирная красная линия):

$$\delta_{\theta}^{chip} = \frac{4 \cdot k_{Si}}{C_{p_{Si}} \rho_{Si} H_{chip}^2}. \quad (2.25)$$

Это также означает, что установка фотонного микрочипа на более крупное крепление может обеспечить больше низкочастотных тепловых мод. Однако они не окажут сильного воздействия из-за малых амплитуд, а наименьшая значимая частота будет определяться подсистемой оболочки.

В результате получена область существования эффективных скоростей тепловых релаксаций $\delta_{\theta}^{(k)} \in [\delta_{\theta}^{chip}; \delta_{\theta}^{theor}]$ и область, где амплитуды экспонент сравнимы (по порядку) $\delta_{\theta}^{(k)} \in [\delta_{\theta}^{slow}; \delta_{\theta}^{mod}]$. Для микрорезонатора со стандартными параметрами указанными в таблицах 3 и 4 можно определить область существования эффективных скоростей тепловых релаксаций $\delta_{\theta}^{(k)} \in [4 \cdot 10^3 \text{ Гц}; 10^8 \text{ Гц}]$ и область, где амплитуды экспонент сравнимы $\delta_{\theta}^{(k)} \in [2 \cdot 10^4 \text{ Гц}; 10^7 \text{ Гц}]$.

Сравнение с экспериментом

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментально измеренными значениями времен тепловой релаксации для аналогичного интегрального микрорезонатора [91], что свидетельствует о правильности выбранной модели и метода. В [91] были измерены эффективные скорости тепловой релаксации в разные моменты времени охлаждения. Данные такого измерения аппроксимировались суммой двух экспонент, чтобы учесть две разные тепловые шкалы времени. Более быстрая из двух временных шкал составляет 760 нс, а более медленная — 14 мкс. В то же время рисунок 2.2в показывает, что дальнейшее увеличение числа экспонент быстро достигает $r^2 = 1$ по точности аппроксимации. Следовательно, для простых приложений, где интерес представляет только форма кривой релаксации в конкретном процессе нагрева, двух экспонент достаточно, судя по r^2 . Однако видно, что случай с двумя экспонентами не улавливает тепловую моду с наибольшей амплитудой экспоненты, которая есть для всех других чисел экспоненты N больше двух. Таким образом, для более сложных процессов, где могут реагировать отдельные тепловые собственные частоты, двух экспонент может быть недостаточно, и следует искать сходимость по экспонентам.

2.4 Анализ результатов

2.4.1 Область применимости и анализ точности методов оценки тепловых параметров микрорезонаторов

Как упоминалось в предыдущем разделе, эффективные тепловые параметры можно оценить с помощью трех методов: аналитических формул, аппроксимации численного моделирования и разложения по тепловым модам. Проведено сравнение данных методов для широкого диапазону параметров, включая теплопроводность материалов микрорезонатора, геометрические размеры волновода и положение волновода относительно SiO_2 покрытия.

На рисунке 2.6 представлены зависимости эффективной скорости тепловой релаксации и эффективной скорости оптического поглощения от теплопроводности волновода, рассчитанные тремя методами. Красной линией обозначена аналитическая зависимость по формулам (2.14) и (2.15) на рисунках 2.6 (а), (б) соответственно. Видно, что с увеличением теплопроводности волновода значение эффективной скорости тепловой релаксации возрастает линейно. При малых значениях теплопроводности волновода ($k_{wg} < 10^{-1}$ Вт/(м·К)) все методы дают один и тот же результат, который хорошо описывается аналитической формулой (2.14). Однако эффективные скорости тепловой релаксации, полученные численными методами: аппроксимация суммой экспонент (уравнение (2.17), случай $N = 1$ – квадраты, $N = 2$ – крестики и $N = 7$ – круги) и максимум амплитудного спектра при разложении по тепловым модам (синие звезды) в отличие от аналитической формулы имеют тенденцию к насыщению с ростом теплопроводности и близки к значениям, полученным из одноэкспоненциального приближения.

Коэффициент детерминации r^2 , обозначенный цветом на рисунке 2.6, использовался для оценки точности метода аппроксимации. Однако с увеличением k_{wg} видно, что эффективная скорость тепловой релаксации для случая двух ($N = 2$) экспонент (крестики, рисунок 2.6) расщепляется при $k_{wg} \approx 10^{-1}$ Вт/(м·К) на два эффективных параметра, $\delta_{\theta}^{(1)}$ и $\delta_{\theta}^{(2)}$. Более того, максимум амплитудного спектра экспонент (синие звезды, рисунок 2.6) находится между быстрой и медленной ветвями эффективной скорости тепловой релаксации

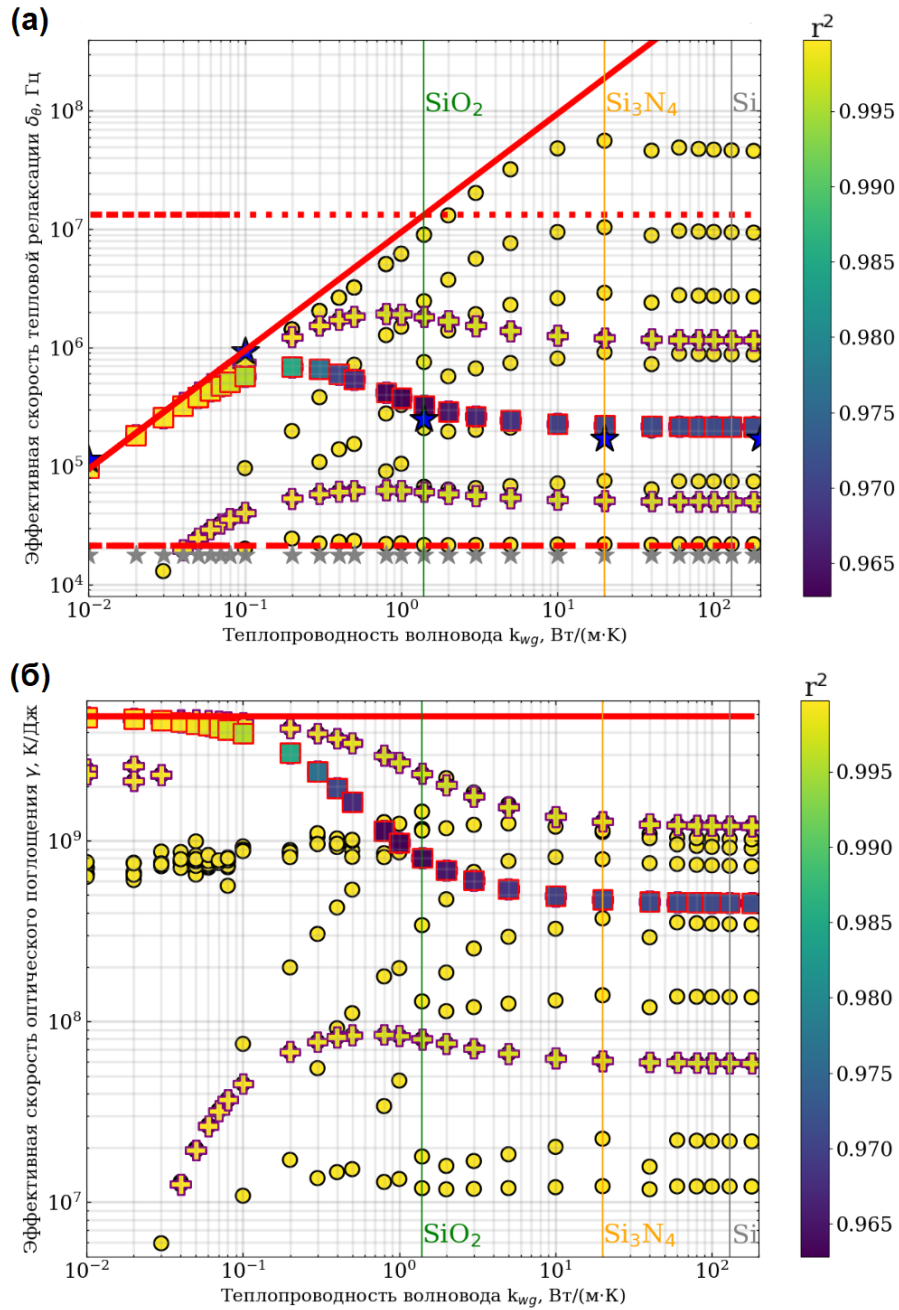


Рисунок 2.6 — Сравнение эффективной скорости (а): тепловой релаксации и (б): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона теплопроводности волновода k_{wg} : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (а) и формуле (2.15) на панели (б), красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Вертикальные линии соответствуют коэффициентам теплопроводности Si_3N_4 , SiO_2 и Si (см. таблицу 3).

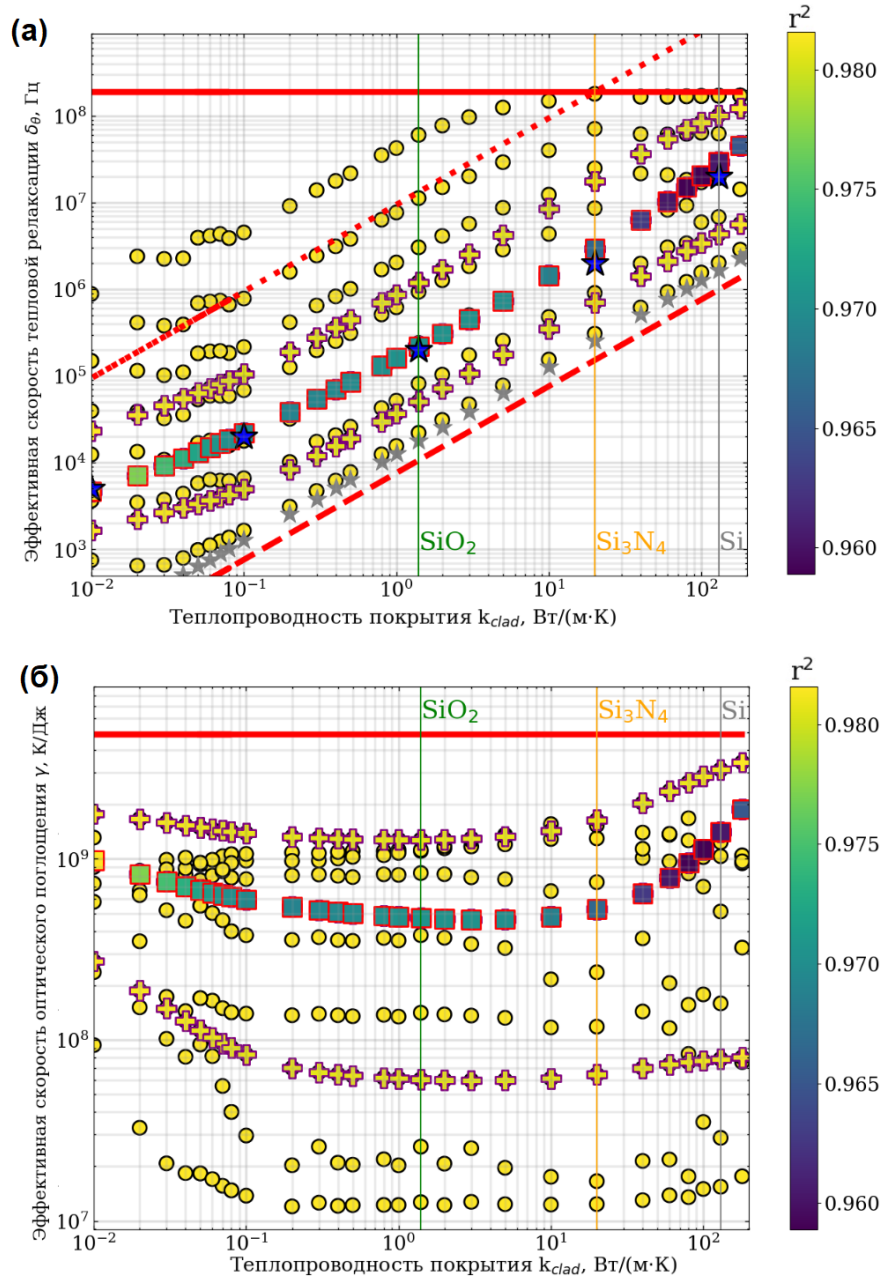


Рисунок 2.7 — Сравнение эффективной скорости (а): тепловой релаксации и (б): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона теплопроводности оболочки k_{clad} : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (а) и формуле (2.15) на панели (б), красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия.

и совпадает с эмпирическим одноэкспоненциальным приближением. На рисунке 2.6 показано, что добавление второй экспоненты ($N = 2$, уравнение (2.16)) увеличивает τ^2 для стандартного микрорезонатора с 0,97 до 0,995. При этом численные собственные значения для самых медленных тепловых мод подсистемы оболочки, т. е. рассчитанные без кремниевой подложки, хорошо описываются уравнением (2.24) (серые звезды и пунктирная линия на рисунке 2.6 (а)) в широком диапазоне теплопроводности волновода k_{wg} . Кроме того, видно, что почти все значения эффективной скорости тепловой релаксации находятся в диапазоне между красными точечными (формула 2.23) и красными пунктирными (формула (2.24)) линиями на рисунке 2.6 (а).

Для подтверждения предложенного метода и формул дополнительно исследовалась зависимость эффективных параметров от теплопроводности покрытия k_{clad} . Из рисунка 2.7 видно, что эффективная скорость тепловой релаксации практически линейно зависит (точечная красная линия, рисунок 2.7 (а)) от теплопроводности k_{clad} , что находится в хорошем согласовании с формулой (2.23), предложенной ранее. Видно, что численные собственные значения для самых медленных тепловых мод подсистемы оболочки в большом диапазоне значений теплопроводности покрытия k_{clad} хорошо описываются формулой (2.24) (см. пунктирную линию и серые звезды на рис. 2.7 (а)) и близки к наименьшим значениям скорости релаксации для многоэкспонентного приближения (если сравнить положения серых звезд и нижних кружков на рисунке 2.7 (а)). Кроме того, ясно видно, что почти все значения эффективной скорости тепловой релаксации находятся в диапазоне между красными пунктирными (2.23)) и красными пунктирными (формула (2.24)) линиями на рисунке 2.7 (а).

Далее, чтобы проверить предложенные методы и формулы, исследовалась динамика температуры для интегральных микрорезонаторов различной геометрии. На рисунке 2.8 показана зависимость эффективных параметров от радиуса микрорезонатора R_0 . Видно, что использование большего числа экспонент обеспечивает одинаковую точность аппроксимации во всем диапазоне радиусов R_0 , в отличие от классического подхода ($N = 1$). Из рисунка 2.8 можно сделать вывод, что эффективные скорости тепловой релаксации не зависят от радиуса интегрального микрорезонатора.

Следует отметить, что численные собственные значения для самых медленных тепловых мод подсистемы покрытия (серые звезды, рисунок 2.8 (а)) хорошо описываются формулой (2.24) в большом диапазоне радиусов микроре-

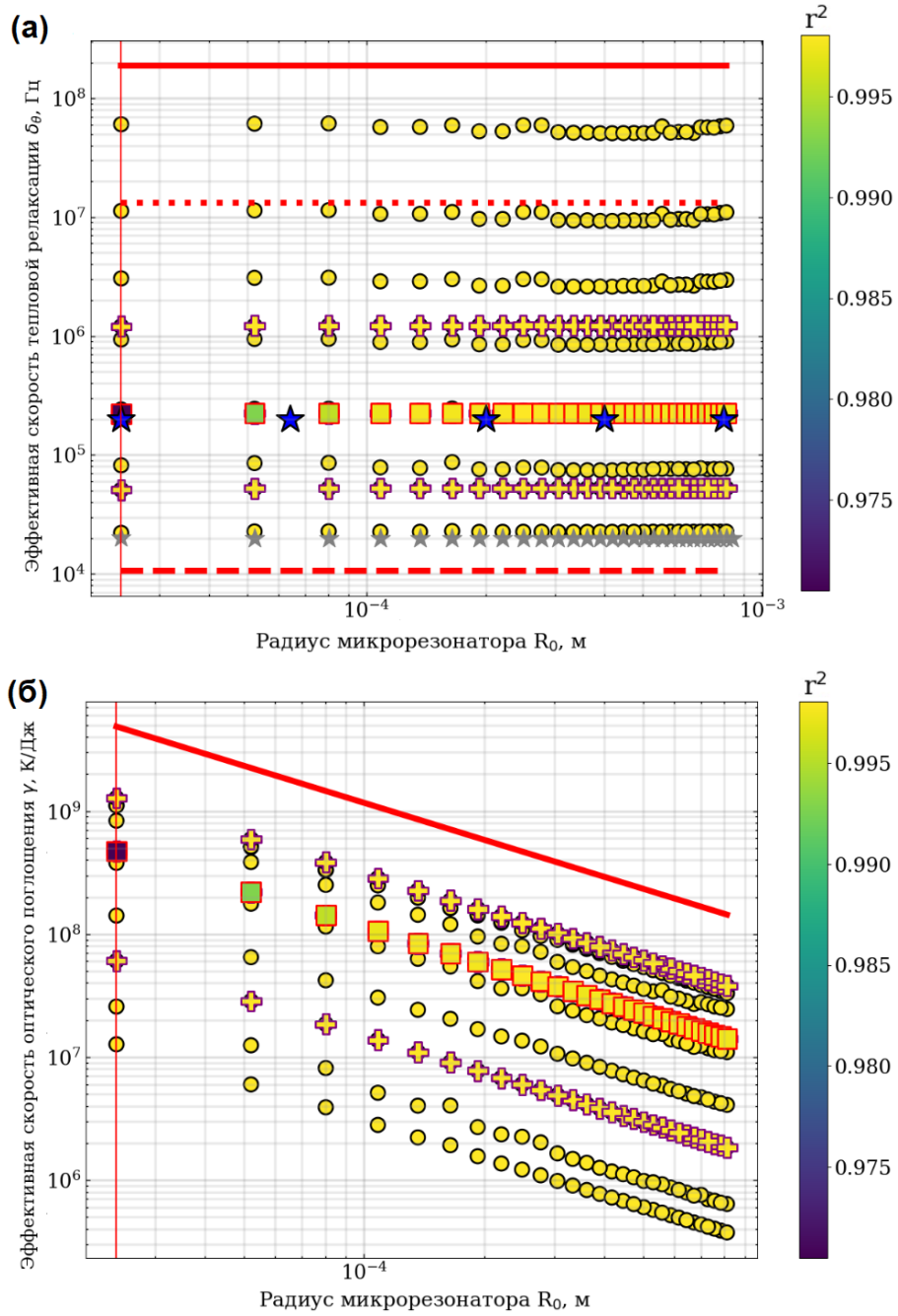


Рисунок 2.8 — Сравнение эффективной скорости (а): тепловой релаксации и (б): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона радиусов микрорезонатора R_0 : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (а) и формуле (2.15) на панели (б), красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в (а) и (б) соответствует радиусу микрорезонатора по умолчанию (см. таблицу 3) $R_0 = 24$ мкм.

зонатора R_0 . Кроме того, видно, что почти все значения эффективной скорости тепловой релаксации находятся в диапазоне между красными пунктирными (2.23)) и красными пунктирными (формула (2.24)) линиями на рисунке 2.8 (а).

В то же время для узких волноводов ($dr < dz$) наблюдается сильное расхождение с теоретической кривой (красная пунктирная линия, рисунок 2.9). Однако при добавлении экспонент расхождение с теоретическими кривыми для узких волноводов уменьшается. Более того, с уменьшением ширины волновода dr для лучшего согласия с теорией (2.7) требуется большее число экспонент. Самая медленная эффективная скорость тепловой релаксации подсистемы покрытия хорошо согласуется с первой тепловой модой покрытия (серые звезды, рисунок 2.9 (а)) и формулой (2.24) (красная пунктирная линия, рисунок 2.9 (а)). Кроме того, видно, что почти все значения эффективной скорости тепловой релаксации находятся в диапазоне между красной точечной (2.23)) и красной пунктирной (формула (2.24)) линиями на рисунке 2.9.

Также исследовался амплитудный спектр экспонент для волноводов различной ширины dr . На рисунке 2.10 видно, что изменение ширины dr волновода в широких пределах не приводит к существенному изменению спектра. Были проанализированы разные способы усреднения аналитических формул (2.14) (красная/зеленая/серая сплошная линия на рисунке 2.10), (2.23) (красная/зеленая/серая точечная линия на рисунке 2.10) и (2.24) (красная пунктирная линия на рисунке 2.10) для получения грубого приближения скорости тепловой релаксации. Наилучшие результаты были получены при использовании среднего геометрического (красная/зеленая/серая пунктирная линия на рисунке 2.10). С помощью комбинации двух предложенных аналитических формул (2.23) и (2.24), были получены значения $\delta_\theta^{av} = \sqrt{\delta_\theta^{mod} \cdot \delta_\theta^{slow}}$ с порядком величины, аналогичным случаю одноэкспоненциальной аппроксимации (см. штрих-пунктирные линии на рисунке 2.10). Это доказывает, что эффективная скорость тепловой релаксации при одноэкспоненциальной аппроксимации, по существу, представляет собой комбинацию эффективных скоростей тепловой релаксации двух тепловых подсистем (моды и покрытия). Однако, видно, что разница между предложенным средним значением и численным моделированием довольно велика, поэтому δ_θ^{av} может служить лишь грубой оценкой для конкретной конструкции микрорезонатора.

Также стоит отметить, что для широкого волновода существуют моды (серые звезды на рисунке 2.10) с эффективными скоростями тепловой релак-

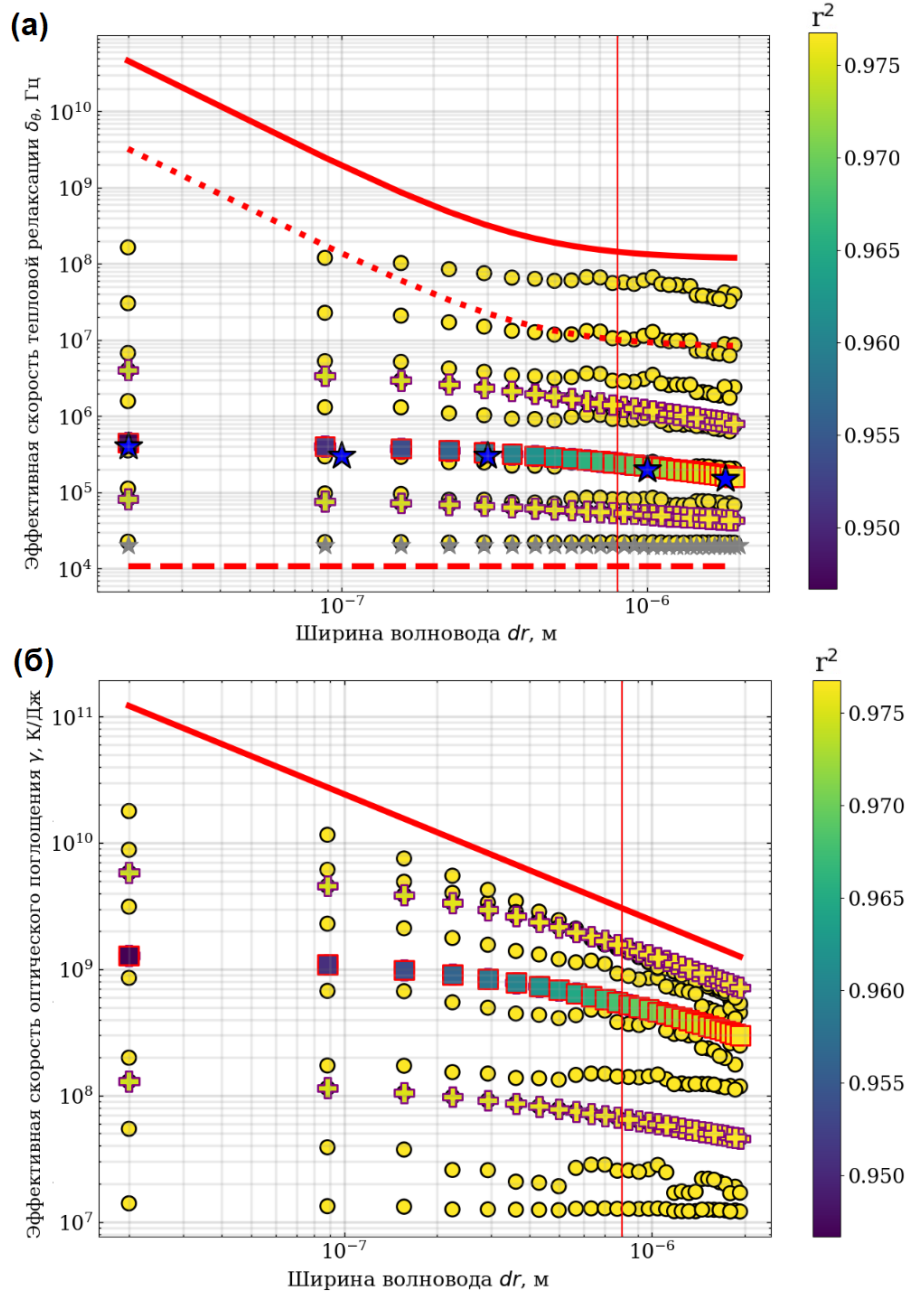


Рисунок 2.9 — Сравнение эффективной скорости (а): тепловой релаксации и (б): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона ширин волновода dr : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (а) и формуле (2.15) на панели (б), красная пунктирная линия — формула (2.24), квадраты — аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики — аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги — аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в (а) и (б) соответствует квадратному волноводу $dr = 0,8$ мкм (см. таблицу 3).

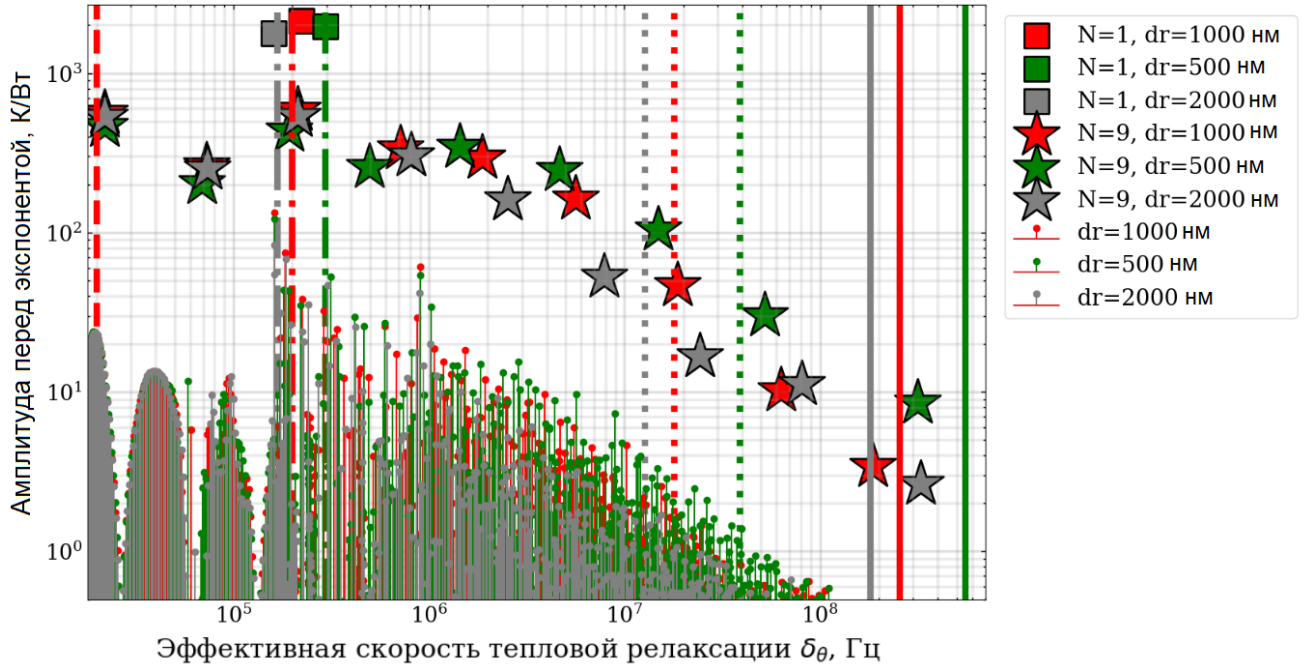


Рисунок 2.10 — Квадраты и звезды обозначают амплитуды экспоненциальной аппроксимации (2.17) с количеством экспонент $N = 1$ и 9 соответственно для волноводов шириной 1000 нм, 500 нм и 2000 нм (красные, зеленые и серые символы, соответственно); вертикальные линии – амплитуды спектра $\gamma^{(k)}/\delta_{\theta}^{(k)}$, полученные методом разложения по тепловым модам для интегрального микрорезонатора с заданными по умолчанию материалами и геометрическими параметрами, указанными в таблицах 3 и 4 для волноводов различной ширины dr : красные линии – 1000 нм, зеленые линии – 500 нм, серые – 2000 нм, красная/зеленая/серая сплошная линия – теоретические эффективные скорости тепловой релаксации по формуле (2.14) с $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная/зеленая/серая точечная линия – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации по формуле (2.23) с $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная пунктирная линия – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации по формуле (2.24), красная/зеленая/серая штрихпунктирная линия – грубая оценка путем усреднения эффективных скоростей тепловой релаксации ($\delta_{\theta}^{av} = \sqrt{\delta_{\theta}^{mod} \cdot \delta_{\theta}^{slow}}$) для $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная пунктирная линия – формула (2.24).

сации, превышающими те, которые предусмотрены теоретической формулой (2.14) (серая сплошная линия на рис. 2.10). Это связано с тем, что для широких волноводов оценка полуширины поперечного профиля моды как полуширины поперечного сечения волновода может быть недостаточно точной.

Стоит обратить внимание на то, что формула (2.14) не учитывает никакие геометрические параметры микрорезонатора, кроме размеров электромагнитной моды резонатора. Однако, было получено, что расстояние между волноводом и кремниевой подложкой h оказывает существенное влияние на эффективные параметры. На рисунке 2.11 показана зависимость эффективных параметров от расстояния h . Видно, что в диапазоне от 10^{-6} м до 4×10^{-5} м эффективная скорость тепловой релаксации меняется более чем на порядок.

Видно, что численные собственные значения для самых медленных тепловых мод подсистемы покрытия (серые звезды, рисунок 2.11 (а)) хорошо описываются формулой (2.24) (красная пунктирная линия) в большом диапазоне значений расстояния между волноводом и кремниевой подложкой h . Также следует отметить, что почти все значения эффективной скорости тепловой релаксации находятся в диапазоне между красной точечной (2.23)) и красной пунктирными (формула (2.24)) линиями на рисунке 2.11 (а).

Также было исследовано влияние границы фотонного микрочипа с воздухом при различных коэффициентах теплоотдачи в широком диапазоне. Существенного влияния на эффективные параметры обнаружено не было. Таким образом, можно заключить, что границу с воздухом допустимо считать теплоизолированной.

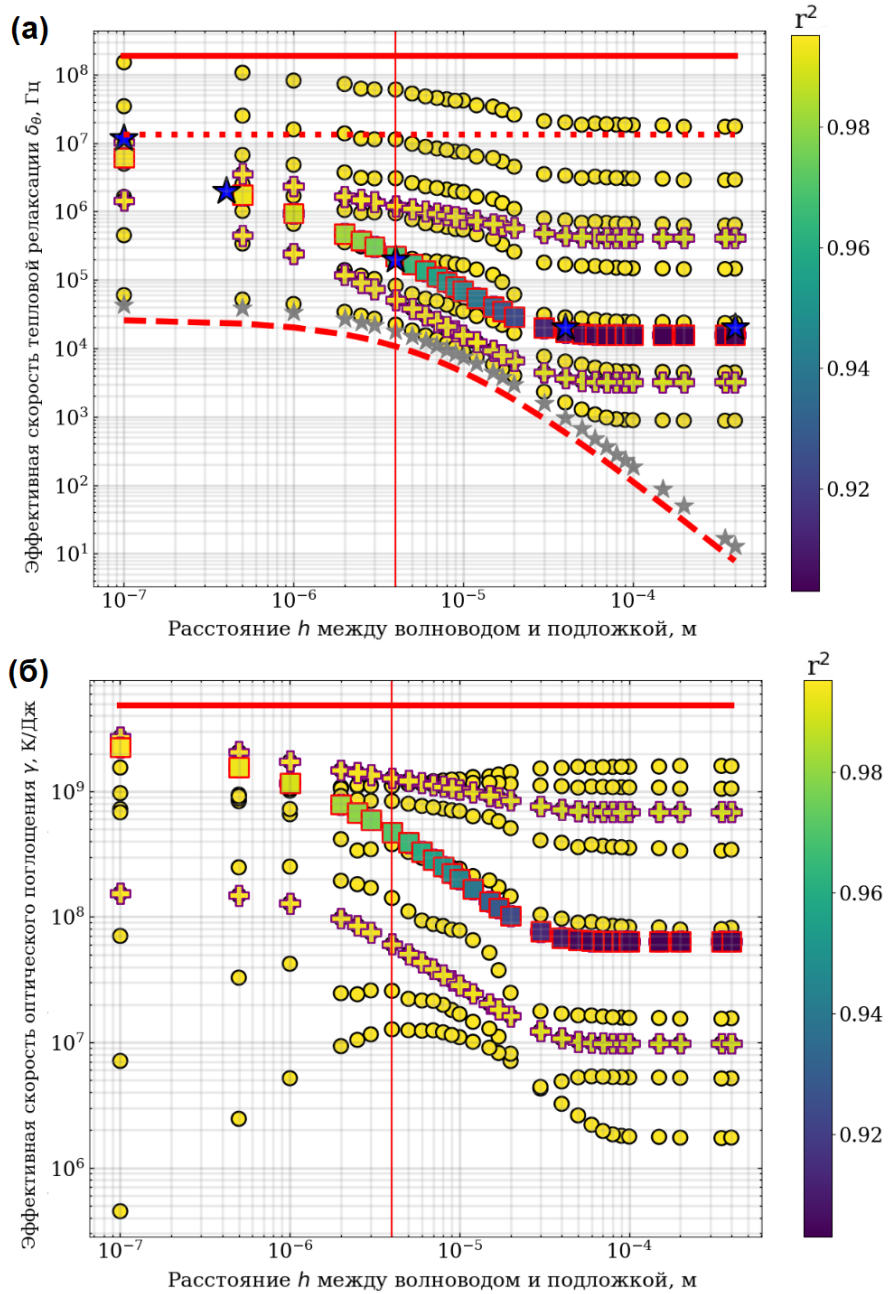


Рисунок 2.11 — Сравнение эффективной скорости (а): тепловой релаксации и (б): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона расстояний между волноводом и кремниевой подложкой h : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (а) и формуле (2.15) на панели (б), красная пунктирная линия – формуле (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в (а) и (б) соответствует $h = 4$ мкм.

2.4.2 Зависимость точности аппроксимации от параметров накачки

Важным показателем того, что использование скоростного уравнения (2.16) эквивалентно использованию уравнения теплопроводности (2.8) является тот факт, что их решения дают одинаковый результат при любых параметрах микрорезонатора и любого внешнего воздействия. Все эффективные параметры в данной главе рассчитывались аппроксимацией данных численного моделирования при нагреве постоянной мощностью P . Однако существуют ситуации, когда мощность в микрорезонаторе является функцией времени $P(t)$. Было проверено, насколько точно описывают динамику температуры при импульсной накачке эффективные параметры, рассчитанные при нагреве постоянной мощностью. На рис. 2.12 (а) видно, что две экспоненты (два скоростных уравнения) обеспечивают коэффициент детерминации $r^2 = 0.998$ для случая нагрева постоянной мощностью. Однако, если использовать те же самые эффективные параметры для аппроксимации динамики температуры при нагреве импульсом с длительностью порядка 1 мкс, для двух экспонент $r^2 = 0.979$, а для одной экспоненты $r^2 = 0.303$. Далее была рассчитана зависимость точности аппроксимации различным числом экспонент динамики температуры при нагреве импульсами мощности различной длительности (от 10^{-10} с до 10^{-3} с). Было получено, что только при девяти ($N=9$) экспонентах точность аппроксимации не зависит от длительности импульса мощности. Поэтому в общем случае, когда в мощность в микрорезонаторе может быть произвольной функцией от времени и содержать как постоянную, так и импульсную составляющие, необходимо использовать девять экспонент и, как следствие, девять скоростных уравнений (2.16) для точного учета тепловых сдвигов частоты.

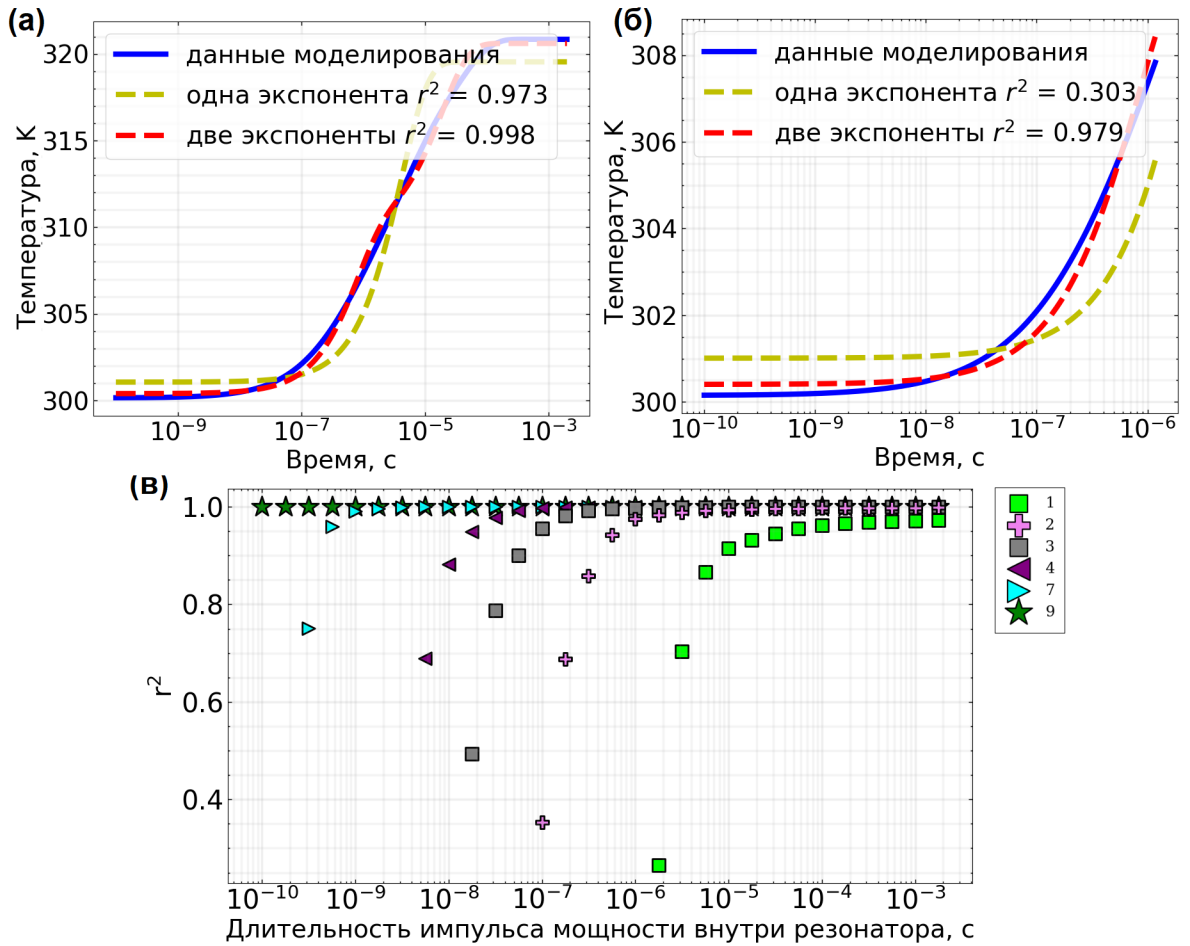


Рисунок 2.12 — Аппроксимация динамики температуры при нагреве микрорезонатора (а:) постоянной мощностью и (б:) импульсом с длительностью 1 мкс. (в:) Зависимость точности аппроксимации от длительности импульса мощности накачки для различного числа экспонент (от 1 до 9, см. символы на графике).

2.4.3 Проверка корректности граничных условий и материальных параметров модели

Для проверки корректности граничных условий и материальных параметров модели интегрального микрорезонатора экспериментально измеренные сдвиги частоты, вызванные нагревателем, сравнивались с результатами численного моделирования [123; 124]. В модели источник тепловой энергии задавался как $P_h = U^2/R_h$ в области нагревателя, где U — напряжение, подаваемое на контакты нагревателя в эксперименте, R_h — сопротивление материала нагревателя, указанное производителем $R_h = 65$ Ом. В качестве материала нагревателя был выбран алюминий, поскольку реальные параметры нагревателя неизвестны и являются коммерческой тайной производителя микросхемы. На контакты

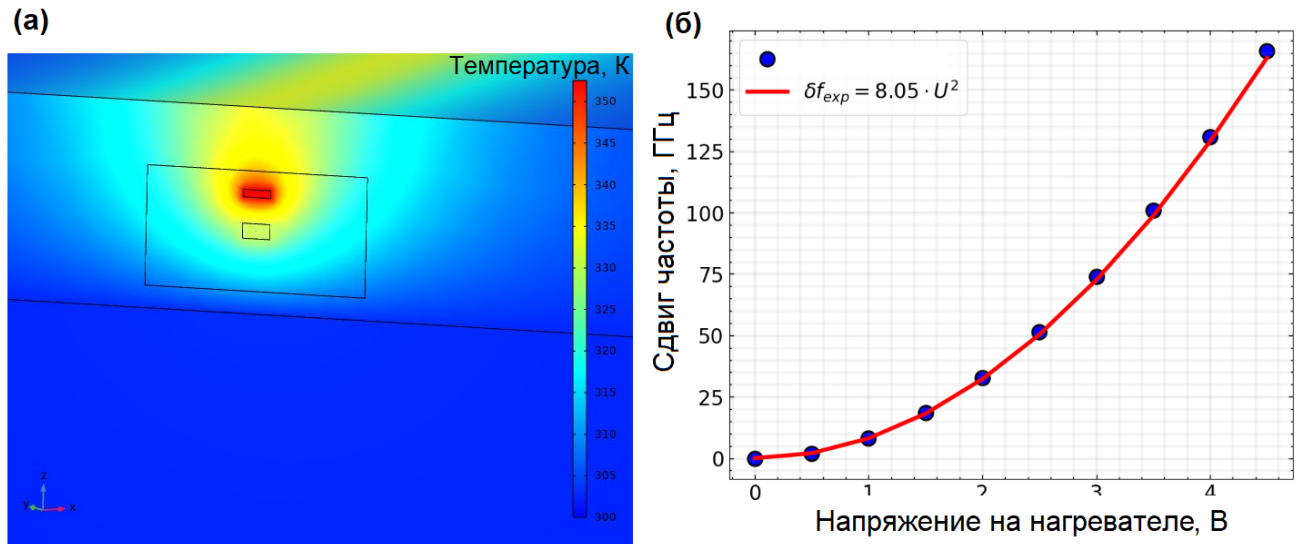


Рисунок 2.13 — (а) Распределение температуры в интегральной фотонной микросхеме при напряжении нагревателя $U = 4,3$ В. (б) Синие точки — результаты численного моделирования сдвига частоты нагревателем как функция напряжения, а красная линия — аппроксимация экспериментально измеренного сдвига частоты: $\delta f_{exp} = 8,05 \cdot U^2$.

нагревателя подавалось напряжение U в диапазоне от 1 до 5 вольт. При этом измерялся стационарный сдвиг резонансов. Данные измерения (сдвиги частоты при соответствующем напряжении на нагревателе) аппроксимировались квадратичной функцией: $\delta f_{exp} = 8,05 \cdot U^2$.

На рисунке 2.13 видно, что экспериментальные данные (красная линия) и результаты численного моделирования (синие точки) хорошо согласуются, что подтверждает правильность разработанной модели интегрального микро-резонатора.

2.4.4 Экспериментальные ограничения на измерения временной зависимости сдвигов частоты

Предлагаемая теория рассматривает довольно тонкие тепловые процессы, подробно описываемые разложением по тепловым модам. Однако, возникает вопрос, насколько точно можно измерить тепловые параметры в эксперименте с учетом фундаментальных шумовых механизмов и можно ли наблюдать прогнозируемую сложную динамику температуры. Предлагаемая эксперимен-

тальная установка, позволяющая получить необходимую точность, показана на рисунке 2.14. Лазер с непрерывным излучением нагревает микрорезонатор, возбуждая его моду. Частота лазера накачки привязывается к собственной частотой того же микрорезонатора с помощью системы автоподстройки, основанной на методе Паунда–Древера–Холла (PDH) [125]. Предлагается измерять модуль сигнала ошибки, пропорциональный сдвигу частоты микрорезонатора. Далее его можно аппроксимировать суммой экспонент согласно разработанному методу разложения по тепловым модам. Важно, что мощность накачки должна быть достаточно малой, чтобы избежать нежелательных нелинейных эффектов (пороговая мощность зависит от добротности микрорезонатора) и минимизировать керровский сдвиг частоты.

Существуют фундаментальные ограничения, которые добавляют шум к экспериментально измеренным зависимостям, что может ограничить число экспериментально наблюдаемых экспонент. В частности, учитывались такие фундаментальные факторы, как тепловой шум в интегральных микрорезонаторах, частотный и амплитудный шум лазера накачки, шум фотоприемника и цифровой шум. Сделаны оценки вклада таких факторов. В оптическом резонаторе существуют термодинамические флуктуации температуры δT_{noise} , дисперсия которых равна:

$$\langle \delta T_{noise}^2 \rangle = \frac{k_B T^2}{C \rho V}, \quad (2.26)$$

где T — температура термостата, k_B — постоянная Больцмана, ρ — плотность, C — теплоемкость материала волновода, V — объём оптической моды. Используя параметры материала Si_3N_4 (см. таблицы 3 и 4) и объём оптической моды типичного микрорезонатора 24 мкм, можно получить значение стандартное отклонение температуры как $\sqrt{\langle \delta T_{noise}^2 \rangle} \approx 60$ мкК [53]. На рисунке 2.2 видно, что фундаментальный тепловой шум намного меньше (максимальное отклонение температуры от данных $(T_i(t_i) - T(t_i)) \approx 3$ К), чем шум нагрева микрорезонатора за счет поглощения мощности накачки для стандартного диапазона параметров микрорезонатора.

Частотный шум для лазера с шириной линии 10 кГц и микрорезонатора с резонансной шириной линии 100 МГц обеспечивает относительную погрешность всего 5×10^{-5} , что соответствует ошибке $\approx 0.005\%$. На рисунке 2.2 также видно, что относительная ошибка достигает $\frac{(T_i(t_i) - T(t_i))}{T_0} \approx 14\%$.

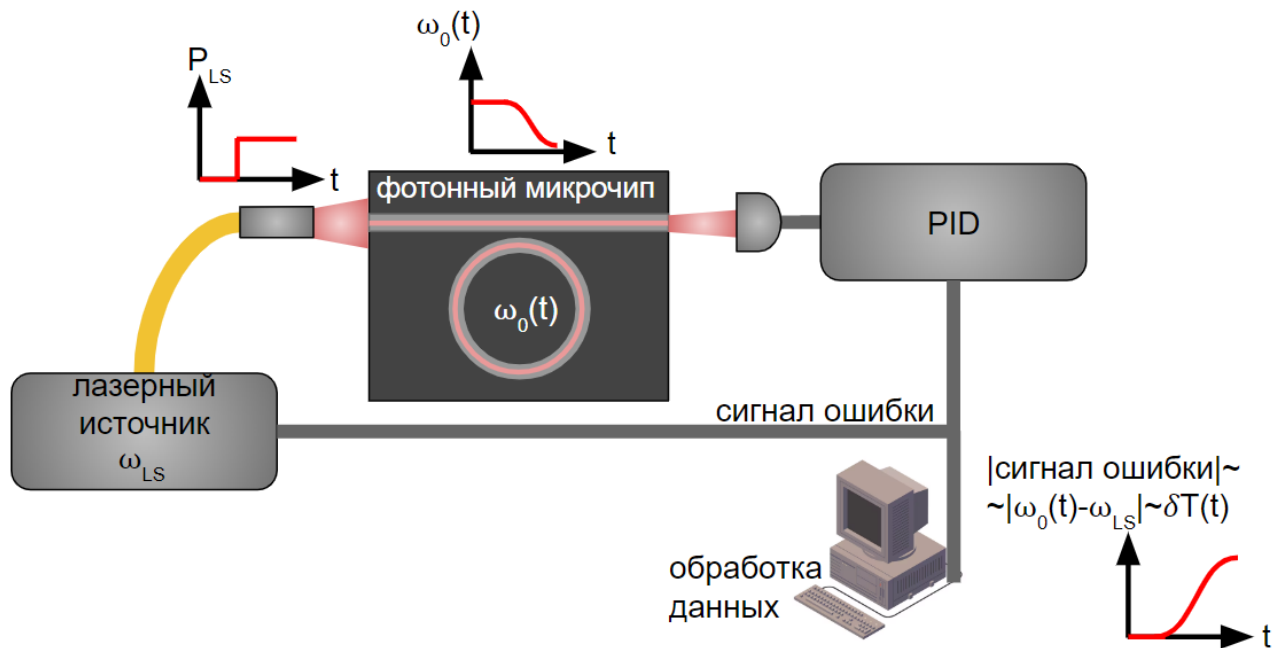


Рисунок 2.14 — Предложена экспериментальная установка для проверки метода определения эффективных тепловых параметров методом разложения по тепловым модам. P_{LS} и ω_{LS} – оптическая мощность и частота генерации лазерного источника, ω_0 – резонансная частота микрорезонатора, $\delta T = \sum \delta T^{(k)}$ из уравнения (2.17).

Шум системы стабилизации PDH, включая тепловой шум детектора и цифровой шум системы, может быть весьма малым [125]. Таким образом, учитывая фундаментальные ограничивающие механизмы, можно утверждать, что такое детальное распределение теплового отклика возможно измерить.

2.5 Взаимосвязь тепловых параметров с терморефрактивным шумом

В данном разделе проанализированы различные методы определения терморефрактивного шума в интегральных микрорезонаторах из нитрида кремния и микросферах из плавленого кварца (рис. 2.15 (а) и (б) соответственно). Прямое измерение терморефрактивного шума — достаточно сложный эксперимент, требующий изоляции экспериментальной установки от технических шумов. Обычно используемые теоретические формулы, к сожалению, не учитывают сложную форму и неоднородность материала микрорезонатора и могут

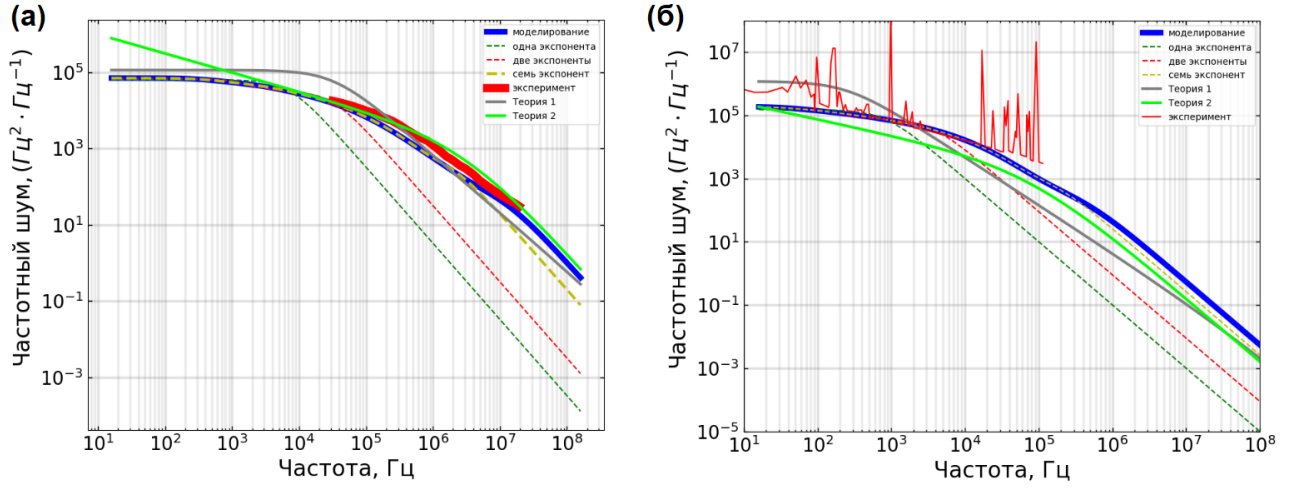


Рисунок 2.15 — Сравнение терморефрактивного шума полученного с помощью аналитических формул (Теория 1 – (1.2), Теория 2 – (1.1)), моделирования методом ФДТ (см. предыдущую главу) и с помощью разложения по тепловым модам (2.28).

плохо согласовываться с экспериментом. Поэтому наиболее точным описанием терморефрактивного шума является численное моделирование, основанное на использовании Флуктуационно-диссипационной теоремы (ФДТ) [54]. С другой стороны, измерение эффективных тепловых параметров технически гораздо более простой эксперимент по сравнению с прямым измерением терморефрактивного шума. Используя преобразование Фурье для скоростного уравнения (2.21) с тепловым шумовым источником, можно представить спектральную плотность флуктуаций температуры в качестве суммы спектральных плотностей каждой тепловой моды [45]:

$$S_{\delta T}(\Omega) = 4kT_0^2 \sum_k^N \frac{\gamma^{(k)}}{\delta_\theta^{(k)}} \frac{1}{(1 + (\frac{\Omega}{\delta_\theta^{(k)}})^2)}. \quad (2.27)$$

Учитывая, что $S_{\delta\omega} = (\frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dT} \omega_0)^2 S_{\delta T}$, выражение для терморефрактивного шума будет иметь вид:

$$S_{\delta\omega}(\Omega) = 4kT_0^2 (\frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dT} \omega_0)^2 \sum_k^N \frac{\gamma^{(k)}}{\delta_\theta^{(k)}} \frac{1}{(1 + (\frac{\Omega}{\delta_\theta^{(k)}})^2)}. \quad (2.28)$$

Это позволяет построить кривую терморефрактивного шума (см. зеленые, красные и желтые штриховые линии на рис. 2.15 для $N = 1, 2$ и 7 соответственно), такую же, как и при моделировании методом ФДТ (синяя линия на рис. 2.15), что хорошо согласуется с экспериментом (красная линия на рис. 2.15), в отличие от обычно используемых формул (серая и салатовая линии на рис. 2.15). В

Таблица 5 — Типичные параметры системы "микрорезонатор - лазер которые использовались для численного моделирования

Параметр	Значение
Нормированная амплитуда накачки f_e	(1.5;8)
нагруженная ширина линии резонанса микрорезонатора κ	$\pi \cdot 1.1$ МГц
коэффициент усиления лазера g	$7.4 \cdot 10^{-20}$ м ³ /с
нормированная скорость релаксации носителей $\tilde{\kappa}_N$	90
скорость сканирования v_ξ	-0.1
коэффициент керровской нелинейности g_0	$4.2 \cdot 10^{-23}$ м ³ /с
коэффициент стабилизации $\tilde{K}_0$	4183
Фактор Генри α_g	0
фаза затягивания ψ_S	$2\pi \cdot (0;1)$
коэффициент связи микрорезонатора и зеркала $\tilde{\kappa}_W$	1.72
коэффициент обратного рассеяния Γ	(0.03;0.5)
нормированная скорость релаксации лазерного поля k_l	$3.0 \cdot 10^5$

результате предложен новый и более простой подход к описанию терморефрактивного шума с использованием эффективных тепловых параметров.

2.6 Влияние тепловых эффектов на динамику нелинейных процессов в микрорезонаторе

Модифицированная система для моделирования динамики поля лазера и поля внутри резонатора с учетом тепловой нелинейности сложна для анализа ввиду наличия большого количества параметров, указанных в таблице 5 [36]. При анализе полученной системы уравнений варьировались только амплитуда накачки f_p и отношение нелинейностей $\frac{n_{2T}}{n_2}$, так как $|f_p|^2$ пропорциональна входной мощности, а отношение $\frac{n_{2T}}{n_2}$ зависит как от материала, так и от формы микрорезонатора, что было подробно исследовано ранее [126]. Причем, тепловые и нелинейные процессы имеют разные временные масштабы, как правило тепловые гораздо медленнее.

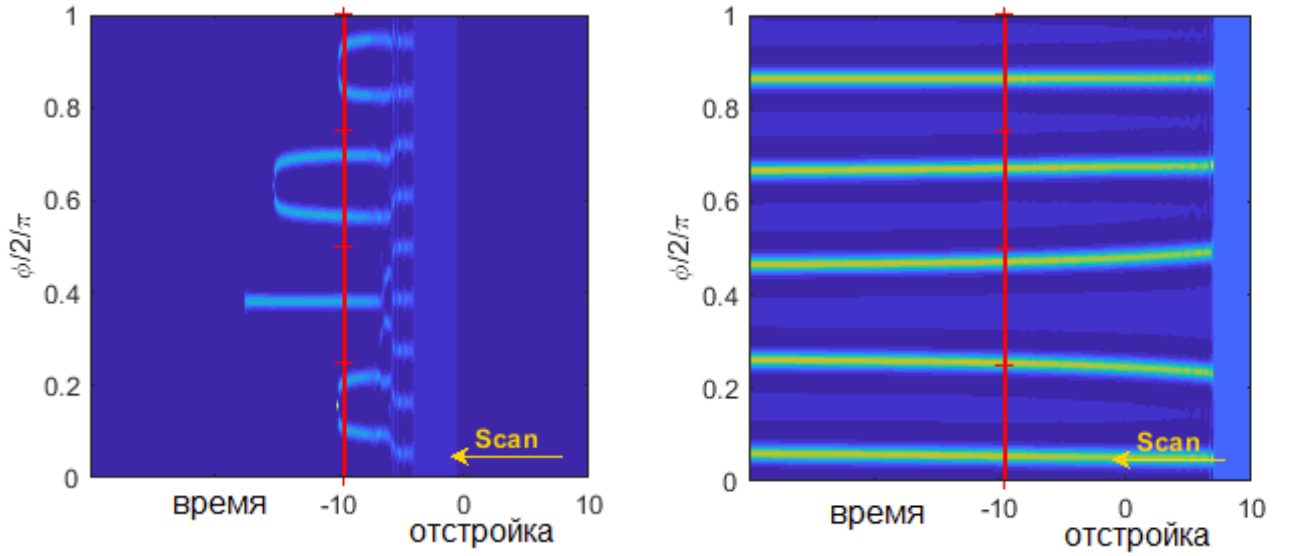


Рисунок 2.16 — Угловое распределение эволюции интенсивности внутри резонатора для нулевой (слева) и ненулевой (справа) обратной связи. Расстройка сканируется справа налево и останавливается на красной вертикальной линии

Чтобы исследовать влияния затягивания с учетом тепловой и керровской нелинейности на стабильность солитонного состояния, было проведено два варианта моделирования динамики с учетом тепловых эффектов: с нулевой и ненулевой обратной связью. Сканирование отстройки останавливалось в области существования солитона. При наличии тепловых эффектов, но при отсутствии обратной связи, солитоны распадаются (см. Рис. 2.16, левая панель). Однако, если в модель добавить обратную связь, солитонное состояние сохраняется (см. Рис. 2.16, правая панель). Для проверки полученных результатов было проведено моделирование для разных значений отношения коэффициентов тепловой и керровской нелинейностей $\frac{n_{2T}}{n_2}$ и не было обнаружено различия в эволюции солитонного состояния при затягивании.

Помимо солитонов, особый интерес представляет процесс генерации темных солитонов (платиконов) [127], реализуемый при нормальной дисперсии групповых скоростей. На Рисунке 2.17 видно, что использование эффекта затягивания обеспечивает как генерацию подобных структур [36], обычно невозможную без применения специальных методов (частотная модуляция накачки [128; 129], локальное изменение закона дисперсии [127; 130]), так и позволяет скомпенсировать деструктивное влияние тепловых эффектов. На Рис. 2.17 видно, что в режиме затягивания динамика процесса при наличии тепловых эффектов (справа) и в их отсутствие (слева) принципиально не различается.

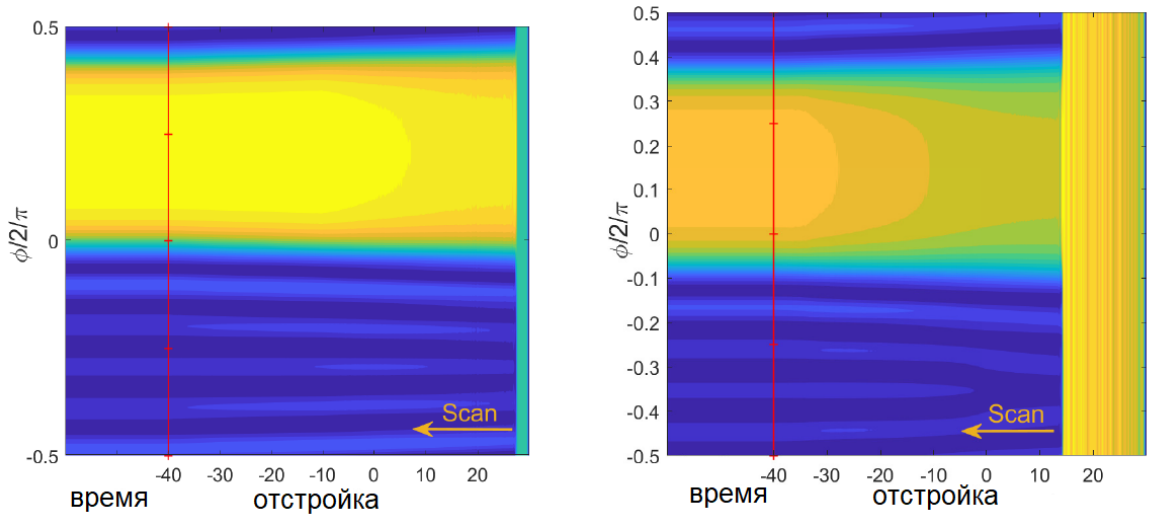


Рисунок 2.17 — Эволюция углового распределения интенсивности внутри резонатора при обратной связи для случая нормальной дисперсии групповых скоростей без учета тепловых эффектов (слева) и с учетом тепловых эффектов (справа). Расстройка сканируется справа налево и останавливается на красной вертикальной линии

Для интерпретации результатов моделирования динамики солитонов и платиконов, разработанный метод определения эффективных тепловых параметров был применен на другие типы микрорезонаторов, такие как микротороиды, микросферы и дисковые кристаллические микрорезонаторы (см. рис. 2.19). Было обнаружено, что оптимальное число экспонент может варьироваться от 2 до 9 для различных типов микрорезонаторов. Наименьшее число оптимального количества экспонент было получено у микротороида, что связано с значительным теплоотводом в кремниевую подложку. В результате была получена карта эффективных скоростей тепловой релаксации с оптимальным числом для различных типов микрорезонатора и было проведено сравнение с, используемой при моделирование, эффективной скоростью тепловой релаксации $\delta_\theta = 0.01\kappa$, где κ – ширина линии резонанса, $Q_m = \frac{\omega_0}{\kappa}$. На рисунке 2.19 синяя, оранжевая и зеленая вертикальные линии соответствуют эффективным скоростям тепловой релаксации для резонаторов с добротностью $Q_m = 10^{10}$, 10^8 и 10^6 соответственно. Видно, что синяя линия находится в области дисковых микрорезонаторов, для которых характерная добротность составляет 10^9 - 10^{10} . В то же время зеленая линия находится в области эффективных скоростей тепловой релаксации характерных для интегральных микрорезонатор, для которых типичная добротность составляет 10^6 - 10^7 . Из этого можно заключить, что полу-

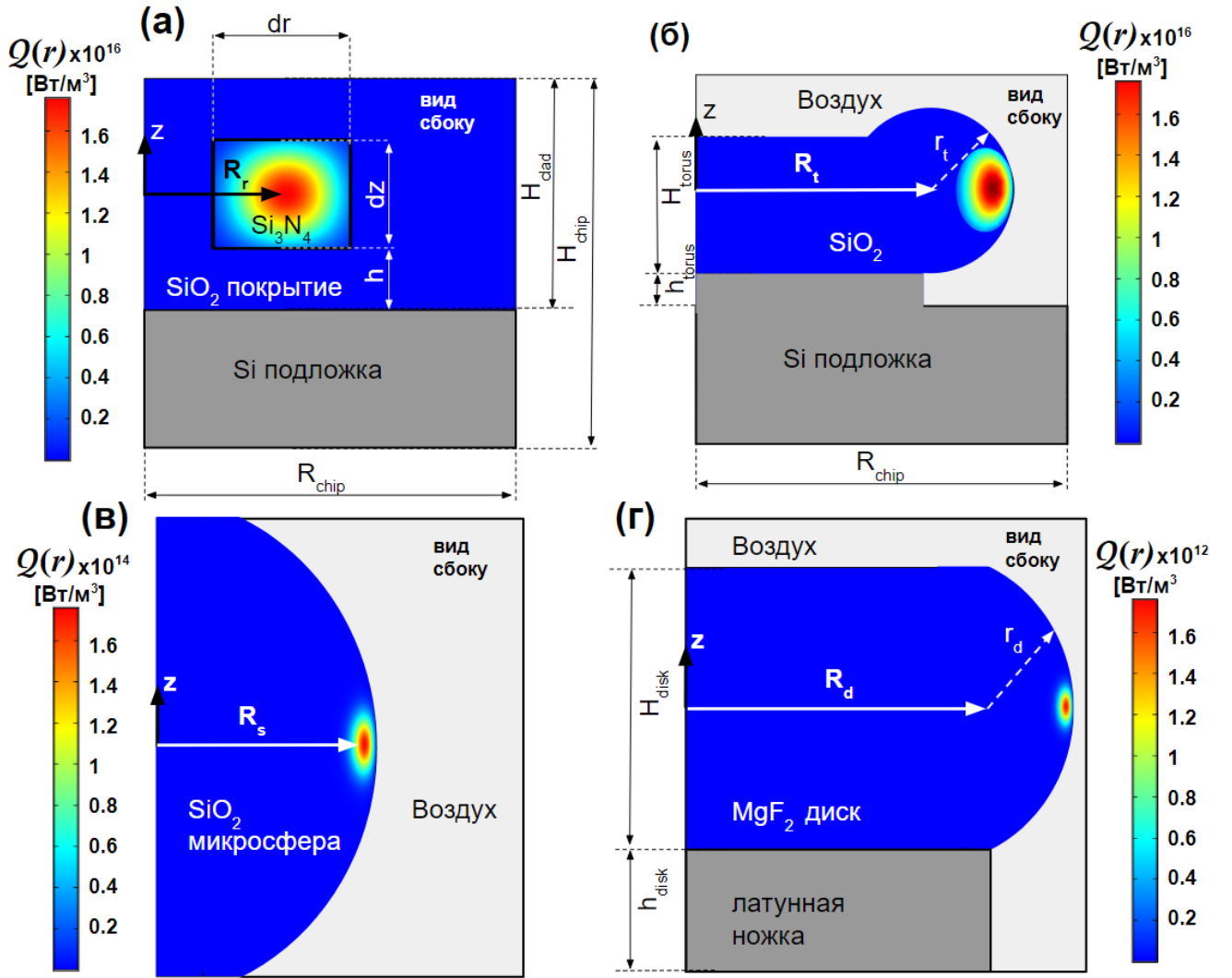


Рисунок 2.18 — Модели разных типов микрорезонатора: (а) кольцевой интегральный микрорезонатор, (б) микротороид, (в) микросфера, (г) дисковый микрорезонатор, параметры которых указаны в таблицах 3, 4, 6 и 7. Цвет показывает распределение источников тепла $Q(r)$ внутри микрорезонаторов

ченные результаты моделирования динамики солитонов и платиконов с учетом тепловой нелинейности справедливы как для дисковых кристаллических, так и интегральных кольцевых микрорезонаторов.

Стоит отметить, что в реальных структурах неизбежно совместное сосуществование двух тепловых эффектов – терморефракции и теплового расширения. Ранее рассматривалась только терморефракция, которая зависит от температуры в области распространения оптической моды. Однако существуют материалы, в которых тепловое расширение значительно превосходит терморефракцию, например MgF_2 [44]. При этом, известно, что тепловое расширение зависит от средней по объему резонатора температуры, которая может значительно отличаться от температуры в области оптической моды, например,

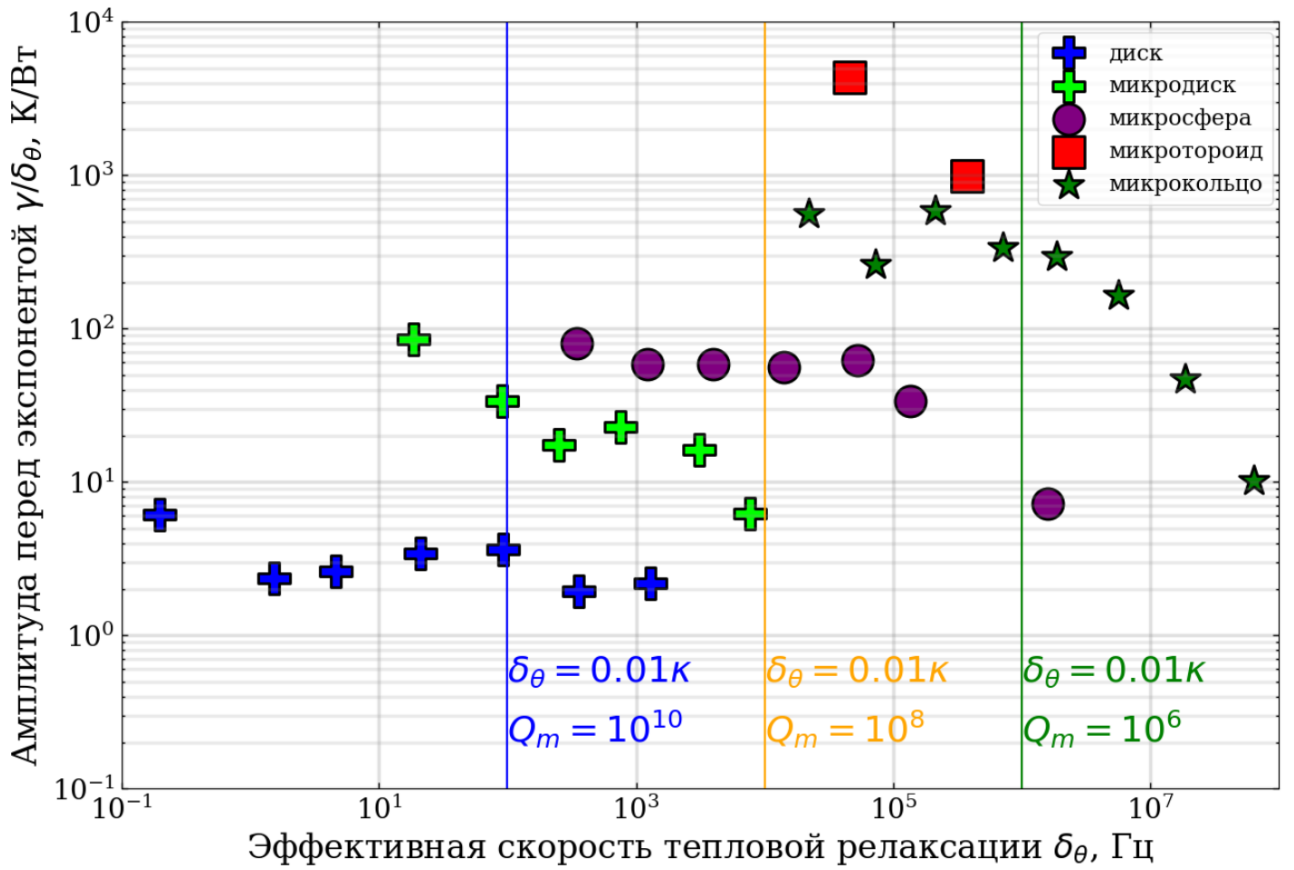


Рисунок 2.19 — Карта оптимальных тепловых параметров для разных типов микрорезонатора: дисковый микрорезонатор, микротороид, микросфера, кольцевой интегральный микрорезонатор.

для дисковых кристаллических микрорезонаторов. При аппроксимации динамики средней по объему резонатора температуры для модели дискового микрорезонатора из фторида магния было получено, что из полного набора эффективных скоростей тепловой релаксации в тепловом расширении участвует лишь несколько самых медленных. При этом сами значения эффективных скоростей тепловой релаксации остались такими же, как и в случае аппроксимации динамики температуры в области оптической моды.

Таблица 6 — Параметры микрорезонаторов (см. рис. 2.18), которые использовались для численного моделирования

Параметр	Значение
радиус микрокольца R_r	24 мкм
малый радиус микротороида r_t	2.5 мкм
большой радиус микротороида R_t	24 мкм
высота ножки микротороида h_{torus}	10 мкм
толщина микротороида H_{torus}	4 мкм
радиус микросферы R_s	69 мкм
радиус диска R_d	1.85 мм
малый радиус диска r_d	0.4 мм
длина ножки диска h_{disk}	6 мм
толщина диска H_{disk}	1 мм

2.7 Выводы

В данной главе было проведено сравнение различных методов определения эффективных тепловых параметров для широкого диапазона материальных и геометрических параметров интегрального микрорезонатора. В частности, было показано, что в диапазоне стандартных параметров интегрального микрорезонатора точность обычного одноэкспоненциального приближения, полученного из одного скоростного уравнения, описывающего нагрев микрорезонатора, может быть относительно низкой. Однако, показано, что добавление для описания этого процесса нескольких экспонент, соответствующих различным тепловым модам микрорезонатора, позволяет существенно повысить точность аппроксимации. Исследовалась зависимость точности аппроксимации от числа экспонент (и соответствующего числа скоростных уравнений) для широкого диапазона реальных параметров рассматриваемых структур и найдено оптимальное количество тепловых мод (и соответственно тепловых процессов), которые необходимо учитывать. Для рассматриваемого интегрального микрорезонатора сходимость числа экспонент достигнута при $N = 9$ тепловых мод.

В результате предложен оригинальный и эффективный метод точного расчета эффективных тепловых параметров в высокодобротных оптических микрорезонаторах, основанный на разложении теплового поля на тепловые моды микрорезонатора.

Предложенный метод в отличие от классического подхода лучше согласуется с прямым численным моделированием в рассматриваемых микрорезонаторах и известными теоретическими формулами во всем диапазоне параметров микрорезонатора и при любом внешнем воздействии. Разработанный метод универсален и может быть использован для широкого круга микрорезонаторных платформ. Полученные результаты также дают глубокое понимание тепловой динамики устройств на основе микрорезонаторов.

Глава 3. Измерение сдвигов частоты в оптических микрорезонаторах

3.1 Введение

В современной науке и технике существует потребность в стабильных перестраиваемых лазерах с малой шириной спектра излучения [103]. В частности, лазеры с малой шириной линии и возможностью быстрой подстройки частоты необходимы для осуществления эффективной привязки резонансной частоты оптического резонатора к атомному переходу [100]. Удачным решением при проектировке систем привязки к атомным переходам, сочетающим преимущества коммерчески доступных оптических компонентов с требованием работы в ближнего ИК и видимого диапазона длин волн, является способ построения систем на основе схем с генерацией второй гармоники [100], так как элементная база фотоники хорошо развита в телекоммуникационном диапазоне длин волн (ближнем ИК). В частности, доступны эффективные малошумящие оптические усилители. В то время, как атомные переходы обычно соответствуют видимому диапазону.

С другой стороны, полупроводниковые многочастотные лазерные диоды выгодно отличаются компактностью, коммерческой доступностью и относительно высокой мощностью излучения. По этим причинам сочетание преимуществ диодных лазеров с кристаллическими микрорезонаторами открывает потенциал для разработки лазерного источника с исключительно узкой линией [102; 103]. Более того, присущая таким резонаторам многомодовая структура может быть использована как преимущество, позволяющее переключаться между режимами работы, обеспечивающими желаемые длины волн и различное количество мод генерации [110].

Между тем, важным фактором является возможность перестраивать частоту лазеров в режиме затягивания на оптический микрорезонатор, что возможно с помощью тепловых эффектов, например, с помощью использования интегральных нагревателей [123], внешнего лазерного излучения [88; 90; 131], механического воздействия пьезоэлементом, размещенным на микрорезонаторе [97; 98], внешнего электрического поля [99; 132; 133], управлением фазой затя-

гивания [102] или использования акустооптических модуляторов. Каждый из методов подстройки резонансных частот обладает рядом достоинств и недостатков.

Наибольшим быстродействием обладает подстройка частоты с помощью электрооптического эффекта, однако использование электрооптического эффекта ограничено лишь небольшим выбором материалов микрорезонатора, например, ниобата лития, танталата лития и арсенида галлия. Ниобат лития обладает электрооптическим коэффициентом равным $r_{33}=31$ пм/В, который слабо отличается от танталата лития. Однако добротность резонаторов из ниобата лития получается ниже практически на порядок. В статье [132] продемонстрирована добротность $3 \cdot 10^8$, в то время как достигнутая добротность резонаторов из танталата лития составляет $Q=10^9$ [99]. Поэтому танталат лития может стать более перспективным материалом для изготовления электрооптических микрорезонаторов.

Альтернативой электрооптической подстройке частоты может быть использование механического воздействия. В частности, размещение пьезоэлемента на микрорезонаторе позволяет достичь сдвига частоты 20 МГц/В [98]. Однако механическое воздействие сильно ограничено диапазоном перестройки. С помощью тепловых эффектов можно подстраивать резонансные частоты, например, разместив элемент Пельтье на микрорезонаторе, с помощью нагрева внешним излучением или за счет поглощения энергии накачки. Данный подход обладает наименьшим быстродействием, однако, при этом позволяет осуществлять перестройку, изменяя температуру микрорезонатора практически в неограниченном диапазоне.

В данной главе проведено сравнение различных способов подстройки резонансных частот микрорезонатора с численным моделированием и измерены параметры реализованных способов перестройки резонансных частот.

3.2 Подстройка частоты микрорезонатора из танталата лития внешним электрическим полем

Приложение постоянного электрического поля к микрорезонатору из электрооптического материала вызывает изменение показателя преломления

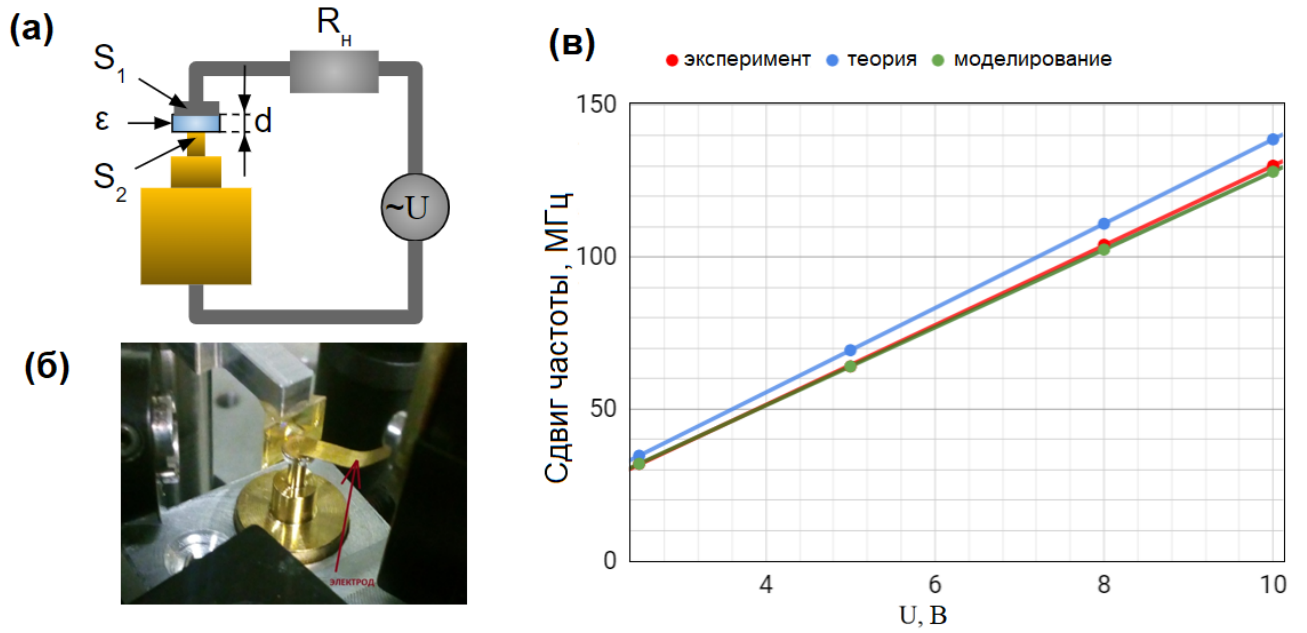


Рисунок 3.1 — (а) Электрическая схема подачи напряжения на резонатор (б) Фото подведение электродов к резонатору (в) Зависимость смещения резонансных частот от напряжения, красная линия – экспериментально измеренные сдвиги частот 13.2 МГц/В, зеленая линия – результаты численного моделирования методом конечных элементов, синяя линия – теоретическая оценка.

материала микрорезонатора n и, как следствие, сдвиг резонансных частот микрорезонатора δf . Учитывая анизотропию материала микрорезонатора для ТЕ и ТМ мод сдвиг δf выражается формулами:

$$\delta f_{TE} = f_0 \frac{n_e}{2} r_{33} E_z \quad (3.1)$$

и

$$\delta f_{TM} = f_0 \frac{n_o}{2} r_{13} E_z, \quad (3.2)$$

где E_z – поле внутри микрорезонатора, f_0 – собственная частота микрорезонатора. Вычисление поля E_z проводилось двумя способами, с помощью выражения $E_z = U/d$ и помощью численного моделирования.

Проведено экспериментальное измерение сдвигов частоты микрорезонатора из LiTaO_3 с помощью внешнего электрического поля, представлено сравнение с теоретическими зависимостями и численным моделированием. Так как добротность для ТЕ мод оказалась выше, чем для ТМ мод, была выставлена вертикальная поляризация излучения диодного лазера и оставалась неизменной в дальнейших измерениях. Подавая напряжение на микрорезонатор, как это показано на Рис. 3.1 (а) и Рис. 3.1 (б), на экране осциллографа наблюдалось

периодическое движение резонансных частот с частотой изменения напряжения с генератора. Таким образом можно быстро перестраивать частоту лазера в режиме затягивания. Напряжение подавалось с генератора, с амплитудой в диапазоне от 2.5 до 10 В. Измерена зависимость сдвигов резонансных частот от напряжения, приложенного на микрорезонатор, которая показана на Рис. 3.1 (в). Видно, что она является линейной, что согласуется с формулой (3.1). Расхождение объясняется геометрическими особенностями резонатора, в частности, большой толщиной кристалла и неоднородностью электрического поля E_z вблизи боковой поверхности микрорезонатора. Для подтверждения этого, было проведено численное моделирование сдвигов собственных частот микрорезонатора, результаты которого изображены на Рис. 3.1 (в). На верхней поверхности микрорезонатора задавалось постоянное напряжение U , нижняя поверхность в месте крепления к ножке заземлялась. Далее численно решалась система уравнений:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = 0 \\ U|_{S_1} = U_0 \\ U|_{S_2} = 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

В результате моделирования было получено поле $\vec{E}(r, \varphi, z)$ внутри микрорезонатора. Далее поле $E_z(r=R_0)$, рассчитанное в области распространения моды "шепчущей галереи" подставлялось в формулу (3.1).

Механизмом, определяющим быстродействие системы подстройки частоты микрорезонатора электрическим полем является постоянная времени τ_{RC} RC-цепи, схема которой изображена на Рис. 3.1 (а), где ϵ – диэлектрическая проницаемость материала микрорезонатора, $d = 1$ мм – толщина микрорезонатора, $S_1 = S_1 = S = \pi \cdot R_{res}^2$, где $R_{res} = 1$ мм – радиус микрорезонатора. Таким образом можно рассчитать емкость "конденсатора образованного микрорезонатором:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \approx 1[\text{pF}], \quad (3.4)$$

где $\epsilon \approx 50$ – диэлектрическая проницаемость танталата лития. Сопротивление RC-цепи будет определяться выходным сопротивлением генератора $R = 50$ Ом.

Таким образом, характерное время $\tau_{RC} = RC \approx 1.35 \cdot 10^{-10}$ с. Поэтому быстродействие обратной связи в большей степени будет определяться именно характерным временем τ_{RC} и, соответственно, ограничивать частоту сигнала обратной связи $f_{fb} = 1/\tau_{RC} \approx 7.4$ ГГц.

3.3 Измерение временной зависимости тепловых сдвигов частоты вызванных поглощением накачки

Поглощение оптической мощности в микрорезонаторе вызывает его нагрев и, как следствие, сдвиг резонансных частот δf_0 из-за эффектов термо-рефракции и теплового расширения [58], что сильно влияет на нелинейную динамику [57]. С другой стороны сдвиг частоты, вызванный поглощением мощности накачки, можно использовать для подстройки и стабилизации резонансных частот. Таким образом, важно точно рассчитывать тепловые процессы, вызванные поглощением мощности накачки в микрорезонаторах, и оценивать их тепловые параметры. Для этого было проведено сравнение трех методов оценки тепловых эффектов для микрорезонатора из MgF_2 радиусом 1.5 мм — прямое измерение сдвигов частоты, моделирование методом конечных элементов (МКЭ) и измерение с помощью тепловизора.

3.3.1 Экспериментальная установка

Первый метод заключается в получении спектрограммы (см. рис. 3.4 (а)) путем регистрации спектра микрорезонатора (см. рис. 3.4 (б)) с помощью перестраиваемого лазера. Одной из основных проблем при измерении тепловых сдвигов частоты в высокочастотных микрорезонаторах является то, что даже при небольшой мощности, сдвиги превышают ширину резонансов. Такое поведение резонансных частот прерывает процесс нагрева микрорезонатора, может привести к термооптическим колебаниям и, тем самым, не позволяет наблюдать полную динамику температуры до установления термодинамического равновесия. Возможным решением является система автоподстройки частоты излучения к резонансной частоте микрорезонатора с регистрацией теплового сдвига по сигналу обратной связи, однако, в данном случае, скорость автоподстройки должна быть высокой, а диапазон удержания — широким, при этом для получения абсолютных значений сдвигов частоты потребовалась бы дополнительная калибровка [121]. В данной работе был предложен более простой в реализации метод поддержания мощности накачки в микрорезона-

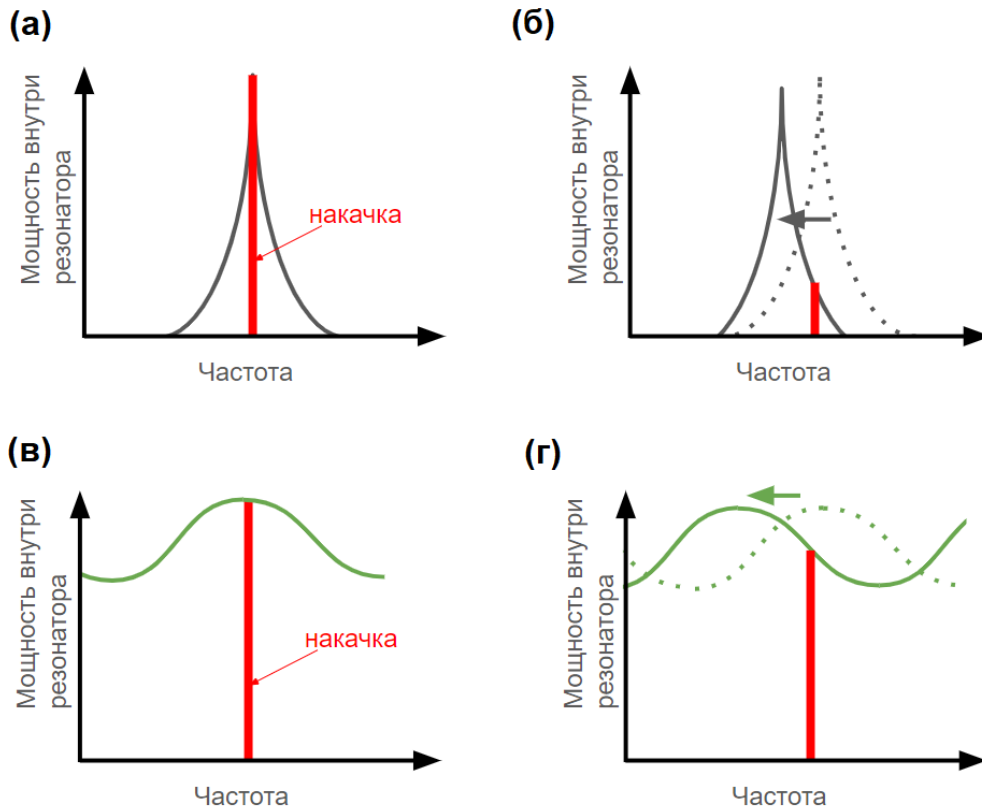


Рисунок 3.2 — Зависимость спектра микрорезонатора от добротности (а) и (б) — высокодобротный резонанс, (в) и (г) — низкодобротный резонанс.

торе — использование микрорезонатора с низкой добротностью $Q_m \approx 10^5$. При использовании такого микрорезонатора соседние резонансные кривые перекрываются, что приводит к тому, что в резонаторе всегда поддерживается ненулевая постоянная мощность накачки, независимо от отстройки частоты лазера от резонансных частот (см. рис. 3.2). При этом ее вариации могут быть весьма малыми и не приводить к значительным изменениям температуры микрорезонатора.

Экспериментальная установка показана на рисунке 3.3. Частота лазера перестраивается пилообразным сигналом радиочастотного генератора с частотой 400 Гц (частота сканирования много больше обратного времени тепловой релаксации $\frac{1}{\tau_T}$) и амплитудой 10 В, что соответствует перестройке частоты лазера 3 ГГц. Лазерное излучение подается в микрорезонатор с помощью элемента связи — призмы. Поскольку мощность лазерного излучения достигала 100 мВт, наблюдался заметный нагрев микрорезонатора, вызванный поглощением оптической мощности.

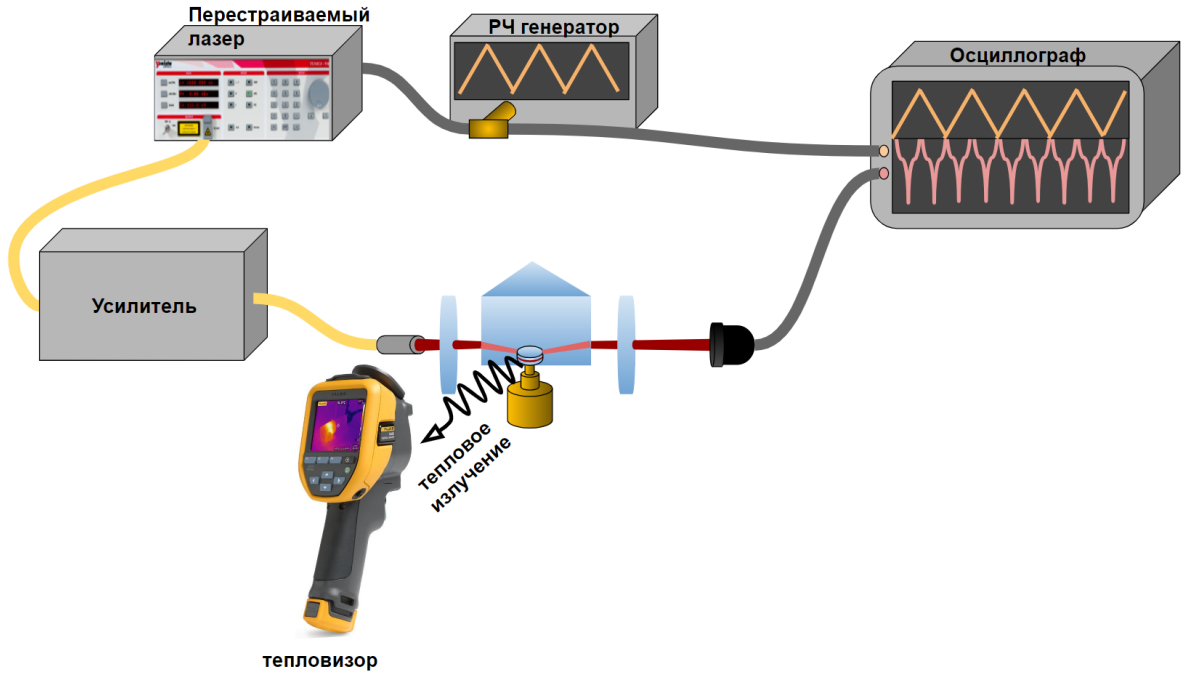


Рисунок 3.3 — Схема экспериментальной установки.

При «ступенчатом» изменении внутрирезонаторной мощности $P(t = 0,4 \text{ с})$ на рис. 3.4 (а)) наблюдался сдвиг частоты резонансов, вызванный поглощением оптической мощности и, как следствие, изменением средней по объему оптической моды температуры T_m и средней по объему микрорезонатора температуры T_{av} :

$$\frac{\delta f}{f_0} = - \left(\frac{\beta \delta T_m}{n} + \alpha_L \delta T_{av} \right), \quad (3.5)$$

где $\delta T_m = T_m - T_0$, $\delta T_{av} = T_{av} - T_0$, $T_0 = 300 \text{ К}$ – температура микрорезонатора перед включением накачки (комнатная), $\beta = dn/dT \approx 0,25 \cdot 10^{-6} [1/K]$ – термооптический коэффициент, $\alpha_L \approx 1,3 \cdot 10^{-5} [1/K]$ – коэффициент теплового расширения при комнатной температуре.

3.3.2 Численное моделирование нагрева микрорезонатора

Для расчета тепловых сдвигов частоты с помощью выражения (3.5), методом конечных элементов была получена эволюция распределения температуры в микрорезонаторе, вызванной нагревом источником постоянной мощности P в

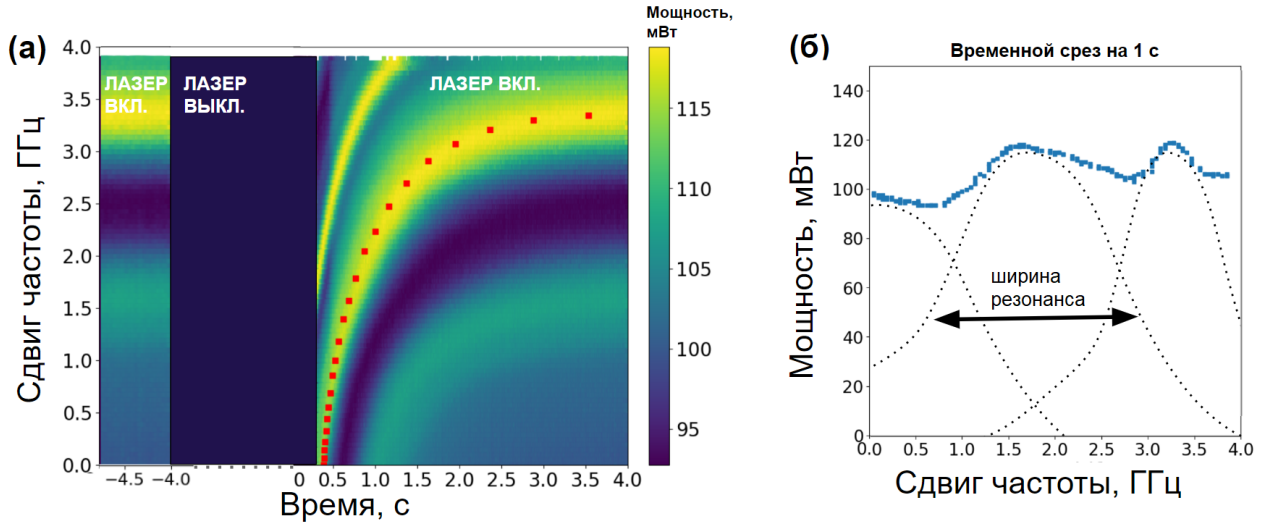


Рисунок 3.4 — (а) Сравнение полученной спектрограммы (цветной карты) сдвигов частоты, вызванных мощностью накачки, с МКЭ (красные точки). (б) Временной срез в 1 секунду спектрограммы.

области распространения оптической моды T_m и средней по объему микрорезонатора T_{av} (см. красные точки на рис. 3.4 (а) и рис. 3.6 (а)). Для этого численно решалось уравнение теплопроводности с источником постоянной мощности:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} - D_T \cdot \Delta T(\vec{r}, t) = \frac{Q(\vec{r})}{C_p \rho}, \\ T(\vec{r}, 0) = T_0, \\ \frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0, \\ -k \nabla T|_{S_t} = h(T - T_{ext}), \\ -k \nabla T|_{S_s} = h(T - T_{ext}), \\ T|_{S_b} = T_0, \end{cases} \quad (3.6)$$

где $D_T = \frac{k}{C_p \rho}$ — коэффициент термодиффузии, k — теплопроводность, C_p — теплоёмкость, ρ — плотность материала микрорезонатора. $Q(\vec{r}) = \frac{P \cdot |e_m(\vec{r})|^2}{\int |e_m(\vec{r})|^2 dV}$ — мощность источников тепла на единице объёма, равная плотности мощности поглощаемой оптической моды в микрорезонаторе, P — часть оптической мощности, которая поглощается в материале микрорезонатора, приводя к его нагреву, h — коэффициент теплопередачи ≈ 10 Вт/(м²·К). S_t — верхняя поверхность микрорезонатора, S_b — нижняя поверхность микрорезонатора, S_s — боковая поверхность и $e_m(\vec{r})$ — профиль моды микрорезонатора.

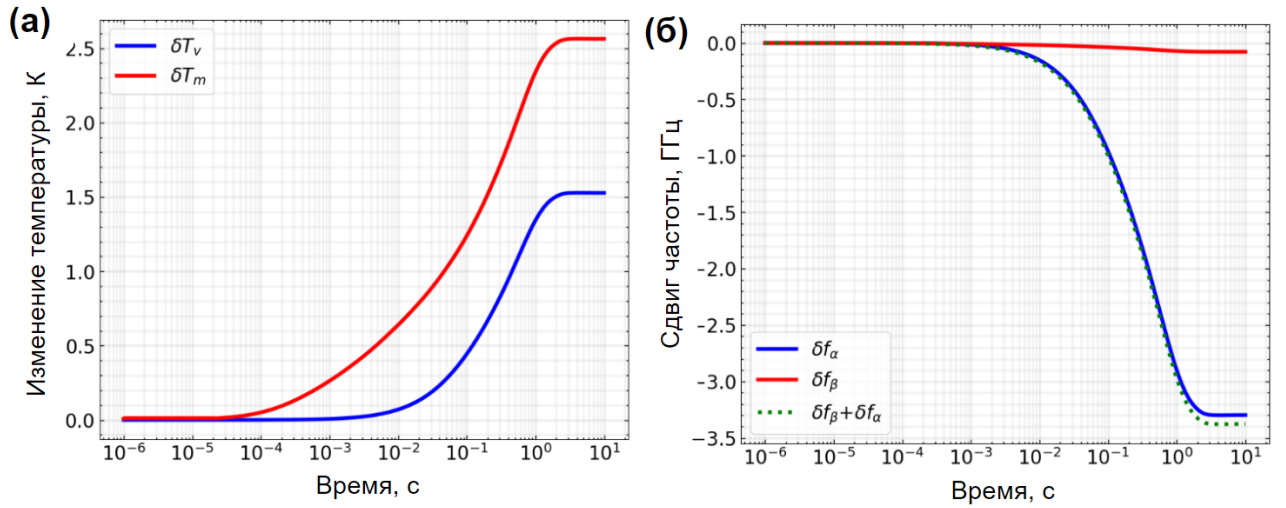


Рисунок 3.5 — (а): Зависимость температуры от времени: красная линия – средней по объему оптической моды, синяя линия – средней по всему объему микрорезонатора. Графики получены для микрорезонатора из MgF_2 с диаметром 3 мм и толщиной 1 мм при мощности накачки 100 мВт. (б): Сдвиги частот для данного микрорезонатора: вызванный терморефракцией (красная линия), тепловым расширением (синяя линия) и суммарный (зеленая пунктирная линия).

В результате было получена эволюция распределение температуры в микрорезонаторе (см. параметры в таблица 7), из которого можно рассчитать зависимость от времени средней по объему оптической моды температуры T_m и средней по объему микрорезонатора температуры T_{av} , изображенные на рисунке 3.5 (а). Из полученных зависимостей с помощью формулы (3.5) можно вычислить сдвиг частоты, вызванный тепловыми эффектами. На рисунке 3.5 (б) видно, что тепловой сдвиг частоты для мощности накачки $P=100$ мВт составляет порядка 3.5 ГГц, что согласуется с измеренным тепловым сдвигом на рисунке 3.4 (а).

Последний метод (см. рис. 3.6 (б)) заключается в измерении распределения температуры в микрорезонаторе при высокой мощности накачки с помощью тепловизора. Было получено, что такой подход также хорошо согласуется с распределением, полученным методом конечных элементов (рис. 3.6 (а)), что подтверждает корректность проведенных ранее расчетов и измерений.

Таблица 7 — Параметры дискового микрорезонатора

Параметр	Значение
Плотность ρ (кг/м ⁻³)	$3.18 \cdot 10^3$
Показатель преломления n	1.38
Термооптический коэффициент β (1/K)	$0.2 \cdot 10^{-6}$
Теплопроводность k (Вт/(м · К))	25
Удельная теплоемкость C (Дж/(кг · К))	920
Радиус микрорезонатора R_0 , мм	1.5
MgF ₂ толщина, мм	1
Коэффициент теплового расширения α_L (1/K)	10^{-5}
Модуль Юнга E (Па)	$138 \cdot 10^9$
Коэффициент Пуассона μ	0.27

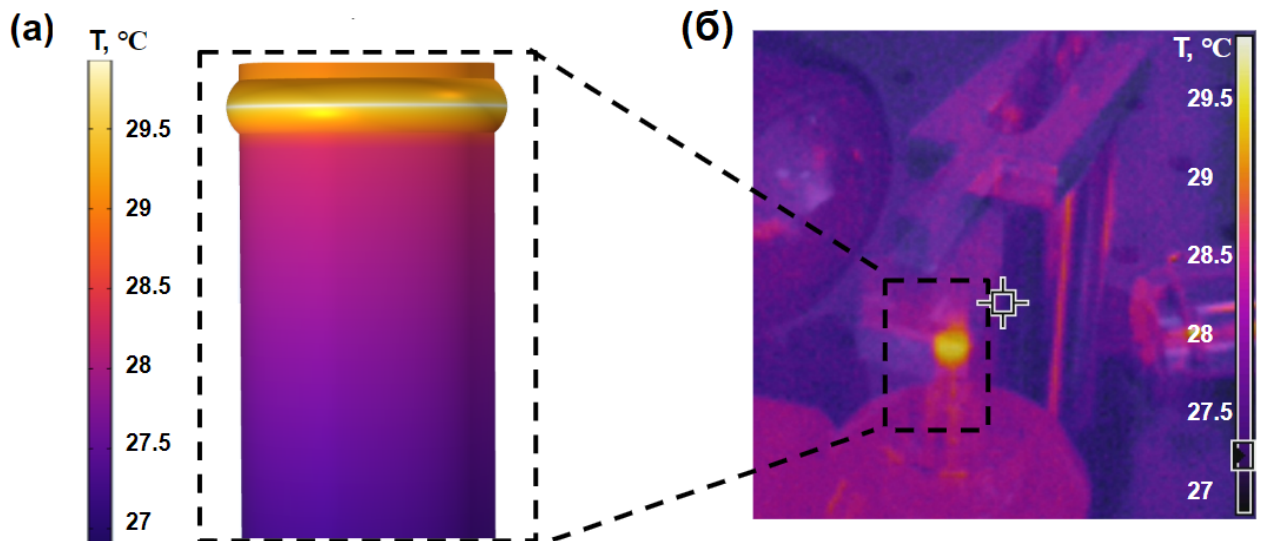


Рисунок 3.6 — (а) Стационарное моделирование нагрева микрорезонатора и (б) тепловая карта с тепловизора при $P \approx 100$ мВт.

3.3.3 Проверка метода разложения по тепловым модам

Процесс тепловой релаксации обычно описывается скоростным уравнением с эффективными тепловыми параметрами (2.16) [126], которые подробно изучались в предыдущей главе.

Эффективные тепловые параметры, такие как эффективное время тепловой релаксации и эффективная скорость оптического поглощения, можно получить из аппроксимации данных моделирования или измерений решением скоростного уравнения (2.17). Для времени тепловой релаксации сферического микрорезонатора существует грубая аналитическая формула [56]:

$$\tau_T = \frac{R_0^2}{D_T Nu} \quad (3.7)$$

где $D_T = \frac{k}{C_p \rho}$ — коэффициент термодиффузии, k — теплопроводность, C_p — теплоёмкость, ρ — плотность материала микрорезонатора, Nu — число Нуссельта ($\approx 0,3$ при комнатной температуре). Используя формулу (3.7), было получено время тепловой релаксации $\tau_T \approx 1$ секунды для микрорезонатора MgF_2 с радиусом $R_0 = 1.5$ мм, что по порядку величины согласуется с проведенными измерениями и моделированием.

Однако, было получено, что измеренная зависимость сдвигов частоты от времени также имеет расхождение с экспоненциальной зависимостью (см. рис. 3.7). При этом добавление дополнительных скоростных уравнений позволяет снизить ошибку аппроксимации. Данный результат подробно изучался в предыдущей главе, где был предложен метод разложения по тепловым модам.

Для верификации предложенного метода разложения по тепловым модам, был рассчитан интеграл перекрытия (2.22) оптической моды $Q(r)$ с набором тепловых мод $C^{(k)}(\vec{r})$ дискового микрорезонатора из фторида магния (см. рис. 3.8). Было проведено сравнение эффективных параметров, полученных с помощью разложения по тепловым модам (см. синие вертикальные линии на рис. 3.9) и аппроксимации экспериментально измеренной динамики температуры различным числом экспонент (решений скоростного уравнения (2.17)), обозначенных различными символами на рис. 3.9, аналогично тому, как это было проведено в предыдущей главе (см. рис. 2.4). Видно, что добавление экспонент приводит к постепенному разложению динамики температуры в спектр тепловых мод. При этом после 4 экспонент, добавление еще одной не приводит к существенному

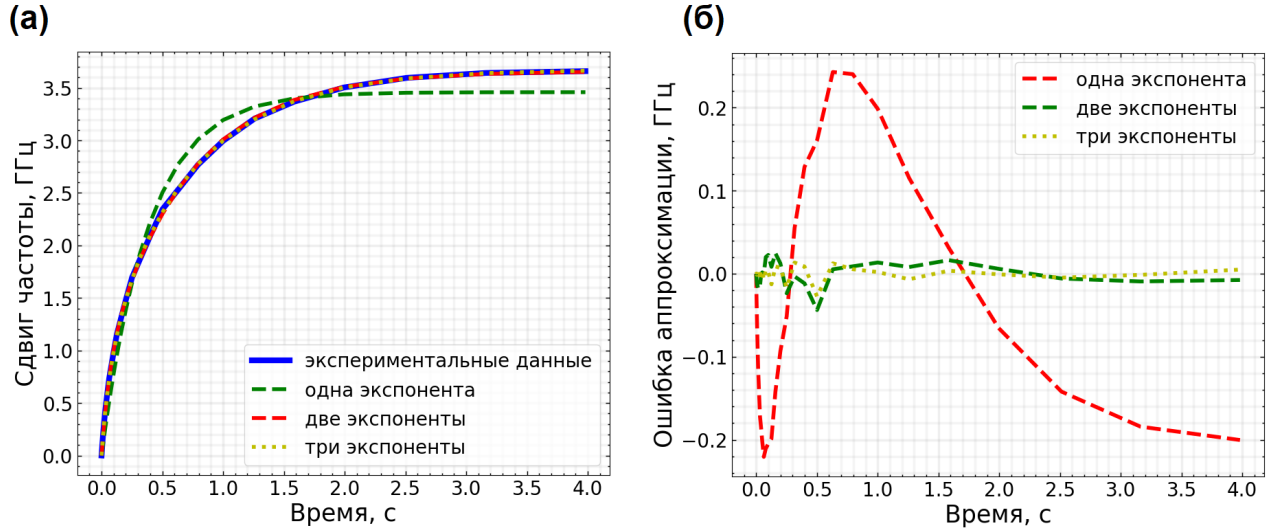


Рисунок 3.7 — (а): Синяя линия — экспериментальные данные для мощности $P = 100$ мВт нагрева микрорезонатора из MgF_2 с радиусом 1.5 мм; красная пунктирная линия показывает аппроксимацию одной экспонентой; зеленая пунктирная линия — аппроксимация двумя экспонентами; желтая пунктирная линия — аппроксимация тремя экспонентами (б): отклонение одно-, двух- и трехэкспоненциальной аппроксимации (красная, зеленая и желтая пунктирные линии соответственно) от экспериментальных данных.

изменению эффективных параметров. Таким образом, для данного дискового микрорезонатора — оптимальное число экспонент $N=4$. При этом, в отличие от случая интегрального микрорезонатора, здесь можно выделить тепловые процессы, за которые ответственны различные тепловые моды. Самая медленная тепловая мода $\delta_{\theta}^{(k)} = 0.3$ Гц описывает тепловой поток в ножку микрорезонатора, тепловая мода с $\delta_{\theta}^{(k)} = 2.3$ Гц определяет нагрев диска из фторида магния к целого, а остальные, более быстрые тепловые моды с $\delta_{\theta}^{(k)} = 5, 11$ Гц и др. описывают нагрев малой области распространения оптической моды.

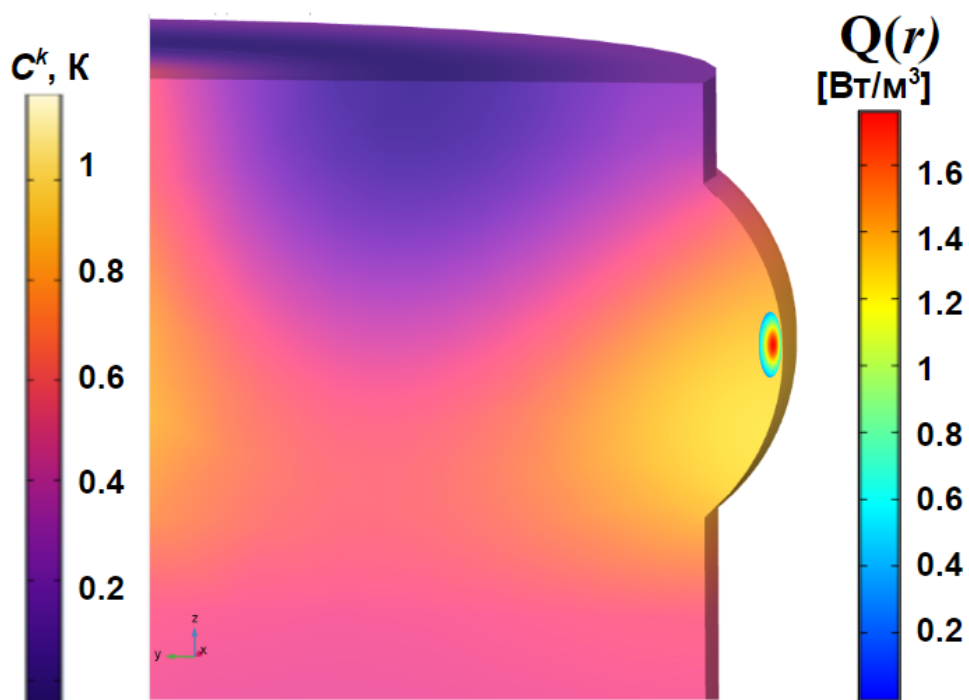


Рисунок 3.8 — Пример пространственной формы тепловой моды $C^{(k)}(\vec{r})$, нормированной на 1 Кельвин и распределение источника тепла $Q(r)$ внутри микрорезонатора из MgF_2 (цветная шкала на левой и правой стороне панели соответственно)

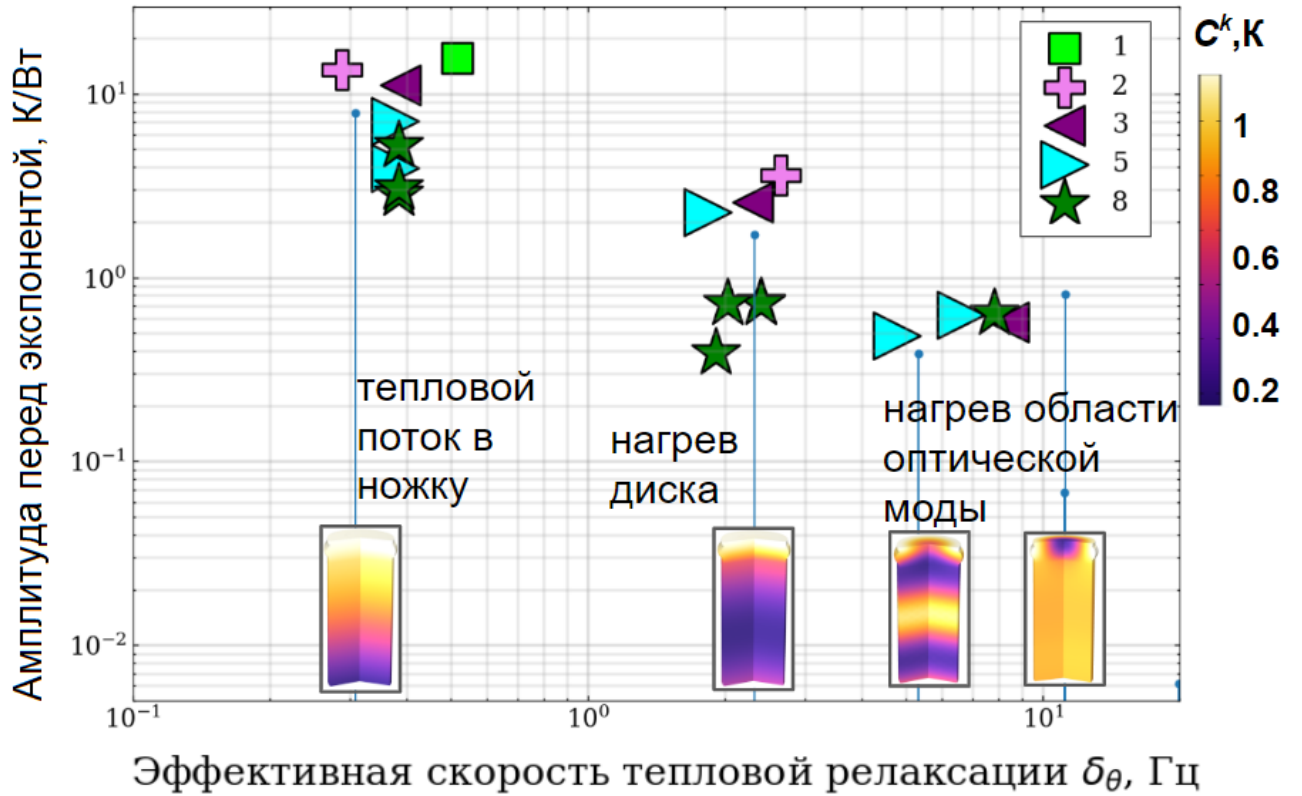


Рисунок 3.9 — Синие вертикальные линии — спектр амплитуд экспонент $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$, полученный методом разложения по тепловым модам для микро-резонатора из MgF_2 с радиусом 1.5 мм с материалами и геометрическими параметрами по умолчанию, указанными в таблице 7; различные символы обозначают амплитуды для экспоненциальной аппроксимации (2.17) с определенным количеством экспонент (от 1 до 8).

3.3.4 Влияние дополнительного теплоотвода на тепловые сдвиги частоты

Одним из факторов, влияющих на тепловые сдвиги частоты, является способ крепления микрорезонатора в установке. Наличие путей для оттока тепла способствует охлаждению микрорезонатора и, как следствие, уменьшению влияния тепловых эффектов на резонансные частоты. Наиболее простым способом реализации дополнительного теплоотвода является закрепление микрорезонатора между металлическими пластинами, которые за счет высокой теплопроводности эффективно отводят тепло от микрорезонатора (см. рис. 3.10 (а)). На спектрограмме, изображенной на рисунке 3.10 (б) видно, что при отведении теплоотвода в момент времени $t \approx 1$ с начинается смещение резонансных частот на ≈ 1 ГГц, обусловленное нагревом микрорезонатора за счет поглощения мощности накачки. В результате предложен и реализован способ уменьшения тепловых сдвигов частоты за счет подключения радиатора к микрорезонатору. Для рассматриваемого микрорезонатора было достигнуто охлаждение микрорезонатора на 30 %.

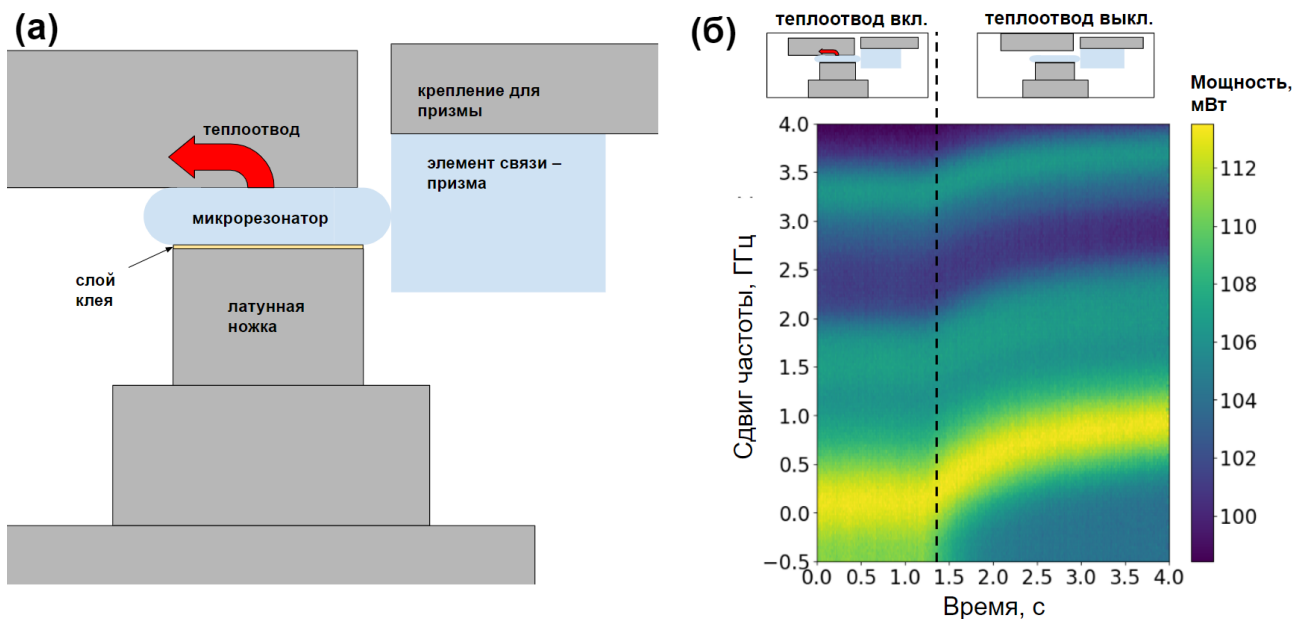


Рисунок 3.10 — (а): схема подведения теплоотвода на микрорезонатор, (б): спектрограмма при подведении теплоотвода.

3.4 Подстройка частоты микрорезонатора нагревом внешним лазерным излучением

Быстрая подстройка частоты внешним электрическим полем обладает рядом недостатков, в частности, ограниченным диапазоном перестройки и небольшим выбором подходящих материалов для изготовления микрорезонатора. Поэтому была исследована возможность подстройки частот микрорезонатора нагревом в результате поглощения лазерного излучения внешнего лазера на поглощающем покрытии, нанесенном на микрорезонатор. Для осуществления медленной тепловой подстройки была собрана экспериментальная установка, изображенная на Рис. 3.11. С помощью перестраиваемого лазера с небольшой мощностью ($P = 10$ мВт) снимается спектрограмма аналогично предыдущим измерениям. На верхнюю поверхность микрорезонатора нанесено покрытие, поглощающее лазерное излучение. В моменты включения внешнего лазера происходит поглощение излучения на поглощающем покрытии и, как следствие, изменение температуры микрорезонатора, приводящее к тепловым сдвигам частот. Для нагрева микрорезонатора использовался лазер на длине волны 1.5 мкм с мощностью излучения 30 мВт.

В результате была измерена зависимость спектра микрорезонатора от времени при включении и выключении внешнего лазера (см. рис. 3.12). Бы-

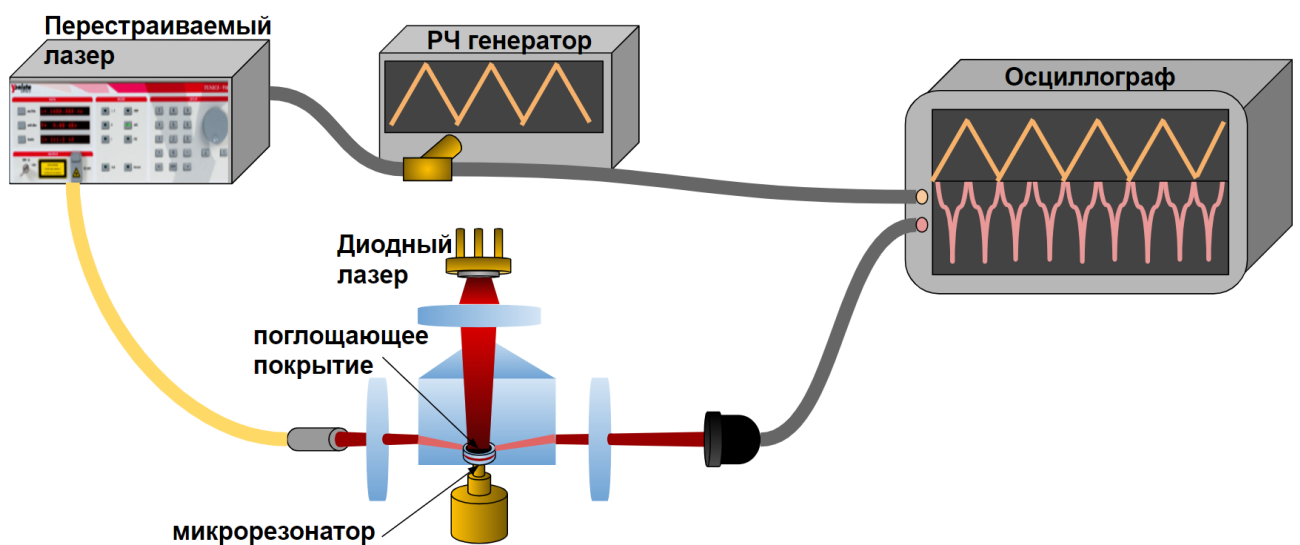


Рисунок 3.11 — Схема экспериментальной установки для измерения теплового сдвига собственных частот микрорезонатора.

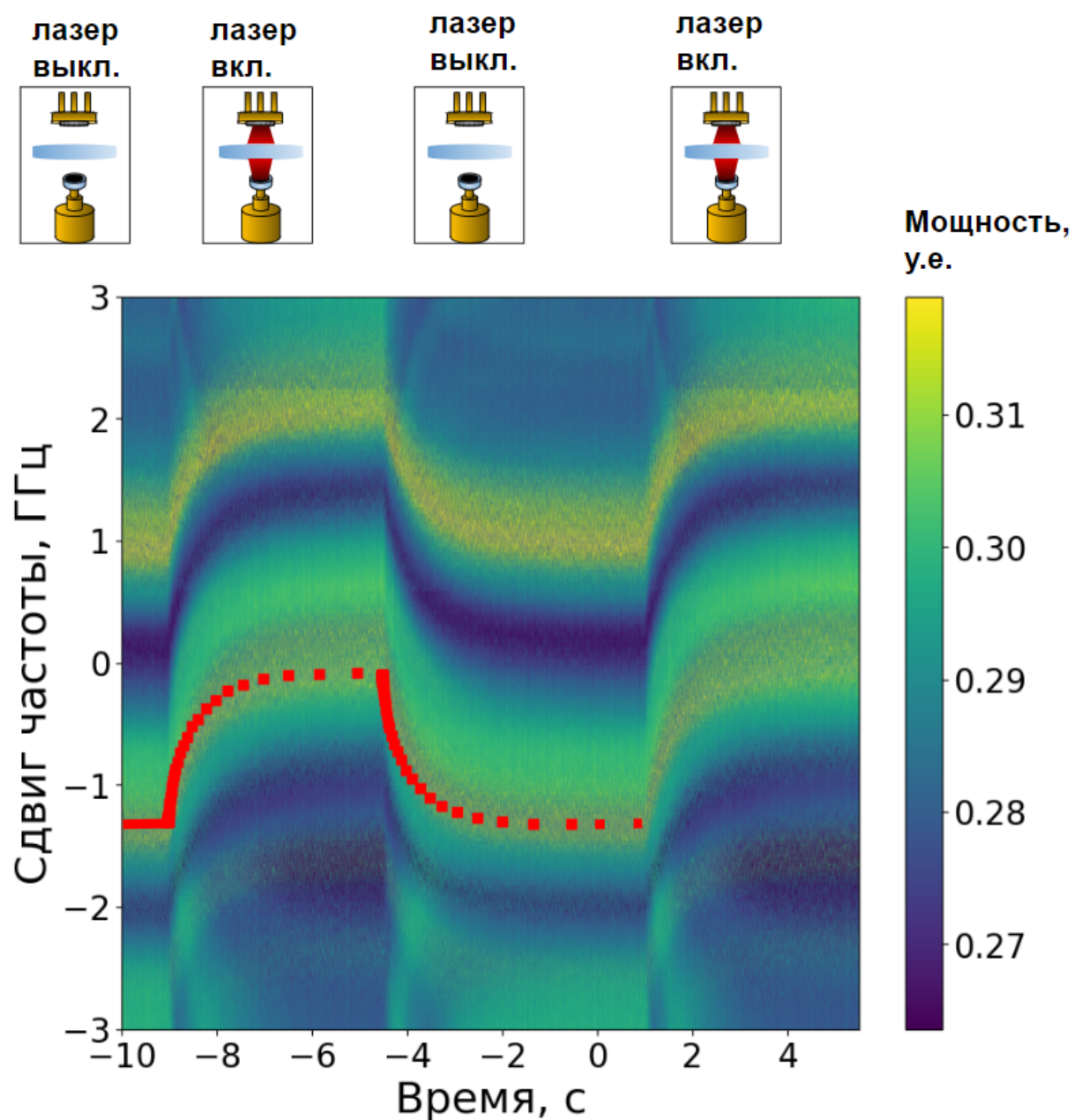


Рисунок 3.12 — Сравнение измеренной зависимости сдвигов частоты в дисковом микрорезонаторе из MgF_2 с параметрами, указанными в таблице 7, за счет поглощения излучения нагревающего лазера с мощностью 30 мВт с моделированием МКЭ (красные точки)

ло проведено сравнение с численным моделированием, указанным красными точками на рис. 3.12. На рис. 3.12 видно, что моделирование хорошо совпало с измерениями, а коэффициентом теплового сдвига составил 33 МГц/мВт. , что согласуется с измеренным ранее сдвигом частоты за счет поглощения мощности накачки 35 МГц/мВт.

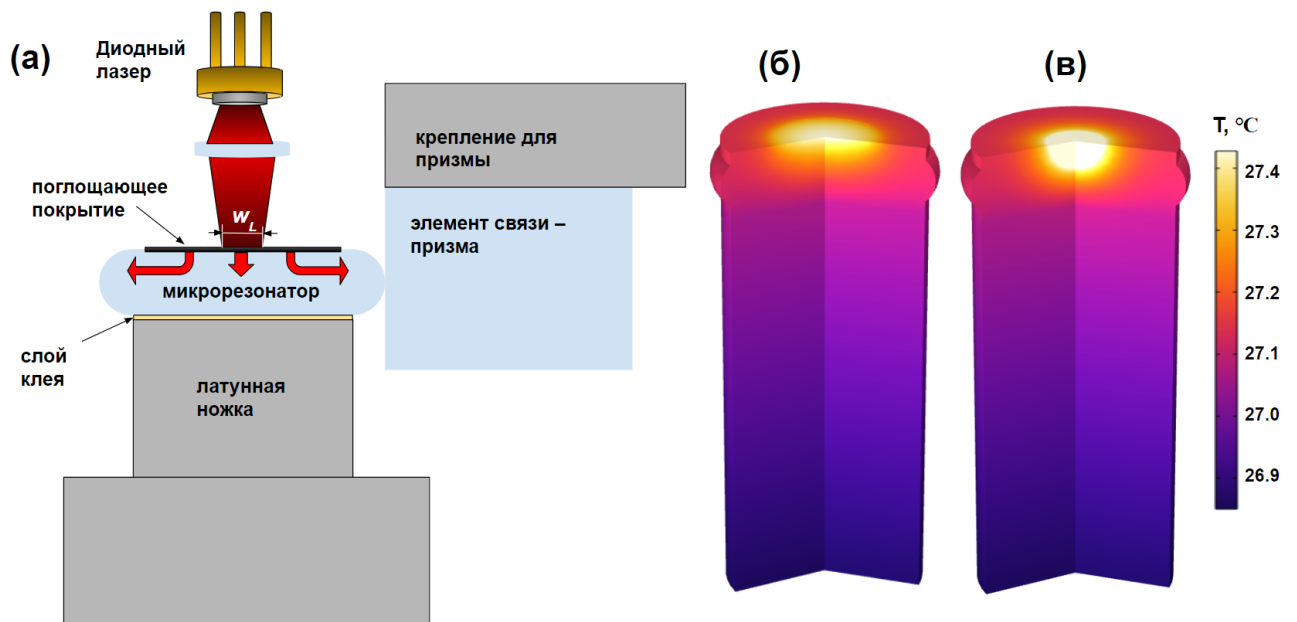


Рисунок 3.13 — (а): принципиальная схема нагрева микрорезонатора внешним лазером и (б) и (в): результаты моделирования распределения температуры в дисковом микрорезонаторе из MgF_2 с параметрами, указанными в таблице 7, при нагреве внешним лазером мощностью 30 мВт для размеров лазерного пучка w_L 0.8 мм и 0.1 мм соответственно.

Также проводилось численное моделирование стационарной задачи для уравнения теплопроводности. На рис. 3.13 (б) и (в) изображено распределение температуры при нагреве внешним лазером с мощностью 30 мВт в дисковом микрорезонаторе из фторида магния. Несмотря на то, что локальная температура в области поглощающего покрытия, куда сфокусировано излучение внешнего лазера (см. рис. 3.13 (а)), зависит от размера лазерного пучка w_L , средняя по объему температура микрорезонатора не меняется при изменении размера лазерного пучка и среднее изменение температуры диска из фторида магния составляет 0.3 градуса (см. рис. 3.13 (б) и (в)).

3.5 Выводы

В результате работы было проведено сравнение экспериментально измеренных сдвигов частоты с численным моделированием для трех способов подстройки резонансных частот микрорезонатора – внешнем электрическим по-

лем, нагревом мощностью накачки и нагревом внешним лазером. Измеренный электрооптический коэффициент для микрорезонатора из танталата лития толщиной 1 мм и диаметром 3 мм составил 13.2 МГц/В, измеренный коэффициент теплового сдвига за счет нагрева внешним лазерным полем для микрорезонатора из MgF_2 толщиной 1 мм и радиусом 1.5 мм составил 33 МГц/мВт.

Также, экспериментально измеренные сдвиги частоты для микрорезонатора из MgF_2 , вызванные поглощением мощности накачки, сравнивались с результатами численного моделирования. Установлено, что высокая мощность внутри микрорезонатора может вызвать достаточно сильный нагрев и, как следствие, сдвиг частоты (внутрирезонаторная мощность 100 мВт смещает частоту на $\delta f_0 \approx 3.5$ ГГц и повышает среднюю температуру примерно на 1.5 градуса для исследованного микрорезонатора). Более того, для кристаллических микрорезонаторов время тепловой релаксации может быть достаточно большим ($\tau_T \approx 2$ с), что может быть существенным для практического применения устройств на основе микрорезонатора.

Предложенные методы просты в реализации и могут быть применены для других типов микрорезонаторов. Наиболее интересным для дальнейшего исследования выглядит совместное использование двух методов контроля частот, внешним электрическим полем для быстрой подстройки в небольшом диапазоне и медленная подстройка изменением температуры при нагреве внешним лазерным полем, обеспечивающая долговременную стабильность системы.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Выполнен расчет влияния вкладов терморефрактивного, термоупругого, броуновского и фотоупругого шумов в элементе связи на ширину линии лазера в режиме затягивания на оптический микрорезонатор и найдены условия, при которых данные вклады могут быть существенными. Получено, что для интегрального микрорезонатора из нитрида кремния с межмодовым интервалом 100 МГц, добротностью 10^7 и планарным волноводом связи длина волновода не должна превышать 80 мм.
2. Исследована применимость скоростных уравнений с эффективными тепловыми параметрами для описания динамики тепловых сдвигов частоты в широком диапазоне параметров интегрального микрорезонатора. Найдены условия, при которых использование скоростного уравнения с эффективными тепловыми параметрами может приводить к ошибке более 70% между моделью и экспериментом.
3. Предложен метод расчета эффективных тепловых параметров с помощью разложения по тепловым модам, обеспечивающий высокую точность учета тепловых эффектов при любых параметрах микрорезонатора и внешнего воздействия. Продемонстрировано использование предложенного метода на интегральных кольцевых микрорезонаторах, микротороидах, микросферах и дисковых микрорезонаторах.
4. Разработана модель расчета тепловых шумов в дисковых микрорезонаторах из фторида магния с учетом температурной зависимости материальных параметров и найдена оптимальная температура микрорезонатора, равная 75°C , при которой тепловые шумы минимальны.
5. Исследована модель для описания нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов. Продемонстрировано, что для типичных значений эффективных тепловых параметров затягивание может приводить к компенсации тепловых эффектов, делая возможным образование устойчивых оптических солитонов и платиконов.

6. Проведено сравнение экспериментально измеренной временной зависимости сдвигов частоты при поглощении оптической мощности накачки в кристаллическом микрорезонаторе из MgF_2 с численным моделированием и продемонстрировано согласование с ошибкой менее 2% между моделью и экспериментом.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Биленко И. А. за поддержку, помощь и научное руководство. Также автор благодарит Кондратьева Н. М., Лобанова В. Е. и Шитикова А. Е за полезные советы и помощь в обсуждении ключевых результатов работы, Дмитриева Н. Ю. за предоставленные экспериментальные зависимости сдвига частоты от напряжения на нагревателе, а также Хатырева Н. П. за поддержку участия автора в престижных международных конференциях и Козлова А. В. за полезные дискуссии.

**Список статей, индексируемых в базах данных Scopus, WoS и RSCI,
в которых содержатся основные результаты диссертации**

- A1 Павлов В. И., Кондратьев Н. М., Лобанов В. Е. Моделирование нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания частоты с учётом тепловых эффектов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2023. – Т. 66, № 2-3. – С. 176-186. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.6 п.л.»
- Pavlov V. I., Kondratiev N. M., Lobanov V. E. Simulation of Nonlinear Processes in High-Q Microresonators in the Self-Injection Locking Regime with Account of Thermal Effects //Radiophysics and Quantum Electronics. – 2023. – V. 66. – P. 157-166. <https://doi.org/10.1007/s11141-023-10283-7>. JIF 0.8. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.6 п.л.».
- A2 Pavlov V. I., Kondratiev N. M., Shitikov A. E., Lobanov V. E. Microresonator Effective Thermal Parameters Definition via Thermal Modes Decomposition //Photonics. – MDPI, 2023. – V. 10. – №. 10. – P. 1131. <https://doi.org/10.3390/photonics10101131>. JIF 2.1. «авт.вклад 1 п.л. из 1.3 п.л.».
- A3 Балакирева И. В., Блинов И. Ю., Павлов В. И., Хатырев Н. П. Состояние и перспективы применения устройств на оптических резонаторах с модами шепчущей галереи в метрологии времени и частоты // Измерительная техника. – 2020. – № 3. – С. 24–28. <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2020-3-24-28>. «авт.вклад 0.1 п.л. из 0.3 п.л.».
- Balakireva I.V., Blinov I.Y., Pavlov V.I., Khatyrev N. P. Devices with Whispering Gallery Mode Optical Resonators: Current State of Research and Prospects for their Application in Time and Frequency Metrology //Measurement Techniques. – 2020. – V. 63. – P. 199-203. <https://doi.org/10.1007/s11018-020-01772-6>. JIF 0.5. «авт.вклад 0.1 п.л. из 0.3 п.л.».
- A4 Lobanov V. E., Borovkova O. V., Vorobyev A. K., Pavlov V. I., Chermoshentsev D. A., Bilenko I. A. Fragmentation of stability domains of dark solitons, dark breathers, and drifting solitons at high pump intensities in normal-dispersion Kerr microresonators //Physical Review A. – 2024. –

- V. 109. – №. 3. – P. 033524. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.109.033524>. JIF 2.6. «авт.вклад 0.08 п.л. из 0.8 п.л.».
- A5 Galkin M. L., Chermoshentsev D. A., Pavlov V. I., Shitikov A. E., Lonshakov E. A., Lobanov V. E., Bilenko I. A, Fabry-Pérot laser diode spectrum switching by controllable self-injection locking to a high-quality-factor optical microresonator //Optics Continuum. – 2024. – V. 3. – №. 6. – P. 948-961. <https://doi.org/10.1364/OPTCON.523724>. JIF 1.1. «авт. вклад 0.3 п.л. из 0.9 п.л.».

Список других публикаций, в которых содержатся основные результаты диссертации

- A6 Pavlov V. I. et al. Estimation of a Time Dependent Frequency Shift of Whispering Gallery Modes due to The Pump Induced Heating //2024 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2024. – С. 266-266. <https://doi.org/10.1109/ICLO59702.2024.10624039>. «авт. вклад 0.05 п.л. из 0.06 п.л.».
- A7 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of influence of the thermal and mechanical fluctuations in the coupling elements of microresonators //2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS). – IEEE, 2021. – С. 1-4. <https://doi.org/10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604269>. «авт. вклад 0.2 п.л. из 0.25 п.л.».
- A8 Pavlov V. I. et al. Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si₃N₄ Microresonators //2022 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2022. – С. 1-1. <https://doi.org/10.1109/ICLO54117.2022.9840296>. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.05 п.л.».
- A9 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of pump power-induced heating processes in silicon nitride photonic chips //Nanophotonics, Micro/Nano Optics, and Plasmonics VIII. – SPIE, 2023. – Т. 12322. – С. 202-211. <https://doi.org/10.1117/12.2640529>. «авт. вклад 0.6 п.л. из 0.5 п.л.».
- A10 Pavlov V. I. et al. Thermal mode decomposition method for microresonator thermal parameters estimation //Nanophotonics and Micro/Nano Optics IX. – SPIE, 2023. – Т. 12773. – С. 80-89. <https://doi.org/10.1117/12.2686746>. «авт. вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».
- A11 Павлов В. И. Моделирование нелинейных процессов в высокочастотных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых эффектов / В. И. Павлов, Н. М. Кондратьев, В. Е. Лобанов // Нелинейные волны - 2022 : Тезисы и аннотации докладов, Нижний Новгород, 07–13 ноября 2022 года. – Нижний Новгород: Институт прикладной физики Российской академии наук, 2022. – С. 192-193. – EDN ETZNFP. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.12 п.л.».

- A12 Павлов В. И. и др. Стабилизация частоты диодных лазеров с помощью микрорезонаторов из танталата лития для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана // Альманах современной метрологии. – 2022. – № 4(32). – С. 18-26. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».
- A13 Балакирева И. В., Ананьев П. С., Восканов М. Л., Павлов В. И. [и др.] О возможности применения оптических резонаторов с модами шепчущей галереи в мобильных гравиметрах и акселерометрах // Альманах современной метрологии. – 2020. – № 4(24). – С. 337-348. – EDN ZUVVAN. «авт.вклад 0.3 п.л. из 0.7 п.л.».
- A6 Pavlov V. I. et al. Estimation of a Time Dependent Frequency Shift of Whispering Gallery Modes due to The Pump Induced Heating //2024 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2024. – P. 266-266. <https://doi.org/10.1109/ICLO59702.2024.10624039>. «авт. вклад 0.05 п.л. из 0.06 п.л.».
- A7 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of influence of the thermal and mechanical fluctuations in the coupling elements of microresonators //2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS). – IEEE, 2021. – P. 1-4. <https://doi.org/10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604269>. «авт. вклад 0.2 п.л. из 0.25 п.л.».
- A8 Pavlov V. I. et al. Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si₃N₄ Microresonators //2022 International Conference Laser Optics (ICLO). – IEEE, 2022. – P. 1-1. <https://doi.org/10.1109/ICLO54117.2022.9840296>. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.05 п.л.».
- A9 Pavlov V. I. et al. Numerical simulation of pump power-induced heating processes in silicon nitride photonic chips //Nanophotonics, Micro/Nano Optics, and Plasmonics VIII. – SPIE, 2023. – V. 12322. – P. 202-211. <https://doi.org/10.1117/12.2640529>. «авт. вклад 0.6 п.л. из 0.5 п.л.».
- A10 Pavlov V. I. et al. Thermal mode decomposition method for microresonator thermal parameters estimation //Nanophotonics and Micro/Nano Optics IX. – SPIE, 2023. – V. 12773. – P. 80-89. <https://doi.org/10.1117/12.2686746>. «авт. вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».
- A11 Павлов В. И. Моделирование нелинейных процессов в высокодобротных микрорезонаторах в режиме затягивания с учетом тепловых

- эффектов / В. И. Павлов, Н. М. Кондратьев, В. Е. Лобанов // Нелинейные волны - 2022 : Тезисы и аннотации докладов, Нижний Новгород, 07–13 ноября 2022 года. – Нижний Новгород: Институт прикладной физики Российской академии наук, 2022. – С. 192-193. – EDN ETZNFR. «авт. вклад 0.06 п.л. из 0.12 п.л.».
- A12 Павлов В. И. и др. Стабилизация частоты диодных лазеров с помощью микрорезонаторов из танталата лития для системы лазерного охлаждения рубидиевого фонтана // Альманах современной метрологии. – 2022. – № 4(32). – С. 18-26. «авт.вклад 0.4 п.л. из 0.5 п.л.».
- A13 Балакирева И. В., Ананьев П. С., Восканов М. Л., Павлов В. И. [и др.] О возможности применения оптических резонаторов с модами шепчущей галереи в мобильных гравиметрах и акселерометрах // Альманах современной метрологии. – 2020. – № 4(24). – С. 337-348. – EDN ZUVVAN. «авт.вклад 0.3 п.л. из 0.7 п.л.».

Список литературы

1. *Riehle, F.* Frequency standards: basics and applications / F. Riehle. — John Wiley, Sons, 2006.
2. Systematic evaluation of an atomic clock at $2 \cdot 10^{-18}$ total uncertainty / T. L. Nicholson [et al.] // Nature communications. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 1—8.
3. *Городецкий, М.* Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. / М. Городецкий. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 416 с.
4. Optical resonators with ten million finesse / A. A. Savchenkov [et al.] // Optics express. — 2007. — Vol. 15, no. 11. — P. 6768—6773.
5. Microresonator frequency comb optical clock / S. B. Papp [et al.] // Optica. — 2014. — Vol. 1, no. 1. — P. 10—14.
6. Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications / P. Marin-Palomo [et al.] // Nature. — 2017. — Vol. 546, no. 7657. — P. 274—279.
7. Microresonator-based high-resolution gas spectroscopy / M. Yu [et al.] // Optics letters. — 2017. — Vol. 42, no. 21. — P. 4442—4445.
8. Dual chirped microcomb based parallel ranging at megapixel-line rates / A. Lukashchuk [et al.] // Nature Communications. — 2022. — Vol. 13, no. 1. — P. 3280.
9. Observation of Quantum Zeno Blockade in chi (2) Microresonators / D. V. Strekalov [et al.] // CLEO: QELS Fundamental Science. — Optica Publishing Group. 2013. — QTu3C—4.
10. A squeezed quantum microcomb on a chip / Z. Yang [et al.] // Nature Communications. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — P. 4781.
11. Integrated silicon photonic microresonators: emerging technologies / Z. Yao [et al.] // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. — 2018. — Vol. 24, no. 6. — P. 1—24.

12. *Braginsky, V.* Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes / V. Braginsky, M. Gorodetsky, V. Ilchenko // Physics letters A. — 1989. — Vol. 137, no. 7/8. — P. 393—397.
13. Chasing the thermodynamical noise limit in whispering-gallery-mode resonators for ultrastable laser frequency stabilization / J. Lim [et al.] // Nature communications. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 8.
14. Cascaded Brillouin lasing in monolithic barium fluoride whispering gallery mode resonators / G. Lin [et al.] // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 105, no. 23.
15. Photonic Damascene process for integrated high-Q microresonator based nonlinear photonics / M. H. Pfeiffer [et al.] // Optica. — 2016. — Vol. 3, no. 1. — P. 20—25.
16. *Lambert, N. J.* Microresonator-based electro-optic dual frequency comb / N. J. Lambert, L. S. Trainor, H. G. Schwefel // Communications Physics. — 2023. — Vol. 6, no. 1. — P. 89.
17. Thermo-optic effects in on-chip lithium niobate microdisk resonators / J. Wang [et al.] // Optics Express. — 2016. — Vol. 24, no. 19. — P. 21869—21879.
18. Status and potential of lithium niobate on insulator (LNOI) for photonic integrated circuits / A. Boes [et al.] // Laser and Photonics Reviews. — 2018. — Vol. 12, no. 4. — P. 1700256.
19. Second and cascaded harmonic generation of pulsed laser in a lithium niobate on insulator ridge waveguide / C. Lu [et al.] // Optics Express. — 2022. — Vol. 30, no. 2. — P. 1381—1387.
20. Second-harmonic generation in etchless lithium niobate nanophotonic waveguides with bound states in the continuum / F. Ye [et al.] // Laser and Photonics Reviews. — 2022. — Vol. 16, no. 3. — P. 2100429.
21. Silicon-chip mid-infrared frequency comb generation / A. G. Griffith [et al.] // Nature communications. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 6299.
22. *Lin, Q.* Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides: modeling and applications / Q. Lin, O. J. Painter, G. P. Agrawal // Optics express. — 2007. — Vol. 15, no. 25. — P. 16604—16644.

23. *Desiatov, B.* Demonstration of submicron square-like silicon waveguide using optimized LOCOS process / B. Desiatov, I. Goykhman, U. Levy // Optics express. — 2010. — Vol. 18, no. 18. — P. 18592—18597.
24. Ultra-efficient frequency comb generation in AlGaAs-on-insulator microresonators / L. Chang [et al.] // Nature communications. — 2020. — Vol. 11, no. 1. — P. 1331.
25. Low loss (Al) GaAs on an insulator waveguide platform / L. Chang [et al.] // Optics Letters. — 2019. — Vol. 44, no. 16. — P. 4075—4078.
26. Enhanced second-harmonic generation in AlGaAs/Al_xO_y tightly confining waveguides and resonant cavities / L. Scaccabarozzi [et al.] // Optics letters. — 2006. — Vol. 31, no. 24. — P. 3626—3628.
27. Efficient frequency comb generation in AlGaAs-on-insulator / M. Pu [et al.] // Optica. — 2016. — Vol. 3, no. 8. — P. 823—826.
28. Gallium phosphide-on-silicon dioxide photonic devices / K. Schneider [et al.] // Journal of Lightwave Technology. — 2018. — Vol. 36, no. 14. — P. 2994—3002.
29. Development of low-loss TiO₂ waveguides / I. Hegeman [et al.] // Optics express. — 2020. — Vol. 28, no. 5. — P. 5982—5990.
30. Photonic damascene process for low-loss, high-confinement silicon nitride waveguides / M. H. P. Pfeiffer [et al.] // IEEE Journal of selected topics in quantum electronics. — 2018. — Vol. 24, no. 4. — P. 1—11.
31. High-yield, wafer-scale fabrication of ultralow-loss, dispersion-engineered silicon nitride photonic circuits / J. Liu [et al.] // Nature communications. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — P. 2236.
32. Radiation hardness of high-Q silicon nitride microresonators for space compatible integrated optics / V. Brasch [et al.] // Optics express. — 2014. — Vol. 22, no. 25. — P. 30786—30794.
33. Hertz-linewidth semiconductor lasers using CMOS-ready ultra-high-Q microresonators / W. Jin [et al.] // Nature Photonics. — 2021. — Vol. 15, no. 5. — P. 346—353.
34. High-power sub-kHz linewidth lasers fully integrated on silicon / D. Huang [et al.] // Optica. — 2019. — Vol. 6, no. 6. — P. 745—752.

35. *Павлов, В.* АЛЬМАНАХ СОВРЕМЕННОЙ МЕТРОЛОГИИ / В. Павлов // АЛЬМАНАХ СОВРЕМЕННОЙ МЕТРОЛОГИИ Учредители: Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений. — № 4. — С. 18—26.
36. Octave-spanning dissipative Kerr soliton frequency combs in Si₃N₄ microresonators / M. H. Pfeiffer [et al.] // Optica. — 2017. — Vol. 4, no. 7. — P. 684—691.
37. High-Q silicon nitride microresonators exhibiting low-power frequency comb initiation / Y. Xuan [et al.] // Optica. — 2016. — Vol. 3, no. 11. — P. 1171—1180.
38. Soliton repetition rate in a silicon-nitride microresonator / C. Bao [et al.] // Optics letters. — 2017. — Vol. 42, no. 4. — P. 759—762.
39. *Gaeta, A. L.* Photonic-chip-based frequency combs / A. L. Gaeta, M. Lipson, T. J. Kippenberg // nature photonics. — 2019. — Vol. 13, no. 3. — P. 158—169.
40. *Matsko A.B.; Ilchenko, V.* Optical resonators with whispering-gallery modes-part II: Applications. / V. Matsko A.B.; Ilchenko // IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. — 2006. — July. — Vol. 12, no. 2. — P. 15—32. — An optional note.
41. *Ward, J.* WGM microresonators: Sensing, lasing and fundamental optics with microspheres / J. Ward, O. Benson // Laser and Photonics Reviews. — 2011. — July. — Vol. 5. — P. 553—570.
42. Nonlinear and Quantum Optics with Whispering Gallery Resonators / D. Strekalov [et al.] // Journal of Optics. — 2016. — May. — Vol. 18. — P. 123002.
43. Narrow-line-width diode laser with a high-Q microsphere resonator / V. Vasiliev [et al.] // Optics Communications. — 1998. — Vol. 158, no. 1—6. — P. 305—312.
44. Whispering-gallery-mode resonators as frequency references. I. Fundamental limitations / A. B. Matsko [et al.] // JOSA B. — 2007. — Vol. 24, no. 6. — P. 1324—1335.

45. *Gorodetsky, M. L.* Fundamental thermal fluctuations in microspheres / M. L. Gorodetsky, I. S. Grudinin // JOSA B. — 2004. — Vol. 21, no. 4. — P. 697—705.
46. *Ландау, Л. Д.* Т. 5 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва : Наука, 1964. — 231 с.
47. *Johnson, J. B.* Thermal agitation of electricity in conductors / J. B. Johnson // Physical review. — 1928. — Vol. 32, no. 1. — P. 97.
48. *Surya, C.* Theory and experiment on the 1/f noise in p-channel metal-oxide-semiconductor field-effect transistors at low drain bias / C. Surya, T. Y. Hsiang // Physical Review B. — 1986. — Vol. 33, no. 7. — P. 4898.
49. *Braginsky, V.* Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae / V. Braginsky, M. Gorodetsky, S. Vyatchanin // Physics letters A. — 1999. — Vol. 264, no. 1. — P. 1—10.
50. Thermal noise from optical coatings in gravitational wave detectors / G. M. Harry [et al.] // Applied optics. — 2006. — Vol. 45, no. 7. — P. 1569—1574.
51. *Braginsky, V.* Thermo-refractive noise in gravitational wave antennae / V. Braginsky, M. Gorodetsky, S. Vyatchanin // Physics Letters A. — 2000. — Vol. 271, no. 5/6. — P. 303—307.
52. *Wille, D. A.* Acousto-optic deflection in Ta₂O₅ waveguides / D. A. Wille, M. C. Hamilton // Applied Physics Letters. — 1974. — Vol. 24, no. 4. — P. 159—160.
53. Thermorefractive noise in silicon-nitride microresonators / G. Huang [et al.] // Phys. Rev. A. — 2019. — June. — Vol. 99, issue 6. — P. 061801.
54. *Kondratiev, N.* Thermorefractive noise in whispering gallery mode microresonators: Analytical results and numerical simulation / N. Kondratiev, M. Gorodetsky // Physics Letters A. — 2018. — Vol. 382, no. 33. — P. 2265—2268.
55. Electrically pumped photonic integrated soliton microcomb / A. S. Raja [et al.] // Nature communications. — 2019. — Vol. 10, no. 1. — P. 680.
56. *Ilchenko, V. S.* Thermal nonlinear effects in optical whispering gallery microresonators / V. S. Ilchenko, M. L. Gorodetskii // Laser Phys. — 1992. — Vol. 2, no. 6. — P. 1004—1009.

57. *Carmon, T.* Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities / T. Carmon, L. Yang, K. J. Vahala // Optics express. — 2004. — Vol. 12, no. 20. — P. 4742—4750.
58. Nonstationary nonlinear effects in optical microspheres / A. E. Fomin [et al.] // JOSA B. — 2005. — Vol. 22, no. 2. — P. 459—465.
59. *Grudinin, I. S.* Thermal instability of a compound resonator / I. S. Grudinin, K. J. Vahala // Optics express. — 2009. — Vol. 17, no. 16. — P. 14088—14098.
60. *Diallo, S.* Giant thermo-optical relaxation oscillations in millimeter-size whispering gallery mode disk resonators / S. Diallo, G. Lin, Y. K. Chembo // Optics Letters. — 2015. — Vol. 40, no. 16. — P. 3834—3837.
61. *Panuski, C.* Fundamental thermal noise limits for optical microcavities / C. Panuski, D. Englund, R. Hamerly // Physical Review X. — 2020. — Vol. 10, no. 4. — P. 041046.
62. Thermal instabilities, frequency-comb formation, and temporal oscillations in Kerr microresonators / A. Leshem [et al.] // Physical Review A. — 2021. — Vol. 103, no. 1. — P. 013512.
63. Platicon stability in hot cavities / V. E. Lobanov [et al.] // Optics Letters. — 2023. — Vol. 48, no. 9. — P. 2353—2356.
64. Temporal solitons in optical microresonators / T. Herr [et al.] // Nature Photonics. — 2014. — Vol. 8, no. 2. — P. 145—152.
65. Direct soliton generation in microresonators / C. Bao [et al.] // Optics letters. — 2017. — Vol. 42, no. 13. — P. 2519—2522.
66. Thermal effects on Kerr comb generation in a CaF₂ whispering-gallery mode microcavity / T. Kobatake [et al.] // IEEE Photonics Journal. — 2016. — Vol. 8, no. 2. — P. 1—9.
67. Thermal decoherence and laser cooling of Kerr microresonator solitons / T. E. Drake [et al.] // Nature Photonics. — 2020. — Vol. 14, no. 8. — P. 480—485.
68. Thermal noise reduction in soliton microcombs via laser self-cooling / F. Lei, Z. Ye, [et al.] // Optics Letters. — 2022. — Vol. 47, no. 3. — P. 513—516.

69. *Lobanov, V. E.* Thermally induced generation of platicons in optical microresonators / V. E. Lobanov, N. M. Kondratiev, I. A. Bilenko // Optics Letters. — 2021. — Vol. 46, no. 10. — P. 2380—2383.
70. Influence of thermal effects in microresonators on the locking range in self-injection locking of laser diodes / W. Shi [et al.] // JOSA B. — 2023. — Vol. 40, no. 4. — P. 874—880.
71. Dual-laser self-injection locking to an integrated microresonator / D. A. Chermoshentsev [et al.] // Optics Express. — 2022. — Vol. 30, no. 10. — P. 17094—17105.
72. *Rahman, A.* Temperature sensor based on dielectric optical microresonator / A. Rahman // Optical Fiber Technology. — 2011. — Vol. 17, no. 6. — P. 536—540.
73. *Ioppolo, T.* Room-temperature micro-photonic bolometer based on dielectric optical resonators / T. Ioppolo, E. Rubino // Infrared Technology and Applications XXXIX. Vol. 8704. — SPIE. 2013. — P. 965—970.
74. *Zhu, J.* Infrared light detection using a whispering-gallery-mode optical microcavity / J. Zhu, S. K. Ozdemir, L. Yang // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 104, no. 17.
75. *Foreman, M. R.* Whispering gallery mode sensors / M. R. Foreman, J. D. Swaim, F. Vollmer // Advances in optics and photonics. — 2015. — Vol. 7, no. 2. — P. 168—240.
76. On-chip high-sensitivity photonic temperature sensor based on a GaAs microresonator / Y. Chen [et al.] // Optics Letters. — 2020. — Vol. 45, no. 18. — P. 5105—5108.
77. *Andrianov, A. V.* Thermo-optical Sensitivity of Whispering Gallery Modes in As₂S₃ chalcogenide glass microresonators / A. V. Andrianov, M. P. Marisova, E. A. Anashkina // Sensors. — 2022. — Vol. 22, no. 12. — P. 4636.
78. Hybrid Silicon Nitride Photonic Integrated Circuits Covered by Single-Walled Carbon Nanotube Films / S. Komrakova [et al.] // Nanomaterials. — 2023. — Vol. 13, no. 16. — P. 2307.
79. Very high-order microring resonator filters for WDM applications / B. Little [et al.] // IEEE Photonics Technology Letters. — 2004. — Vol. 16, no. 10. — P. 2263—2265.

80. Thermally tunable filters based on third-order microring resonators for WDM applications / T. Hu [et al.] // IEEE Photonics Technology Letters. — 2012. — Vol. 24, no. 6. — P. 524—526.
81. A continuously tunable silicon double-microring filter with precise temperature tracking / Y. Ren [et al.] // IEEE Photonics Journal. — 2018. — Vol. 10, no. 6. — P. 1—10.
82. Whispering gallery mode hybridization in photonic molecules / Y. Li [et al.] // Laser and Photonics Reviews. — 2017. — Vol. 11, no. 2. — P. 1600278.
83. Photonic molecule quantum optics / K. Liao [et al.] // Advances in Optics and Photonics. — 2020. — Vol. 12, no. 1. — P. 60—134.
84. Dissipative solitons in photonic molecules / O. B. Helgason [et al.] // Nature Photonics. — 2021. — Vol. 15, no. 4. — P. 305—310.
85. Thermal tuning of Kerr frequency combs in silicon nitride microring resonators / X. Xue [et al.] // Optics express. — 2016. — Vol. 24, no. 1. — P. 687—698.
86. Thermally controlled comb generation and soliton modelocking in microresonators / C. Joshi [et al.] // Optics letters. — 2016. — Vol. 41, no. 11. — P. 2565—2568.
87. Universal dynamics and deterministic switching of dissipative Kerr solitons in optical microresonators / H. Guo [et al.] // Nature Physics. — 2017. — Vol. 13, no. 1. — P. 94—102.
88. *Anashkina, E. A.* Thermo-Optical Control of Raman Solitons in a Functionalized Silica Microsphere / E. A. Anashkina, M. P. Marisova, A. V. Andrianov // Micromachines. — 2022. — Vol. 13, no. 10. — P. 1616.
89. Thermal tuning of mode crossing and the perfect soliton crystal in a Si₃N₄ microresonator / J. Li [et al.] // Optics Express. — 2022. — Vol. 30, no. 8. — P. 13690—13698.
90. Raman Lasing in a Tellurite Microsphere with Thermo-Optical on/off Switching by an Auxiliary Laser Diode / E. A. Anashkina [et al.] // Micromachines. — 2023. — Vol. 14, no. 9. — P. 1796.

91. Bringing short-lived dissipative Kerr soliton states in microresonators into a steady state / V. Brasch [et al.] // Optics express. — 2016. — Vol. 24, no. 25. — P. 29312—29320.
92. Thermally stable access to microresonator solitons via slow pump modulation / T. Wildi [et al.] // Optics letters. — 2019. — Vol. 44, no. 18. — P. 4447—4450.
93. Soliton bursts and deterministic dissipative Kerr soliton generation in auxiliary-assisted microcavities / H. Zhou [et al.] // Light: Science and Applications. — 2019. — Vol. 8, no. 1. — P. 50.
94. Kerr-microresonator soliton frequency combs at cryogenic temperatures / G. Moille [et al.] // Physical review applied. — 2019. — Vol. 12, no. 3. — P. 034057.
95. Ultralow noise miniature external cavity semiconductor laser / W. Liang [et al.] // Nature communications. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 7371.
96. Recent advances in laser self-injection locking to high-Q microresonators / N. M. Kondratiev [et al.] // Frontiers of Physics. — 2023. — Vol. 18, no. 2. — P. 21305.
97. Piezoelectrically tunable, narrow linewidth photonic integrated extended-DBR lasers / A. Siddharth [et al.] // Optica. — 2024. — Vol. 11, no. 8. — P. 1062—1069.
98. Towards a compact soliton microcomb fully referenced on atomic reference / M. Qu [et al.] // arXiv preprint arXiv:2310.08957. — 2023.
99. Compact tunable kHz-linewidth semiconductor laser stabilized with a whispering-gallery mode microresonator / V. Ilchenko [et al.] // Laser Resonators and Beam Control XIII. Vol. 7913. — SPIE. 2011. — P. 295—303.
100. Architecture for the photonic integration of an optical atomic clock / Z. L. Newman [et al.] // Optica. — 2019. — Vol. 6, no. 5. — P. 680—685.
101. *Gorodetsky, M. L.* Rayleigh scattering in high-Q microspheres / M. L. Gorodetsky, A. D. Pryamikov, V. S. Ilchenko // JOSA B. — 2000. — Vol. 17, no. 6. — P. 1051—1057.

102. Self-injection locking of a laser diode to a high-Q WGM microresonator / N. Kondratiev [et al.] // Optics Express. — 2017. — Vol. 25, no. 23. — P. 28167—28178.
103. Narrow-linewidth lasing and soliton Kerr microcombs with ordinary laser diodes / N. Pavlov [et al.] // Nature Photonics. — 2018. — Vol. 12, no. 11. — P. 694—698.
104. Numerical simulation of influence of the thermal and mechanical fluctuations in the coupling elements of microresonators / V. I. Pavlov [et al.] // 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS). — IEEE. 2021. — P. 1—4.
105. *Callen, H. B.* Irreversibility and generalized noise / H. B. Callen, T. A. Welton // Physical Review. — 1951. — Vol. 83, no. 1. — P. 34.
106. *Кондратьев, Н. М.* Анализ тепловых шумов в многослойных диэлектрических зеркалах интерферометров и оптических микрорезонаторах : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.04.01 / Н. М. Кондратьев. — М., 2016. — 78 с.
107. *Levin, Y.* Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach / Y. Levin // Physical Review D. — 1998. — Vol. 57, no. 2. — P. 659.
108. *Di Domenico, G.* Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape / G. Di Domenico, S. Schilt, P. Thomann // Applied optics. — 2010. — Vol. 49, no. 25. — P. 4801—4807.
109. Thermo-optic characterization of silicon nitride resonators for cryogenic photonic circuits / A. W. Elshaari [et al.] // IEEE Photonics Journal. — 2016. — Vol. 8, no. 3. — P. 1—9.
110. Spectrum collapse, narrow linewidth, and Bogatov effect in diode lasers locked to high-Q optical microresonators / R. Galiev [et al.] // Optics express. — 2018. — Vol. 26, no. 23. — P. 30509—30522.
111. Enhancing laser temperature stability by passive self-injection locking to a microring resonator / Y. Sun [et al.] // Optics Express. — 2024. — Vol. 32, no. 13. — P. 23841—23855.
112. *Almeida, V. R.* Nanotaper for compact mode conversion / V. R. Almeida, R. R. Panepucci, M. Lipson // Optics letters. — 2003. — Vol. 28, no. 15. — P. 1302—1304.

113. *Duan, L.* General treatment of the thermal noises in optical fibers / L. Duan // Physical Review A. — 2012. — Vol. 86, no. 2. — P. 023817.
114. *Duan, L.* Intrinsic thermal noise of optical fibres due to mechanical dissipation / L. Duan // Electronics letters. — 2010. — Vol. 46, no. 22. — P. 1.
115. Temperature measurement and stabilization in a birefringent whispering gallery mode resonator / D. Strekalov [et al.] // Optics express. — 2011. — Vol. 19, no. 15. — P. 14495—14501.
116. Theoretical approach to thermal noise caused by an inhomogeneously distributed loss: Physical insight by the advanced modal expansion / K. Yamamoto [et al.] // Physical Review D. — 2007. — Vol. 75, no. 8. — P. 082002.
117. Experimental study of thermal noise caused by an inhomogeneously distributed loss / K. Yamamoto [et al.] // Physics Letters A. — 2001. — Vol. 280, no. 5/6. — P. 289—296.
118. Harmonization of chaos into a soliton in Kerr frequency combs / V. Lobanov [et al.] // Optics express. — 2016. — Vol. 24, no. 24. — P. 27382—27394.
119. Dynamics of soliton self-injection locking in optical microresonators / A. S. Voloshin [et al.] // Nature communications. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — P. 235.
120. Thermal modelling using dynamic mode decomposition for thermal error compensation in the temperature domain / N. Ariaga [et al.] // Special Interest Group Meeting: Thermal Issues. — euspen. 2020.
121. Probing material absorption and optical nonlinearity of integrated photonic materials / M. Gao [et al.] // Nature communications. — 2022. — Vol. 13, no. 1. — P. 3323.
122. *Lin, G.* Nonlinear photonics with high-Q whispering-gallery-mode resonators / G. Lin, A. Coillet, Y. Chembo // Advances in Optics and Photonics. — 2017. — Dec. — Vol. 9. — P. 828.
123. *Lydiate, J.* Modelling and simulation of a thermally induced optical transparency in a dual micro-ring resonator / J. Lydiate // Royal Society Open Science. — 2017. — Vol. 4, no. 7. — P. 170381.

124. Comparison of Methods for Calculating Thermal Frequency Shifts in Integrated Si₃N₄ Microresonators / V. I. Pavlov [et al.] // 2022 International Conference Laser Optics (ICLO). — IEEE. 2022. — P. 1—1.
125. *Black, E. D.* An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization / E. D. Black // American journal of physics. — 2001. — Vol. 69, no. 1. — P. 79—87.
126. Microresonator Effective Thermal Parameters Definition via Thermal Modes Decomposition / V. I. Pavlov [et al.] // Photonics. — 2023. — Vol. 10, no. 10. — P. 1131.
127. Frequency combs and platicons in optical microresonators with normal GVD / V. Lobanov [et al.] // Optics express. — 2015. — Vol. 23, no. 6. — P. 7713—7721.
128. Generation and dynamics of solitonic pulses due to pump amplitude modulation at normal group-velocity dispersion / V. E. Lobanov [et al.] // Physical Review A. — 2019. — Vol. 100, no. 1. — P. 013807.
129. Stimulated generation of deterministic platicon frequency microcombs / H. Liu [et al.] // Photonics Research. — 2022. — Vol. 10, no. 8. — P. 1877—1885.
130. Normal-dispersion microcombs enabled by controllable mode interactions / X. Xue [et al.] // Laser and Photonics Reviews. — 2015. — Vol. 9, no. 4. — P. L23—L28.
131. *Herr, S. J.* Tunable single-frequency lasing in a microresonator / S. J. Herr, K. Buse, I. Breunig // Optics Express. — 2019. — Vol. 27, no. 11. — P. 15351—15358.
132. On phase noise of self-injection locked semiconductor lasers / E. Dale [et al.] // Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XVI. Vol. 8960. — SPIE. 2014. — P. 129—137.
133. Fundamental charge noise in electro-optic photonic integrated circuits / J. Zhang [et al.] // arXiv preprint arXiv:2308.15404. — 2023.

Список рисунков

1.1	Типы связи в режиме затягивания: (а) интегральный волновод, (б) растянутое волокно, (в) призма, (г) комбинация оптического волокна и призмы	18
1.2	Модель интегрального волновода, используемая в моделировании методом конечных элементов: (а) – продольное и (б) – поперечное сечение.	23
1.3	Численное моделирование вкладов различных флуктуаций в волноводе в частотные шумы лазера в режиме затягивания: терморефрактивный (фиолетовая кривая), термоупругий (синяя кривая), фотоупругий (зеленая кривая) и броуновский (красная кривая) шумы. Сумма всех вкладов изображена черной пунктирной кривой.	29
1.4	Сравнение частотного шума интегральных микрорезонаторов с разными ОСД (1 ТГц - синяя кривая, 150 ГГц - фиолетовая кривая, 5 ГГц - красная кривая) и интегральных волноводов связи длиной $L = 20$ мм с микрорезонаторами с добротностью $Q_m = 10^7$ и $Q_m = 10^6$ (черная и серая кривая соответственно). Зеленая пунктирная линия – метод "β-separation line": $S_\beta(f) = 8 \ln(2)f/\pi^2$ [108].	30
1.5	Зависимость кратковременной ширины линии, определяемой волноводом связи, от его длины. Горизонтальные пунктирные линии – ширина линии определяемая микрорезонатором	33
1.6	Желтая сплошная линия – шум в элементе связи для случая оптического волокна SMF-28 [113; 114] (см. Рис. 1.1 (б)) с сердцевинной диаметром 9.2 мкм и длиной 40 см, учитывая, что добротность микрорезонатора 10^8 . Красная пунктирная и сплошная линия – шум дискового микрорезонатора из MgF_2 радиусом $R_0 = 3.5$ мм при температуре 300 К и 348 К соответственно.	35
1.7	Геометрия установки с призмой.	37
1.8	Красная, черная и синяя сплошные линии – термоупругий, терморефрактивный и броуновский шум соответственно в элементе связи для случая SiO_2 призмы. Красная пунктирная линия – шум микрорезонатора из MgF_2 с радиусом 3.5 мм.	38

- 1.9 Различные механические моды установки: а) 2265 Гц, б) 2684 Гц, в) 4312 Гц г) 12976.2 Гц. 39
- 1.10 Сравнение расчета броуновского шума двумя методами, метод ФДТ [106]: (синий цвет) и метод разложения по механическим модам [116]: зеленый, красный, голубой, фиолетовый, желтый соответствуют вкладам в броуновский шум от различных механических мод (с соответствующими резонансными частотами: 2265 Гц, 2684 Гц, 4312 Гц, 5267 Гц, 12976 Гц); черный – суммарный вклад в броуновский шум от перечисленных механических мод, рассчитанный методом разложения по механическим модам. 40
- 2.1 Модель интегрального микрорезонатора, используемая при моделировании методом конечных элементов: (а) вид сверху, (б) боковой разрез. Цвет показывает распределение источников тепла $Q(r)$ внутри волновода. R_0 — радиус микрорезонатора (R_0 варьировался от 24 мкм до 840 мкм). Поперечные размеры dr и dz волновода варьировались в диапазоне от 20 до 2000 нм. 45
- 2.2 (а): Синяя линия — данные, полученные численным решением (2.8) для $P = 10$ мВт нагрева интегрального микрорезонатора радиусом 24 мкм с шириной волновода $dr = 1$ мкм и высотой $dz = 0,8$ мкм; красная пунктирная линия показывает аппроксимацию одной экспонентой; зеленая пунктирная линия — аппроксимация двумя экспонентами; (б): отклонение $(T_i(t_i) - T(t_i))$ одно-, двух- и трехэкспоненциальной аппроксимации (красная, зеленая и синяя пунктирные линии соответственно) от данных численного моделирования. (в): Коэффициент детерминации r^2 для различного числа экспонент от 1 до 15. 50

- 2.3 Примеры пространственных форм тепловых мод $C^{(k)}(\vec{r})$, нормированных на 1 Кельвин (цветная шкала на правой стороне каждой панели) интегрального микрорезонатора с материалом по умолчанию и геометрическими параметрами, указанными в таблицах 3 и 4, указанных на рисунке 2.1: **(а)** боковой разрез и **(б)** вид сверху для тепловой моды с максимальным интегралом перекрытия $\frac{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot Q(\vec{r}) dV}{\int C^{(k)}(\vec{r}) \cdot C^{(k)}(\vec{r}) dV}$, нормированного на $\delta_{\theta}^{(k)}$ с $\delta_{\theta}^{(k)} = 162,388$ Гц; **(в)** боковой разрез и **(г)** вид сверху для самой медленной тепловой моды подсистемы SiO₂ покрытия с $\delta_{\theta}^{(k)} = 17,782$ Гц. Цветная шкала в левой части панелей **(а)** и **(в)** показывают распределение источника тепла $Q(r)$ внутри волновода. 52
- 2.4 Синие вертикальные линии – спектр амплитуд экспонент $\gamma^{(k)}/\delta_{\theta}^{(k)}$, полученный методом разложения по тепловым модам для интегрального микрорезонатора с материалами и геометрическими параметрами по умолчанию, указанными в таблицах 3 и 4; различные символы обозначают амплитуды для экспоненциальной аппроксимации (2.17) с определенным количеством экспонент (от 1 до 15), красная линия с красным кружком — теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты, полученные по формулам (2.14) и (2.15), красная пунктирная линия с красным ромбом – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации и амплитуда экспоненты, полученные по формулам (2.23) и (2.15), красные пунктирные и штрихпунктирные линии – теоретическая наименьшая эффективная скорость тепловой релаксации SiO₂ покрытия (формула (2.24)) и кремниевой подложки (формула (2.25)). 53
- 2.5 **(а)**: синяя линия — данные численного моделирования, красная пунктирная линия — аппроксимация одной экспонентой, зеленые точки — восстановленная динамика по амплитудному спектру экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4) и **(б)**: $(T_i(t_i) - T(t_i))$ – ошибка аппроксимации одной экспонентой (красная пунктирная линия) от данных численного моделирования для мощности нагрева $P = 10$ мВт микрорезонатора с радиусом 24 мкм, шириной волновода $dr = 1$ мкм и высотой $dz = 0,8$ мкм. 55

- 2.6 Сравнение эффективной скорости (**а**): тепловой релаксации и (**б**): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона теплопроводности волновода k_{wg} : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (**а**) и формуле (2.15) на панели (**б**), красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Вертикальные линии соответствуют коэффициентам теплопроводности Si_3N_4 , SiO_2 и Si (см. таблицу 3). 59
- 2.7 Сравнение эффективной скорости (**а**): тепловой релаксации и (**б**): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона теплопроводности оболочки k_{clad} : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (**а**) и формуле (2.15) на панели (**б**), красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. 60

- 2.8 Сравнение эффективной скорости **(а)**: тепловой релаксации и **(б)**: оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона радиусов микрорезонатора R_0 : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели **(а)** и формуле (2.15) на панели **(б)**, красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в **(а)** и **(б)** соответствует радиусу микрорезонатора по умолчанию (см. таблицу 3) $R_0 = 24$ мкм. 62
- 2.9 Сравнение эффективной скорости **(а)**: тепловой релаксации и **(б)**: оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона ширин волновода dr : красная сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели **(а)** и формуле (2.15) на панели **(б)**, красная пунктирная линия – формула (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в **(а)** и **(б)** соответствует квадратному волноводу $dr = 0,8$ мкм (см. таблицу 3). 64

- 2.10 Квадраты и звезды обозначают амплитуды экспоненциальной аппроксимации (2.17) с количеством экспонент $N = 1$ и 9 соответственно для волноводов шириной 1000 нм, 500 нм и 2000 нм (красные, зеленые и серые символы, соответственно); вертикальные линии – амплитуды спектра $\gamma^{(k)}/\delta_{\theta}^{(k)}$, полученные методом разложения по тепловым модам для интегрального микрорезонатора с заданными по умолчанию материалами и геометрическими параметрами, указанными в таблицах 3 и 4 для волноводов различной ширины dr : красные линии – 1000 нм, зеленые линии – 500 нм, серые – 2000 нм, красная/зеленая/серая сплошная линия – теоретические эффективные скорости тепловой релаксации по формуле (2.14) с $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная/зеленая/серая точечная линия – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации по формуле (2.23) с $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная пунктирная линия – теоретическая эффективная скорость тепловой релаксации по формуле (2.24), красная/зеленая/серая штрихпунктирная линия – грубая оценка путем усреднения эффективных скоростей тепловой релаксации ($\delta_{\theta}^{av} = \sqrt{\delta_{\theta}^{mod} \cdot \delta_{\theta}^{slow}}$) для $dr = 1000$ нм, 500 нм и 2000 нм соответственно, красная пунктирная линия – формула (2.24). 65
- 2.11 Сравнение эффективной скорости (**а**): тепловой релаксации и (**б**): оптического поглощения, рассчитанных разными методами для широкого диапазона расстояний между волноводом и кремниевой подложкой h : красный сплошная линия соответствует формуле (2.14) на панели (**а**) и формуле (2.15) на панели (**б**), красная пунктирная линия – формуле (2.24), квадраты – аппроксимация одной экспонентой ((2.17), $k = 0$), крестики – аппроксимация двумя экспонентами ((2.17), $k = 0,1$), круги – аппроксимация семью экспонентами ((2.17), $N = 7$). Коэффициент детерминации r^2 для аппроксимаций показан цветом. Синие звезды соответствуют максимуму амплитудного спектра экспонент (синие вертикальные линии на рисунке 2.4); серые звезды обозначают самую медленную тепловую моду подсистемы покрытия. Красная вертикальная линия в (**а**) и (**б**) соответствует $h = 4$ мкм. 67

- 2.12 Аппроксимация динамики температуры при нагреве микрорезонатора (**а:**) постоянной мощностью и (**б:**) импульсом с длительностью 1 мкс. (**в:**) Зависимость точности аппроксимации от длительности импульса мощности накачки для различного числа экспонент (от 1 до 9, см. символы на графике). 69
- 2.13 (**а**) Распределение температуры в интегральной фотонной микросхеме при напряжении нагревателя $U = 4,3$ В. (**б**) Синие точки — результаты численного моделирования сдвига частоты нагревателем как функция напряжения, а красная линия — аппроксимация экспериментально измеренного сдвига частоты: $\delta f_{exp} = 8,05 \cdot U^2$ 70
- 2.14 Предложена экспериментальная установка для проверки метода определения эффективных тепловых параметров методом разложения по тепловым модам. P_{LS} и ω_{LS} — оптическая мощность и частота генерации лазерного источника, ω_0 — резонансная частота микрорезонатора, $\delta T = \sum \delta T^{(k)}$ из уравнения (2.17). 72
- 2.15 Сравнение терморелаксационного шума полученного с помощью аналитических формул (Теория 1 — (1.2), Теория 2 — (1.1)), моделирования методом ФДТ (см. предыдущую главу) и с помощью разложения по тепловым модам (2.28). 73
- 2.16 Угловое распределение эволюции интенсивности внутри резонатора для нулевой (слева) и ненулевой (справа) обратной связи. Расстройка сканируется справа налево и останавливается на красной вертикальной линии 75
- 2.17 Эволюция углового распределения интенсивности внутри резонатора при обратной связи для случая нормальной дисперсии групповых скоростей без учета тепловых эффектов (слева) и с учетом тепловых эффектов (справа). Расстройка сканируется справа налево и останавливается на красной вертикальной линии . . . 76
- 2.18 Модели разных типов микрорезонатора: (**а**) кольцевой интегральный микрорезонатор, (**б**) микротороид, (**в**) микросфера, (**г**) дисковый микрорезонатор, параметры которых указаны в таблицах 3, 4, 6 и 7. Цвет показывает распределение источников тепла $Q(r)$ внутри микрорезонаторов 77

2.19	Карта оптимальных тепловых параметров для разных типов микрорезонатора: дисковый микрорезонатор, микротороид, микросфера, кольцевой интегральный микрорезонатор.	78
3.1	(а) Электрическая схема подачи напряжения на резонатор (б) Фото подведение электродов к резонатору (в) Зависимость смещения резонансных частот от напряжения, красная линия – экспериментально измеренные сдвиги частот 13.2 МГц/В, зеленая линия – результаты численного моделирования методом конечных элементов, синяя линия – теоретическая оценка.	83
3.2	Зависимость спектра микрорезонатора от добротности (а) и (б) – высокодобротный резонанс, (в) и (г) – низкодобротный резонанс.	86
3.3	Схема экспериментальной установки.	87
3.4	(а) Сравнение полученной спектрограммы (цветной карты) сдвигов частоты, вызванных мощностью накачки, с МКЭ (красные точки). (б) Временной срез в 1 секунду спектрограммы.	88
3.5	(а): Зависимость температуры от времени: красная линия – средней по объему оптической моды, синяя линия – средней по всему объему микрорезонатора. Графики получены для микрорезонатора из MgF_2 с диаметром 3 мм и толщиной 1 мм при мощности накачки 100 мВт. (б): Сдвиги частот для данного микрорезонатора: вызванный терморефракцией (красная линия), тепловым расширением (синяя линия) и суммарный (зеленая пунктирная линия).	89
3.6	(а) Стационарное моделирование нагрева микрорезонатора и (б) тепловая карта с тепловизора при $P \approx 100$ мВт.	90
3.7	(а): Синяя линия – экспериментальные данные для мощности $P = 100$ мВт нагрева микрорезонатора из MgF_2 с радиусом 1.5 мм; красная пунктирная линия показывает аппроксимацию одной экспонентой; зеленая пунктирная линия – аппроксимация двумя экспонентами; желтая пунктирная линия – аппроксимация тремя экспонентами (б): отклонение одно-, двух- и трехэкспоненциальной аппроксимации (красная, зеленая и желтая пунктирные линии соответственно) от экспериментальных данных.	92

- 3.8 Пример пространственной формы тепловой моды $C^{(k)}(\vec{r})$, нормированной на 1 Кельвин и распределение источника тепла $Q(r)$ внутри микрорезонатора из MgF_2 (цветная шкала на левой и правой стороне панели соответственно) 93
- 3.9 Синие вертикальные линии — спектр амплитуд экспонент $\gamma^{(k)}/\delta_\theta^{(k)}$, полученный методом разложения по тепловым модам для микрорезонатора из MgF_2 с радиусом 1.5 мм с материалами и геометрическими параметрами по умолчанию, указанными в таблице 7; различные символы обозначают амплитуды для экспоненциальной аппроксимации (2.17) с определенным количеством экспонент (от 1 до 8). 94
- 3.10 **(а):** схема подведения теплоотвода на микрорезонатор, **(б):** спектрограмма при подведении теплоотвода. 95
- 3.11 Схема экспериментальной установки для измерения теплового сдвига собственных частот микрорезонатора. 96
- 3.12 Сравнение измеренной зависимости сдвигов частоты в дисковом микрорезонаторе из MgF_2 с параметрами, указанными в таблице 7, за счет поглощения излучения нагревающего лазера с мощностью 30 мВт с моделированием МКЭ (красные точки) 97
- 3.13 **(а):** принципиальная схема нагрева микрорезонатора внешним лазером и **(б)** и **(в):** результаты моделирования распределения температуры в дисковом микрорезонаторе из MgF_2 с параметрами, указанными в таблице 7, при нагреве внешним лазером мощностью 30 мВт для размеров лазерного пучка w_L 0.8 мм и 0.1 мм соответственно. 98

Список таблиц

1	Полученные выражения форм-фактора $q_f(r)$ (см. выражение (1.12)) для рассматриваемых шумов	28
2	Параметры волновода, используемого для моделирования МКЭ . . .	28
3	Таблица параметров фотонного микрочипа, используемых по умолчанию в моделировании.	46
4	Физические свойства материалов, используемых для моделирования.	46
5	Типичные параметры системы "микрорезонатор - лазер которые использовались для численного моделирования	74
6	Параметры микрорезонаторов (см. рис. 2.18), которые использовались для численного моделирования	79
7	Параметры дискового микрорезонатора	90