

ОТЗЫВ научного руководителя
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Тищенко Богдана Викторовича
на тему «Решения с переходными слоями в системе уравнений реакция-диффузия с разрывными источниками различной интенсивности»
по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертация Тищенко Б.В. посвящена исследованию решений с внутренним переходным и пограничными слоями сингулярно возмущённых систем реакция-диффузия с различными степенями малого параметра при старших производных, описывающих процессы в средах с разрывными характеристиками. Системы сингулярно возмущённых уравнений находят своё применение, например, в моделях биофизики, химической и физической кинетике, где моделируемые физические величины имеют резко изменяющиеся характеристики в областях, пространственный размер которых много меньше размера всей модельной области. В таком случае говорят о наличии внутреннего переходного слоя в постановке задачи, а функции, обладающие большим градиентом во внутреннем переходном слое, называют контрастными структурами. В диссертации Тищенко Б.В. проводится аналитическое исследование решений систем уравнений с разрывными правыми частями, которые используются в моделях автоволновых процессов в подобных средах.

Ранее методы асимптотического анализа, на которых базируется диссертация Тищенко Б.В., применялись для систем сингулярно возмущённых уравнений типа реакция-диффузия, имеющих решения вида контрастных структур, в случае когда реактивные слагаемые описывались гладкими функциями, в частности Васильевой А.Б., Бутузовым В.Ф. с соавторами. Кроме того, более двух десятков работ, касающихся скалярных задач с разрывными коэффициентами, опубликовано авторами, входящими в

исследовательскую группу, занимающуюся асимптотической теорией на кафедре математики физического факультета МГУ. Новизна исследований, проведённых в диссертационной работе Тищенко Б.В., состоит в получении результатов, касающихся существования, единственности и устойчивости решений с внутренним переходным слоем систем уравнений с разрывными реактивными членами.

Основным методом исследования в диссертации является асимптотический метод дифференциальных неравенств. Это особый способ построения верхнего и нижнего решений задачи как модификаций асимптотического приближения решения. Как следует из принципа сравнения, точное решение задачи заключено между верхним и нижним решениями. Применение этого подхода особенно эффективно при анализе систем, ведь они значительно более трудоёмкие как для аналитического, так и численного исследования, чем скалярные уравнения. Кроме того, применение асимптотического метода дифференциальных неравенств позволяет сформулировать условия существования и устойчивости решений, которые можно использовать при анализе прикладных задач.

Целью работы Тищенко Б.В. является исследование контрастных структур в нелинейных двухкомпонентных системах реакция-диффузия с различными степенями малого параметра при старших производных в следующих случаях:

- 1) с пограничными слоями и гладкими реактивными членами;
- 2) с разрывными правыми частями (реактивными членами), имеющими разрыв первого рода в известной внутренней точке интервала или на известной внутренней гладкой кривой области в, соответственно, одномерном и двумерном пространствах, а также при различных условиях квазимонотонности;

3) с разрывной по первой из искомым переменных правой частью первого уравнения и гладкой по всем переменным правой частью второго уравнения в одномерном случае.

С учётом сказанного выше, тематика исследования Тищенко Б.В. является актуальной как в теоретическом плане, так и в практическом.

Структурно диссертация Тищенко Б.В. состоит из введения, обзора литературы, пяти содержательных глав, заключения и списка литературы. Объём диссертации – 120 стр.

Введение представляет собой общую характеристику работы, в частности, в нём обосновывается её актуальность, приводятся цели, новизна, значимость и основные результаты работы.

Обзор литературы посвящён краткой истории исследований в области асимптотической теории, а также некоторым современным результатам в области задач с разрывными членами.

Первая глава является вспомогательной – во избежание в дальнейшем излишних повторений в ней приводится общая постановка задачи, тогда как в последующих главах она конкретизируется; также приводятся универсальные обозначения и неоднократно используемые в работе утверждения.

Вторая глава посвящена одномерной параболической задаче с гладкими реактивными членами – её решение имеет только пограничные слои. При помощи асимптотического метода дифференциальных неравенств построены верхнее и нижнее решения этой задачи как модификации асимптотического приближения для четырёх случаев квазимонотонности правых частей; доказано существование классического решения стационарной задачи, его локальная единственность и асимптотическая устойчивость как решения начально-краевой задачи.

Третья глава – это исследование одномерной параболической задачи с разрывными реактивными членами, имеющими разрыв первого рода в известной внутренней точке рассматриваемого отрезка. Решение этой задачи имеет как пограничные слои, так и внутренний переходный слой. Проверена корректность применения метода монотонных итераций с использованием лемм о положительности для функций из пространств Соболева, и на его основе в совокупности с методами теории потенциала доказано существование гладкого решения стационарной задачи, его локальная единственность и асимптотическая устойчивость как решения начально-краевой задачи.

В четвёртой главе проведено обобщение результатов глав 2 и 3 на случай двумерной области с достаточно гладкой границей и достаточно гладкой известной кривой разрыва реактивных членов. Для построения асимптотического приближения дополнительно использован метод Вишика-Люстерника. В конце главы приведён пример, в котором численно-аналитически получено асимптотическое приближение нулевого порядка решения модельной задачи, а также иллюстрируется стабилизация численного решения начально краевой задачи к решению стационарной задачи. В упомянутом примере рассмотрена постановка задачи, использовавшаяся в автоволновой модели развития мегаполисов, разработанной совместным научным коллективом кафедр биофизики и математики физического факультета МГУ.

Пятая глава посвящена исследованию одномерной системы ОДУ, у которой реактивное слагаемое в одном из уравнений разрывно по искомой переменной вдоль нулевого уровня этой переменной, а все функции, входящие во второе уравнение, являются гладкими. Методом монотонных итераций с использованием методов теории потенциала доказано существование гладкого решения.

В заключении приводятся основные результаты диссертации, а также перспективы их применения.

Список литературы содержит 115 наименований.

В ходе исследования получены строго обоснованные новые результаты о существовании, единственности и асимптотической устойчивости решений рассмотренных задач и предложены модернизации асимптотического метода дифференциальных неравенств, которые позволяют применять этот метод для систем с разрывными слагаемыми. Результаты, полученные Тищенко Б.В., являются новыми и представляют научный и практический интерес, поскольку могут быть использованы для построения и обоснования моделей, например, в биофизике, а также для разработки эффективных численных методов. Кроме того, полученные результаты о существовании и устойчивости обосновывают корректность численного решения, полученного, в частности, при помощи счёта на установление в задаче с известной локализацией разрыва.

Результаты диссертации Тищенко Б.В. опубликованы в 5 статьях, 2 из которых написаны им лично, 3 статьи написаны в соавторстве. Результаты, представленные в диссертации, получены Тищенко Б.В. лично.

Четыре статьи Тищенко Б. В. опубликованы в отечественных журналах (ВМУ, ЖВМ и МФ, ТМФ), индексирующихся РИНЦ; переводные версии этих журналов индексируются в WoS и SCOPUS. Пятая работа, касающаяся тематики диссертации, опубликована в журнале «Algorithms», индексируемом в WoS и SCOPUS, входящем во второй квартиль базы данных SCOPUS (двухлетний импакт-фактор (2024) – 2,1; CiteScore (2024) – 4,5). Также результаты доложены на 6 конференциях и в рамках научно-исследовательского семинара научной группы по асимптотическим методам кафедры математики физического факультета МГУ.

Считаю, что диссертационная работа Тищенко Б.В. «Решения с переходными слоями в системе уравнений реакция-диффузия с разрывными источниками различной интенсивности» соответствует требованиям, установленным в «Положении о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова» и рекомендую её к защите в диссертационном совете МГУ.011.8 по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Научный руководитель,
кандидат физико-математических наук
доцент кафедры математики
физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова
Левашова Наталия Тимуровна

Левашова Н. Т.

_____ 2026 г.

Контактные данные:

тел.: 8(916)134-11-48, e-mail: levashovant@my.msu.ru

Специальность, по которой научным руководителем
защищена диссертация:

01.01.03 – Математическая физика

Адрес места работы:

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, с.2,

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет

Тел.: 8(495)939-10-33; e-mail: levashovant@my.msu.ru

Подпись доцента кафедры математики физического факультета МГУ имени
М.В.Ломоносова Н.Т. Левашовой удостоверяю: